

## Modellierung eines adäquaten Umgangs mit Messunsicherheiten

Julia Glomski, Burkhard Priemer

Didaktik der Physik, Ruhr-Universität Bochum

Kontakt: [glomski@physik.rub.de](mailto:glomski@physik.rub.de), [priemer@physik.rub.de](mailto:priemer@physik.rub.de)

### Kurzfassung

Obwohl in der Wissenschaft eine Auseinandersetzung mit Messunsicherheiten essentiell für die Erkenntnisgewinnung durch Experimente ist, findet sich diese Thematik nur selten im Physikunterricht wieder. Um festzustellen, welche Aspekte eines adäquaten Umgangs mit Messunsicherheiten Schülerinnen und Schülern sinnvoll vermittelt werden sollten, wurde das Themenfeld durch eine Analyse der verschiedenen derzeit gültigen fachlichen Standards (insb. nach DIN und ISO) erschlossen. Die so gewonnenen Konzepte wurden kategorisiert und zu einem Modell zusammengefasst, das in diesem Artikel vorgestellt und an exemplarischen Stellen detailliert erläutert wird. Damit soll nicht nur die Grundlage für eine Beschreibung und Erfassung von Kompetenzen gelegt, sondern auch die Basis für eine systematische Thematisierung der Messunsicherheiten im Physikunterricht vorbereitet werden.

### 1. Relevanz der Berücksichtigung von Messunsicherheiten im Physikunterricht

Obwohl in der bisherigen fachdidaktischen Forschung Messunsicherheiten nur wenig Berücksichtigung fanden, ist ein adäquater Umgang mit diesen für den Physikunterricht essentiell. Dieses spiegelt sich auch deutlich in einigen der KMK-Bildungsstandards im Fach Physik [1] für den Bereich Erkenntnisgewinnung wieder, in dem unter Anderem folgende von den Schülerinnen und Schülern zu erreichende Kompetenzen angegeben werden:

Schülerinnen und Schüler...

- führen einfache Experimente [...] durch und werten sie aus (E7)
- planen einfache Experimente, führen sie durch und dokumentieren ihre Ergebnisse (E8)
- werten gewonnene Daten aus, ggf. auch durch einfache Mathematisierungen (E9)
- beurteilen die Gültigkeit empirischer Ergebnisse und deren Verallgemeinerung (E10)

Um diesen Kompetenzerwartungen gerecht zu werden, ist die Thematisierung von Messunsicherheiten im Physikunterricht unverzichtbar. Nur wenn die Schülerinnen und Schüler in der Lage sind, sich kritisch mit der Verlässlichkeit der im Unterricht eingesetzten Messmethoden auseinanderzusetzen, ist es möglich, die entsprechenden Ergebnisse angemessen zu dokumentieren und zu diskutieren.

### 2. Entwicklung eines Modells

Um Schülerinnen und Schülern einen kritischen Umgang mit experimentell erhobenen Daten vermitteln und ihren diesbezüglichen Kenntnisstand überprüfen zu können, ist ein entsprechendes Kompe-

tenzstufenmodell vonnöten. Als fachliche Basis für ein derartiges Modell wurde in einem ersten Schritt eine umfassende Sach- und Strukturanalyse des Themenfeldes durchgeführt. Als Grundlage dienten dabei insbesondere ein traditionelles Lehrwerk [2] und die derzeit gültigen DIN- und ISO-Standards [3,4]. Aus diesen Quellen wurden die für einen adäquaten Umgang mit Messunsicherheiten notwendigen Konzepte gewonnen und kategorisiert. Als Ergebnis dieser Analyse entstand ein allgemeines vierdimensionales Sachstrukturmodell, das alle relevanten Aspekte des Themenfeldes der Messunsicherheiten berücksichtigt und im Folgenden erläutert wird. Dieses Modell wird dann in einem zweiten Schritt – der in diesem Beitrag nicht dargestellt ist – einer Rekonstruktion für die Sekundarstufe I unterzogen.

### 3. Die vier Dimensionen eines adäquaten Umgangs mit Messunsicherheiten

Bei der Sach- und Strukturanalyse konnten die gewonnenen Konzepte vier übergeordneten Kategorien (im Folgenden als Dimensionen bezeichnet)

<u>1. Dimension</u> Grundsätzliche Existenz	<u>2. Dimension</u> Einfluss auf das Messwesen
<u>3. Dimension</u> Erfassung	<u>4. Dimension</u> Aussagekraft

**Abb.1:** Die vier Dimensionen eines adäquaten Umgangs mit Messunsicherheiten

zugeordnet werden (vgl. Abbildung 1).

Jede dieser Dimensionen enthält Grundkonzepte, die durch Unterkonzepte auf mehreren Ebenen aufgelöst werden. Auf diese Weise stellt das Modell einzelne spezifische Konzepte dar, die im Rahmen der jeweiligen Dimension immer weiter zu übergeordneten Konzepten zusammengefasst werden können.

Im Folgenden wird jede dieser Dimensionen kurz vorgestellt und an exemplarischer Stelle detailliert erläutert.

**3.1. Grundsätzliche Existenz**

Die erste Dimension beinhaltet Aspekte, die sich auf die grundsätzliche Existenz von Messunsicherheiten beziehen. Darunter ist zu verstehen, dass Unsicherheiten zwingend bei jeder Messung auftreten, selbst wenn diese besonders sorgfältig mit höchstpräzisen Messinstrumenten durchgeführt wurde. Dieser Sachverhalt wird verständlich, wenn die Ursachen für Unsicherheiten bekannt sind.

Messung und das daraus resultierende Messergebnis sind.

Dem gegenüber steht das Konzept der Messabweichung, bei der es sich um die Abweichung des Ergebniswerts vom „wahren“ Wert der Messgröße handelt. Dies ist eine idealisierte Betrachtung, da es aufgrund der stets vorhandenen Messunsicherheit unmöglich ist, den „wahren“ Wert einer Messgröße in Erfahrung zu bringen. Die Existenz eines solchen Werts ist aus diesem Grund sogar wissenschaftstheoretisch umstritten. Taylor [2] schlägt jedoch vor, den „wahren“ Wert als Idealisierung in dem Sinne

1.1 Ursachen der Unsicherheit	1.1.1 Endliche Genauigkeit beim Ablesen einer Skala	
	1.1.2 Unvollständiges Wissen	1.1.2.1 Einflussgrößen
		1.1.2.2 Definition der Messgröße
		1.1.2.3 Mathematisches Modell
1.2 Abgrenzung von der Messabweichung bzw. dem „Messfehler“	1.2.1 Prinzipielle Abgrenzung der Unsicherheit	
	1.2.2 Systematische Messabweichungen	1.2.2.1 Eigenschaften
		1.2.2.2 Abgrenzung zur Unsicherheit
		1.2.2.3 Gegenmaßnahmen
	1.2.3 Zufällige Messabweichungen	1.2.3.1 Eigenschaften
		1.2.3.2 Abgrenzung zur Unsicherheit
1.2.3.3 Gegenmaßnahmen		

**Abb.2:** Struktur und Inhalte der 1. Dimension "Grundsätzliche Existenz"

Da bei der Diskussion von Messunsicherheiten häufig fälschlicherweise von „Messfehlern“ gesprochen wird, ist es zudem von besonderer Notwendigkeit, den Unterschied zwischen den Konzepten, die sich hinter diesen beiden Begriffen verbergen, zu diskutieren. Um negative Konnotationen zu vermeiden, wird im Folgenden stets der Begriff „Messabweichung“ anstelle von „Messfehler“ verwendet.

Abbildung 2 verdeutlicht die Verortung der verschiedenen Konzepte, die vorliegen müssen, um die grundsätzliche Existenz der Messunsicherheiten verstehen zu können.

Im Folgenden soll näher auf den Punkt *1.2 Abgrenzung von der Messabweichung bzw. dem „Messfehler“* eingegangen werden. Um die beiden Begriffe „Messunsicherheit“ und „Messabweichung“ voneinander abgrenzen zu können, ist die Kenntnis der entsprechenden Konzepte unverzichtbar. Nach dem ISO-Leitfaden „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement“ (GUM) handelt es sich bei der Messunsicherheit um einen „dem Messergebnis zugeordneter Parameter, der die Streuung der Werte kennzeichnet, die vernünftiger Weise dem Messergebnis zugeordnet werden können“ [4]. Durch die Messunsicherheit wird also ein Intervall festgelegt, von dem man mit hoher Wahrscheinlichkeit davon ausgehen kann, dass es die Ergebnisse weiterer unter denselben Bedingungen durchgeführter Messungen ebenfalls enthalten würde. Dementsprechend ist die Messunsicherheit ein Maß dafür, wie verlässlich die

anzusehen, wie es in der Mathematik beispielsweise bei einem Punkt oder Linie der Fall ist, bei denen davon ausgegangen wird, dass sie keinerlei Ausdehnung besitzen. Demgemäß soll im Folgenden davon ausgegangen werden, dass jede Größe einen „wahren“ Wert besitzt, der jedoch niemals exakt ermittelt werden kann. Dies führt jedoch zu der Konsequenz, dass auch die Messabweichung nicht mit absoluter Gewissheit in Erfahrung gebracht werden kann. Liegt bei einer Messung jedoch ein Wert für die untersuchte Messgröße vor, der eine sehr geringe Messunsicherheit besitzt (z.B. ein Literaturwert), ist es in der Praxis durchaus üblich, diesen Wert als Näherung für den „wahren“ Wert anzusehen. Zur Erleichterung der Diskussion wird im Folgenden ein solcher Wert als Zielwert bezeichnet.

Bei der Messabweichung handelt es sich also näherungsweise um die Abweichung des Ergebniswerts vom Zielwert der Messgröße. Dabei handelt es sich im Gegensatz zu Messunsicherheit nicht um ein Maß für die Genauigkeit bzw. Verlässlichkeit des Messergebnisses. So kann beispielsweise ein Messergebnis zwar eine sehr geringe Messabweichung besitzen, d.h. sehr nah beim Zielwert liegen, jedoch mit einer derart großen Messunsicherheit verbunden sein, dass sich dieser „Erfolg“ nicht zwangsläufig durch weitere unter denselben Bedingungen gewonnene Messergebnisse reproduzieren lässt. Durch die Betrachtung der Messunsicherheit wird also deutlich, dass es sich bei einem solchen Ergebnis viel-

mehr um einen „Zufallstreffer“, als um ein besonders genaues Messergebnis handelt.

Umgekehrt lässt eine große Messabweichung nicht zwingend auf eine misslungene Messung schließen. Ist die entsprechende Messunsicherheit nämlich vergleichsweise gering, handelt es sich um ein Ergebnis, das sich mit hoher Wahrscheinlichkeit reproduzieren lässt und dementsprechend verlässlich ist. In einem solchen Fall kann die hohe Messabweichung ein Indiz für einen bisher unentdeckten systematischen Effekt sein.

Anhand der Abgrenzung der Messunsicherheit von der Messabweichung wird also zum einen deutlich, welches Konzept mit diesem Begriff verbunden ist, und zum anderen, wie wichtig deren Berücksichtigung im Rahmen der Diskussion und Bewertung von Messergebnissen ist. Erst wenn der Unterschied zwischen Messabweichung und Messunsicherheit bekannt ist, kann fundiert begründet werden, warum die Differenz zwischen Zielwert und Messergebnis keine Aussagen über die Güte des Messprozesses zulässt.

### 3.2. Einfluss auf das Messwesen

Die zweite Dimension bezieht sich darauf, inwiefern sich die Berücksichtigung von Messunsicherheiten auf den Messprozess selbst auswirkt. Dies geschieht auf zwei Ebenen (vgl. Abbildung 3).

che Entscheidungen aus, die vor oder während der Messung getroffen werden.

Wurde die Messung dementsprechend geplant durchgeführt, ist die Berücksichtigung der Messunsicherheit zudem ein entscheidender Faktor dafür, was als Ergebnis der Messung angesehen werden kann und wie dieses zu dokumentieren ist. Bei der Ermittlung des Messergebnisses spielt zudem der Umgang mit „Ausreißern“ in aufgenommenen Messreihen, d.h. mit Anomalien im Messprozess, eine entscheidende Rolle.

Im Folgenden soll näher darauf eingegangen werden, inwiefern die Berücksichtigung von Messunsicherheiten das Ziel der Messung beeinflusst (2.1 Ziel der Messung). Wird eine quantitative Messung durchgeführt, wird damit beabsichtigt, so viel wie möglich über diese herauszufinden, was in der äußersten Konsequenz mit der Suche nach dem „wahren“ Wert der Messgröße gleichkommt. Wie bereits in Abschnitt 3.2 erwähnt, handelt es sich bei dem „wahren“ Wert jedoch um eine Idealisierung, sodass dieses Ziel faktisch nicht erreicht werden kann. Das Ziel, möglichst viel über die zu untersuchende Messgröße in Erfahrung zu bringen, entspricht in der Realität dem Versuch, ein Messergebnis mit einer möglichst geringen Messunsicherheit zu erhalten. Dieses lässt sich durch das Sammeln von möglichst

2.1 Ziel der Messung	2.1.1 Idealisierung: „Wahrer“ Wert	
	2.1.2 Realität: Verminderung der Messunsicherheit durch Sammeln möglichst vieler Informationen	2.1.2.1 Definition der Messgröße
		2.1.2.2 Wiederholte Beobachtungen
		2.1.2.3 Kenntnis über Quellen der Unsicherheit
		2.1.2.4 Kontextabhängigkeit der angestrebten Unsicherheit
2.2 Ergebnis der Messung	2.2.1 Mathematisches Modell	
	2.2.2 Messergebnis als Zusammenfassung aller Informationen	
	2.2.3 Anomalien im Messprozess	2.2.3 Feststellen von Anomalien
		2.2.3 Umgang mit Anomalien
	2.2.4 Bericht über Ergebnisse	2.2.4.1 Messgröße
		2.2.4.2 Bestwert
		2.2.4.3 Unsicherheit
		2.2.4.4 Vertrauensniveau
2.2.4.5 Form der verwendeten Wdf		

Abb.3: Struktur und Inhalte der 2. Dimension "Einfluss auf das Messwesen"

Das Ziel einer Messung ist stark mit den vorhandenen Konzepten über Messunsicherheiten verbunden. So ist die gesamte Versuchsplanung darauf ausgerichtet, die angestrebte Messunsicherheit zu realisieren. Dies kann jedoch nur sinnvoll bewerkstelligt werden, wenn bekannt ist, wodurch die Messunsicherheit verringert werden kann. Diese Zielsetzung und die damit verbundenen Überlegungen, wie diese erreicht werden kann, wirken sich somit auf sämtli-

vielen Informationen realisieren. So können chend viele Randbedingungen in der Definition der Messgröße berücksichtigt, eine Messung mehrfach wiederholt und Unsicherheitsquellen herausgestellt und – wenn möglich – abgeschwächt oder gar beseitigt werden. Das Ausmaß dieser Maßnahmen ist dabei davon abhängig, wie gering die angestrebte Messunsicherheit tatsächlich sein soll, d.h. was mit dem Ausdruck „möglichst gering“ gemeint ist. Diese

Zielsetzung ist vom Kontext abhängig, in dem die Messung stattfindet. Ist z.B. eine Temperatur zu messen, hängt die angestrebte Messunsicherheit und dementsprechend die Auswahl des einzusetzenden Messgeräts vom Kontext ab. So kann es im Alltag genügen, die Raumtemperatur auf 1°C genau zu kennen, während die Körpertemperatur auf 0,1°C genau gemessen werden sollte. Dementsprechend werden selbst in Haushalten je nach Anwendungen Thermometer mit unterschiedlicher Präzision eingesetzt.

**3.3. Erfassung**

Während sich die ersten beiden Dimensionen vor allem grundsätzliche Eigenschaften von Messunsicherheiten beziehen, beinhaltet die dritte Dimension Methoden, wie Messunsicherheiten quantitativ erfasst werden können (vgl. Abbildung 4). Dabei ist zwischen der Erfassung einer einzelnen Unsicherheitskomponente aus direkter Messung einer Größe und der Erfassung einer aus mehreren Komponenten berechneten Gesamtunsicherheit zu unterscheiden. Für bestimmte Anwendungen kann es zudem sinnvoll sein, eine erweiterte Unsicherheit anzugeben, die mit einem höheren Vertrauensniveau verbunden ist.

einer erfassten Unsicherheit eine erweiterte Unsicherheit zu bilden.

Prinzipiell wird zur Erfassung der Messunsicherheit stets eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (Wdf) modelliert. Dies kann auf zwei Weisen erfolgen. Bei der Ermittlungsmethode A wird die Wdf anhand der durch mehrfach wiederholte Messung festgestellten Häufigkeitsverteilung aufgestellt. Bei dieser Methode wird die Wdf also auf statistische Weise erfasst.

Wird eine Größe nur einmal gemessen oder lösen die verwendeten Messgeräte die Streuung der erhaltenen Messwerte nicht auf, kann die entsprechende Wdf auch auf Grundlage anderer zur Verfügung stehender Informationen sinnvoll abgeschätzt werden. So kann z.B. die Unsicherheit beim Ablesen einer analogen Anzeige in der Regel durch eine dreiecksförmige Wdf dargestellt werden, während für das Ablesen von einer digitalen Anzeige eine Wdf in Rechtecksform besser geeignet ist. Die Erfassung einer Wdf auf nicht-statistische Weise entspricht der Ermittlungsmethode B.

Die Wdf fasst sämtliche Informationen zusammen, die über die entsprechende Messgröße vorliegen. So gibt das Maximum der Wdf Aufschluss über den besten Schätzer für den „wahren“ Wert der Mess-

3.1 Direkte Messung / Einzelne Komponente	3.1.1 Ermittlung der Wdf	3.1.1.1 Ermittlungsmethode A		
		3.1.1.2 Ermittlungsmethode B		
	3.1.2 Analyse der Wdf			
3.2 Zusammensetzung aus mehreren Komponenten	3.2.1 Unsicherheits-Budget	3.2.1.1 Bekannte Quellen		
		3.2.1.2 Unbekannte Quellen		
	3.2.2 Fortpflanzung der Unsicherheit	3.2.2.1 Schrittweise	3.2.2.1.1 Summen/Differenzen und Produkte/Quotienten	
			3.2.2.1.2 Summe aus Messwert und exakter Zahl	
			3.2.2.1.3 Produkt aus Messwert und exakter Zahl	
3.2.2.1.4 Beliebige vom Messwert abhängige Funktion				
3.2.2.2 Ganzheitlich				
3.2.3 Kombinierte Standardunsicherheit				
3.3 Erweiterte Unsicherheit	3.3.1 Erweiterung des Intervalls			
	3.3.2 Erweiterungsfaktor			

**Abb.4:** Struktur und Inhalte der 3. Dimension "Erfassung"

Das Verständnis des Punkts *3.1 Direkte Messung / Einzelne Komponente* bildet eine notwendige Grundlage zur Erfassung von Messunsicherheiten. So muss zunächst geklärt werden, wie eine einzelne Unsicherheitskomponente einer direkt gemessenen Größe ermittelt werden kann, um bei komplexeren Systemen mehrere Unsicherheitskomponenten zu einer Gesamtunsicherheit zusammenzufassen oder aus

größe, der üblicher Weise als Bestwert bezeichnet wird. Die durchschnittliche Breite der Wdf entspricht der doppelten Messunsicherheit, d.h. der Breite des durch die entsprechende Messunsicherheit festgelegten Intervalls. Durch Integration der Wdf über dieses Intervall erhält man das dazugehörige Vertrauensniveau, d.h. die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Ergebnisse wiederholter Messungen ebenfalls in dieses Intervall fallen.

### 3.4. Aussagekraft

Um experimentell ermittelte Daten kritisch beurteilen zu können, ist die Betrachtung der entsprechenden Messunsicherheit essentiell. Die vierte und letzte Dimension bezieht sich folglich auf die Aussagen über den Messprozess und seine Ergebnisse, die anhand der Messunsicherheiten getroffen werden können. Abbildung 5 stellt die entsprechenden Bereiche der Auswertung einer Messung dar, die mithilfe der Messunsicherheiten vorgenommen werden können.

nächsten Schritt einer didaktischen Rekonstruktion unterzogen, im Rahmen derer eine Reduktion der Fachinhalte auf das Niveau der Sekundarstufe I erfolgen wird. Zudem werden anschließend die daraus resultierenden von den Schülerinnen und Schülern zu erlernenden Konzepte mit einer entsprechenden Taxonomie versehen, um das in Abschnitt 2 geforderte Kompetenzstufenmodell zu erhalten.

Durch die Ergebnisse der fachlichen und didaktischen Analyse soll ein Grundstein gelegt werden, das Verständnis von Schülerinnen und Schülern

4.1 Zuverlässigkeit des Messergebnisses	4.1.1 Genauigkeit des Schätzwerts		
	4.1.2. Vertrauensniveau		
4.2 Vergleich mit anderen Werten	4.2.1 Diskrepanz		
	4.2.2 Vergleich mit anderen Messergebnissen	4.2.2.1 Wiederholbarkeit	
		4.2.2.2 Reproduzierbarkeit	
	4.2.3 Vergleich mit nicht gemessenem Wert		
	4.2.4 Folgerungen aus großen Diskrepanzen		
4.2.5 Korrelation			
4.3 Kombination mehrerer Messergebnisse	4.3.1 Gewichteter Mittelwert		
	4.3.2 Prinzip der größten Wahrscheinlichkeit		
4.4 Regression	4.4.1 Eindimensional	4.4.1.1 Linear	4.4.1.1.1 Grafisch
			4.4.1.1.2 Rechnerisch
	4.4.1.2 Allgemein		
4.4.2 Mehrdimensional			

Abb.5: Struktur und Inhalte der 4. Dimension "Aussagekraft"

So kann anhand der Messunsicherheit beurteilt werden, wie zuverlässig das entsprechende Messergebnis ist und inwiefern es mit anderen Werten vereinbart werden kann. Wurde dieselbe Größe auf verschiedene Art und Weise gemessen, können die verschiedenen Ergebnisse anhand der jeweiligen Unsicherheiten gewichtet und zu einem resultierenden Gesamtergebnis zusammengefasst werden. Sollen zwei oder mehr verschiedene Größen auf einen Zusammenhang überprüft werden, kann anhand der entsprechenden Unsicherheiten überprüft werden, ob und durch welche Funktion dieser Zusammenhang am besten beschrieben werden kann.

### 4. Ausblick

Als erster Schritt zur Berücksichtigung von Messunsicherheiten im Physikunterricht konnte als Ergebnis einer Sach- und Strukturanalyse ein entsprechendes Modell herausgearbeitet werden, das die Thematik in ihrer vollen Komplexität darstellt. Dieses Modell ist jedoch in erster Linie auf Hochschulniveau anzusiedeln, sodass es in der hier vorgestellten Form für den Einsatz im Physikunterricht noch nicht geeignet ist. Aus diesem Grund wird das Modell in einem

bezüglich des Umgangs mit Messunsicherheiten systematisch zu erheben. Auf diese Weise können zum einen adäquate und inadäquate Schülervorstellungen gefunden werden. Zum anderen können konkrete Folgerungen für den Physikunterricht gezogen werden.

### 5. Literatur

- [1] KMK Kultusministerkonferenz (2004): Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss. Wolters-Kluwer, München-Neuwied
- [2] Taylor, John (1997): An Introduction to Error Analysis – The Study of Uncertainties in Physical Measurements. University Science Books, Sausalito
- [3] Deutsches Institut für Normung (1996): DIN 1319-3 – Grundlagen der Messtechnik – Teil 3: Auswertung von Messungen einer einzelnen Messgröße, Messunsicherheit. Beuth, Berlin
- [4] International Organization of Standardization (2008): Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM). Genf