

# Cinemática inversa, Fanuc LR Mate 200ic

**José Guadalupe Zavala Villalpando,**

Departamento de Ingeniería Mecatrónica  
Instituto Tecnológico de Celaya  
*kg.zavala@itcelaya.edu.mx*

**Sebastián Alfonso Guzmán Blanco,**

Departamento de Ingeniería Mecatrónica  
Instituto Tecnológico de Celaya  
*atlas\_1221@mail.com*

**Juan José Galván Mandujano,**

Departamento de Ingeniería Mecatrónica  
Instituto Tecnológico de Celaya  
*ba\_rc\_el\_ona08@hotmail.com*

## RESUMEN

En el presente trabajo se muestra la metodología para llevar a cabo un análisis de cinemática inversa de un robot Fanuc LR Mate 200ic. Se habla un poco acerca de algunos conceptos necesarios para la mejor comprensión del lector. Además, de presentar las ecuaciones necesarias para realizar del análisis cinemático directo e inverso para corroborar resultados. En el desarrollo cinemático inverso se muestran las cuatro posibilidades que tiene el efector final de alcanzar un punto y se plantean las consideraciones para que el manipulador físicamente lo logre. Las ecuaciones de la cinemática directa e inversa fueron evaluadas en MATLAB y los resultados comparados con las posiciones que muestra el controlador del manipulador.

**Palabras clave:** Robot, cinemática, parámetros, rotación, desplazamiento, regla de la mano derecha.

## 1. Introducción.

La cinemática del brazo del robot, trata con el estudio analítico de la geometría del movimiento de un robot, con respecto a un sistema de coordenadas de referencia fijo como una función del tiempo, sin considerar las fuerzas/momentos que ocasionan dicho movimiento.

Existen dos cuestiones fundamentales, ambas de interés teórico y práctico en la cinemática del robot:

- El problema cinemático directo: Dados los valores de las variables articulares de los pares cinemáticos y los parámetros geométricos de los eslabones, ¿cuál es la orientación y la posición del efector final del robot con respecto a un sistema de coordenadas de referencia?
- El problema cinemático inverso: Dada una posición y orientación del efector final del manipulador y los parámetros geométricos de los eslabones con respecto a un sistema de coordenadas de referencia, ¿puede el robot alcanzar la posición y orientación que se desea tener en el efector final?, y si puede, ¿qué valores deben tener las variables articulares de los pares cinemáticos para satisfacer dicha ubicación y orientación?

Este trabajo tiene por objetivo mostrar la metodología para realizar el análisis de la cinemática inversa del manipulador FanucLR Mate 200ic (ver figura 1).



Figura 1. Robot Fanuc LR Mate 200ic.

## 2. Método

Para abordar el análisis cinemático directo es importante conocer algunos conceptos como lo son: Parámetros de Denavit Hartenberg (Parámetros DH) y Matrices de transformación.

### Parámetros DH

Estos parámetros permiten definir una representación de las relaciones de translación y rotación entre los enlaces adyacentes, que a continuación se describen[1].

$b_i$  (*Desplazamiento de la articulación*). Longitud de las intersecciones de las perpendiculares comunes en el eje de articulación  $Z_i$ , es decir,  $O_i$  y  $O'_i$ . Ésta es la posición relativa de los eslabones  $i-1$  e  $i$ . Esto se mide como la distancia entre  $X_i$  y  $X_{i+1}$  a lo largo de  $Z_i$ .

$\theta_i$  (*Ángulo de la articulación*). Es el ángulo entre las proyecciones ortogonales de las perpendiculares normales  $X_i$  y  $X_{i+1}$  a un plano perpendicular del eje de la articulación  $Z_i$ .

La rotación es positiva cuando se realiza en el sentido contrario a las manecillas del reloj. Es el ángulo relativo entre los eslabones  $i-1$  e  $i$ . Esto se mide como el ángulo entre  $X_i$  y  $X_{i+1}$  alrededor de  $Z_i$ .

$a_i$ (Longitud del eslabón). La longitud entre  $O_i$  y  $O_{i+1}$ . Esto se mide como la distancia entre las perpendiculares comunes a los ejes  $Z_i$  y  $Z_{i+1}$  a lo largo de  $X_{i+1}$ .

$\alpha_i$ (Ángulo de torsión). El ángulo entre las proyecciones ortogonales de los ejes de articulación  $Z_i$  y  $Z_{i+1}$  sobre un plano perpendicular a la perpendicular común. Esto se mide como el ángulo entre los ejes  $Z_i$  y  $Z_{i+1}$  alrededor del eje  $X_{i+1}$  para que se tome como positivo cuando la rotación se realiza en el sentido contrario a las manecillas del reloj[3].

Los cuatro parámetros que se mencionan arriba se definen en forma secuencial cuando se mueve desde el eslabón  $i-1$  al eslabón  $i+1$  a través del eslabón  $i$ . Además de los primeros dos parámetros, es decir,  $b_i$  y  $\theta_i$ , definen la posición relativa de los eslabones  $i-1$  e  $i$ , mientras que los dos últimos dos,  $a_i$  y  $\alpha_i$ , describen el tamaño y la forma del eslabón  $i$  que siempre son constantes. Los parámetros  $b_i$  y  $\theta_i$ , son variables articulares de un par cinemático prismático y un par de revoluta respectivamente.

Cabe destacar la posibilidad que al obtener los parámetros DH alguna distancia puede adquirir signo negativo, esto es debido a la metodología para obtenerlos; para mostrar un ejemplo consideraremos la figura 5; según la metodología  $b_i$  es la distancia desde  $X_4$  hacia  $X_5$  en dirección positiva de  $Z_4$ , la dirección de  $X_4$  hacia  $X_5$  es la misma que la de  $Z_4$ , pero considerando que tienen sentido opuesto, se debe de agregar un signo "-".

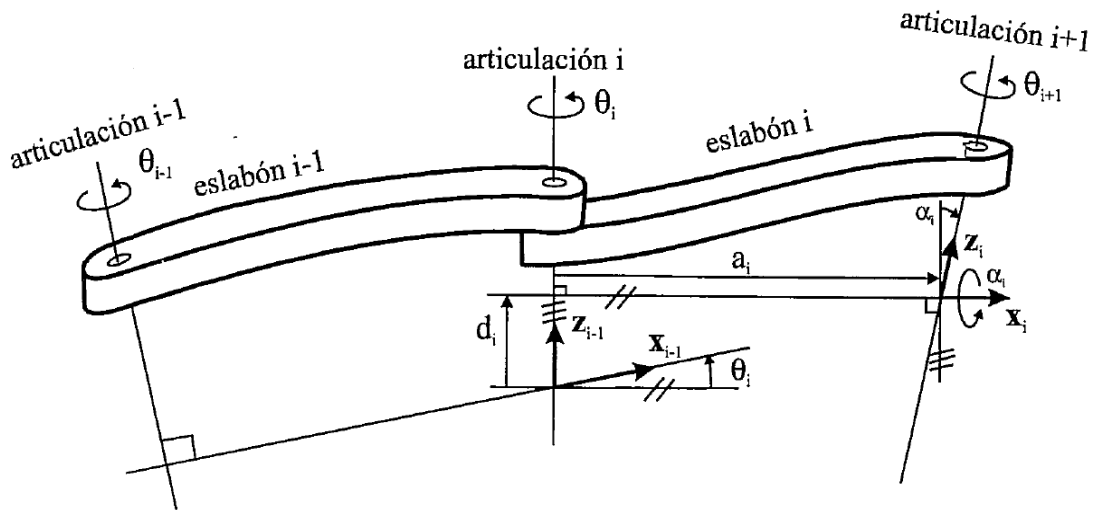


Figura 2. Parámetros DH para eslabón giratorio.

### Matrices de transformación.

La matriz de transformación es una matriz de 4x4 que transforma un vector de posición, expresado en coordenadas desde un sistema de coordenadas hasta otro sistema de coordenadas [2]. En la figura 3 se puede apreciar un ejemplo de desplazamiento y rotación de un sistema de referencia móvil con respecto del fijo, que se logra desde A hasta C.

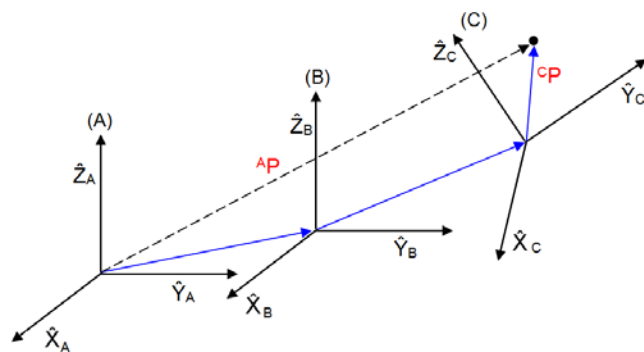


Figura 3. Desplazamiento y rotación con respecto a un marco fijo.

Una matriz de transformación está compuesta de cuatro submatrices:

$$T = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & p_{3 \times 1} \\ f_{1 \times 3} & 1 \times 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Matriz de rotación} & \text{Vector de posición} \\ \text{Transformación de perspectiva} & \text{Escalado} \end{bmatrix} \quad (1)$$

La matriz de rotación es una submatriz de 3x3 que en este caso se utiliza para definir la orientación de un cuerpo con respecto a un marco de referencia fijo. El vector de posición es una matriz de 3x1 que en este caso sirve para definir la ubicación de un cuerpo con respecto de un marco de referencia fijo. La matriz de transformación de perspectiva, es una matriz de 1x3, que en aplicaciones de robótica es una matriz de ceros. Mientras que el escalado es una matriz de 1x1 que en aplicaciones de robótica tiene valor de 1.

Cada eslabón del robot tiene una matriz de transformación, la cual tiene la forma:

$${}^i T_{i+1} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & b_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Siendo  $b_i$ ,  $\theta_i$ ,  $a_i$ ,  $\alpha_i$ , los parámetros DH. Cabe mencionar que para definir completamente la ubicación y orientación del efector final, se multiplican todas las matrices de transformación, en el orden: matriz de transformación de eslabón  $i$  por la matriz de transformación del eslabón  $i+1$ , el resultado se multiplica por  $i+2$  y así sucesivamente hasta haber multiplicado todas las matrices.

## Procedimiento

El siguiente procedimiento describe el proceso que se realizó para el análisis cinemático del manipulador en estudio.

**1.- Elaborar diagrama de alambre.** El diagrama de alambre es una representación del robot en la cual se enfatiza en la representación de los pares cinemáticos (ver figura 4).

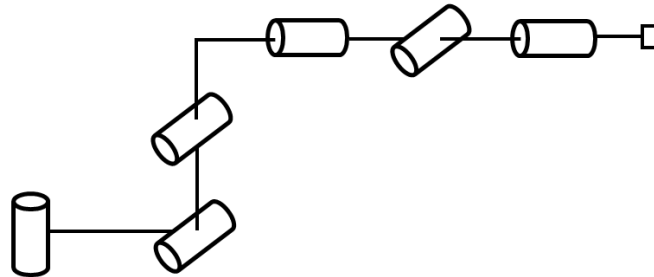


Figura 4. Diagrama de alambre del Fanuc LR Mate 200ic.

**2.- Definir las rotaciones positivas, marco de referencia fijo y móvil, también las longitudes necesarias.** Para conocer el sentido positivo de las rotaciones, es necesario manipular el robot en modo JOINT (en esta una modalidad es posible desplazar cada articulación en forma individual), se acciona cada articulación presionando su respectivo botón de giro positivo y se observa en qué sentido rota la articulación. Las dimensiones fueron tomadas de la hoja de datos del fabricante [5].

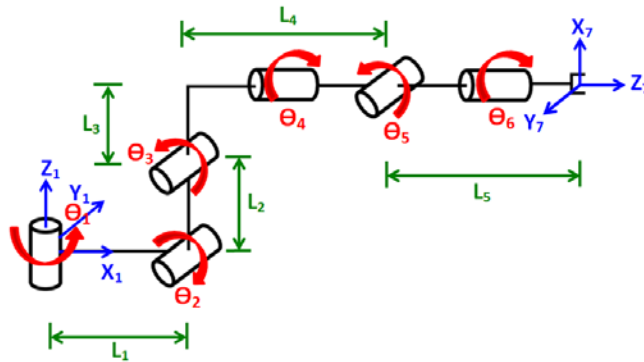


Figura 5. Determinación de rotaciones y longitudes necesarias.

**3.- Determinar los ejes de cada una de las articulaciones.** A cada par cinemático se le asigna un sistema de referencia mediante la regla de la mano derecha, siendo el sentido de giro positivo de la articulación el mismo sentido en el que se cierra la mano. La dirección en la que queda apuntando el pulgar será la dirección positiva de Z para cada sistema de referencia. Además en el lugar del efector final se asigna un eje Z en este caso sería el  $Z_7$  que se muestra en la figura número 5, el cual suele dibujarse en dirección hacia afuera del último eslabón del robot.

Luego se determinan las direcciones de los ejes X para cada sistema de referencia. Se comienza por determinar el eje X del sistema de referencia 2, ya que la dirección positiva de  $X_i$  debe ser perpendicular al eje  $Z_i$  y  $Z_{i-1}$  y de ser posible, estar en dirección hacia afuera del eslabón. Finalmente el eje  $X_1$  se suele colocar en la misma dirección que  $X_2$ .



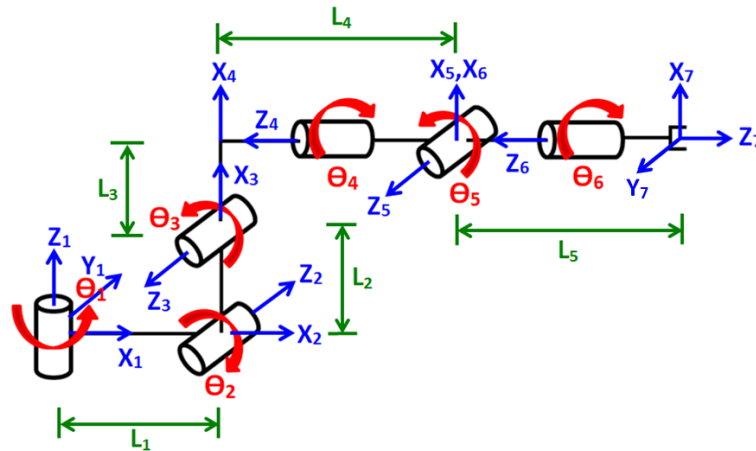


Figura 6. Determinación sistemas de referencia.

#### 4.- Determinación de los parámetros de Denavit Hartemberg.

Tabla 1. Parámetros DH.

Eslabón	$b_i$	$\theta_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	0	$\theta_1$	$L_1$	-90
2	0	$\theta_2$	$L_2$	180
3	0	$\theta_3$	$L_3$	-90
4	- $L_4$	$\theta_4$	0	90
5	0	$\theta_5$	0	-90
6	- $L_5$	$\theta_6$	0	180

5.- Determinación de las matrices de transformación pertenecientes a cada articulación. Para llenar dichas matrices se utilizan los parámetros DH de cada eslabón, por lo tanto habrá el mismo número de matrices de transformación que de eslabones (para este caso 6). Las matrices de transformación describen la forma en

que cada par cinemático y eslabón va modificado la ubicación y orientación de su marco de referencia asociado. Al hacer el recorrido desde el sistema de referencia fijo a través de cada eslabón, se llega al sistema de referencia del efector final.

La matriz de rotación usada es la siguiente [4] :

$$R_{XYZ}(\gamma, \beta, \alpha) = \begin{bmatrix} CaC\beta & CaS\beta Sy - SaCy & CaS\beta Cy - SaSy \\ SaC\beta & SaS\beta Sy + CaCy & SaS\beta Cy - CaSy \\ -S\beta & C\beta Sy & C\beta Cy \end{bmatrix} \quad (3)$$

Donde  $\gamma, \beta, \alpha$  significan las rotaciones del marco móvil con referenciados a los ejes X, Y y Z del marco fijo, respectivamente.

- Matriz de transformación general.

$$MT = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & b_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

- Matrices de transformación de los eslabones del 1 al 6.

$${}^1T^2 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & -S\theta_1 & L_1 C\theta_1 \\ S\theta_1 & 0 & C\theta_1 & L_1 S\theta_1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$${}^2T^3 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & S\theta_2 & 0 & L_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & -C\theta_2 & 0 & L_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$${}^3T^4 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & 0 & -S\theta_3 & L_3 C\theta_3 \\ S\theta_3 & 0 & C\theta_3 & L_3 S\theta_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$${}^4T^5 = \begin{bmatrix} C\theta_4 & 0 & S\theta_4 & 0 \\ S\theta_4 & 0 & -C\theta_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -L_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$${}^5T^6 = \begin{bmatrix} C\theta_5 & 0 & -S\theta_5 & 0 \\ S\theta_5 & 0 & C\theta_5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$${}^6T^7 = \begin{bmatrix} C\theta_6 & S\theta_6 & 0 & 0 \\ S\theta_6 & -C\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -L_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Entonces la matriz de transformación total (desde el sistema de referencia 1 hasta el 7) es:

$${}^1T^7 = {}^1T^2 * {}^2T^3 * {}^3T^4 * {}^4T^5 * {}^5T^6 * {}^6T^7 \quad (11)$$

### Cinemática Inversa

Para realizar la cinemática inversa son muy útiles las matrices de transformación de cada eslabón, por lo tanto es necesario llevar a cabo los 5 pasos que se mencionaron con anterioridad.

Para determinar la ubicación final de un robot de tres grados de libertad existen métodos geométricos y algebraicos. En general, no basta con posicionar el extremo del robot en un punto del espacio, casi siempre es preciso también conseguir que la herramienta que aquel porta se oriente de una manera determinada. Para ello, los robots cuentan con otros tres grados de libertad adicionales, situados al final de la cadena cinemática y cuyos ejes, generalmente se cortan en un punto, que informalmente se denomina muñeca del robot. Si bien la variación de estos últimos tres grados de libertad origina un cambio en la posición final del extremo real del robot, su verdadero objetivo es poder orientar la herramienta del robot libremente en el espacio.

El “*método de desacoplamiento cinemático*” saca partido de este hecho, separando ambos problemas: posición y orientación. [5]

- Desacoplamiento cinemático.

Considerando la figura 6, se puede apreciar que  $\vec{P}_f = \vec{P}_m - \vec{S}$ .

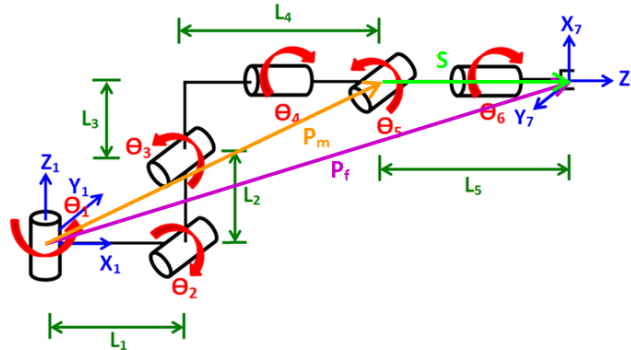
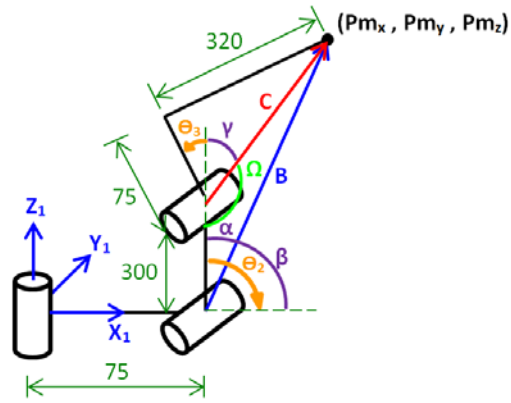


Figura 7. Desacoplamiento cinemático.

Lo que interesa encontrar es la ubicación del Punto de la muñeca ( $\vec{P}_m$ ). Siendo  $S = L_5 Z_6$ ,  $L_5$  es la longitud del eslabón 5 y  $Z_6$  la tercer columna de la matriz de rotación que se encuentra dentro de la matriz de transformación final.

$$P_m = P_f - L_5 Z_6 \quad (12)$$

En la figura 7 se muestra la simplificación obtenida por el desacoplamiento cinemático que es una configuración angular (todas las medidas son en mm). Este tipo de manipuladores cuentan con cuatro posibilidades de alcanzar un punto en el espacio, pero algunas de ellas no las logrará por su espacio de trabajo que es determinado por su estructura mecánica.



**Figura 8. Simplificación del robot.**

El análisis cinemático inverso se realizó utilizando el método geométrico para obtener las ecuaciones que determinaran los valores articulares de los primeros tres pares cinemáticos, quedando de la siguiente manera los cuatro casos:

Caso 1.

De la figura 8 se determinó que el eje  $x_2$  está en la misma dirección que el vector resultante del punto del desacoplamiento y el ángulo  $\gamma$  gira en el sentido de las manecillas del reloj. Con las ecuaciones 13 a la 22 se resuelve el problema cinemático inverso para los primeros 3 grados de libertad. Para este modelo de manipulador se deben de hacer consideraciones adicionales en los ángulos  $\theta_2$  y  $\theta_3$  las cuales se determinan en las ecuaciones 23 y 24.

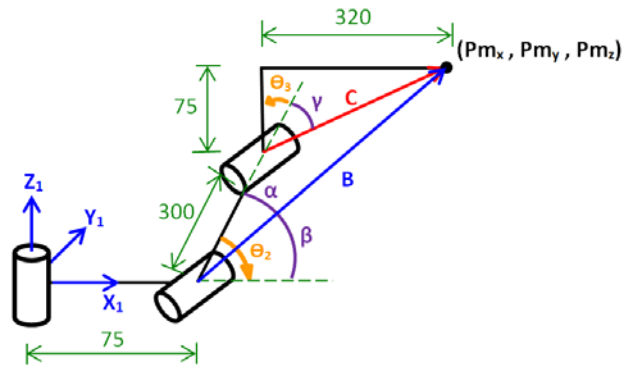


Figura 8. Caso1.

$$\theta_1 = \text{atan2}\left(\frac{Pm_y}{Pm_x}\right) \quad (13)$$

$$C = \sqrt{320^2 + 75^2} \quad (14)$$

$$B = \sqrt{\left(\sqrt{Pm_x^2 + Pm_y^2} - 75\right)^2 + Pm_z^2} \quad (15)$$

$$\text{Cosy} = \frac{B^2 - L_2^2 - C^2}{2L^2C} \quad (16)$$

$$\text{Seny} = \sqrt{1 - \text{Cosy}} \quad (17)$$

$$\gamma = \text{atan2}\left(\frac{\text{Seny}}{\text{Cosy}}\right) \quad (18)$$

$$\theta_3 = \text{atan2}\left(\frac{320}{75}\right) - \gamma \quad (19)$$

$$\beta = \text{atan2}\left(\frac{Pm_x}{\pm\sqrt{Pm_x^2 + Pm_y^2 - 75}}\right) \quad (20)$$

$$\alpha = \text{atan2}\left(\frac{C * Sen\gamma}{L_2 C * Cos\gamma}\right) \quad (21)$$

$$\theta_2 = -(\beta + \alpha) \quad (22)$$

$$\theta_2^e = \theta_2^c + 90 \quad (23)$$

$$\theta_3^e = \theta_3^c + \theta_2^e \quad (24)$$

## Caso 2

En este caso  $\theta_1$  es calculada con la ecuación 1 y para  $\theta_2$  y  $\theta_3$  se usan las ecuaciones 25 y 26, respectivamente. Tomando los cálculos necesarios del caso anterior. Sin olvidar que el eje  $x_2$  debe tener su dirección apuntando hacia la posición del efector final y el ángulo  $\gamma$  gire en el sentido contrario a las manecillas del reloj, además de tomar en cuenta las ecuaciones 27 y 28 para poder obtener la compensación adecuada para  $\theta_2$  y  $\theta_3$ , como se puede observar en la figura 9.

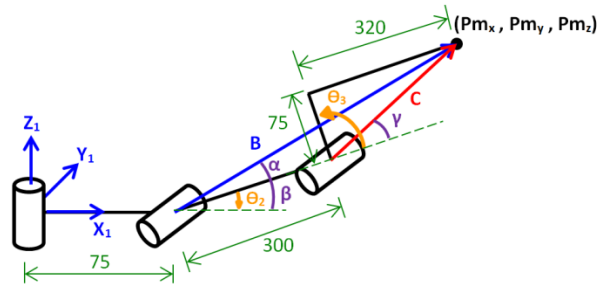


Figura 9. Caso 2.

$$\theta_3 = \text{atan2}\left(\frac{320}{75}\right) + \gamma \quad (25)$$

$$\theta_2 = -(\beta - \alpha) \quad (26)$$

$$\theta_2^t = \theta_2^c + 90 \quad (27)$$

$$\theta_3^t = \theta_3^c + \theta_2^t \quad (28)$$

### Caso 3

Este inciso se determinó considerando que el eje  $x_2$  está en dirección contraria al vector resultante del punto del desacoplamiento y el ángulo  $\gamma$  gire en el sentido de las manecillas del reloj. Los cálculos necesarios para determinar los valores articulares se encuentran aplicando las ecuaciones de la 29 a la 39. Recordando que se deben tomar en cuenta las ecuaciones 40 y 41 para este manipulador.

Para 'y' negativa

$$\theta_1 = \text{atan2}\left(\frac{Pm_y}{Pm_x}\right) + 180 \quad (29)$$



Para 'y' positiva

$$\theta_1 = \text{atan2}\left(\frac{Pm_y}{Pm_x}\right) - 180 \quad (30)$$

$$C = \sqrt{320^2 + 75^2} \quad (31)$$

$$B = \sqrt{\left(\sqrt{Pm_x^2 + Pm_y^2} + 75\right)^2 + Pm_z^2} \quad (32)$$

$$\text{Cosy} = \frac{B^2 - 300^2 - C^2}{600 * C} \quad (33)$$

$$\text{Seny} = \sqrt{1 - \text{Cosy}} \quad (34)$$

$$\gamma = \text{atan2}\left(\frac{\text{Seny}}{\text{Cosy}}\right) \quad (35)$$

$$\theta_3 = \text{atan2}\left(\frac{320}{75}\right) + \gamma \quad (36)$$

$$\beta = \text{atan2}\left(\frac{Pm_z}{\pm \sqrt{Pm_x^2 + Pm_y^2} + 75}\right) \quad (37)$$

$$\alpha = \text{atan2}\left(\frac{C * \text{Seny}}{L_2 C * \text{Cosy}}\right) \quad (38)$$

$$\theta_2 = -(180 - (\alpha + \beta)) \quad (39)$$

$$\theta_2^t = \theta_2^c + 90 \quad (40)$$

$$\theta_3^t = \theta_3^c + \theta_2^t \quad (41)$$

#### Caso 4

En este caso  $\theta_1$  es calculada con las ecuaciones 29 o 30, mientras que para  $\theta_2$  y  $\theta_3$  se utilizan las ecuaciones 42 y 43, respectivamente. Tomando los cálculos necesarios del caso tres. Sin olvidar que el eje  $x_2$  debe tener su dirección apuntando hacia la posición del efector final y el ángulo  $\gamma$  gire en el sentido contrario a las manecillas del reloj, además de utilizar las ecuaciones 44 y 45 para obtener los resultados adecuados en este manipulador.

$$\theta_2 = -(180 - (\beta - \alpha)) \quad (42)$$

$$\theta_3 = \text{atan2}\left(\frac{320}{75}\right) - \gamma \quad (43)$$

$$\theta_2^t = \theta_2^c + 90 \quad (44)$$

$$\theta_3^t = \theta_3^c - \theta_2^t \quad (45)$$

Cálculo de los ángulos 4 5 y 6 a partir de la orientación XYZ marco fijo.

$${}^1R^4 * {}^4R^7 = {}^1R^7 \quad (46)$$

$${}^1R^7 = R_{XYZ\_MF} \quad (47)$$

$${}^4R^7 = ({}^1R^4)^{-1} * R_{XYZ\_MF} \quad (48)$$

$$\begin{bmatrix} C_4C_5C_6 - S_4S_6 & C_6S_4 + C_4C_5S_6 & C_4S_5 \\ C_4S_6 + C_5C_6S_4 & C_5S_4S_6 - C_4C_6 & S_4S_5 \\ C_6S_5 & S_5S_6 & -C_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$r_{31}^2 + r_{32}^2 = C_6^2 S_5^2 + S_6^2 S_5^2 = S_5^2 (C_6^2 + S_6^2) \quad (50)$$

$$S_5 = \sqrt{r_{31}^2 + r_{32}^2} \quad (51)$$

$$C_5 = -r_{33} \quad (52)$$

$$\delta = \operatorname{atan2} \left( \frac{\sqrt{r_{31}^2 + r_{32}^2}}{-r_{33}} \right) \quad (53)$$

$$\gamma = \operatorname{atan2} \left( \frac{r_{23}/S_5}{r_{13}/S_5} \right) \quad (54)$$

$$\epsilon = \operatorname{atan2} \left( \frac{r_{32}/S_5}{r_{31}/S_5} \right) \quad (55)$$

$$\text{Para } \delta \neq 0^\circ, \pm 180^\circ \quad (56)$$

Si  $\delta$  es igual a alguno de los valores antes mencionados las soluciones para  $\gamma$  y  $\epsilon$  se degeneran. En esos casos solo puede calcularse la suma o diferencia de  $\gamma$  y  $\epsilon$ . Una posible convención es elegir  $\gamma = 0$  en estos casos, lo cual nos da los resultados que se muestran a continuación. Si  $\delta = 0$ , puede calcularse una solución para que [5]

$$\gamma = 0 \quad (57)$$

$$\delta = 0 \quad (58)$$

$$\epsilon = \operatorname{atan2} \left( \frac{r_{21}}{r_{11}} \right) \quad (59)$$

Si  $\delta = \pm 180$ , puede calcularse una solución para que [5]

$$\gamma = 0 \quad (60)$$

$$\xi = \pm 180 \quad (61)$$

$$\xi = \text{atan2}\left(\frac{r_{21}}{-r_{11}}\right) \quad (62)$$

## Resultados

Se utilizó el software matemático MATLAB para llevar a cabo la multiplicación de matrices de transformación con los parámetros DH del manipulador en estudio y corroborar la cinemática directa del manipulador.

Así mismo, se desarrolló otro archivo en MATLAB para el cálculo de la cinemática inversa, con ayuda de las ecuaciones mostradas de los cuatro casos para las tres primeras articulaciones y las del desacoplamiento cinemático. Además de las obtenidas para las variables  $\theta_4$ ,  $\theta_5$  y  $\theta_6$ .

Para comprobar los resultados se realizaron varias pruebas colocando el manipulador en una posición específica y ejecutando los programas para corroborar los resultados tanto en el modo directo como inverso. A continuación se mencionan únicamente dos de dichas pruebas.

En las figura 10 se muestra el manipulador, con las posiciones articulares y las coordenadas rectangulares indicadas en la figura 11.



Figura 10. Posición del manipulador para la primera prueba.

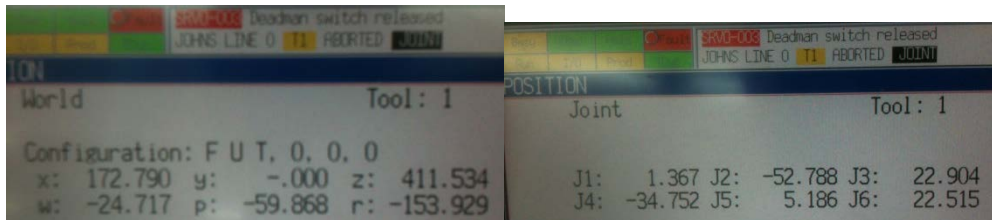


Figura 11. Datos del manipulador para la primera prueba.

En la tabla 2 se muestra la comparación de los datos proporcionados por el controlador del robot y los resultados determinados a través de MATLAB.

**Tabla 2. Primer prueba de cinemática directa e inversa.**

Joint	J1(°)	J2(°)	J3(°)	J4(°)	J5(°)	J6(°)
	1.368	-52.788	22.904	-34.764	5.187	22.528
Matlab	J1(°)	J2(°)	J3(°)	J4(°)	J5(°)	J6(°)
Caso 1	1.3670	-52.7878	22.9040	-34.7521	5.1861	22.5157
Caso 2	1.3670	60.9200	122.5827	-177.0333	95.4067	168.1533
Caso 3	-178.6330	26.5714	147.8575	30.7566	5.7827	137.2452
Caso 4	-178.6330	-77.0145	56.2044	2.9733	96.6179	168.2165
World	X(m)	Y(m)	Z(m)	w(°)	p(°)	r(°)
	172.789	0.000	411.538	-24.716	-59.868	-153.930
Matlab	X(m)	Y(m)	Z(m)	w(°)	p(°)	r(°)
	172.7882	0.0011	411.5376	-24.7162	-59.8678	-153.9302

En la condición de cinemática directa los datos calculados en el MATLAB corresponden adecuadamente. Mientras que para el análisis inverso se puede decir que el caso 1 corresponde a la posición buscada, pero el caso 2 es considerando otra orientación de

los valores articulares que en conjunto proporcionan las mismas coordenadas. Para el caso 3 y 4 es una posición no alcanzable por el manipulador porque la articulación uno ( $\theta_1$ ) físicamente no se puede trasladar el valor angular indicado.

Moviendo el manipulador a otra posición como se muestra en la figura 12, se obtuvieron del controlador las posiciones articulares y coordenadas rectangulares que se indican en la figura 13.



Figura 12. Posición del manipulador para la segunda prueba.

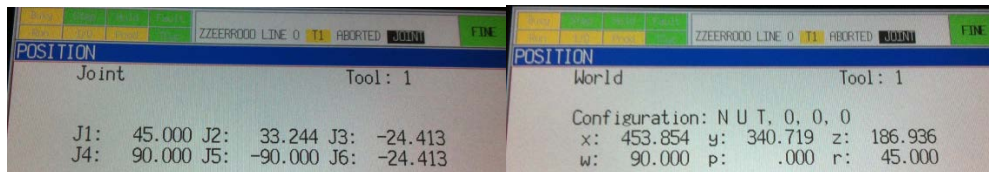


Figura 13. Datos del manipulador para la segunda prueba.

Así también, en la tabla 3 se muestra la comparación de los datos proporcionados por el controlador del robot y los resultados determinados a través de MATLAB.

**Tabla 3. Segunda prueba de cinemática directa e inversa.**

Joint	J1(°)	J2(°)	J3(°)	J4(°)	J5(°)	J6(°)
	45.000	33.244	-24.413	90.000	-90.000	-24.413
Matlab	J1(°)	J2(°)	J3(°)	J4(°)	J5(°)	J6(°)
Caso 1	45.0002	33.2439	-24.4134	-90.0001	90.0001	155.5866
Caso 2	45.0002	104.7453	40.0429	-89.9999	90.0001	-139.9571
Caso 3	Na	Na	Na	Na	Na	Na
Caso 4	Na	Na	Na	Na	Na	Na
World	X(m)	Y(m)	Z(m)	w(°)	p(°)	r(°)
	453.854	340.719	186.936	90.000	0.000	45.000
Matlab	X(m)	Y(m)	Z(m)	w(°)	p(°)	r(°)
	453.8556	340.7185	186.9378	90.0000	3.18e <sup>-14</sup>	45.0000

Al igual que en la primera prueba la condición de cinemática directa arroja los datos calculados en MATLAB adecuadamente. Ahora bien, para el análisis inverso en el caso



uno las tres primeras variables coinciden correctamente, mientras que las restantes tres que corresponden a la orientación de la herramienta proporcionan la misma matriz de rotación con los datos del manipulador y los de MATLAB. Para el caso 2 se llega a la misma posición, pero en el caso 3 y 4 es una posición no alcanzable por el manipulador.

## **CONCLUSIONES**

El estudio cinemático de los manipuladores industriales permite conocer las opciones de los valores articulares que tendría el programador de estos equipos para alcanzar un punto en el espacio de trabajo. De esta manera se podría determinar cuál es la mejor alternativa de valores articulares para que el manipulador se coloque en un punto con la ubicación de los eslabones que al usuario convenga.

Las ecuaciones mostradas en el informe permiten realizar la evaluación del manipulador para alcanzar determinar la cinemática directa e inversa de manera correcta. Para el estudio inverso presentado del manipulador Fanuc LR Mate 200ic se presentan las ecuaciones necesarias para las cuatro diferentes formas que el robot pudiera alcanza un punto en el espacio siempre y cuando la coordenada en el eje Z debe ser positiva. Puesto que si es negativa se tendrían que cambiar algunos signos en las para el cálculo de las variables articulares 2 y 3. Cabe resaltar que se generaron los códigos en MATLAB para la evaluación del manipulador que nos permite identificar si se alcanzara la posición deseada, puesto que existirían restricciones físicas dado que las articulaciones 2, 3 y 5 no pueden girar en un rango de 360°.

## REFERENCIAS

- [1] Ollero, Aníbal. *Robótica: Manipuladores y dispositivos móviles*. España: 2001.
- [2] Fu, K. *Robótica: Control, detección, visión e inteligencia*. España: 1993.
- [3] Saha, S. *Introducción a la Robótica*. India: 2008.
- [4] Hoja de especificaciones de LR Mate® 200iC Series y R-30iA™ Mate Controller, consultado en Octubre 5 del 2013 en <http://www.fanucrobotics.com>.
- [5] Barrientos, Antonio. *Fundamentos de robótica*. España: 1997.
- [6] Craig, John J. *Robótica*. México: 2006.