

待ち行列ネットワークを利用した最適拠点配置に対する シミュレーション連携の効果

Effect of simulation cooperation on optimal placement using queuing network

鈴木 宏*, 水野 信也*, 今井 浩久**, 八巻 直一***

Kou SUZUKI, Shinya MIZUNO, Hirohisa IMAI and Naokazu YAMAKI

In recent years, there are many models in which users lend and borrow mobile tools such as a bicycle from specified nodes. However, such a model is difficult to continue, the maintenance cost of the mobile tool is also large, but the most problematic is the concentration on the node where the mobile tool is located. Concentration of bases of transportation equipment is causing problems such as users not being able to return to their nodes due to capacity over and moving instruments excessively gathered by trucks. In order to solve such a problem, we calculate the average standby number and the average standby time for the mobile tool at each node using a closed queuing network. And it is possible to simultaneously prevent capacity overrun and utilization drop. However, in the optimal node placement using the closed queuing network, since the model itself assumes stationarity, we obtain the characteristic quantity after sufficient time has passed. In this research, we perform simulation of this model for the optimal node placement of the closed queuing network and obtain information that can correspond to the real model by obtaining detailed information along the time series. We propose a new optimal node placement platform by linking the simulation to the optimal base placement using the proposed closed queuing network and expect it to be applied to a wide range of models.

1. はじめに

近年、レンタルサイクルなどで決められた区域に自転車などの移動用具を設置し、利用者は指定された拠点の中から移動用具の貸し借りをを行うモデルが多く見られる[1][2][3]。しかしながら、このようなモデルは継続が難しく、移動用具の維持費の面も大きい、一番問題が多いのは移動用具のある拠点への集中である。交通用具の拠点集中は利用者がキャパシティオーバーでその拠点に返却できなかつたり、過剰に集まってしまった移動用具をトラック等で移動させるなどの問題を引き起こしている。

このような問題を解決するために閉鎖型待ち行列ネットワーク[4]を用いて、各拠点の移動用具に対する平均待機台数や平均待機時間を算出し、拠点候補の中から拠点を最適化モデルとして選択することで、キャパシティオーバーと利用率低下を同時に防ぐことが可能となる[5]。これにより閉域網での拠点選択が可能になり、バランス良く移動用具を配置できるようになる。しかしながら、閉鎖型待ち行列ネットワークを用いた最適拠点配置では、モデル自体が定常性を仮定しているため、十分時間が流れた後の特性量を得ることとなる。現実のモデルでは、平均値だけでなく時系列に沿ったより詳しい情報が運用のため必要と

なる[6]。

最適拠点配置の手法としては様々なものが提案されている[7][8]。またクラウド環境内でのリソース配置にも盛んに利用されている[9][10][11][12]。待ち行列理論に対するシミュレーションとしては、M/M/1モデルでの基本的なシミュレーション[13]や避難経路に応用したもの[14]がある。これらの先行研究は、今回のような閉域網での最適拠点配置は言及しておらず、現在各地で実施されているレンタル事業で利用可能な汎用的な最適拠点配置プラットフォームが必要だと考えた。

本研究では、閉鎖型待ち行列ネットワークの最適拠点配置に対し、同モデルのシミュレーションを実施し、時系列に沿った詳細な情報を得ることで実モデルに対応出来るような情報を得る。今回シミュレーションで得られる情報としては、(i)拠点に移動用具が全く無い時の時間割合やキャパシティオーバーとなっている時間割合、(ii)各拠点における交通用具数増減に対する影響度、(iii)施設などの開場時における立ち上がりシミュレーションでの交通用具の移動を得た。また閉鎖型待ち行列ネットワークでは各拠点間の移動時間は考慮していない。(iv)シミュレーションにおいて各拠点間の移動時間を設定し、最適拠点配置

2017年5月8日受理

* 総合情報学部 コンピュータシステム学科

** ヤマハ発動機株式会社

*** 静岡大学

によって得られた最適解に対して解の精度を検証し、最適解の利用可能性を得た。提案済みである閉鎖型待ち行列ネットワークを利用した最適拠点配置に対し、シミュレーションを連携することで、新しい最適拠点配置プラットフォームを提案し、幅広いモデルに適用を期待する。

2. 閉鎖型待ち行列ネットワークモデルの概要

閉鎖型待ち行列ネットワークモデルを最適拠点配置に利用するため、まず基本的なモデル定義をしておく[15]。

1. 網内でサービスされる客のクラスは1種類である。
2. 網内にはK個の拠点が存在する。
3. 網内の客の総数Nは有限で、拠点kの客数を n_k とし、 $N = \sum_{k=1}^K n_k$ を満たす。
4. 拠点kにおいて、サービス時間はサービス率 μ_k の指数分布に従う。
5. 拠点kに網内から到着する客の全到着率は α_k とする。
6. 拠点iでサービスを受けた客は次の確率で拠点jに移動する。 $p_{i,j}(1 \leq i, j \leq K, p_{i,j} \geq 0, \sum_{j=1}^K p_{i,j} = 1)$

本モデルでは待ち行列モデルで通常利用する”客”を移動用具1台としている。通常待ち行列で利用する系内人数等の用語は系内台数と表現することにする。つまり本モデルでは、各拠点での利用者は十分にいると考え、移動用具が拠点にいる場合に利用者が移動用具で目標拠点に移動する。ここで各拠点でのサービス率は利用者の利用頻度と考えている。本モデルでは移動用具に対する解析を実施するため、各拠点のサービス率が高いほど、移動用具の利用率が高いことになる。このサービス率は網内での人気度に比例するものと考えられる。また上記の α_k は次の式を満たすものである。

$$x_1 = 1, x_k = \sum_{j=1}^K x_j p_{j,k}, \quad (k = 2, 3, \dots, K)$$

また、 $\sigma_k = \frac{\alpha_k}{\mu_k}$, ($k = 1, 2, \dots, K$)と置く。

これより拠点1に n_1 人、...、拠点Kに n_K 人いるという定常分布は

$$\pi(n_1, n_2, \dots, n_K) = \frac{1}{G(N, K)} \prod_{k=1}^K \sigma_k^{n_k} \quad (1)$$

ただし

$$G(N, K) = \sum_{n_1 + \dots + n_K = N} \prod_{k=1}^K \sigma_k^{n_k} \quad (2)$$

とする。また推移確率 $p_{i,j}$ は次の重力モデル[16]に従って算出される。

f_{ij} : 拠点iから拠点jへの移動量
 $q_{i,j}$: 拠点iから拠点jへの移動総量
 $r_{j,i}$: 拠点jから拠点iへの移動総量
 $s_{i,j}$: 拠点i, j間の標高差絶対値
 d_{ij} : 拠点i, j間の距離
 C : 重力モデル正規化定数

$$f_{i,j} = C \frac{q_{i,j}^\alpha r_{j,i}^\beta s_{i,j}^\gamma}{d_{i,j}^\eta}, \quad i, j = 1, 2, \dots, K.$$

今回は、 $\alpha = \beta = 1$, $\gamma = 0$, $\eta = 0.5$, $C = 0.1457$ で計算を行う。

3. 最適拠点配置の実施

本章では前章で提案した待ち行列ネットワークを利用した最適拠点配置システムを利用し、実在する場所で最適化を実施する。

3.1 最適拠点配置の準備

今回は浜名湖ガーデンパーク[17]の地域情報を使用する。浜名湖ガーデンパークには公開されている42の拠点が存在し、その情報を利用して最適拠点配置を実施する。図1は42拠点を地図上にプロットしたものである。これらすべての拠点をデータベースに登録し、各拠点間直線距離をHubenyの公式[18]より求めておく。表1はデータベースへ登録した例であり、表2は直線距離を求めたものである。



図1 浜名湖ガーデンパークで利用する拠点位置

表1 拠点データベース登録例

Id	拠点名	緯度	経度	標高	人気度	サービス率
1	北ロータリー	34.7158	137.5938	-1.5846	10	10
2	南ロータリー	34.7126	137.5943	3.1695	10	10
3	西駐車場	34.7142	137.5940	3.6954	10	10
4	路線バス乗り場	34.7129	137.5952	4.0617	20	20

表 2 拠点間距離データベース登録例

Id	From id	To id	Distance(m)
1	1	2	274.600
2	1	3	133.583
3	1	4	290.322
4	1	5	445.825
5	1	6	468.562

3.2 目的関数の設定

最適化の目的関数は各拠点での平均系内台数からキャパシティを引いた絶対値の合計とし、各拠点でペナルティ条件を満たしたときはペナルティ値を加算した。この式を最小化するように最適化を行った。目的関数とペナルティの条件は以下のとおりである。

$$\text{Minimize } \sum_{k=1}^K (|L_k - CP_k| + PT_k * I(\bar{A}_k))$$

- L_k : 拠点 k における平均系内台数
- CP_k : 拠点 k におけるキャパシティ
- PT_k : 拠点 k におけるペナルティ
- A_k : 拠点 k において案定している事象
- $I(A_k)$: 事象 A_k における指示関数

[ペナルティ条件]

- L_k が CP_k より大きい
- L_k が CP_k の 10%未滿

最適化アルゴリズムは今回遺伝アルゴリズム [19][20] (以下 GA) を採用した。GA のパラメータは表 3 のような形で実施した。また他の最適化に必要な情報は表 4 のようになっている。

表 3 遺伝アルゴリズムのパラメータ情報

遺伝子	Value
遺伝子数	50
世代数	100
交叉	ルーレット選択後一点交叉
突然変異	交換
突然変異率	0.3
並列化手法	Null

表 4 最適化におけるパラメータ情報

パラメータ	Value
移動車両数	100
拠点候補数 / 選択拠点数	42 / 12
重力パラメータ α, β, γ	1.0, 1.0, 0.0
重力パラメータ η	0.5
重力パラメータ定数	0.1475
各拠点での車両容量数	10
人気度	5 or 10 or 20

3.3 最適拠点配置の実施

ここでは前述の条件で最適化を実施した。GA で実施しているため、複数回試行し、目的関数の最良の結果を用いている。今回得られた選択拠点は図 4 のようになった。



図 2 最適化で選択された 12 拠点

最適化計算によって得られた結果は表 5 である。また推移確率は付録の表 A.1 のようになった。キャパシティオーバーとなった拠点を確認するとその拠点 27 の推移確率は、人気拠点 17 からの推移が高くなっていることがわかった。

表 5 最適化計算で得られた結果

拠点 ID	人気度	サービス率	到着率 α	平均系内人数 L	平均ノード滞在時間 R	スループット
14	5	5	1.000	7.891	1.767	4.465
15	5	5	0.982	6.846	1.561	4.386
17	10	10	1.957	6.666	0.763	8.741
18	5	5	0.958	5.743	1.343	4.277
21	5	5	0.985	6.979	1.587	4.397
24	5	5	1.026	9.990	2.180	4.582
27	5	5	1.097	24.929	5.088	4.900
29	5	5	1.023	9.674	2.118	4.567
31	5	5	1.005	8.225	1.833	4.487
34	10	10	1.714	3.232	0.422	7.655
35	5	5	1.000	7.919	1.773	4.467
41	10	10	1.471	1.906	0.290	6.568

地図上で拠点の位置を確認すると、キャパシティオーバーとなった拠点は密集していた。そして、人気拠点とキャパシティオーバーとなった拠点、系内台数の多い拠点の位置関係をみると、図 5 のように人気拠点の中間にある拠点到多く人が集まることがわかった。



図 5 人気拠点とキャパシティオーバー拠点の位置関係

4. 最適拠点配置の結果に対するシミュレーション連携

ここでは最適拠点配置で得られた結果に対しシミュレーションを実施して、さらなる有益な情報を得ていく。今回利用したシミュレーションソフトウェアは S4(エスクワトロ) Simulation System[21]である。

4.1 シミュレーション精度の検証

最初に最適拠点配置で設定した値と得られた結果を利用して、シミュレーション精度の検証を実施した。表 6 は各シミュレーション時間における各拠点での系内台数の差の絶対値の総和をとったものである。実行時間を長くするほどシミュレーション結果の理論値との差が小さくなっていった。100 万秒で十分理論値との差が減少したと考え、以後 100 万秒でシミュレートした結果を用いる。

表 6 各シミュレーション時間における各拠点での系内台数の差の絶対値の総和

拠点	14	15	17	18	21	24	27	29	31	34	35	41	差の合計
理論値	7.891	6.846	6.666	5.743	6.979	9.99	24.929	9.674	8.225	3.232	7.919	1.906	
10万秒	0.952	1.543	0.260	0.661	0.425	1.745	5.730	0.258	2.256	0.355	0.893	0.130	15.210
50万秒	0.390	0.286	0.475	0.563	0.051	0.301	2.964	0.284	0.597	0.100	0.055	0.038	6.105
100万秒	0.114	0.313	0.184	0.620	0.163	0.261	1.443	0.369	0.138	0.025	0.204	0.017	3.852

4.2 呼損拠点数の時間割合

拠点の系内台数が同時に 0 台になってしまう時、その拠点を呼損拠点と呼ぶことにする。ここでは表 7 のように系内台数が同時に呼損状態やキャパシティ台以上になってしまうときの時間割合を求めた。

表 7 呼損及びキャパシティオーバーとなる時間割合

	同時に 0 となる時間割合	同時にキャバ越えとなる時間割合
1 拠点以上	84.143	100.000
2 拠点以上	50.360	98.408
3 拠点以上	20.116	84.992
4 拠点以上	5.368	52.869
5 拠点以上	0.980	18.898
6 拠点以上	0.119	3.241
7 拠点以上	0.012	0.230
8 拠点以上	0.000	0.001
9 拠点以上	0.000	0.000

表 7 から同時に呼損となる時間割合が 1 拠点以上で 84%, 2 拠点以上でも 50%と非常に高いことがわかる。同様に、常に 1 拠点以上はキャパシティオーバーとなっていることがわかる。計算では系内台数が分散されているが、シミュレーションを行ってみると大きな問題があることがわかった。

4.3 各拠点の系内台数に対する相関関係

次に各拠点間同士の時間経過に対する系内台数の相関関係を調べた。結果は表 8 のようになった。表 8 からキャパシティオーバーとなった拠点 27 とその他の拠点に負の相関があった。そして、拠点の位置関係は図 6 のようになった。図 6 から人気拠点方向への拠点で最も近い拠点と負の相関があることがわかる。そして、その中で最も負の相関があった拠点 24 との系内台数の推移は図 7 のようになり、弱い負の相関があることを確認することができた。このように時系列における系内台数の相関を得ることで、局所的に対応する必要性も確認でき、実際の運用には欠かせない情報と考える。

表 8 各拠点間の時間経過に対する系内台数の相関関係

	14	15	17	18	21	24	27	29	31	34	35	41
14	1.000	-0.048	-0.041	-0.042	-0.108	-0.090	-0.208	-0.042	-0.099	-0.036	-0.102	-0.015
15	-0.048	1.000	-0.035	-0.034	-0.089	-0.079	-0.155	-0.028	-0.082	-0.040	-0.076	-0.028
17	-0.041	-0.035	1.000	-0.057	-0.052	-0.080	-0.176	-0.110	-0.052	-0.029	-0.035	-0.012
18	-0.042	-0.034	-0.057	1.000	-0.038	-0.086	-0.136	0.005	-0.071	-0.005	-0.034	-0.017
21	-0.108	-0.089	-0.052	-0.038	1.000	-0.114	-0.211	-0.019	-0.022	-0.001	-0.024	-0.002
24	-0.090	-0.079	-0.080	-0.086	-0.114	1.000	-0.310	-0.089	-0.042	-0.036	-0.077	-0.021
27	-0.208	-0.155	-0.176	-0.136	-0.211	-0.310	1.000	-0.284	-0.249	-0.093	-0.240	-0.068
29	-0.042	-0.028	-0.110	0.005	-0.019	-0.089	-0.284	1.000	-0.076	-0.030	-0.125	-0.032
31	-0.099	-0.082	-0.052	-0.071	-0.022	-0.042	-0.249	-0.076	1.000	-0.039	-0.068	-0.022
34	-0.036	-0.040	-0.029	-0.005	-0.001	-0.036	-0.093	-0.030	-0.039	1.000	-0.056	0.003
35	-0.102	-0.076	-0.035	-0.034	-0.024	-0.077	-0.240	-0.125	-0.068	-0.056	1.000	-0.024
41	-0.015	-0.028	-0.012	-0.017	-0.002	-0.021	-0.068	-0.032	-0.022	0.003	-0.024	1.000



図 6 相関関係の強い拠点の位置関係

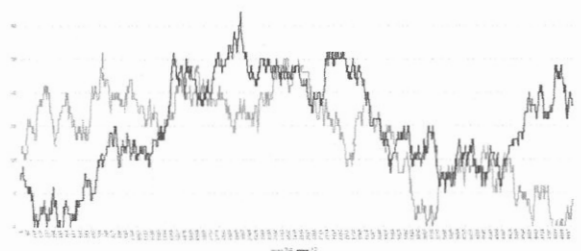


図 7 拠点 27 と 24 の系内台数の推移

4.4 シミュレーションの立ち上がり時観測

実際の運用については入口や集合場所など一旦人や移動用具が集まり、そこから各拠点へ分散される場合が考えられる。今回は ID14 にすべての移動用具があるとし、シミュレーションを実施する中で、どのような影響があるかを調べた。表 9 は出発拠点 ID14 との時系列における系内台数の相関をとったものである。また図 8 はシミュレーション開始からの系内台数の推移を示している。また移動用具の推移を地図上で確認すると図 9 のようになり、幾つかの拠点到多くの人々が推移した。図 9 を見ると、最初の拠点到多くの人々は人気拠点到方向の距離の近い拠点到移動していることがわかった。そして、出発地点からの距離と出発地点との相関を分布にすると、距離の近いほど負の相関があることがわかった。このようにシミュレーションの立ち上がりに注目することで、開園時など特殊な状況の把握が可能となる。

表 9 出発拠点 ID14 との時系列における系内台数の相関

	14	15	17	18	21	24	27	29	31	34	35	41
14	1.00	-0.61	-0.43	-0.06	-0.85	-0.19	-0.28	-0.70	-0.17	-0.36	-0.36	-0.01



図 8 シミュレーション開始からの系内台数の推移



図 9 シミュレーション立ち上がり時に影響の多い拠点の位置関係

4.5 拠点間移動時間の考慮

閉鎖型待ち行列では移動時間が考慮されておらず、実際の運用にそのまま結果を利用するには不安が残る。ここでは閉鎖型待ち行列ネットワークを利用した最適拠点配置結果に移動時間を考慮したシミュレーションを実施し、ど

のような影響があるかを観察した。今回はガーデンパーク内の拠点間移動時間を AnyLogic[22]を用いて計測し、その結果を移動時間として用いた。また移動用具による速度の違いもあることから、計測した時間を基準に、計測値の 0.25 倍、0.5 倍、2 倍、3 倍、・・・、10 倍と 12 パターン実施した。付録の表 A.2 にパターン別の平均系内台数とその相関及び理論値との差の合計を算出した。図 10 は理論値の平均系内台数とそれぞれの移動時間での平均系内台数との相関をグラフにしたものである。移動時間が計測時間の 10 倍となっても、相関が 0.92 となっており、全体の系内台数の比率は保たれると判断できる。

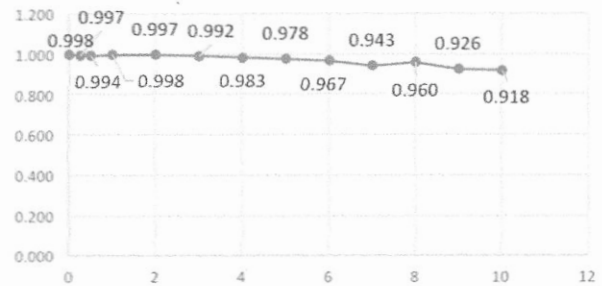


図 10 理論値の平均系内台数とそれぞれの移動時間での平均系内台数との相関 (横軸:計測時間との比率)

5. さいごに

本研究では閉鎖型待ち行列ネットワークを利用した最適拠点配置結果にシミュレーションを適用し、モデルの詳細な結果を得た。シミュレーションにおいて最初にシミュレーションの精度を確認し、平均系内台数では見ることができない呼損やキャパシティオーバーとなる時間割合、拠点間で系内台数に影響を及ぼしあっている組み合わせ、開園時などの移動用具の流れ、そして閉鎖型待ち行列ネットワークでは考慮されていなかった拠点間の移動時間をシミュレートし移動時間がどのような影響を及ぼすのかを確認した。この結果を用いることで運営管理者は移動用具の最適拠点配置を実施し、効果的な運用に近づくと期待できる。また本モデルは汎用的な形で作成されており、場所を問わず色々な場所で実施が可能である。本モデルが様々な場所で利用されることを期待する。

今後の課題としては本モデルでは利用者の行き来を完全に表現しておらずサービス率と人気度の関係に置き換えて最適拠点配置を実施している。利用者の流れもシミュレーションで検討し、より効果的な最適拠点配置モデルを提案したい。

謝辞

本研究は静岡大学共同研究「ヤマハ発動機株式会社：クローズドエリア内のピープルムーバの最適化に関する研究」(研究代表者：長谷川孝博)の研究成果の一部をまとめたものである。

参考文献

- 1) Liu, Zhili, Xudong Jia, and Wen Cheng. "Solving the last mile problem: Ensure the success of public bicycle system in Beijing." *Procedia-Social and Behavioral Sciences* 43 (2012): 73-78.
- 2) Martinez, L. M., Caetano, L., Eiró, T., & Cruz, F. (2012). An optimization algorithm to establish the location of stations of a mixed fleet biking system: an application to the city of Lisbon. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 54, 513-524.
- 3) DeMaio, Paul, and Jonathan Gifford. "Will smart bikes succeed as public transportation in the United States?." *Journal of Public Transportation* 7.2 (2004): 1.
- 4) Seidmann, Abraham, Paul J. Schweitzer, and Sarit Shalev-Oren. "Computerized closed queueing network models of flexible manufacturing systems: A comparative evaluation." *Large Scale Systems* 12 (1987): 91-107.
- 5) Shinya Mizuno, Shogo Iwamoto, Mutsumi Seki and Naokazu Yamaki, Proposal for optimal placement platform of bikes using queueing networks, SpringerPlus (2016) 5: 207.
- 6) BRANDÃO, Rita Marques; PORTA NOVA, Acácio MO. Simulation output analysis: non-stationary queue simulation analysis using time series. In: Proceedings of the 35th conference on Winter simulation: driving innovation. Winter Simulation Conference, 2003. p. 408-413.
- 7) Albatsh, F. M., Ahmad, S., Mekhilef, S., Mokhlis, H., & Hassan, M. A. (2015). Optimal placement of unified power flow controllers to improve dynamic voltage stability using power system variable based voltage stability indices. *PloS one*, 10(4), e0123802.
- 8) Cont, Rama, and Arseniy Kukanov. "Optimal order placement in limit order markets." Available at SSRN 2155218 (2013).
- 9) Gao, Y., Guan, H., Qi, Z., Hou, Y., & Liu, L. (2013). A multi-objective ant colony system algorithm for virtual machine placement in cloud computing. *Journal of Computer and System Sciences*, 79(8), 1230-1242.
- 1 0) CHAISIRI, Sivadon; LEE, Bu-Sung; NIYATO, Dusit. Optimal virtual machine placement across multiple cloud providers. In: Services Computing Conference, 2009. APSCC 2009. IEEE Asia-Pacific. IEEE, 2009. p. 103-110.
- 1 1) Bellur, Umesh, and Chetan S. Rao. "Optimal placement algorithms for virtual machines." arXiv preprint arXiv:1011.5064 (2010).
- 1 2) Zhao, J., Hu, L., Ding, Y., Xu, G., & Hu, M. (2014). A heuristic placement selection of live virtual machine migration for energy-saving in cloud computing environment. *PloS one*, 9(9), e108275.
- 1 3) L'Ecuyer, Pierre, Nataly Giroux, and Peter W. Glynn. "Stochastic optimization by simulation: numerical experiments with the M/M/1 queue in steady-state." *Management Science* 40.10 (1994): 1245-1261.
- 1 4) Okazaki, Shigeyuki, and Satoshi Matsushita. "A study of simulation model for pedestrian movement with evacuation and queuing." *International Conference on Engineering for Crowd Safety*. Vol. 271. 1993.
- 1 5) Buzen, Jeffrey P. "Computational algorithms for closed queueing networks with exponential servers." *Communications of the ACM* 16.9 (1973): 527-531.
- 1 6) Anderson JE (2011) The gravity model. *Annu Rev Econ* 3:133–160
- 1 7) Hamanako Garden Park, <http://www.hamanakogardenpark.jp/>, 2017/01
- 1 8) K. Hubeny: Weiterentwicklung der Gauss'schen Mittelbreitenformeln, *Z.Vermess*, 84, 159-163, 1959.
- 1 9) Cantù-Paz E (1998) A survey of parallel genetic algorithms. *Calculateurs paralleles, reseaux et systems repartis* 10(2):141–171
- 2 0) Zhang T, Gruver WA, Smith MH (1999) "Team scheduling by genetic search." In: Proceedings of the second international conference on intelligent processing and manufacturing of materials, 1999. IPMM'99, vol. 2. IEEE
- 2 1) S4 Simulation System, <https://www.msi.co.jp/s4/> (2017/01)
- 2 2) AnyLogic, <http://www.anylogic.jp/>, (2017/01)

付録

表 A.1 最適化計算で得られた推移確率行列

	14	15	17	18	21	24	27	29	31	34	35	41
14	0.000	0.110	0.254	0.073	0.066	0.070	0.106	0.051	0.054	0.088	0.046	0.080
15	0.112	0.000	0.225	0.093	0.066	0.077	0.091	0.053	0.056	0.092	0.049	0.084
17	0.130	0.113	0.001	0.086	0.078	0.085	0.157	0.057	0.061	0.096	0.051	0.086
18	0.077	0.095	0.175	0.000	0.075	0.105	0.081	0.064	0.067	0.106	0.058	0.096
21	0.067	0.066	0.155	0.073	0.000	0.104	0.084	0.076	0.093	0.119	0.062	0.100
24	0.068	0.074	0.163	0.098	0.099	0.000	0.082	0.071	0.079	0.110	0.060	0.096
27	0.097	0.082	0.280	0.070	0.075	0.076	0.000	0.052	0.057	0.088	0.046	0.078
29	0.050	0.051	0.108	0.060	0.073	0.071	0.055	0.000	0.124	0.177	0.103	0.127
31	0.054	0.055	0.119	0.064	0.092	0.081	0.062	0.126	0.000	0.151	0.081	0.116
34	0.052	0.053	0.110	0.059	0.068	0.066	0.056	0.105	0.088	0.001	0.134	0.207
35	0.046	0.048	0.099	0.056	0.061	0.062	0.050	0.105	0.081	0.230	0.000	0.162
41	0.055	0.056	0.115	0.062	0.067	0.067	0.058	0.089	0.079	0.241	0.110	0.001

表 A.2 パターン別の平均系内台数とその相関及び理論値との差の合計

													理論値との相関	差の合計
0.25倍	8.770	6.349	6.781	5.622	6.923	9.907	24.349	9.519	7.106	3.185	8.030	1.931	0.997	3.787
0.5倍	7.829	6.501	6.266	5.845	6.419	9.601	22.517	10.853	7.816	3.199	8.186	1.901	0.994	6.161
1倍	7.117	6.671	6.342	4.977	7.005	9.913	23.227	8.825	7.482	3.145	7.320	1.884	0.998	6.144
2倍	7.262	5.762	6.167	5.170	6.355	9.294	19.996	8.079	7.646	3.147	7.124	1.854	0.997	12.147
3倍	7.196	6.068	5.794	5.067	5.816	7.762	17.219	8.738	6.556	3.131	6.672	1.839	0.992	18.140
4倍	6.712	5.751	5.479	4.788	5.374	7.134	14.883	7.565	6.458	2.914	7.244	1.759	0.983	23.939
5倍	5.978	5.220	5.199	4.324	5.446	7.514	13.063	7.268	6.000	2.721	5.899	1.727	0.978	29.642
6倍	5.568	4.836	4.905	4.170	4.898	6.084	11.259	6.722	5.846	2.801	5.988	1.659	0.967	35.263
7倍	5.262	4.715	4.442	4.069	4.615	6.294	9.360	5.706	5.268	2.559	5.386	1.642	0.943	40.683
8倍	4.658	4.201	4.027	3.814	4.205	5.628	8.773	5.325	4.618	2.461	4.814	1.592	0.960	45.885
9倍	4.409	3.996	3.940	3.469	3.875	5.199	7.234	4.796	4.323	2.307	4.215	1.498	0.926	50.739
10倍	3.848	3.356	3.523	3.225	3.861	4.423	6.252	4.332	4.040	2.295	3.902	1.454	0.918	55.489
理論値	7.891	6.846	6.666	5.743	6.979	9.990	24.929	9.674	8.225	3.232	7.919	1.906		