

# ANÁLISIS DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA DETECTAR HUMEDAD RELATIVA EN SECADORAS DE ROPA: ¿USAR ECUACIONES FAVORECE A UNA BUENA DETECCIÓN DEL SECADO DE ROPA?

***Ricardo Miranda Cervantes***

Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Celaya.  
*m1603081@itcelaya.edu.mx*

***José Alfredo Padilla Medina***

Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Celaya.  
*alfredo.padilla@itcelaya.edu.mx*

***Juan Prado Olivares***

Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Celaya.  
*juan.prado@itcelaya.edu.mx*

***Ramon Cerritos Jasso***

Tecnológico Nacional de México/CRODE Celaya.  
*ramon.cerritos@crodecelaya.edu.mx*

***Alejandro Espinosa Calderón***

Tecnológico Nacional de México/CRODE Celaya.  
*alejandro.espinosa@crodecelaya.edu.mx*

## **Resumen**

Hay muchos lugares en el mundo donde el clima no favorece al secado tradicional de la ropa (tender la ropa bajo el sol), debido a que es muy lluvioso o polvoso; también, los hogares en general son más pequeños, y no hay espacio para tender la ropa; o simplemente el estilo de vida actual no da tiempo para dejar por horas a tender la ropa que usamos cotidianamente. Esto ha hecho que cada vez más hogares cuenten con máquinas secadoras de ropa.

En el presente artículo se discute un análisis de diferentes modelos matemáticos que describan la humedad en secadoras de ropa. Para poder así, seleccionar modelos matemáticos para ser probados, a partir del estudio del estado del arte, se evaluaron modelos matemáticos relacionados a procesos de secado en diferentes aplicaciones. Estos modelos están enfocados a detectar la humedad de diferentes objetos. Entonces, se discuten y analizan las características de cada modelo, sus ventajas y desventajas, y las variables que involucran a cada modelo para detectar si pueden ser implementados, a futuro, en secadoras reales, haciéndolas más eficientes en el uso energético y secado de la ropa.

**Palabra(s) Clave:** Ahorros de energía, Eficiencia de secado, Magnitudes físicas.

## Abstract

*There are many places in the world where the weather does not favor the traditional drying of clothing, so it is very rainy or dusty; also, households in general are smaller, and there is no space to lay clothes; or simply the nowadays lifestyle does not give time to leave for hours the clothes that we use every day. This has made more and more homes to get clothes dryer machines.*

*In the present article an analysis of different mathematical models that describe the humidity in clothes dryers is discussed. To be able to select mathematical models to be tested, from the study of the state of the art, mathematical models related to drying processes in different applications were evaluated. These models are focused on detecting the humidity of different objects. Then, the characteristics of each model, its advantages and disadvantages, and the variables that involve each model to detect if they can be implemented, in the future, in real dryers, making them more efficient in the energetic use and drying of clothes.*

**Keywords:** *Drying efficiency, Energy saving, Physical magnitudes.*

## 1. Introducción

De acuerdo con un estudio realizado en 2014 por la agencia internacional de energía (IEA, por sus siglas en inglés) [IEA, 2014] y publicado por el Banco Mundial, en México se tenía un consumo de 2.17 MWh de energía eléctrica per

cápita [Banco Mundial<sup>a</sup>, 2014]. De esta energía consumida, según la Procuraduría Federal del Consumidor [PROFECO, 2015], se destina al equivalente al 25% del total nacional de energía para el sector residencial o doméstico. De los aparatos electrodomésticos, los que representan el mayor gasto por consumo de energía eléctrica en los hogares son los aires acondicionados, refrigeradores y las secadoras de ropa. El consumo de electricidad de los aparatos electrónicos y electrodomésticos no sólo está en función de su potencia, sino también del tiempo que se utilicen. Mientras más alta sea su potencia y/o tiempo de uso, mayor será el gasto de energía. La PROFECO (2008) también reporta que, en promedio, una secadora consume 492.7 Wh por carga. En la tabla 1, se muestran los precios de la energía eléctrica en México para uso doméstico de acuerdo con la tarifa de la Comisión Federal de Electricidad (CFE), del mes de septiembre de 2017.

Tabla 1 Tarifas de energía eléctrica para uso doméstico.

<b>Consumo</b>	<b>\$MXN</b>	<b>kWh</b>
Básico	0.793	Primeros 75
Intermedio	0.956	Siguientes 65
Excedente	2.802	Adicional a los anteriores

Por otro lado, para realizar un buen secado de la ropa la mayoría de las secadoras no sólo hacen uso de la energía eléctrica si no también hacen uso de gas licuado del petróleo (LP) o gas natural. Estos gases emiten CO<sub>2</sub> al momento de quemarlo. De acuerdo con la IEA, en el año 2014 México tuvo emisiones de CO<sub>2</sub> por 140.9 megatoneladas [Banco Mundial<sup>b</sup>, 2014] debido solamente al uso de combustibles gaseosos, tal el caso del gas natural o el gas LP. En esta cifra no se consideraron emisiones de CO<sub>2</sub> por combustibles líquidos como la gasolina o Diesel o combustibles sólidos, tal el caso del carbón. En promedio, según un estudio realizado a secadoras de ropa por la Procuraduría Federal del Consumidor [PROFECO, 2008], una secadora de ropa consume 0.76 litros de gas por ciclo de secado. De acuerdo con un informe técnico realizado por el Instituto Nacional de Ecología y Cambio Climático [INECC, 2014] dirigido a la Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT), las emisiones de CO<sub>2</sub> de gas

natural son de 2.69 kg de CO<sub>2</sub> por kg de gas natural consumido, mientras que para el gas LP en promedio son de 3 kg de CO<sub>2</sub> por kg de gas LP consumido. Las emisiones de CO<sub>2</sub> están dadas en kilogramos, mientras que el gas LP usualmente se maneja en litros. Para obtener una relación de litros a kilogramos de gas LP, y obtener así una cantidad promedio de emisiones de CO<sub>2</sub> que produce secadora por ciclo de secado, se obtuvo la densidad del líquido de la hoja de datos de seguridad para sustancias químicas proporcionadas por petróleos mexicanos [PEMEX, 2000]. Estas cantidades son: para el gas natural es 0.540 kg/l y para el gas licuado del petróleo es 0.554 kg/l. Con estos datos se puede concluir que una secadora de ropa, por ciclo de secado, genera aproximadamente 1.59 kg de emisiones de CO<sub>2</sub>, si se utiliza gas licuado del petróleo, o 1.4 kg de emisiones de CO<sub>2</sub>, si se utiliza gas natural. Lo presentado anteriormente representa únicamente el impacto ambiental, pero ¿cuál es el impacto económico? En la tabla 2, se muestran los precios de gas LP y gas natural proporcionados por la Comisión Reguladora de Energía [CRE, 2017].

Tabla 2 Tarifas de gas LP y Gas Natural.

Gas	Costo promedio (\$MNX)
Gas LP	\$8.66/litro
Gas natural	\$239.37/GJ

En el caso del gas natural su cálculo es aproximado pues su precio se considera por regiones, más gastos por mantenimiento, y el consumo, ya que se maneja como servicio similar al del agua o luz. En la tabla 3 se muestran los precios finales de cuánto dinero le cuesta al consumidor final secar la ropa.

Tabla 3 Costos electricidad, gas y total por ciclo de secado de ropa.

Energético	\$MNX/ciclo
Electricidad (tarifa con sobre cargo más alta)	1.38
Gas LP	6.58
Costo total	7.96

De acuerdo a la tabla 3, podemos concluir que el costo de secar la ropa puede volverse significativo si lo proyectamos a largos plazos y por comunidades de uso.

¿Cuántos ciclos de secado se hacen a la semana, por casa, o por colonia?  
¿Cuántos al año? Si suponemos un ejemplo donde una familia de 3 o 4 personas hace 8 ciclos de secado por semana, \$63.68 pesos, y luego lo multiplicamos por 52 semanas que tiene el año nos da \$3,311.36 MXN. Estos números pueden variar, pero es en comunidades grandes y por periodos largos donde este gasto comienza a ser significativo. Por otra parte, el impacto económico no sólo se refleja en los costos mostrados en la tabla 3. Tener un sistema de secado poco eficiente conlleva a que la ropa no quede completamente seca y se tengan que realizar más ciclos de secado lo que representa más costo o que la ropa quede más seca de lo deseado. El que la ropa quede sobre seca trae consigo problemas pues la tela se maltrata haciendo que la prenda, su tiempo de vida útil disminuya o bien sea pérdida total por el maltrato ocasionado. Son estas las razones por lo cual es importante desarrollar un sistema que sea capaz de detectar humedades relativas de manera más eficiente. De esta manera se reduciría el impacto ambiental provocado por las secadoras de ropa, y al mismo tiempo un ahorro económico a los consumidores por el ahorro de energía y gas, y finalmente también se tendrá un cuidado a la ropa haciendo que ésta no se maltrate, alargando su vida útil de las prendas.

### **Definición de Humedad**

La humedad se puede definir de acuerdo con la Real Academia Española (RAE) como: La cantidad de agua, vapor de agua o cualquier otro líquido que está presente en la superficie o en el interior de un cuerpo o en el aire. Partiendo de la definición anterior se desprenden diferentes términos, por ejemplo, humedad absoluta o humedad relativa. La humedad relativa, sobre la cual se enfoca este artículo, se define según la RAE como: Una expresión porcentual de la cantidad de vapor de agua presente en el aire con respecto a la máxima posible para unas condiciones dadas de presión y temperatura.

En las secadoras generalmente se pueden medir dos tipos de humedades, las cuales son: humedad relativa en la ropa (RMC) y humedad relativa en el ambiente (RH). Para realizar las mediciones de humedad se debe de decidir cuál tipo de

humedad se desea medir. Las ecuaciones 1 y 2 sirven para determinar la cantidad de humedad RMC y RH.

$$RMC = \left( \frac{\text{peso actual de la ropa (kg)}}{\text{peso de la ropa en seco (kg)}} - 1 \right) * 100 \quad (1)$$

$$RH = \frac{\text{Vapor de agua presente}}{\text{Vapor de agua en saturación}} * 100 \quad (2)$$

Ambas humedades se expresan en porcentaje, sin embargo, ambas variables se miden diferentemente. En la RMC [AMTEX, 2005] la variable está presente directamente en la ropa, mientras que en la RH [Salazar, 1996] la variable se encuentra en el ambiente. Ambas humedades se miden por medio de sensores, la RMC una báscula, y la RH un sensor ambiental. Estas diferencias hacen que sea más conveniente medir la humedad relativa, pues es más viable y barato colocar un sensor RH en una secadora que colocar una báscula que con el tiempo hay que calibrarlas. Es por estas diferencias que hacen a la humedad relativa como variable de interés para medir.

### Modelos Matemáticos

El objetivo de este artículo es analizar diferentes modelos matemáticos que describan directa o indirectamente el comportamiento de la humedad relativa dentro de secadoras de ropa. Como parte de este análisis se evaluará la viabilidad de la implementación de los modelos.

Un modelo matemático es una descripción, en lenguaje matemático, de un objeto de interés para su estudio u análisis [Rodríguez et al., 2002]. Por ejemplo, las previsiones del tiempo, los pronósticos económicos, estudios de mercado por mencionar algunos, todos ellos se basan en modelos matemáticos, ya sean modelos meteorológicos o económicos. En términos generales, en todo modelo matemático se puede determinar en las siguientes fases:

- Construcción del modelo. Transformación del objeto no-matemático en lenguaje matemático.
- Análisis del modelo. Estudio del modelo matemático.

- Interpretación del análisis matemático. Aplicación de los resultados del estudio matemático al objeto inicial no-matemático.

El presente artículo se enfocará a en las últimas dos fases. Se analizaron diferentes modelos matemáticos que fueron recopilados y analizados como estudio del estado del arte. Se estudió su viabilidad para ser objetos de estudio y se concluye sobre su potencial para implementarlos en secadoras de ropa, para así poder lograr un mejor rango de detección de humedad. Entonces, nuestra hipótesis es: el tener un modelo matemático que prediga adecuadamente la humedad podrá reducir los gastos energéticos en una secadora, y a su vez tener impactos positivos en la economía y la ecología. Esto se logrará, en futuros trabajos, a través de mediciones realizadas por un sensor, el cual será el encargado de proporcionar las variables que necesita el modelo. Este sensor podrá ser de bajo costo, abaratando la implementación del sistema.

## **2. Objetivo**

Estudiar y comparar el estado del arte diferentes modelos matemáticos de secado para determinar su viabilidad para la detección de humedad en secadoras de ropa.

## **3. Descripción de modelos matemáticos que describen la humedad en la ropa**

En el estudio del estado del arte sobre diferentes modelos para medir humedad relativa en secadoras de ropa, se encontró que sí existen varias referencias e información realizada, previamente, por investigadores. Esto nos da un indicador de la relevancia que existe en desarrollar modelos matemáticos capaces de modelar la humedad. Durante el estudio realizado se detectó que existen modelos aplicados a secar diferentes objetos entre ellos, ropa, papel e incluso zanahorias. Así mismo algunos modelos utilizan cilindros para secar y otras diferentes técnicas. Sin embargo, los modelos presentan en común sus variables, tales como temperatura, flujos de aire y transferencia de masa y energía; es por ello por lo que

se considera que tienen potencial de ser utilizados en el secado de ropa. En la tabla 4 se presentan las fórmulas de los modelos matemáticos que describen la humedad, recopilados en el estado del arte.

Tabla 4 Modelos matemáticos que describen la Humedad.

Modelo	
$N_{CRDP} = \frac{(X_D - X_{CR})W_d}{At_{cr}} = \frac{\bar{h}(T_{in} - T_{wb})}{\lambda} = K_H(H_{wb} - H_{in})$	(3)
$N_{FRDP} = N_{CRDP} \left( \frac{X - X_E}{X_{CR} - X_E} \right)^n \quad \text{para } X_E \leq X \leq X_{CR}$	(4)
$0 = \dot{E}_{inlet} - \dot{E}_{exhaust} - \sum_i c_{p,i} m_i \dot{T}_{ei} + \dot{Q}_{NET}$	(5)
$h_{inlet} - h_{exhaust} = c_{p,air}(T_{inlet} - T_{exhaust}) + \varepsilon$	(6)
$Y \frac{\delta \rho_G}{\delta t} + \rho_G \frac{\delta Y}{\delta t} = -v \rho_G \frac{\delta Y}{\delta z} - vY \frac{\delta \rho_G}{\delta z} + \frac{2\psi L_S}{AT_G}$	(7)
$\Psi = k_f(Y_{eq}(T_S, X) - Y)$	(8)
$m_c C p_c \frac{dT_c}{dt} = -(Q_A + Q_B + Q_C + Q_D)$	(9)
$q_c'' = \frac{1}{R_{t_{tot}}} (T_{cyl} - T)$	(10)
$h_S = 0.10085 R_v \frac{1-\phi}{\phi} Z_r^{1.0585} T^2$	(11)
$\rho_G k_{G_j} Y_{ij} - Y_j = \rho_S k_{S_j} X_j - X_{ij}$	(12)

El orden en que se muestran los modelos en la tabla 4, fueron puestos así ya que los modelos de las ecuaciones 3 a 6 ya han sido probados en secadoras de ropa, por lo que se espera que el rendimiento en las pruebas a realizar sea muy similar. En cuanto las ecuaciones 7 y 8 han sido empleados en el secado de textiles, finalmente los modelos de las ecuaciones 9 a 11 no fueron aplicados en textiles, pero son de interés para su estudio.

Deng (2008) presenta un nuevo método de control para un proceso de secado en secadoras de ropa. Este autor propone dos ecuaciones para dos etapas de secado el primero, un periodo de tasa constante de secado (CRDP por su acrónimo en inglés *Constant Rate drying period*) y el segundo, un periodo de una tasa de caída (FRDP por su acrónimo en inglés *Fall Rate drying period*). Un proceso de secado puede ser generalmente dividido en tres periodos comúnmente



llamadas periodo de precalentamiento, CRDP y FRDP. Normalmente la ropa se somete a un secado de centrifugado antes de ser sometido a un secado térmico. Las ecuaciones 3 y 4 de la tabla 4, describen el comportamiento de la humedad durante la etapa CRDP y FRDP.

Donde, para la ecuación 3,  $N_{CRDP}$  es la tasa de secado en la etapa CRDP,  $X_o$  es el contenido de humedad inicial,  $X_{cr}$  es el contenido crítico de humedad,  $W_d$  peso de la ropa en seco,  $h$  coeficiente de transferencia de calor convectivo,  $T_{in}$  es la temperatura en el *inlet*,  $T_{wb}$  es la temperatura en el aire en el bulbo húmedo,  $A$  es la superficie de secado,  $\lambda$  es el calor latente de evaporación del agua,  $K_H$  es el coeficiente de transferencia de masa por unidad de diferencia de humedad,  $H_{wb}$  es la humedad de saturación en la temperatura del aire en el bulbo húmedo y  $H_{in}$  es la humedad en el *inlet*. Para la ecuación 4  $N_{FRDP}$  es la tasa de secado en el FRDP,  $X$  es el contenido de volumen promedio de humedad en seco,  $X_E$  contenido de humedad en equilibrio,  $X_{cr}$  contenido de humedad crítico y  $n$  es el índice de secado determinado por experimentación.

Los parámetros importantes en esta ecuación como  $X_{cr}$  puede ser determinada mediante curvas de secado experimentales. Por otra parte,  $\lambda$ ,  $K_H$ ,  $T_{wb}$  y  $H_{wb}$  pueden obtenerse, o ser calculadas, usando las propiedades higrotérmica y termo-físicas. Para este método se obtuvieron tiempos de secado de aproximadamente una hora. La velocidad de secado disminuyó, debido a la reducción de la eficiencia de transferencia de calor y masa, a medida que el proceso entró en el FRDP. En cuanto a la eficiencia del sistema se llevó en cerca de sesenta minutos, para que se logran obtener la ropa en condiciones de secado, pero solo se tomó menos de cincuenta minutos para llegar a condiciones de humedad ambiental por lo que se puede decir que los tiempos de secado están dentro de tiempos aceptables.

Yi et al. (2016) propone establecer las bases de un modelo de secado para predecir los procesos termodinámicos, así como parámetros y variables considerando un tambor de secadora de ropa como un control de volumen para ser modelado. La ropa y la humedad del aire se encuentran en el tambor, el flujo de aire entra por el *inlet* y sale por el *Exhaust*. La figura 1 muestra un esquema representativo del tambor y la ubicación de las entradas y salidas.

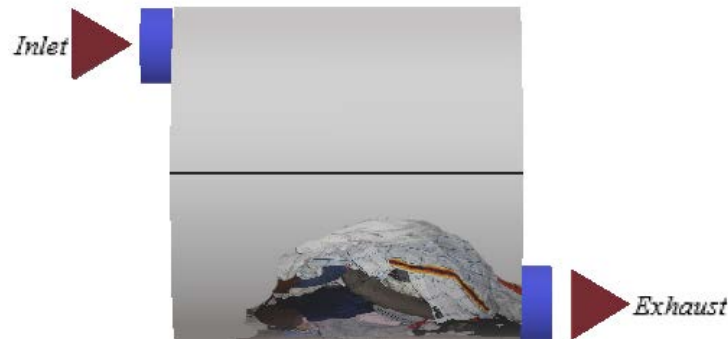


Figura 1 Representación del tambor basado en la propuesta original.

Un problema que se tiene al momento de aplicar este modelo consiste en definir en detalle el calor en la ecuación de equilibrio térmico la cual la podemos observar en la tabla 4, ecuación 5. Donde las variables de esta ecuación se tienen las variables de energía entrante por el *inlet*  $\dot{E}_{inlet}$ , la energía que se escapa  $\dot{E}_{exhaust}$ , la transferencia de energía neta  $\dot{Q}_{NET}$ , la temperatura de la ropa  $\dot{T}_{cl}$ , la masa del textil  $m$ , el calor específico en el textil  $C_p$  y finalmente el índice  $i$  representa la interacción del textil de la sumatoria en la ecuación.

La temperatura y humedad sería igual dentro y fuera del cilindro por lo que con la ecuación 5 se logra obtener una humedad ambiental en la ropa.

La ecuación 6 de la tabla 4, donde,  $h_{inlet}$  es la entalpia en el *inlet*,  $h_{exhaust}$  es la entalpia en el *exhaust*,  $c_{p,air}$  es el calor específico, pero en el aire,  $T_{inlet}$  es la temperatura en el *inlet*,  $T_{exhaust}$  es la temperatura en el *exhaust* y  $\epsilon$  es la energía necesaria para la transición de cada fase y también la energía acumulada en la evaporización del agua en el aire. Este modelo determina el contenido de masa de agua. Con lo que se puede concluir que es útil para disminuir la humedad a la humedad ambiente.

En cuanto la eficiencia de los modelos que presentaron Yi et al. (2016) fue de un 95% sin embargo, las pruebas realizadas fueron a temperaturas muy bajas ligeramente por arriba de los 40 °C. El tiempo de secado para alcanzar un porcentaje de humedad por debajo del 10% se demoró 160 minutos. El tiempo de secado es demasiado grande si se compran con los tiempos del modelo de las ecuaciones 3 y 4, por otra parte, se podría atribuir estos altos tiempos de secado a las bajas temperaturas usadas.

Johan et al (2014) presentan un modelado matemático aplicado a un proceso convectivo de secado textil. El modelo lo desarrollaron a partir de balances de masa y energía. Para poder obtener el modelo matemático los autores tomaron las siguientes consideraciones. El aire fluye unidireccionalmente en la dirección paralela del material textil; el aire se comporta como un gas ideal en términos de modelado. La etapa predominante en la transferencia de masa es la dispersión de la película exterior, el volumen del material textil se mantiene constante; la evaporación se produce sólo en las dos caras del tejido. La desorción de calor del sistema textil de agua es igual al calor de vaporización del agua; el gradiente de humedad varía sólo en la dirección del flujo de aire; la humedad del tejido no varía con el espesor. La ecuación 7 de la tabla 4, describe el balance de agua de la humedad en el aire.

Las variables involucradas en el modelo de la ecuación 7 son:  $Y$  es la fase del fluido,  $\rho_G$  es la densidad del gas de secado,  $t$  es el tiempo,  $v$  es la velocidad del aire de secado,  $z$  es el espacio del área de secado,  $L_s$  es la longitud del textil,  $A_{TG}$  es el área transversal de donde fluye el aire, el símbolo  $\delta$  denota que se trata de una derivada parcial y  $\Psi$  es el rango de secado. Para determinar el rango de secado,  $\Psi$ , está expresado en la ecuación 8, para esta ecuación sus variables son las siguientes:  $k_f$  es el coeficiente de transferencia de masa,  $Y_{eq}$  es la diferencia de humedad en el gas,  $T_s$  es la temperatura en el tejido,  $X$  es la humedad del tejido y  $Y$  es la fase del fluido.

El modelo presentó un coeficiente de determinación ( $R^2$ ) de 0.997 lo cual lo convierte en una buena opción de acuerdo con pruebas realizadas por Johan et al (2014) la eficiencia del modelo es mejor a temperaturas altas, y a velocidades de flujo de secado altas. A una temperatura de 70 °C y con una velocidad de flujo de 0.5 m/s el tiempo de secado era mayor a los 30 minutos. Si se aplica una velocidad del aire a 1 m/s a la misma temperatura el tiempo de secado baja a poco más de 20 minutos lo cual existe una diferencia de secado de 10 minutos. Finalmente, a una velocidad de 1.5 m/s a la misma temperatura se tarda poco más de 15 minutos aquí la diferencia no es significativa en tiempo en comparación de los dos primeros casos.

Franceschi et al. (2008) presentan un cilindro el cual al es calentado a diferentes temperaturas por inducción eléctrica. El textil pasa por el a diferentes velocidades de este modo el calor es transferido del cilindro al textil evaporando el agua y secando el textil. La figura 2 muestra un esquema representativo del cilindro empleado. Las consideraciones que los autores tomaron para obtener la ecuación abordaban parámetros como el material del cilindro, diámetro, espesor y área de contacto. Al ser sometido al proceso de enfriamiento, y dado que el cilindro es hueco en su interior, se consideran las pérdidas de energía por convección y radiación hacia el ambiente, además de las pérdidas por estos mismos mecanismos hacia la cavidad interna del cilindro. A partir de esto la siguiente ecuación de balance de energía en todo el cilindro, de esta manera pueden determinar la cantidad de presencia de humedad la ecuación 9 describe el balance de energía en el cilindro.

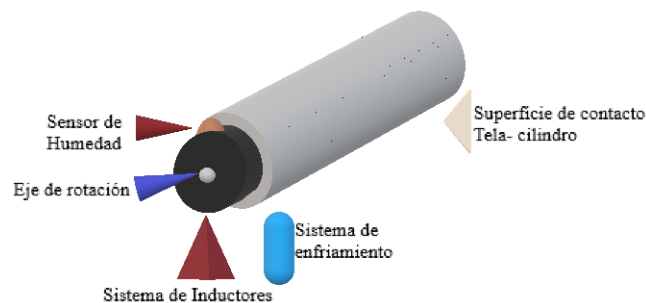


Figura 2 Representación del cilindro de secado basado en la propuesta original.

Para la ecuación 9 las variables del modelo son las siguientes  $m_c$  es la masa total del cilindro,  $Cp_c$  el calor específico del material de construcción del cilindro,  $T_c$  es la temperatura del cilindro,  $t$  el tiempo de enfriamiento,  $Q_A$  y  $Q_B$  son los calores perdidos por convección y radiación hacia el ambiente respectivamente.  $Q_C$  y  $Q_D$  son los calores por convección y radiación intercambiados entre la superficie interna del cilindro y el eje rotatorio.

El modelo desarrollado para la zona de secado permite predecir la humedad del textil a la salida con porcentajes de desviación cercanos al 10%. Por otra parte, el tiempo de secado fue de 80 minutos para alcanzar humedades inferiores a 20 gramos de agua por cada 100 gramos del textil seco.

Di Marco et al. (2016) propone un método de secado por impacto de aire para la producción de papel tisú, que ofrece la posibilidad de optimizar su rendimiento energético. Al cambiar los parámetros operativos del proceso de secado, tales como temperatura y velocidad del chorro de aire y contenido de humedad del aire de extracción, es posible obtener ahorros de energía de aproximadamente en 4.5%. La aplicación nuevamente está orientada a un cilindro el flujo de calor del cilindro puede ser evaluado con la ecuación 10 de la tabla 4.

Para la ecuación 10 sus variables son:  $q''_c$  es el flujo de calor en la espuma de algodón en el cilindro,  $R_{tot}$  es la resistencia global de transferencia de calor por unidad de área,  $T_{cyl}$  es la temperatura de vapor de condensado del cilindro y  $T$  es la temperatura del tejido del papel. Utilizando el calor de sorción es posible determinar la evaporación del agua además del calor latente de vaporización para el agua libre. En particular, la ecuación 11 de la tabla 4, puede ser aplicada para la evaluación del calor de sorción. La ecuación 11 tiene como variables:  $h_s$  es el calor de sorción,  $R_v$  es la constante de vapor de agua,  $\Phi$  es el Angulo de contacto,  $Z_r$  es la humedad en la hoja de papel y  $T$  es la temperatura en el papel. La figura 3 muestra el esquema del secado de papel por medio del cilindro.

Amador-Mendoza et al. (2011) muestra un modelo referente al proceso de secado empleando flujos de aire revertido es decir que el flujo de aire es cambiado de derecha a izquierda o viceversa.



Figura 3 Cilindro de secado de papel basado en la propuesta original.

En este caso el modelo no fue aplicado a ropa o textiles si no al secado de zanahoria, sin embargo, se consideró interesante para su estudio debido a que el modelo está diseñado para la medición de humedad. Como el modelo es para la humedad pueden evaluarse las variables que involucran al modelo y ver su

viabilidad de poder acondicionar el modelo para la medición de humedad en ropa y no en zanahorias. En esta investigación se obtuvieron cinéticas de secado con zanahoria a diferentes temperaturas, velocidades de secado, alturas de lecho, espesores del producto y tiempos de reversión del flujo de aire. Posteriormente se desarrolló un modelo a partir de balances de materia y energía, que consideró parámetros termo-físicos y de equilibrio del aire y producto (zanahorias). En la ecuación 12 de la tabla 4, describe las curvas de secado.

Las variables de la ecuación 12 son:  $\rho_G$  es la concentración de flujo másico,  $k_{Gj}$  es el coeficiente de transferencia de masa en fase gaseosa en condición final,  $Y_{ij}$  es la humedad en fase gaseosa del sólido en fase final,  $Y_j$  es la humedad en fase gaseosa en condición final,  $\rho_s$  es la concentración de masa en fase sólida,  $k_{Sj}$  es el coeficiente de transferencia de masa en fase sólida en condición final,  $X_j$  es el contenido de humedad en condición final y por último  $X_{ij}$  es contenido de humedad del sólido en condición final. A temperaturas altas de las pruebas realizadas por Amador-Mendoza et al. (2011) que fueron de 90°C fue donde se tuvieron mejores tiempos de secado. Por otra parte, la distancia que existía entre el lecho de secado y la zanahoria afectaba al tiempo, pues mientras más cerca el tiempo de secado era mejor. Los tiempos de secados más pequeños obtenidos estuvieron alrededor de 150 minutos. Obteniendo así un alto coeficiente de determinación ( $R^2$ ) de 0.9787.

#### **4. Discusión y análisis de los modelos**

En la sección anterior se presentó una serie de modelos, se describió cada uno de ellos y su aplicación. En la tabla 5, se presenta una comparativa de ventajas y desventajas que se consideran para su posible aplicación en el secado de ropa.

El modelo de las ecuaciones 3 y 4 podría ser una opción válida para ser seleccionado, ya que cada modelo nos entrega la tasa de secado para las dos etapas de secado más significativas. En cuanto a sus variables, tanto la humedad inicial y la crítica podrían ser fácilmente obtenibles. El peso de la ropa no se podría medir en una aplicación comercial, debido al encarecimiento por los sensores de peso, así como las condiciones irregulares en suelos de distintas casas habitación.

Sin embargo, se podría contemplar la posibilidad de analizar el comportamiento de la ecuación con un peso medio por ropa. Los coeficientes, temperaturas, y áreas de secado, no serían problema de adquirir experimentalmente. El mayor inconveniente es que el modelo fue probado en laboratorio, esto hace que las variables se tengan controladas. Entonces, para una aplicación cotidiana, algunas variables se tendrían que aproximar y es aquí donde probablemente el modelo pueda no tener el mismo rendimiento que en pruebas de laboratorio. Es justamente esta parte en la que se tendría que evaluar el modelo realizando aproximaciones de variables para probar su eficiencia.

Tabla 5 Ventajas y desventajas de los modelos matemáticos de la tabla 4.

Modelo	Ventajas	Desventajas
Ecuaciones 3 y 4	<ul style="list-style-type: none"> <li>Este modelo ya ha sido aplicado a secadoras de ropa, por lo se esperan resultados positivos.</li> <li>El modelo mostro buenos resultados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Las pruebas se hicieron a muestras de ropa específico, podría reducirse su desempeño al secar tipos de ropas diferentes.</li> <li>Tiempos de secado similares a secadoras actuales.</li> </ul>
Ecuaciones 5 y 6	<ul style="list-style-type: none"> <li>Este modelo también ya ha sido aplicado en secadoras de ropa.</li> <li>El modelo mostro buenos resultados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>El modelo involucra sumatorias están pueden ser un número considerable y hacer el sistema de medición más lento y perjudicial al momento de medir correctamente.</li> <li>Las entalpías y energías pueden ser complicadas para fines prácticos.</li> </ul>
Ecuaciones 7 y 8	<ul style="list-style-type: none"> <li>Este modelo se aplicó al secado de textil.</li> <li>El modelo fue eficiente en la aplicación que se le dio.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>El modelo no se ha aplicado en secadoras de ropa</li> <li>El modelo implica una ecuación diferencial, esto aumenta su complejidad al aplicarlo en algoritmo.</li> </ul>
Ecuación 9	<ul style="list-style-type: none"> <li>Modelo aplicado a secado de textil.</li> <li>Las variables que requiere el modelo son sencillas de poder obtener.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>El modelo fue aplicado para secar con un cilindro.</li> <li>Los tiempos de secado son medianamente altos.</li> </ul>
Ecuaciones 10 y 11	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cuenta con un número menor de variables comparado con los otros modelos.</li> <li>El modelo mostro buenos resultados en ahorros de energía.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>No han sido aplicados en secadoras de ropa.</li> <li>Podría no adaptarse el modelo a una secadora de ropa.</li> </ul>
Ecuación 12	<ul style="list-style-type: none"> <li>El modelo al ser aplicado a zanahorias y lograr medir la humedad se esperan mejores mediciones en ropa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>El Modelo fue aplicado en zanahorias, completamente diferente a la ropa.</li> <li>Los tiempos de secados son muy altos, comparado con los tiempos de secadoras de ropa.</li> <li>Al modelo influye el cambiar el sentido de flujo de aire de secado</li> </ul>

El modelo de las ecuaciones 5 y 6 facilita su aplicación ya que también fue probado en secadoras de ropa, aunque nuevamente en condiciones de laboratorio. Este modelo tiene la característica de que Yi et al. (2016) propuso un tambor en específico donde tenía bien definidas las entradas y salidas de aire (véase figura 1). Un posible problema al tratar de implementar este modelo en distintas secadoras podría surgir por las diferencias en las dimensiones de los tambores de secado. Se tendrían que evaluar nuevos resultados con tambores de ropa diferentes, para así, determinar si el modelo tiene eficiencias similares que las obtenidas por Yi et al. (2016). En cuanto a las variables, este modelo involucra la medición de energías, así como entalpías. El calcular estas variables en tiempo real sería un obstáculo para aplicar este modelo en una secadora de uso cotidiano. Una posible solución sería una aproximación de estas variables y así poder observar su comportamiento, en cuanto al resto de variables como, masa, calores específicos y temperaturas podrían ser calculadas. Estas desventajas podrían hacer que el modelo sea descartado durante las pruebas experimentales, a pesar de su uso en secadoras de ropa.

La ecuación 7 presenta un primer problema y es que se trata de una ecuación diferencial, estas ecuaciones son poco prácticas de implementar en sistemas digitales como microcontroladores o FPGA's (*Field Programmable Gate Array*). Para solucionar este problema, la ecuación diferencial podría resolverse por diferentes métodos, como técnica de diferencias finitas por nombrar uno. En cuanto a las variables que involucra, son variables alcanzables, fases de fluido, densidades del gas, velocidad del aire, humedades, temperaturas y rango de secados. El que sus variables sean relativamente fáciles de medir lo convierte en un modelo atractivo. Por otra parte, la ecuación 8 es un complemento para la ecuación 7, ya que el parámetro que se calcula en la ecuación 8 es el rango de secado el cual es necesario para obtener todos los parámetros del modelo de la ecuación 7. En este modelo se encontró que, mientras aumenten la temperatura y la velocidad en el flujo de aire, el tiempo de secado disminuye significativamente. Sin embargo, llega un momento en que la disminución no es significativa. Para esto se debe tomar un punto medio, en el cual se logre un balance entre el tiempo de secado y las



temperaturas y velocidades de aire; ya que altas temperaturas y velocidades pueden significar mayores consumos energéticos y maltrato en la ropa, aunque el tiempo disminuya.

La ecuación 9 es un modelo que si bien presentó buenos resultados en las pruebas realizadas por Franceschi et al (2008), probablemente no funcione igual en secadoras de ropa. Recordando que algunos parámetros involucran datos propiamente del cilindro que se utilizó, como por ejemplo la masa del cilindro, o el calor específico del material del cilindro. Esas variables son requeridas ya que el secado era por contacto directo con el cilindro, pero en el caso del secado de ropa no es así. Es posible probar el modelo realizando aproximaciones, tomando los parámetros del tambor de una secadora y considerando que el secado no es por contacto. Por otra parte, se consideran pérdidas de calor hacia el ambiente y pérdidas de calor entre el cilindro y el textil. Esas variables son posibles gracias a que el cilindro está en el ambiente es decir no se encuentra confinado y nuevamente el secado es por contacto. En el caso de una secadora de ropa, se trabajará en un espacio confinado, aunque es cierto que existe una pérdida de calor por el flujo de aire que sale del *outlet* de la secadora. Debido a las características de las variables del modelo y dado que algunas no existen dentro de la aplicación que se busca, se tendrían que hacer un gran número de aproximaciones y suposiciones de variables para adaptarlo a una secadora de ropa. Entonces, con la información que se tiene puede decirse que, si bien el modelo tiene un buen funcionamiento aplicado en secado por cilindros, éste no podría funcionar en secadoras de ropa.

En las ecuaciones 10 y 11 muestran un modelo práctico de implementar y que requiere pocas variables, lo que lo hace atractivo para su uso. Desafortunadamente se trata de un modelo que realiza secado en un cilindro y, aunque las variables son sencillas de obtener para aplicarse en un sistema de uso frecuente, involucra variables como ángulos de contacto temperatura del cilindro. Probablemente la temperatura del cilindro podría sustituirse por la temperatura interna en el tambor de la secadora, pero el ángulo de contacto se tendría que aproximar y validarlo con resultados de eficiencia del modelo. Nuevamente,

aunque el modelo dio buenos resultados y se logró obtener ahorros de energía en las pruebas realizadas por Di Marco et al. (2016) el modelo puede no ser eficiente o incluso arrojar valores falsos por la aproximación o estimación de variables haciéndolo poco viable para aplicaciones en secadoras de ropa.

Por otro lado, el modelo utilizado por Amador-Mendoza et al. (2011), podría presentar una desventaja inicial, esto es, que utiliza una configuración de aire revertido, es decir, que el sentido del flujo de aire de secado se cambia cada cierto tiempo. Estos tipos de configuraciones de aire no es rentable aplicarlo a las secadoras de ropa, pues generalmente estas utilizan el flujo de aire unidireccional. Pero como se mencionó al inicio, aunque puede parecer una desventaja del modelo no lo es ya que el mismo modelo en si puede configurarse en la ecuación cada que se revierte el flujo de aire por lo que fácilmente se puede dejar sin cambiar el flujo de aire y ver los resultados del modelo al aplicar únicamente flujo de aire unidireccional. En cuanto a sus variables el mayor número de ellos pueden ajustarse a una secadora de ropa ya que las condiciones de secado utilizadas por Amador-Mendoza et al. (2011) fueron similares a las de una secadora. El único problema que se tuvo con este modelo sería el tiempo de secado, ya que a pesar de que se usaron temperaturas muy altas (90°C), el secado duró 150 minutos. Por otro lado, este modelo fue aplicado en zanahorias esto puede explicar la razón del tiempo que tardó. La ropa es más porosa y delgada, además de que está en movimiento por el tambor, estas condiciones de las ropas pueden hacer que el tiempo de secado disminuya y no solo eso, también podrían disminuirse las temperaturas. Debido a lo anterior este modelo es considerado para ser sometido a las pruebas para así observar su eficiencia en secadoras de ropa.

## **5. Conclusiones**

El hacer más eficiente el secado en secadoras de ropa puede reducir el gasto energético, y por ende tener impactos económicos y ecológicos positivos. El presente documento hizo una revisión y análisis de distintos modelos matemáticos con potencial de uso en secadoras de ropa. Todos los modelos que fueron presentados muestran características comunes, por ejemplo, la detección de

humedad, el uso de temperatura entre otros. La mayoría de modelos realizan balances de masa y energía, y por medio de éstos es posible determinar la humedad en el objeto de estudio. Por otro lado, hay modelos que no son muy favorables para ser utilizados en las secadoras de ropa ya que implican el realizar aproximaciones o inclusive hacer suposiciones, por lo cual pueden ser descartados, por ejemplo, los modelos de las ecuaciones 9 a 11 donde se utilizaron cilindros y esto hace muy difícil aproximarlos o portar las condiciones de secado a una secadora. Por otra parte, se tienen modelos que, si presentan una buena compatibilidad como los modelos de las ecuaciones 7 y 8, que a pesar de que se secaban zanahorias, sus parámetros pueden ser aproximados o inclusive parámetros como la velocidad y la densidad también se presentan en las secadoras, así mismo otros modelos como el de las ecuaciones 3 a 6 se esperaría que presenten buenos resultados por ya haber sido probados en secadoras.

Hasta ahora no se sabe si estos modelos puedan funcionar correctamente en entornos más hostiles, es decir en condiciones de uso de secadoras de ropa comerciales, donde se mezclen diferentes tipos de ropa y en ocasiones el usuario no coloque una carga completa de ropa. Es evidente que estas variaciones no pueden ser previstas en tiempo real y es aquí donde las variables pueden jugar un factor importante para que el modelo deje de responder adecuadamente. Finalmente teniendo en cuenta estas posibles variaciones se puede decir con certeza que usar ecuaciones si favorece a una buena detección del secado de ropa, ya que son de ayuda a poder predecir la tendencia y el comportamiento de la humedad, para así poder estimar en qué momento se podrán tener niveles de humedad aceptables y con ello poder obtener ahorros de energía y un buen secado sin comprometer la calidad de la ropa, es decir, sin maltratar la ropa, este último un punto importante a mencionar. Así mismo estos modelos ayudan a no depender directamente de herramientas caras y precisas que elevan los costos del producto como es el caso de uso de sensores precisos ya que con el uso de sensores relativamente económicos y haciendo el uso de los modelos matemáticos se pueden tener buenos resultados y reducir costos.

Como trabajo a futuro se simularán los modelos mencionados en este documento. Una vez probados se trabajará con el que mejores resultados demuestre. Para así someterlo a pruebas en una secadora comercial y probarlo bajo condiciones de uso doméstico. Una vez que se compruebe el correcto funcionamiento del sistema se buscará implementarlo en la producción de secadoras de ropa para venta al público.

## **6. Bibliografía y Referencias**

- [1] Abaroa Silva S.I., 2015. Electrodomésticos y la eficiencia energética. Comparativo de precios de lavadoras, pantallas y refrigeradores, Brújula de compra, Procuraduría federal del consumidor (PROFECO), México.
- [2] AMTEX (Industria química). 2005, Método para determinar la humedad. FFJ / PVR, Técnicos analistas, LAC, Responsable de desarrollo, JGF, Responsable de aseguramiento de calidad. Documento CK-G04.
- [3] Amador-Mendoza, A. Cortez-Espinoza, H. Hernan y Lara, E. Martínez-Sánchez C. E. and Ruiz-López I. I. 2011. Modelación matemática del proceso de secado empleando flujo de aire revertido. *Ciencia y mar* 2011, XV (43). P. 49-54.
- [4] Banco Mundial<sup>a</sup>, 2014, Consumo de Energía Eléctrica (kWh per cápita) <https://datos.bancomundial.org/indicador/EG.USE.ELEC.KH.PC?type=shaded&view=map&year=2014> (Visitada 29 agosto 2017).
- [5] Banco Mundial<sup>b</sup>, 2014, Emisiones de CO<sub>2</sub> del Consumo de Combustible Gaseoso. <https://datos.bancomundial.org/indicador/EN.ATM.CO2E.GF.KT?type=shaded&view=map&year=2014> (Visitada 29 agosto 2017).
- [6] CRE (Comisión Regulatoria de Energía), 2017. Precios al Público del gas LP reportados por los distribuidores.
- [7] Di Marco, P. Frigo, S. Gabrielli, R. and Pecchia S. 2016. Mathematical modeling and energy performance assessment of air impingement drying systems for the production of tissue paper. *Journal ELSEVIER*. P. 201-213.
- [8] Franceschi, K. Pérez, S. Niño, Z. and Magarelli, D. 2008. Modelado y simulación del secado de textiles delgados mediante un cilindro calentado

- por inducción eléctrica. Universidad de Carabobo, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Química, Bárbula, Valencia-Venezuela. P35-46.
- [9] INECC (Instituto Nacional de Ecología y Cambio Climático), 2014. Factores de emisión para los diferentes tipos de combustibles fósiles y alternativos que se consumen en México, Coordinación General de Cambio Climático y Desarrollo Bajo en Carbono, Convenio INECC/A1-008/2014, Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT), México.
- [10] Johann, G. Silva, E. A. Motta Lima, O. C. and Pereira, N.C. 2014. Mathematical Modeling of a Convective textile drying process. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*. P. 959-965.
- [11] Ng, B. A. and Deng, S. 2008. A new termination control method for clothes drying process in a clothes dryer. The Hong Kong Polytechnic University. P. 818-829.
- [12] PEMEX, 2000. Hoja de datos de seguridad para sustancias químicas: Gas Natural, Gas y petroquímica básica, Números de identificación ONU: 1971 y 1972, México.
- [13] PEMEX, 2000. Hoja de datos de seguridad para sustancias químicas Gas Licuado del Petróleo, Gas y petroquímica básica, México.
- [14] PROFECO, 2008. El Laboratorio PROFECO reporta, Secadoras de Ropa de Uso Doméstico, NOM-024-SCFI-1998, NMXJ-521/1-ANCE-2005, NMX-J-521/2-11-ANCE-2002, NOM-008-SCFI-2002.
- [15] Rodríguez, V. J. A. and Steegmann, P. C. 2002 Modelos Matemáticos. Universitat Oberta de Catalunya. <https://www.uoc.edu/in3/emath/material.htm> (Visitada 1 septiembre 2017).
- [16] Salazar, D.P. E. 1996. Cálculo de la Humedad Relativa en el Ambiente. Química Braniwein, Manual de Ciencias de la UNESCO. P. 38.
- [17] Yi, T. Dye, C. J. Shurtleff E. M. and Ashrafzadeh, F. 2016. A new physics-based drying model of thin clothes in air-vented clothes dryers. *IEEE/ASME Transactions on mechatronics*. P. 872-878.