

圧電素子を用いた振動制御システムの等価機械モデルと等価電気モデル

著者	山田 啓介
雑誌名	理工学と技術 : 関西大学理工学会誌 = Engineering & technology
巻	20
ページ	7-12
発行年	2013-11-15
その他のタイトル	Equivalent mechanical and electrical models of vibration control system using piezoelectric elements
URL	http://hdl.handle.net/10112/8004

圧電素子を用いた振動制御システムの 等価機械モデルと等価電気モデル

山 田 啓 介*

Equivalent mechanical and electrical models of vibration control system using piezoelectric elements

Keisuke YAMADA

1. はじめに

圧電素子には圧電セラミックスや圧電フィルムなどがあるが、いずれも力を加えると電圧を生じる圧電効果と、逆に電圧を与えると力を生む逆圧電効果の二つの性質を持つ。前者の圧電効果を利用すれば圧電素子はセンサになり、後者の逆圧電効果を利用すれば圧電素子はアクチュエータになる。圧電素子は電磁石と同様に機械系と電気系を双方向につなぐことができ、種々の用途で実用されている。動吸振器やアクティブマスダンパなどの機械式の制振装置と比べて圧電素子は省スペース化に有利であるため、圧電素子を用いた振動制御の研究が1990年頃から活発に行われてきた⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾。これらの研究では、はりや平板に圧電素子を貼付し、その曲げ振動を抑えることを目的とすることが多いが、制振対象としてのはりや平板は機械系であり、制振装置としての圧電素子とそれに接続される回路や制御器は電気系であるため、機械系の研究者や技術者にとっては電気系が、電気系の研究者や技術者に

とっては機械系が振動制御の原理を理解する上で障壁となっていた。

図1に機械系の一自由度振動系の強制振動のモデルを示す。また、図2に電気系の一自由度振動系のモデルを示す。まず、機械系の一自由度振動系の運動方程式は次式で与えられる。

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = f \quad (1)$$

ここで、 m は質点の質量、 d はダッシュポットの減衰係数、 k はばねのばね定数、 x は質点の変位、 f は外力である。つぎに、図2に示した電気系の回路方程式は次式で与えられる。

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q = v \quad (2)$$

ここで、 L はコイルのインダクタンス、 R は抵抗器の抵抗値、 C はコンデンサの静電容量、 q はコンデンサに蓄えられる電荷、 v は回路に印加される電圧である。式(1)、(2)を見比べると、記号の違いを除いて両者

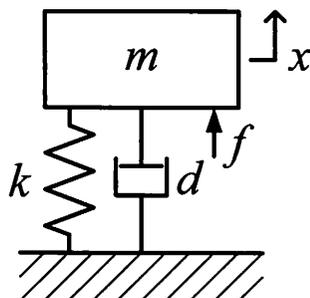


図1 機械系の一自由度振動系

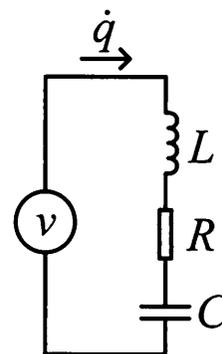


図2 電気系の一自由度振動系

原稿受付 平成25年9月4日

*システム理工学部 機械工学科 准教授

は完全に一致することが分かる。これは教科書などでもよく取り上げられる機械系と電気系のアナロジーである。このアナロジーを利用することで、機械系の人間にとっては電気系が、電気系の人間にとっては機械系が理解しやすくなる。圧電素子を用いた振動制御の場合においても、この機械系と電気系のアナロジーを用いて振動制御の原理が説明されることが多かったが、制振対象の運動方程式と制振装置の回路方程式が圧電素子の圧電効果と逆圧電効果によって連成するため、上に示した機械系と電気系のアナロジーのように独立した二つの系の対応ほど単純ではない。上記のように方程式上で完全に一致する系が示されていたわけではないため、機械式の制振装置で得られている知見をそのまま圧電素子を用いた振動制御に適用する、というようなことはできなかった。そこで、著者らは圧電素子を用いた振動制御システムの等価機械モデルと等価電気モデルを求めた^{(5),(6)}。本稿では、圧電素子を用いた振動制御の代表的な手法の等価機械モデルと等価電気モデルを示し、その制振の原理を説明する。

2. 圧電効果と逆圧電効果

圧電素子は、その機械的な変形と発生する電場の方向の関係からいくつかの種類に分類されるが、本稿では図3に示す長手方向の伸縮を利用する平板型の圧電素子を用いてはりや平板の曲げ振動を抑える場合について述べる。この圧電素子は長手方向に力を加えると、厚さ方向に電場が発生し、表と裏の電極間に電圧が生じるタイプであり、主にはりや平板に貼付して使用する。図4のようにはりに圧電素子を貼付する場合は、曲げ振動によってはりが曲がると、それに伴ってはりの表面に貼付した圧電素子は伸びたり縮んだりする。これは圧電素子に伸縮の力が加わることに他ならないので、圧電効果によって圧電素子の電極間に電圧が発生する。また、逆に圧電素子の電極間に電圧を印加すると逆圧電効果によって圧電素子は伸びようと、あるいは縮もうとする力を生じ、これによってはりが曲がる。なお、伸縮の方向は圧電素子の極性と印加電圧の符号によって決まる。ある振動数の電圧を圧電素子に加えれば、圧電素子はその振動数で伸縮する力を生じるため、はりもその振動数で揺れる。もともとはりが曲げ振動をしている場合には、圧電素子に適切に電圧を印加することにより、その振動を抑えることができる。ここでははりを例に述べたが、圧電素子を貼付する対象が平板の場合も基本的には同様である。

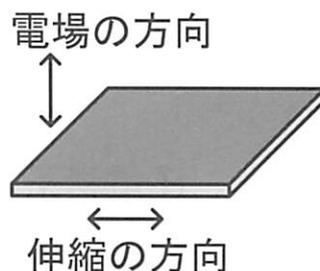


図3 平板型の圧電素子の伸縮と電場の方向の関係

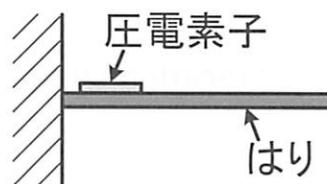


図4 圧電素子をはりに貼付した場合の概略

3. 圧電素子を用いた振動制御の種類

圧電素子を用いた振動制御の方法には、大きく分けて能動制振⁽¹⁾と受動制振⁽²⁾⁻⁽⁴⁾がある。また、これらを組み合わせたハイブリッド制振の方法^{(7),(8)}も提案されている。圧電素子は電極間に強誘電体が挟まれる構造であるので、一種のコンデンサであり、電気的には静電容量を持つ。そこで、受動制振では圧電素子にコイルや抵抗器からなる受動的な回路を接続して振動を低減する。受動制振では圧電効果によって生じた電圧により回路に電流が流れ、その電流により回路で電圧が生じて、これが圧電素子への印加電圧となって逆圧電効果によりはりの振動が抑えられる。受動制振では受動的な回路素子しか使用しないため、電源は不要であり、系が不安定化することはない。能動制振では、基本的に制振対象にセンサを取り付けてその信号をもとに制御電圧を生成し、これを圧電素子に印加して制振対象の振動を抑える。デジタルの制御器によって制御電圧を演算する方法や、アナログ回路のみを用いる方法などがあるが、圧電素子に関してはいずれの場合も基本的には逆圧電効果を利用する。能動制振の場合は制御電圧の大きさを制御力を調整できるため、高い制振性能を得ることができるが、対象としていない高い振動数域で逆に振動を増幅し、系が不安定になる場合がある。これは能動制振では電源を使用するため、振動系にエネルギーを注入し、振動を増幅することも原理的には可能であるためであり、適切に制御系を設計する必要がある。

圧電素子を用いた振動制御には上記以外に分類される方法もあるが、本稿では圧電素子を用いた振動制御

の基本である受動制振と能動制振の等価機械モデルと等価電気モデルを紹介する。

4. 受動制振の等価機械モデルと等価電気モデル

図5に外力 f によって加振される片持ちばりを制振対象とした場合の受動制振のモデルを示す。ここでは、静電容量が C_p の圧電素子に電気インピーダンスが Z_e の回路を接続する場合を考える。ここでも回路中を移動する電荷を q とする。片持ちばりの一つの振動モードを一自由度振動系で表すと等価機械モデルは図6になる。ここで、 M はモード質量、 D はモード減衰係数、 K はモード剛性、 B_f はモード外力影響係数、 ξ はモード変位である。等価機械モデルにおいては、圧電素子の静電容量が等価ばねで表され、圧電素子に接続した電気インピーダンス Z_e はそのばねに直列に接続される等価な機械インピーダンス Z_m で表される。電気系の等価ばね定数 K_p と等価機械インピーダンス Z_m は、それぞれもとの回路素子の電気インピーダンスに圧電素子のモード電気機械結合係数 θ の二乗を乗じることで求まる。ここで、モード電気機械結合係数 θ は圧電素子の機械系と電気系の間の変換効率を表すパラメータであり、圧電効果と逆圧電効果の両方に関係する⁽⁶⁾。受動制振では圧電効果と逆圧電効果の両方を利

用するため、等価ばね定数などにモード電気機械結合係数の二乗が含まれる。また、等価な機械インピーダンスの変位は q/θ で与えられる。つぎに、図7に等価電気モデルを示す。等価電気モデルでは、片持ちばりの一つの振動モードがLRCの共振回路で等価的に表される。ここで、質量がインダクタンス、減衰係数が抵抗値、ばね定数の逆数が静電容量に相当するが、これらの等価電気インピーダンスは、それぞれもとの機械インピーダンスをモード電気機械結合係数の二乗で除することで求まる。等価電気モデルは、主系のLRC共振回路に圧電素子の静電容量が直列に接続され、さらにその静電容量と並列に電気インピーダンス Z_e が接続されるモデルとなる。主系の振動変位を抑えることは、厳密には回路全体を移動する電荷の量を減らすことに相当するが、流れる電流を減らせば回路中を移動する電荷の量も減るので、制振の原理を考える場合には回路全体を流れる電流を減らす視点で考えて差支えない。

図6の等価機械モデルにおいて、圧電効果は主系の質点の変位した時に圧電素子の静電容量に相当するばねが伸縮し、力を生じることに相当する。また、逆圧電効果は付加系の機械インピーダンスが変位した時に圧電素子の静電容量に相当するばねが主系に力を与えることに相当する。圧電素子は圧電効果と逆圧電効果により機械系と電気系を双方向につなぐ働きがあるが、この役割を圧電素子の静電容量に相当するばねが担っている。

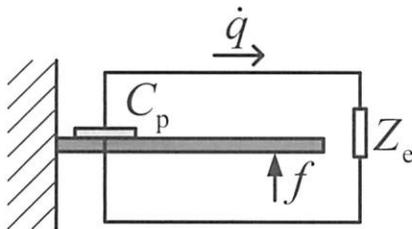


図5 圧電素子を用いた受動制振のモデル

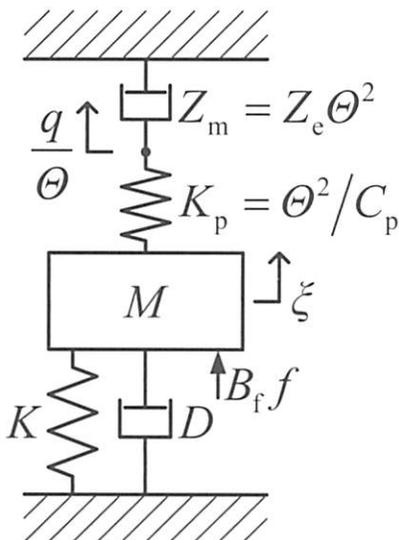


図6 受動制振の等価機械モデル

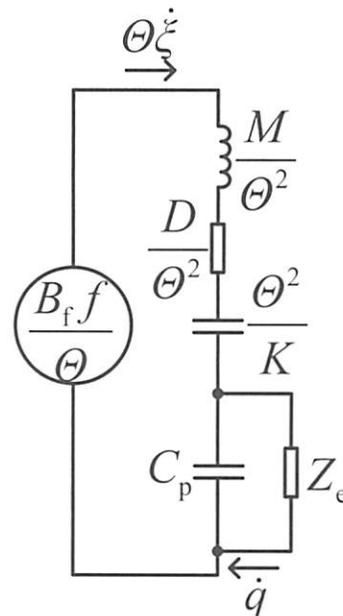


図7 受動制振の等価電気モデル

4.1 圧電素子に抵抗器を接続する方法

圧電素子を用いて受動的に制振する方法の一つに、圧電素子に抵抗器を接続する方法がある。この場合のモデルは図5の電気インピーダンスをそのまま抵抗器と見なした場合に相当する。また、等価機械モデルは図6の等価機械インピーダンスをダッシュポットに、等価電気モデルは図7の電気インピーダンスを抵抗器と見なせばよい。等価機械モデルと等価電気モデルで考えると、振動のエネルギーをダッシュポットまたは抵抗器で熱に変換することで振動を低減する方法である、と捉えることができるが、等価機械モデルでは等価ばねを介してダッシュポットが動かされ、等価電気モデルでは静電容量と抵抗器が並列になるため、ダッシュポットまたは抵抗器において振動のエネルギーが効率よく消散される方法ではなく、次節に述べるLR回路を用いる方法と比べると制振効果は低い。

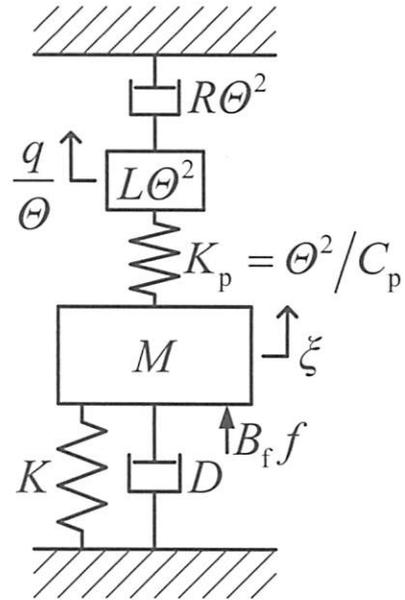


図9 LR直列回路を用いた受動制振の等価機械モデル

4.2 圧電素子にLR回路を接続する方法

圧電素子にLR直列回路またはLR並列回路を接続する受動制振の方法がある。まず、図8にLR直列回路を接続する場合のモデルを示す。ここで、 L はコイルのインダクタンス、 R は抵抗器の抵抗値である。図9、10に等価機械モデルと等価電気モデルをそれぞれ示す。等価機械モデルでは、コイルが等価な質点になり、抵抗器が等価なダッシュポットになる。一般によく知られている機械式の動吸振器と比べるとダッシュポットの設置される位置が異なるが、これも一種の吸振器に相当する。なお、一般的な動吸振器は付加系のダッシュポットがばねと並列の位置に配置される。また、図10の等価電気モデルでは、圧電素子の静電容量とコイルが並列の共振回路となり、その共振振動数の近傍で電気インピーダンスが大きくなって、回路全体に電流が流れにくくなる。並列の共振回路の電気インピーダンスが大きい必要があるため、後に述べるLR並列回路と比べると最適な抵抗値は小さい。当然ではあるが、等価機械モデル、等価電気モデルのいずれで考えた場合も、主系の振動を抑えるように付加系が働

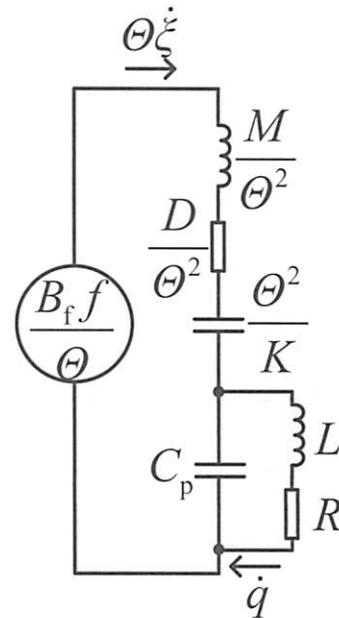


図10 LR直列回路を用いた受動制振の等価電気モデル

くことが分かる。

つぎに、図11にLR並列回路を接続する場合のモデルを示す。ここで、 q_2 はコイルを通過する電荷である。また、図12、13に等価機械モデルと等価電気モデルをそれぞれ示す。等価機械モデルでは、機械式の動吸振器と比べて等価なダッシュポットの配置がやはり異なるが、これも付加系の共振を利用して主系の振動を抑える装置であるため一種の吸振器である。等価電気モデルでは、抵抗器が並列の共振回路とさらに並列に接続されるため、最適な抵抗値はLR直列回路の場合と比べてこちらの方が大きい値となる。これは抵

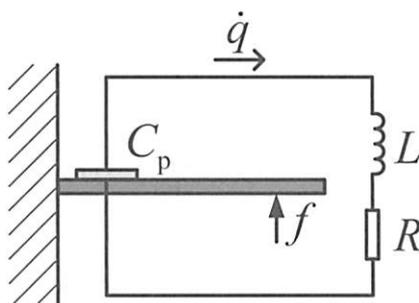


図8 LR直列回路を用いた受動制振のモデル

抗値が小さいと抵抗器を通して電流が大きく流れてしまうためである。

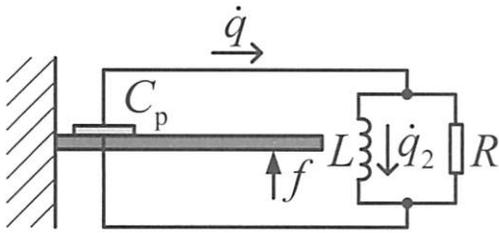


図 11 LR 並列回路を用いた受動制振のモデル

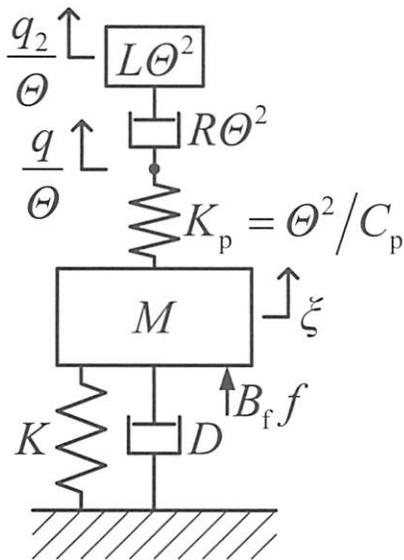


図 12 LR 並列回路を用いた受動制振の等価機械モデル

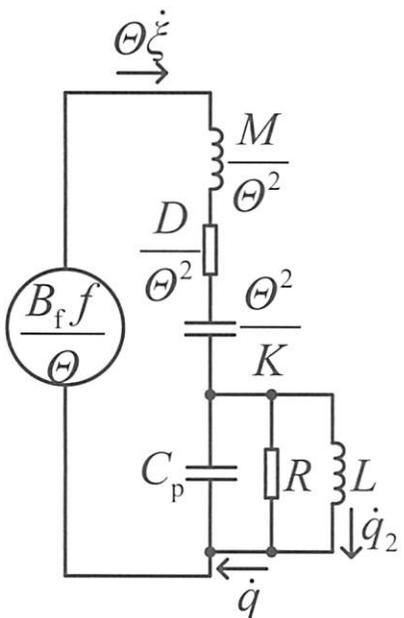


図 13 LR 並列回路を用いた受動制振の等価電気モデル

5. 能動制振の等価機械モデルと等価電気モデル

本章の能動制振では、圧電素子をアクチュエータとして使用し、センサや制御器などを用いて生成した制御電圧 v_a を圧電素子に印加する場合を考える。図14にこの場合の能動制振のモデルを示す。ここで、図14にはセンサや制御器などは示していない。図15、16に等価機械モデルと等価電気モデルをそれぞれ示す。等価機械モデルでは、制御電圧 v_a が制御力 Θv_a に相当し、この力は圧電素子の静電容量に相当する等価ばねを介して主系に加えられる。制御力の大きさに応じて等価ばねは伸縮するが、主系に加えられる力は制御力 Θv_a そのものであるため、等価ばねのばね定数は制振効果に影響しない。また、図16の等価電気モデルにおいては、制御電圧 v_a が圧電素子の静電容量に並列に加えられるため、圧電素子に蓄えられる電荷は制御電圧 v_a と静電容量 C_p の積で自動的に決まる。回路方程式は電圧のつり合いで与えられるため、圧電素子の静電容量は制振効果に影響しない。

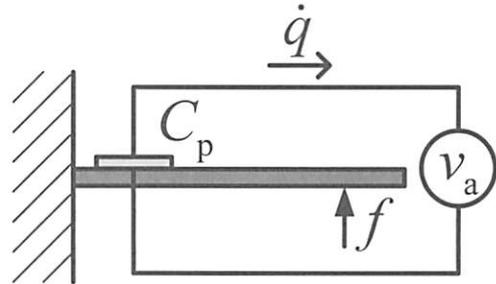


図 14 圧電素子を用いた能動制振のモデル

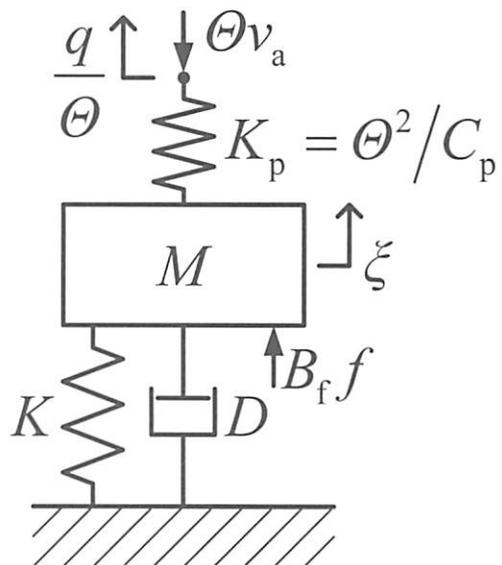


図 15 圧電素子を用いた能動制振の等価機械モデル

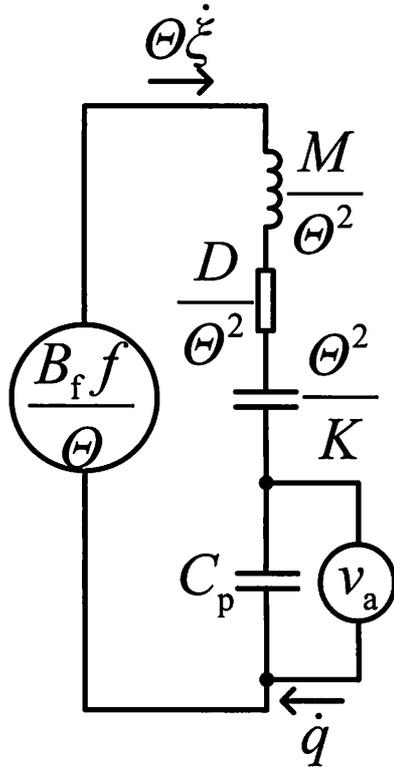


図 16 圧電素子を用いた能動制振の等価電気モデル

6. おわりに

圧電素子を用いた振動制御システムを概説するとともに、その等価機械モデルと等価電気モデルを示した。本稿では代表的な制振モデルを取り上げたが、基本的な考え方は共通であり、ここで示した制振方法以外の制振モデルについても同様に等価機械モデルと等価電気モデルを求めることができる。等価機械モデルと等価電気モデルは、機械系と電気系の混在する制振システムを機械系のみ、あるいは電気系のみで表現するため、それぞれ機械系、電気系の研究者および技術者にとって制振の原理の理解の助けとなるが、最大の長所は完全に一致する等価モデルを導くことで、機械系や電気系で過去に得られた知見を圧電素子を用いた振動制御に適用できる点にある。

参考文献

- (1) J. J. Dosch, D. J. Inman, and E. Garcia, "A Self-Sensing Piezoelectric Actuator for Collocated Control", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 3, (1992), pp. 166-185.
- (2) N. W. Hagood, and A. Von Flotow, "Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 146, No. 2 (1991), pp. 243-268.
- (3) C. H. Park, "Dynamics modeling of beams with shunted piezoelectric elements", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 268, No. 1 (2003), pp. 115-129.
- (4) S. Y. Wu, "Piezoelectric shunts with a parallel R-L circuit for structural damping and vibration control", *Proceedings of the SPIE 2720*, San Diego, (1996), pp. 259-269.
- (5) 山田啓介, 松久寛, 宇津野秀夫, "圧電素子を用いた制振システムの等価機械モデルと等価電気モデル", 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 73, No. 730 (2007), pp. 1625-1632.
- (6) K. Yamada, H. Matsuhisa, H. Utsuno, and K. Sawada, "Optimum tuning of series and parallel LR circuit for passive vibration suppression using piezoelectric elements", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, No. 24 (2010), pp. 5036-5057.
- (7) K. Yamada, H. Matsuhisa, H. Utsuno, and J. G. Park, "Hybrid Vibration Suppression of Flexible Structures Using Piezoelectric Elements and Analog Circuits", *Journal of Environment and Engineering (JSME)*, Vol. 3, No. 2 (2008), pp. 424-435.
- (8) K. Yamada, H. Matsuhisa, H. Utsuno, and K. Sawada, "Improvement of Vibration Suppression Performance Using Piezoelectric Elements and LR Circuit by Amplifying Electrical Resonance", *Proceedings of the 13th ASIA Pacific Vibration Conference*, (2009), CD-ROM.