独占的競争経済における均衡の存在について ： 価格変域が有界な場合

その他のタイトル	Existence of Equilibria for Monopolistic Competitive Economies with Bounded Price Domains
著者	坂根 宏一
雑誌名	關西大學經済論集
巻	55
号	1
ページ	63-79
発行年	2005-06-15
URL	http://hdl.handle.net/10112/12699

論　　文

独占的競争経済における均衡の存在について 価格変域が有界な場合*

坂　　根　　宏　　一**

要　約

本稿では，生産物価格の決定能力を有した独占的競争企業が内在する一般均衡モデルが研究される．この経済モデルにおいて，独占的競争企業の利潤関数の凹性を仮定することなしに，均衡の存在が証明される．

キーワード：一般均衡；独占的競争；製品差別化
経済学文献季報分類番号：02-21；02-23

1. 序文

本稿では，生産物価格の決定能力を有した独占的競争企業が内在する一般均衡モデルが研究される．競争経済における均衡の存在を論じた先駆的業績 Arrow and Debreu (1954), McKenzie (1954), Gale (1955), Nikaido (1956) および Debreu (1959) 以来，ほとんどすべての一般均衡モデルでは「多数存在する経済主体の各々は，価格に影響を及ぼすことができない」という仮定の下で研究がなされてきた．さらに「アトムが存在しない測度空間」(atomless measure space) の点として経済主体を取り扱うことで，経済主体の価格影響力を完全に無視し得る理論的枠組みが提示された (例えば，Aumann (1966) や Hildenbrand (1974) を参照のこと)．

しかし現実経済には，生産物価格を設定し得る不完全競争企業が存在していることは，明らかな事実であろう．したがって私は，価格設定能力を有した不完全競争企業を含んだ一般均衡モデルの分析の重要性を強調したいのである．実際 Negishi (1961) の独創的研究以来，不完全競争を仮定した一般均衡モデルが提示されてきている．例えば，Gabszewicz and Vial (1972), Fitzroy (1974), Marschak and Selten (1974), Laffont and Laroque (1976), Novshek and Sonnenschein (1977), Silvestre (1977a), Silvestre (1977b), Cornwall (1977), Hart (1979), Hart (1985a), Hart (1985b), Hart (1985c), Gary-Bobo (1989), Codognato and Gabszewicz (1993), Pascoa (1993) などである．

* 本論文は，関西大学在外研究 (平成 15 年 4 月-平成 16 年 3 月) 制度の助成を受けた．
** E-mail address: sakane@ipcku.kansai-u.ac.jp (Hirokazu Sakane) Tel.: +81-6-6368-0604.

ところが不完全競争を仮定した一般均衡モデルにおいてその均衡の存在を証明する際，ある技術的な問題が発生する．これは完全競争を仮定した標準的モデルでは現れない問題である．仮に不完全競争企業が生産物の価格をその需要関数に基づいて設定し得る場合，利潤関数の凹性したがって供給対応の凸値性が，必ずしも保証されなくなるである．このために Kakutani-Fan-Glicksberg タイプの不動点定理 (Kakutani (1941)，Fan (1952)，Glicksberg (1952)) を応用することによって，均衡の存在を証明することが不可能になるのである．その結果として Roberts and Sonnenschein (1977) が指摘するように，利潤関数の凹性を「選好関係，初期賦存そして技術といった基礎的データ上の仮定」から導出するのではなく，直接的に仮定せざるを得なくなるのである．これは今なおこの研究領域において，重大な問題として残されたままとなっているのである．本稿のテーマは，利潤関数にこの仮定を置くことなしに，独占的競争を含んだ「大きな経済」(large economy) の均衡の存在を証明することである．

以下では (i) 消費者と企業，(ii) 財の種類，(iii) 消費者行動，および (iv) 企業行動について，それらの特徴的な仮定を述べるとともにモデルの概略を説明することにする．

(i) 消費者と企業は連続濃度で存在する．

(ii) ℓ 種類に分類された産業に，差別化された財 (differentiated commodities) もしくはブランド (brands) が連続濃度で存在する．これら差別化された財の他に，消費者の初期賦存として n 種類の同質な財 (homogeneous commodities) が存在する．各々の企業は消費者から提供される同質な財を投入して，単一の差別化された財を生産する．さらにそれらは同時に複数の企業によって生産されないものとする．

(iii) 全ての消費者は，各産業に連続濃度で存在している財のうち，1種類だけを彼の好みの財として選び出し，ℓ 種類の財の組み合わせを消費対象とする．これは Hart (1985b), Hart (1985c) そして Pascoa (1993) と同様に，「非近接財の状況」(non-neighboring goods situation) を仮定することを意味する．つまり各消費者にとって，彼の好みの財と代替可能な財は他には存在しない，という状況を仮定するのである．すべての消費者が有限個の財のみを消費するとすれば，あらゆる産業において各財の需要関数を定義することが可能となる．これらの仮定の下で，任意の企業は独占的競争主体として生産財の価格を設定し得る．しかしインプットとして投入する同質な財については，価格受容者 (price takers) であるとする．またすべての消費者はすべての財について価格受容者であると仮定する．

(iv) すべての独占的競争企業は生産計画を操作変数として，生産財の価格をその需要関数に基づいて設定し得ると仮定する．生産計画に対してその価格を与える関数が，需要関数の微分可能性を仮定することなしに，陰関数定理によって導出される．各独占的競争企業は生産財の価格を設定しながら利潤を最大化する．

これら諸仮定の下で構築される独占的競争を伴った一般均衡モデルの均衡は，

- すべての消費者が $\succsim$ の意味において，最適な消費計画を選択している，
- すべての独占的競争企業が利潤を最大にする生産計画を選択している，
- すべての差別化された財および同質な財について，需給が一致している，

という条件を満たす状況として定義される．本稿の目的はこの均衡の存在を証明することである．

2. 独占的競争経済の定義

2-1. 財と価格

ℓ 種類の産業において，差別化された財 (differentiated commodities) もしくはブランド (brands) が連続体で存在するものとしよう．任意の $j \in \{1, \cdots, \ell\}$ について[1)]，T_j を第 j 産業で生産され得る差別化された財のすべての集合であるとしよう．T_j は非空，完備そして可分なコンパクト距離空間であるとする．$\mathscr{T}_j$ を T_j のボレル部分集合の族であるとし，τ_j はその上で定義される非アトム測度 (nonatomic measure) とすれば，第 j 産業で生産され得る差別化された財の測度空間を $(T_j, \mathscr{T}_j, \tau_j)$ と特定化し得る．さらに $T := \prod_{j=1}^{\ell} T_j$，$\mathscr{T} := \prod_{j=1}^{\ell} \mathscr{T}_j$ そして $\tau := \prod_{j=1}^{\ell} \tau_j$ として，測度空間 $(T, \mathscr{T}, \tau)$ を定義しよう．

$C(T_j, R_+)$ は T_j 上で定義された非負の値をもつ連続実数値関数のすべての集合とし，そこに弱位相 (weak topology) を導入する．これは第 j 産業で生産される財の価格の集合であり，その要素は p_j と表される．もし a_j と b_j が，任意の $t_j \in T_j$ について $0 < a_j(t_j) < b_j(t_j) < \infty$ を満たす $C(T_j, R_+)$ の要素であれば，$P_j(t_j) := [a_j(t_j), b_j(t_j)]$ によって定義される対応 $P_j : T_j \to 2^{R_+}$ を考えることができる．第 j 産業で生産されるすべての財の価格集合は，以下で定義されるような $C(T_j, R_+)$ の部分集合 $\mathscr{P}_j$ であると仮定する，

$$\mathscr{P}_j := \{p_j \in C(T_j, R_+) \big| \forall t_j \in T_j,\, p_j(t_j) \in P_j(t_j)\}. \tag{1}$$

$\mathscr{P}_j$ は $C(T_j, R_+)$ の非空，弱コンパクト，凸部分集合であることは明らかである．さらに以下のような積空間を定義しよう，

$$\mathscr{P} := \mathscr{P}_1 \times \cdots \times \mathscr{P}_\ell. \tag{2}$$

差別化された財の他に n 種類の同質な財が存在するものとしよう．それらは企業によって生産されないものであり，消費者の初期賦存であると仮定する．任意の $m \in \{1, \cdots, n\}$ について，同質な財の価格は q_m と表される．価格ベクトル $q := (q_1. \cdots, q_n)$ は通常のように，以下で定義される価格単体の要素であるとする，

$$Q := \left\{ q \in R_+^n \middle| \sum_{m=1}^{n} q_m = 1 \right\}. \tag{3}$$

1）これ以後，その主張が任意の $j \in \{1, \cdots, \ell\}$ について成り立つときには，「任意の $j \in \{1, \cdots, \ell\}$ について」という記述は，ほとんどすべての場合において省略される．

2-2. 消費者

$(graph(\succsim), \bar{e})$ を以下の仮定を満たす $2^{R^{\ell+n}\times R^{\ell+n}} \times R^n_+$ の要素であるとしよう，

(A.1)(i) 消費集合 X は下に有界な $(R^{\ell+n}, d)$ の非空，閉，凸部分集合である，

(ii) X 上で定義された選好関係 $\succsim$ は以下の諸条件を満たす，

(a) $\succsim$ は反射性，完備性，推移性および狭義凸性を満たす，

(b) $graph(\succsim) := \{(x, y) \in X \times X | x \succsim y\}$ は $R^{\ell+n} \times R^{\ell+n}$ の閉部分集合である，

(iii) 初期保有 $\bar{e} := (\bar{e}_1, \cdots, \bar{e}_n)$ は，すべての $m \in \{1, \cdots, n\}$ について $\bar{e}_m \geqq \chi_m$ を満たす $\chi_m \in R$ が存在するような (R^n, d') の要素である．

G をすべての $graph(\succsim)$ の集合とし，h を $R^{\ell+n} \times R^{\ell+n}$ 上で定義されたハウスドルフ距離とすると，$G \times R^n$ 上の距離 h^* を $h^*((graph(\succsim), \bar{e}), (graph(\succsim)', \bar{e}')) := h(graph(\succsim), graph(\succsim)') + d'(\bar{e}, \bar{e}')$ と定義することができる．$G \times R^n$ の位相を距離 h^* によって導入する．集合 $G \times R^n$ とその要素 $(graph(\succsim), \bar{e})$ を，それぞれ簡略的に I および i と表わすこととし，i を消費者と呼ぶことにする．$\mathscr{I}$ を I 上の σ-加法族とし，$\mathscr{I}$ 上で定義された非アトム測度を ρ とすると，消費者の測度空間を $(I, \mathscr{I}, \rho)$ と定義することができる．

我々は Hart (1985b), Hart (1985c) および Pascoa (1993) と同様に，任意の消費者 i は差別化された財の ℓ 種類の組み $t := (t_1, \cdots, t_\ell) \in T$ を選び出すものと仮定する．消費者 $i \in I$ に対して，彼が好む差別化された財の ℓ 個の組を対応づける関数を $\psi : I \to T$ とし，以下の仮定を設定する，

(A.2) 関数 $\psi : I \to T,\ i \mapsto \psi(i)$ は連続かつ全単射である．

この仮定 (A.2) の下では，消費者を彼の選ぶブランドの ℓ 個の組 t と同一視することができる．対応 $X : I \to 2^{R^{\ell+n}}$ と関数 $\bar{e} : I \to R^n$ は Debreu (1969) の定理 2 によって連続であることが証明されるので，$X \circ \psi$ および $\bar{e} \circ \psi$ もまた連続であることは明らかである．これら 2 つの合成写像もまたそれぞれ $X : T \to 2^{R^{\ell+n}}$ および $\bar{e} : T \to R^n$ と表すことにする．こうして t を選び出す消費者の消費計画は，$x(t) := (\xi(t), e(t)) \in X(t)$ と書かれる（ここで $\xi(t)$ は差別化された財の消費計画を，$e(t)$ は同質な財の消費計画をそれぞれ表すものである）．$C(T, R^{\ell+n})$ を連続関数 $x : T \to R^{\ell+n}$ のすべての集合であるとして弱位相を導入する．$\mathscr{X}$ を以下のように定義する．それは明らかに $C(T, R^{\ell+n})$ の非空，弱閉，凸部分集合である，

$$\mathscr{X} := \left\{ x \in C(T, R^{\ell+n}) \middle| \forall t \in T,\ x(t) \in X(t) \right\}. \tag{4}$$

$C(T_j, R)$ を連続関数 $\pi_j : T_j \to R$ のすべての集合とし，そこに弱位相を導入する．この集合の要素 π_j は第 j 産業の企業の利潤を表すものである．利潤は次節において正式に定義される．

我々は任意の $t_j \in T_j$ について，条件 $-\infty < r'_j(t_j) \leqq \pi_j(t_j) \leqq r_j(t_j) < \infty$ を満たす r'_j および r_j が $C(T_j, R)$ に存在すると仮定する．これらはそれぞれ利潤の上限と下限を表すが，次節において正式に定義される．Π_j を以下のように定義する．

$$\Pi_j := \{\pi_j \in C(T_j, R) | \forall t_j \in T_j, \pi_j(t_j) \in [r'_j(t_j), r_j(t_j)]\}. \tag{5}$$

これは明らかに $C(T_j, R)$ の非空，弱コンパクト，凸部分集合である．したがって $\Pi := \prod_{j=1}^{\ell} \Pi_j$ もまた同じ性質を持つ．この集合の要素 $(\pi_1, \cdots, \pi_\ell)$ を簡略的に π と書くことにする．消費者 t への企業 t_j の利潤の分配を $\theta_j(t_j, t)$ と表し，関数 $\theta_j : T_j \times T \to [0, 1]$ に以下の仮定を設定する，

(A.3) (i) 任意の $t_j \in T_j$ について $\theta_j(t_j, \cdot) : T \to [0, 1]$ は連続である，
(ii) 任意の $t \in T$ について $\theta_j(\cdot, t) : T_j \to [0, 1]$ は可測である，
(iii) 任意の $t_j \in T_j$ について $\int_T \theta_j(t_j, t) d\tau(t) = 1$ が成り立つ．

m を以下で定義される関数であるとしよう，

$$m : T \times \Pi \to R, \ (t, \pi) \mapsto \sum_{j=1}^{\ell} \int_{T_j} \theta_j(t_j, t) \pi_j(t_j) d\tau_j(t_j). \tag{6}$$

ℓ 個の財 $t := (t_1, \cdots, t_\ell)$ の価格が $p(t) := (p_1(t_1), \cdots, p_\ell(t_\ell))$ と表されたとすると，消費者の富は $q \cdot \bar{e}(t) + \max\{0, m(t, \pi)\}$ と定義される．我々は消費者の富について以下の仮定を設定する，

(A.4) 任意の $(t, p, q, \pi) \in T \times \mathscr{P} \times Q \times \Pi$ について，条件 $\inf\{p(t) \cdot \xi(t) + q \cdot e(t) | x(t) := (\xi(t), e(t)) \in X(t)\} < q \cdot \bar{e}(t) + \max\{0, m(t, \pi)\}$ が満たされる．

対応 X の値域を $X(T) := \bigcup_{t \in T} X(t)$ と定義すると，予算対応は以下のように得られる，

$$\begin{aligned} &B : T \times \mathscr{P} \times Q \times \Pi \to 2^{X(T)}, \\ &(t, p, q, \pi) \mapsto \{x(t) \in X(t) | p(t) \cdot \xi(t) + q \cdot e(t) \leqq q \cdot \bar{e}(t) + \max\{0, m(t, \pi)\}\}. \end{aligned} \tag{7}$$

B は非空，コンパクト，凸値を持つ連続対応である．実際，非空，コンパクト値を持つことは自明である．また凸値を持つことは，π_j に関する積分 $\int_{T_j} \theta_j(t_j, t) \pi_j(t_j) d\tau_j(t_j)$ の線形性から示される．さらに関数 m は仮定 (A.3)(i) および (ii) の下，ルベーグの有界収束定理 (例えば Halmos (1950, p.110) における Theorem D) によって連続なので，B の連続性は仮定 (A.4) の下，Debreu (1969) の定理 3 から明らかである．我々は個別需要関数 x^* を以下のように定義できる，

$$x^* : T \times \mathscr{P} \times Q \times \Pi \to X(T), \ (t, p, q, \pi) \to x^* : (\forall x \in B(t, p(t), q, \pi), x^* \succsim_t x). \tag{8}$$

x^* は選好関係の狭義凸性の仮定から一価関数である．またその連続性は，Debreu (1969) における定理 (4) によって証明される．

差別化された財の総需要関数の定義に移ることにしよう．我々は消費者の差別化された財への好みは，集合 T 上に満遍なく散らばっているものと仮定する．

(A.5) $\rho \circ \psi^{-1}$ は τ に関して絶対連続である．

仮定 (A.5) の下，Radon-Nikodym の定理 (例えば Halmos (1950, p.128) の Theorem B) から以下の条件 (9) を満たす可測関数 f が存在する，

$$\forall E \in \mathscr{T},\ \rho \circ \psi^{-1}(E) = \int_E f(t) d\tau(t). \tag{9}$$

積空間 $T_1 \times \cdots \times T_{j-1} \times T_{j+1} \times \cdots \times T_\ell$ を T_{-j}，またその要素を t_{-j} と表す．T_{-j} 上のボレル σ-加法族を $\mathscr{T}_{-j}$ と表し，$\mathscr{T}_{-j}$ 上で定義される非アトム測度を τ_{-j} と表す．$A := F_1 \times \cdots \times F_{j-1} \times T_j \times F_{j+1} \times \cdots \times F_\ell$，$A_{-j} := F_1 \times \cdots \times F_{j-1} \times F_{j+1} \times \cdots \times F_\ell$ としよう，ここで $F_{j'} \in \mathscr{T}_{j'} (j \neq j')$ である．すると t_j(正確には $T_1 \times \cdots \times T_{j-1} \times \{t_j\} \times T_{j+1} \times \cdots \times T_\ell$) が与えられたときの A の条件付確率は，以下によって定義される，

$$\mu_j(A \,|\, t_j) := \frac{\displaystyle\int_{A_{-j}} f(t) d\tau_{-j}(t_{-j})}{\displaystyle\int_{T_{-j}} f(t) d\tau_{-j}(t_{-j})}. \tag{10}$$

消費者 t の個別需要ベクトル $x^*(t, p(t), q, \pi)$ は，$(\xi^*(t, p(t), q, \pi), e^*(t, p(t), q, \pi))$ と表される，ここで $\xi^*(t, p(t), q, \pi)$ および $e^*(t, p(t), q, \pi)$ は，それぞれ差別化された財の最適消費計画，同質な財のそれを表している．また $\xi^*(t, p(t), q, \pi)$ の第 j 要素は $\xi_j^*(t, p(t), q, \pi)$ と記述される．$T_j \times \mathscr{P}_1 \times \cdots \times R_+ \times \cdots \times \mathscr{P}_\ell \times Q \times \Pi$ の部分集合 K_j を以下のように定義しよう，

$$K_j := \{(t_j, p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi) | p_j(t_j) \in P_j(t_j)\}. \tag{11}$$

このとき総需要関数 $D_j : K_j \to R$ は次のように得られる，

$$D_j : K_j \to R,\ (t_j, p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi) \mapsto \int_T \xi_j^*(t, p(t), q, \pi) d\mu_j(t \,|\, t_j). \tag{12}$$

我々は密度関数 f について，以下の仮定を設定する，

(A.6) 任意の $j \in \{1, \cdots, \ell\}$ および $t_j \in T_j$ について，t_j^n が t_j に収束するなら，$f(\cdot, \cdots, t_j^n, \cdots, \cdot)$ は $f(\cdot, \cdots, t_j, \cdots, \cdot)$ に測度収束する．

補題 1: 任意の $j \in \{1, \cdots, \ell\}$ について，関数 $D_j : K_j \to R$ は連続である．

(証明): 証明を通じて，任意に $j \in \{1, \cdots, \ell\}$ を固定する．任意の $(t_j, p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi) \in K_j$ について，$\|\xi_j^*(\cdot, \cdots, t_j, \cdots, \cdot, p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi)\| := \sup_{t_{-j} \in T_{-j}} |\xi_j^*(t, p(t), q, \pi)|$ と定義

する．もし以下の諸条件，(i) $(t_j^n, p_1^n, \cdots, p_j^n(t_j^n), \cdots, p_\ell^n, q^n, \pi^n) \to (t_j, p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi) \Rightarrow \|\xi_j^*(\cdot, \cdots, t_j^n, \cdots, \cdot, p_1^n, \cdots, p_j^n(t_j^n), \cdots, p_\ell^n, q^n, \pi^n) - \xi_j^*(\cdot, \cdots, t_j, \cdots, \cdot, p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi)\| \to 0$ および (ii) $t_j^n \to t_j \Rightarrow \mu_j(\cdot\,|\,t_j^n) \xrightarrow{w^*} \mu_j(\cdot\,|\,t_j)$ が成り立つとすると，Aliprantis and Border (1994, p.260) における系 6.47 から所望の結論を得ることができる．こうして先の諸条件が成り立つことを示せば十分である．条件 (i) は需要関数 x^* の連続性から得られる．$t_j^n \to t_j$ のとき，仮定 (A.6) の下，ルベーグの有界収束定理 (例えば Halmos (1950, p.110) における Theorem D) から $\int_{A_{-j}} f(t_1, \cdots, t_j^n, \cdots, t_\ell) d\tau_{-j}(t_{-j}) \to \int_{A_{-j}} f(t_1, \cdots, t_j, \cdots, t_\ell) d\tau_{-j}(t_{-j})$ がすべての $A_{-j} \in \mathscr{T}_{-j}$ について成り立つ．したがって $\mu_j(\cdot\,|\,t_j)$ の定義 (10) によって，条件 $t_j^n \to t_j \Rightarrow \mu_j(A\,|\,t_j^n) \to \mu_j(A\,|\,t_j)$ がすべての $A \in \mathscr{T}$ について成り立つ．A の境界 ∂A について $\mu_j(\partial A\,|\,t_j) = 0$ なので，先の条件 (ii) は Billingsley (1999, p.16) における定理 2.1 から得られる． □

2-3. 独占的競争企業

本節では，独占的競争企業の行動が述べられる．我々は，すべての企業は消費者から提供される n 種類の同質な財を投入して，1 種類の差別化された財を生産するものと仮定する．またその財は当該企業によってのみ生産されるものと仮定する．これらの仮定の下，各産業において企業とその生産ブランドとを同一視できる．さらにすべての企業が自ら生産する財について，その需要関数を正確に認知しているものと仮定する．したがって各企業はその需要関数に基づいて，価格を設定し得る能力を持つのである．しかし投入要素については価格受容者であるものと仮定する．通常のようにすべての企業は，利潤を最大にするように行動するものと仮定する．

我々が企業の価格設定能力について述べ，不完全競争を含んだ一般均衡モデルの均衡の存在を論じる際，完全競争を仮定した標準的一般均衡モデルにはない問題が発生する．各企業が生産物の価格をその需要関数に基づいて設定し得る場合，利潤関数の凹性したがって供給対応の凸値性が必ずしも保証されなくなるのである．したがって Kakutani-Fan-Glicksberg タイプの不動点定理 (Kakutani (1941)，Fan (1952)，Glicksberg (1952)) を応用することによって，均衡の存在を証明することが不可能になるのである．そのために Roberts and Sonnenschein (1977) が指摘するように，利潤関数の凹性を「選好関係，初期賦存そして技術といった基礎的データ上の仮定」から導出するのではなく，直接的に仮定せざるを得なくなるのである．これは今なおこの研究領域に残された重大な問題である．我々は利潤関数にこの仮定を置くことなしに，独占的競争を含んだ一般均衡モデルの均衡の存在証明を試みる．

さて独占的競争企業の行動についての正式な記述に移ろう．$Y_j(t_j) \subset R^{\ell+n}$ を第 j 産業における企業 $t_j \in T_j$ の実行可能な生産計画 $y_j(t_j) := (0, \cdots, 0, \eta_j(t_j), 0, \cdots, 0, \omega_j^1(t_j), \cdots, \omega_j^n(t_j))$ のすべての集合としよう，ここで $\eta_j(t_j)$ は生産物の量を示し，$(\omega_j^1(t_j), \cdots, \omega_j^n(t_j))$ は要素の投入量の組み合わせを示している．$(\omega_j^1(t_j), \cdots, \omega_j^n(t_j))$ はまた $\omega_j(t_j)$ とも表される．

(A.7) 任意の $j \in \{1,\cdots,\ell\}$ について，$Y_j : T_j \to R^{\ell+n}$ は非空，閉，凸値を持つ連続対応である．

消費者の集合 I(もしくは仮定 (A.2) のもとで T) のコンパクト性と仮定 (A.1)(iii) の下，企業の利用可能な要素投入量は有限であるから，Y_j のコンパクト値性が (A.7) から帰結する．$C(T_j, R^{\ell+n})$ を連続関数 $y_j : T_j \to R^{\ell+n}$ のすべての集合とし，そこに弱位相を導入する．対応 Y_j を用いることによって，集合 $\mathscr{Y}_j$ を以下のように定義し得る，

$$\mathscr{Y}_j := \{y_j \in C(T_j, R^{\ell+n}) \big| \forall t_j \in T_j,\ y_j(t_j) \in Y_j(t_j)\}. \tag{13}$$

これは明らかに $C(T_j, R^{\ell+n})$ の非空，弱コンパクト，凸部分集合である．$Y_j(t_j)$ および $y_j(t_j)$ が定義された今，Π_j の定義 (5) における利潤の上限 $r_j(t_j)$ および下限 $r'_j(t_j)$ を正式に定義できる，

$$r_j(t_j) := \max\{b_j(t_j)\eta_j(t_j) \big| y_j(t_j) \in Y_j(t_j)\}, \tag{14}$$

$$r'_j(t_j) := \min\{q \cdot \omega_j(t_j) \big| y_j(t_j) \in Y_j(t_j)\}. \tag{15}$$

我々は独占的競争企業の生産能力について，以下のような仮定を設定する，

(A.8) 任意の $j \in \{1,\cdots,\ell\}$ および $(p_{-j}, q, \pi) \in \mathscr{P}_{-j} \times Q \times \Pi$ について，$D_j(t_j, p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi) = \eta_j(t_j)$ を満たす $p_j(t_j) \in P_j(t_j)$ および $y_j(t_j) \in int\, Y_j(t_j)$ が存在する．

ここで $int\, Y_j(t_j)$ は $Y_j(t_j)$ の内部を表す．この仮定はすべての $(p, q, \pi) \in \mathscr{P} \times Q \times \Pi$ について，各企業 t_j が $D_j(t_j, p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi)$ を満たすことが可能な十分な生産能力を有している，ということを意味している．総需要関数について以下の仮定を設定する，

(A.9) 任意の $j \in \{1,\cdots,\ell\}$ および $(t_j, p_{-j}, q, \pi) \in T_j \times \mathscr{P}_{-j} \times Q \times \Pi$ について，総需要関数 $D_j(t_j, p_1, \cdots, \cdot, \cdots, p_\ell, q, \pi) : P_j(t_j) \to R$ は単射である．

仮定 (A.9) は正確には，任意の $(t_j, p_{-j}, q, \pi) \in T_j \times \mathscr{P}_{-j} \times Q \times \Pi$ について，$p_j(t_j) \neq p'_j(t_j) \Rightarrow D_j(t_j, p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi) \neq D_j(t_j, p_1, \cdots, p'_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi)$ が成り立つことを意味している．もし総需要関数が $p_j(t_j)$ について，十分に減少的ならこの仮定は満たされるであろう．我々は以下のような $graph(Y_j) \times \mathscr{P}_{-j} \times Q \times \Pi$ の部分集合 V_j を定義する，

$$V_j := \{(t_j, y_j(t_j), p_{-j}, q, \pi) \big| \exists p_j(t_j) \in P_j(t_j),\ D_j(t_j, p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi) = \eta_j(t_j)\}. \tag{16}$$

任意の $(p_{-j}, q, \pi) \in \mathscr{P}_{-j} \times Q \times \Pi$ に対して，企業 $t_j \in T_j$ が選択する生産計画 $y_j(t_j) \in Y_j(t_j)$ に対して生産物価格 $p_j(t_j)$ を対応づける関数 φ_j を以下のように定義できる，

$$\varphi_j : V_j \to R,\ (t_j, y_j(t_j), p_{-j}, q, \pi) \mapsto p_j(t_j)\ ;\ D_j(t_j, p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi) = \eta_j(t_j). \tag{17}$$

仮定 (A.8) の下，この関数 φ_j は定義可能である．そして仮定 (A.9) によって，それは一価関数であり $\varphi_j(t_j, y_j(t_j), p_{-j}, q, \pi) \in P_j(t_j)$ を満たす．$\varphi_j(t_j, y_j(t_j), p_{-j}, q, \pi)$ は，任意の $(p_{-j}, q, \pi) \in \mathscr{P}_{-j} \times Q \times \Pi$ について，その企業 t_j が $\eta_j(t_j)$ を売り切るための最高値を表しているのである．

補題 2: 任意の $j \in \{1, \cdots, \ell\}$ について，$\varphi_j : V_j \to R$ は連続である．

(**証明**): 任意に $j \in \{1, \cdots, \ell\}$ を固定する．$T_j \times R^{\ell+n} \times \mathscr{P}_1 \times \cdots \times R_+^\ell \times \cdots \times \mathscr{P}_\ell \times Q \times \Pi$ の部分集合 A_j を $\{(t_j, y_j(t_j), p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi) \mid p_j(t_j) \in P_j(t_j),\ y_j(t_j) \in Y_j(t_j)\}$ と定義しよう．さらに $V_j^0 := \{(t_j, y_j(t_j), p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi) | D_j(t_j, p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi) = \eta_j(t_j)\}$ と定義しよう．またこれは $\{(t_j, y_j(t_j), p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi) | p_j(t_j) = \varphi_j(t_j, y_j(t_j), p_{-j}, q, \pi)\}$ に等しい．V_j^0 が非空であることは仮定 (A.8) から明らかであり，それが閉集合であることは補題 1 と Y_j の上半連続性から示される．したがって φ_j のグラフもまた明らかに閉集合である．□

$\varphi_j(t_j, y_j(t_j), p_{-j}, q, \pi)$ は $D_j(t_j, p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi) = \eta_j(t_j)$ の解として定義されているので，各企業 t_j は V_j^C 上では価格情報を獲得できない．したがって我々は当然，各企業が価格情報を獲得し得るような生産計画を選択するように，行動するものと仮定する．さもなければ各企業は利潤を算定できないであろう．$(t_j, p_{-j}, q, \pi) \in T_j \times P_{-j} \times Q \times \Pi$ に対して，価格情報を獲得できる生産計画に関連づける対応を以下のように定義できる，

$$
\begin{aligned}
&\Gamma_j : T_j \times P_{-j} \times Q \times \Pi \to 2^{R^{\ell+n}},\ (t_j, p_{-j}, q, \pi) \mapsto \\
&\quad \{y_j(t_j) \in Y_j(t_j) | \exists\, p_j(t_j) \in P_j(t_j),\ D_j(t_j, p_1, \cdots, p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi) = \eta_j(t_j)\}.
\end{aligned}
\tag{18}
$$

補題 3: 任意の $j \in \{1, \cdots, \ell\}$ について，$\Gamma_j : T_j \times P_{-j} \times Q \times \Pi \to 2^{R^{\ell+n}}$ は非空，コンパクト，凸値を持つ連続対応である．

(**証明**): 任意に $j \in \{1, \cdots, \ell\}$ を固定しよう．(**上半連続性**) $\{u^n\}_{n=1}^\infty$ を任意の $(t_j^n, p_{-j}^n, q^n, \pi^n) \in T_j \times P_{-j} \times Q \times \Pi$ および $n \in N$ について，$u^n \in \Gamma_j(t_j^n . p_{-j}^n . q^n, \pi^n)$ を満たす点列としよう．u^n の第 j 番目の要素を u_j^n と表すと，この条件はすべての $n \in N$ について，ある価格 $r^n \in P_j(t_j^n)$ の下では，$D_j(t_j^n, p_1^n, \cdots, r^n, \cdots, p_\ell^n, q^n, \pi^n) = u_j^n$ が成り立つことと同義である．もし $u^n \to u$ および $(t_j^n, p_{-j}^n, q^n, \pi^n) \to (t_j, p_{-j}, q, \pi)$ であれば，P_j の上半連続性から $r^n \to r \in P_j(t_j)$ が成り立つので，D_j の連続性と Y_j の上半連続性から u は $D_j(t_j . p_1 . \cdots , p_j(t_j), \cdots, p_\ell, q, \pi) = u_j$ を満たす．これは $u \in \Gamma_j(t_j, p_{-j}, q, \pi)$ を意味する．(**下半連続性**) 任意の $(t_j, p_{-j}, q, \pi) \in T_j \times P_{-j} \times Q \times \Pi$ について，$u \in \Gamma_j(t_j, p_{-j}, q, \pi)$ を随意に固定する．これは Γ_j の定義から，ある価格 $r \in P_j(t_j)$ の下では，$D_j(t_j, p_1, \cdots, r, \cdots, p_\ell, q, \pi) = u_j$ が成立することと同義である．$u \in int\, Y_j(t_j)$ なので，十分大きな $n \geqq \bar{n}$ について，$D_j(t_j^n, p_1^n, \cdots, r^n, \cdots . p_\ell^n . q^n . \pi^n) \in int\,\{\eta_j(t_j) | y_j(t_j) \in Y_j(t_j)\}$ であることが補題 1 からわかる．したがって $D_j(t_j^n . p_1^n . \cdots . r^n, \cdots, p_\ell^n, q^n, \pi^n) = u_j^n$ を満たすような

点列 $\{u^n\}_{n \geqq \bar{n}}$ を定義することができる，Y_j の下半連続性から条件 $u^n \to u$ を得ることができる．(非空値性) 仮定 (A.8) から明らか．(コンパクト値性) 任意の $(t_j, p_{-j}, q, \pi) \in T_j \times P_{-j} \times Q \times \Pi$ について，$Y_j(t_j)$ がコンパクトであることと，$\Gamma_j(t_j, p_{-j}, q, \pi)$ が閉であることから明らかである．(凸値性) 任意に $(t_j, p_{-j}, q, \pi) \in T_j \times P_{-j} \times Q \times \Pi$ を固定する．$u_j \in Y_j(t_j)$ と $u'_j \in Y_j(t_j)$ のそれぞれは，ある価格 $r \in P_j(t_j)$ および $r' \in P_j(t_j)$ の下で，$D_j(t_j, p_1, \cdots, r, \cdots, p_\ell, q, \pi) = u_j$ および $D_j(t_j, p_1, \cdots, r', \cdots, p_\ell, q, \pi) = u'_j$ を満たすものとする．$D_j(t_j, p_1, \cdots, \cdot, \cdots, p_\ell, q, \pi)$ は連続なので，中間値の定理 (intermediate value theorem) (例えば Munkres (2000, p.154) における定理 24.3) によって，任意の $k \in [0,1]$ について $D_j(t_j, p_1, \cdots, r'', \cdots, p_\ell, q, \pi) = ku_j + (1-k)u'_j$ を満たす価格 $r'' \in P_j(t_j)$ が存在する．$Y_j(t_j)$ は凸集合なので任意の $k \in [0,1]$ について，$ku + (1-k)u'$ は $\Gamma_j(t_j, p_{-j}, q, \pi)$ の要素である． □

さて独占的競争企業の利潤最大化問題に移ろう．π_j を以下で定義される関数であるとしよう，

$$\pi_j : V_j \to R,\ (t_j, y_j(t_j), p_{-j}, q, \pi) \mapsto \varphi_j(t_j, y_j(t_j), p_{-j}, q, \pi)\eta_j(t_j) + q \cdot \omega_j(t_j). \tag{19}$$

これは補題1によって明らかに連続である．我々は利潤関数 π_j^* を以下 (20) のように定義する．V_j は集合 $\{(t_j, y_j(t_j), p_{-j}, q, \pi) | y_j(t_j) \in \Gamma_j(t_j, p_{-j}, q, \pi)\}$ に等しいので，関数 π_j^* は $T_j \times P_{-j} \times Q \times \Pi$ 上で定義され得る．

$$\begin{aligned} &\pi_j^* : T_j \times P_{-j} \times Q \times \Pi \to R, \\ &\qquad (t_j, p_{-j}, q, \pi) \mapsto \max\{\pi_j(t_j, y_j(t_j), p_{-j}, q, \pi) | y_j(t_j) \in \Gamma_j(t_j, p_{-j}, q, \pi)\}. \end{aligned} \tag{20}$$

補題 4: 任意の $j \in \{1, \cdots, \ell\}$ について，$\pi_j^* : T_j \times P_{-j} \times Q \times \Pi \to R$ は連続である．

(証明): 任意に $j \in \{1, \cdots, \ell\}$ を固定する．補題 2 および 3 の帰結の下，所望の結論は Berge (1963, p.116) における最大値定理 (maximum theorem) によって証明される． □

我々は供給対応 F_j を以下のように定義する，

$$\begin{aligned} &F_j : T_j \times P_{-j} \times Q \times \Pi \to 2^{Y_j(T_j)},\ (t_j, p_{-j}, q, \pi) \mapsto \\ &\qquad \{y_j(t_j) \in \Gamma_j(t_j, p_{-j}, q, \pi) | \pi_j^*(t_j, p_{-j}, q, \pi) = \pi_j(t_j, y_j(t_j), p_{-j}, q, \pi)\}. \end{aligned} \tag{21}$$

補題 5: 任意の $j \in \{1, \cdots, \ell\}$ について，$F_j : T_j \times P_{-j} \times Q \times \Pi \to 2^{Y_j(t_j)}$ は非空，コンパクト値を持つ上半連続対応である．

(証明): 任意に $j \in \{1, \cdots, \ell\}$ を固定する．(上半連続性) 補題 4 の帰結の下，Berge (1963, p.116) の最大値定理から明らかである．(非空値性) π_j の連続性から明らかである．(コンパクト値性) F_j が閉グラフを持つことと Y_j がコンパクト値を持つことから明らかである． □

3. 独占的競争経済 $\mathscr{E}_{mono}$ の均衡の存在

3-1. 独占的競争経済の均衡

我々は独占的競争経済 $\mathscr{E}_{mono}$ を正式に以下のように定義する，

(D.1) $$\mathscr{E}_{mono} := \left\{ \left((graph(\succsim), \bar{e}),\, \psi,\, T_j,\, Y_j,\, \theta_j\right) \middle| j \in \{1, \cdots, \ell\} \right\}.$$

さらに独占的競争経済 $\mathscr{E}_{mono}$ の均衡を以下のように定義する，

(D.2) 独占的競争経済 $\mathscr{E}_{mono}$ の均衡とは，以下の諸条件 (i) ~ (iv) を満たす要素 (p^*, q^*, x^*, y^*) $\in \prod_{j=1}^{\ell} C(T_j, R_+) \times Q \times \mathscr{X} \times \mathscr{Y}$ である，

(i) $\forall t \in T, (\forall x(t) \in B(t, p^*(t), q^*, \pi^*),\, x^*(t) \succsim_t x(t)) \wedge x^*(t) \in B(t, p^*(t), q^*, \pi^*)$,

(ii) $\forall j \in \{1, \cdots, \ell\},\, \forall t_j \in T_j,\, \pi_j^*(t_j, p_{-j}^*, q^*, \pi^*) = \pi_j(t_j, y_j^*(t_j), p_{-j}^*, q^*, \pi^*)$,

(iii) $\forall j \in \{1, \cdots, \ell\},\, \forall t_j \in T_j,\, D_j(t_j, p_1^*, \cdots, p_j^*(t_j), \cdots, p_\ell^*, q^*, \pi^*) - \eta_j^*(t_j) \leqq 0$,

(iv) $\int_T e^*(t) d\tau(t) - \sum_{j=1}^{\ell} \int_{T_j} \omega_j^*(t_j) d\tau_j(t_j) - \int_T \bar{e}(t) d\tau(t) \leqq 0$.

3-2. 独占的競争経済の均衡の存在定理

本節では，独占的競争経済 $\mathscr{E}_{mono}$ の均衡の存在を証明する．

存在定理: 仮定 (A.1)~(A.8) の下，有界な価格変域 $\mathscr{P}$ をもつ独占的競争経済 $\mathscr{E}_{mono}$ には均衡が存在する．

証明: (I) すべての $t \in T$ について，$\bigcup_{(p,q,\pi) \in \mathscr{P} \times Q \times \Pi} B(t, p, q, \pi) \subset H(t)$ を満たすコンパクト，凸値を持つ連続対応 $H : T \to 2^{R^{\ell+n}}$ を考えると，$C(T, R^{\ell+n})$ の部分集合 $\dot{\mathscr{X}}$ を定義し得る，

$$\dot{\mathscr{X}} := \left\{ x \in C(T, R^{\ell+n}) \middle| \forall t \in T,\, x(t) \in H(t) \cap X(t) \right\}. \tag{22}$$

$\dot{\mathscr{X}}$ は明らかに $C(T, R^{\ell+n})$ の非空，弱コンパクト，凸部分集合である．また $\mathscr{Y} := \prod_{j=1}^{\ell} \mathscr{Y}_j$ と定義すると，$\mathscr{Y}_j$ は先の 2-3 節で述べたように非空，弱コンパクト，凸部分集合であるので，$\mathscr{Y}$ もまた同様の性質を持つ．さらに $\mathscr{Z}$ を以下のように定義される R^n の部分集合であるとする，

$$\begin{aligned} \mathscr{Z} := &\left\{ \int_T e(t) d\tau(t) \in R^n \middle| x \in \dot{\mathscr{X}} \right\} \\ &- \sum_{j=1}^{\ell} \left\{ \int_{T_j} \omega_j(t_j) d\tau_j(t_j) \in R^n \middle| y_j \in \mathscr{Y}_j \right\} - \left\{ \int_T \bar{e}(t) d\tau(t) \right\}. \end{aligned} \tag{23}$$

$\{\int_T e(t)d\tau(t) \in R^n | x \in \dot{\mathscr{X}}\}$ および $\{\int_{T_j} \omega_j(t_j)d\tau_j(t_j) \in R^n | y_j \in \mathscr{Y}\}$ は，Aumann (1965) の定理1, 2および4によって，それぞれ R^n の凸，非空，コンパクト部分集合であるので，$\mathscr{Z}$ もまた同様の性質を持つ．$C(T, R^{\ell+n}) \times \prod_{j=1}^{\ell} C(T_j, R^{\ell+n}) \times \prod_{j=1}^{\ell} C(T_j, R_+) \times R^{n-1} \times \prod_{j=1}^{\ell} C(T_j, R) \times R^n$ に積位相を導入する．次の S をこの部分集合として定義する，

$$S := \dot{\mathscr{X}} \times \mathscr{Y} \times \mathscr{P} \times Q \times \Pi \times \mathscr{Z}. \tag{24}$$

S もまた明らかに非空，コンパクト，凸集合である．S の要素を簡略的に s と書く．

α_j を以下で定義される写像としよう，

$$\alpha_j : S \to \mathscr{P}_j,\ s \mapsto \varphi_j(\cdot, y_j(\cdot), p_{-j}, q, \pi). \tag{25}$$

$\alpha_j(s)$ は y_j, p_{-j}, q および π を除く s のすべての要素に依存しない．$\varphi_j(t_j, \cdot, \cdot, \cdot, \cdot)$ は補題2によって，ほとんどすべての $t_j \in T_j$ について連続なので，$s^n \to s$ のとき，条件 $\varphi_j(\cdot, y_j^n(\cdot), p_{-j}^n, q^n, \pi^n) \xrightarrow{w} \varphi_j(\cdot, y_j(\cdot), p_{-j}, q, \pi)$ が得られる．したがって以下で定義される α もまた連続である，

$$\alpha : S \to \mathscr{P},\ s \mapsto (\alpha_1(s), \cdots, \alpha_\ell(s)). \tag{26}$$

(II) z を $\mathscr{Z}$ の要素としよう．β が以下のように定義されると，

$$\beta : S \to Q,\ s \mapsto \left\{ q^* \in Q \middle| q^* \cdot z = \max_{q \in Q} q \cdot z \right\}, \tag{27}$$

それは非空，コンパクト，凸値を持つ上半連続対応であることが，標準的手法によって示される．

(III) γ を以下で定義される写像としよう，

$$\gamma : S \to \dot{\mathscr{X}},\ s \mapsto x^*(\cdot, p(\cdot), q, \pi). \tag{28}$$

$s^n \to s$ とすると，2-2節で述べられたように $x^*(t, \cdot, \cdot, \cdot)$ はほとんどすべての $t \in T$ について連続なので，条件 $x^*(\cdot, p^n(\cdot), q^n, \pi^n) \xrightarrow{w} x^*(\cdot, p(\cdot), q, \pi)$ が得られる．

(IV) δ_j を以下で定義される写像としよう，

$$\delta_j : S \to \Pi_j,\ s \mapsto \pi_j^*(\cdot, p_{-j}, q, \pi). \tag{29}$$

$s^n \to s$ とすると，補題4によって $\pi_j^*(t_j, \cdot, \cdot, \cdot)$ はほとんどすべての $t_j \in T_j$ について連続なので，$\pi_j^*(\cdot, p_{-j}^n, q^n, \pi^n) \xrightarrow{w} \pi_j^*(\cdot, p_{-j}, q, \pi)$ を得る．したがって以下の写像 δ もまた連続である，

$$\delta : S \to \Pi,\ s \mapsto (\delta_1(s), \cdots, \delta_\ell(s)). \tag{30}$$

(V) 対応 ε_j を以下のように定義しよう，

$$\varepsilon_j : S \to 2^{\mathscr{Y}_j},\ s \mapsto \left\{ y_j^* \in \mathscr{Y}_j \middle| \forall t_j \in T_j,\ y_j^*(t_j) \in F_j(t_j, p_{-j}, q, \pi) \right\}. \tag{31}$$

補題5から ε_j のグラフは弱閉である．したがって以下で定義される対応 ε も同様の性質を持つ，

$$\varepsilon : S \to 2^{\mathscr{Y}},\ s \mapsto \varepsilon_1(s) \times \cdots \times \varepsilon_\ell(s). \tag{32}$$

さらに任意の $s \in S$ に対して，$\varepsilon(s)$ の凸包を関連づける対応を以下のように表す，

$$co\,\varepsilon : S \to 2^{\mathscr{Y}},\ s \mapsto co\,\varepsilon(s). \tag{33}$$

(VI) ζ を以下のように定義される対応としよう，

$$\begin{aligned}\zeta : S \to 2^{\mathscr{X}},\ s \mapsto \Bigg(&\left\{\int_T e^*(t,p(t),q,\pi)d\tau(t)\right\}\\ &-\sum_{j=1}^{\ell}\left\{\int_{T_j}\omega_j^*(t_j)d\tau_j(t_j)\,\middle|\, y_j^*(t_j)\in F_j^*(t_j,p_{-j},q,\pi),\ \text{a.e.}\right\}-\left\{\int_T \bar{e}(t)d\tau(t)\right\}\Bigg).\end{aligned} \tag{34}$$

$x^*(t,\cdot,\cdot,\cdot)$ はほとんどすべての $t \in T$ について連続なので，$s \mapsto \int_T e^*(t,p(t),q,\pi)d\tau(t)$ はルベーグの有界収束定理 (例えば Halmos (1950) における定理 D, p.110) によって連続である．また補題5の帰結の下，$s \mapsto \int_{T_j} F_j^*(t_j,p_{-j},q,\pi)d\tau_j(t_j)$ は Aumann (1965) における系 5.2 によって上半連続である．したがって $s \mapsto \sum_{j=1}^{\ell}\{\int_{T_j}\omega_j^*(t_j)d\tau_j(t_j)|y_j^*(t_j) \in F_j^*(t_j,p_{-j},q,\pi),\ \text{a.e.}\}$ もまた上半連続である．任意の $s \in S$ について，Aumann (1965) における定理 1, 2 および 4 によって，$\int_{T_j} F_j^*(t_j,p_{-j},q,\pi)d\tau_j(t_j)$ はそれぞれ $R^{\ell+n}$ の凸，非空，コンパクト部分集合であることが示されるので，$\sum_{j=1}^{\ell}\{\int_{T_j}\omega_j^*(t_j)d\tau_j(t_j)|y_j^*(t_j) \in F_j^*(t_j,p_{-j},q,\pi),\ \text{a.e.}\}$ もまた同様の性質を持つ．したがって ζ は非空，コンパクト，凸値を持つ上半連続対応である．

さて Ψ を以下で定義される写像としよう，

$$\Psi : S \to 2^S,\ s \mapsto \{\alpha(s)\} \times \beta(s) \times \{\gamma(s)\} \times \{\delta(s)\} \times co\,\varepsilon(s) \times \zeta(s). \tag{35}$$

(I)～(VI) から Ψ は非空，凸値を持ち，そのグラフは閉である．したがって Fan-Glicksberg の不動点定理 (Fan (1952)，Glicksberg (1952)) により，不動点 $s^* \in \Psi(s^*)$ が存在する．

この不動点が $\mathscr{E}_{mono}$ の均衡条件 (i)～(iv) を満たすことを以下で証明する．最初に，条件 (i) が満たされることは γ の定義から明らかである．第2に，条件 $y^* \in co\,\varepsilon(s^*)$ は明らかに満たされる．それと同時に条件 $\pi_j^*(\cdot,p_{-j}^*,q^*,\pi^*) = \delta(s^*)$ もまた得られる．つまり任意の $t_j \in T_j$ および $j \in \{1,\cdots,\ell\}$ について，$\pi_j^*(t_j,p_{-j}^*,q^*,\pi^*) = \varphi_j(t_j,y_j^*(t_j),p_{-j}^*,q^*,\pi^*)\eta_j^*(t_j) + q^*\cdot\omega_j^*(t_j)$ が得られる．このことは $y^* \in \varepsilon(s^*)$ を意味する．したがって均衡条件 (ii) が得られる．第3に，$\varphi_j(\cdot,y_j^*(\cdot),p_{-j}^*,q^*,\pi^*)$ は任意の $t_j \in T_j$ について，$D_j(t_j,p_1^*,\cdots,p_j^*(t_j),\cdots,p_\ell^*,q^*,\pi^*) = \eta_j^*(t_j)$ を満たす p_j^* として定義されるので，均衡条件 (iii) は明らかに満たされる．最後に，均衡条件 (iv) が満たされることを示す．以下の条件が消費者の予算制約から得られる，

$$\begin{aligned}\int_T p^*(t)\cdot\xi^*(t,p^*(t),q^*,\pi^*)d\tau(t)+\int_T q^*\cdot e^*(t,p^*(t),q^*,\pi^*)d\tau(t)\\ \leqq \int_T q^*\cdot\bar{e}(t)d\tau(t)+\int_T m(t,\pi^*)d\tau(t).\end{aligned}\tag{36}$$

以下の2つの条件 $m(t,\pi^*)=\sum_{j=1}^{\ell}\int_{T_j}\theta_j(t_j,t)\pi_j^*(t_j,p_{-j}^*,q^*,\pi^*)d\tau_j(t_j)$ および $\pi_j^*(t_j,p_{-j}^*,q^*,\pi^*)=p_j^*(t_j)\eta_j^*(t_j,p_{-j}^*,q^*,\pi^*)+q^*\cdot\omega_j^*(t_j,p_{-j}^*,q^*,\pi^*)$ が成り立つので，仮定(A.3)(iii)から

$$\int_T m(t,\pi^*)d\tau(t)=\sum_{j=1}^{\ell}\int_{T_j}\Big(p_j^*(t_j)\eta_j^*(t_j,p_{-j}^*,q^*,\pi^*)+q^*\cdot\omega_j^*(t_j,p_{-j}^*,q^*,\pi^*)\Big)d\tau_j(t_j)\tag{37}$$

が成り立つ．さらに以下の条件を得ることができる，

$$\begin{aligned}&\int_T p^*(t)\cdot\xi^*(t,p^*(t),q^*,\pi^*)d\tau(t)\\ &=\int_{T_j}\Big(\int_T\sum_{j=1}^{\ell}p_j^*(t_j)\xi_j^*(t,p^*(t),q^*,\pi^*)d\mu_j(t\,|\,t_j)\Big)d\tau_j(t_j)\\ &=\sum_{j=1}^{\ell}\int_{T_j}p_j^*(t_j)\Big(\int_T\xi_j^*(t,p^*(t),q^*,\pi^*)d\mu_j(t\,|\,t_j)\Big)d\tau_j(t_j)\\ &=\sum_{j=1}^{\ell}\int_{T_j}p_j^*(t_j)D_j(t_j,p_1^*,\cdots,p_j^*(t_j),\cdots,p_\ell^*,q^*,\pi^*)d\tau_j(t_j).\end{aligned}\tag{38}$$

$\int_T e^*(t,p^*(t),q^*,\pi^*)d\tau(t)-\sum_{j=1}^{\ell}\int_{T_j}\omega_j^*(t_j,p_{-j}^*,q^*,\pi^*)d\tau_j(t_j)-\int_T\bar{e}(t)d\tau(t)$ を z^* と表せば，条件(36)は以下の不等式と等しい，

$$\sum_{j=1}^{\ell}\int_{T_j}\Big(p_j^*(t_j)D_j(t_j,p_1^*,\cdots,p_j^*(t_j),\cdots,p_\ell^*,q^*,\pi^*)-p_j^*(t_j)\eta_j^*(t_j)\Big)d\tau_j(t_j)+q^*\cdot z^*\leqq 0.\tag{39}$$

任意の $t_j\in T_j$ および $j\in\{1,\cdots,\ell\}$ について，$D_j(t_j,p_1^*,\cdots,p_j^*(t_j),\cdots,p_\ell^*,q^*,m^*)=\eta_j^*(t_j)$ が成り立つので，条件(39)は $q^*\cdot z^*\leqq 0$ となる．したがって所望の結論は標準的手法(例えばDebreu (1959, p.83))によって得られる． □

本稿では，独占的競争企業によって供給される財の価格変域が有界であることを仮定した．この仮定を設定することなく，均衡の存在を証明することが今後の課題となる．

REFERENCES

Aliprantis, C. D. and Border, K. C. (1994): *Infinite Dimensional Amalysis, A Hitchhiker's Guide 2nd Edition,*. Springer-Verlag,.

Arrow, K. and Debreu, G. (1954): "Existence of an equilibrium for a competitive economy," *Econometrica 22*, 265–290. Reprinted as Chapter 4 in G. Debreu, *Mathematical Economics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1983.

Aumann, R. (1965): "Integrals of set-valued functions," *Journal of Mathematical Analysis and Applications 12*, 1–12.

Aumann, R. (1966): "Existence of competitive equilibria in markets with a continuum of traders," *Econometrica 34*, 1–17.

Billingsley, P. (1999): *Convergence of Probability Measures, Second edition, Wiley Series in Probability and Statistics.* Jonh Wiley and Sons.

Codognato, G. and Gabszewicz, J. J. (1993): "Cournot-Walras equilibria in markets with a continuum of traders," *Economic Theory 3*, 453–464.

Cornwall, R. (1977): "The concept of general equilibrium in a market economy with imperfectly competitive producers," *Metroeconomica 29*, 57–72.

Debreu, G. (1959): *Theory of Value, An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium.* Yale University Press.

Debreu, G. (1969): "Neighboring economic agents," *La Décision ,C.N.R.S.* 85–90. Reprinted as Chapter 13 in G. Debreu, *Mathematical Economics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1983.

Fan, K. (1952): "Fixed points and minimaxtheorems in locally convex linear spaces," *Proceedings of the National Academy of Sciences, USA 38*, 121–126.

Fitzroy, F. (1974): "Monopolistic equilibrium, non-convexity and inverse demand," *Journal of Economic Theory 7*, 1–16.

Gabszewicz, J. J. and Vial, J. P. (1972): "Oligopoly 'A la Cournot' in general equilibrium analysis," *Journal of Economic Theory 4*. 381–400.

Gale, D. (1955): "The law of supply and demand," *Mathematica Scandinavia 3*, 155–169.

Gary-Bobo, R. (1989): "Cournot-Walras and locally consistent equilibria," *Journal of Economic Theory 49*, 10–32.

Glicksberg, I. L. (1952): "A further generalization of the Kakutani fixed point theorem with applications to Nash equilibrium points," *Proceedings of the American Mathematical Society 3*, 170–174.

Halmos, P. R. (1950): *Measure Theory.* Springer-Verlag.

Hart, O. D. (1979): “Monopoliostic competition in a large economy with differentiated commodities,” *Review of Economic Studies 46*, 1–30.

Hart, O. D. (1985a): “Monopoliostic competition in a large economy with differentiated commodities: A correction,” *Review of Economic Studies 49*, 313–314.

Hart, O. D. (1985b): “Monopoliostic competition in the spilit of Chemberlin: A general model,” *Review of Economic Studies 52*, 529–546.

Hart, O. D. (1985c): “Monopoliostic competition in the spilit of Chemberlin: Special results,” *Economic Journal 95*, 889–908.

Hildenbrand, W. (1974): *Core and Equilibria of a Large Economy.* Princeton University Press, Princeton, N.J.

Kakutani, S. (1941): “A generalization of Brouwer’s fixed point theorem,” *Duke Mathematical Journal 63*, 457–459.

Laffont, J. J. and Laroque, G. (1976): “Existence d’un équilibre général de concurrence imparfaite: une introduction,” *Econometrica 44*, 283–294.

Marschak, T. and Selten, R. (1974): *General equilibrium with price making firms, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol.580,.* Springer-Verlag, Berlin.

McKenzie, L. W. (1954): “On equilibrium in Graham’s Modelof world trade and other competitive systems,” *Econometrica 22*, 147–161.

Negishi, T. (1961): “Monopolistic competition and general equilibrium,” *Review of Economic Studies 28*, 196–201.

Nikaido, H. (1956): “On the classical multilateral exchange problem,” *Metroeconomica 8*, 135–145.

Novshek, W. and Sonnenschein, H. (1977): “Cournot and Walras equilibrium,” *Journal of Economic Theory 19*, 223–266.

Pascoa, M. R. (1993): “Noncooperative equilibrium and Chemberlinian monopolistic competition,” *Journal of Economic Theory 60*, 335–353.

Roberts, J. and Sonnenschein, H. (1977): “On the foundations of the theory of monopolistic competition,” *Econometrica 45*, 101–113.

Silvestre, J. (1977a): "General monopolistic equilibrium under non-convexities," *International Economic Review 18*, 425–434.

Silvestre, J. (1977b): "A model of general equilibrium with monopolistic behavior," *Journal of Economic Theory 16*, 425–442.