

Matrici di pressatura di ingranaggi cilindrici a denti diritti: analisi numerica FEM sull'influenza del modulo e del numero di denti sugli stati tensionali

E. Armentani, G. F. Bocchini, G. Cricri

Dopo una premessa sulla competitività della metallurgia delle polveri per la realizzazione di componenti meccanici di geometria complicata, si espongono i dati impostati per uno studio sistematico sull'influenza dei parametri di progetto, della ruota dentata e dello stampo, sul livello tensionale che si può raggiungere a fine pressatura, ipotizzando una pressione radiale di 400 MPa, orientativamente corrispondente ad una pressione assiale di almeno 700 MPa. Nell'indagine sono stati considerati 8 valori del modulo, 3 valori del rapporto fra raggio di raccordo di testa e modulo, 4 altezze di matrice, 3 spessori di parete dei nuclei, 3 materiali per i nuclei (acciaio rapido tradizionale, Vanadis 60 della Böhler-Uddeholm e metallo duro con 10% Co). L'analisi FEM ha evidenziato come un aumento del raggio di raccordo di testa consente una diminuzione dei livelli massimi di tensione nel nucleo atta a garantire il rispetto delle condizioni di sicurezza. L'interferenza relativa fra nucleo e anello è la variabile di progetto cui spetta la necessità di attenta valutazione, connessa – secondo i risultati di un'analisi "Taguchi" – alla scelta del materiale del nucleo, specialmente per le matrici più alte. È stata considerata anche l'influenza dello spessore relativo del nucleo, rapportato cioè al diametro esterno della dentatura. Le condizioni di sollecitazione degli anelli di cinturazione, per i quali è stato imposto un valore 4 del rapporto fra diametri, non implicano mai condizioni di insufficiente sicurezza delle matrici cinturate. Non si riportano i risultati dell'analisi FEM per moduli $m = 4$ e $m = 5$ poiché la verifica delle condizioni d'ingranamento ha fatto rilevare la necessità di modificare i profili dei denti, in varia misura, rispetto alle classiche evolventi. I risultati ottenuti possono portare a progetti più affidabili sia delle ruote dentate – da produrre mediante metallurgia delle polveri – sia degli stampi di formatura.

Parole chiave: Metallurgia delle polveri – Modellazione – Impianti e attrezzature – Simulazione numerica

INTRODUZIONE

Secondo un'affermazione piuttosto comune, la facilità di produzione di particolari di forma complicata e di buona precisione dimensionale è uno dei principali punti di forza della metallurgia delle polveri. Come si può capire, però,

la complicazione di forma richiede delle considerazioni specifiche sulla tecnica di formatura.

Forme di particolari anche notevolmente complicate, ottenute senza asportazione di truciolo, corrispondono ad un altissimo grado di utilizzazione del materiale. La modestissima entità degli sfridi è un altro dei punti di forza della metallurgia delle polveri. In questa tecnologia i cicli produttivi possono essere più o meno complessi, a seconda dell'insieme delle esigenze funzionali delle applicazioni [1]. La pressatura di miscele di polveri entro stampi rigidi, prevalentemente senza apporto di calore dall'esterno, è il metodo usuale di formatura dei particolari. Il comportamento delle polveri metalliche sotto pressione differisce sostanzialmente da quello dei liquidi: il valore locale della pressione, infatti, non segue la legge di Pascal, ed i flussi e gli scorrimenti di polvere non avvengono in modo uniforme secondo direzioni diverse. È per questo motivo che gli stampi di formatura debbono essere progettati in base al numero degli spessori del pezzo,

Enrico Armentani

Dipartimento di Ingegneria Chimica, dei Materiali e della Produzione Industriale; Facoltà d'Ingegneria, Università Federico II, Napoli

Gian Filippo Bocchini

Consulente in metallurgia delle polveri, Rapallo (GE)

Gabriele Cricri

Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Facoltà d'Ingegneria, Università di Salerno, Fisciano (SA);

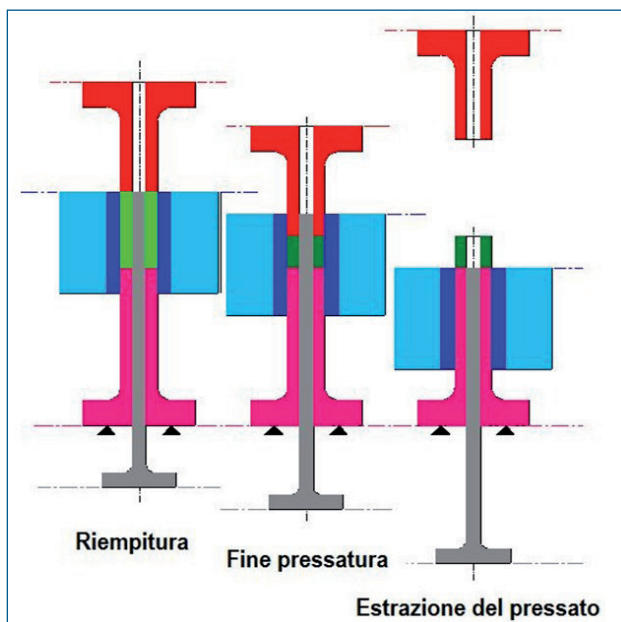


Fig. 1 - Stampo ad estrazione di un particolare a forma di cilindro circolare cavo, con matrice mobile. In verde chiaro: polvere non addensata; in verde scuro: pezzo pressato

Fig. 1 - Withdrawal tool, with moving die, for compacting a hollow cylinder. Light green: not yet thickened powder; dark green: compact.

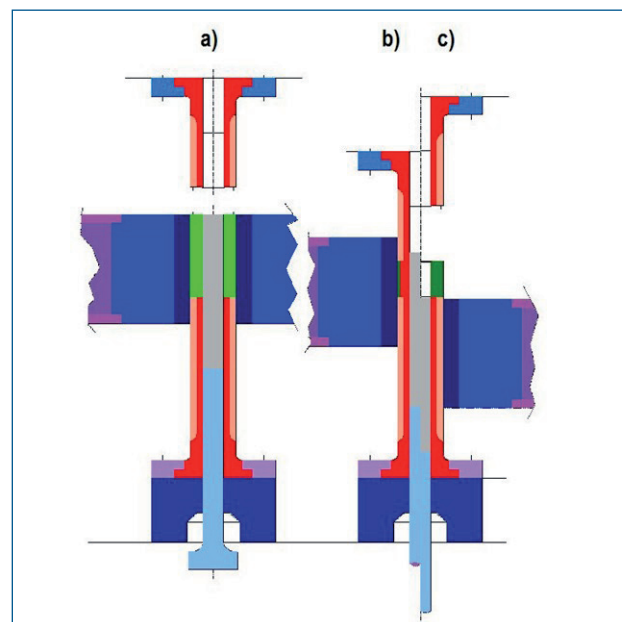


Fig. 2 - Schema di stampo per la formatura da polveri di una ruota dentata: a) posizione di riempitura; b) posizione di fine pressatura; c) posizione di fine estrazione del pressato

Fig. 2 - Scheme of a tool to form a gear by powder compaction: a) filling position; b) compaction end position; c) end position of withdrawal stroke.

contati secondo l'asse di pressatura. Nel caso di un solo spessore, per esempio, due punzoni sono necessari e sufficienti. Per limitare gli effetti negativi degli attriti, la pressatura "ideale" deve essere bilaterale, simmetrica e simultanea. Questi vincoli possono essere rispettati se i diversi elementi che costituiscono uno stampo di formatura sono dotati di opportuni movimenti. Per illustrare meglio questo concetto, in Figura 1 si riporta lo schema della sequenza di formatura di un particolare cilindrico cavo mediante pressatura bilaterale di polveri entro stampi rigidi. Per confronto, in Figura 2, si riporta lo schema dello stampo di pressatura di ruote dentate cilindriche, eventualmente anche a denti elicoidali. Come si può notare, le strutture dei due stampi sono identiche (in entrambi i casi, una matrice cinturata, due punzoni e un'anima) indipendentemente dalle ben diverse geometrie dei profili dei particolari in pianta. Si deve anche aggiungere che la struttura dello stampo non cambia se il profilo del foro dell'ingranaggio ha una cava per linguetta oppure è di tipo scanalato.

La matrice, cioè l'elemento dello stampo che contiene radialmente la polvere e forma il profilo esterno del pezzo è composta di due parti:

- un nucleo, in materiale ad altissima resistenza all'usura;
- un anello di cinturazione, in acciaio ad alta tenacità, allo stato bonificato.

Le due parti sono accoppiate a caldo, con un'interferenza calcolata in modo da garantire la resistenza del nucleo - in materiale molto duro e altrettanto fragile - alle sollecita-

zioni prodotte dalla pressione radiale esercitata dalla polvere a fine pressatura e dal calettamento. L'interferenza, cioè la differenza fra diametro esterno del nucleo e diametro interno dell'anello (prima dell'accoppiamento a caldo) deve assicurare il rispetto di quattro condizioni [2-6]:

1. il campo di tensioni generato dalla cinturazione deve essere tale che, all'interno del nucleo, sotto carico, insorgano al più sollecitazioni di trazione estremamente limitate;
2. la pressione mutua agente fra nucleo ed anello per effetto della cinturazione deve assicurare che non si verifichi lo sfilamento del nucleo dall'anello quando il pezzo pressato viene estratto dalla matrice;
3. la temperatura a cui riscaldare l'anello, per causarne l'allargamento del foro e rendere possibile il posizionamento del nucleo al suo interno, non deve raggiungere livelli tali da causare alterazioni microstrutturali indesiderate;
4. la richiesta sollecitazione di precompressione del nucleo deve essere compatibile con le condizioni di resistenza del nucleo stesso e dell'anello.

Per completezza, in Figura 3 si rappresenta la vista in pianta di una matrice di pressatura per ruote dentate. Per ridurre la dimensione dell'immagine, non compare l'anello di cinturazione, il cui diametro esterno, mediamente, è uguale a 3 ÷ 4 volte il diametro esterno del nucleo. In compenso, le frecce agenti sul nucleo indicano l'azione di compressione esercitata dall'anello sul nucleo. In Figura 4 si presenta un vano dente della matrice, con indicazione

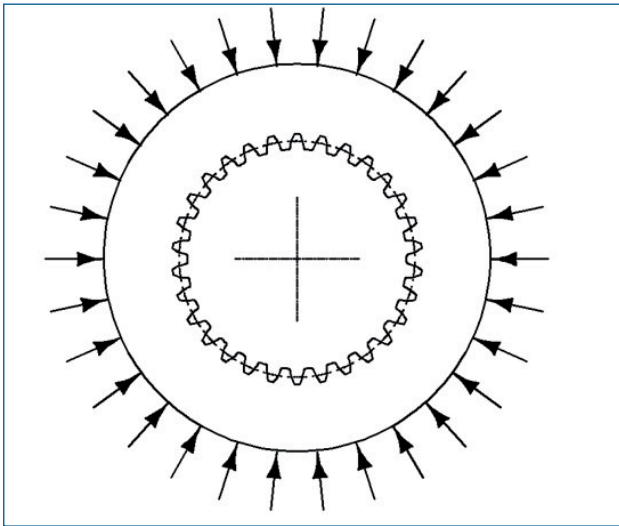


Fig. 3 - Matrice di pressatura per ruote dentate. Le frecce indicano l'azione esercitata sul nucleo dall'anello di cinturazione, di diametro esterno mediamente 3-4 volte quello del nucleo

Fig. 3 - Compaction die to form a gear. The arrows indicate the action exerted on the nucleus by the shrink-fitting ring. The O.D. of the latter is 3÷4 larger than O.D. of the insert.

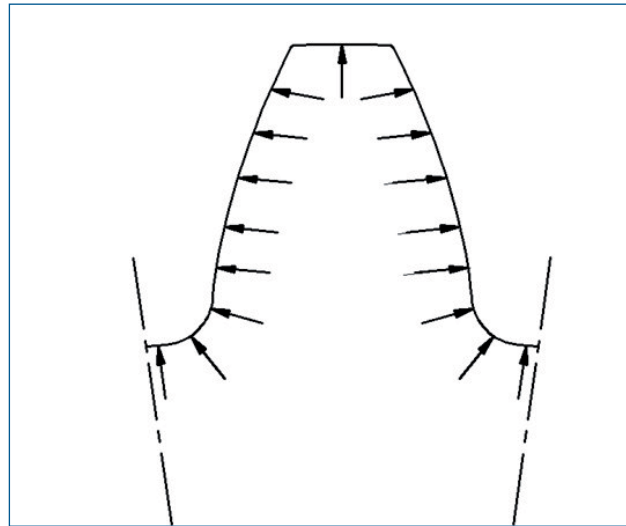


Fig. 4 - Vano dente di matrice di pressatura. Le frecce indicano la pressione esercitata in senso orizzontale dalla polvere alla fine della fase di addensamento

Fig. 4 - Space, in the compaction die, to form a tooth. The arrows indicate the pressure, horizontally directed, exerted by the powder at compaction end.

della pressione esercitata dalla polvere sul nucleo. Questa pressione normale, per le polveri a base ferro, indicativamente, è dell'ordine del 40 ÷ 60% di quella assiale [7, 8] che, nella formatura di ingranaggi, può superare 800 MPa. La zona di transizione fra il cerchio di troncatura esterna per la ruota e il profilo a evolvente del fianco dente è quella di maggiore concentrazione delle tensioni.

Impostazione dello studio

Lo studio ha affrontato l'analisi dello stato tensionale e delle deformazioni di matrici cinturate per la produzione di ruote dentate a denti diritti, con otto profili diversi (otto differenti moduli, per ruote aventi lo stesso diametro esterno nominale, $D_e = 60$ mm, e lo stesso angolo di pressione, $\theta = 20^\circ$). Per ciascuna ruota, sono studiate matrici aventi diverse caratteristiche fisiche e geometriche, elencate in

Modulo m, mm	1	1,25	1,62	2,0	2,5	3,16
Numero di denti, z	58	46	35	28	22	17
Diametro esterno della ruota dentata, mm	60,00	60,00	59,94	60,00	60,00	60,04
Angolo di pressione, q, gradi	20					
Raggio di raccordo fondo vano, r	0,05×m	0,10×m	0,15×m			
Altezza della matrice, H, mm	10	15	30	60		
Altezza del pezzo pressato, h, mm	2	4	8	16		
Rapporto α^*	0,6	0,7	0,8			
Rapporto β^{**}	0,4					
Pressione a fine pressatura, MPa	400					
Materiale costituente il nucleo	HSS	V.60	M.D.			
Interferenze relative di calettamento, %	0,10	0,15	0,20	0,25		
$^* \alpha = \frac{\text{diametro di testa del dente}}{\text{diametro esterno del nucleo}}$	$^{**} \beta = \frac{\text{diametro interno dell'anello}}{\text{diametro esterno dell'anello}}$					

Tab. 1 - Valori dei parametri di progetto presi in esame

Tab. 1 - Values of investigated design parameters.

Tabella 1. I materiali considerati sono stati:
per l'anello di cinturazione, un acciaio da bonifica ad alta resistenza, ad esempio 36 CrNiMo 16;
per il nucleo della matrice,

- un acciaio rapido per stampaggio a freddo, ad esempio X 155 CrV Mo 12,
- un acciaio superrapido da polveri, ad esempio Vanadis 60 (Böhler-Uddeholm), di composizione chimica: C 2,3%; Cr 4,2%; Mo 7,0%; W 6,5%; V 6,5%; Co 10,5%,
- metallo duro, contenente 10% di cobalto.

In totale, i casi analizzati mediante analisi agli elementi finiti sono stati 9216.

Lo studio della distribuzione delle tensioni di Von Mises nel nucleo è stato focalizzato all'area relativa al raccordo di fondo del vano, dove sono localizzati i valori massimi.

Risultati dell'analisi agli elementi finiti

Si deve osservare che la matrice è dotata di simmetria ciclica: nel piano, considerando che il profilo destro e sinistro del dente sono speculari, la sua geometria si ripete $2z$ volte (con z = numero di denti). Inoltre, la distribuzione del carico dovuto alla pressione di formatura è simmetrica rispetto alla sezione orizzontale di mezzzeria della matrice. Su questa base, è stato possibile dimezzare ulteriormente il dominio considerato.

In definitiva, per ogni stampo previsto dalla combinazione dei parametri di Tabella 1, il dominio preso in esame è uguale a $1/4z$ del volume totale, con un evidente vantaggio dal punto di vista del carico computazionale.

L'impostazione dello studio prevede di indagare su quattro distinti scenari di carico, nei quali è sempre presente la pressione di fine formatura $P_{int} = 400$ MPa, mentre, in intervalli dello 0,05% è stata simulata un'interferenza compresa fra 0,10 e 0,25%. Poiché il problema studiato è di tipo lineare, è stato possibile applicare il principio di sovrapposizione degli effetti, considerando due casi di carico:

- uno che tenga conto della sola pressione di formatura P_{int} esercitata dal pressato sulla superficie interna del nucleo,
- un altro che simuli le tensioni dovute alla sola interferenza di calettamento.

I due casi di base devono poi essere combinati (utilizzando gli opportuni fattori di scala) per generare i quattro scenari di carico, corrispondenti alle diverse interferenze relative. Per la sicurezza del sistema è anche necessario tener conto di due diverse condizioni:

- matrice a riposo, a temperatura ambiente, soggetta alla sola azione della pressione mutua generata dalla cinturazione;
- matrice in esercizio, su cui agiscono, sommandosi, le sollecitazioni prodotte dalla cinturazione e quelle supplementari generate dalla compressione delle polveri all'interno.

Per semplicità si trascura in questa sede il caso delle matrici (con nucleo di metallo duro) impiegate per la cosiddetta "pressatura a caldo" nelle quali, date le differenze fra il coefficiente di dilatazione termica degli acciai per gli anelli

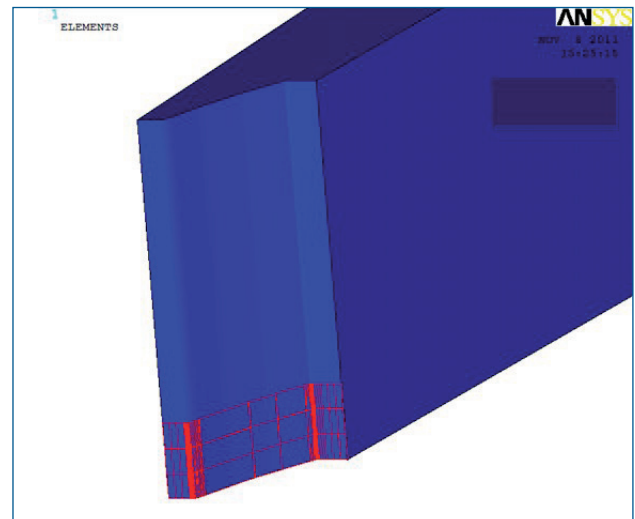


Fig. 5 - Zona di applicazione della pressione della polvere a fine pressatura sull'elemento unitario caratteristico del nucleo di matrice

Fig. 5 - Zone of pressure application, at compaction end, on the unit element characteristic of the die insert.

e quello del metallo duro, le sollecitazioni più elevate agiscono "a riposo".

In Figura 5 è illustrata la zona di carico corrispondente all'azione della pressione della polvere a fine pressatura. Per maggiore evidenza grafica, nella figura si vede solo la porzione interna del nucleo, che è quella più fortemente sollecitata in esercizio.

Le caratteristiche della matrice di cui si riportano gli stati tensionali sono: nucleo in metallo duro, $m = 1,62$ mm, $h = 2$ mm, $H = 10$ mm, $\alpha = 0,8$, $\beta = 0,4$, $r = 0,05 \cdot m$, $I/\Phi = 0,0025$. Si deve anche osservare che l'estensione in verticale della zona sollecitata dalla polvere in addensamento diminuisce durante un ciclo di pressatura. In prima approssimazione, questa dimensione si riduce dal valore iniziale "di riempitura" ad un valore minore di circa $2 \div 2,5$ volte.

Si deve poi considerare che la sola pressione di calettamento genera un campo delle tensioni e delle deformazioni pressoché bidimensionale, senza variazioni di rilievo lungo l'altezza e che il nucleo subisce un'azione di confinamento da parte dell'anello, che porta ad una riduzione del suo diametro esterno ed interno. Per questo motivo, la finitura del profilo interno di qualsiasi matrice di pressatura si esegue dopo accoppiamento a caldo.

In una matrice correttamente progettata e realizzata, da impiegare per la pressatura a temperatura ambiente, le sollecitazioni più pericolose per l'integrità sono quelle agenti a fine pressatura. Per questo motivo, a titolo di esempio, nelle Figure 6, 7, 8, si riportano graficamente i risultati dell'analisi FEM eseguita sulla stessa matrice di Figura 5, nelle condizioni di massime sollecitazioni agenti (pressione mutua dovuta all'interferenza e alla pressione esercitata dalla polvere a fine addensamento).

Le Figure 6 e 7 indicano che le sollecitazioni agenti a fine pressatura sono prevalentemente di compressione.

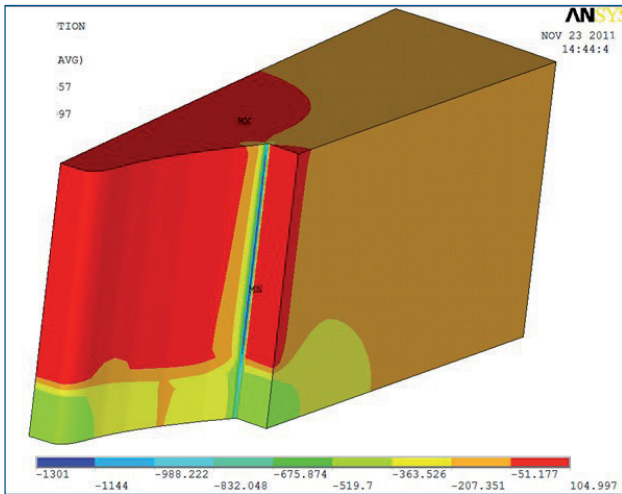


Fig. 6 - Tensioni radiali sul nucleo della matrice di Fig. 5, a fine pressatura [MPa]

Fig. 6 - Radial stresses on the nucleus of the same die of Fig. 5, at compaction end, [MPa].

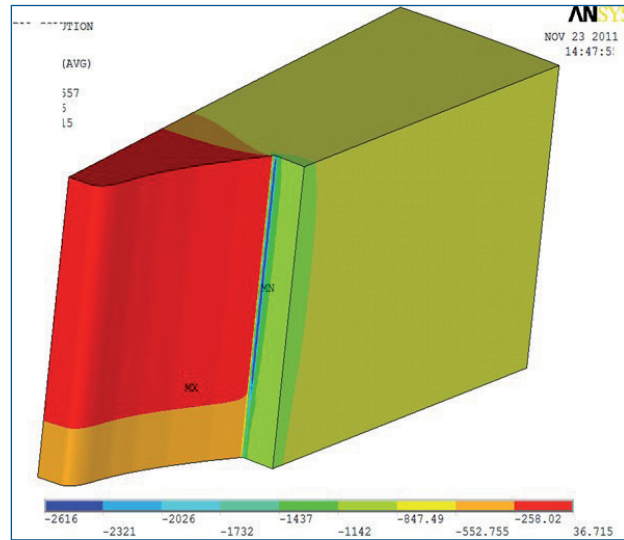


Fig. 7 - Tensioni tangenziali sul nucleo della matrice di Fig. 5, a fine pressatura [MPa]

Fig. 7 - Tangential stresses on the nucleus of the same die of Fig. 5, at compaction end, [MPa].

La massima tensione di compressione è presente nella zona del raggio di raccordo di fondo, ma non dove agisce la pressione esercitata dalla polvere. Questa tensione massima risulta superiore a quella massima ammissibile sul tipo di metallo duro considerato, la cui resistenza a rottura a compressione è dell'ordine di $4000 \div 4500 \text{ N/mm}^2$. Si deve anche osservare che, nella zona della matrice in cui si forma il fianco del dente, ma sopra la fascia direttamente sollecitata dalla polvere, compaiono delle sollecitazioni di trazione di modesta entità, che si possono ritenere ammissibili sul metallo duro, nel quale, orientativamente, come accade in generale per i materiali fragili, si ritiene accettabile una sollecitazione a trazione pari circa ad $1/10$ di quella ammissibile a compressione [9].

L'effetto delle sollecitazioni agenti può essere valutato mediante la tensione equivalente di Von Mises. Lo stato tensionale equivalente, ottenuto direttamente dall'analisi FEM sulla matrice con il nucleo in metallo duro sollecitato come in Figura 5, è riportato in Figura 8, nella quale si nota la scomparsa delle sollecitazioni di trazione nella zona non interessata (o parzialmente interessata) dalla formatura e si conferma la presenza della massima tensione di compressione in corrispondenza della zona del raccordo di fondo del vano, ma sopra la fascia di matrice più fortemente sollecitata a fine pressatura.

Come previsto, sul nucleo le tensioni radiali sono essenzialmente di compressione mentre quelle trasversali sono di trazione. Naturalmente il campo delle tensioni non è bidimensionale, in quanto la pressione di formatura non è presente lungo tutta l'altezza del vano dente della matrice. Il valore troppo elevato della tensione di compressione sul nucleo, nella zona del raccordo di fondo del vano, è imputabile al valore troppo alto dell'interferenza. Per questo motivo, appare interessante verificare l'effetto combinato del raggio di raccordo sul fondo del vano, dell'interferenza

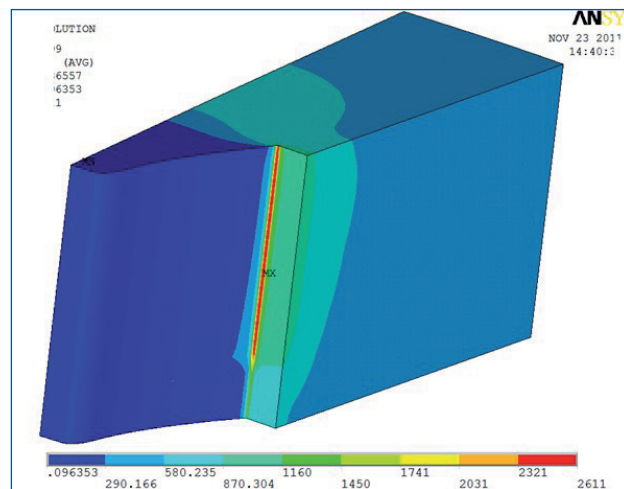


Fig. 8 - Tensioni equivalenti secondo Von Mises sul nucleo, a fine pressatura. Stessa matrice di Fig. 5

Fig. 8 - Von Mises equivalent stresses on the nucleus of the same die of Fig. 5, at compaction end, [MPa].

relativa e dello spessore relativo del nucleo (rapporto α), sulle tensioni massime agenti a fine pressatura nella zona del raccordo del vano. Il risultato delle verifiche, per nuclei in metallo duro, è riportato in Figura 9, nella quale, per completezza, la linea orizzontale a tratto e punto indica la sollecitazione massima ammissibile, con coefficiente di sicurezza 2.

Per confronto, in Figura 10 si riporta il grafico analogo, nel caso di nuclei in acciaio rapido, con la stessa geometria di matrice. La trascurabile differenza fra i moduli elastici

del nucleo e dell'anello, in questo caso, rende a sua volta trascurabile l'influenza del rapporto α fra i diametri del nucleo. Per questo motivo, sono state tracciate solo le curve relative ai diversi rapporti I/Φ , che risultano determinanti: qualunque sia il valore del rapporto r/m , l'interferenza relativa uguale a 0,0025 comporta sollecitazioni superiori a quella massima ammissibile.

Le Figure 9 e 10 indicano che, indipendentemente dal materiale costituente il nucleo, un aumento del raggio di raccordo di fondo del vano causa una significativa riduzione della sollecitazione massima equivalente.

Per avere un'idea comparativa degli effetti delle variabili di progetto (rapporto fra raggio di raccordo e modulo, interferenza relativa, materiale del nucleo) è stato utilizzato il cosiddetto metodo Taguchi [10, 11].

L'elaborazione dei dati per il caso $H = 10$ mm; $\alpha = 0,6$; $m = 1,0$ mm, è riportata in Tabella 2. Come si può notare,

- l'effetto prevalente, positivo, è quello dell'interferenza relativa;
- il secondo effetto importante, negativo, è quello del rapporto fra raggio di raccordo e modulo;
- il terzo effetto importante, negativo, è quello dell'interazione fra interferenza relativa e materiale del nucleo;
- il quarto effetto importante, negativo, è dovuto al materiale del nucleo;
- le altre possibili interazioni hanno un effetto trascurabile sulle tensioni massime nel nucleo.

In questo contesto, il termine "negativo" indica che ad un aumento del valore della variabile indipendente - ad esempio il rapporto r/m - corrisponde una diminuzione della variabile dipendente esaminata, nel nostro caso la massima sollecitazione equivalente.

Il confronto sull'effetto che le variabili di progetto esercitano sui valori massimi delle tensioni equivalenti nel nucleo è stato ripetuto per casi molto discosti fra loro. I risultati dell'elaborazione sono raccolti nella Tabella 3.

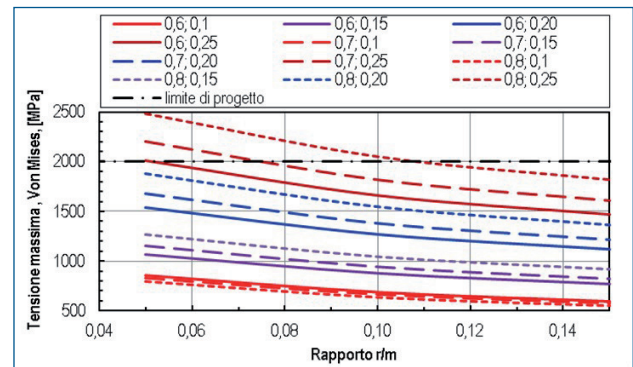
Nelle Figure 11-14, le tensioni massime equivalenti, sui nuclei, sono interpolate e diagrammate in funzione del modulo, per 4 casi "estremi" (altezza di matrice 10 o 60 mm e materiali del nucleo di rigidità minima e massima).

In Figura 15 si riporta l'influenza del modulo della dentatura sulla massima tensione di Von Mises nel nucleo, mentre, in figura 16, è diagrammato un esempio dell'effetto dell'altezza della matrice sulle tensioni massime.

Nelle Figure 17, 18, 19 e 20 sono diagrammati gli effetti delle interferenze relative sulle tensioni equivalenti massime, per quattro casi diversi. La Tabella 3 indica che questa variabile - fra quelle di progetto esaminate - esercita la massima influenza sui livelli tensionali presenti nei nuclei a fine pressatura.

CONCLUSIONI

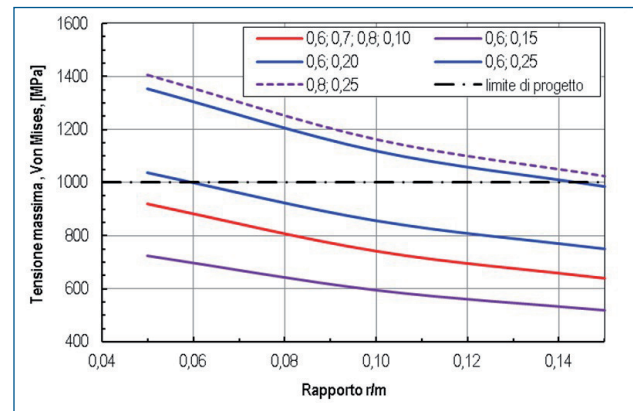
I vari diagrammi presentati consentono di valutare separatamente gli effetti delle variabili di cui dispongono i progettisti, limitatamente alle caratteristiche dei profili di dente, alle geometrie e ai materiali del nucleo dei singoli casi.



**Fig. 9 - Matrice con nucleo in metallo duro; $m = 1,00$ mm, $h = 2$ mm, $H = 10$ mm, $\beta = 0,4$.
Influenza del rapporto fra raggio di raccordo di fondo e modulo sulla tensione massima (von Mises) di fine pressatura. I dati nella legenda indicano, nell'ordine, α e I/Φ in %.**

Fig. 9 - Die with hard metal insert; $m = 1.00$ mm, $h = 2$ mm, $H = 10$ mm, $\beta = 0.4$.

Influence of the ratio between fillet radius and module on the maximum (Von Mises) equivalent stress, at compaction end. The data in the legend indicate α and I/ϕ



**Fig. 10 - Matrice con nucleo in acciaio rapido; $m = 1,00$ mm, $h = 2$ mm, $H = 10$ mm, $\beta = 0,4$.
Influenza del rapporto fra raggio di raccordo di fondo e modulo sulla tensione massima (von Mises) di fine pressatura. I dati nella legenda indicano, nell'ordine, α e I/Φ in %.**

Fig. 10 - Die with high speed steel insert; $m = 1.00$ mm, $h = 2$ mm, $H = 10$ mm, $\beta = 0.4$.

Influence of the ratio between fillet radius and module on the maximum (Von Mises) equivalent stress, at compaction end. The data in the legend indicate, in order: top fillet radius, r ; relative interference, I/Φ %.

Lo studio delle condizioni di ingranamento fa rilevare che, per $m \geq 3,16$ mm, con il valore imposto sul diametro esterno della dentatura e, quindi, sul numero di denti della ruota, si verificano interferenze, con la conseguente necessità di

Variabili del confronto	Variabile A		Variabile B		Variabile C		Interazione AB		Interazione AC		Interazione BC		Interazione ABC		
	I/Φ, %		r/m		nucleo										
Ordini per prove casuali	0,10	0,25	0,05	0,15	m.d.	a.r.									
	Liv.	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
6 7 1 1	858	858		858		858			858		858		858	858	
7 3 3 2	919	919		919			919		919	919		919			919
2 2 8 3	590	590			590	590		590			590	590			590
1 1 7 4	641	641			641		641	641		641			641	641	
8 5 6 5	2015		2015	2015		2015		2015		2015			2015		2015
4 6 5 6	1355		1355	1355			1355	1355			1355	1355			1355
3 4 4 7	1468		1468		1468	1468			1468	1468			1468		1468
5 8 8 8	985		985		985		985		985		985		985		985
Totale	8831	3008	5823	5147	3684	4931	3900	4601	4230	5043	3788	4332	4499	4322	4509
Numero valori	8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Media	1104	752	1456	1287	921	1233	975	1150	1058	1261	947	1083	1125	1081	1127
Effetto numerico		703,8		-365,8		-257,8		-92,8		-313,8		41,8			46,8
Effetto relativo		64		-33		-23		-8		-28		4			4

Tab. 2 - Risultati dell'applicazione del metodo Taguchi ai dati ricavati dall'analisi FEM. Matrici alte 10 mm, con $\alpha = 0,6$ e $m = 1,0$ mm

Tab. 2 - Results of application of Taguchi method to data obtained by FEM analysis. Dies with $H = 10$ mm, $\alpha = 0.6$ and $m = 1.0$ mm

Altezza della matrice, H, mm	10				60			
	1,0		3,16		1,0		3,16	
Modulo della dentatura, m, mm								
Rapporto α	0,6	0,8	0,6	0,8	0,6	0,8	0,6	0,8
Interferenza relativa, I/Φ	42,9	41,8	46,0	44,0	38,0	32,1	29,3	28,8
Rapporto fra raggio di fondo vano e modulo, r/m	-22,3	-17,2	-21,3	-17,1	-23,0	-18,1	-22,3	-21,7
Materiale del nucleo	-15,7	-18,2	-14,4	-17,1	-20,3	-29,3	-27,3	-29,1
Interazione fra interferenza e materiale	-19,1	-22,8	-18,4	-21,8	-18,6	-20,5	-21,1	-20,4

Tab. 3 - Stima, mediante il metodo Taguchi, dell'influenza delle variabili di progetto sulle massime tensioni equivalenti nei nuclei di matrici di pressatura di ingranaggi cilindrici

Tab. 3 - Estimate, by Taguchi method, of the influence of design variables on the maximum Von Mises equivalent stress. Hard metal nuclei for compaction dies of gears.

modificare i profili dei fianchi del dente nelle zone interne al cerchio base.

Per questo motivo, i casi relativi a $m = 4$ e $m = 5$ non sono stati presi in considerazione.

Dai risultati dell'analisi FEM si possono trarre alcune conclusioni di tipo generale.

- L'interferenza relativa è il fattore di maggior peso ai fini delle sollecitazioni equivalenti massime nel nucleo, specialmente nel caso delle matrici di altezza minore (v. Tabella 3). Dall'analisi parametrica risulta, però, che le tensioni principali di trazione, S_1 , sul raccordo di fondo del vano raggiungono il loro minimo già ai valori più bassi delle interferenze relative (0,10 ÷ 0,15 %). Inoltre per le interferenze relative più elevate, la zona più sollecitata del nucleo risulta essere quella del raccordo di fondo del vano non a contatto con il pressato. Per scaricare parzialmente questa porzione di nucleo potrebbe essere

utile realizzare una pressione di calettamento differenziata: più alta al centro, dov'è presente il pressato, più bassa all'esterno.

- La scelta del materiale del nucleo, specialmente per matrici alte e con $\alpha = 0,8$, ha quasi la stessa importanza della scelta dell'interferenza relativa. Ovviamente si deve comunque ricordare che l'utilizzo di materiali aventi elevato modulo di Young consente di minimizzare le deformazioni del profilo interno dello stampo e, di conseguenza, di restringere le tolleranze dimensionali del pressato.
- Interferenze relative superiori a 0,2% comportano livelli inammissibili delle tensioni equivalenti nei nuclei, per qualunque materiale.
- Il rapporto fra raggio di raccordo di fondo e modulo della dentatura influisce significativamente sui valori delle tensioni massime nei nuclei.

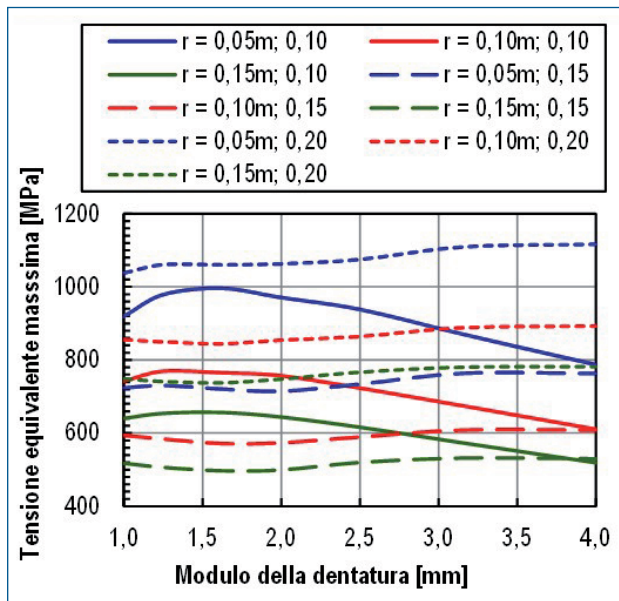


Fig. 11 - Influenza del modulo della dentatura sulla massima tensione di Von Mises. Nucleo in acciaio rapido, con $H = 10$ mm e $\alpha = 0,6$. Nella legenda, nell'ordine: raggio del raccordo di fondo r ; interferenza I/Φ %.

Fig. 11 - Influence of the tooth module on the maximum (Von Mises) equivalent stress, at compaction end. High speed steel nucleus, with $H = 10$ mm and $\alpha = 0.6$. In the legend, in order: top fillet radius, r ; relative interference, I/Φ %.

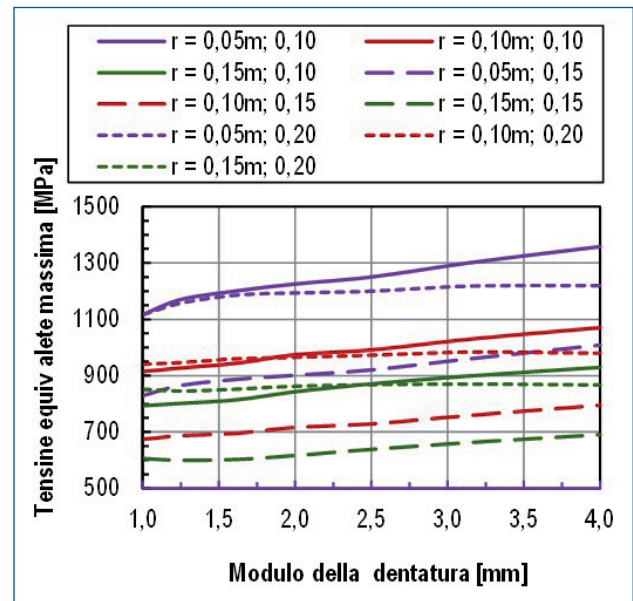


Fig. 12 - Influenza del modulo della dentatura sulla massima tensione di Von Mises. Nucleo in acciaio rapido, con $H = 60$ mm e $\alpha = 0,6$. Nella legenda, nell'ordine: raggio del raccordo di fondo r ; interferenza I/Φ %.

Fig. 12 - Influence of the tooth module on the maximum (Von Mises) equivalent stress, at compaction end. High speed steel nucleus, with $H = 60$ mm and $\alpha = 0.6$. In the legend, in order: top fillet radius, r ; relative interference, I/Φ %.

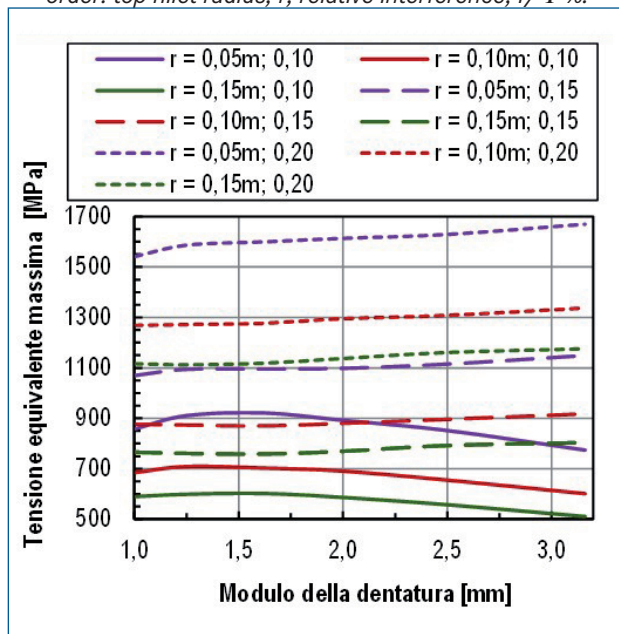


Fig. 13 - Influenza del modulo della dentatura sulla massima tensione di Von Mises. Nucleo in metallo duro, con $H = 10$ mm e $\alpha = 0,6$. Nella legenda, nell'ordine: raggio del raccordo di fondo r ; interferenza I/Φ %.

Fig. 13 - Influence of the tooth module on the maximum (Von Mises) equivalent stress, at compaction end. Hard metal insert, with $H = 10$ mm and $\alpha = 0.6$. In the legend, in order: top fillet radius, r ; relative interference, I/Φ %.

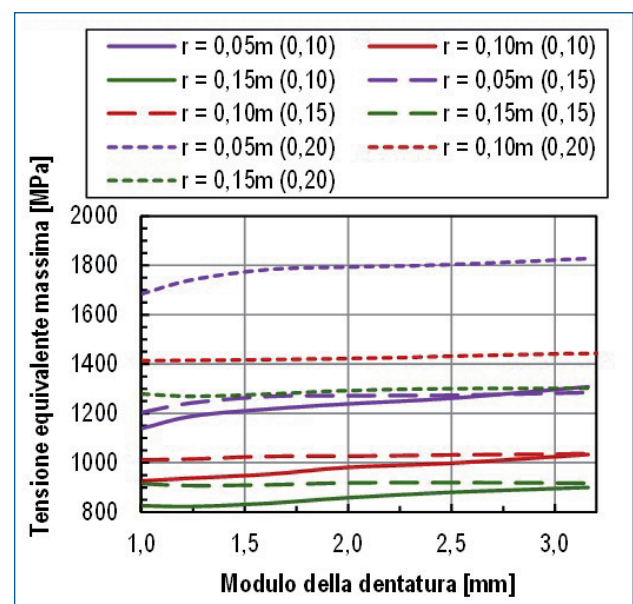


Fig. 14 - Influenza del modulo della dentatura sulla massima tensione di Von Mises. Nucleo in metallo duro, con $H = 60$ mm e $\alpha = 0,6$. Nella legenda, nell'ordine: raggio del raccordo di fondo r ; interferenza I/Φ %.

Fig. 14 - Influence of the tooth module on the maximum (Von Mises) equivalent stress, at compaction end. Hard metal insert, with $H = 60$ mm and $\alpha = 0.6$. In the legend, in order: top fillet radius, r ; relative interference, I/Φ %.

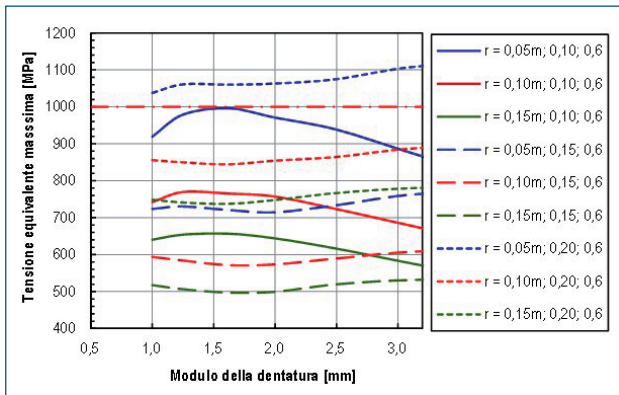


Fig. 15 - Influenza del modulo della dentatura sulla massima tensione di Von Mises sul nucleo, in acciaio rapido. Nella legenda: raggio di raccordo r ; interferenza relativa, rapporto α . Altezza matrice: $H = 10$ mm.

Fig. 15 - Influence of the tooth module on the maximum (Von Mises) equivalent stress, at compaction end. High speed steel insert. In the legend: top fillet radius, r ; relative interference, α ratio. Die height, $H = 10$ mm

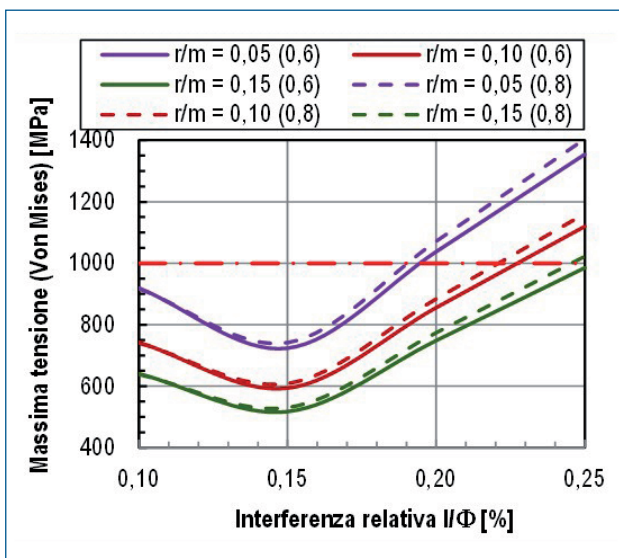


Fig. 17 - Interferenza relativa e tensione massima nel nucleo di acciaio rapido. $H = 10$ mm; $m = 1$ mm. Nella legenda, in parentesi, valore del rapporto α . La linea rossa a tratto e punto indica la tensione ammissibile.

Fig. 17 - Relative interference and maximum Von Mises stress; high speed steel insert; $H = 10$ mm; $m = 1$ mm. In the legend, within brackets, α ratio value. The red dashed line indicates the allowable stress.

- Il modulo della dentatura esercita un'influenza modestissima sui livelli tensionali nei nuclei.
- La zona del nucleo in corrispondenza del raccordo di fondo del vano è sede di concentrazione delle tensioni, anche nella porzione verticale di matrice non sollecitata direttamente dalla pressione normale esercitata dalla polvere in addensamento.
- L'aumento del raggio di curvatura del raccordo è un sistema efficace per scaricare lo stato di sollecitazione lo-

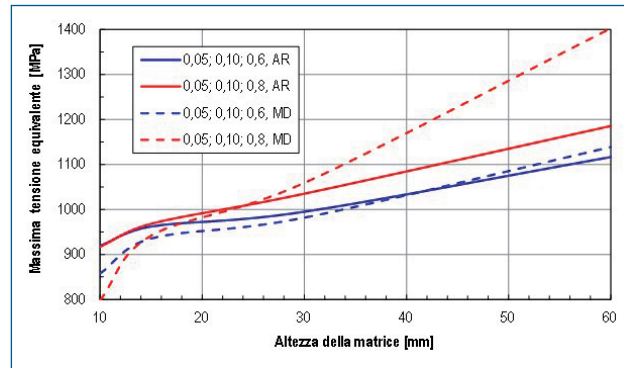


Fig. 16 - Massima tensione di Von Mises sul nucleo, in acciaio rapido, in funzione dell'altezza della matrice, per $r/m = 0,05$; $I/\Phi = 0,10\%$

Fig. 16 - Maximum (Von Mises) equivalent stress on the nucleus (HSS), versus die height, for $r/m = 0,05$; $I/\Phi = 0,10\%$

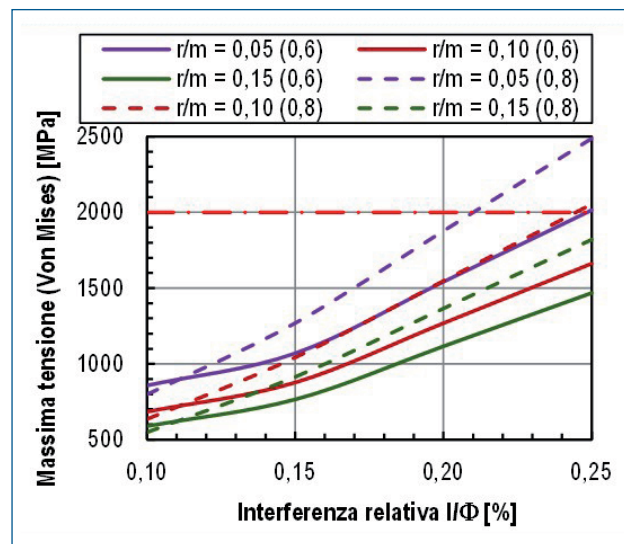


Fig. 18 - Interferenza relativa e tensione massima nel nucleo di metallo duro. $H = 10$ mm; $m = 1$ mm. Nella legenda, in parentesi, valore del rapporto α . La linea rossa a tratto e punto indica la tensione ammissibile.

Fig. 18 - Relative interference and maximum Von Mises stress; hard metal insert; $H = 10$ mm; $m = 1$ mm. In the legend, within brackets, α ratio value. The red dashed line indicates the allowable stress.

cale. In molti casi, passando da $r = 0,05 \cdot m$ a $r = 0,15 \cdot m$, le tensioni massime equivalenti nel nucleo diminuiscono quasi del 40%, con la conseguente possibilità di rispettare i vincoli di resistenza imposti dalle caratteristiche meccaniche dei materiali dei nuclei. Ovviamente, prima di proporre incrementi significativi dei raggi di raccordo sulle teste dei denti, si deve verificare se la diminuzione del profilo attivo della ruota dentata, generata appunto dall'aumento del raggio, garantisce comunque un grado di ricoprimento adeguato.

- Non sono stati riportati valori delle sollecitazioni relativamente a nuclei in acciaio rapido da polveri, come il

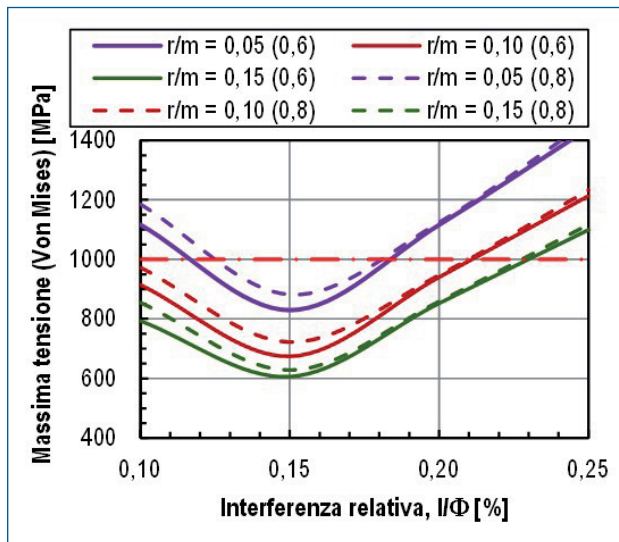


Fig. 19 - Interferenza relativa e tensione massima nel nucleo di acciaio rapido. $H = 60$ mm; $m = 1$ mm. Nella legenda, in parentesi, valore del rapporto α . La linea rossa a tratto e punto indica la tensione ammissibile.

Fig. 19 - Relative interference and maximum Von Mises stress; high speed steel insert; $H = 60$ mm; $m = 1$ mm. In the legend, within brackets, α ratio value. The red dashed line indicates the allowable stress.

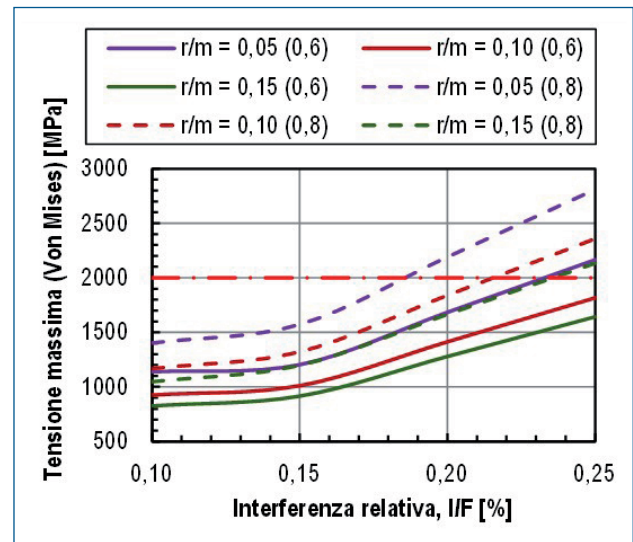


Fig. 20 - Interferenza relativa e tensione massima nel nucleo di metallo duro. $H = 60$ mm; $m = 1$ mm. Nella legenda, in parentesi, valore del rapporto α . La linea rossa a tratto e punto indica la tensione ammissibile.

Fig. 20 - Relative interference and maximum Von Mises stress; hard metal insert; $H = 60$ mm; $m = 1$ mm. In the legend, within brackets, α ratio value. The red dashed line indicates the allowable stress.

Vanadis 60 della Böhler-Uddeholm, poiché la modesta differenza di modulo di Young, rispetto all'acciaio rapido tradizionale, ottenuto cioè per metallurgia fusoria, comporta modeste differenze di stati tensionali.

- Le sollecitazioni massime sugli anelli di cinturazione, nei vari casi esaminati, hanno fatto registrare dei valori di poco superiori a quelli ammissibili, cioè a 500 MPa, solo in pochissimi casi, e sempre per interferenze relative di 0,25% (massimi di 517 MPa, per matrici con $H = 10$ mm).

Per concludere, si può affermare che lo studio agli elementi finiti delle matrici di pressatura di ruote dentate cilindriche ha fornito dei risultati che potranno essere utili sia ai progettisti di ingranaggi - di cui si prevede la realizzazione mediante metallurgia delle polveri - sia ai progettisti degli stampi di pressatura (e di calibratura, quando necessaria).

RINGRAZIAMENTI

Gli autori desiderano ringraziare sentitamente il professor Renato Esposito, già direttore del Dipartimento di Progettazione e Gestione della Produzione Industriale della Facoltà d'Ingegneria dell'Università Federico II di Napoli, per le riflessioni e gli spunti di approfondimento suggeriti.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- 1] G. F. Bocchini: "Criteri di classificazione del grado di complicazione delle forme dei componenti sinterizzati, Bergamo, AIM, 2007
- 2] G. F. Bocchini, G. Cricri, R. Esposito: "Effetto della temperatura di lavoro nella progettazione delle matrici per metallurgia delle polveri, 26° Convegno nazionale AIM, 6, 8 novembre 1996, Milano.
- 3] G. F. Bocchini, G. Cricri, R. Esposito: "Influence of operating temperature on shrink-fitting pressure of PM dies, Powder Metallurgy, 1996, Vol. 39, No. 3.
- 4] E. Armentani, G. F. Bocchini, G. Cricri, R. Esposito: "Matrici corte e a nucleo sottile per pressatura di polveri metalliche: determinazione numerica dei parametri di progetto". 28° Convegno Nazionale AIM, 8-10 novembre 2000, Milano, vol. 1, pp. 473-492, ISBN 88-85298-38-9.
- 5] E. Armentani, G. F. Bocchini, G. Cricri, R. Esposito: "Short dies and thin-walled inserts for room temperature or warm compaction: numerical determination of design features", Powder Metallurgy, 2002, Vol. 45, No. 2
- 6] E. Armentani, G. F. Bocchini, G. Cricri: "Doubly shrink fitted dies: optimization by analytical and FEM calculations", Powder Metallurgy, 2012, Vol. 55, No. 2
- 7] G. Bockstiegel, J. Hewing: "Verformungsarbeit, Verfestigung und Seitendruck beim Pressen von Metallpulvern"; 3rd European Symposium on P/M, Stuttgart, 1968
- 8] E. Ernst: "Axiale Pressvorgänge in der Pulvermetallurgie", Fortschrittberichte VDI, Nr. 259, VDI Verlag GMBH, Düsseldorf, 1992
- 9] J. E. Shigley, C. R. Mischke, R. G. Budynas: "Progetto e costruzione di macchine", Mc-Graw-Hill, Milano, 2005
- 10] R. H. Lochner, J. E. Matar: "Designing for Quality", ASDC Quality Press, American Society for Quality Control, Milwaukee, Wisconsin, 1990
- 11] S. Barone, P. Bruno, C. Cali, R. Citarella, Progettazione robusta e sperimentazione simulata per l'ottimizzazione multiobiettivo di un giunto, XXIX Convegno nazionale AIAS, 6, 9 settembre 2000, Lucca.

Compaction dies for spur gears: FEM analysis to assess the influence of some design parameters on stress state

Key words: Modeling - Numerical simulation - Plants & equipments

Among elements with complicated part shape, easier to be manufactured by powder metallurgy, gears play an important role. Their design is obviously made considering the application needs. Some shape features, however, may be trifling for operating performances, but may be important for the level of stresses on tool items. On this basis, a systematic study on the possible effects of some design parameters (modulus, teeth number, top fillet radius of the gear, relative interference) has been carried out by FEM. Strictly concerning the die for P/M manufacture, a radial pressure of 400 MPa at compaction end – corresponding to 700 MPa axial pressure at least – has been imposed. The variables of the study have been the module, the ratio between top fillet radius and module, the height of dies, the relative thickness of the nucleus, the relative interference and the material for nucleus. FEM analysis reveals that by increasing the top fillet radius it is possible to decrease Von Mises maximum stresses to levels compatible with the allowable ones of nucleus material. Also the die height, at equal gear dimensions, may have a certain effect. The application of a sort of DOE approach showed that the proper choice of relative interference may be a critical item, followed by the selection of nucleus material. As to the shrink-fitting ring, if the ratio between external and internal diameters is greater than 4, no risk of overstressing exists. The obtained results may contribute to improve and optimize the design of spur gears to be manufactured by PM, without impairing their functional properties and reliability, while reducing the risk of tool item failures.

Compaction of powder mixes within rigid tools, mostly without heating from the outside, is the usual method of part forming. The behavior of metal powders under pressure differs substantially from that of liquids: the local value of the pressure, in fact, does not follow Pascal's law, and material flows do not occur evenly according to different directions. It is for this reason that the forming tools must be designed according to the number of part thicknesses, orthogonal to compression axis.

Figure 1 shows a scheme of forming sequence for a hollow cylindrical part by bilateral compaction of powder within rigid tool. For comparison, Figure 2 shows the scheme of a tool for compacting cylindrical gears, possibly even helicoidal. As you can see, the structures of the two tools are identical (in both cases, a shrink-fitted die, two punches and one core rod).

Interference, i.e. the difference between the outer

diameter of the nucleus and inner diameter of the ring (before assembling) must fulfill four conditions [2-6]:

- the stress field generated by shrink-fitting must be such that, within the insert, under load, very limited tensile stresses arise;
- mutual pressure acting between nucleus and ring, due to shrink-fitting, must ensure that there is no relative motion nucleus-ring when the compact is pushed out of the die;
- the temperature at which heat up the ring, to enlarge its hole and make possible the positioning, inside, of the nucleus, must not reach levels that can cause unwanted microstructural alterations;
- the required pre-stressing stress of the nucleus must be compatible with the allowable properties on the insert and the ring.

The investigated variables are listed in table I. (From the top: module; teeth number; outside diameter of the gear; pressure angle; fillet radius at tooth root; die height; compact height; α ratio, i.e. ratio between outside diameter of the gear and outside diameter of the nucleus; β ratio, i.e. ratio between I.D and O.D. of the ring; pressure at compaction end; nucleus material; relative interference).

The characteristics of dies for which stress states are shown are: tungsten carbide nucleus (10% Co), $m = 1.62$ mm, $h = 2$ mm, $H = 10$ mm, $\alpha = \beta = 0.4$, or 0.8 , $r = 0.05 \cdot m$, $I/\Phi = 0.0025$. It should also be noted that the vertical extension of the area stressed by thickening powder decreases during a compaction cycle. In a first approximation, this dimension is reduced from the initial "filling" value to a value about 2-2.5 times lower.

In a properly designed and built die, to be used for powder compaction at room temperature, the highest stresses act at compaction end. For this reason, for example, Figures 6, 7, 8, show the results of FEM analysis performed on the same die of Figure 5, in conditions of maximum stress (mutual pressure due to interference and pressure exerted by the powder at densification end). Figures 6 and 7 show that compression stresses predominate at compaction end.

The maximum compressive stress occurs in the compaction area of the bottom fillet radius, but not where the pressure exerted by powder acts. This maximum stress is higher than that allowable on the carbide type considered, whose resistance to compression failure is $4000 \div 4500$ N/mm². It should also be noted that, in the

die area where the tooth flank is formed, but above the band directly solicited by powder, small tensile stresses appear; these can be allowed on hard metal, in which, as a guideline, (as generally happens for brittle materials), tensile stresses approximately equal to 1/10 of those allowed in compression may be accepted [9]. The effects of acting stresses can be evaluated by the Von Mises equivalent stress.

Figure 8 shows the equivalent stress state, directly obtained by FEM analysis, on the die with carbide insert, stressed as shown in Figure 5. Here, it is possible to see that in the zone non interested by compacting (or the partially solicited one) tensile stress disappears, whereas the maximum compressive stress acts in the zone of bottom fillet of the cavity, but above the die band more severely stressed at compaction end.

Figures 9 and 10 show that, regardless of insert material, if the top fillet radius increases, the consequent maximum equivalent stress significantly decreases.

By means of the so-called Taguchi method, the effects of different variables can be assessed.

The results of data analysis, for $H = 10$ mm; $\alpha = 0.6$; $m = 1.0$ mm, are reported in table II, which shows that:

- the relative interference is the prevailing positive effect;
- the ratio between top fillet radius and modulus is the second major effect, negative;
- the interaction between relative interference and nucleus material is the third major effect, negative,
- the fourth important negative effect is due to the nucleus material;
- other possible interactions have a negligible effect on the maximum stresses on the die insert.

In this context, the term “negative” indicates that an increase in the value of the independent variable – for example the r/m ratio – causes a decrease of the dependent variable examined, in our case the maximum equivalent stress. Comparisons on the effect that design variables exert on maximum values of equivalent stresses in the nuclei have been repeated for different cases. The results of these analyses are collected in table III. The various diagrams here presented make it possible to assess separately the effects of variables available to design engineers, limited to tooth profile characteristics, geometries and material of the insert of individual cases. The study of meshing conditions indicates that, for $m \geq 3.16$ mm, with the imposed values set on outer diameter of the teeth and teeth number, unwanted interference occurs, with consequent need of changing the profiles of tooth flanks in lower areas. By FEM analysis results some general conclusions can be drawn.

- The relative interference is the most important factor for the maximum equivalent stresses on the nuclei, especially for the shortest dies (s. Table III). Parametric analysis, however, showed that the highest main tensile stresses, S_1 , on the die zone corresponding to bottom fillet radius, reach their minimum at lower values

of relative interference ($0.10 \div 0.15\%$). Moreover, for the highest interferences, the most stressed zone on the nucleus is that of bottom fillet of the cavity not in contact with the compact.

- The choice of nucleus material, particularly for high dies, and for $\alpha = 0.8$, has almost the same importance of choosing the relative interference. Of course we should remember that the use of materials with high Young's modulus enables to minimize strains of internal profile of the die and, consequently, to narrow dimensional tolerances of compacts.
- Relative interferences $> 0.2\%$ lead to unacceptable levels of equivalent stresses on the nuclei, for any material.
- The r/m ratio significantly influences the values of maximum stress on the nuclei.
- The tooth module has a very modest influence on stress levels on the nuclei.
- The zone of nuclei near the bottom fillet is an area of stress concentration, even in the vertical portion of the die not directly solicited from pressure exerted by thickening powder.
- The increase of the top fillet radius is an effective system to lighten local stress state. In many cases, going from $r = 0.05 \cdot m$ to $r = 0.15 \cdot m$, maximum equivalent stress on the nuclei decreases by almost 40%, with the consequent ability to respect the constraints imposed by the strength properties of nuclei material. Of course, before proposing significant increases of top fillet radius, it is necessary to check whether the corresponding decrease in the active profile of the tooth, caused by the increase of top fillet radius, ensures an adequate degree of contact ratio.

No data has been reported for stresses on nuclei made by HSS from powders, such as Böhler-Uddeholm Vanadis 60, because the relatively small difference of Young's modulus, compared to traditional high speed steel obtained i.e. by melting metallurgy, implies modest differences in stress states.

The maximum stress on shrink-fitting rings, in the various cases here examined, reach values slightly higher than those allowable, namely 500 MPa, only in very few cases, and always for 0.25% relative interferences (517 MPa, maximum for dies with $H = 10$ mm).

In conclusion, it can be stated that FEM analysis of compaction dies for spur gears has provided results that can be useful to design engineers of gears – to be produced by powder metallurgy – involved in mechanical design or tool design (sizing included, if required).

Acknowledgements

The authors wish to thank very much professor Renato Esposito, former Director of the Department of design and management of industrial production of the Faculty of engineering of Federico II Naples University, for reflection and in-depth ideas suggested.