寡占的競争経済における均衡の存在 ： 確率論的アプローチ

著者	坂根 宏一
雑誌名	關西大學經濟論集
巻	56
号	4
ページ	419-426
発行年	2007-03-10
その他のタイトル	Existence of Equilibria for an Oligopolistically Competitive Economy : A Stochastic Approach
URL	http://hdl.handle.net/10112/12750

論　文

寡占的競争経済における均衡の存在 – 確率論的アプローチ

坂　根　宏　一[*]

要　約

本稿では，価格決定能力を有した寡占企業が存在する経済モデルにおいて，一般均衡の存在が証明される．

キーワード：一般均衡；寡占市場
経済学文献季報分類番号：02-21；02-23

1．序文

この論文では，寡占競争下にある経済の一般均衡の存在が証明される．先駆的業績である Negishi (1961) 以来，不完全競争下での一般均衡を研究した論文は数多く提示されてきた．初期の研究は Arrow and Hahn (1971)，Gabszewicz and Vial (1972)，Fitzroy (1974)，Marschak and Selten (1974)，Laffont and Laroque (1976)，Cornwall (1977) そして Silvestre (1977) らによってなされた．これらに続いて Hart (1985b) は，製品差別化をともなった独占的競争モデルを提示した．さらに Pascoa (1993) は，このモデルをノンアトミックゲームとして再定式化した．また Gabszewicz and Codognato (1993) は，連続濃度で主体が存在する交換経済に寡占的一般均衡モデルを拡張した．

不完全競争下での一般均衡を分析するフレームワークは，Hart (1985a) にしたがえば２つに分類することができる．すなわち客観的需要 (objective demand) アプローチと主観的需要 (subjective demand) アプローチである．前者は，寡占企業が市場需要関数から導出される「逆需要関数」に基づいて価格設定を行う，と仮定する．部分均衡理論においてクールノー企業の行動を分析する際，最も標準的に用いられる手法である．これはすべての寡占企業が，(逆) 需要関数について完全な知識を有していることを前提にしなければならないことを意味している．一方，Negishi (1961) によって採用された後者のアプローチは，各企業が自らの「予想」した需要関数に依拠して価格設定を行う，と仮定する．企業が需要関数を知り尽くしているとする前者より，現実妥当性を有する仮定であろう．しかしながら企業の需要予測の仕方について説明

* E-mail address: sakane@ipcku.kansai-u.ac.jp (Hirokazu Sakane) Tel.: +81-6-6368-0604.

できない．需要予測を任意でかまわないとすれば，企業の主体的均衡が極めて弱い概念となり新たな問題が生じることになる．つまり需要予測の仕方に応じて最適生産計画が定義され，任意の生産計画が最適なそれとなり得る可能性が出てくるのである．

我々はそれら2つのアプローチとは異なる「確率論的アプローチ」をとる．各企業が逆需要関数の空間上に主観的確率を持つと仮定し，その需要予測を確率論的に基礎付ける．この仮説を採用することで，企業の需要予測にひとつの合理的根拠を与えられるばかりではなく，不完全競争下での一般均衡分析が直面する他の問題をも解決できるのである．客観的に存在する需要関数であるか主観的なそれであるかにかかわらず，企業が逆需要関数に基づいて価格設定を行う場合には，供給対応の凸値性が保証されないという問題がある．その結果，Kakutani-Fan-Glicksbergタイプの不動点定理 (Kakutani (1941)，Fan (1952)，Glicksberg (1952)) を直接，応用することが出来なくなる．我々の採用するアプローチでは，こうした困難を克服することができるのである．

2. 財および価格

我々が以下で想定する経済モデルには，n 種類の同質な財が存在する．企業によって生産される財が m 種類，消費者によって初期保有される財が $n-m$ 種類である．消費者の保有する財は生産されないものとし，生産物は初期には保有されていないものと仮定する．任意の $h \in \{1, \cdots, n\}$ について，財の価格は p_h と表される．価格ベクトル $p := (p_1, \cdots, p_n)$ は通常のように，以下で定義される価格単体の要素であるとする，

$$P := \left\{ p \in R^n_+ \,\middle|\, \sum_{h=1}^{n} p_h = 1 \right\}. \tag{1}$$

3. 消費者行動

消費集合を X，消費集合上で定義される選好関係を $\succsim$ そして初期賦存を e と表す．これらの諸概念について，以下の仮定を設定する．

仮定 1 (i) 消費集合 X は (R^n, d) の非空かつ，下に有界な閉凸部分集合である；

(i′) X は (R^n, d) の非空，コンパクト凸集合である；

(ii) X 上で定義された選好関係 $\succsim$ は以下の諸条件を満たす；

　(a) $\succsim$ は反射性，完備性，推移性および強い凸性を満たす，

　(b) $graph(\succsim) := \{(x, y) \in X \times X | x \succsim y\}$ は $R^n \times R^n$ の閉部分集合である，

(iii) 初期賦存 $e := (0, \cdots, 0, e_{m+1}, \cdots, e_n)$ は，すべての $h \in \{m+1, \cdots, n\}$ について $e_h \geqq 0$ を満たす R^n の要素である．

我々は暫定的に仮定 1 (i′), (ii) および (iii) の下で以下の議論を行うが，(i′) は (i) に弱められ得ることを後に示す．$\mathscr{P}$ を $graph(\succsim)$ の全体集合とする．h を $R^n \times R^n$ 上のハウスドルフ距離とすると，$\mathscr{P} \times R^n$ 上の距離 h^* を $h^*((graph(\succsim), e), (graph(\succsim)', e')) := h(graph(\succsim), graph(\succsim)') + d(e, e')$ によって定義できる．$\mathscr{P} \times R^n$ の位相を h^* で定め，この位相によって生成される σ-加法族を $\mathscr{B}(\mathscr{P} \times R^n)$ と表わせば，可測空間 $(\mathscr{P} \times R^n, \mathscr{B}(\mathscr{P} \times R^n))$ を定義し得る．

消費者の全体集合を，完備かつ可分なコンパクト距離空間 I とする．I の位相によって生成される σ-加法族を $\mathscr{I}$，その σ-加法族上の非アトム測度を ρ と表すと，消費者の測度空間を $(I, \mathscr{I}, \rho)$ と特定化し得る．消費者に対してその特性 $(graph(\succsim), e)$ を対応づける可測関数を $s : I \to \mathscr{P} \times R^n$ とすると，消費者特性分布 $\rho \circ s^{-1}$ を考えることができる．こうして消費者特性の測度空間を以下のように定義し得る．

定義 1. $(\mathscr{P} \times R^n, \mathscr{B}(\mathscr{P} \times R^n), \rho \circ s^{-1})$；(消費者特性の測度空間).

対応 $\mathscr{P} \times R^n \ni (graph(\succsim), e) \mapsto X \in 2^{R^n}$ および関数 $\mathscr{P} \times R^n \ni (graph(\succsim), e) \mapsto e \in R^n$ は，Debreu (1969) の Theorem (2) により連続である．前者の像集合を $X(graph(\succsim), e)$，後者の値を $e(graph(\succsim), e)$ と表す．以下で消費者の需要関数を定義するが，予備的に企業についての若干の概念の準備が必要となる．我々は任意に有限な ℓ 社の寡占企業の存在を仮定する．典型的寡占企業を $\{1, \cdots, \ell\}$ の要素 j で表し，その生産集合を $Y_j \subset R^n$，生産計画を y_j と表す．また $Y := \sum_{j=1}^{\ell} Y_j$，その要素を $y := \sum_{j=1}^{\ell} y_j$ とする．これら諸概念は次節で詳しく述べる．企業 j から $(graph(\succsim), e)$ への $\langle p, y_j \rangle$ の分配率を可測関数 $\theta_j : \mathscr{P} \times R^n \to [0, 1]$ によって表し，$(graph(\succsim), e)$ の所得を以下のように定義する：

$$w((graph(\succsim), e), p, y) := \langle p, e(graph(\succsim), e) \rangle + \max\left\{0, \sum_{j=1}^{\ell} \theta_j(graph(\succsim), e) \langle p, y_j \rangle \right\}. \tag{2}$$

所得 $w((graph(\succsim), e), p, y)$ について，以下の仮定を設定する．

仮定 2. ほとんどすべての $(graph(\succsim), e) \in \mathscr{P} \times R^n$ およびすべての $p \in P$ について，以下の条件 $\langle p, e(graph(\succsim), e) \rangle \neq \min\{\langle p, x \rangle | x \in X(graph(\succsim), e)\}$ が満たされる．

予算対応 $B : \mathscr{P} \times R^n \times P \times Y \to 2^{R^n}$ を

$$B\big((graph(\succsim), e), p, y\big) := \big\{x \in X(graph(\succsim), e) \big| \langle p, x \rangle \leqq w((graph(\succsim), e), p, y)\big\}, \tag{3}$$

また需要関数 $x^* : \mathscr{P} \times R^n \times P \times Y \to R^n$ を

$$\begin{aligned} &x^*\big((graph(\succsim), e), p, y\big) := x^* \in B((graph(\succsim), e), p, y); \\ &\qquad x^* \text{は条件}\big(\forall x \in B((graph(\succsim), e), p, y),\ x^* \succsim_{(graph(\succsim), e)} x\big)\text{を満たす．} \end{aligned} \tag{4}$$

と定義する．さらに $\hat{X} := \int_{\mathscr{P}\times R^n} X d\rho \circ s^{-1}$ とすれば，平均需要関数 $\xi : P \times Y \to \hat{X}$ を以下のように定義できる；

$$\xi(p,y) := \int_{\mathscr{P}\times R^n} x^*(\cdot,\cdot,p,y) d\rho \circ s^{-1}. \tag{5}$$

補題 1. $\xi : P \times Y \to \hat{X}$ は連続である．

証明. $x^*((graph(\succsim),e),\cdot,\cdot) : P \times Y \to R^n$ は，ほとんどすべての $(graph(\succsim),e) \in \mathscr{P} \times R^n$ について連続関数であることが標準的手法で証明される．したがって，$B(graph(\succsim),e,\cdot,\cdot)$ の連続性から，$x^*(graph(\succsim),e,p^n,y^n) \to x^*(graph(\succsim),e,p,n)$, *a.e.* すべての $(p,y) \in P \times Y$ について，$x^*(\cdot,\cdot,p,y) : \mathscr{P} \times R^n \to R^n$ は連続したがって可測であることが，Debreu (1969) によって示される．またすべての $(p,y) \in P \times Y$ について，$B(\cdot,\cdot,p,y)$ は非空コンパクト値対応なので，$x^*(\cdot,\cdot,p,y)$ は有界である．したがって Halmos (1950, p. 110) の Theorem D (Lebesgue's bounded convergence theorem) によって所望の結論を得る． □

4. 企業行動

本節では，寡占企業の行動について述べる．我々のモデルには ℓ 社の寡占企業が存在しているものと仮定する．典型的企業の名前を j で示すこととし，j の生産可能集合を Y_j，その要素である生産計画を y_j と表す．生産可能性集合については，以下の標準的仮定を設定する．

仮定 3. 任意の $j \in \{1,\cdots,\ell\}$ について，Y_j は R^n の非空な閉凸部分集合である．

消費者集合 I のコンパクト性，初期保有ベクトルの有界性および仮定 3 の下，各企業の生産可能集合 Y_j は，実際コンパクト集合である．生産計画 $y_j := (y_j^1,\cdots,y_j^m,y_j^{m+1},\cdots,y_j^n)$ について，1 番目から m 番目までの各要素は生産物の量を，$m+1$ 番目から n 番目までの各要素は投入物の量を表すものとする．つまり $y_j^1 \geqq 0,\cdots,y_j^m \geqq 0$, $y_j^{m+1} \leqq 0,\cdots,y_j^n \leqq 0$ である．このように各企業は $n-m$ 種類の要素を投入して m 種類の生産物を生産するが，互いに他の企業の生産物を要素として投入しないと仮定する．$Y := \sum_{j=1}^{\ell} Y_j$，その要素を $y := \sum_{j=1}^{\ell} y_j$ と表す．

さて総生産計画 y に対して，以下の方程式

$$\xi(p,y) - e = y \tag{6}$$

を満たす $p = \varphi(y)$ を与える関数

$$\varphi : Y \to P \tag{7}$$

を考える．この関数が先に述べた逆需要関数であるが，本稿ではこれを**価格関数**と呼び，以下の仮定を設定する．

仮定 4. すべての $y \in Y$ について，$\xi(p,y) - e = y$ を満たす $p \in P$ が存在し，$\xi(\cdot,y) : P \to R^n$ は 1 対 1 写像である．

補題 2. $\varphi : Y \to R^n$ は連続関数である．

証明. Sakane (2006) の Lemma 2 (i) によって示されている．　□

Y から R^n へのすべての連続関数の集合に，ノルム $\|\varphi\| := \sup\{\|\varphi(y)\| | y \in Y\}$ によって位相を入れる．s に応じて定義される需要関数の全ての集合を C と表わし，その部分空間とする．企業 j は価格関数 φ と総供給ベクトル y を与件として，利潤最大化行動をとる．企業 j の利潤関数 $\pi_j : Y \times C \to R$ を以下のように定義する．

$$\pi_j(y, \varphi) := \max\{\langle \varphi(y), y_j \rangle | y_j \in Y_j\}. \tag{8}$$

さらに企業 j の供給対応 $\eta_j : Y \times C \to 2^{Y_j}$ を以下のように定義する．

$$\eta_j(y, \varphi) := \{y_j \in Y_j | \pi_j(y, \varphi) = \langle \varphi(y), y_j \rangle\}. \tag{9}$$

すべての $y \in Y$ について $\eta_j(y, \cdot) : C \to 2^{R^n}$，またすべての $\varphi \in C$ について $\eta_j(\cdot, \varphi) : Y \to 2^{R^n}$ はともに上半連続対応となることが，Berge の最大値定理によって示され得る．

C の位相によって生成される σ-algebra を $\mathscr{C}$ と表すことにすれば，可測空間 $(C, \mathscr{C})$ を定義できる．我々は企業 j が $\mathscr{C}$ 上に主観的確率 μ_j を持つと想定する．

企業 j の期待供給対応 $\eta_j^* : \hat{X} \times Y \to 2^{Y_j}$ を以下のように定義する．

$$\eta_j^*(\hat{x}, y) := \int_C \eta_j(y, \cdot) d\mu_j \tag{10}$$

補題 3. すべての $j \in \{1, \cdots, \ell\}$ について，$\eta_j^* : \hat{X} \times Y \to 2^{Y_j}$ は非空，コンパクト凸値を有する上半連続対応である．

証明. すべての $y \in Y$ について，$\eta_j(y, \cdot)$ は上半連続対応であるから可測対応でもある．したがって $\eta_j(y, \cdot)$ からの可測選択子の存在が，Aliprantis and Border (1994, p. 567) の Theorem 17. 13 (Kuratowski-Ryll-Nardzewski Selection Theorem) によって示されるので，非空値性は明らかである．凸値性およびコンパクト値性は，Aumann (1965) の Theorem 1 および 4 から明らかである．最後に上半連続性は Aumann (1965) の Proposition 4. 1 によって示される．　□

5. 寡占的競争経済の均衡

寡占的競争経済を以下のように定義する：

$$\mathscr{E} := \Big\{\{(graph(\succsim), e)\}, \{Y_j\}_{j \in \{1, \cdots, \ell\}}, \{\theta_j\}_{j \in \{1, \cdots, \ell\}}, \{\mu_j\}_{j \in \{1, \cdots, \ell\}}\Big\}. \tag{11}$$

さらに寡占的競争経済 $\mathscr{E}$ の均衡を，以下の (i) – (iii) を満たす (p^*, x^*, y^*) であると定義する．

(i) ほとんどすべての $(graph(\succsim), e) \in \mathscr{P} \times R^n$ について，$x^*(graph(\succsim), e) \in X(graph(\succsim), e)$ は $(\forall x \in B(t, p^*, y^*), x^*(graph(\succsim), e) \succsim_{(graph(\succsim), e)} x)$ を満たす；

(ii) すべての $j \in \{1, \cdots, \ell\}$ について，$y_j^* \in Y_j$ は $\langle \varphi(y^*), y_j^* \rangle = \max\{\langle \varphi(y^*), y_j \rangle | y_j \in Y_j\}$ を満たす;

(iii) $\xi(p^*, y^*) - e - y^* \leqq 0$.

定理．仮定1 (i′)，(ii)，(iii) および仮定2から4の下，寡占的競争経済 $\mathscr{E}$ には均衡が存在する．

証明．関数 $\hat{X} \times Y \ni (\hat{x}, y) \mapsto \xi(\varphi(y), y) \in R^n$ を定義すれば，補題1および2からそれは連続である．さらに対応 $\hat{X} \times Y \ni (\hat{x}, y) \mapsto \eta^*(\hat{x}, y) := \sum_{j=1}^{\ell} \eta_j^*(\hat{x}, y) \in R^n$ を定義する．補題3からそれは非空，凸，コンパクト値を有する上半連続対応であることは明らかである．したがって対応 $\hat{X} \times Y \ni (\hat{x}, y) \mapsto \{\xi(\varphi(y), y)\} \times \eta^*(\hat{x}, y) \in \hat{X} \times Y$ は角谷の不動点定理 (Kakutani (1941)) を適用するための条件をすべて満たし，不動点 $(\hat{x}^*, y^*) \in \{\xi(\varphi(y^*), y^*)\} \times \eta^*(\hat{x}^*, y^*) \in \hat{X} \times Y$ が存在する．写像 ξ と η^* の定義から，均衡条件 (i) および (ii) が満たされることは明らかである．φ の定義から，$\xi(\varphi(y^*), y^*) - e = y^*$ が成り立ち，条件 (iii) もまた満たされる．　□

定理では仮定1 (i′) を必要としたが，標準的手法 (Debreu (1959)) によって仮定1 (i) で十分であることが容易に示される．$L(\mathscr{P} \times R^n, R^n)$ を $\mathscr{P} \times R^n$ から R^n への可測関数のすべての集合とし，ノルム $\|x\| := \int_{\mathscr{P} \times R^n} \|x\| d\rho \circ s^{-1}$ を定義する．さらに $L_X := \{x \in L(\mathscr{P} \times R^n, R^n) | x(graph(\succsim), e) \in X(graph(\succsim), e),\ a.e.\}$ を考える．第3節の冒頭で述べた Y のコンパクト性と，Halmos (1950, p. 110) の Theorem D から，達成可能集合 $\mathscr{A} := \{(x, y) \in L_X \times Y | \hat{x} - e - y = 0\}$ はコンパクトである．さらに $\mathscr{A}_X := \{x \in L_X | \exists y \in Y, (x, y) \in \mathscr{A}\}$ と定義すれば，ほとんどすべての $(graph(\succsim), e) \in \mathscr{P} \times R^n$ について，$\{x(graph(\succsim), e) \in X(graph(\succsim), e) | x \in \mathscr{A}_X\}$ もまたコンパクトである．ほとんどすべての $(graph(\succsim), e) \in \mathscr{P} \times R^n$ について，集合 $K(r(graph(\succsim), e))$ を $\{x(graph(\succsim), e) \in X(graph(\succsim), e) | x \in \mathscr{A}_X\}$ をその内部に含む0を中心とした半径 $r(graph(\succsim), e)$ の閉球であると定義する．$X'(graph(\succsim), e) := X(graph(\succsim), e) \cap K(r(graph(\succsim), e))$ を考えると，それはコンパクト集合であり，これまでの議論で仮定してきたコンパクトな消費集合を $X'(graph(\succsim), e)$ としても当然定理は成り立つ．さらに $X'(graph(\succsim), e)$ の最適消費計画は，$X(graph(\succsim), e)$ においてもなおその性質を有することが Debreu (1959) によって示されている．したがって定理は，仮定1から5の下で成立することがわかる．

(注意)：完全競争を仮定した標準的一般均衡モデルでは，企業利潤の完全分配を仮定する．我々のモデルにおいては条件 $\int_{\mathscr{P} \times R^n} \theta_j d\rho \circ s^{-1} = 1$ を仮定することであるが，この条件は定理の成立のために必ずしも必要ではない．したがって寡占企業の内部留保金が存在してもかまわないことになる．現実の企業行動を考えれば，それは将来の設備投資のための資金と考えることが尤もらしい．しかしこのモデルの静学的性質から，それは帰属主体が明らかでない単なる「余剰

資金」であり，その存在を説明できない．こうした理由から，我々は完全分配の条件を仮定しておくことにする．

参考文献

ALIPRANTIS, C. D., AND K. C. BORDER (1994): *Infinite Dimensional Analysis, A Hitchhiker's Guide 2nd Edition.* Springer-Verlag.

ARROW, K. J., AND F. H. HAHN (1971): *General competitive analysis.* Holdenday, San Francisco.

AUMANN, R. J. (1965): "Integrals of set-valued functions," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 12, 1–12, Reprinted as Chapter 68 in R. J. Aumann, *Collected Papers, Volume II*, The MIT Press, 2000.

CORNWALL, R. (1977): "The concept of general equilibrium in a market economy with imperfectly competitive producers," *Metroeconomica*, 29, 57–72.

DEBREU, G. (1959): *Theory of Value, An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium.* Yale University Press.

——— (1969): "Neighboring economic agents," *La Décision, C. N. R. S.*, pp. 85–90, Reprinted as Chapter 13 in G. Debreu, *Mathematical Economics*, Cambridge University Press, 1983.

FAN, K. (1952): "Fixed points and minimaxtheorems in locally convex linear spaces," *Proceedings of the National Academy of Sciences, USA*, 38, 121–126.

FITZROY, F. (1974): "Monopolistic equilibrium, non-convexity and inverse demand," *Journal of Economic Theory*, 7, 1–16.

GABSZEWICZ, J. J., AND G. CODOGNATO (1993): "Cournot-Walras equilibria in markets with continuum of traders," *Economic Theory*, 3, 453–464.

GABSZEWICZ, J. J., AND J. P. VIAL (1972): "Oligopoly 'A la Cournot' in general equilibrium analysis," *Journal of Economic Theory*, 4, 381–400.

GLICKSBERG, I. L. (1952): "A further generalization of the Kakutani fixed point theorem with applications to Nash equilibrium points," *Proceedings of the American Mathematical Society*, 3, 170–174.

HALMOS, P. R. (1950): *Measure Theory.* Springer-Verlag.

HART, O. D. (1985a): Imperfect competition in general equilibrium: an overview of recent work. In: Frontiers of Economics. Arrow, K. J. and Honkapohja, S. eds., Basil Blackwell.

HART, O. D. (1985b): "Monopoliostic competition in the spilit of Chemberlin: A general model," *Review of Economic Studies*, 52, 529–546.

KAKUTANI, S. (1941): "A generalization of Brouwer's fixed point theorem," *Duke Mathematical Journal*, 63, 457–459.

LAFFONT, J. J., AND G. LAROQUE (1976): "Existence d'un équilibre général de concurrence imparfaite: une introduction," *Econometrica*, 44, 283–294.

MARSCHAK, T., AND R. SELTEN (1974): *General equilibrium with price making firms, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol.580,*. Springer-Verlag, Berlin.

NEGISHI, T. (1961): "Monopolistic competition and general equilibrium," *Review of Economic Studies*, 28, 196–201.

PASCOA, M. R. (1993): "Noncooperative equilibrium and Chemberlinian monopolistic competition," *Journal of Economic Theory*, 60, 335–353.

SAKANE, H. (2006): "The existence of equilibria for a monopolisticlly competitive economy," *Submitted.*

SILVESTRE, J. (1977): "General monopolistic equilibrium under non-convexities," *International Economic Review*, 18, 425–434.