

判別関数による現代日本人頭骨の性別判定法

田中 武史

札幌医科大学法医学講座 (主任 八十島信之助教授)

埴原和郎 小泉清隆

東京大学理学部人類学教室 (主任 埴原和郎教授)

Sex Determination of the Modern Japanese Skull by Means of Discriminant Function

Takeshi TANAKA

Department of Legal Medicine, Sapporo Medical College
(Chief: Prof. S. Yasoshima)

Kazuro HANIHARA and Kiyotaka KOIZUMI

Department of Anthropology, Faculty of Science, The University of Tokyo
(Chief: Prof. K. Hanihara)

Reliability of sexing from skulls by the discriminant function method is limited to a relatively low level in comparison with that from the extremity bones (Pons, 1955; Hanihara, 1958, 59; Giles and Elliot, 1963). For instance, Hanihara (1959) reported 0.856-0.897 of reliability using the Japanese skulls, and Giles and Elliot (1963) obtained 0.835-0.876 of reliability from the Caucasian and American Negro skulls.

In this article, the authors tried to find more reliable discriminant functions on the skulls by increasing the number of measuring items. At the same time, the so-called stepwise method was employed to obtain the highest reliability by the smallest number of items.

The materials used were 42 male and 37 female skulls from the Kanto provinces (Tokyo and the neighboring areas) whose ages were 20 through 60. The measuring items (table 1) were selected on the basis of the following rules:

- 1) They must be commonly used in the field of anthropology;
- 2) They must be easy to measure technically so that the discrepancy between investigators is negligibly small;
- 3) The measurements on the part which is easy to break, or those changeable with age must be excluded.

In case of the full items were included, we obtained 0.9494 of reliability, or 0.0506 of rate of error, which is considerably higher level than those obtained by the other authors (table 3). The discriminant function coefficients for the other combinations were also computed (table 4). In these cases, however, the reliabilities are of almost the same level as those obtained by Hanihara and Giles and Elliot.

Finally, the discriminant function coefficients were computed by the stepwise method using the SPSS subprogram DISCRIMINANT. In this case, 9 measuring items were included theoretically as shown in table 5, and reliability of 0.9367 was obtained. This is again higher than those obtained by the other authors, so that our initial aim to obtain the highest reliability by the smallest number of items was attained. (Received August 14, 1979 and accepted September 28, 1979)

1 緒 言

骨の性別を判定することは法医学ならびに人類学の分野できわめて重要な問題であり、すでに多くの方法が考案され、また報告されている。これらを大別すると、肉眼的観

察による方法と計測値に基づいて行なう方法とがあるが、前者は相当に訓練を積んだ専門家でない限りきわめて困難な方法であり、またその的中率も、必ずしも満足するに足るほど高くはならない。また、計測による方法においては、計測そのものは比較的簡単であるが、性別を判定する

段階で種々の問題が生ずる。というのは、ほとんどすべての計測値において男性と女性とがかなり広範囲に重なり合うので、男女いずれとも判定しがたい場合が多くなるからである。たとえば、骨人類学の分野で著者な Krogman¹⁾によると、経験のみにたよって頭骨の性別を判定した場合の誤判率は5~20%であるという。また Stewart²⁾も頭骨では約20%の誤りがあるとしている。Keen³⁾は観察と計測とを併用して頭骨の性別判定を行なったところ、約15%のものを誤って判定したと報告している。

これら結果からみると、熟練した観察者であれば、観察・計測のいずれの方法によってもほぼ同程度の的中率をあげることができると思われるが、問題は、実際に骨の性別を判定する必要が生じたとき、必ずしも信頼しうる熟練者の手を借りることができないということである。そこで、客観的で応用しやすく、また非熟練者でも誤りの少ない判定のできる方法が必然的に要求されることになる。

このような目的に沿うものとして、現在もっとも勝れていると思われる方法は Fisher⁴⁾ が考案した判別関数法であろう。これは多種類の測定値を適当に重みづけした上で一次結合の形に要約するもので、測定値を多変量として取扱うという点でもっとも合理的な方法であろう。

判別関数法を骨の性別判定に対して最初に応用したのは Pons⁵⁾ であるが、彼は大腿骨の計測値を用い、きわめてよい結果をえた。その後、Hanihara^{6,7)}, Hanihara *et al.*⁸⁾ は日本人の頭骨、肩甲骨、上腕骨、橈骨、尺骨、大腿骨、脛骨などについて判別関数を求め、少数の計測値から高い中率をうることを報告した。

これに続いて判別関数法による研究が多く行なわれるようになったが、頭骨に関するものをとり上げると、まず Akane⁹⁾ が近畿地方出身の日本人頭骨について分析したほか、Giles and Elliot¹⁰⁾ は白人と米黒人の頭骨について判別式を作った。この場合の誤判率は12.4~16.5%であった。さらに Giles¹¹⁾ は下顎骨のみに関する判別式を作ったが、その誤判率は13.1~16.8%であった。

Hanihara⁷⁾ の日本人頭骨についての結果をみると、4~5個の計測値に基づく判別式では誤判率が10.3~14.4%となっているが、この値は Giles and Elliotの結果¹⁰⁾ とほぼ同等である。しかしこれらの誤判率は、四肢骨や骨盤による方法に比して、かなり高いものとなっている。

今回、著者らが再び頭骨の性別判定法に関して研究を行なった最大の理由は、頭骨についての誤判率を Hanihara⁷⁾ や Giles¹¹⁾ らの結果より低くすることはできないか、という点をたしかめることにある。なぜなら、とくに人類学的資料としては頭骨がもっとも豊富であり、またそれゆえに研究上、もっとも重要視されるからである。同時に、法医

学分野においても、経験的に頭骨の個人識別を必要とする場合がかなり多く、また資料として頭骨しかえられないことも少なくないからである。

また第2の理由は、著者の一人(K. H.)が研究した当時は、日本ではまだ大型電子計算機を利用することが困難で、計算時間の制約から、余り多くの変数を扱うことができなかつたという点である。しかし現在は、実用的に計算時間の制約はなくなり、また数学的にも新しい手法が研究され、さらに計算プログラムも充実しているので、これらの利点を十分に活用することが可能となった。そこで今回は新たな構想のもとに研究を行なったものである。

2 研究材料と方法

この研究で用いた研究材料は関東地方出身の現代日本人(年齢20~60歳)の頭骨114個体で、これらは男性・女性ともそれぞれ57個体よりなる。しかし中には計測値の一部に欠損値のあるものがあつたので、実際に判別分析の計算に使用したのは男性42個体、女性37個体、計79個体であつた。ただし、各計測値の性差の分析においては、使用可能なすべての個体を使用した。

また114個体のうち81個体は札幌医科大学解剖学第2講座の、33個体は東京大学医学部解剖学教室の標本で、いずれも性別が明確で、肉眼的に病変の認められないものである。

計測は十分な打合せを行なった後、札幌医科大学の標本については田中が、また東京大学のものについては小泉が行なった。

計測項目の選択は次のような基準に基づいて行なった。

- 1) 人類学でごく一般的に行なわれている計測であること。
- 2) 計測が技術的に容易で、計測者間の誤差がなるべく少ないものであること。
- 3) 破損しやすい部分の計測、または年齢変化の大きい計測は除くこと。

以上の基準によって選んだ結果、適当と思われる計測は18項目となった(Table 1)。これらはいずれも Martin-Saller¹²⁾ によって定義されているもので、またきわめて一般的に用いられている項目である。

判別関数の理論ならびに計算法は Fisher⁴⁾, Rao¹³⁾, Hanihara⁶⁾, Giles and Elliot¹⁰⁾, Cooley and Lohnes¹⁴⁾ などにくわしいので、ここでは省略する。

計算に使用したプログラムは BASIC 2, BASIC 3 (以上植原和郎作製), T-TEST および DISCRIMINANT [以上 SPSS (Statistical Package for the Social Science)¹⁵⁾ で、計算は東京大学大型計算機センターの 8800/8700

Table 1 Measurement items

Variable No.	Martin's No.	Item	
X_1	1	Maximum cranial length	(頭骨最大長)
X_2	8	Maximum cranial breadth	(頭骨最大幅)
X_3	17	Basion-Bregmatic height	(バジオン・ブレグマ高)
X_4	5	Cranial base length	(頭骨底長)
X_5	13	Mastoideal breadth	(乳様幅)
X_6	7	Length of foramen magnum	(大後頭孔長)
X_7	16	Breadth of foramen magnum	(大後頭孔幅)
X_8	23	Horizontal circumference	(頭骨水平周)
X_9	24	Transversal arc	(横弧長)
X_{10}	25	Median-sagittal arc	(正中矢状弧長)
X_{11}	40	Facial length	(顔長)
X_{12}	45	Bizygomatic breadth	(頬骨弓幅)
X_{13}	48	Upper facial height	(上顔高)
X_{14}	54	Nasal breadth	(鼻幅)
X_{15}	55	Nasal height	(鼻高)
X_{16}	65	Condylar breadth of mandible	(下顎関節突起幅)
X_{17}	70-1	Front ramal height	(前枝高)
X_{18}	71	Ramal breadth	(枝幅)

(OS-7) システムで行なった。

判別関数を計算するにあたっては、次のような方法で行なった。まず上述の18項目のすべてを用いる方法(直接計算方式)によって計算したが、このほか、検査対象となる頭骨が破損している場合を考慮して、一部の計測値を適当に組み合わせたもので計算した(Combinations 1-6)。さらに、最少の計測により最大の判別効果をあげるために、いわゆる変数選択方式による計算も行なった。

3 各変数の性差の検定

判別関数の計算を行うに先立って、各変数(計測値)の基礎統計量を算出し、同時に両性間において平均値の差の検定を行なった(Table 2)。

性差の検定には t-test を採用したが、この方法は2つの母集団の分散が等しいという仮定のもとで成立する。ただし母集団の分散が等しくないときは、自由度 df を

$$df = \frac{[(S_1^2/N_1) + (S_2^2/N_2)]^2}{[(S_1^2/N_1)/(N_1-1)] + [(S_2^2/N_2)/(N_2-1)]}$$

とすることにより、近似的に t 分布として扱うことができるので、この方法によって検定した。ここで S_1 , S_2 はそれぞれ男性群、女性群の不偏分散、 N_1 , N_2 は各群の個体数である。

Table 2 によると、今回用いた計測項目のうち、性差が

認められないのは鼻幅 (X_{14}) のみであり、他の17項目ではすべて有意の差をもって男性の方が大きいといえる。なお Table 2 において自由度が整数でないものは、上記の近似計算を行なった項目である。また欠損値があったため、各項目における個体数は必ずしも一定ではない。

さてこの場合、鼻幅を以後の計算処理から除いてもよいように思われるが、多変量として扱う場合には、項目間の相関により、必ずしも“判別効果なし”と断定するわけにはいかない。そこで今回はあえてこの項目を加えて計算を行なったが、分析の結果これは誤りではなかったことが判明した。この点についてはのちに再びふれることにする。

4 直接計算方式による判別係数の算出

まず、全変数(18項目)を用いて判別係数を算出した。計算法の詳細は前掲の文献¹⁴⁾にゆずるが、その要点は次のとおりである。

求めるべき判別係数 v_i のベクトルを v で表わすと、係数ベクトルは $v'v=1$ の制約の下で次の λ を最大にする解として算出される。

$$\lambda = v'Bv/v'Wv$$

ここで、 B はデータからえられる群間積和行列、 W は群内積和行列である。そして係数としては次の方程式を計算

Table 2 *Basic statistics and t-test for difference of means between male and female groups*

Variable No.	Sex	N	Mean	S. D.	t	D. F.	Probability																																																																																																																																																																																																								
X ₁	M	57	181.4	5.706	8.01	112	0.001																																																																																																																																																																																																								
	F	57	172.4	6.278				X ₂	M	57	142.5	5.571	6.85	112	0.001	F	57	135.9	4.694	X ₃	M	57	138.6	7.153	6.67	93.05	0.001	F	57	131.2	4.399	X ₄	M	57	103.1	4.444	9.48	112	0.001	F	57	95.8	3.701	X ₅	M	57	103.2	4.933	7.81	112	0.001	F	57	96.7	4.019	X ₆	M	57	35.5	2.097	1.98	109	0.050	F	54	34.7	2.175	X ₇	M	57	30.8	2.053	5.65	109	0.001	F	54	28.6	1.975	X ₈	M	57	518.2	12.792	4.56	65.05	0.001	F	57	490.0	44.860	X ₉	M	57	319.1	10.582	5.03	112	0.001	F	57	309.3	10.087	X ₁₀	M	57	372.2	11.028	5.70	103.03	0.001	F	57	358.2	14.947	X ₁₁	M	42	101.0	4.933	7.08	87	0.001	F	47	93.8	4.586	X ₁₂	M	57	135.7	4.917	12.16	112	0.001	F	57	124.8	4.630	X ₁₃	M	42	70.5	4.232	5.50	87	0.001	F	47	65.4	4.481	X ₁₄	M	57	25.6	2.135	1.53	112	0.130	F	57	25.0	2.039	X ₁₅	M	57	52.3	3.372	7.03	102.09	0.001	F	57	48.5	2.443	X ₁₆	M	57	124.4	5.765	9.10	106	0.001	F	51	114.5	5.508	X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001	F	51	54.9	4.408	X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004
X ₂	M	57	142.5	5.571	6.85	112	0.001																																																																																																																																																																																																								
	F	57	135.9	4.694				X ₃	M	57	138.6	7.153	6.67	93.05	0.001	F	57	131.2	4.399	X ₄	M	57	103.1	4.444	9.48	112	0.001	F	57	95.8	3.701	X ₅	M	57	103.2	4.933	7.81	112	0.001	F	57	96.7	4.019	X ₆	M	57	35.5	2.097	1.98	109	0.050	F	54	34.7	2.175	X ₇	M	57	30.8	2.053	5.65	109	0.001	F	54	28.6	1.975	X ₈	M	57	518.2	12.792	4.56	65.05	0.001	F	57	490.0	44.860	X ₉	M	57	319.1	10.582	5.03	112	0.001	F	57	309.3	10.087	X ₁₀	M	57	372.2	11.028	5.70	103.03	0.001	F	57	358.2	14.947	X ₁₁	M	42	101.0	4.933	7.08	87	0.001	F	47	93.8	4.586	X ₁₂	M	57	135.7	4.917	12.16	112	0.001	F	57	124.8	4.630	X ₁₃	M	42	70.5	4.232	5.50	87	0.001	F	47	65.4	4.481	X ₁₄	M	57	25.6	2.135	1.53	112	0.130	F	57	25.0	2.039	X ₁₅	M	57	52.3	3.372	7.03	102.09	0.001	F	57	48.5	2.443	X ₁₆	M	57	124.4	5.765	9.10	106	0.001	F	51	114.5	5.508	X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001	F	51	54.9	4.408	X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004	F	51	31.00	3.578								
X ₃	M	57	138.6	7.153	6.67	93.05	0.001																																																																																																																																																																																																								
	F	57	131.2	4.399				X ₄	M	57	103.1	4.444	9.48	112	0.001	F	57	95.8	3.701	X ₅	M	57	103.2	4.933	7.81	112	0.001	F	57	96.7	4.019	X ₆	M	57	35.5	2.097	1.98	109	0.050	F	54	34.7	2.175	X ₇	M	57	30.8	2.053	5.65	109	0.001	F	54	28.6	1.975	X ₈	M	57	518.2	12.792	4.56	65.05	0.001	F	57	490.0	44.860	X ₉	M	57	319.1	10.582	5.03	112	0.001	F	57	309.3	10.087	X ₁₀	M	57	372.2	11.028	5.70	103.03	0.001	F	57	358.2	14.947	X ₁₁	M	42	101.0	4.933	7.08	87	0.001	F	47	93.8	4.586	X ₁₂	M	57	135.7	4.917	12.16	112	0.001	F	57	124.8	4.630	X ₁₃	M	42	70.5	4.232	5.50	87	0.001	F	47	65.4	4.481	X ₁₄	M	57	25.6	2.135	1.53	112	0.130	F	57	25.0	2.039	X ₁₅	M	57	52.3	3.372	7.03	102.09	0.001	F	57	48.5	2.443	X ₁₆	M	57	124.4	5.765	9.10	106	0.001	F	51	114.5	5.508	X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001	F	51	54.9	4.408	X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004	F	51	31.00	3.578																				
X ₄	M	57	103.1	4.444	9.48	112	0.001																																																																																																																																																																																																								
	F	57	95.8	3.701				X ₅	M	57	103.2	4.933	7.81	112	0.001	F	57	96.7	4.019	X ₆	M	57	35.5	2.097	1.98	109	0.050	F	54	34.7	2.175	X ₇	M	57	30.8	2.053	5.65	109	0.001	F	54	28.6	1.975	X ₈	M	57	518.2	12.792	4.56	65.05	0.001	F	57	490.0	44.860	X ₉	M	57	319.1	10.582	5.03	112	0.001	F	57	309.3	10.087	X ₁₀	M	57	372.2	11.028	5.70	103.03	0.001	F	57	358.2	14.947	X ₁₁	M	42	101.0	4.933	7.08	87	0.001	F	47	93.8	4.586	X ₁₂	M	57	135.7	4.917	12.16	112	0.001	F	57	124.8	4.630	X ₁₃	M	42	70.5	4.232	5.50	87	0.001	F	47	65.4	4.481	X ₁₄	M	57	25.6	2.135	1.53	112	0.130	F	57	25.0	2.039	X ₁₅	M	57	52.3	3.372	7.03	102.09	0.001	F	57	48.5	2.443	X ₁₆	M	57	124.4	5.765	9.10	106	0.001	F	51	114.5	5.508	X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001	F	51	54.9	4.408	X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004	F	51	31.00	3.578																																
X ₅	M	57	103.2	4.933	7.81	112	0.001																																																																																																																																																																																																								
	F	57	96.7	4.019				X ₆	M	57	35.5	2.097	1.98	109	0.050	F	54	34.7	2.175	X ₇	M	57	30.8	2.053	5.65	109	0.001	F	54	28.6	1.975	X ₈	M	57	518.2	12.792	4.56	65.05	0.001	F	57	490.0	44.860	X ₉	M	57	319.1	10.582	5.03	112	0.001	F	57	309.3	10.087	X ₁₀	M	57	372.2	11.028	5.70	103.03	0.001	F	57	358.2	14.947	X ₁₁	M	42	101.0	4.933	7.08	87	0.001	F	47	93.8	4.586	X ₁₂	M	57	135.7	4.917	12.16	112	0.001	F	57	124.8	4.630	X ₁₃	M	42	70.5	4.232	5.50	87	0.001	F	47	65.4	4.481	X ₁₄	M	57	25.6	2.135	1.53	112	0.130	F	57	25.0	2.039	X ₁₅	M	57	52.3	3.372	7.03	102.09	0.001	F	57	48.5	2.443	X ₁₆	M	57	124.4	5.765	9.10	106	0.001	F	51	114.5	5.508	X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001	F	51	54.9	4.408	X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004	F	51	31.00	3.578																																												
X ₆	M	57	35.5	2.097	1.98	109	0.050																																																																																																																																																																																																								
	F	54	34.7	2.175				X ₇	M	57	30.8	2.053	5.65	109	0.001	F	54	28.6	1.975	X ₈	M	57	518.2	12.792	4.56	65.05	0.001	F	57	490.0	44.860	X ₉	M	57	319.1	10.582	5.03	112	0.001	F	57	309.3	10.087	X ₁₀	M	57	372.2	11.028	5.70	103.03	0.001	F	57	358.2	14.947	X ₁₁	M	42	101.0	4.933	7.08	87	0.001	F	47	93.8	4.586	X ₁₂	M	57	135.7	4.917	12.16	112	0.001	F	57	124.8	4.630	X ₁₃	M	42	70.5	4.232	5.50	87	0.001	F	47	65.4	4.481	X ₁₄	M	57	25.6	2.135	1.53	112	0.130	F	57	25.0	2.039	X ₁₅	M	57	52.3	3.372	7.03	102.09	0.001	F	57	48.5	2.443	X ₁₆	M	57	124.4	5.765	9.10	106	0.001	F	51	114.5	5.508	X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001	F	51	54.9	4.408	X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004	F	51	31.00	3.578																																																								
X ₇	M	57	30.8	2.053	5.65	109	0.001																																																																																																																																																																																																								
	F	54	28.6	1.975				X ₈	M	57	518.2	12.792	4.56	65.05	0.001	F	57	490.0	44.860	X ₉	M	57	319.1	10.582	5.03	112	0.001	F	57	309.3	10.087	X ₁₀	M	57	372.2	11.028	5.70	103.03	0.001	F	57	358.2	14.947	X ₁₁	M	42	101.0	4.933	7.08	87	0.001	F	47	93.8	4.586	X ₁₂	M	57	135.7	4.917	12.16	112	0.001	F	57	124.8	4.630	X ₁₃	M	42	70.5	4.232	5.50	87	0.001	F	47	65.4	4.481	X ₁₄	M	57	25.6	2.135	1.53	112	0.130	F	57	25.0	2.039	X ₁₅	M	57	52.3	3.372	7.03	102.09	0.001	F	57	48.5	2.443	X ₁₆	M	57	124.4	5.765	9.10	106	0.001	F	51	114.5	5.508	X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001	F	51	54.9	4.408	X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004	F	51	31.00	3.578																																																																				
X ₈	M	57	518.2	12.792	4.56	65.05	0.001																																																																																																																																																																																																								
	F	57	490.0	44.860				X ₉	M	57	319.1	10.582	5.03	112	0.001	F	57	309.3	10.087	X ₁₀	M	57	372.2	11.028	5.70	103.03	0.001	F	57	358.2	14.947	X ₁₁	M	42	101.0	4.933	7.08	87	0.001	F	47	93.8	4.586	X ₁₂	M	57	135.7	4.917	12.16	112	0.001	F	57	124.8	4.630	X ₁₃	M	42	70.5	4.232	5.50	87	0.001	F	47	65.4	4.481	X ₁₄	M	57	25.6	2.135	1.53	112	0.130	F	57	25.0	2.039	X ₁₅	M	57	52.3	3.372	7.03	102.09	0.001	F	57	48.5	2.443	X ₁₆	M	57	124.4	5.765	9.10	106	0.001	F	51	114.5	5.508	X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001	F	51	54.9	4.408	X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004	F	51	31.00	3.578																																																																																
X ₉	M	57	319.1	10.582	5.03	112	0.001																																																																																																																																																																																																								
	F	57	309.3	10.087				X ₁₀	M	57	372.2	11.028	5.70	103.03	0.001	F	57	358.2	14.947	X ₁₁	M	42	101.0	4.933	7.08	87	0.001	F	47	93.8	4.586	X ₁₂	M	57	135.7	4.917	12.16	112	0.001	F	57	124.8	4.630	X ₁₃	M	42	70.5	4.232	5.50	87	0.001	F	47	65.4	4.481	X ₁₄	M	57	25.6	2.135	1.53	112	0.130	F	57	25.0	2.039	X ₁₅	M	57	52.3	3.372	7.03	102.09	0.001	F	57	48.5	2.443	X ₁₆	M	57	124.4	5.765	9.10	106	0.001	F	51	114.5	5.508	X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001	F	51	54.9	4.408	X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004	F	51	31.00	3.578																																																																																												
X ₁₀	M	57	372.2	11.028	5.70	103.03	0.001																																																																																																																																																																																																								
	F	57	358.2	14.947				X ₁₁	M	42	101.0	4.933	7.08	87	0.001	F	47	93.8	4.586	X ₁₂	M	57	135.7	4.917	12.16	112	0.001	F	57	124.8	4.630	X ₁₃	M	42	70.5	4.232	5.50	87	0.001	F	47	65.4	4.481	X ₁₄	M	57	25.6	2.135	1.53	112	0.130	F	57	25.0	2.039	X ₁₅	M	57	52.3	3.372	7.03	102.09	0.001	F	57	48.5	2.443	X ₁₆	M	57	124.4	5.765	9.10	106	0.001	F	51	114.5	5.508	X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001	F	51	54.9	4.408	X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004	F	51	31.00	3.578																																																																																																								
X ₁₁	M	42	101.0	4.933	7.08	87	0.001																																																																																																																																																																																																								
	F	47	93.8	4.586				X ₁₂	M	57	135.7	4.917	12.16	112	0.001	F	57	124.8	4.630	X ₁₃	M	42	70.5	4.232	5.50	87	0.001	F	47	65.4	4.481	X ₁₄	M	57	25.6	2.135	1.53	112	0.130	F	57	25.0	2.039	X ₁₅	M	57	52.3	3.372	7.03	102.09	0.001	F	57	48.5	2.443	X ₁₆	M	57	124.4	5.765	9.10	106	0.001	F	51	114.5	5.508	X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001	F	51	54.9	4.408	X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004	F	51	31.00	3.578																																																																																																																				
X ₁₂	M	57	135.7	4.917	12.16	112	0.001																																																																																																																																																																																																								
	F	57	124.8	4.630				X ₁₃	M	42	70.5	4.232	5.50	87	0.001	F	47	65.4	4.481	X ₁₄	M	57	25.6	2.135	1.53	112	0.130	F	57	25.0	2.039	X ₁₅	M	57	52.3	3.372	7.03	102.09	0.001	F	57	48.5	2.443	X ₁₆	M	57	124.4	5.765	9.10	106	0.001	F	51	114.5	5.508	X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001	F	51	54.9	4.408	X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004	F	51	31.00	3.578																																																																																																																																
X ₁₃	M	42	70.5	4.232	5.50	87	0.001																																																																																																																																																																																																								
	F	47	65.4	4.481				X ₁₄	M	57	25.6	2.135	1.53	112	0.130	F	57	25.0	2.039	X ₁₅	M	57	52.3	3.372	7.03	102.09	0.001	F	57	48.5	2.443	X ₁₆	M	57	124.4	5.765	9.10	106	0.001	F	51	114.5	5.508	X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001	F	51	54.9	4.408	X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004	F	51	31.00	3.578																																																																																																																																												
X ₁₄	M	57	25.6	2.135	1.53	112	0.130																																																																																																																																																																																																								
	F	57	25.0	2.039				X ₁₅	M	57	52.3	3.372	7.03	102.09	0.001	F	57	48.5	2.443	X ₁₆	M	57	124.4	5.765	9.10	106	0.001	F	51	114.5	5.508	X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001	F	51	54.9	4.408	X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004	F	51	31.00	3.578																																																																																																																																																								
X ₁₅	M	57	52.3	3.372	7.03	102.09	0.001																																																																																																																																																																																																								
	F	57	48.5	2.443				X ₁₆	M	57	124.4	5.765	9.10	106	0.001	F	51	114.5	5.508	X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001	F	51	54.9	4.408	X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004	F	51	31.00	3.578																																																																																																																																																																				
X ₁₆	M	57	124.4	5.765	9.10	106	0.001																																																																																																																																																																																																								
	F	51	114.5	5.508				X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001	F	51	54.9	4.408	X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004	F	51	31.00	3.578																																																																																																																																																																																
X ₁₇	M	57	61.3	5.783	6.35	106	0.001																																																																																																																																																																																																								
	F	51	54.9	4.408				X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004	F	51	31.00	3.578																																																																																																																																																																																												
X ₁₈	M	57	33.4	4.802	2.95	102.74	0.004																																																																																																																																																																																																								
	F	51	31.00	3.578																																																																																																																																																																																																											

S. D. : Standard deviation D. F. : Degrees of freedom

し、最大の λ (固有値) に対応する固有ベクトル \mathbf{v} を採用すればよく、この計算は大型計算機により簡単に処理することができる。

$$\mathbf{B}\mathbf{v} = \lambda\mathbf{W}\mathbf{v}$$

Table 3 に示した係数は、全体の平均が 0、分散が 1 になるように係数ベクトル \mathbf{v} を調整したものであって、この調整は次のように行なわれる。

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{v} / \sqrt{\mathbf{v}'\mathbf{T}\mathbf{v} / (N-1)}$$

ここで \mathbf{v}^* は調整後の係数ベクトル、 \mathbf{T} は全体の積和行列、 N は標本の大きさで、 $\mathbf{v}'\mathbf{v} = 1$ である。また平均を 0 とする定数 v_0^* は、

$$v_0^* = - \sum_{i=1}^n v_i^* \bar{x}_i$$

で与えられる。ここで $\bar{x}_i (i=1, 2, \dots, n)$ は、各変数の平均値である。ただし今回行なった計算では、男・女の個体数が異なるので、判別の境界値 (sectioning point) は 0 から少しずれている。

Table 3 Discriminant function coefficients based on the full measurement items

Variable	Standardized Coef.	Unstandardized Coef.
X_1	0.2075	0.0280
X_2	0.1215	0.0197
X_3	0.0097	0.0013
X_4	0.1647	0.0292
X_5	-0.1036	-0.0189
X_6	-0.1388	-0.0619
X_7	0.2048	0.0912
X_8	-0.0780	-0.0019
X_9	-0.0236	-0.0021
X_{10}	0.0697	0.0048
X_{11}	0.2244	0.0382
X_{12}	0.4054	0.0562
X_{13}	-0.0738	-0.0148
X_{14}	-0.2575	-0.1181
X_{15}	0.1801	0.0482
X_{16}	0.2344	0.0306
X_{17}	-0.1341	-0.0212
X_{18}	-0.0909	-0.0205
Constant		-20.9254
Sectioning point	0.0	-0.0533
Rate of error	0.0506	

Table 3 の左方に示した “standardized” (標準化) の係数は、各変数がそれぞれ平均 0、分散 1 に標準化されているときに適用されるもので、判別関数 Y と各変数 X_i との相関係数となっている。したがって各変数が判別に寄与する程度を、その絶対値の大きさから知ることができる。

このような観点からみると、判別にもっとも大きく寄与するのは X_{12} (頬骨弓幅) であり、もっとも寄与の少ないのは X_3 (Basion-Bregma 高) であることがわかる。一方、さきに平均値の性差が認められなかった鼻幅 (X_{14}) の係数は -0.2575 で、かなり大きい寄与率をもち、やはり事前にかけるべき変数ではなかったことがわかる。

Table 3 の右方に示した “unstandardized” (非標準化) の係数は、実測値をそのまま用いて判別を行うための係数で、定数が存在することに注意を要する。この場合は次のような一次式を用いることになる。

$$Y = -20.9254 + 0.0280 X_1 + 0.0197 X_2 + \dots - 0.0205 X_{18}$$

ここで Y は判別関数、 X_1, X_2, \dots, X_{18} は各計測値である。

計算の結果では、男性群における判別関数の重心の値は 0.7892、女性群のそれは -0.8958 になるので、その平均値の -0.0533 が判別の境界値 (sectioning point) になる。したがってこの境界値より大きい値をとるときは男性、小さい値をとるときは女性と判定されることになる。

この式を用いて実際に性の判別を行うと欠損値のない 79 個体 (男性 42, 女性 37) のうち、正しく判別されたものが 75 個体、判別を誤ったものが 4 個体で、誤判率は 5.06% となった。この値は従来頭骨に関して得られた誤判率のうち最少のもの (10.3%, Hanihara⁷⁾) よりもはるかに小さく、今回の結果がきわめてすぐれていることを示している。

また、特定の個体について判別を行ったとき、その個体が男性または女性に属する確率を判別得点 (判別関数の値) に基づいて計算することができる。

いま、群 G_k の事前確率を P_k とし、判別得点の G_k における平均を $\bar{\mathbf{y}}_k$ 、判別得点のプールされた共分散行列を S_y とする。このとき、ある個体の判別得点 \mathbf{y}_s がえられたとすると、多変量正規分布と男・女群の分散が等しいという仮定の下で、個体 s が群 G_k に属する確率 $P(G_k|\mathbf{y}_s)$ は次式で計算される。

$$P(G_k|\mathbf{y}_s) = \frac{P_k \exp[-(\mathbf{y}_s - \bar{\mathbf{y}}_k)' S_y^{-1} (\mathbf{y}_s - \bar{\mathbf{y}}_k) / 2]}{\sum_j P_j \exp[-(\mathbf{y}_s - \bar{\mathbf{y}}_j)' S_y^{-1} (\mathbf{y}_s - \bar{\mathbf{y}}_j) / 2]}$$

ここで、ある個体が男性か女性かという事前確率は等しいので、当然 $P_k = P_j = 0.5$ となり、また分母の \sum 記号はこの場合、男性と女性の 2 群について加え合わせることを示している。

実例によって説明すると、判別得点が 0.452 と計算され

Table 4 *Unstandardized discriminant function coefficients based on selected measurement items*

Variable	Combination					
	1	2	3	4	5	6
X_1	0.0331	0.0335	0.1184	0.1363		
X_2	0.0267					
X_3	-0.0020	0.0192	0.0264	0.0574		
X_4	0.0397					
X_5	-0.0170		0.0671			
X_6	-0.0567	-0.0423	-0.0457	-0.0113		
X_7	0.0725					
X_8	-0.0023					
X_9	-0.0015		0.0263			
X_{10}	-0.0007	-0.0001	-0.0308	-0.0243		
X_{11}	0.0311	0.0252			0.0498	
X_{12}	0.0644	0.0683			0.0964	
X_{13}	-0.0199					
X_{14}	-0.1173	-0.1219			-0.1011	
X_{15}	0.0370	0.0639			0.0572	
X_{16}		0.0408				0.1134
X_{17}		-0.0428				0.0188
X_{18}						0.0264
Constant	-18.8324	-21.0589	-26.7484	-22.6753	-17.8568	-15.5277
Sectioning point	0.0191	-0.0522	-0.0461	-0.0447	-0.0492	-0.0405
Rate of error	0.0506	0.0886	0.1266	0.1392	0.1013	0.2025

た個体は、判別境界値の -0.0533 より大きいので男性と判定されることになるが、この個体が男性に属する確率は 0.951 と計算され、男性である確からしさがきわめて高いといえる。一方、判別得点が 0.040 と計算された個体は、これも男性と判定されるが、 $P(G_k|\mathbf{y}_s)=0.634$ でかなり低いことになる。

今回計算した例で判別を誤った個体のうちの1例をとりあげると、判別得点は -0.004 で、数値上は男性と判定されるべきものであるが、実際には女性であった。そしてその男性に属する確率は 0.572 、したがって女性に属する確率は 0.428 で、いずれも確からしきの低いものであった。

以上のように、判別得点とともに、確率 $P(G_k|\mathbf{y}_s)$ を計算することによって、より確実な判定を行ないることがわかる。しかしこの確率の計算はかなり面倒なので、原データ(附表)をSPSSのプログラムDISCRIMINANTに投入することによって、より簡単に計算することができる(計算処理方法については三宅ら¹⁵⁾を参照)。

Table 4には変数の種々の組み合わせについて計算した判別係数、判別境界値ならびに誤判率を掲げたが、これらの判別係数はいずれも“unstandardized”であって、計測値をそのまま使用すればよい。また組み合わせによっては、すべての係数ならびに定数に -1 を乗じてあるものもあるが、これはいずれの組み合わせにおいても、判別境界値より大きいものが男性、小さいものが女性となるように統一したためである。

この表からみると、頭骨を脳頭骨と顔面頭骨にわけたときには、顔面頭骨についての計測値の方が判別力がわずかに強いように思われる。このことは、全変数による“standardized”の判別係数(Table 3)からもいえることで、脳頭骨の項目に関する係数は、顔面頭骨のそれに比して一般に絶対値がやや小さくなっている。したがって脳頭骨のみで判定するときには、判別の確率は多少悪くなると考えるべきであろう。

5 変数選択方式による判別係数の算出

前章では、著者らが人類学的観点からえらんだ計測項目の全部または一部を用いて判別係数を算出したが、本章では最少の変数で最大の判別効果をあげるという意図の下に、いわゆる変数選択方式による計算を行なった。

この方式の原理は次のとおりである。まずすでに存在する p 個の変数 (計測項目) に新たな変数一つ追加することとし、ある統計基準値を計算してこれをすべての変数間で比較し、最適な変数一つを選んで $p+1$ 個の変数にする。この場合、統計基準としていくつかの値が提唱されているが、今回は Wilks のラムダ統計量 A を用いた。このとき、変数を追加したときの A の低下が最大となる変数を採択する。この A は判別効果の評価に用いられる数値であって、次のように表わされる。

$$A = |W|/|T|$$

ここで W は群内積和行列、 T は全体の積和行列である。そして A の変化の有意性検定には次の F 値が使われる。

$$F = \frac{N-g-p}{g-1} \cdot \frac{A(p)-A(p+1)}{A(p+1)}$$

ここで N は全体の個体数、 g は群の数、 p は変数の数であり、 $A(p)$ は変数が p 個のときの A の値、 $A(p+1)$ は変数を1個追加したときの A の値である。そして

$$A(p) \geq A(p+1)$$

であって、変数の選択にあたっては、 F を最大にする変数を選ぶこととなる。

次に変数選択の経過をごく簡単に述べる。最初に選ぶべき変数は、前章の“standardized”の判別係数からも明らかのように X_{12} であって (Table 3), $A=0.4784$, $F=83.9505$ ($D.F.=1, 77$) で高度に有意 ($p<0.001$) である。また X_{12} を編入した時点における他の変数の F 値のうち、もっとも大きいのは X_4 であって $F=14.9608$ ($p<0.001$) である。以下同様にして X_7 , X_{10} , X_{14} , X_{18} , X_{16} , X_{11} , X_6 , がこの順に選ばれる。そしてこれら9変数が選ばれた時点では、他の変数に対する F 値がすべて1.0以下、すなわち確率が0.5以上となるので、さらに変数を追加する意義はないものと判断される。

さてこれら9項目の変数による判別係数は Table 5 のように計算される。Table 3 と同様に、“standardized”と“unstandardized”の両方の係数が表示されている。そして後者の係数を用いて計算した各群の重心はそれぞれ0.7784 (男性群), -0.8835 (女性群) となるので、判別境界値は -0.0525 となる。実際に性別の判定を行うと、79例中5例において誤った判定がなされた。したがって誤判率

Table 5 Discriminant function coefficients based on mathematically selected items

Variable	Standardized Coef.	Unstandardized Coef.
X_4	0.2759	0.0489
X_6	-0.1064	-0.0474
X_7	0.2242	0.0999
X_{10}	0.1838	0.0127
X_{11}	0.1847	0.0315
X_{12}	0.4281	0.0593
X_{14}	-0.2454	-0.1125
X_{16}	0.1939	0.0254
X_{18}	-0.1501	-0.0338
Constant		-20.8114
Sectioning point	0.0	-0.0525
Rate of error		0.0633

は6.33%となる。この率は全変数を用いた場合 (5.06%) よりはわずかに高いが、任意に選んだ10項目 (combination 2) の誤判率8.86%より低い。したがって、この章の最初に述べた“最少の変数で最大の判別効果をあげる”という意図は十分に達せられたといえることができる。

なお変数選択方式によって選択された9項目をみると、4項目が脳頭骨に関するもので、他の5項目は顔面頭骨 (下顎骨を含む) に関するものである。この結果は前章で述べた通り、脳頭骨よりも顔面頭骨の方がやや寄与率が高い、という判別効果の推定と一致している。

以上の結果から、今回計算した頭骨の性別判定に関する判別係数は、従来計算された判別方程式のいずれよりも有効であるといえることができる。

6 結 論

1) 関東地方出身の現代日本人頭骨114個体について18項目の計測を行い、性別判定のための判別係数を算出した。ただし判別係数の算出に使用したのは、上記標本のうち欠損値のない79個体 (男性42, 女性37) である。

2) 各計測値について男女間の平均値の差の検定を行なったところ、鼻幅を除く17項目については、いずれも有意差が認められた。しかしこの結果のみで鼻幅の判別効果を判定することはできないので、以下の計算はすべての項目を含めて行なった。

3) 直接計算方式による結果では、すべての項目を使用したときの誤判率は5.06%で、従来の研究より格段によい結果をえた。また項目数を減らしても、従来の結果と大差

ない効果をあげることができる。

4) 変数選択方式によって計算したところ、有意な変数として採用されたのは9項目であり、その誤判率は6.33%であった。この場合も、従来報告された結果よりはかなりすぐれているといえる。

5) 判別関数と各変数との間の偏相関係数ならびに Wilks の A 値と偏 F 値との関係などから吟味すると、性別の判定においては、脳頭骨計測値よりも、顔面頭骨計測値の方がやや有効であると判断される。

謝 辞

この研究にあたって終始ご指導とご援助を頂いた札幌医科大学法医学講座の八十島信之助教授に厚くお礼を申しあげる。また貴重な標本の研究を許された札幌医科大学解剖学第2講座の三橋公平教授、ならびに東京大学医学部解剖学教室の大江規玄教授に深く感謝申しあげる。

文 献

1. Krogman, W. M.: The human skeleton in forensic medicine. Charles C Thomas, Springfield, U.S.A. (1962).
2. Stewart, T. D.: What the bones tell. FBI Law Enforce Bull. **20**, 2-5 (1951).
3. Keen, J. A.: Sex differences in skulls. Am. J. Phys. Anthrop. **8**, 65-79 (1950).
4. Fisher, R. A.: The use of multiple measurements in taxonomic problems. Ann. Eug. **7**, 179-188 (1936).
5. Pons, J.: The sexual diagnosis of isolated bones of the skeleton. Hum. Biol. **27**, 12-21 (1955).
6. Hanihara, K.: Sexual diagnosis of Japanese long bones by means of discriminant function. J. Anthrop. Soc. Nippon **66**, 187-196 (1958).
7. Hanihara, K.: Sex diagnosis of Japanese skulls and scapulae by means of discriminant function. J. Anthrop. Soc. Nippon **67**, 192-197 (1959).
8. Hanihara, K., Kimura, K. and Minamidate, T.: The sexing of Japanese skeleton by means of discriminant function. Jap. J. Leg. Med. **18**, 107-114 (1964).
9. Akane, T.: Forensic medical studies on sex differentiation in skulls. Shikoku Acta Med. **16**, (Suppl.) 1-21 (1960).
10. Giles, E. and Elliot, O.: Sex determination by discriminant function analysis of crania. Am. J. Phys. Anthrop. **21**, 53-68 (1963).
11. Giles, E.: Sex determination by discriminant function analysis of the mandible. Am. J. Phys. Anthrop. **22**, 129-135 (1964).
12. Martin, R. and Saller, K.: Lehrbuch der Anthropologie. Band 1, Gustav Fischer Verlag, Stuttgart (1957).
13. Rao, C. R.: Advanced statistical methods in biometric research. John Wiley & Sons, New York, (1952).
14. Cooley, W. W. and Lohnes, P. R.: Multivariate procedures for the behavioral sciences. John Wiley & Sons, New York (1971).
15. 三宅一郎, 中野嘉弘, 水野欽司, 山本嘉一郎: SPSS 統計パッケージ II 解析編. 東洋経済新報社, 東京, (1977).

Supplementary table :

Case No.	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
Male								
1	177	144	143	105	105	37	31	511
2	180	137	136	99	95	31	29	504
3	175	142	136	107	108	36	30	510
4	181	139	145	109	103	35	31	512
5	194	144	139	101	101	37	31	545
6	186	133	146	103	96	35	28	510
7	172	141	132	94	98	36	31	500
8	187	138	142	103	94	36	31	528
9	184	137	143	108	102	35	30	514
10	186	136	136	110	107	35	31	521
11	186	146	135	106	104	37	35	528
12	186	135	142	109	109	36	29	519
13	198	147	141	114	108	39	33	556
14	179	143	137	91	102	35	30	512
15	181	136	139	105	100	36	30	513
16	183	141	131	100	107	31	29	518
17	183	145	136	100	96	37	33	521
18	182	146	146	99	99	35	34	520
19	182	148	126	101	112	34	30	523
20	173	145	140	104	106	39	34	503
21	183	140	138	100	109	35	32	515
22	185	144	138	101	105	34	28	524
23	179	141	137	101	105	32	28	508
24	185	144	143	106	99	36	29	523
25	185	137	145	105	103	39	32	517
26	178	136	133	100	93	38	31	507
27	189	144	146	109	113	38	33	546
28	178	139	141	109	108	34	29	502
29	185	145	142	106	105	32	33	536
30	186	153	147	107	108	39	34	537
31	176	154	141	102	95	33	30	530
32	176	143	143	108	99	34	30	519
33	182	154	138	100	103	35	29	530
34	182	154	147	99	108	35	30	532
35	171	139	131	100	100	38	33	490
36	177	144	141	102	101	34	29	516
37	171	142	141	101	104	35	33	502
38	179	139	141	106	103	38	34	515
39	178	156	142	102	114	37	32	529
40	191	141	144	110	104	37	33	534
41	182	151	141	107	107	35	32	527
42	184	133	138	105	103	37	31	510

Raw data (in mm.)

X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}
314	356	101	135	74	26.0	51	126	56	35
303	369	96	131	65	26.0	50	122	60	31
315	351	103	145	68	25.0	50	135	71	37
315	364	100	137	67	24.5	52	125	60	32
327	394	95	135	66	25.5	52	127	57	26
324	393	101	128	65	23.0	47	117	64	37
317	365	87	134	60	24.5	44	117	49	26
331	387	99	131	72	25.5	53	121	58	34
319	373	107	137	69	28.0	54	118	61	36
297	365	103	136	70	25.5	52	133	62	32
306	366	98	144	71	28.0	57	125	62	32
310	373	108	138	70	31.0	55	132	69	35
322	385	109	146	81	26.0	61	136	73	43
303	366	91	137	71	26.5	55	126	62	31
311	371	103	132	73	23.5	53	118	60	31
304	374	99	134	72	26.5	55	123	60	37
313	373	95	127	67	23.5	52	115	48	28
336	392	99	130	72	25.0	55	120	69	35
323	361	105	141	72	23.0	54	124	58	37
322	352	101	133	70	22.0	55	124	59	31
318	382	102	136	77	26.0	56	112	70	38
324	384	101	139	68	27.5	47	132	63	34
309	373	102	130	66	23.5	49	120	61	32
319	375	97	130	71	25.0	52	124	56	33
317	377	106	136	67	25.0	50	124	60	32
316	365	97	129	69	26.0	52	111	48	29
326	385	110	136	72	28.5	55	130	67	34
314	359	102	137	79	26.0	60	133	69	32
323	385	100	145	75	25.5	52	121	60	32
335	379	106	143	75	25.0	55	126	69	55
345	373	96	132	71	23.5	54	123	63	30
332	372	102	137	70	25.0	57	124	69	37
328	383	95	138	71	29.0	53	134	59	29
349	393	97	142	73	23.5	53	119	67	34
305	349	101	134	60	26.0	45	120	53	31
322	370	101	138	71	23.0	53	126	67	37
321	360	108	134	74	28.0	55	120	53	32
318	370	99	135	69	24.5	51	124	64	35
336	368	99	139	70	24.0	51	122	56	29
327	376	109	138	75	24.5	54	123	57	35
326	372	107	151	70	34.0	54	133	63	40
311	368	103	130	75	28.5	57	131	68	34

Case No.	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
Female								
1	173	137	126	89	101	34	31	494
2	170	143	133	98	103	33	29	496
3	162	133	126	92	90	35	30	465
4	173	127	134	100	92	34	28	492
5	179	136	128	93	104	34	31	506
6	184	139	138	99	96	32	30	512
7	169	137	134	101	101	32	31	477
8	180	148	135	94	99	38	31	523
9	180	140	132	94	99	35	31	511
10	181	133	136	105	97	35	28	513
11	173	136	131	99	99	37	27	495
12	170	143	131	93	97	35	29	497
13	178	140	132	97	102	35	29	514
14	168	135	131	100	96	35	28	483
15	164	133	129	95	90	35	26	480
16	170	139	130	98	93	35	25	498
17	182	131	134	97	94	34	30	511
18	165	130	130	93	102	36	30	178
19	173	132	134	93	98	33	27	492
20	172	143	132	97	103	32	30	508
21	181	135	139	99	101	37	30	514
22	171	141	135	96	92	34	27	501
23	170	135	125	92	92	32	28	492
24	180	134	125	95	95	38	27	511
25	164	145	132	94	95	35	30	493
26	172	136	127	90	94	34	26	498
27	175	138	135	96	99	34	28	508
28	163	139	136	97	100	35	33	488
29	171	134	135	93	96	35	28	492
30	176	132	130	95	98	32	32	499
31	171	130	127	98	97	33	26	503
32	174	141	135	102	100	38	30	502
33	167	134	132	90	92	34	28	481
34	163	131	125	95	95	33	28	467
35	179	133	135	94	100	38	30	506
36	172	140	130	99	96	32	24	508
37	172	143	132	95	97	44	30	511

X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}
304	359	84	129	55	29.0	42	127	56	27
312	357	93	133	71	26.0	51	114	57	33
295	328	91	122	65	23.0	48	110	53	25
293	349	90	121	68	26.5	52	103	51	25
294	371	89	123	59	23.5	47	110	56	31
321	389	99	124	67	29.5	48	110	46	29
303	353	94	123	65	25.5	49	118	54	24
326	382	96	122	67	25.0	46	111	47	28
314	378	90	131	70	23.5	51	121	62	30
303	362	99	137	67	29.0	50	120	67	42
315	339	94	125	71	25.0	49	108	53	31
314	356	92	122	67	25.0	47	111	59	37
302	366	96	131	65	27.0	49	118	58	35
310	343	94	126	65	23.5	51	120	55	31
312	338	100	124	68	25.0	48	107	49	31
320	351	96	125	50	23.0	50	120	58	30
315	377	93	124	62	25.0	48	113	57	30
310	345	91	122	65	24.0	46	116	52	31
320	367	94	121	65	21.0	46	107	50	33
313	366	96	128	61	30.0	48	118	59	32
318	388	106	137	68	28.0	50	118	59	33
326	365	97	118	68	24.0	48	110	46	25
302	356	92	122	61	25.0	47	112	55	31
308	360	97	128	66	27.0	47	122	53	31
323	348	92	129	68	24.5	50	111	61	30
318	362	84	126	65	25.0	51	105	54	34
329	374	88	125	65	25.5	46	114	51	29
324	347	92	128	71	22.0	53	112	58	32
317	368	91	125	69	24.5	50	116	54	33
297	360	96	129	69	26.0	51	116	58	30
302	373	96	122	70	23.5	50	115	53	34
322	351	91	124	68	23.0	50	117	56	31
318	361	90	122	66	23.5	46	115	57	32
301	329	96	117	64	25.0	46	106	53	35
309	370	95	126	61	25.5	43	118	55	31
316	358	100	133	75	25.0	52	124	65	31
326	364	99	131	67	26.0	49	125	58	33