

# Estudio estadístico del potencial eólico del Cerro de la Virgen en Zacatecas, México

## **Ramón Jaramillo Martínez<sup>1</sup>**

Unidad Académica de Ingeniería Eléctrica, Universidad Autónoma de Zacatecas, Av. López Velarde No. 801 CP. 98060 Zacatecas, México., (045) 4929050418  
*jaramillo.ramon@hotmail.com*

## **Manuel Reta Hernández<sup>2</sup>**

Unidad Académica de Ingeniería Eléctrica, Universidad Autónoma de Zacatecas, Av. López Velarde No. 801 CP. 98060 Zacatecas, México., (045) 4929050418  
*mretah@uaz.edu.mx*

## **Jorge de la Torre y Ramos<sup>3</sup>**

Unidad Académica de Ingeniería Eléctrica, Universidad Autónoma de Zacatecas, Av. López Velarde No. 801 CP. 98060 Zacatecas, México., (045) 4929050418  
*jorgetorre@uaz.edu.mx*

## Resumen

La capacidad instalada de energía en eólica en México, a finales del 2013, es de 1,917 MW, distribuida en 26 parques en 6 estados, donde Oaxaca representa más del 90% de capacidad instalada. En el presente trabajo se evalúan cinco métodos numéricos para la estimación de los parámetros de la función de distribución de Weibull, utilizando datos recabados por una estación meteorológica ubicada en el “Cerro de la Virgen” del estado de Zacatecas, durante un periodo de seis meses. La evaluación estadística se realiza por *RMSE* (error medio cuadrático) y  $X^2$  (chi cuadrado), donde los métodos basados en iteraciones numéricas presentan el mejor ajuste al histograma de velocidad de viento. Se observa, que el método de la máxima verosimilitud es más preciso, a partir del cual se estima el potencial eólico del sitio, obteniendo resultados prometedores para el desarrollo de proyectos basados en esta fuente alterna de energía.

**Palabras Claves:** Densidad de potencia del viento, Distribución de Weibull, Energía eólica, Parámetros de Weibull.

## 1. Introducción

En las últimas décadas, el calentamiento global debido a la actividad humana ha obligado a la sociedad a reflexionar sobre la forma de producción y consumo de energía, a fin de lograr minimizar los efectos antropogénicos [1]. Actualmente, el aumento del dióxido de carbono en la atmósfera se debe principalmente a la quema de combustibles fósiles empleada en la combustión automotriz y para la producción de energía [2]. El interés por las fuentes alternas de energía ha crecido en los últimos años, principalmente aquellas basadas en el potencial eólico, permitiendo el desarrollo de proyectos funcionales en la producción de electricidad en varios países, con un consecuente desarrollo económico. La capacidad instalada de energía eólica ha supuesto un incremento notable en países como China, Estados Unidos, Alemania, España e India, los cuales representaron el 73% de la capacidad mundial instalada en 2013 [3].

La planificación y ejecución de un proyecto exitoso de energía eólica depende del conocimiento exhaustivo de las características del sitio [4]. Existen muchos factores que complican la ubicación óptima de las turbinas eólicas, donde las constantes fluctuaciones de velocidad y dirección del viento son el principal inconveniente, asociado con la ejecución del proyecto; la distribución de velocidades de viento a diferentes escalas de tiempo permite maximizar el beneficio de este recurso, y de ello depende el adecuado dimensionamiento y la ubicación del proyecto [4-5].

La función de distribución de Weibull ha sido aceptada en la literatura para caracterizar los regímenes de viento en términos de su densidad de probabilidad y función de distribución acumulativa. La función de Weibull es caracterizada por dos parámetros: el parámetro de escala  $c$ , y el parámetro de forma  $k$ . Si el valor de  $k = 2$ , la función es conocida como función de Rayleigh. Existen distintos métodos para calcular dichos

parámetros, tales como: método gráfico, método de la desviación estándar, método de la máxima verosimilitud, método del momento y método del factor patrón de energía [6]. Aunque se han realizados esfuerzos por ajustar los datos de campo con otras funciones de distribución, las funciones de distribución de Weibull y de Rayleigh son utilizadas para describir las variaciones de viento en un régimen de tiempo, con una precisión aceptable [7].

El presente documento presenta valores de velocidad promedio mensual del viento y la densidad de potencia eólica para evaluar el potencial de energía eólica en el Cerro de la Virgen en Zacatecas, México. Se presentan cinco métodos para la estimación de los parámetros de la función de distribución de Weibull, en los cuales hay un desempeño similar, observando que el método de la máxima verosimilitud presenta la mejor precisión. Se calcula el potencial eólico del sitio obteniendo resultados prometedores para desarrollo de proyectos futuros.

## 2. Desarrollo

### 2.1. Función de distribución de Weibull

La función de densidad de probabilidad de la velocidad del viento se puede calcular [6] con la Ec. (1).

$$f(v) = \left(\frac{k}{c}\right) \cdot \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} \cdot e^{\left(-\frac{v}{c}\right)^k} \quad (1)$$

Donde,  $f(v)$  es la función de probabilidad de Weibull,  $k$  es el factor de forma y  $c$  es el factor de escala.

La función de distribución acumulativa es la integral de la función de densidad de probabilidad, dada por la Ec. (2):

$$F(v) = \int_0^a f(v) \cdot dv = 1 - e^{\left(\frac{-v}{c}\right)^k} \quad (2)$$

## 2.2. Métodos para la estimación de los parámetros de Weibull

### 2.2.1. Método gráfico

El método gráfico se deriva de la función de distribución acumulativa (Ec. 2). En este método de distribución, los datos de velocidad se interpolan por una línea recta, utilizando el concepto de mínimos cuadrados. La ecuación para este método se puede representar por una transformación logarítmica doble [8] dada por la Ec. (3).

$$\ln\left[-\ln(1 - F(v))\right] = k \ln v - k \ln c \quad (3)$$

Se obtiene  $y = ax + b$  respecto  $\ln\left[-\ln(1 - F(v))\right]$  y  $\ln v$ , donde el factor  $k$  es la pendiente de la línea recta. Para resolver el problema de mínimos cuadrados se evalúan pares de  $(\ln[v_i], \ln[-\ln(1 - F(v_i))])$  y se obtienen  $a$  y  $b$ , dadas en las Ec. (4) y (5).

$$k = a \quad (4)$$

$$c = e^{\left(\frac{-b}{a}\right)} \quad (5)$$

### 2.2.2. Método de la desviación estándar

Una vez que los valores de velocidad media  $\bar{v}$  y desviación estándar  $\sigma_v$  del conjunto de datos son conocidos, se puede utilizar el método de la desviación estándar para determinar los factores  $k$  y  $c$  [6] con la Ec. (6) y (7).

$$k = \left( \frac{\sigma_v}{\bar{v}} \right)^{-1.090} \quad (6)$$

$$c = \frac{\bar{v} \cdot k^{2.6674}}{0.184 + 0.816 \cdot k^{2.73855}} \quad (7)$$

Donde la velocidad media del viento  $\bar{v}$  y la desviación estándar  $\sigma_v$  son determinadas, de acuerdo a las Ec. (8) y Ec. (9), respectivamente.

$$\bar{v} = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i^3 \right)^{1/3} \quad (8)$$

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2}{n}} \quad (9)$$

### 2.2.3. Método de la máxima verosimilitud

La estimación de los parámetros por el método de máxima verosimilitud es un procedimiento difícil de resolver, y requiere iteraciones numéricas para determinar el factor de forma. En este método, el parámetro  $k$  y  $c$  se calculan de acuerdo a las Ec. (10) y (11) [9].

$$c = \left[ \sum_{i=1}^n v_i^k \right]^{1/k} \quad (10)$$

$$k = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n v_i^k \cdot \ln(v_i)}{\sum_{i=1}^n v_i^k} - \frac{\sum_{i=1}^n \ln(v_i)}{n} \right]^{-1} \quad (11)$$

Donde  $v_i$  son las velocidades de viento y  $n$  el número de velocidades de viento. Una simple estimación desarrollada para la Ec. (11) se muestra en la Ec. (12) [9].

#### 2.2.4. Método del momento

El método del momento se puede utilizar como una alternativa al método de la máxima verosimilitud. Cuando la velocidad promedio  $\bar{v}$  y la desviación estándar  $\sigma_v$  son conocidas, los parámetros de Weibull se relacionan con las Ec. (13) y (14) [10].

$$\bar{v} = c\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \quad (12)$$

$$\left(\frac{\sigma_v}{\bar{v}}\right)^2 = \left[ \frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)^2} \right] - 1 \quad (13)$$

Donde  $\Gamma$  es la función gamma. La estimación de la velocidad promedio  $\bar{v}$  y la desviación estándar  $\sigma_v$  son dadas por las Ec. (15) y (16).

$$\bar{v} = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i \right) \quad (14)$$

$$\sigma_v = \left[ \left( \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2 \right) \right]^{0.5} \quad (15)$$

#### 2.2.5. Método de la densidad de potencia

Este método de la densidad de potencia requiere un procedimiento matemático sencillo para la estimación de los parámetros. El método de potencia es la relación entre la

potencia disponible en el viento y la potencia correspondiente al cubo de la velocidad promedio [6], dada por la Ec. (17).

$$E_{pf} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i^3}{\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i \right)^3} \quad (16)$$

Una vez que se calcula el factor de patrón de energía  $E_{pf}$  se puede hacer una aproximación del factor de forma con la Ec. (18).

$$k = 3.957 \cdot E_{pf}^{-0.898} \quad (17)$$

El factor de escala se calcula con la Ec. (13).

### 2.2.6. Comparación y precisión de los métodos.

Para determinar la eficiencia y la precisión de los métodos, se utilizan las pruebas de *RMSE* (error medio cuadrático) y  $X^2$  (chi cuadrado) descritos por [8], en la las Ec. (19) y (20).

$$RMSE = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^2 \right]^{0.5} \quad (18)$$

$$X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^2}{m - n} \quad (19)$$

Donde  $n$  es el número de intervalos,  $y_i$  son las frecuencias de los datos muestreados,  $x_i$  los valores estimados con la función de probabilidad de Weibull y  $m$  el número de constantes utilizadas.

### 2.3. Densidad de potencia del viento

La densidad de potencia del viento  $D_p$  es la potencia por unidad de área [11], regularmente en  $\frac{W}{m^2}$  dada por la Ec. (21).

$$D_p = \frac{1}{2} \rho v^3 \quad (20)$$

Utilizando la ley de los gases ideales [12], la densidad del aire  $\rho$  se obtiene con la Ec. (22).

$$\rho = \frac{P \cdot mw \times 10^{-3}}{R \cdot T} \quad (21)$$

Donde  $P$  es la presión absoluta,  $R$  es la constante del gas ideal,  $T$  es la temperatura absoluta, y  $mw$  es el peso molecular del aire. Como la presión está en función de la altitud, usualmente es útil disponer de un factor de corrección, dado por la Ec. (23).

$$P = P_0 \cdot e^{(-1.185 \times 10^{-4} \cdot H)} \quad (22)$$

Donde la  $P_0$  corresponde a la presión de  $1 \cdot atm$  y  $H$  es la altura en metros.

### 2.4. Coeficiente de fricción

Una expresión que es utilizada para caracterizar el impacto de la rugosidad del terreno sobre la velocidad del viento es la siguiente [12]:

$$\left( \frac{v}{v_0} \right) = \left( \frac{H}{H_0} \right)^\alpha \quad (23)$$



Donde  $v$  es la velocidad del viento a la altura  $H$ ,  $v_0$  es la velocidad del viento a la altura de referencia  $H_0$ , y  $\alpha$  es el coeficiente de fricción. Una formula alterna que tiene sus bases la teoría aerodinámica es:

$$\left( \frac{v}{v_0} \right) = \frac{\ln\left(\frac{H}{z}\right)}{\ln\left(\frac{H_0}{z}\right)} \quad (24)$$

Donde  $z$  es conocida como longitud de rugosidad.

### 3. Caso de estudio

El potencial de la energía eólica para la zona del Cerro de la Virgen ubicado en la capital del estado de Zacatecas, situado en la parte norte del país, fue evaluado con muestras tomadas a cada diez minutos durante 4,380 horas, con los cinco métodos descritos anteriormente, a fin de encontrar la función de distribución que mejor se ajuste al histograma de velocidades de viento. El geoposicionamiento de la estación meteorológica, donde se obtuvieron los datos, es indicado en la Tabla 1.

**Tabla 1. Geoposicionamiento de la estación meteorológica**

<b>Latitud</b>	N 022° 44.070'
<b>Longitud</b>	W 102° 32.568'
<b>Elevación snm (m)</b>	2695

Los datos meteorológicos del sitio fueron recopilados por el equipo listado en la Tabla 2. La ubicación se refiere a la altura sobre nivel de piso de los equipos.

**Tabla 2. Equipo utilizado para la adquisición de datos.**

<b>Cantidad</b>	<b>Parámetro</b>	<b>Descripción del equipo</b>	<b>Ubicación (m)</b>
1	Velocidad del viento	NRG #40C	80
1	Velocidad del viento	NRG #40C	70
2	Velocidad del viento	NRG #40C	60
2	Velocidad del viento	NRG #40C	20
1	Dirección del viento	NGR 200P	80
1	Dirección del viento	NGR 200P	60

#### **4. Resultado y discusión.**

La Fig. 1 muestra la distribución de Weibull descrita por la función de probabilidad, a diferentes alturas y con los parámetros calculados con los cinco métodos presentados, con los datos recabados durante seis meses. Las curvas obtenidas que representan la función de densidad de probabilidad de Weibull para cada uno de los cinco métodos numéricos considerados, son contrastadas con los histogramas para identificar el método que se ajusta mejor a los datos obtenidos de velocidad del viento.

Se observa que los métodos que utilizan iteraciones numéricas (el método de máxima verosimilitud, el método gráfico y el método del momento) presentan un mejor ajuste con el histograma de velocidad del viento. Esto es verificado con el análisis estadístico para los cinco métodos.

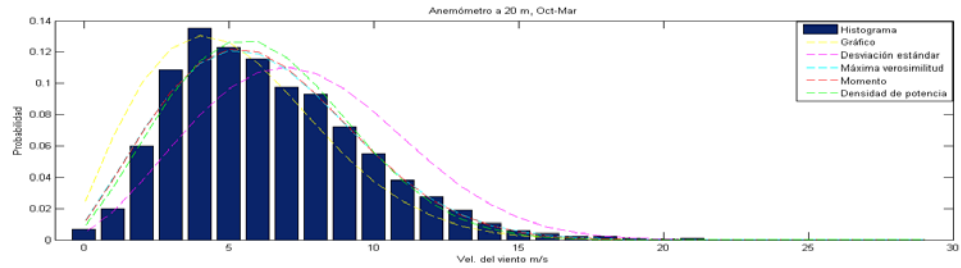
La velocidad promedio y la desviación estándar mensual y total de los distintos sensores se muestran en la Tabla 3.

Las Tablas 4 a 7 muestran el análisis estadístico obtenido con los cinco métodos, observándose en todos ellos un comportamiento similar al histograma de velocidades de viento a las distintas alturas de medición.

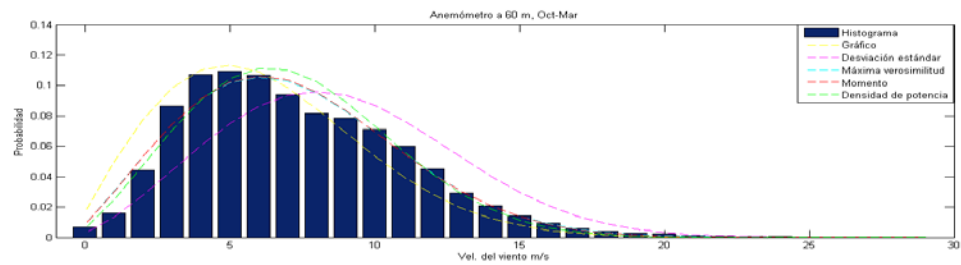
La estimación de la densidad de potencia eólica se presenta en la Tabla 8, a partir de los parámetros obtenidos con el método de la máxima verosimilitud. Se muestran los valores

de densidad de potencia eólica del sitio, mensual y semestral, a las distintas alturas mencionadas.

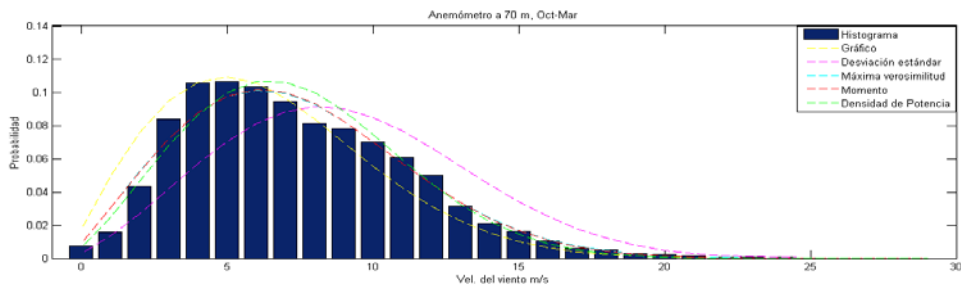
Para este sitio específico se tomó un coeficiente de fricción de 0.11 y valor de rugosidad de 0.0033, que corresponde a un terreno llano con unos cortavientos.



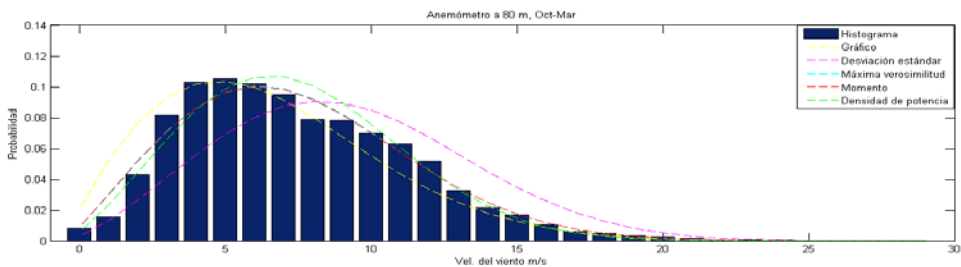
(a)



(b)



(c)



(d)

**Fig. 1. Función de distribución de Weibull a diferentes alturas.**

**Tabla 3. Velocidad promedio y desviación estándar.**

Año	Periodo	Velocidad promedio (m / s)				Desviación estándar (m / s)			
		80 m	70 m	60 m	20 m	80 m	70 m	60 m	20 m
2013	Octubre	6.11	6.01	5.90	5.21	2.20	2.15	2.06	1.72
	Noviembre	8.29	8.16	7.99	7.10	3.38	3.31	3.19	2.78
	Diciembre	10.59	10.49	10.18	9.13	4.75	4.70	4.51	4.10
2014	Enero	9.38	9.34	9.00	7.97	4.05	4.03	3.81	3.34
	Febrero	10.27	10.23	9.81	8.79	4.23	4.16	3.93	3.49
	Marzo	11.87	11.80	11.41	10.26	3.91	3.91	3.73	3.49
	Completo	9.64	9.54	9.26	8.27	4.25	4.21	4.00	3.58

**Tabla 4. Análisis estadístico 80 m.**

Método	Parámetros de Weibull		Evaluación estadística	
	<i>c</i>	<i>k</i>	<i>RMSE</i>	$X^2$
Gráfico	7.90	1.87	$0.1783 \times 10^{-7}$	$0.1431 \times 10^{-3}$
Desviación estándar	10.87	2.43	$0.8383 \times 10^{-7}$	$0.3102 \times 10^{-3}$
Máxima verosimilitud	8.94	2.14	$0.0118 \times 10^{-7}$	$0.0367 \times 10^{-3}$
Momento	8.94	2.15	$0.0118 \times 10^{-7}$	$0.0368 \times 10^{-3}$
Densidad de potencia	8.93	2.32	$0.0253 \times 10^{-7}$	$0.0539 \times 10^{-3}$

**Tabla 5. Análisis estadístico 70 m.**

Método	Parámetros de Weibull		Evaluación estadística	
	<i>c</i>	<i>k</i>	<i>RMSE</i>	$X^2$
Gráfico	7.76	1.97	$0.1408 \times 10^{-7}$	$0.1272 \times 10^{-3}$
Desviación estándar	10.44	2.48	$0.9123 \times 10^{-7}$	$0.3236 \times 10^{-3}$
Máxima verosimilitud	8.65	2.20	$0.0133 \times 10^{-7}$	$0.0391 \times 10^{-3}$
Momento	8.64	2.21	$0.0131 \times 10^{-7}$	$0.0388 \times 10^{-3}$
Densidad de potencia	8.64	2.37	$0.0226 \times 10^{-7}$	$0.0510 \times 10^{-3}$

**Tabla 6. Análisis estadístico 60 m.**

Método	Parámetros de Weibull		Evaluación estadística	
	<i>c</i>	<i>k</i>	<i>RMSE</i>	$X^2$
Gráfico	7.55	2.01	$0.1750 \times 10^{-7}$	$0.1417 \times 10^{-3}$
Desviación estándar	10.44	2.48	$0.8179 \times 10^{-7}$	$0.3064 \times 10^{-3}$
Máxima verosimilitud	8.65	2.20	$0.0126 \times 10^{-7}$	$0.0381 \times 10^{-3}$
Momento	8.64	2.21	$0.0127 \times 10^{-7}$	$0.0382 \times 10^{-3}$
Densidad de potencia	8.64	2.37	$0.0258 \times 10^{-7}$	$0.0545 \times 10^{-3}$

**Tabla 7. Análisis estadístico 20 m.**

Método	Parámetros de Weibull		Evaluación estadística	
	<i>c</i>	<i>k</i>	<i>RMSE</i>	$X^2$
Gráfico	6.54	2.00	$0.0378 \times 10^{-6}$	$0.2084 \times 10^{-3}$
Desviación estándar	9.12	2.50	$0.1129 \times 10^{-6}$	$0.3600 \times 10^{-3}$
Máxima verosimilitud	7.58	2.22	$0.0021 \times 10^{-6}$	$0.0490 \times 10^{-3}$
Momento	7.57	2.24	$0.0020 \times 10^{-6}$	$0.0481 \times 10^{-3}$
Densidad de potencia	7.57	2.38	$0.0027 \times 10^{-6}$	$0.0553 \times 10^{-3}$

**Tabla 8. Estimación de potencial eólico con el método de la máxima verosimilitud.**

Año	Periodo	Densidad de potencia del viento ( $W/m^2$ )			
		80 m	70 m	60 m	20 m
2013	Octubre	124.38	119.06	113.38	80.66
	Noviembre	297.14	284.42	267.84	191.01
	Diciembre	576.58	560.23	514.81	375.49
2014	Enero	410.49	404.57	365.04	256.87
	Febrero	541.14	534.17	474.20	345.20
	Marzo	824.36	809.25	734.39	541.22
	Completo	444.25	433.92	395.64	285.72

## 5. Conclusiones

Se estimaron los parámetros de Weibull con cinco métodos distintos. Gráficamente, se observa que los cinco métodos tienen comportamiento similar; sin embargo, los métodos fundamentados en iteraciones numéricas presentan mayor precisión. Esto se puede verificar con la evaluación estadística  $RMSE$  y  $X^2$ , donde los métodos presentan magnitudes similares, pero el método de la máxima similitud presenta mayor precisión.

De acuerdo con los resultados arrojados en el presente estudio, aunque solamente fueron considerados datos de 6 meses de mediciones, se estima que el recurso eólico del Cerro de la Virgen en el estado de Zacatecas es prometedor y puede ser un suplemento atractivo para la generación de energía eléctrica.

## Referencias

- [1] J. Reneses and E. Centeno, "Impact of the Kyoto Protocol on the Iberian Electricity 2Market: A scenario analysis," *Energy Policy*, vol. 36, pp. 2376-2384, 2008.
- [2] S. N. Chandramowli and F. A. Felder, "Impact of climate change on electricity systems and markets – A review of models and forecasts," *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, vol. 5, pp. 62-74, 2014.
- [3] World Wind Energy Association, "2013 Half-year," *Report 2013*.
- [4] S. Mathew, K. P. Pandey, and A. Kumar.V, "Analysis of wind regimes for energy estimation," *Renewable Energy*, vol. 25, pp. 381-399, 2002.
- [5] M. Dahbi, A. Benatiallah, and M. Sellam, "The Analysis of Wind Power Potential in Sahara Site of Algeria-an Estimation Using the Weibull Density Function," *Energy Procedia*, vol. 36, pp. 179-188, 2013.

- [6] M. Sathyajith, "Wind Energy: Fundamentals, Resource Analysis and Economics: Springer", 2006.
- [7] B. Safari and J. Gasore, "A statistical investigation of wind characteristics and wind energy potential based on the Weibull and Rayleigh models in Rwanda," *Renewable Energy*, vol. 35, pp. 2874-2880, 2010.
- [8] S. A. Ahmed, "Comparative study of four methods for estimating Weibull parameters for Halabja, Iraq" *International Journal of Physical Sciences*, vol. 8, pp. 186-192, February 9 2013.
- [9] C. R. Ranganathan, M. Ramanathan, and K. R. Swaminathan, "Estimation of wind power availability in Tamil Nadu," *Renewable Energy*, vol. 1, pp. 429-434, 1991.
- [10] S. A. Akdağ and A. Dinler, "A new method to estimate Weibull parameters for wind energy applications," *Energy Conversion and Management*, vol. 50, pp. 1761-1766, 2009.
- [11] A. V. da Rosa, "Chapter 15 - Wind Energy," in *Fundamentals of Renewable Energy Processes (Second Edition)*, A. V. d. Rosa, Ed., ed Boston: Academic Press, 2009, pp. 723-797.
- [12] G. M. Masters, "Renewable and Efficient Electric Power Systems," *Wiley*, 2004.

## **Autores**

Ramón Jaramillo Martínez. Graduado de Ingeniero en Comunicaciones y Electrónica en la Universidad Autónoma de Zacatecas. Actualmente es estudiante de la Maestría en Ciencias de la Ingeniería, en la Universidad Autónoma de Zacatecas.

Manuel Reta Hernández. Egresado como Ingeniero Electricista de la Universidad Autónoma de Zacatecas y como Maestro en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León. Obtuvo el Doctorado en Ciencias de la Ingeniería

Eléctrica en la Universidad Estatal de Arizona. Actualmente es profesor-investigador en la Universidad Autónoma de Zacatecas, interesado en las líneas de investigación de energías renovables, y calidad y ahorro de la energía eléctrica.

Jorge de la Torre y Ramos. Egresado como Ingeniero en Electrónica de la Universidad Autónoma de Guadalajara y como Maestro en Ciencias con especialidad en Física de Semiconductores en el Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Obtuvo el Doctorado en Ciencias con especialidad en Electrónica y Física de Semiconductores en el Instituto Nacional de Ciencias Aplicadas de Lyon, Francia. Actualmente es profesor-investigador en la Universidad Autónoma de Zacatecas, interesado en las líneas de investigación de energías renovables, electrónica de potencia, y calidad y ahorro de la energía eléctrica.