



ISSN: 2525-815X

Journal of Environmental Analysis and Progress

Journal homepage: www.jeap.ufrpe.br/

Avaliação de modelos probabilísticos para chuvas intensas nas mesorregiões do estado de Pernambuco

Evaluation of probabilistic models for heavy rains in the mesoregions of the state of Pernambuco

Lucas Ravellys Pyrrho de Alcântara^a, Lucas Alves Martins^b, Ialy Rayane de Aguiar Costa^c, Vitor Hugo de Oliveira Barros^d, Severino Martins dos Santos Neto^a, Artur Paiva Coutinho^e, Antônio Celso Dantas Antonino^a

^a Universidade Federal de Pernambuco-UFPE, Departamento de Energia Nuclear-DEN, Programa de Pós-Graduação em Tecnologias Energéticas e Nucleares-PROTEN. Av. Luiz Freire, n. 1000. Cidade Universitária, Recife-PE, Brasil. CEP: 50740-545. E-mail: ravellyspyrrho@gmail.com, martinsdsn@gmail.com, acdantonino@gmail.com.

^b UFPE, Departamento de Engenharia Civil. E-mail: lucasc297@gmail.com.

^c UFPE, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. E-mail: ialy_rayane@hotmail.com,

^d UFPE, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental. E-mail: vitor_barros1@outlook.com

^e UFPE, Centro Acadêmico do Agreste. E-mail: arthur.coutinho@yahoo.com.br.

ARTICLE INFO

Recebido 01 Jan 2019

Aceito 28 Jan 2019

Publicado 31 Jan 2019

ABSTRACT

In the design of hydraulic engineering works, the estimation of a project precipitation is extremely important. The rainfall forecast depends on several factors, which makes its estimation simpler with stochastic processes. The distributions of Gumbel, Log-Normal, Generalized Extreme Values, Fréchet, Weibull with two and three parameters, Range, Pearson type III and Log-Pearson type III to the annual maximum daily precipitation (PMDA) distributions were evaluated in each mesoregion of the state of Pernambuco. A series of PMDA was used for each Pernambuco mesoregion, based on data obtained from Agência Pernambucana de Águas e Clima (APAC) and Agência Nacional de Águas (ANA). To evaluate the adhesion quality of the distributions, we used the Anderson Darling (AD), Kolmogorov-Smirnov (KS), Pearson Chi-Square (χ^2) test and the determination coefficient (R^2). The Likelihood Method presented a better adjustment quality than the Moment Method. The distribution of Log-Pearson type III obtained the best fit for the mesoregions of Zona da Mata and Agreste, while the distribution of Pearson type III obtained better adhesion to Sertão and São Francisco, and the Metropolitan Region of Recife the Generalized distribution of Extreme Values was the one that obtained the best adhesion. Among the adhesion tests used Pearson's Chi-Square test was considered the most restrictive.

Keywords: Statistical hydrology, likelihood method, method of moments, random variables, extreme events.

RESUMO

No dimensionamento de obras de engenharia hidráulica a estimativa de uma precipitação de projeto é de extrema importância. A previsão das chuvas depende de diversos fatores, o que torna a sua estimativa mais simples com processos estocásticos. Foram avaliadas as distribuições de Gumbel, Log-Normal, Generalizada de Valores Extremos, Fréchet, Weibull com dois e três parâmetros, Gama, Pearson tipo III e Log-Pearson tipo III ao ajuste de precipitação máxima diária anual (PMDA) em cada mesorregião do estado de Pernambuco. Foi utilizada uma série de PMDA para cada mesorregião pernambucana, a partir de dados obtidos na Agência Pernambucana de Águas e Climas (APAC) e na Agência Nacional de Águas (ANA). Para avaliar a qualidade de aderência das distribuições, foram utilizados os testes de aderência de Anderson Darling (AD), Kolmogorov-Smirnov (KS), o teste Qui-Quadrado de Pearson (χ^2) e o coeficiente de

determinação (R^2). O Método da Verossimilhança apresentou uma melhor qualidade de ajuste que o Método dos Momentos. A distribuição de Log-Pearson tipo III obteve o melhor ajuste para as mesorregiões da Zona da Mata e do Agreste, enquanto que a distribuição de Pearson tipo III obteve melhor aderência ao Sertão e ao São Francisco, e para a Região Metropolitana do Recife a distribuição Generalizada de Valores Extremos foi a que obteve a melhor aderência. Dentre os testes de aderência utilizados o teste do Qui-Quadrado de Pearson foi considerado o mais restritivo.

Palavras-Chave: Hidrologia estatística, método da verossimilhança, método dos momentos, variáveis aleatórias, eventos extremos.

Introdução

No dimensionamento de obras de engenharia hidráulica de micro e macrodrenagem, a estimativa de uma vazão de projeto é de extrema importância e, para tanto, a construção de hietogramas e hidrogramas a partir de uma chuva de projeto é crucial. Para a determinação dessa precipitação de projeto, comumente são necessárias equações de intensidade-duração-frequência (IDF), as quais estão associadas a uma série de chuvas anuais máximas de determinada região. O passo inicial para a determinação de equações IDF é a análise de frequência de chuvas, que pode ser feita por meio de uma distribuição de variáveis aleatórias.

O estudo de chuvas depende de diversos fatores (clima, relevo, temperatura, umidade, velocidade do vento, entre outros) o que torna impossível a sua análise de modo determinístico, no entanto a sua estimativa pode ser realizada de modo mais simples com processos estocásticos (Righetto, 1998). No caso de Precipitações Máximas Diárias Anuais (PMDA) - consideradas como uma variável aleatória - pode-se aplicar os modelos de distribuição de probabilidade como Gumbel máximos, Log-Normal de dois parâmetros, Generalizada de Valores Extremos, Fréchet máximos, Weibull com dois e três parâmetros, Gama, Pearson tipo III e Log-Pearson tipo III (Naghetini & Pinto, 2007).

Muitos autores utilizam a distribuição de Gumbel para caracterização de PMDA sem averiguar a adEquação de outros modelos probabilísticos para aquele conjunto de dados. Coutinho et al. (2013) utilizaram Gumbel para os municípios da mesorregião do estado de Pernambuco com séries variando entre 16 e 99 anos, e comprovaram a aderência da distribuição com o teste Kolmogorov-Smirnov (KS) ao nível de significância de 5%. Sousa et al. (2016) utilizaram a distribuição de Gumbel para a determinação dos riscos de chuvas extremas nas capitais do Nordeste brasileiro no período de 1991 a 2012. Silva & Oliveira (2017), ao determinar equações IDF para 2042 postos da região do Nordeste, utilizaram também apenas o método de Gumbel como modelo probabilístico.

A distribuição Weibull foi caracterizada como melhor que a de Gumbel em Sergipe por Aragão et al. (2013). Silva et al. (2012), na caracterização de IDFs para o estado de Pernambuco, utilizaram 12 estações pluviográficas e 11 estações pluviométricas com séries de dados entre 10 e 34 anos, afirmando que a distribuição de Weibull se adequou melhor às series pluviográficas que a distribuição de Gumbel, segundo o teste KS a 5% de significância. Na região Sudeste do Brasil, Batista (2013) obteve a distribuição Generalizada de Valores Extremos como a melhor em quase metade dos postos observados. Caldeira et al. (2015) ao utilizar a distribuição Log-Normal de 2 e 3 parâmetros e a distribuição de Gumbel, obtiveram melhor ajuste a distribuição Log-Normal de 3 parâmetros. Borges & Thebaldi (2016), para o município de Formiga-MG, observaram, pelo teste do Qui-quadrado, que o modelo Gumbel para Máximos aderiu melhor às frequências dos dados que os modelos de Fréchet, Gama, Log-Normal 2P e Log-Normal 3P. Sendo assim, utilizar a distribuição de Gumbel sem averiguar a aderência de outras distribuições à série em análise pode causar estimativas errôneas quanto à previsão de chuvas futuras.

Outro fator importante na caracterização de chuvas é a estimativa dos parâmetros das distribuições de variáveis aleatórias. Naghetini & Pinto (2007) destacam, entre outros, alguns métodos de estimação de parâmetros: (i) método dos momentos; (ii) o método da máxima verossimilhança; (iii) o método dos momentos-L; (iv) o método da máxima entropia; (v) o método dos mínimos quadrados; (vi) o método generalizado dos momentos; e (vii) o método dos momentos mistos. Dentre esses, Larson (1968) descreve dois dos métodos utilizados, dos quais é possível determinar os parâmetros das distribuições de variáveis aleatórias, sendo eles o método dos momentos (MOM) e o método da máxima verossimilhança (MVS). Sansigolo (2008), Alves et al. (2013), Rodrigues et al. (2013), Cotta et al. (2016) e Santos et al. (2018) utilizaram máxima verossimilhança para estimar os parâmetros. De Oliveira et al. (2008), Coutinho et al. (2013), Silva & Oliveira (2017) estimaram

os parâmetros pelo método dos momentos. Mello & Silva (2005) além do método da máxima verossimilhança utilizaram também o método dos momentos, e Franco et al. (2014) para a estimação dos parâmetros de suas distribuições utilizaram os três mais comuns, os métodos dos momentos, de máxima verossimilhança e dos momentos-L. O MOM é mais simples e de fácil aplicação e indicado para menores séries, ele consiste em igualar os momentos amostrais aos momentos populacionais da distribuição. O MVS detém um algoritmo de maior complexidade, porém produz estimativas consideradas mais eficientes por ter menor variância (Naghetini & Pinto, 2007).

O estado de Pernambuco possui diferentes atividades pluviométricas ao longo seu território, quanto mais próximo ao litoral maiores e mais intensas são as precipitações extremas. As chuvas no Sertão e Agreste estão cada vez pontuais, o que aumenta a PMDA, assim como o Sertão apresenta uma maior quantidade de eventos extremamente secos em comparação às outras mesorregiões (Nóbrega, Farias & Santos, 2015). Segundo Ferreira et al. (2018), as precipitações mensais possuem maior variabilidade e menor previsibilidade nas regiões próximas a Zona da Mata e Agreste que no Sertão do estado de Pernambuco. Devido a isso, torna-se difícil indicar qual distribuição melhor se adequa ao estado como um todo.

O estudo objetivou avaliar como as distribuições de variáveis aleatórias de Gumbel, Log-Normal de dois parâmetros, Generalizada de Valores Extremos, Fréchet máximos, Weibull com dois e três parâmetros, Gama, Pearson tipo III e Log-Pearson tipo III se ajustam aos eventos de PMDA, em cada mesorregião do estado de Pernambuco.

Material e Métodos

Localização da área de estudo

O estudo foi realizado em cinco municípios das diferentes mesorregiões do estado de Pernambuco, sendo eles: Afogados da Ingazeira (Mesorregião do Sertão Pernambucano), Recife (Mesorregião Metropolitana do Recife), Rio Formoso (Mesorregião da Mata Pernambucana), Petrolina (Mesorregião do São Francisco) e Toritama (Mesorregião do Agreste Pernambucano). Para cada município foi selecionado um posto pluviométrico, de modo que este represente a mesorregião a qual o município esta inserido. Os dados foram obtidos da Agência Nacional de Águas (ANA) e da Agência Pernambucana de Águas e Clima (APAC). Na Figura 1 estão demonstradas as localizações dos postos pluviométricos escolhidos, seus municípios e a sua localização na mesorregião. Na Tabela 1 é apresentada a descrição de cada posto pluviométrico, a mesorregião a qual pertence e o número total de anos observados.

Figura 1. Localização dos postos pluviométricos utilizados para caracterização das mesorregiões do estado de Pernambuco. Fonte: Alcântara et al. (2018).

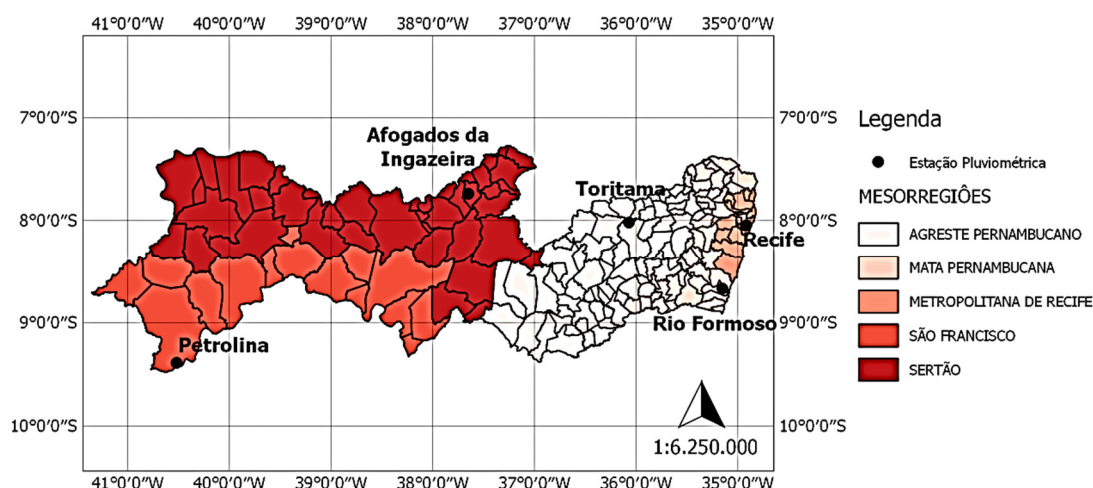


Tabela 1. Postos pluviométricos utilizados em cada mesorregião do estado de Pernambuco. Fonte: Alcântara et al. (2018).

Município	Código	Agência	Mesorregião	Intervalo	Número de anos
Afogados da Ingazeira	737023	ANA	Sertão	1914-2017	104
Recife	834007	ANA	RMR	1962-2017	56
Rio Formoso	835044	ANA	Zona da Mata	1934-2017	84

Petrolina	4	APAC	São Francisco	1937-2015	78
Toritama	70	APAC	Agreste	1963-2017	55

O município de Afogados da Ingazeira está localizado a 7° 45' 3" ao sul e 37° 38' 20" à oeste. É um município de clima AS (clima tropical com estação seca de verão) segundo a classificação Köppen (Medeiros et al., 2018), localizado na mesorregião do Sertão Pernambucano, ele está a 386 km da capital Pernambucana e tem a maior parte da precipitação concentrada entre os meses de janeiro a maio. A capital pernambucana (Recife) está localizada a 08° 03' 14" ao sul e 34° 52' 51" à oeste. Segundo Medeiros et al. (2018) ela tem a classificação no modelo Köppen como clima AS (clima tropical com estação seca de verão), encontra-se na Região Metropolitana do Recife (RMR) e tem um clima tropical úmido, as chuvas normalmente se concentram entre abril e julho. Rio Formoso é uma cidade pernambucana localizada a 88 km da capital, fica a 08° 39' 50" ao sul e a 35° 09' 32" à oeste na mesorregião da Zona da Mata pernambucana, as chuvas se concentram nos meses entre maio e junho. A classificação do clima é Am (clima tropical monçônico) de acordo com Medeiros et al. (2018). Petrolina está situada na Mesorregião do São Francisco Pernambucano, localizada a 9° 23' 34" S 40° 30' 28" O. O clima é classificado como BSh (Clima quente de estepe) segundo a classificação Köppen (Medeiros et al., 2018). Toritama localiza-se a uma latitude 8°0'24" sul e a uma longitude 36°3'24" oeste, encontra-se na Mesorregião do Agreste Pernambucano, o clima tem classificação de BSh (clima das estepes quentes de baixa latitude e altitude) segundo o modelo de Köppen, com chuvas no outono e inverno (Medeiros et al., 2018).

Distribuição empírica

Os dados obtidos foram organizados em ordem decrescente e, a partir desses valores, foi determinada a função empírica que, de acordo com Naghettini & Pinto (2007), pode ser obtida por meio da fórmula de Weibull (Equação 1).

$$F_{emp} = \frac{i}{n+1} \quad (1)$$

onde F_{emp} = frequência empírica excedente; n é o tamanho da série histórica; e i = posição ocupada pelo dado na série.

Distribuição teórica

As funções de distribuição de probabilidade são funções que descrevem o comportamento de uma variável aleatória, essa

que por sua vez é definida por Naghettini & Pinto (2007) como uma função X que associa um valor numérico a cada resultado de um experimento. Para variáveis contínuas pode-se destacar um conjunto de distribuições que são descritas por Naghettini & Pinto (2007), são elas as distribuições de probabilidade de Gumbel máximos (GUM), Log-Normal de dois parâmetros (LN II), Generalizada de Valores Extremos (GVE), Fréchet máximos (FRE), Weibull para 2 parâmetros (W2P), Weibull para 3 parâmetros (W3P), Gama (GAM), Pearson tipo III (PER) e Log-Pearson tipo III (LP3).

A distribuição de Gumbel é normalmente a mais utilizada na análise de frequência de variáveis hidrológicas (Bertoni & Tucci, 1993). A sua Função Densidade de Probabilidade (FDP) é dada por:

$$f_x[x] = \frac{1}{\alpha} \text{Exp} \left[-\frac{x-\beta}{\alpha} - \text{Exp} \left[-\frac{x-\beta}{\alpha} \right] \right] \quad (2)$$

onde x = variável aleatória contínua, correspondendo à precipitação diária máxima anual, α é o parâmetro de escala e β o parâmetro de posição.

Segundo Righetto (1998), a distribuição Log Normal é derivada do teorema do limite central, em que se demonstra que a soma de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas tem distribuição Normal. A sua FDP pode ser definida como:

$$f_x[x] = \frac{1}{x\beta\sqrt{2\pi}} \text{Exp} \left[-0.5 \left(\frac{\text{Log}[x] - \alpha}{\beta} \right)^2 \right] \quad (3)$$

onde α = parâmetro relacionado ao primeiro momento amostral e β = parâmetro relacionado ao segundo momento amostral.

Outra distribuição muito utilizada para chuvas intensas é a Generalizada de Valores Extremos (GVE). Segundo Naghettini & Pinto (2007) ela incorpora três formas assintóticas em uma única expressão e sua FDP pode ser definida como:

$$f_x[x] = \frac{1}{\alpha} \left[1 - \kappa \left(\frac{x-\beta}{\alpha} \right) \right]^{\frac{1}{\kappa-1}} \text{Exp} \left\{ - \left[1 - \kappa \left(\frac{x-\beta}{\alpha} \right) \right]^{\frac{1}{\kappa}} \right\} \quad (4)$$

onde κ = parâmetro de forma, α é o parâmetro de escala e β o parâmetro de posição.

A Função Densidade de Probabilidade da distribuição de Fréchet (máximos), também conhecida como Log-Gumbel, é dada por:

$$f_x[x] = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha+1} \text{Exp} \left[-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha \right] \quad (5)$$

onde β = parâmetro de escala e α = parâmetro de forma.

Naghetini & Pinto (2007) apresentam a distribuição Weibull com dois parâmetros como uma excelente opção para modelagem de eventos hidrológicos, sua FDP é definida como:

$$f_x[x] = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \text{Exp} \left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha \right] \quad (6)$$

onde α = parâmetro de forma e β = parâmetro de escala.

Se o limite inferior de X é positivo e diferente de zero, a distribuição torna-se a Weibull de 3 parâmetros pela inclusão do terceiro parâmetro κ (Naghetini & Pinto, 2007). A distribuição de Weibull com três parâmetros pode ser definida como:

$$f_x[x] = \alpha \left(\frac{x - \kappa}{\beta - \kappa}\right)^{\alpha-1} \text{Exp} \left[-\left(\frac{x - \kappa}{\beta - \kappa}\right)^\alpha \right] \quad (7)$$

onde α = parâmetro de forma, β = parâmetro de escala e κ = parâmetro de ajuste a três parâmetros.

A Função Densidade de Probabilidade da distribuição Gama é dada por:

$$f_x[x] = \frac{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta-1} \text{Exp} \left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right) \right]}{\alpha \Gamma[\beta]} \quad (8)$$

onde α = parâmetro de escala e β = parâmetro de forma.

A distribuição de Pearson tipo III, ou Gama de três parâmetros, é obtida ao se inserir um novo parâmetro (κ) na distribuição Gama (Naghetini & Pinto, 2007). A sua FDP pode ser obtida por:

$$f_x[x] = \frac{\left(\frac{x - \kappa}{\alpha}\right)^{\beta-1} \text{Exp} \left[-\left(\frac{x - \kappa}{\alpha}\right) \right]}{\alpha \Gamma[\beta]} \quad (9)$$

onde α = parâmetro de escala, β = parâmetro de forma e κ o coeficiente de assimetria.

Se a variável $\text{Ln}(X)$ é distribuída segundo uma Pearson Tipo III, a distribuição da variável X é uma Log-Pearson Tipo III (Naghetini & Pinto, 2007). A função densidade correspondente é dada por:

$$f_x[x] = \frac{\left(\frac{\text{Ln}[x] - \kappa}{\alpha}\right)^{\beta-1} \text{Exp} \left[-\left(\frac{\text{Ln}[x] - \kappa}{\alpha}\right) \right]}{\alpha \Gamma[\beta]} \quad (10)$$

onde α = parâmetro de escala, β = parâmetro de forma e κ é o coeficiente de assimetria.

A função de probabilidades acumuladas excedentes (F_{exc}) é denominada como a probabilidade de determinado evento de chuva ser igualado ou superado ($P[X \geq x]$), para distribuições de variáveis contínuas pode ser obtida através da Equação 11.

$$F_{\text{exc}}[x] = 1 - \int_0^x \text{FDP}[x] dx \quad (11)$$

onde FDP = Função Densidade de Probabilidade da distribuição desejada e x = variável aleatória contínua (a precipitação diária máxima anual).

Estimativa dos parâmetros

O método dos momentos é o mais antigo estimador de parâmetros, ele consiste basicamente em igualar os momentos da população aos da amostra em análise (Larson, 1968).

O método da máxima verossimilhança tem por objetivo maximizar uma função dos parâmetros da distribuição (Equação 12) utilizando a derivada de primeira ordem para cada parâmetro e igualando-os a zero (Equação 13) (Naghetini & Pinto, 2007).

$$L[\theta_1, \dots, \theta_n] = \prod_i^n f[\theta_1, \dots, \theta_n, y_i] \quad (12)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_i} = 0; i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

Teste de aderência

Para avaliar a equação dos modelos teóricos estatísticos às distribuições empíricas de probabilidade foram utilizados os testes de aderência de Anderson Darling (AD), Kolmogorov-Smirnov (KS) e Qui-Quadrado de Pearson (χ^2). Utilizou-se ainda o coeficiente de

determinação (R^2) para quantificar a qualidade dos ajustes. Para os testes de aderência são considerados valores satisfatórios aqueles com significância probabilística de 5%, sendo os valores obtidos que apresentam resultados maiores que 0,95.

Segundo Naghettini & Pinto (2007), o teste de aderência de Anderson Darling é um teste baseado na diferença entre funções de probabilidade empírica e teórica. O teste dá mais ênfase às caudas das distribuições, nas quais as maiores ou menores observações podem alterar a qualidade do ajuste, e é um teste não paramétrico. O teste de Anderson Darling é dado por:

$$A^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{F_{emp} - F_{exc}}{F_{exc}[1 - F_{exc}]} * FDP \right) \quad (14)$$

onde F_{emp} = função de distribuição empírica de probabilidade, F_{exc} = função de probabilidade acumulada excedente e FDP = função densidade de probabilidade.

De acordo com Naghettini & Pinto (2007), o teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) é um teste no qual se tem como base a diferença máxima entre as funções de probabilidade acumuladas, empíricas e teóricas, de variáveis aleatórias contínuas. É um teste não paramétrico dado por:

$$D_N = \sup_{-\infty < x < \infty} |F_N(x) - F(x)| \quad (15)$$

onde $F_N(x)$ = função de distribuição acumulada empírica dos dados e $F(x)$ = função de distribuição acumulada assumida para os dados.

O teste do Qui-Quadrado de Pearson (χ^2) é um teste no qual utiliza-se a diferença quadrática entre os valores observados e os valores teóricos (Righetto, 1998). O teste compara os números de elementos da amostra efetivamente contidos nos sucessivos intervalos com os valores esperados, dos números desses elementos, avaliados em conformidade com o modelo. O teste do Qui-Quadrado é dado por:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{[F_{emp} - F_{exc}]^2}{F_{emp}} \quad (16)$$

F_{emp} = função de distribuição empírica de probabilidade; F_{exc} = função de probabilidade acumulada excedente.

O coeficiente de determinação (R^2) determina a correlação da variância nos valores experimentados que podem ser atribuídos aos observados. Quanto maior for o valor do coeficiente de determinação, melhor ele se ajusta ao modelo. O R^2 é dado por:

$$R^2 = \frac{(n * (\sum Mi * Ti) - \sum Mi * \sum Ti)^2}{(n * \sum Ti^2 - (\sum Ti)^2) * (n * \sum Mi^2 - (\sum Mi)^2)} \quad (17)$$

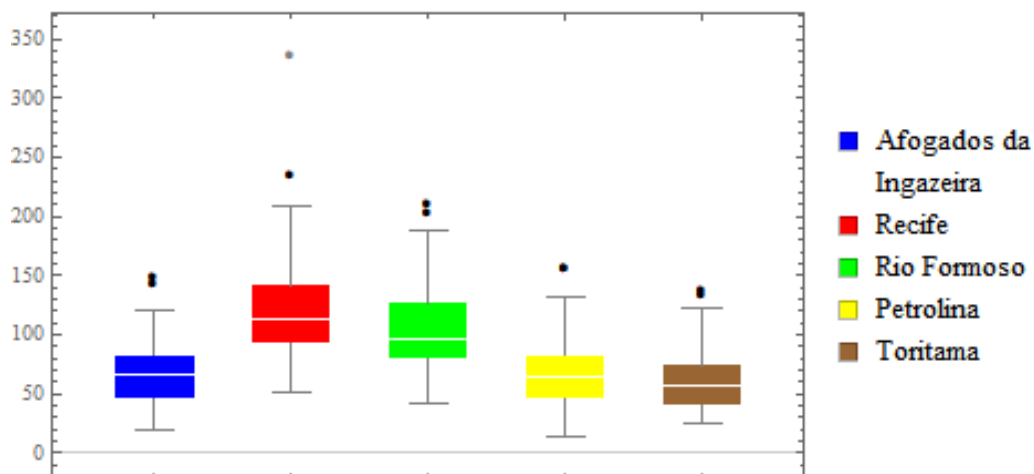
onde Mi = valores calculados pelos modelos; Ti = valores observados das séries históricas; e n = número total de dados.

Resultados

Na Figura 2 são apresentados o conjunto de dados utilizados para cada município, em forma de *BoxPlot*. As séries de precipitação diária máxima anual apresentam dispersões com magnitudes próximas, sendo a maior deles em Recife (Mesorregião de RMR) com cerca de 50 mm/dia e a menor com aproximadamente 30 mm/dia em Toritama (Mesorregião do Agreste). Todos os outros postos apresentam uma distribuição simétrica, com exceção da cidade de Rio Formoso (Mesorregião da Zona da Mata) do qual apresenta uma distribuição assimétrica positiva. Todas as distribuições apresentaram dois *Outliers*, o valor mais discrepante ocorreu em Recife, no ano de 1970, com quase 350 mm em um dia. As cidades próximas ao litoral (Recife e Rio Formoso) apresentaram um conjunto de precipitações máxima maior do que os das outras mesorregiões.

Os parâmetros estimados pelo método dos momentos para cada município representativo das mesorregiões do estado de Pernambuco são apresentados na Tabela 2. Em geral, os parâmetros de posição e escala da distribuição de GUM apresentaram valores próximos aos da distribuição GVE, com exceção da cidade de Recife que teve o parâmetro de escala menor que zero, indicando que distribuição GVE está mais próxima da distribuição FRE. Os parâmetros de escala e forma são bastante semelhantes para as distribuições Gama e Pearson III. Pode-se observar que a inserção do parâmetro de ajuste na distribuição de Weibull resulta em uma grande variação do parâmetro de forma que no parâmetro de posição. Para a distribuição LP3, as cidades de Afogados da Ingazeira e Petrolina apresentaram coeficiente de assimetria negativo, isso implica em limite superior para a variável aleatória.

Figura 2. Conjunto de dados de precipitação diária máxima anual para as cidades presentes em cada mesorregião do estado de Pernambuco. Fonte: ANA & APAC (2018).



Os parâmetros estimados pelo método da verossimilhança para cada conjunto de dados pluviométricos das cidades avaliadas são apresentados na Tabela 3. As cidades de Rio Formoso e Toritama demonstraram distribuições de GUM e GVE idênticas ($\kappa=0$), as demais cidades, ainda que diferentes, apresentaram parâmetros de posição e escala bem próximos, e, como estimado pelo método dos momentos, a cidade de Recife apresentou parâmetro de forma negativo. Diferentemente do método dos momentos, o método da verossimilhança estimou todos os parâmetros de assimetria negativos e com magnitude na unidade de dezenas, causando uma divergência significativa entre os parâmetros da

distribuição GAM e PE3. Em consonância com o método dos momentos, a inserção do parâmetro de ajuste na distribuição de Weibull resultou em uma diferença no parâmetro de forma e de posição das duas formas da distribuição. O método da verossimilhança também apresentou um limite superior para a distribuição LP3 nas cidades de Afogados e Petrolina, e não apresentou grande diferença em magnitude em relação ao método dos momentos. Comparando os parâmetros da distribuição LN obtidas para os dois métodos, apenas apresentaram divergência numérica na segunda casa decimal, e na cidade de Rio Formoso as estimativas foram numericamente iguais (para um erro menor que 0,01).

Tabela 2. Parâmetros das distribuições de variáveis aleatórias estimados pelo método dos momentos para as cidades de Afogados da Ingazeira, Recife, Rio Formoso, Petrolina e Toritama.

Distribuição	Afogados da Ingazeira			Recife			Rio Formoso			Petrolina			Toritama		
	α	β	κ	α	β	κ	α	β	κ	α	β	κ	α	β	κ
GUM	21,09	55,32	-	35,72	101,40	-	27,00	88,63	-	22,51	53,47	-	21,88	50,40	-
LN	4,13	0,40	-	4,75	0,36	-	4,59	0,32	-	4,09	0,42	-	4,05	0,43	-
GVE	21,49	55,39	0,01	29,74	100,95	-0,12	28,92	89,07	0,06	24,31	53,89	0,06	22,51	50,52	0,02
FRE	3,21	52,18	-	3,95	99,77	-	3,95	85,48	-	2,77	48,94	-	3,04	47,68	-
W2P	2,69	75,90	-	2,89	136,85	-	3,31	116,16	-	2,46	74,93	-	2,39	71,10	-
W3P	1,52	71,87	27,29	1,31	127,07	62,40	1,73	111,34	45,96	1,78	72,61	16,81	1,55	67,81	20,33
GAM	10,84	6,23	-	17,20	7,09	-	11,51	9,06	-	12,54	5,30	-	12,49	5,04	-
PE3	11,01	6,03	1,05	17,50	6,85	2,10	11,60	8,91	0,83	12,69	5,17	0,80	12,70	4,88	1,01
LP3	0,04	117,90	-0,21	0,03	168,14	0,54	0,02	195,69	0,05	0,05	99,74	-0,52	0,05	82,56	0,22

Tabela 3. Parâmetros das distribuições de variáveis aleatórias estimados pelo método da verossimilhança para as cidades de Afogados, Recife, Rio Formoso, Petrolina e Toritama.

Distribuição	Afogados da Ingazeira			Recife			Rio Formoso			Petrolina			Toritama		
	α	β	κ	α	β	κ	α	β	κ	α	β	κ	α	β	κ
GUM	20,62	54,83	-	30,53	103,55	-	27,14	88,44	-	23,49	53,17	-	20,11	50,67	-

LN	4,12	0,39	-	4,75	0,32	-	4,59	0,32	-	4,10	0,46	-	4,05	0,42	-
GVE	21,01	55,57	0,07	29,62	102,12	-0,09	27,14	88,44	0,00	23,86	53,84	0,05	20,11	50,67	0,00
FRE	2,43	50,69	-	3,31	99,01	-	3,20	84,27	-	1,92	47,39	-	2,66	47,01	-
W2P	2,82	74,64	-	2,66	136,70	-	3,16	116,34	-	2,46	75,02	-	2,41	71,34	-
W3P	2,09	56,06	16,79	1,72	82,25	48,82	1,97	73,17	39,41	2,06	63,75	9,98	1,45	43,52	23,58
GAM	9,32	7,13	-	13,26	9,20	-	10,70	9,74	-	12,61	5,27	-	10,93	5,76	-
PE3	7,35	11,13	-15,40	11,75	11,81	-16,77	8,65	14,80	-23,80	10,56	7,25	-10,08	9,49	7,62	-9,28
LP3	0,03	128,49	-0,33	0,02	174,30	0,54	0,02	197,37	0,05	0,05	95,87	-0,52	0,05	84,48	0,22

Nas Tabelas 4 e 5 são apresentados os testes de aderência (AD, KS e χ^2) e o coeficiente de determinação (R^2) das distribuições de probabilidade estimadas pelo método dos momentos e o método da verossimilhança, respectivamente. Na análise foram consideradas satisfatórias as distribuições cujos resultados obtidos estão acima de 0,95, ou seja, com significância probabilística de 5%. Para o município de Afogados da Ingazeira apenas as distribuições GAM e PE3, estimadas pelo MVS, foram consideradas significantes com os padrões estabelecidos. Considerando a cidade de Recife, nenhuma das distribuições estimadas pelo MVS foi considerada significativa, no entanto, as

distribuições GVE e LP3 (pelo método dos momentos) são consideradas capazes de representar os dados pluviométricos nessa região. Em Rio Formoso, apenas FRE, W2P, GAM e PE3 (tanto por MOM quanto por MVS) não obtiveram valores significativos. O MVS demonstrou maior capacidade em estimar parâmetros das distribuições que o MOM em Petrolina, para o MVS apenas FRE e PE3 não foram aceitos, enquanto que pelo MOM, GUM e LN também não atingiram a significância desejada. Para Toritama, não foi possível determinar distribuição de probabilidade teórica por nenhum dos métodos, ao nível de significância de 5%.

Tabela 4. Resultado dos testes de aderência e coeficiente de determinação para o método dos Momentos.

Distribuição	Afogados da Ingazeira				Recife				Rio Formoso				Petrolina				Toritama			
	AD	KS	χ^2	R^2	AD	KS	χ^2	R^2	AD	KS	χ^2	R^2	AD	KS	χ^2	R^2	AD	KS	χ^2	R^2
GUM	1,00	0,97	0,87	1,00	0,82	0,98	0,93	0,99	1,00	0,98	1,00	0,99	0,99	1,00	0,95	0,99	0,95	1,00	0,79	0,99
LN	1,00	0,92	0,93	1,00	0,82	0,98	0,84	0,99	1,00	1,00	1,00	0,99	0,82	0,92	0,92	0,99	0,99	1,00	0,79	0,99
GVE	1,00	0,97	0,83	1,00	1,00	1,00	0,97	1,00	0,99	1,00	1,00	0,99	1,00	1,00	0,97	1,00	0,91	1,00	0,79	0,99
FRE	0,33	0,17	0,35	0,97	1,00	1,00	0,94	0,99	0,67	0,72	0,82	0,99	0,25	0,32	0,52	0,96	0,87	0,90	0,68	0,99
W2P	0,78	0,97	0,79	0,99	0,31	0,77	0,80	0,96	0,56	0,59	0,96	0,98	0,99	1,00	0,99	1,00	0,53	0,90	0,80	0,97
W3P	0,99	0,92	0,88	0,99	0,79	0,91	0,81	0,99	0,99	1,00	1,00	0,99	1,00	1,00	0,97	1,00	0,95	0,98	0,84	0,99
GAM	1,00	1,00	0,81	1,00	0,59	0,91	0,84	0,98	0,94	0,98	1,00	0,99	1,00	1,00	0,99	1,00	0,87	0,98	0,93	0,99
PE3	1,00	1,00	0,88	1,00	0,59	0,91	0,84	0,98	0,94	0,98	1,00	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	0,87	0,98	0,93	0,99
LP3	0,99	0,83	0,90	0,99	0,99	1,00	0,95	0,99	1,00	1,00	1,00	0,99	0,86	0,91	0,89	0,98	1,00	1,00	0,93	0,99

Tabela 5. Resultado dos testes de aderência e coeficiente de determinação para o método da verossimilhança.

Distribuição	Afogados da Ingazeira				Recife				Rio Formoso				Petrolina				Toritama			
	AD	KS	χ^2	R^2	AD	KS	χ^2	R^2	AD	KS	χ^2	R^2	AD	KS	χ^2	R^2	AD	KS	χ^2	R^2
GUM	1,00	0,92	0,84	1,00	1,00	1,00	0,83	0,99	1,00	0,98	1,00	0,99	1,00	1,00	0,98	0,99	0,92	1,00	0,78	0,99
LN	1,00	0,83	0,74	0,99	0,98	1,00	0,91	0,99	1,00	1,00	1,00	0,99	0,96	0,98	0,98	0,99	0,99	1,00	0,79	0,99
GVE	1,00	0,97	0,77	1,00	1,00	1,00	0,94	1,00	1,00	0,98	1,00	0,99	1,00	1,00	0,98	1,00	0,92	1,00	0,78	0,99
FRE	0,22	0,49	0,62	0,97	0,91	0,98	0,87	0,99	0,76	0,93	0,99	0,99	0,18	0,55	0,76	0,96	0,95	0,98	0,77	0,99
W2P	0,90	0,99	0,81	0,99	0,21	0,46	0,58	0,96	0,51	0,72	0,97	0,98	0,99	1,00	0,99	1,00	0,54	0,90	0,62	0,97
W3P	1,00	1,00	0,94	1,00	0,65	0,91	0,82	0,99	0,97	0,98	1,00	0,99	1,00	1,00	0,99	1,00	1,00	1,00	0,92	0,99
GAM	1,00	1,00	0,95	1,00	0,87	0,98	0,73	0,99	0,96	0,93	1,00	0,99	1,00	1,00	0,99	1,00	0,90	0,98	0,94	0,99
PE3	1,00	1,00	0,95	1,00	0,83	0,91	0,91	0,98	0,91	0,93	0,99	0,99	1,00	1,00	0,99	1,00	0,82	0,98	0,78	0,98

LP3 0,96 0,72 0,70 0,99 1,00 1,00 0,92 0,99 1,00 1,00 0,99 0,99 0,85 0,92 0,95 0,98 1,00 1,00 0,87 0,99

Os coeficientes de determinação obtiveram valores excelentes para todas as distribuições, sendo o menor de 0,96 na cidade de Petrolina para a distribuição FRE e em Recife para a distribuição W2P, por ambos os métodos.

A partir das médias aritméticas dos testes de aderência e do coeficiente de determinação, foi classificado qual método representou melhor cada posto das mesorregiões pernambucanas (Tabela 6). É importante lembrar que o posto de Toritama para o LP3 (MOM) não apresentou aderência ao nível de significância de 5% para o teste de Qui-Quadrado, no entanto, este foi o que deteve maior significância dentre os demais.

Tabela 6. Melhores distribuições e método para estimar os parâmetros que foram determinados para cada município representativo das mesorregiões.

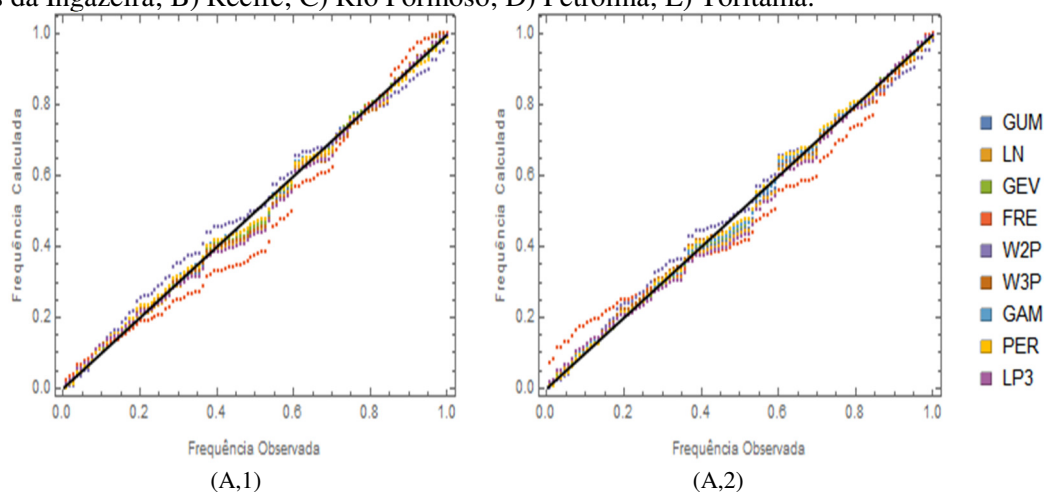
Município	Mesorregião	Distribuição	Método
Afogados da Ingazeira	Sertão	PE3	MVS
Recife	RMR	GVE	MOM
Rio Formoso	Zona da Mata	LP3	MOM
Petrolina	São Francisco	PE3	MOM

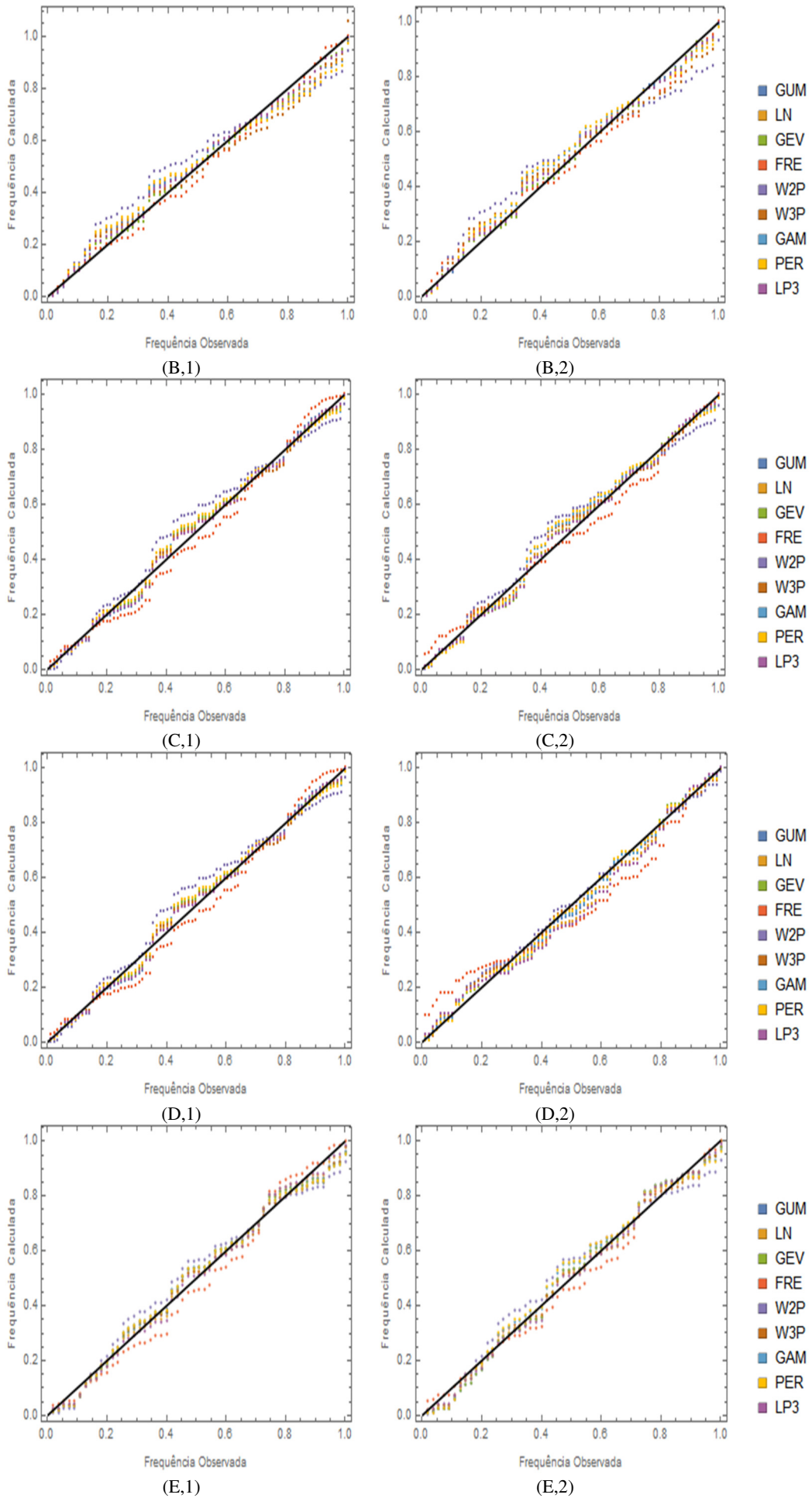
Toritama* Agreste LP3 MOM

*Melhor aderência possível, mas não significativa a 5% pelo teste Qui-Quadrado.

Na Figura 3 está apresentada a comparação entre a Frequência Empírica e a Frequência Calculada para cada conjunto de PMDA, por cada método. Podemos observar, em Afogados da Ingazeira (Figura 3A), um melhor ajuste nos extremos que ao centro, com exceção da distribuição de Fréchet para MVS (Figura 3A2) a qual superestima as frequências menores que 0,25. Podemos observar na Figura 3.B (Recife) que existe uma superestimava para frequências menores que 0,7 e uma subestimativa para as superiores a esse valor, tanto para o MVS quanto para o MOM. Não há uma diferença visualmente significativa para os dois métodos nos municípios de Rio Formoso (Figura 3C2) e Toritama (Figura 3E2). Na Figura 3.D (Petrolina) podemos perceber uma menor dispersão das frequências em relação às outras cidades, sendo visualmente detectada apenas a distribuição FRE pelo MVS como divergente às demais.

Figura 3. Comparação entre a Frequência Observada e a Estimada pelo MOM (1) e pelo MVS (2). Sendo: A) Afogados da Ingazeira; B) Recife; C) Rio Formoso; D) Petrolina; E) Toritama.





Discussão

Em consonância com as precipitações mensais analisadas por Nóbrega, Farias e Santos (2015), as maiores PMDA se encontram nas cidades próximas ao litoral, como pode ser observado em Recife e Rio Formoso, enquanto que as cidades do Agreste e Sertão apresentam uma distribuição de PMDA bem próximas.

Mesmo a distribuição de Gumbel sendo utilizada em diversos trabalhos de avaliação de precipitações máximas prováveis (Back, 2001), ela foi considerada satisfatória apenas para as cidades de Rio Formoso (MOM e MVS) e Petrolina (MVS). Os valores para os parâmetros de posição e escala obtidos para a cidade de Afogados da Ingazeira foram bem próximos aos obtidos por Coutinho et al. (2013), no entanto essa distribuição não foi adequada segundo o teste Qui-Quadrado para o MOM e os testes Qui-Quadrado e Kolmogorov-Smirnov para o método do MVS. Os parâmetros de escalas estimados tanto pelo MVS quanto pelo MOM estão dentro do intervalo dos parâmetros estimados por Coutinho et al. (2013), e os parâmetros de posição apenas Recife apresentou valores pouco maiores. Com exceção a GUM em Afogados da Ingazeira pelo MVS, o teste KS não restringiu nenhuma das outras distribuições para GUM, assim como em Silva et al. (2012), Coutinho et al. (2013) e Franco et al. (2013).

A distribuição Log-Normal com dois parâmetros também aderiu apenas aos postos de Rio Formoso (MOM e MVS) e Petrolina (MVS), porém com resultados de testes de aderência bem inferiores aos de Gumbel. Os seus parâmetros estão contidos no intervalo obtido por Caldeira et al. (2015) no estado do Rio Grande do Sul.

A distribuição GVE foi considerada satisfatória para as cidades de Recife (MOM), Rio Formoso (MOM e MVS) e Petrolina (MOM e MVS). No Rio Grande do Sul, Beskow et al. (2015) obtiveram um intervalo de resultados para os parâmetros de forma, escala e posição parecidos com os obtidos nesse trabalho. Assim como observado por Alves et al. (2013), Franco et al. (2014) e Nguyen & Nguyen (2016), a distribuição GEV apresentou uma melhor estimativa para as PMDA que a distribuição GUM.

A distribuição de Fréchet não aderiu a nenhuma das frequências empíricas de PMDA, ao nível de significância de 5%. Borges e Thebaldi (2016) também determinaram falha na aderência dessa distribuição em dados de chuva.

Apenas em Petrolina (MOM e MVS), foi possível determinar uma distribuição teórica para Weibull com dois parâmetros, ao se inserir o

terceiro parâmetro para o ajuste foi possível determinar uma distribuição satisfatória para o posto de Rio Formoso (MOM e MVS). Assim como afirmado por Silva et al. (2012), a distribuição de Weibull apresenta melhor aderência que a de Gumbel na maioria dos casos, no entanto não é possível afirmar que de fato Weibull sempre será melhor que Gumbel na estimativa de PMDA.

Gama e Pearson tipo III apresentaram a mesma qualidade de aderência para as distribuições satisfatórias ao nível de 5% de significância, isso indica que a inserção de um terceiro parâmetro – do qual transforma a distribuição GAM em PE3 – não causa uma grande diferença nas distribuições em análise. GAM e PE3 aderiram apenas Petrolina (MOM e MVS) e Afogados da Ingazeira (MVS). A distribuição de Log-Pearson tipo III apresentou uma boa aderência, ao nível de significância de 5 %, para Recife (MOM) e Rio Formoso (MOM e MVS). Finkler et al. (2015) afirmam que a distribuição de LP3 demonstra melhor dados de vazão anual mínima, enquanto que PE3 analisa melhor dados de vazão mensal mínima. Ainda segundo Back (2001), para séries com alta assimetria e curtose, a distribuição Log-Pearson fornece melhor ajuste.

No geral, o Método da Verossimilhança apresentou mais distribuições satisfatórias que o Método dos Momentos, esse fato também foi observado por Back (2001) e Alves et al. (2013). No entanto, as melhores distribuições para Recife (GVE), Rio Formoso (LP3), Petrolina (PE3) e Toritama (LP3) foram determinadas a partir do Método dos Momentos, isso ocorre pelo fato das séries de dados pluviométricos para estas cidades serem relativamente menores que a de Afogados da Ingazeira (que detêm de 104 anos de dados) da qual obteve como melhor distribuição PE3 pelo MVS, assim como afirmam Naghettini & Pinto (2007).

O teste de aderência do Qui-Quadrado mostrou-se mais rigoroso quanto às distribuições, rejeitando mais de 60% delas. Já o teste de Anderson Darling, não aderiu a mais de 40% das distribuições. Com apenas 32% de rejeição, o teste Kolmogorov-Smirnov pode ser considerado o menos rigoroso dentre os testes de aderência. Finkler et al. (2015) demonstraram que o teste do χ^2 apresenta um maior rigor na interpretação de resultados, e deve ser levado em consideração na escolha da função mais adequada à série de vazões mínimas. Porém, esse fato vai contra os resultados obtidos por Franco et al. (2014) em Minas Gerais, em que o teste AD foi considerado mais restritivo que o χ^2 e o KS. Também foi

comprovado por Beskow et al. (2015), para PMDA no Sul do Brasil, a superioridade do teste AD perante o KS e o χ^2 . Douka e Karacostas (2018), ao analisar eventos extremos em Thessaloniki (Grécia), também determinaram que o AD é o mais adequado para avaliação de eventos extremos de precipitação.

Conclusão

As precipitações extremas anuais apresentaram maiores valores na região litorânea (Zona da mata e RMR) do que nas mesorregiões do Agreste e Sertão. Dentre as distribuições probabilísticas para as precipitações extremas determinadas, apenas Toritama não apresentou um modelo satisfatório ao nível de 5% de significância.

O Método da Verossimilhança apresentou maior aderência aos testes não paramétricos utilizados que o Método dos Momentos. No entanto, alguns dos ajustes encontrados obtiveram melhor aderência pelo Método dos Momentos do que o Método da Verossimilhança.

A distribuição de Log-Pearson tipo III pelo Método dos Momentos obteve o melhor ajuste para as mesorregiões da Zona da Mata e do Agreste, enquanto que a distribuição de Pearson tipo III obteve melhor aderência ao Sertão (Método da Verossimilhança) e ao São Francisco (Método dos Momentos). Na Região Metropolitana do Recife, a distribuição Generalizada de Valores Extremos com parâmetros estimados pelo método dos momentos foi a que obteve a melhor aderência.

Dentre os testes de aderência utilizados o teste do Qui-Quadrado de Pearson foi considerado o mais restritivo, excluindo mais da metade dos ajustes encontrados, sendo esse o mais indicado para averiguar as aderências de distribuições de probabilidade para eventos de chuvas diárias extremas anuais no estado de Pernambuco.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Processo Nº 465764/2014-2, da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES), Processo Nº 88887.136369/2017-00 e da Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia de Pernambuco (FACEPE), Processo: APQ-0498-3.07/17, projeto “Observatório Nacional da Dinâmica da Água e de Carbono no Bioma Caatinga (ONDACBC)”.

Referências

ALVES, A. V. P.; DA SILVA SANTOS, G. B.; DE MENEZES FILHO, F. C. M.; SANCHES, L. 2013. Análise dos métodos de estimação para os parâmetros das distribuições de Gumbel e GEV em eventos de precipitações máximas na cidade de Cuiabá-MT. *Revista Eletrônica de Engenharia Civil*, v. 6, n. 1, p. 32-43.

ANA. Agência nacional de Águas e Climas, Hidroweb. Disponível em: <http://hidroweb.ana.gov.br>. Acesso em: 05/10/2018.

APAC – Agência pernambucana de Águas e Climas, Monitoramento Pluviométrico. Disponível em: <http://www.apac.pe.gov.br/meteorologia/monitoramento-pluvio>. Acesso em: 05/10/2018.

ARAGÃO, R.; SANTANA, G. R.; COSTA, C. E. F. F.; CRUZ, M. A. S.; FIGUEIREDO, E. E. 2013. Chuvas intensas para o estado de Sergipe com base em dados desagregados de chuva diária. *Engenharia Agrícola e Ambiental. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, v. 17, n. 3, p. 243-252.

BACK, A. J. Seleção de distribuição de probabilidade para chuvas diárias extremas do Estado de Santa Catarina. 2001. *Revista Brasileira de Meteorologia*, v. 14, n. 1, p. 59-72.

BATISTA, M. L. 2013. Precipitação máxima diária anual na região Sudeste do Brasil: distribuição de probabilidade e análise espacial. Dissertação (Pós-Graduação em Recursos Hídricos em Sistemas Agrícolas), Universidade Federal de Lavras. Lavras, Minas Gerais. 78p.

BERTONI, J. C.; TUCCI, C. E. M. Precipitação. In: TUCCI, C. E. M. (Org.). 1993. *Hidrologia Ciência e Aplicação*. 2ª. ed. Porto Alegre: Universidade/UFRGS: ABRH. cap. 5, pp. 177-231.

BESKOW, S.; CALDEIRA, T. L.; MELLO, C. R.; FARIA, L. C.; GUEDE, H. A. S. 2015. Multiparameter probability distributions for heavy rainfall modeling in extreme Southern Brazil. *Journal of Hydrology: Regional Studies*, v. 4, p. 123-133.

BORGES, G. M. R.; THEBALDI, M. S. 2016. Estimativa da precipitação máxima diária anual e Equação de chuvas intensas para o município de

Formiga, MG, Brasil. Revista Ambiental de Água, v. 11, n. 4, p. 898-902.

CALDEIRA, L. T.; BESKOW, S.; MELLO, C. R., FARIAS, L. C.; SOUZA, M. R.; GUEDES, H. A. S. 2015. Modelagem probabilística de eventos de precipitação extrema no estado do Rio Grande do Sul. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v. 19, n. 3, p. 197-203.

COTTA, H. H. A.; CORREA, W. S. C.; ALBUQUERQUE, T. T.A., 2016. Aplicação da distribuição de Gumbel para valores extremos de precipitação no município de Vitória-ES. Revista Brasileira de Climatologia, v. 19, n. 12, p. 202-217.

COUTINHO, A. P.; RIBAS, L. V.; LEITE, L. L. L.; ANTONINO, A. C. D.; CABRAL, J. J. S. P.; MONTENEGRO, S. M. G. L.; MELO, T. A. T. 2013. Determinação de equações de chuvas intensas para municípios das mesorregiões do estado de Pernambuco através do método de Bell. XX Simpósio brasileiro de Recursos Hídricos, Bento Gonçalves/RS, pp. 1-8.

DE OLIVEIRA, L. F.; JORGE, C. D. A.; FIOREZE, A. P.; DA SILVA, M. A. 2008. Métodos de estimativa de precipitação máxima para o Estado de Goiás. R. Bras. Eng. Agríc. Ambiental, v. 12, n. 6, p. 620-625.

DOUKA, M.; KARACOSTAS, T. Statistical analyses of extreme rainfall events in Thessaloniki, Greece. 2018. Atmospheric Research, v. 208, p. 60-77.

FERREIRA, D. V. S.; SILVA, A. S. A.; STOSIC, T.; MENEZES, R. S. C.; IRMÃO, R. A.; SOUSA, W. S. 2018. Análise da variabilidade espaço temporal da chuva mensal no estado de Pernambuco utilizando o método entropia de permutação. Rev. Bras. Biom., v. 36, n. 2, p. 276-289.

FINKLER, N. R.; MENDES, L. A.; SCHEIDER, E.H.M.; BORTOLIN, T. A.; SCHEIDER, V. E. 2015. Comparação de funções de distribuição de probabilidades na determinação de vazão mínima anual e sazonal. Scientia Cum Industria, v. 3, n. 2, p. 42-49.

FRANCO, C. S.; MARQUES, R. F.; OLIVEIRA, A. S.; OLIVEIRA, L. F. 2014. Distribuição de probabilidades para precipitação máxima diária na Bacia Hidrográfica do Rio Verde, Minas Gerais.

Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v. 18, n. 7, p. 735-741.

LARSON, H. J. 1968. Introduction to Probability and Statistical Inference. Wiley International Edition, California.

MEDEIROS, R. M.; HOLANDA, R. M.; VIANA, M. A.; SILVA, V. P. 2018. Climate classification in Köppen model for the state of Pernambuco-Brazil. Revista de Geografia (Recife), v. 35, n. 3, p. 219-234.

MELLO, C. D.; SILVA, A. D. 2005. Métodos estimadores dos parâmetros da distribuição de Gumbel e sua influência em estudos hidrológicos de projeto. Irriga, v. 10, n. 4, p. 334-350.

NAGHETTINI, M.; PINTO, E. J. DE A. 2007. Hidrologia Estatística. CPRM.

NGUYEN, V.; NGUYEN, T., Statistical Modeling of Extreme Rainfall Processes (SMExRain): A Decision Support Tool for Extreme Rainfall Frequency Analyses. 2016. Procedia Engineering, n. 154, p. 624-630.

NÓBREGA, R. S.; FARIAS R. F. L.; SANTOS, C. A. C. 2015. Variabilidade temporal e espacial da precipitação pluviométrica em Pernambuco através de índices de extremos climáticos. Revista Brasileira de Meteorologia, v. 30, n. 2, p. 171-180.

RIGHETTO, A. M. 1998. Hidrologia e Recursos Hídricos. São Carlos: EESC/USP.

RODRIGUES, J. A.; DOS SANTOS FILHO, J.; CHAVES, L. M. 2013. Funções densidade de probabilidade para a estimativa de precipitação mensal. Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas, v. 34, n. 1, p. 03-08.

SANSIGOLO, C. A. 2008. Distribuições de extremos de precipitação diária, temperatura máxima e mínima e velocidade do vento em Piracicaba, SP (1917-2006). Revista Brasileira de Meteorologia, v. 23, n. 3, p. 341-346.

SANTOS, R. S.; VIEIRA, P. D.; EVANGELISTA; D. H. R.; OLIVEIRA; L. J. C.; NONATO, D. 2018. Caracterização de extremos mensais de precipitação em Cacoal (RO). Revista Brasileira de Climatologia, v. 22, n. 14, p. 267-280.

SILVA, B. M.; MONTENEGRO, S. M. G. L.; FERNANDHA, B. S.; FILHO, P. F. A. 2012. Chuvas Intensas em Localidades do Estado de Pernambuco. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v. 17, n. 3, p. 135-146.

SILVA, C. B.; OLIVEIRA, L. F. C. 2017. Relação Intensidade-Duração-Frequência de Chuvas Extremas na Região Nordeste do Brasil.

Revista Brasileira de Climatologia, v. 20, n. 13, p. 267-283.

SOUSA, F. A. S.; VIEIRA, V. R.; SILVA, V. P. R.; MELO, V. S.; GUEDES, R. W. S. 2016. Estimativas dos riscos de chuvas extremas nas capitais do Nordeste do Brasil. Revista Brasileira de Geografia Física, v. 9, n. 2, p. 430-439.