PEMODELAN ESTIMASI PARAMETER DISTRIBUSI WEIBULL PADA PRESTASI BELAJAR MAHASISWA SISTEM INFORMASI UNIVERSITAS OTTOW GEISSLER PAPUA

Halomoan Edy Manurung[1], Andrijanni[2]

[1,2]Sistem Informasi, Universitas Ottow Geisler Papua
email: Haldimx@yahoo.com[1],
email: kezia_sou@yahoo.co.id[2]

Abstrak. Salah satu program pemerintah Indonesia yang sedang dilaksanakan dalam dekade terakhir ini adalah meningkatkan mutu pendidikan secara nasional. Peningkatan mutu di setiap satuan pendidikan diarahkan pada upaya terselenggaranya layanan pendidikan kepada pihak yang berkepentingan atau masyarakat. Salah satu standar mutu pendidikan yaitu Prestasi Belajar. Prestasi Belajar adalah hasil maksimum yang dicapai oleh seseorang setelah melakukan kegiatan belajar yang diberikan berdasarkan atas pengukuran tertentu yaitu dinyatakan dengan skor atau nilai. Hasil tersebut dijadikan alat evaluasi bagi Universitas untuk melakukan perbaikan seperlunya guna meningkatkan atau mempertahankan kualitas pendidikan. Prestasi Belajar dapat dideskripsikan dengan menggunakan pemodelan statistika untuk menggambarkan dan menganalisa keseluruhan data yang diteliti dengan cara mencari nilai parameternya terlebih dahulu. Penelitian ini melakukan penelitian tentang Pemodelan estimasi Parameter Distribusi Weibull Dengan Metode Maximum Likelihood Estimation menggunakan Iterasi Newton Raphson Pada Prestasi Belajar Mahasiswa Sistem Informasi Universitas Ottow Geisler Papua.Hasil yang diperoleh berupa fungsi distribusi yang dapat digunakan untuk memprediksi nilai Prestasi Belajar pada tahun berikutnya berdasarkan perolehan nilai dan kondisi tahun sebelumnya.Dengan fungsi prediksi yang diperoleh dapat digunakan untuk memperkirakan kondisi bagaimana yang dapat digunakan untuk memperbaiki kualitas belajar sehingga Prestasi Belajar dapat ditingkatkan.

***Kata Kunci**: Distribusi Weibull, iterasi Newton Raphson,metode maximum likelihood estimation, prestasi belajar mahasiswa sistem informasi universitas ottow geissler papua, pemodelan estimasi parameter.*

1. PENDAHULUAN

Perkembangan teknologi mengharuskan kita selalu berusaha membekali diri, apabila tidak kita akan ketinggalan dan tidak akan mampu menghadapi kehidupan yang semakin kompetitif. Universitas sebagai lembaga pendidikan formal tentu berusaha mempersiapkan peserta didik agar mampu berkompetitif diera globalisasi sehingga pendidikan merupakan salah satu kebutuhan yang tidak dapat dipisahkan dari kehidupan sehari-hari. Dalam suatu proses pendidikan digunakan evaluasi, akreditasi dan sertifikasi untuk memantau perkembangan pendidikan. Evaluasi dilakukan dalam rangka pengendalian mutu pendidikan secara nasional sebagai bentuk akuntabilitas penyelenggara pendidikan kepada pihak-pihak yang berkepentingan. Salah satu bentuk evaluasi pendidikan adalah dengan melihat hasil belajar setelah mengikuti program pembelajaran yang dinyatakan dengan skor atau nilai yang disebut Prestasi Belajar guna megetahui sejauh manakah proses belajar dan pembelajaran itu berlangsung secara efektif. Efektifitas proses belajar tersebut akan tampak pada kemampuan mahasiswa mengusai materi pelajaran.

Efektifitas merupakan faktor penting dalam pembelajaran. Pembelajaran yang efektif merupakan kesesuaian antara mahasiswa yang melaksanakan pembelajaran dengan sasaran atau tujuan pembelajaran yang ingin dicapai. Efektifitas adalah bagaimana seseorang berhasil mendapatkan dan memanfaatkan metode belajar untuk memperoleh hasil yang baik. Susilo (2011) menyatakan efektifitas merupakan kesesuaian antara mahasiswa dengan hasil belajar. Berdasarkan pendapat tersebut dapat dikatakan bahwa efektivitas pembelajaran merupakan proses yang harus dilalui mahasiswa untuk mencapai hasil. Tingkat efektivitas juga dapat diukur dengan membandingkan antara rencana yang telah ditentukan dengan hasil nyata yang telah diwujudkan.Namun, jika usaha atau hasil pekerjaan dan tindakan yang dilakukan tidak tepat sehingga menyebabkan tujuan tidak tercapai atau sasaran yang diharapkan, maka hal itu dikatakan tidak efektif. Sebagai tindak lanjut, Prestasi Belajar mahasiswa sistem informasi Universitas Ottow Geissler dapat dideskripsikan dengan menggunakan pemodelan matematika atau statistika untuk untuk menggambarkan dan menganalisa keseluruhan data yang diteliti dengan cara mencari nilai parameternya. Berdasarkan Masalah tersebut maka penulis tertarik untuk meneliti bidang ini dengan mengambil Judul "*Pemodelan Estimasi Parameter Distribusi Weibull Pada Prestasi Belajar Mahasiswa Sistem Informasi Universitas Ottow Geissler Papua*".

Berdasarkan latar belakang masalah, maka permasalahan penelitian ini adalah sebagai berikut:
(1) Bagaimana mendapatkan estimator parameter pada distribusi yang diperoleh?
(2) Bagaimana mengaplikasikan atau menerapkan serta menginterpretasikan model distribusi yang diperoleh pada Prestasi Belajar Mahasiswa Sistem Informasi Universitas Ottow Geissler Papua?

2. TEORI, MODEL DAN ANALISA

2.1 Distribusi Weibull Dua Parameter

Distribusi Weibull adalah salah satu distribusi kontinu yang pertama kali dipernalkan oleh fisikawan swedia bernama Waloddi Weibull pada tahun 1939. Fungsi densitas distribusi Weibull dapat dinyatakan sebagai:

$$f(t,\alpha,\beta) = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)\right]^{\beta} \qquad (1)$$

Fungsi distribusi kumulatif Weibull adalah:

$$F(t,\alpha,\beta) = 1 - exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)\right]^{\beta} \qquad (2)$$

Sehingga fungsi survival adalah:

$$S(t,\alpha,\beta) = 1 - \left\{1 - exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)\right]^{\beta}\right\}. \qquad (3)$$

Dengan t adalah variabel random, α adalah parameter skala dan β adalah parameter bentuk. Parameter α dan β adalah parameter yang akan ditaksir.

2.2 Metode *Maximum Likelihood Estimator*(MLE)

Metode MLE adalah salah satu metode penaksiran parameter yang dapat digunakan untuk menaksir parameter suatu model yang diketahui distribusinya (Bickel and Doksum,1977). Untuk mendapatkan penaksir parameter suatu model dengan metode MLE adalah dengan memaksimumkan fungsi likelihoodnya.

Diberikan $X_1,X_2,...,X_n$ menjadi sampel berukuran n dari suatu populasi yang distribusi tergantung pada satu set parameter p, yaitu $\theta_1,\theta_2,...,\theta_p$. Kita dapat menganggap ini sebagai sampel membentuk vektor acak $X = (X_1, X_2, ..., X_n)'$. Misalkan X memiliki fungsi kepadatan $f(x,\theta)$, dimana $x = (x_1, x_2, ..., x_n)'$ dan $\theta = (\theta_1, \theta_2, ..., \theta_p)'$. Fungsi kepadatan ini biasa disebut sebagai fungsi likelihood X, dilambangkan dengan $L(x,\theta)$.Diberikan sampel dengan

MLE dari θ, dilambangkan dengan $\hat{\theta}$, adalah nilai θ yang memaksimalkan $L(x, \theta)$ .Jika $L(x, \theta)$ memiliki turunan parsial terhadap θ_1 , θ_2 ,..., θ_p, maka $\hat{\theta}$ dapat diperoleh dengan memecahkan persamaan:

$$\frac{\partial L(x, \hat{\theta})}{\partial \theta_i} = 0, i = 1,2, \dots, p. \qquad (4)$$

Dalam banyak situasi, akan lebih mudah bekerja dengan logaritma $L(x, \theta)$, yang maxima tercapai pada titik-titik sama dengan $L(x, \theta)$. Jadi $\hat{\theta}$ memenuhi persamaan:

$$\frac{\partial log\,[L(x, \hat{\theta})]}{\partial \theta_i} = 0,\ i = 1,2, \dots, p. \qquad (5)$$

Persamaan (5) dikenal sebagai persamaan likelihood.Misalkan $X_1, X_2, \dots, X_n$ membentuk sampel berukuran n dari distribusi normal dengan tidak diketahui mean μ dan varians σ^2, dimana $\theta = (\mu, \sigma^2)'$, diberikan fungsi likelihood adalah: $L(x, \theta) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2\right]$,

Diberikan $L^*(x, \theta) = \log L(x, \theta)$sehingga: $L^*(x, \theta) = -\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2 - \frac{n}{2}log(2\pi\sigma^2)$.

Persamaan likelihood (2.3.2) adalah bentuk:

$$\frac{\partial L^*}{\partial_\mu} = \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{\mu}) = 0. \qquad (6)$$

$$\frac{\partial L^*}{\partial \sigma^2} = \frac{1}{2\hat{\sigma}^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{\mu})^2 - \frac{n}{2\hat{\sigma}^2} = 0. \qquad (7)$$

Persamaan (6) dan (7) dapat ditulis:

$$n(\bar{x} - \hat{\mu}) = 0, \qquad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{\mu})^2 - n\hat{\sigma}^2 = 0 \qquad (9)$$

Dimana $\bar{x} = \left(1/n\right)\sum_{i=1}^{n} x_i$, jika $n \geq 2$, maka persamaan (8) dan (9) memiliki solusi:

$$\hat{\mu} = \bar{x}, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

Ini adalah MLE dari masing-masing μ dan σ^2. Dapat diverifikasi bahwa $\hat{\mu}$ dan $\hat{\sigma}^2$ adalah nilai-nilai dari μ dan σ^2 yang memaksimalkan$L^*(x, \theta)$.Untuk menunjukkan hal ini, kita perhatikan matriks Hessian orde kedua turunan parsial L^*:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L^*}{\partial \mu^2} & \frac{\partial^2 L^*}{\partial \mu \partial \sigma^2} \\ \frac{\partial^2 L^*}{\partial \mu \partial \sigma^2} & \frac{\partial^2 L^*}{\partial \sigma^4} \end{bmatrix}$$

Maka untuk μ = $\hat{\mu}$ dan $\sigma^2 = \hat{\sigma}^2$,$\frac{\partial^2 L^*}{\partial \mu^2} = -\frac{n}{\hat{\sigma}^2}$, $\frac{\partial^2 L^*}{\partial \mu \partial\, \sigma^2} = -\frac{1}{\hat{\sigma}^4}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{\mu}) = 0$, $\frac{\partial^2 L^*}{\partial \sigma^4} = -\frac{n}{2\hat{\sigma}^4}$

Demikian $\partial^2 L^* / \partial \mu^2 < 0$ dan $det(A) = n^2 / 2\hat{\sigma}^6 > 0$. Sehingga $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)$ adalah titik maksimum lokal dari L^*.

Metode Newton-Raphson

Diberikan x_0 menjadi titik awal dominan dari $f(x)$. Dengan ekspansi Taylor f di daerah x_0 memungkinkan untuk memperkirakan $f(x)$ dengan fungsi kuadrat $\phi(x)$ sehingga:

$$\phi(x) = f(x_0) + (x - x_0)'\Delta f(x_0) + \frac{1}{2!}(x - x_0)' H_f(x_0)(x - x_0) \qquad (10)$$

Dimana $H_f(x_0)$ adalah matrix Hessian f yang dievaluasi di x_0. Atas dasar rumus (10) kita dapat memperoleh perkiraan yang layak untuk minimal $f(x)$ dengan menggunakan minimal $\phi(x)$. Jika $\phi(x)$ mencapai minimum lokal di x_1, maka tentu kita harus memiliki $\nabla \emptyset(x_1) = 0$ yaitu:

$$\nabla f(x_0) + H_f(x_0)(x_1 - x_0). \qquad (11)$$

Jika $H_f(x_0)$ adalah nonsingular, maka persamaan (11) kita peroleh:

$$x_1 = x_0 - H_f^{-1}(x_0)\nabla f(x_0)$$

Jika diperkirakan $f(x)$ dengan fungsi kuadrat lainnya, dan kembali menerapkan ekspansi Taylor di daerah x_1, dan kemudian diulangi proses yang sama seperti sebelumnya dengan $x_1$digunakan sebagai pengganti x_0, diperoleh titik:

$$x_2 = x_1 - H_f^{-1}(x_1)\nabla f(x_1)$$

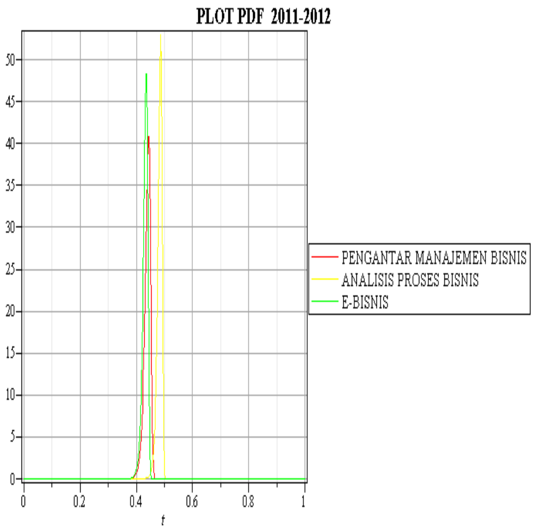
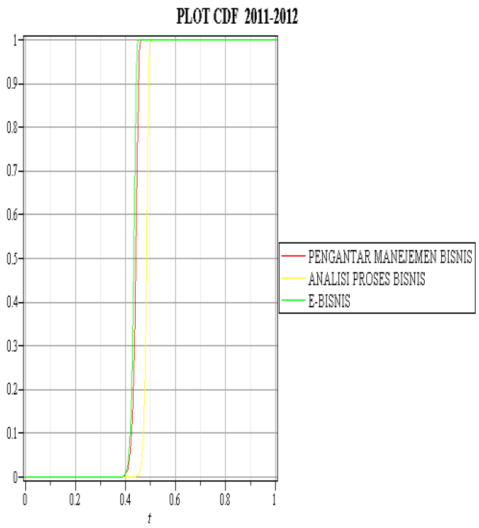
Pengulangan lebih lanjut dari proses ini mengarah pada urutan point, $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots$, sehingga:

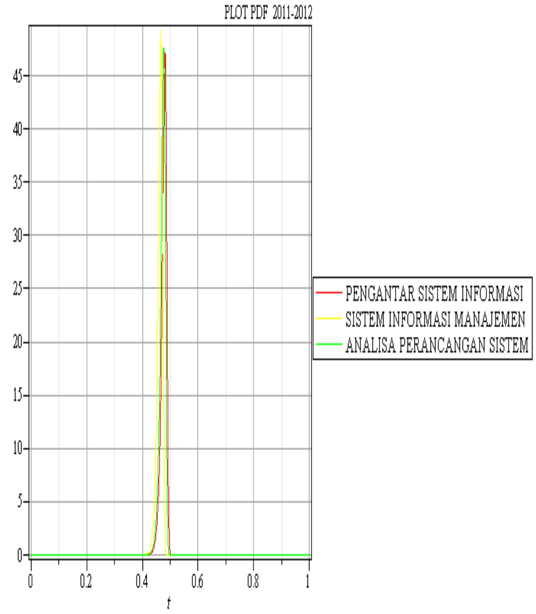
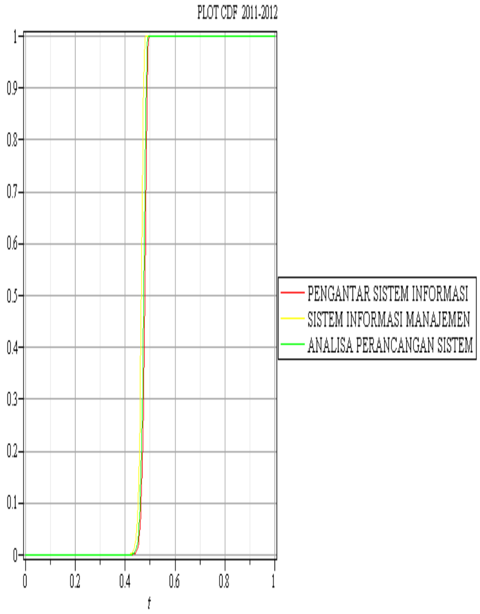
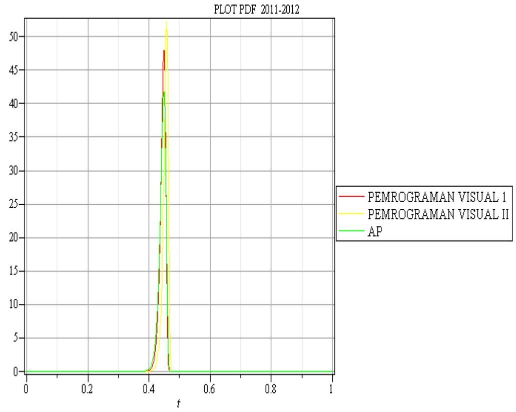
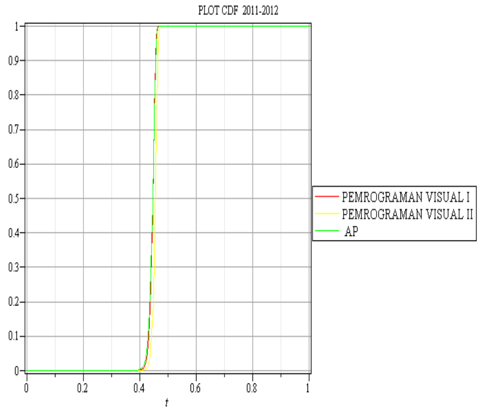
$$x_{i+1} = x_i - {H_f}^{-1}(x_i)\nabla f(x_i), \quad i = 0,1,2, \qquad (12)$$

Metode Newton-Raphson memerlukan invers dari matrix Hessian H_f pada setiap iterasi sehingga terjadi proses komputasi terutama jika jumlah variable, k adalah besar. Selanjutnya metode ini gagal jika $H_f(x_i)$ tidak positif definitif. Hal ini dapat terjadi, misalnya ketika x_i jauh dari lokasi x^* minimum,namun titik awal x_0 dekat dengan x^* maka konvergensi akan terjadi dengan cepat.Metode Newton Raphson akan digunakan untuk iterasi sampai mendapatkan nilai estimator yang konvergen.

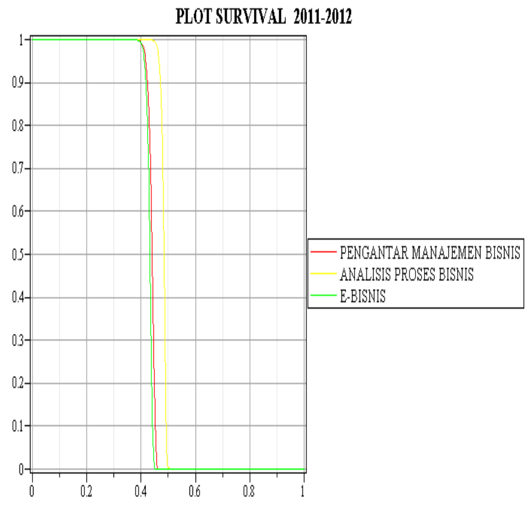
3. HASIL DAN PEMBAHASAN

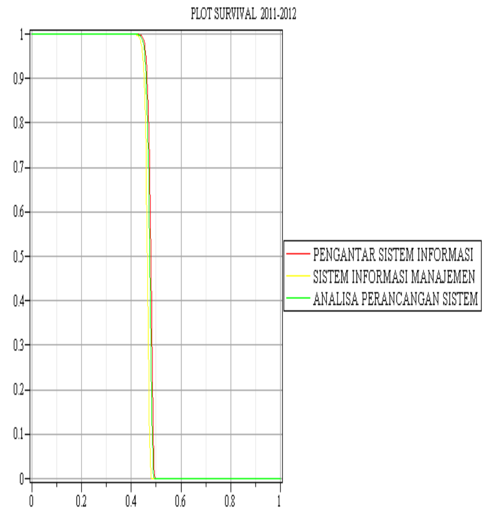
Tabel 1. Mata Kuliah Yang Berhubungan

NO	Sistem Informasi Ottow dan Geisler (2011-2012)	
	PLOT PDF	PLOT CDF
1		

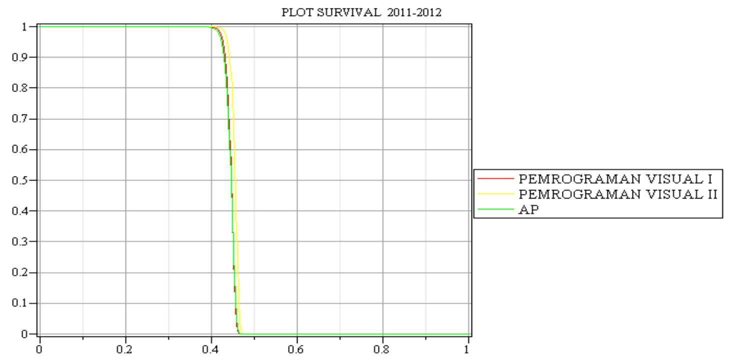
<table>
<tr><td>2</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>NO</td><td colspan="2">Sistem Informasi Ottow dan Geisler
(2011-2012)</td></tr>
<tr><td></td><td>PLOT PDF</td><td>PLOT CDF</td></tr>
<tr><td>3</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

4





Sistem Informasi Ottow dan Geisler



Tabel 2. Pengukuran dan Hasil Estimasi Parameter

No	Study	Year	Mean	standard deviation	The peak value	Survival
1	Algoritma dan Pemograman	2011-2015	(53,6667, 71.2, 53.7667, 60.6667)	(21.0837, 8.0729, 16.9523, 2.5820,	(0.449, 0.486, 0.42,0.423)	41.3%, 44,4%, 38,1%, 39%)
2	Pemrograman Visual I	2011-2015	(59.6667, 66, 61.3333, 62.8667)	(15.1736, 18.4391, 20.9989, 6.4016)	(0.443, 0.486, 0.474, 0.44)	(41%, 44,7%, 43.3%, 49.1%)
3	Pemrograman Visual II	2011-2015	(65.2, 70.5333, 66, 64.4)	(6.5378, 11.6488, 16.3881, 14.0041)	(0.455, 0.489, 0.48,0.469)	(42.1%, 45%, 44.1%, 42.7%)

4	Pengantar Manajemen Bisnis	2011-2015	(52, 72.0667, 67.3333, 61.3333)	(21.4476, 10.7535 , 11.6292, 19.9523)	(0.44, 0.494, 0.474, 0.472)	(49.7%, 45.8%, 43.8%, 43%)
5	Analisis Proses Bisnis	2011-2015	(70.3333,70.3333,74.6667,67)	(9.1548,10.5605,6.0198,9.3580)	(0.486,0.489, 0.497,0.551)	(45%,45.8%,46.4%,51%)
6	E-Bussiness	2011-2015	(58.3333,74,70.667,65.2)	(13.3184,11.2122,12.2280,11.3339)	(0.435,0.503, 0.474,0.466)	(39.5%,46.4%,42.4%, 43%)
7	Pengantar Sistem Informasi	2011-2015	(63.5333,69.2,63.2,64)	(18.9581,3.9857,10.8246,21.6465)	(0.477,0.472, 0.476,0.491)	(43.8%,43.6%,43.3%, 44,1%)
8	Sistem Informasi Manajemen	2011-2015	(63.6667,63.3333,56.6667,63.0667)	(14.3112,11.1270,14.4749,14.7768)	(0.466,0.455, 0.429,0.463)	(42.7%,41.3%,38.7%, 42.4%)
9	Analisis Perancangan & Sistem Perangkat Luak	2011-2015	(63.3333,80,56.2,72.4667)	(17.9947,11.1803,23.6830,9.3874)	(0.474,0.52,0.472,0.494)	(43.3%,49%,42.7%,45.8%)

Prestasi Belajar Mahasiswa sistem informasi Universitas Ottow Geissler Papua tergolong cukup ($0.20<R<0.40$) sehingga perlu ditingkatkan lagi mutu dan kualitas terutama dalam hal pembelajaran untuk mengembangkan pengetahuan tentang sistem informasi. Dosen harus lebih aktif dalam memfasilitasi proses pembelajaran, menuntut mahasiswa dalam mendapatkan strategi pemecahan masalah dan komunikasi interpersonal sera memediasi proses baik dalam bentuk diskusi, bimbingan, motivasi yang terencana dan berkala guna mendapatkan ilmu pengetahuan sistem informasi. Adapun fasilitas belajar yang baik sangat diperlukan oleh mahasiswa dalam suatu pembelajaran.

4. KESIMPULAN

Salah satu aspek yang penting dalam statistika inferensi adalah menaksir parameter dari suatu populasi melalui analisis data yang telah dikumpulkan dari populasi tersebut. Setelah diperoleh taksiran dari parameter, dilakukan pengambilan kesimpulan tentang parameter populasi yang didasarkan pada informasi data sampel dari populasi tersebut. Distribusi weibull menggunakan metode maximum likelihood estimation dengan iterasi newton raphson dapat memberikan gambaran serta prediksi yang baik dalam menganalisis dan menginterpretasi data Prestasi Belajar Mahasiswa Universitas Ottow Geissler Papua.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Agresti, A. (1990). *Categorical Data Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., NewYork.
[2] Danim S. (2010). *Pengantar Kependidikan*, Cetakan I, Bandung: Alfabeta.
[3] Khuri, A. I. (2003). *Advanced Calculus WithApplications In Statistics,* Second Edition, John Wiley & Sons.
[4] Tai, Y.T., Pearn, W.L., Lee, J.H. (2010). Cycle Time Estimation For Semiconductor Final Testing Processes With Weibull-Distributed Waiting Time. *International Journal of Production Research*,50(2), 581–592.
[5] Yang, W.Y., et al. (2005). *Applied Numerical Methods using Matlab*. John Wiley& Sons, Inc.