



水平管における過度液体スラグによる衝撃力（第2報, 理論的研究）

著者	坂口 忠司, 小澤 守, 浜口 八朗, 西脇 文俊, 藤井 英二
雑誌名	日本機械学会論文集 (B編)
巻	51
号	465
ページ	1654-1659
発行年	1985-05
その他のタイトル	Impact Force by Transient Liquid Slug Flowing Out of Horizontal Pipes (2nd Report, Theoretical Study)
URL	http://hdl.handle.net/10112/4636

水平管における過渡液体スラグによる衝撃力*

(第2報, 理論的研究)

坂口 忠司**, 小澤 守**, 浜口 八朗***
西脇 文俊†, 藤井 英二††

Impact Force by Transient Liquid Slug Flowing Out of Horizontal Pipes (2nd Report, Theoretical Study)

by Tadashi SAKAGUCHI, Mamoru OZAWA, Hachiro HAMAGUCHI,
Fumitoshi NISHIWAKI, and Eiji FUJII

A transient liquid slug flow was analysed on the basis of the scooping model and by applying equations of integral balance of mass and momentum for an arbitrary geometrical volume closed by moving surfaces through which liquid flowed in and out. The analytical results agreed well with the experimental results of the flow characteristics and impact force of the transient liquid slug. The dynamic behavior of the impact force was discussed with reference to the analytical results of the dynamic behavior of the flow.

Key Words: Multiphase Flow, Unsteady Flow, Analysis, Slug Flow, Impact Force, Integral Balance

1. 緒 言

気液二相過渡スラグ流の管外への流出に伴う衝撃力の動的挙動の実験結果を前報⁽¹⁾で示し、その応答現象に関する諸特性量に及ぼす両相容積流束と管径の影響および管内気液二相過渡スラグ流の流動特性との関係について述べた。しかし衝撃力の応答曲線形状ならびに衝撃力の最大値の特性と管内過渡スラグ流との関係を論ずることができなかつた。そこで過渡スラグ流の流動特性および液体スラグによる衝撃力の動的挙動に対して理論的検討を行い、その特性を明らかにすることを試みた。本報ではその結果について報告する。

2. 理論解析

液体スラグ発生メカニズムについては別途研究されているので⁽²⁾、ここでは気体流量の階段状増加により発生した液体スラグが管内を流動し、管端より流出し終わるまでの流動状態を理論的に解明し、その流出に伴う衝撃力の時間応答特性を明らかにする。すなわ

ち初期および変化後の空気容積流束 j_{g0i} , j_{g0f} , 水容積流束 j_{l0} , 管径 D , 大気圧力と温度 P_0 , T_0 , および空気, 水の物性値を既知量として液体スラグ先端と大気泡先端位置 $Z_{ls}(t)$, $Z_{gs}(t)$, 液体スラグ長さ $L_{ls}(t)$, 液体スラグ先端と大気泡先端速度 $V_{ls}(t)$, $V_{gs}(t)$, 液体スラグ内平均速度 $V_l(t)$, 衝撃力 $F(t)$ などの時間的変化を求める。

2・1 モデルと仮定 前報⁽¹⁾で述べた水平管内気液二相層状あるいは波状流状態で、気体流量の階段状増加により発生した過渡スラグ流のスケッチを図1の破線で示す。今これを段波を無視して実線のように単純化し、流れ系は面22'と44'で囲まれた液体スラグ部, 121"で囲まれた大気泡部とその下の液膜部(1"22'1'), 液体スラグ先端から出口端に向かって厚さが減少している層状部(6'4'4"6")とその上の気体部(6"4'46)からなるものとする。

この過渡スラグ流の解析に際して次の仮定をおく。

(1) 流れは一次元流れである。しかし液体スラグ部での摩擦損失を考慮する。

(2) 気液間で熱・物質の輸送はない。

(3) 気体は理想気体で、熱平衡状態にあり、液体は非圧縮性とし、ともに大気温度に等しいものとする。

* 昭和60年4月1日 第62期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和59年10月31日。

** 正員、神戸大学工学部 (☎657 神戸市灘区六甲台町1-1)。

*** 正員、神戸大学教育学部 (☎657 神戸市灘区鶴甲3-11)。

† 正員、松下電器産業(株) (☎570 守口市八雲中町3-15)。

†† 正員、日本鋼管(株) (☎230 横浜市鶴見区未広町2-1)。

(4) 大気泡先端の形状は不変で、大気泡下部の液膜のホールドアップは最小値に達したのち一定とする。

(5) 液体スラグは気泡を含んでいないものとする。

(6) 層状部とその上の気体部の圧力降下は液体スラグ部でのそれに比べて微小で、流出端圧力に等しい⁽³⁾⁽⁴⁾。

(7) 大気泡とその下の液膜部での圧力降下は液体スラグ部のそれと比べて微小で、流動方向に一樣とする⁽³⁾⁽⁴⁾。

(8) 液体スラグの流動のメカニズムは基本的に Dukler-Hubbard による“すくい上げモデル”⁽⁵⁾と同一とする。

(9) 流出する液体スラグによる衝撃力は垂直無限平板に及ぼす水単相流による衝撃力の式と同一の式で表されるものとする⁽¹⁾。

定常スラグ流に対して正しいとされている Dukler-Hubbard によるすくい上げモデルは、液体スラグ先端でそれより低速の層状部液体をすくい上げてその先端に吸収し、一方その後端から液体を大気泡下部の液膜部へ排出するとしたものである。このモデルを過渡スラグ流に適用して、準定常状態の仮定のもとに各時刻における V_{gs} , V_{ls} および液体スラグ先端での圧力上昇値 ΔP_a などの特性量と j_{g0i} , j_{g0f} , j_{l0} などの関係を求めたところ、その相関式による計算値と実験値はかなりよく一致したので⁽³⁾⁽⁴⁾、過渡スラグ流に対しても本モデルを適用できると考えた。ここでこのモデルに関連してさらに次の仮定をおく。

(10) 液体スラグ先端では前方の気体を巻き込まない。

(11) 液体スラグ先端での吸収現象は微小距離内で完了する。

衝撃力に直接関係する管端から流出する液体スラグは管内の過渡スラグ流のある特定の条件下での流動状

態であるから、まず管内の過渡スラグ流の流動状況の理論解析結果によって、実験結果の説明が可能であるかどうかを検討したのち、衝撃力の応答についても同方法で解析することを試みた。

2・2 層状部のホールドアップ分布 すくい上げ

モデルで重要となる液体スラグ前方の層状部のホールドアップ f_{l5} は、過渡状態においても初期定常状態 (j_{g0i} , j_{l0}) での気液二相分離流での値とほぼ等しいので⁽³⁾⁽⁴⁾、その値を f_{l5} とする。Akai ら⁽⁶⁾は断面内速度分布を考慮した精密な解析を行っているが、ここでは過渡スラグ流の動的挙動を解明するのが目的であるから、ホールドアップが出口端に向かって減少していることを考慮するが、流れに関しては単純化して解析する。すなわち気液界面、両相と壁面間のせん断応力を考慮するが、流れは一次元流れとする。両相の密度は圧力変化に対して不変とし、界面を通じての熱・物質輸送はないものとする。また境界条件としては出口端での水深が臨界水深⁽⁷⁾に達しているとして次式を用いる。

$$(Aj_{l0})^2/g = A_{lc}^3/C_{gic} \dots\dots\dots (1)$$

ここで A : 管断面積, g : 重力の加速度, A_{lc} : 臨界状態での液体の占める断面積, C_{gic} : そのときの気液界面長さである。気液二相分離流における質量と運動量の保存式は次式で表される⁽⁸⁾。

$$V_{g5} = j_{g0i}/(1-f_{l5}), \quad V_{l5} = j_{l0}/f_{l5} \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dz} \{ \rho_{g0}(1-f_{l5})V_{g5}^2 \} \\ &= - \frac{d}{dz} \left\{ (1-f_{l5})P + \frac{\rho_{g0}g(1-f_{l5})}{2} \right. \\ & \quad \left. \times (D - H_{l5}f_{l5}) \right\} - \frac{1}{A} (\tau_{gw}C_{gw} + \tau_{gi}C_{gi}) \end{aligned} \dots\dots\dots (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dz} \{ \rho_{g0}(1-f_{l5})V_{g5}^2 + \rho_l f_{l5} V_{l5}^2 \} \\ &= - \frac{d}{dz} \left(P + \frac{\rho_l g f_{l5} H_{l5}}{2} \right) \\ & \quad - \frac{1}{A} (\tau_{gw}C_{gw} + \tau_{lw}C_{lw}) \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここで V_{g5} , V_{l5} : 分離流での各相流速, P : 圧力, ρ_{g0} : 大気圧での空気密度, ρ_l : 水の密度, τ_{gw} , τ_{lw} : 各相の壁面せん断応力, τ_{gi} : 気相の界面せん断応力, C_{gw} , C_{lw} , C_{gi} : 各相のねれ縁長さ, 気液界面長さ, H_{l5} : 相当水位である。式(4)を導くとき $\rho_{g0}g(1-f_{l5})(D - H_{l5}f_{l5})/2$ を $\rho_l g f_{l5} H_{l5}/2$ に比べて微小として無視した。前述の既知量と式(1)を用いて、式(2)~(4)を連立して逐次代入法とルンゲ・クッタ法により数値的に解いた結果を図2に示す。計算値と実

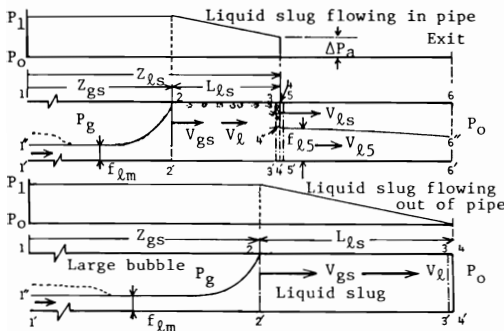


図1 過渡スラグ流モデル

験値は比較的良好に一致しているため、本方式で計算した f_{15} を液体スラグ前方のホールドアップ分布として用いる。なお式(2)~(4)中の諸量は図3の記号を用いて次式で表されるものとした。また計算に用いた距離 z は $\Delta Z = 6.25 \text{ mm}$ で、管の全長は $L_0 = 8 \text{ m}$ である。

$$\begin{aligned} \tau_{gw} &= 0.3164(D_g V_{g5}/\nu_{g0})^{-0.25} \rho_{g0} V_{g5}^2/8 \\ \tau_{lw} &= 0.3164(D_l V_{l5}/\nu_{l})^{-0.25} \rho_l V_{l5}^2/8 \\ \tau_{gi} &= 0.3164\{D_{gi}(V_{g5} - V_{l5})/\nu_{g0}\}^{-0.25} \\ &\quad \times \rho_{g0}(V_{g5} - V_{l5})^2/8 \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$C_{gw} = D(\pi/2 - \phi), \quad C_{lw} = D(\pi/2 + \phi)$$

$$C_{gi} = D \cos \phi, \quad h = D(1 + \sin \phi)/2 \dots\dots\dots (6)$$

$$H_{l5} = [4(h - D/2)\{\phi/2 + \pi/4 + (\sin 2\phi)/4\}/\pi + 2D(\cos^3 \phi)/(3\pi)]/f_{15} \dots\dots\dots (7)$$

$$D_g = 4A(1 - f_{15})/C_{gw}, \quad D_l = 4A f_{15}/C_{lw}$$

$$D_{gi} = 4A(1 - f_{15})C_{gi} \dots\dots\dots (8)$$

$$f_{15} = (\pi + 2\phi + \sin 2\phi)/(2\pi) \dots\dots\dots (9)$$

ここで ν_{g0} , ν_l は空気、水の動粘性係数、 D_g , D_l , D_{gi} は水力直径である。

2.3 過渡液体スラグ部の基礎式とその前後の層状部、大気泡部との接続条件

過渡液体スラグ中の液体はその前方でのすくい上げと後方での排出により順次入れかわるが、その量が異なるため、スラグ長さ L_{15} は一定ではない。すなわち断面 22', 33' で囲まれた液体スラグは V_{15} , V_{g5} の二つの界面移動速度を有し、 L_{15} は時間的に変化する。したがってその運動を表すためには物質の流入出する任意の移動界面を有する任意の体積に対する質量と運動量の保存式を用いる必要がある。検査体積を 22'3' に設定したときの有限体積に対する質量、運動量の保存式にガウスの定理およびライプニッツの法則⁽¹⁰⁾を用いて変形することにより⁽¹¹⁾、流路断面一定の管路に対しては、質量、運動量の保存式は次のように表される。

$$dL_{15}/dt = V_{15} - V_{g5} \dots\dots\dots (10)$$

$$P_2 - P_3 = \rho_l L_{15} dV_l/dt + \lambda \rho_l L_{15} V_l^2/(2D) + \rho_l g L_{15} \sin \theta \dots\dots\dots (11)$$

ここで θ は管路が水平となす角度で、水平管の場合は零であり、摩擦係数 λ は近似的にブラジウスの式で与えられるものとする⁽⁹⁾。

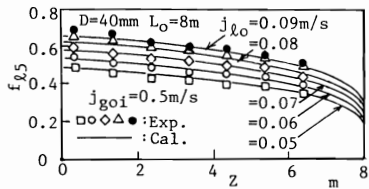


図2 初期状態のホールドアップ分布

ついで層状部との接続条件について述べる。液体スラグ先端に図1に示す3-5の微小厚さの境界域を考え、 V_{15} で液体スラグとともに移動し、その厚さは時間的に変化しないとする。このとき先端部3-5に対する質量、運動量の接続条件は次のように与えられる。

$$V_{15} = (V_l - f_{15} V_{15})/(1 - f_{15}) \dots\dots\dots (12)$$

$$(P_3 + \rho_l g D/2) - (P_5 + \rho_l g f_{15} H_{l5}/2) = \rho_l (V_{15} - V_l)(V_l - V_{15}) \dots\dots\dots (13)$$

ここで液体スラグ内流速 $V_l(t)$ は容積バランスから大気泡内圧力のもとでの気体容積流束 $j_{gf}(t)$ と液体容積流束 j_{l0} の和として表される。

$$V_l = j_{gf} + j_{l0} \dots\dots\dots (14)$$

また仮定(6)より P_5 は P_6 、そして大気圧 P_0 に等しい。

一方、大気泡および液膜部に関しては、質量、運動量の保存則を適用して、大気泡形状、両相の速度分布、容積流束、管径等の関係を解析するべきであるが、現状では必ずしも容易でない。したがってここでは、過渡液体スラグ後端での圧力変化ならびに大気泡内での圧力変化は微小であり、そして大気泡先端速度が全容積流束と一端閉鎖・他端開放の管内静止水中を進行する大気泡先端速度の和で表せること⁽⁹⁾より次の実験式を用いる。

$$P_1 = P_2 \dots\dots\dots (15)$$

$$V_{g5} = j_{gf} + j_{l0} + V_{bs} \dots\dots\dots (16)$$

なお図4に V_{bs} を求める線図を示す。また液膜部のホールドアップとしては、大気泡先端速度が最小ホールドアップ f_{1m} を用いて、よく表されるという実験結果⁽³⁾⁽⁴⁾から、これを代表ホールドアップとすることにした。 f_{1m} は流動方向にほとんど変化せず、しかも $j_{g0f} + j_{l0}$, D に対してほとんど一定とみなせるので⁽⁹⁾、ここではその値として0.12を用いる。

大気泡部について仮定(3), (7)を用いるとき、大気泡内圧力が一様 ($P_1 = P_2 = P_g$) で、等温 ($T_1 = T_0 = T_g$) であるから、大気泡体積 v_g 、その空気質量 M_g 、圧力 P_g 、温度 T_g 、容積流束などの関係式は入口からの流入流量、大気泡の進行を考慮すると次のようになる。

$$P_g v_g = M_g R T_g \dots\dots\dots (17)$$

$$dv_g/dt = A(1 - f_{1m}) dz_{gs}/dt \dots\dots\dots (18)$$

$$dM_g/dt = \rho_{g0} A j_{g0f} \dots\dots\dots (19)$$

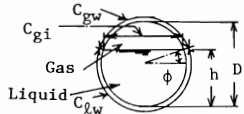


図3 各種特性量

$$dZ_{gs}/dt = V_{gs} \dots\dots\dots (20)$$

ここで R は気体定数である。

本章冒頭で述べた既知量, 2・2節で求めた計算値 f_{is} , V_{is} , H_{is} , 一定と仮定した最小ホールドアップ f_{im} および R と図4を用いて, 式(10)~(20), 仮定(3), (6), (7)による関係を連立して四次のルンゲ・クッタ法 (NEC-ACOS シリーズコンピュータ用 CSPL 言語) により数値的に解いて各時刻における V_{gs} , V_{is} などを求めた。その結果を図5に示す。 $t=0$ は液体スラグが管端より流出し始める時刻で, ここでの結果は $t < 0$ の範囲に示される。なお計算に際しては $Z_{os} \approx 1$ m での大気泡先端速度, 液体スラグ先端速度, 液体スラグ長さ, 大気泡内圧力, 容積, 質量を計算開始時の値として用いた。計算は $\Delta t = 6.25 \times 10^{-4}$ s きざみで, 液体スラグ先端が出口端に達するまで, すなわち $Z_{is} = 8$ m (本装置の管全長) まで行った。この時点での上記 V_{gs} , V_i , L_{is} , Z_{os} , P_g , v_g , M_g は以下に述べる液体スラグ流出中の過渡スラグ流と液体スラグによる衝撃力の計算の初期値となる。計算結果は実験結果と定性的にもまた定量的にもよく一致していて, 本方式を使用できることがわかる。

2・4 液体スラグ流出時の衝撃力 過渡液体スラグの先端が管出口に達して液体スラグが流出し始めると, 液体スラグ先端でのすくい上げ作用の消滅と液体スラグ長さの減少による流動抵抗の減少によって液体スラグの加速, 大気泡内圧力の低下, そして大気泡先端速度の増大が生じる⁽¹⁾。このような流動をする液体スラグが構造物に衝突してそれに及ぼす力は前報⁽¹⁾および図6に示すような波形を示す。液体スラグ流出時の現象は管内の過渡スラグ流のある特定の条件下での流動状態であるから, 2・3節で述べた各式をほとんどそのまま使用できる。式(10)は液体スラグ先端位置が出口端に固定されることになり ($V_{is}=0$), 次式となる。

$$dL_{is}/dt = -V_{gs} \dots\dots\dots (21)$$

一方, 運動量の保存式(11)はそのままの形で使用できる。そして液体スラグ先端の圧力は大気圧と等しく $P_3 = P_4 = P_0$ とおく。大気泡および液膜部の関係式(15),

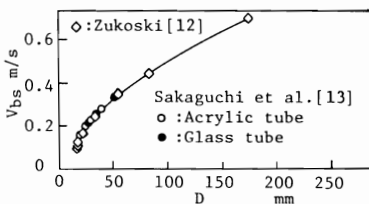


図4 静止水中の大気泡先端速度

(16) と f_{im} についてもそのまま使用できると仮定する。これらを考慮して式(11), (14)~(21), 図4, および仮定(3), (7)の関係を $Z_{is} = 8$ m における V_{gs} , V_i , L_{is} , Z_{os} , P_g , v_g , M_g を初期値として先に用いたのと同様の手法で数値的に解いた結果を図5の $0 < t$ の範囲に示す。

管端より流出する液体スラグが平板に及ぼす力を, 仮定(9)に従って次式で表されるものとして, 上記計算によって得た V_i を用いて F を求め, その結果を図6に破線以示す。

$$F = \rho_l A V_i^2 \dots\dots\dots (22)$$

3. 理論解析結果と検討

2章で求めた過渡スラグ流の諸特性量の時間変化に関する計算結果について述べる。図5中, 最上段の曲線解は液体スラグ先端位置 Z_{is} と後端位置 Z_{os} の時間応答であり, 同一時刻における両者の差は液体スラグ

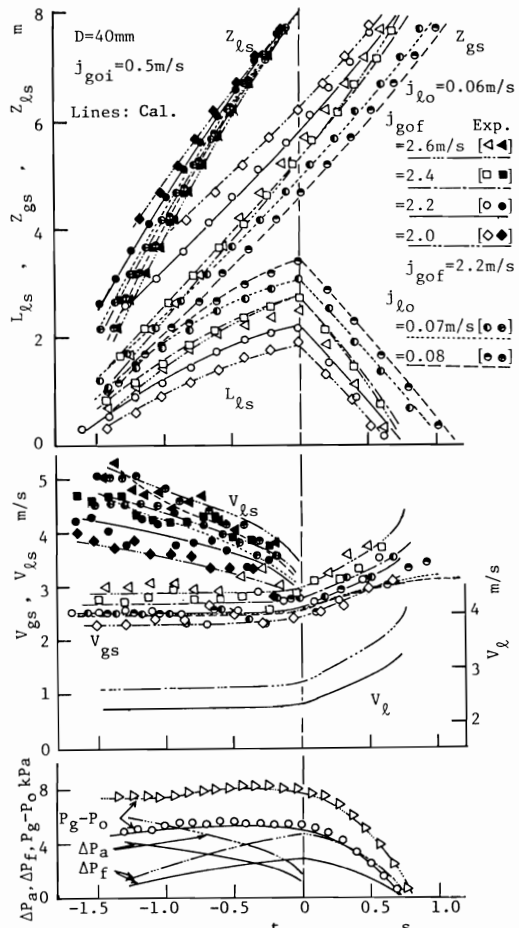


図5 過渡スラグ流の解析結果

グ長さ L_{is} である。 Z_{gs} , Z_{is} - t 曲線の時間微分がそれぞれ V_{gs} , V_{is} で、 V_i とともに中段に示す。 下段には大気泡内圧力の変化を示す。 Z_{is} のこう配は Z_{gs} のそれより大きく、 V_{is} は V_{gs} よりも大きい。 V_{is} は時間とともに減少しているが、 V_{gs} は $t < 0$ ではほとんど一定で、 $0 < t$ で増大している。 L_{is} は時間とともに凸の傾向で増大し、 $t = 0$ で極大値に達し、その後は液体スラグの流出とともに減少している。 $t < 0$ の V_{is} が V_{gs} よりも大きいのは f_{is} が f_{im} よりも大きく、液体スラグ先端でのすくい上げ量が後端での排出量より多くなることによる。 V_{is} が時間的に減少しているのは f_{is} の流動方向に低下しているところを液体スラグ先端が進行して、すくい上げ量が漸次減少するためである。 液体スラグ発生後の大気泡内圧力 $(P_g - P_0)$ はなだらかに増加して極大値に達し、その後なだらかに減少するが、 $0 < t$ では急激に減少している。

計算結果はいずれの場合も上記の特徴を的確に表し、実験結果と数値的にもほぼ一致していて、本計算によって流動状態をよく表すことができる。

ついで前報⁽¹⁾の実験結果だけでは説明できなかった衝撃力 F の応答曲線形状と最大値 F_m の特性について述べる。 図6に示す F の応答曲線の形状は、初期上昇の後、条件によりほぼ一定の場合、直線状に増加する場合、および直線状に増加しさらに作用時間の終わり近くで急増している場合に大別される。 以下このような形状を示す理由について考察する。

液体スラグ前後の差圧 $(P_g - P_0)$ は、液体スラグ部の摩擦損失 ΔP_f 、液体スラグ先端で低速の層状部の液体を吸収し、液体スラグ内の速度まで加速するのに費やされる運動量損失 ΔP_a 、そして液体スラグ中の液体の加速項からなる。 図5に示すように液体スラグ先端が管端に達するまでは、 $(P_g - P_0)$ の値は $(\Delta P_f + \Delta P_a)$ にほぼ等しく、液体スラグはほとんど加速されることなく、 V_i として V_{gs} はほとんど一定である。 しかし液体スラグ先端が管出口端に近づくとその前方の液膜は薄くなり ΔP_a は急に零に近づく。 そして $(P_g - P_0)$ と ΔP_f の差が液体スラグ中の液体の加速に費やされることになる。 図7に $D = 30$ mm の場合の液体スラグ流出時の L_{is} , $(P_g - P_0) - \Delta P_f$, dV_i/dt , V_i , として F を初期上昇値 F_{i0} で正規化した F/F_{i0} の時間応答の理論解を、時間 t を作用時間 τ で正規化した t/τ に対して示す。 L_{is} はいずれの場合もほぼ直線状に減少し、 $(P_g - P_0) - \Delta P_f$ は最初は上に凸、ついで下に凸の曲線を描いて減少している。 この L_{is} に対する

な場合には負の値を有する場合もある。 逆に $(P_g - P_0 - \Delta P_f)/L_{is}$ の値が相対的に大きくなると dV_i/dt は大きくなる。 以上の結果 V_i の挙動が決まり、そして F の応答曲線が決定される。 そして $(P_g - P_0 - \Delta P_f)/L_{is}$ の値が小さいときには液体を加速する力が小さく F/F_{i0} は上に凸の曲線を描いて変化し、その値が大きくなるにつれて F/F_{i0} は直線状増加、そして下に凸の曲線を描いて増加していくようになる。 この傾向は同一 j_{io} においては j_{gof} の増大に、そして同一 j_{gof} においては j_{io} の減少に対応している。 ついで最大値 F_m が j_{gof} に対して増大し、 j_{io} に対して減少している理由は、 F_m の大きさが液体スラグ流出完了時の V_i^2 に比例するならば、 V_i が L_{is} と $(P_g - P_0) - \Delta P_f$ の挙動によって規定され、 j_{gof} が大きいほど V_i が大きく、 j_{io} に対してはわずかながら小さくなるためであることがわかる。

なお計算において液体スラグ中の気泡の存在を無視し、そして管を出たのちの気液二相噴流の挙動を液单相噴流と同一と仮定したことが、計算値が実験値よりも大きくなる理由の一部であると思われる。 また管径の小さい 20 mm の場合には、計算値が実験値と必ずしも一致しない。 この件に関しては今後さらに検討する必要がある。

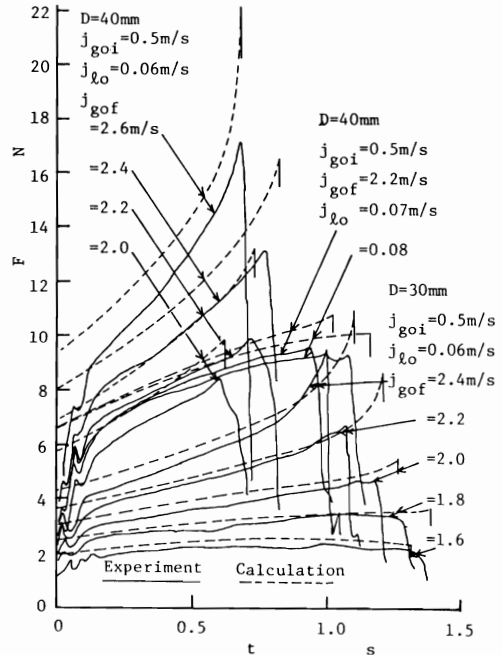


図6 衝撃力の応答の解析結果

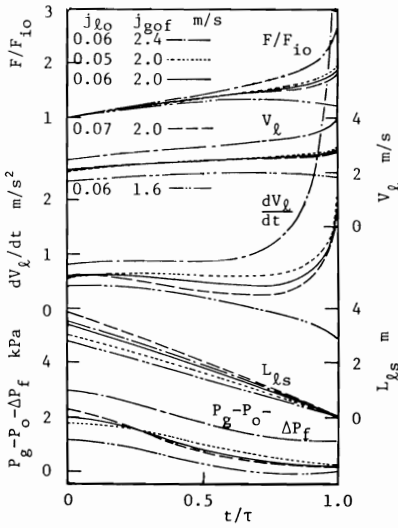


図7 各種特性量の時間応答 ($D=30$ mm, $j_{g0i}=0.5$ m/s)

4. 結 言

水平管内気液二相過渡スラグ流に対して理論的に検討し、その流動特性を解明するとともに、その管外流

出に伴う衝撃力の特徴を説明した。

本論文をまとめるにあたりご助言をいただいた筑波大学 松井剛一助教授に感謝いたします。

文 献

- (1) 坂口・ほか4名, 機械講演前刷 (第62期通常総会講演会), 論文No. 84-0516 B (昭60-4).
- (2) Mishima, K. and Ishii, M., *Trans. ASME, J. Fluids Engineering*, 102-4 (1980), 441.
- (3) Sakaguchi, T., ほか4名, *Proc. 17th Int. Cong. IAHR*, 1 (1977), 387.
- (4) Sakaguchi, T., ほか3名, *Multiphase Transport: Fundamentals, Reactor Safety*, 1 (1980), 45, Hemisphere Pub.
- (5) Dukler, A. E. and Hubbard, M. G., *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, 14-4 (1975), 337.
- (6) Akai, M., ほか2名, *Int. J. Multiphase Flow*, 7-1 (1981), 21.
- (7) 古屋・ほか2名, 流体工学, (昭54), 152, 朝倉書店.
- (8) Hetsroni, G., *Handbook of Multiphase Systems*, (1982), 2-49, Hemisphere Pub.
- (9) 坂口・ほか3名, 機論, 50-460, B (昭59), 3199.
- (10) Truesdell, C. and Toupin, R., *Handbuch der Physik*, III -1, (1960), 347, Springer Verlag.
- (11) 棚橋, 基礎流体工学入門 (昭51), 173, コロナ社.
- (12) Zukoski, E. E., *J. Fluid Mech.*, 25-4 (1966), 821.
- (13) 坂口・ほか4名, 機講論, No. 814-5 (昭56-3), 53.