

# SINTONIZACIÓN DE UN CONTROLADOR PI APLICADO A UN HORNO EXPERIMENTAL A PARTIR DE LA IDENTIFICACIÓN DE MÚLTIPLES PUNTOS DE LA RESPUESTA EN FRECUENCIA UTILIZANDO UN ALGORITMO GENÉTICO

***Cecilia de los A. Keb Chulin***

Universidad Autónoma de Campeche  
*al049145@uacam.mx*

***César I. Coyoc y Coyoc***

Universidad Autónoma de Campeche  
*al041261@uacam.mx*

***J. Rubén Lagunas Jiménez***

Universidad Autónoma de Campeche  
*jrlaguna@uacam.mx*

***Víctor M. Moo Yam***

Universidad Autónoma de Campeche  
*Victmmoo@uacam.mx*

## Resumen

En este trabajo se presenta una propuesta de sintonización de controladores PI a partir de la identificación de múltiples puntos de la respuesta en frecuencia de un sistema experimental. Los puntos identificados, los cuales se obtienen mediante el método basado en una prueba de escalón en lazo abierto, se utilizan para el diseño de controladores PI, y para modelar sistemas lineales mediante función de transferencia, proponiendo la estructura de un sistema de primer orden más un retardo. Ambos problemas son planteados como un problema de optimización no lineal de mínimos cuadrados sin restricciones. El problema de optimización se resuelve mediante un algoritmo genético simple.

**Palabras claves:** Algoritmo genético, controlador PI, optimización.

## **Abstract**

*This work presents a proposal for tuning PI controllers from the identification of multiple points of the frequency response taking into account an experimental system. The identified points, which are obtained by means of an open-loop step test, are used for the PI controllers design, and for modeling linear systems by transfer function, proposing the structure of a first-order system plus delay. Both problems are stated as a nonlinear least squares unconstrained optimization problem. The optimization problem is solved with a simple genetic algorithm.*

**Keywords:** Genetic algorithm, optimization, PI controller.

## **1. Introducción**

Los controladores PI o PID representan alrededor de un 90% de los controladores operando en el control de procesos industriales y la mayoría de ellos son PI, lo que hace al tema muy atractivo para investigadores e ingenieros de control [Åström, 1995]. No obstante, la sencillez de la estructura de estos controladores, se ha detectado que muchos de estos controladores que se encuentran operando, presentan un desempeño pobre [Åström,1995], [Kristiansson, 2006]. De lo anterior, en este trabajo se presenta una metodología para obtener el modelo matemático de sistemas reales y sintonizar controladores PI o PID robustos de un grado de libertad, que pueda contemplar una gama amplia de aplicaciones, principalmente en control de procesos y en robótica. Las posibles aplicaciones pueden ser de interés práctico y académico. Sobre este tema se han presentado trabajos muy importantes sin embargo, en su mayoría, los resultados presentados no incluyen pruebas en procesos reales [Liu, 2013].

La aplicación de los controladores en la industria es vital para su operación de manera eficiente. El controlador PI es la solución más común a los problemas prácticos de control. En este trabajo se obtiene el modelo matemático del horno experimental en base a la respuesta en lazo abierto de la planta real para una entrada escalón, la estructura propuesta es un sistema lineal de primer orden más retardo. Los parámetros se identificaron mediante el método de múltiples puntos de la respuesta en frecuencia y un método de optimización.

Se usó un algoritmo genético simple para resolver el problema de optimización. A partir del modelo matemático se obtuvo la Región de estabilidad para un controlador PI [Matusu, 2011]. Los parámetros del controlador PI se obtuvieron a partir de los puntos identificados de la respuesta en frecuencia, y mediante optimización mono-objetivo. El problema de optimización se resolvió mediante un algoritmo Genético simple.

## 2. Métodos

En [Wang, 1997] se presenta la idea original para obtener múltiples puntos de la respuesta en frecuencia de un proceso, mediante una prueba de relé en lazo cerrado, eliminando primero los componentes de corriente directa en la entrada y la salida, y luego aplicando la transformada rápida de Fourier (*FFT*) a las señales de entrada y salida de la planta. Para un sistema con respuesta al escalón en lazo abierto como se muestra en la figura 1, la entrada del proceso  $u(t)$  y la salida  $y(t)$  son registradas desde el momento inicial hasta que la salida del sistema alcanza el estado estacionario. Las señales  $u(t)$  y  $y(t)$  no son integrables ya que no tienden a cero en un tiempo finito. No pueden ser transformados directamente al dominio de la frecuencia utilizando la *FFT*. Para que las señales puedan ser transformadas, se multiplican las señales de entrada y de salida por una función exponencial  $e^{-\alpha t}$ , como se muestra en la figura 2.

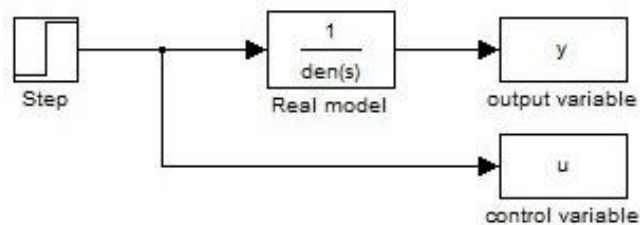


Figura 1 Respuesta al escalón en lazo abierto.

Así, tenemos ecuaciones 1 y 2.

$$\bar{u}(t) = u(t)e^{-\alpha t} \quad (1)$$

$$\bar{y}(t) = y(t)e^{-\alpha t} \quad (2)$$

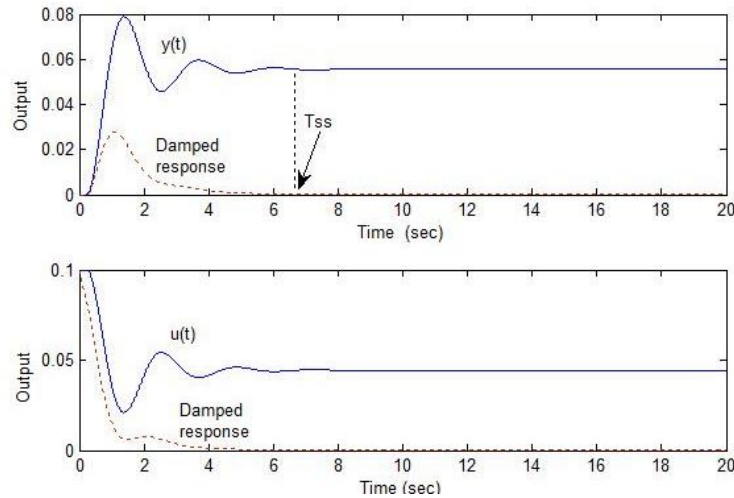


Figura 2 Señales de entrada y salida ( $y(t)$  y  $u(t)$ ).

Tal que  $\bar{u}(t)$  y  $\bar{y}(t)$  tenderán a cero exponencialmente cuando  $t$  tienda a infinito.

Aplicando la transformada de Fourier a las ecuaciones 2 y 3, se obtiene:

$$\bar{U}(j\omega) = \int_0^{\infty} \bar{u}(t)e^{-j\omega t} dt = \int_0^{\infty} \bar{u}(t)e^{-\alpha t} e^{-j\omega t} dt = U(j\omega + \alpha)$$

$$\bar{Y}(j\omega) = \int_0^{\infty} \bar{y}(t)e^{-j\omega t} dt = \int_0^{\infty} y(t)e^{-\alpha t} e^{-j\omega t} dt = Y(j\omega + \alpha)$$

Donde  $G(s) = Y(s)/U(s)$ , para  $s = j\omega + \alpha$ , se tiene ecuación 3.

$$G(j\omega + \alpha) = \frac{Y(j\omega + \alpha)}{U(j\omega + \alpha)} = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} \quad (3)$$

La función de transferencia  $G(j\omega + \alpha)$  dada por la Ecuación 3, puede ser obtenida con la técnica estándar de la FFT [Wang Q. , 1997]. Para obtener  $G(j\omega)$  a partir de  $G(j\omega + \alpha)$ , se aplica la FFT inversa de  $G(j\omega + \alpha)$  como se muestra en ecuación 4.

$$\tilde{g}(kT) := FFT^{-1}(G(j\omega + \alpha)) = g(kT)e^{-\alpha kT} \quad (4)$$

Se sigue entonces que la respuesta del proceso para una entrada escalón  $g(kT)$ :

$$g(kT) = \tilde{g}(kT)e^{\alpha kT}$$

Aplicando la FFT de nuevo a  $g(kT)$  se obtiene la respuesta en frecuencia del proceso:

$$G(j\omega) = FFT(g(kT))$$

El método puede identificar múltiples puntos de la respuesta en frecuencia con una sola prueba [Liu & Gao, 2010; Liu & Shao, 2012; Liu, Wang, & Huang, 2013; Padhy & Majhi, 2006; Wang & Y., 2001; Wang Q. , 1997] Los puntos identificados son utilizados para para obtener el modelo matemático de la planta y para sintonizar controladores PI o PID.

### Identificación y Modelado

Los puntos identificados se obtienen a partir de la respuesta escalón, en lazo abierto, de la planta experimental incluida en el módulo *DL 2155RGT1*, Marca *DE LORENZO*<sup>®</sup>. El módulo, mostrado en la figura 3, incluye un pequeño horno con un elemento de calentamiento, etapa de potencia y tres sensores de temperatura (termopar, termistor y termo-resistencia), además de los circuitos de interfaz correspondientes.

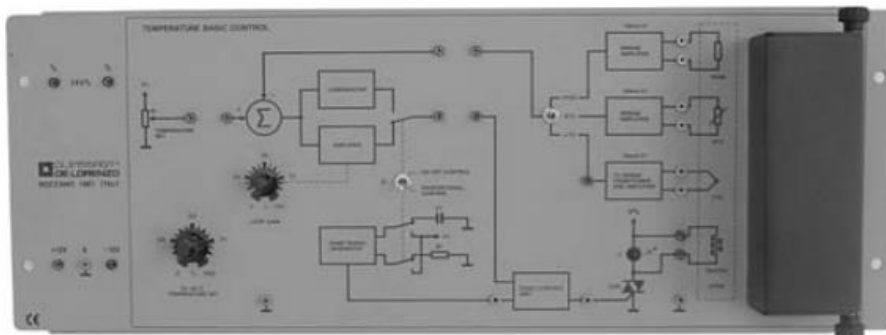


Figura 3 Módulo DL 2155RGT1.

El controlador PI o PID analógico se encuentra en el módulo DL 2155RGT2, mostrado en la figura 4. Este módulo incluye dos generadores de señales de referencia, un nodo de comparación y tres acciones de control (proporcional, integral y derivativa). Indicador digital de temperatura 100 mV/°C. Esta tarjeta es complementaria a la tarjeta DL2155RGT1 ya que usa su horno, el elemento de calentamiento y los transductores de temperatura. Alimentación: ±15 VDC, 100 mA y + 5 VDC, 150 mA.

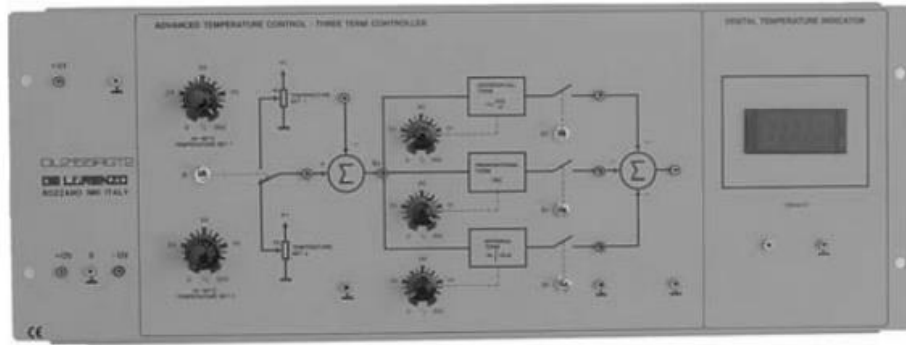


Figura 4 Modulo DL 2155RGT2.

Obtención de la Función de transferencia del Horno experimental

La estructura propuesta para la Planta experimental es un sistema lineal de primer orden más retardo, como se muestra en la ecuación 5. La ganancia estática está representada por  $k$ , La constante de tiempo por  $T$  y un retardo  $L$ .

$$G(s) = \frac{k}{Ts+1} e^{-Ls} \quad (5)$$

Para obtener el modelo matemático del horno experimental, Se requiere contar con la respuesta en frecuencia de la planta  $G(j\omega_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, M$ , para que esta, tome la forma de  $G(s)$  dada por la ecuación 5, tal que

$$G_m(j\omega_i) = \frac{k}{T(j\omega_i) + 1} e^{-L(j\omega_i)}$$

Para  $i=1, 2, \dots, M$ , donde  $M$  es el número de puntos identificados

Entonces, es conveniente presentar a  $G_m(j\omega_i)$  en un arreglo como se muestra en la ecuación 6.

$$G_m'(j\omega_i) = \begin{bmatrix} \text{Real}(G_m(j\omega_i)) \\ \text{Imag}(G_m(j\omega_i)) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Y los puntos identificados de  $G(j\omega_i)$ :

$$G'(j\omega_i) = \begin{bmatrix} \text{Real}(G(j\omega_i)) \\ \text{Imag}(G(j\omega_i)) \end{bmatrix}$$

La función objetivo [Gavin, 2013], [Griva, 2009], [Transtrum, 2012], se plantea por medio de la ecuación 7

$$y = \sum_1^m |G'_m(j\omega_i) - G'(j\omega_i)|^2 \quad (7)$$

Los parámetros de la planta se obtienen minimizando la función objetivo ( $y$ ), mediante un algoritmo genético simple [Jamshidi, 2003], [Holland, 1975].

### Diseño del Controlador PI

El sistema de control se muestra en la figura 5, donde  $C(s)$  corresponde al controlador *PI* y  $G(s)$  es el modelo del horno experimental.  $R(s)$  y  $V(s)$  son las señales de *Set-point* y Perturbación de carga respectivamente.

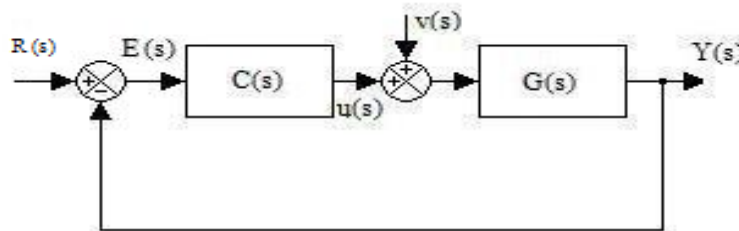


Figura 5 Sistema de control.

El modelo del controlador *PI*, es presentado por medio de la ecuación 8.

$$C(s) = kc \left( 1 + \frac{1}{tis} \right) \quad (8)$$

Para diseñar el controlador *PI*, Se utiliza el método de igualar la respuesta de lazo cerrado, en el dominio de la frecuencia, de la planta experimental en cascada con el controlador, con la respuesta deseada de una planta de segundo orden más un retardo.

Se supone que múltiples puntos de la respuesta en frecuencia del proceso  $G(j\omega_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , están disponibles. Las especificaciones de control pueden ser formuladas como una función de transferencia en lazo cerrado, ecuación 9.

$$H_d = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} e^{-Ls} \quad (9)$$

Donde  $L$  es el tiempo muerto aparente del proceso,  $\omega_n$  y  $\zeta$  dominan el comportamiento de la respuesta en lazo cerrado deseado. Los valores de  $\zeta$  y  $\omega_n L$  son 0.707 y 2 respectivamente, lo cual corresponde a un sobrepaso de la

respuesta, para una entrada escalón de alrededor del 5%, el margen de fase es de  $60^\circ$  y el margen de ganancia es de 2.2 [Liu, 2013]. La función de transferencia en lazo abierto correspondiente a  $H_d$  es:

$$G_d = \frac{H_d}{1 - H_d}$$

El diseño del controlador  $C(s)$  es de tal forma que  $CG(s)$  es igualado a  $G_d$  en el dominio de la frecuencia, tanto como sea posible. Entonces, el sistema resultante tendrá el funcionamiento deseado. El controlador PI deseado, se puede obtener minimizando la función objetivo [Gavin, 2013], mostrada en la ecuación 10.

$$y = \sum_1^m |CG'(jw_i) - G'_d(jw_i)|^2 \quad (10)$$

En este trabajo, la función objetivo es minimizada por medio de un algoritmo genético simple, usando la caja de herramientas de optimización incluida en MATLAB®. El intervalo para los valores de los parámetros del controlador  $PI$ , es obtenido a partir de la Región de estabilidad para un controlador  $PI$  [Matusu, 2011].

### 3. Resultados

El modelo matemático de la Planta experimental se obtuvo a partir de minimizar la función objetivo, dada por la ecuación 7. La función de transferencia del horno está representada por la ecuación 11.

$$G(s) = \frac{2.12}{369s+1} e^{-25.5s} \quad (11)$$

El modelo matemático se obtuvo a partir de la identificación de algunos puntos de la Respuesta en Frecuencia. En la figura 6 se muestran los puntos identificados en el dominio de la frecuencia.

La Región de estabilidad, mostrada en la figura 7, para el controlador  $PI$  fue obtenida de acuerdo a [Matusu, 2011].

Los Intervalos de los parámetros  $k$ ,  $T$  y  $L$ , que fueron dados como datos al algoritmo genético son: Inferior= [0, 0, 0] y Superior= [10, 1000, 50]. Los valores óptimos que se obtuvieron son:  $k=2.12$ ,  $T=369.6$  y  $L=25.5$ .



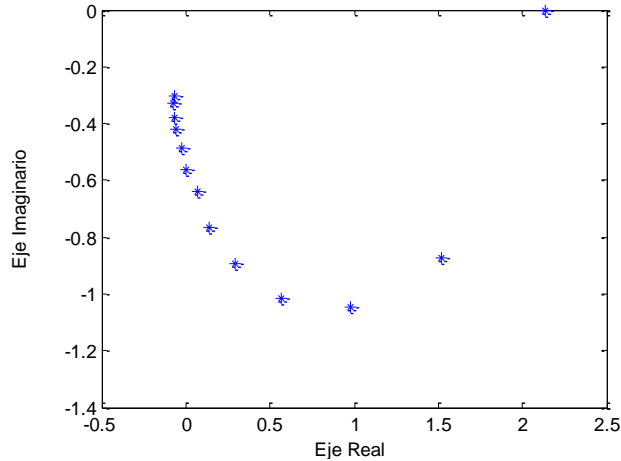


Figura 6 Puntos identificados en el dominio de la frecuencia.

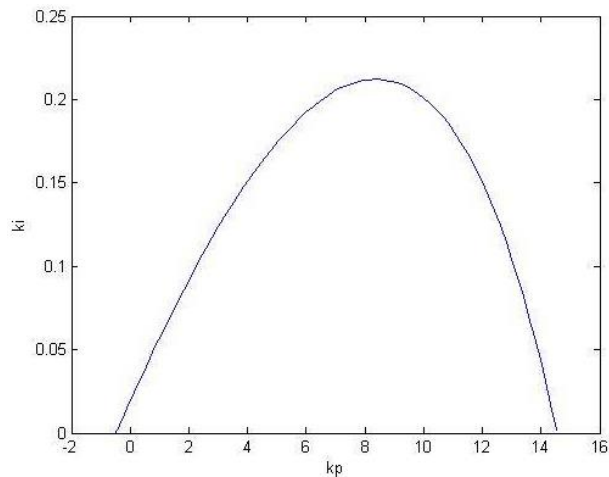


Figura 7 Región de estabilidad para el controlador *PI*.

Los parámetros del Algoritmo Genético fueron:

- No de Generaciones: 1000
- Tamaño de la Población: 70
- Probabilidad de Cruzamiento: 0.8

### Desempeño del Controlador *PI*

Los Intervalos de los parámetros  $k_c$  y  $k_i$  que fueron dados como datos al algoritmo genético son: Inferior= [0 0] y Superior= [10 0.2]. Estos valores son considerados, en base a la Región de estabilidad mostrada en la figura 7. El valor del tiempo muerto aparente ( $L$ ) fue de veinte.

Los valores óptimos que se obtuvieron son:  $k_c=4.4$  y  $k_i=0.027$ .

Los parámetros del Algoritmo Genético fueron:

- No de Generaciones: 300
- Tamaño de la Población: 70
- Probabilidad de Cruzamiento: 0.8

Con el controlador *PI* sintonizado se obtuvo la respuesta en el tiempo del sistema de control de temperatura del horno experimental, como se muestra en la figura 8, en esta figura se aprecia la respuesta al escalón de entrada de referencia (*Set-point*) y la perturbación de carga, que se presenta en un tiempo de 1740 segundos. Los principales valores de la respuesta al cambio de referencia son: Máximo sobrepaso 10%, tiempo de máximo sobrepaso 192 segundos y tiempo en estado estable de alrededor de 700 segundos. El valor de la perturbación de carga es de 2.

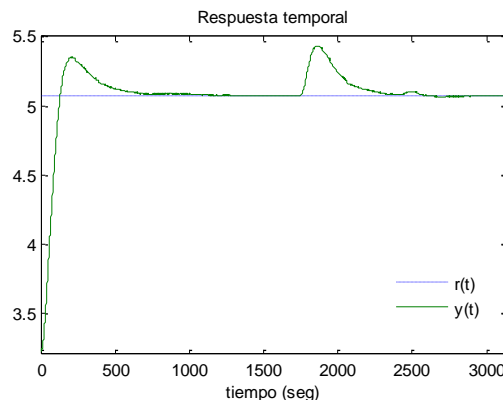


Figura 8 Señales de variable controlada para entradas de referencia y perturbación carga.

En la figura 9 se presentan las señales de Error, de control y de perturbación de carga. En esta figura se puede apreciar que la forma de la señal de perturbación de carga, se da como una señal escalón de valor igual a dos. En la misma figura 9 se aprecia que la señal de error tiende a cero, por lo cual se concluye que el error en estado estable es igual a cero.

En la figura 10 se presentan todas las señales obtenidas en la prueba que se hizo al sistema de control y las cuales fueron obtenidas a través de una tarjeta de adquisición de datos de 12 bits de resolución y el Software DASY-LAB®.

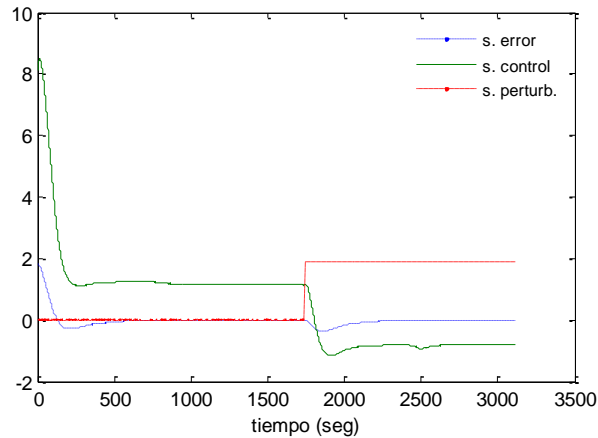


Figura 9 Señales de: Error, Control y Perturbación de carga.

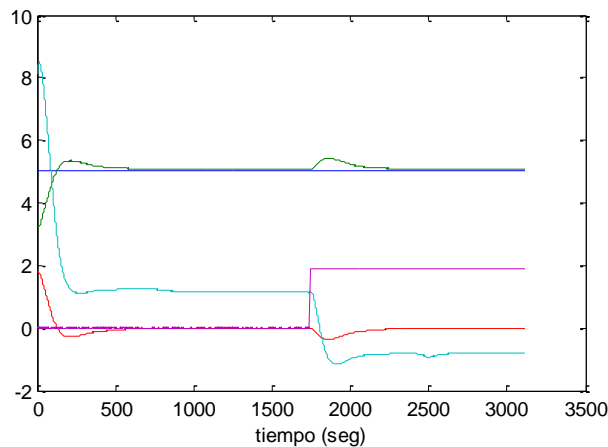


Figura 10 Todas las señales involucradas en el control de temperatura.

#### 4. Discusión

La mayoría de los trabajos sobre el diseño de controladores basados en la identificación de múltiples puntos de la respuesta en frecuencia presentan sus resultados por medio de simulaciones. En esta investigación se abordó una aplicación de control a una planta real, con todas las implicaciones técnicas que conlleva. A pesar de que se tuvo que agregar un sumador externo al módulo de control, para poder aplicar la señal de perturbación de carga  $v(t)$ , como se muestra en la figura 5, los valores de la variable controlada (temperatura), son totalmente congruentes con las especificaciones de control, dadas por los valores de  $\zeta$  y  $\omega_n L$  en la ecuación 9, los cuales son: 0.707 y 2 respectivamente. Estos valores de  $\zeta$  y  $\omega_n L$  corresponden a un sobrepaso máximo, de la respuesta a una entrada

escalón, de alrededor del 5%, margen de fase de  $60^\circ$  y margen de ganancia de 2.2. Los valores que se obtuvieron para el Margen de fase fueron de  $34.5^\circ$ , y margen de ganancia igual a 2.46. En cuanto al Máximo sobrepaso fue de alrededor del 10%, como se puede apreciar en la figura 8. De acuerdo a las especificaciones y al desempeño del controlador, se puede ver que las diferencias no son significativas, considerando que la Planta experimental contiene dinámicas no consideradas en el modelo matemático. Otro aspecto no considerado en trabajos parecidos a este, es la prueba de perturbación de carga. Otro aspecto importante a considerar en los sistemas de control es la saturación del actuador. En los resultados obtenidos se puede observar que la salida de control se mantiene dentro de los valores adecuados, por lo que el actuador no se satura. Finalmente se puede ver en la figura 8 que la variable controlada varía de forma suave y definida.

## 5. Conclusiones

Es importante mencionar que tanto la función de transferencia como la sintonización del controlador *PI*, se obtuvieron en base a la identificación de múltiples puntos de la respuesta en frecuencia, de la Planta experimental, donde los datos en el dominio del tiempo, de entrada y salida de la Planta, fueron convertidos al dominio de la frecuencia mediante la *FFT*. Los resultados de las pruebas al cambio de referencia y perturbación de carga son satisfactorios, como lo demuestran las curvas presentadas en las figuras 8, 9 y 10. En el problema de sintonización del controlador, vale la pena resaltar, que el espacio de búsqueda válido para el problema de optimización, fue considerado en base a la Región de Estabilidad del controlador *PI*. Por los resultados, se puede concluir también que, un controlador *PI* es suficiente para controlar procesos que se comportan como sistemas de primer orden más retardo. Para trabajos futuros vale la pena abordar el problema de control como un problema de optimización multiobjetivo, donde un objetivo este en relación con la respuesta al *Set-point* y el otro al rechazo de la perturbación.

## 6. Bibliografía y Referencias

- [1] Åström, K., & Hägglund, T., PID Controllers: Theory, Design and Tuning. North Carolina: Instrument Society of America, 1995
- [2] Gavin, H., The Levenberg-Marquardt, Method for nonlinear least squares curve-fitting problems. Department of Civil and Environmental Engineering Duke University, 2013.
- [3] Griva, I., Nash, S., & Ariela, S., Linear and Nonlinear Optimization. Society for Industrial Mathematics, 2009.
- [4] Holland, J., Adaptation in Natural and Artificial Systems. Michigan: University of Michigan Press, 1975.
- [5] Jamshidi, M., Coelho, L., Santos, D., Krohling, R.A, & Fleming, P., Robust Control Systems With Genetic Algorithms. CRC Press LLC, 2003.
- [6] Kristiansson, B., & Lennartson, B., Robust tuning of PI and PID Controllers. IEEE Control Systems Magazine, 55-69, 2006.
- [7] Liu, T., & Gao, F., A frequency domain step identification method for continuous-time. Journal of Process Control, 800-809, 2010.
- [8] Liu, T., & Shao, C., Closed-loop step identification of low-order continuous-time process model with time delay for enhanced controller autotuning. Int. J. Systems, Control and Communications, 225-249, 2012.
- [9] Liu, T., Wang, Q., & Huang, H., A tutorial review on process identification from step or relay feedback test. Journal of Process Control, 1597-1623, 2013.
- [10] Shin, G., Song, Y., Lee, T., & Choi, H., Genetic Algorithm for Identification of Time Delay Systems from Step Responses. International Journal of Control Automation and Systems, 79-85, 2007.
- [11] Matusu, R., Computation of Stability Regions for PID Controllers. WSEAS, 210- 213, 2011.
- [12] Padhy, P., & Majhi, S., Relay based PI\_PID design for stable and unstable FOPDT processes. Computer & Chemical Engineering, 790-796, 2006.

- [13] Transtrum, B., & Sethna, J., Improvements to the Levenberg-Marquardt algorithm for nonlinear least-squares minimization. *Journal of Computational Physics*, 2012.
- [14] Wang, Q., Process Frequency Response Estimation from Relay Feedback. *Control Eng. Practice*, 1293-1302, 1997.
- [15] Wang, Q., & Y., Z., Robust identification of continuous systems with dead time from step responses. *Automatica*, 377-390, 2001.