関西大学学術リポジトリ
Kansai University Institutional Repository

[研究ノート] 2部門モデルにおける資源配分 : 詳説(?)

著者	吉田 達雄
雑誌名	關西大學經済論集
巻	40
号	1
ページ	117-140
発行年	1990-04-20
その他のタイトル	[Note] Resource Allocation in a 2by 2 Model (?)
URL	http://hdl.handle.net/10112/13950

研究ノート

2部門モデルにおける資源配分：詳説（I）

吉　田　達　雄

1. はじめに

家計，企業，生産物，生産要素がいずれも二つずつ存在する市場経済モデルで企業も家計も価格受容者となる競争的行動に従った場合，一般均衡状態はどのように記述されるだろうか。またそのもとでの資源配分の性質に何等かの望ましさが認められるだろうか。これら2点について，言い換えれば競争的な市場機構の理解とその成果の評価という点に関して，ほとんどすべてのミクロ経済学教科書が解説を行っている。財政理論で周知のハーバーガー・モデルもまたこのタイプのモデルである。そこでは一定の資本量が存在し労働供給もまた一定と仮定される。入念な教科書ならば，貯蓄も投資もないそれらの議論が一体何の意味をもちうるのかという読者の疑念を予期して，それが定常状態での議論であるという解釈に言及することだろう。しかしそのことが実際に示されることがないので，そうした注釈の実効性は皆無に近い。貯蓄や投資に与える税制の影響や国債・社会保障の問題に対して簡単な2期間モデルが頻繁に使用され，前述の静学モデルと同様に財政理論の基本的な舞台装置となりつつあるとき，両者の関連を明らかにする参考書を指示できない状況は困った事態と言わざるを得ない。

前述の状況が改まる見込みが薄いため，教科書風の叙述で広範な読者に提示できるようにしたのが以下の論評である。とはいえ，この仕事が見かけ以上に困難なものであること，また必ずしも旧知の事柄を繰返すものでないことは次の理由から明らかであろう。いま前述の静学2×2モデルの構造に，もっとも簡単な形で個人の生涯が2期間で世代が重複して生存しているという要素を付加えたとしてみよう。その結果，構築されるであろう重複世代モデルは，同一期間内の資源配分と異期間の資源配分問題を同時に含む2×2モデルになり，通常の重複世代モデル（1財ないし1企業のもの）よりもずっと複雑になる。したがって分析目的によっては，わざわざそうしたケースで一般均衡を考える理由がないことになる。これが本稿のような2期間－2家計－2企業－2財－2要素モデルを専門論文

でもまず見受けない大きな理由である。

以下では2期間－2家計－2企業－2財－2要素モデルを構築してその中に諸概念の準備的解説を含め，後々展開されるいわば各論に備えることとした。今後の内容の幾つかの点は，例えば資源配分と所得分配の関係，ケインズ的状況での税制のミクロ的効果などで新しい視点を含んでいると考える。基本的な想定としては次の点があげられる。

（i） 2財のうち財1だけが投資目的に使える財である。

（ii） 資本は1期間の使用で完全に減耗する。

（iii） 2家計の一つは労働世代で他の一つは退職世代である。

（iv） 市場はすべて競争的で，家計も企業も価格受容者として競争的行動をとる。

なお，最大化問題や最小化問題の解はいつでも内点解とし，2階の微分条件は常に満たされるとする。

2.　家計行動の背景

家計（個人）の生涯を2期間に分け，その第1期を労働期，第2期を退職期とする。ここで労働期とは正の労働供給量をもつ期間を意味し，他方の退職期とは労働供給量が0になる期間を意味している。今期が t 期であるとしてその t 期が労働期にあたる家計（t 世代と呼ぶ）に即しながら，家計の行動様式を説明していこう。t 世代がもつことになる労働期と退職期の2財消費量の組をそれぞれ（C^t_{11}, C^t_{12})，（C^{t+1}_{21}, C^{t+1}_{22}）で表す。上側の添数が暦の上の期間を示し，下側の最初の添数が家計が労働期にある（1の場合）か退職期にある（2の場合）かを示し，下側の2番目の添数が財の種類を区別している。つまり C^{t+1}_{12} について言えば，これは $t+1$ 期に退職期にある家計（つまり t 世代）が行なう財1の消費量を意味している。想定により労働期にだけ余暇と労働の配分が問題になる。そこで労働期の余暇あるいは家計内労働時間を下側の添数なしで H^t で表そう。これは t 世代が t 期にもつ余暇時間を示している。労働市場への労働サービス供給 L^t_s は，各期で同じ最大可能労働時間から余暇時間を差し引いた残りとなる。一般性を失うことなく最大可能労働時間を1とできるから，労働と余暇は $L^t_s=1-H^t$ の関係にある。t 期の2財の価格をそれぞれ p^t_1, p^t_2 で表し，t 期に成立する t 期から $t+1$ 期にかけての市場利子率を i^t と表そう。

労働期の家計は市場で購入した財1のうち S^t を企業部門へ貸し出し，企業はそれと引き換えに額面が $p_t{}^1$ 円の1期満期の社債を S^t の単位数だけ与える。次期に退職期を迎えた家計は，企業部門から社債の償還金と利子から成る（$1+i^t)p^t_1S^t$ を粗レンタル収入と

して受け取ると共に，企業部門の生産活動から生じた利潤 $\Pi_f^{t+1}(f=1,2)$ のすべてを「配当」として分配される。こうして資本の貸借契約が完了する。繰返せば仮定されたことは，企業部門が資本の借り受けと引き換えに，次期に（$1+i^t$)$p_1^tS^t$ の利子・償還金を約束した残高 $p_1^tS^t$ の社債を家計に与えることであった。この場合，家計は社債を購入した訳でないからそれに見合った貨幣支出が存在しない。したがって，家計が資本貸し付けと引き換えに受け取るのは資金貸し付け（社債購入）に対する本来の利子・償還金ではなく，資本賃貸に対する報酬としてのレンタル収入という意味になる。後の議論の準備として投資支出という概念を導入しておくために，資本賃貸，レンタル収入，配当受け取りという前述の関係に次のような貨幣の流れを加えて考えてみよう。それは，家計が S^t を企業に再販売してその代金 $p_1^tS^t$ を受け取り，それを資金として社債を企業から購入するという取引である。企業の側からいえば社債発行金で投資支出を賄うのである。投資財の販売，社債購入，利子・償還金の受け取りというこの行動を今までの関係に重ね合わせてみても実質的変化は何もない。債券の受け取りという今までの部分の背後に同一金額の受け取りと支払いを重ね合わせてみても，その受け払いが相殺されて要するに債券としての社債が企業から家計へ渡る点だけが残るからである。しかも，t 期の資本賃貸の部分については，貸し付けた資本が次期には完全に減耗していてそれを財の形で返還してもらうことがもともとあり得ないのだから，そこを販売と読み換えたとしてもまったく支障ないのである。それゆえ以降では，S^t の家計から企業への移動に販売および賃貸という二重の意味を故意にもたせていく。家計による社債の購入と財1の販売，企業による社債の発行と投資支出，これらを前面に出せば貯蓄・投資と利子率の関係が体系で重要な役割を果すことになる。他方，家計による資本の賃貸とレンタル収入，企業による資本の賃借とレンタル支出，こちらを前面に出せば資本とレンタルの関係が体系で重要なものとなる。両者をいかに関係付けるかが，現在構築しつつある2期間―2家計―2企業―2財―2要素モデル（投資が重要性をもつ）から周知の静学的2家計―2企業―2財―2要素モデル（資本が重要性をもつ）へ移行するためのポイントとなる。

次の表は企業 f（$f=1,2$）が行う t 期の投資支出を I_f^t として貯蓄と投資の均衡 $S^t=(I_1^t+I_2^t)/p_1^t$ のもとで，想定された関係を図式化したものである。繰返せば，次の表[I]で投資支出と社債購入は相殺されるから，実質的取引では S^t が家計から企業へ渡って残高 $p_1^tS^t=I_1^t+I_2^t$ の社債が企業部門から家計へ渡るだけである。また資本賃貸に対応した資本回収がないので賃貸と販売を同一視して差し支えない。こうして素朴な形ではあるが，レンタル収入，利子率，配当，社債発行による投資支出の資金調達，利子・償還金といっ

た諸概念が後々の立ち入った議論への準備としてこの基本モデルにとりこまれるようになった。

［Ⅰ］労働期の家計　（t 期）　企業部門

労働期の家計				企業部門
S^t	→	賃　貸	→	$(I_1^t+I_2^t)/p_1^t$
		販　売		
$p_1^tS^t$	←	投資支出	←	$I_1^t+I_2^t$
$p_1^tS^t$	→	社債購入	→	$I_1^t+I_2^t$
$p_1^tS^t$	←	社　債	←	$I_1^t+I_2^t$

［Ⅱ］退職期の家計　（$t+1$ 期）　企業部門

退職期の家計				企業部門
$(1+i^t)p_1^tS^t$	←	レンタル	←	$(1+i^t)(I_1^t+I_2^t)$
		利子・償還金		
$\Pi_1^{t+1}+\Pi_2^{t+1}$	←	配　当	←	$\Pi_1^{t+1}+\Pi_2^{t+1}$

t 期の賃金率を w^t とすると，これまでの想定からこの家計は労働期に $w^tL_s^t$ の労働所得を得て，退職期にレンタル収入の意味も兼ねる社債の利子・償還金と配当を受け取る。各期の収支関係は次のようになる。

$$p_1^t(C_{11}^t+S^t)+p_2^tC_{12}^t=w^tL_s^t \qquad \text{労働期}$$

$$(1+i^t)p_1^tS^t+\Pi_1^{t+1}+\Pi_2^{t+1}=p_1^{t+1}C_{21}^{t+1}+p_2^{t+1}C_{22}^{t+1} \qquad \text{退職期}$$

ここで貯蓄額 $p_1^tS^t$ は，第1式の右辺に示されている労働期の労働所得のうち消費支出にあてられなかった残差として定義され，それは前述のように企業への財1販売額および企業からの社債購入額を意味する。労働期の貯蓄の粗収益と利潤分配分（配当）がすべて退職期の消費支出に使われるとしたのが第2式である。つまり，労働期には労働所得以外の収入がなく，退職期には遺産を残さないと仮定している。t 期から $t+1$ 期にかけての財1の価格上昇率を

(1)　$\pi_1^{t+1}:=(p_1^{t+1}-p_1^t)/p_1^{t+1}$

で定義すると

$$(1+i^t)p_1^tS^t=[(1+i^t)-(1+i^t)\pi_1^{t+1}]p_1^{t+1}S^t$$
$$=(1+i^t)(1-\pi_1^{t+1})p_1^{t+1}S_t$$

となる。すなわち，t 期の実質貯蓄 S^t に対して約束された $t+1$ 期の粗レンタル収入あるいは利子・償還金の受け取りを $t+1$ 期で評価すると，財1の価格が p_1^{t+1} になってい

るので，それは価格変化がないときの粗レンタル収入あるいは利子・償還金 $(1+i^t)p_1^{t+1}S^t$ $=(1+i^t)p_1^tS^t$ と**キャピタル・ゲイン**（$p_1^{t+1}<p_1^t$ すなわち $\pi_1^{t+1}<0$ の場合）もしくは**キャピタル・ロス**（$p_1^{t+1}>p_1^t$ すなわち $\pi_1^{t+1}>0$ の場合）

$$-(1^1+i^t)\pi_1^{t+1}p_1^{t+1}S^t$$

の和になる。

ここで1単位の C_{11}^t を犠牲にして可能となる C_{21}^{t+1} の量を考えてみよう。C_{11}^t の1単位削減すなわち S^t の1単位増加は p_1^t 円の社債購入を意味し，それは退職期に $(1+i^t)p_1^t$ 円の粗レンタル収入をもたらす。財1の1単位貸し付けから得られるこの収益は，貸し付け元本の回収分 p_1^t を含む名目粗レンタル価格でありこれを

$$r^{t+1}:=(1+i^t)p_1^t$$

で表すことにしよう。名目純レンタル価格は $r^{t+1}-p_1^t=i^tp_1^t$ となる。$(1+i^t)p_1^t$ によって可能となる C_{21}^{t+1} の増加は，財1の価格が p_1^{t+1} になっているから，$(1+i^t)p_1^t/p_1^{t+1}=(1+i^t)(1-\pi_1^{t+1})$ 単位となる。こうして得られたこの値 r^{t+1}/p_1^{t+1} は，財1で測った実質貯蓄 S^t の実質粗レンタル価格となる。

$$r^{t+1}/p_1^{t+1}:=(1+i^t)1(-\pi_1^{t+1})$$

財1で測った実質貯蓄 S^t の実質純レンタル価格は $r^{t+1}/p_1^{t+1}-p_1^t/p_1^{t+1}=i^t(1-\pi_1{}^{t+1})$ となる。このようにレンタル価格が物的資本に関する概念であるのに対し，貨幣表示の資金に関する概念が利子率である。1円の貸し付けから得られる粗収益 $1+i^t$ が名目粗利子率，i^t が名目純利子率，$(1+i^t)/p_1^{t+1}$ が実質粗利子率，i^t/p_1^{t+1} が実質純利子率となるのは言うまでもない。本稿ではレンタル収入が賃貸の次の期にもたらされる（借りた企業はそれを実際に使用する時期に支出する）としたので，レンタル価格と利子率，および賃貸でなく販売とすれば t 期に得られたであろう収入つまり財1の価格の間には次のような関係が見られる。

名目粗レンタル価格	$r^{t+1}=(1+i^t)p_1^t$
名目粗利子率	$1+i^t$
名目純レンタル価格	$r^{t+1}-p_1^t=i^tp_1^t$
名目純利子率	i^t
実質粗レンタル価格	$(1+i^t)(1-\pi_1^{t+1})$
実質粗利子率	$(1+i^t)/p_1^{t+1}$
実質純レンタル価格	$i^t(1-\pi_1^{t+1})$
実質純利子率	i^t/p_1^{t+1}

3.　企業行動の背景

財1と財2の生産にそれぞれ専門化している2企業（$f=1,2$）の生産関数 F^f は，各企業がある組合せ（L^t_f, K^t_f）で労働と資本をそれぞれ使用したときに可能となる最大生産量 X^t_f を示す。

$$X^t_f = F^f(L^t_f,\ K^t_f) \qquad f=1,2$$

生産関数自体に期間を示す添え字がないのは，期間のいかんによらず企業がもつ生産技術は不変であると想定しているからである。これらの生産関数は，労働と資本に関して限界生産物逓減を示す。企業1の生産物すなわち財1だけが家計の消費用途，貯蓄用途にも企業の投資用途にも使用できる財であると仮定する。企業2の生産物すなわち財2は家計部門によって消費さるれだけである。また企業が生産に用いる資本（物理的には財1）は1期間の使用で完全に減耗すると仮定する。このとき前期の粗投資（実物）は，前期の純投資 $K^t_f - K^{t-1}_f$ に前期中の資本減耗 K^{t-1}_f を加えたものであり，それは今期に使用される K^t_f に他ならない。同様に次期の資本量 K^{t+1}_f は，今期になされた粗投資の水準そのものである。

$$K^{t+1}_f \qquad t\ \text{期の粗投資}$$

$$I^t_f = p^t_1 K^{t+1}_f \qquad t\ \text{期の投資支出}$$

企業の投資支出（家計から財1を購入すること）は1期後に満期となる社債の発行で資金調達され，本来なら資本の更新に使われるべき t 期の減価償却費（取得価格による固定資本減耗の評価額とする）$p^{t-1}_1 K^t_f$ を使って，前期に発行された社債残高 $p^{t-1}_1 K^t_f$ の償還が行なわれると仮定する。

各期の労働雇用決定はその期に使用する労働サービスの量を決めるものであるが，各期の投資決定は次期の資本量を決定するものである。もし資本が1期で完全に減耗してしまうと仮定しなければ，各期の投資決定はそれ以後の数期間にわたる資本量に影響を及ぼすことになろう。このような時間的関係のもとで，企業が行なわなければならない雇用と投資の決定をどのように定式化できるだろうか。これについて標準的なただ一つの見解がある訳ではない。そこで以降で採用することはないがしかしよく見受ける代替的な考え方も合わせて解説することにしよう。その前にまず利潤の概念を明確にしておかなければならない。利潤とは企業が1期間の生産・販売活動の結果として，内部留保するかあるいは配当として株主に支払うことができる金額を意味する。今までに登場した配当以外のすべての事項を考慮して，企業内へ入る収入から企業外へ出ていく支出を差し引いた残差が上記

の意味で利潤となる。ただし仮定により，投資支出は新規の社債発行で賄われ，社債の償還は減価償却費を使ってなされるから，利潤の大きさは

利潤＝生産物販売収入－労働費用－利子費用
－減価償却費（社債償還費）

となる。このモデルで各期の可変費用は労働費用だけであり，各期の固定費用は利子費用と減価償却費（社債償還費）だけだから，言い換えて

利潤＝生産物販売収入－可変費用－固定費用

のように述べることもできる。

今までの記号で $t+1$ 期の利潤の式は

(2) $$\Pi_f^{t+1}=p_f^{t+1}X_f^{t+1}-w^{t+1}L_f^{t+1}-i^t p_1^t K_f^{t+1}-p_1^t K_f^{t+1}$$

となり，それは次の経常勘定に整理されている。

企業の経常勘定（$t+1$期）

配当	Π_f^{t+1}	生産物販売収入	$p_f^{t+1}X_f^{t+1}$
内部留保		（控除）労働費用	$w^{t+1}L_f^{t+1}$
		（控除）利子費用	$i^t p_1^t K_f^{t+1}$
		（控除）減価償却費	$p_1^t K_f^{t+1}$
利潤	Π_f^{t+1}	利潤	Π_f^{t+1}

生産物販売収入 $p_f^{t+1}X_f^{t+1}$ から可変費用である労働費用 $w^{t+1}L_f^{t+1}$ がまず差し引かれ，営業利益といわれる金額が確定する。この期の投資支出は次の資本調達勘定が示すように新規の社債発行でその全額が賄われるから，上の経常勘定とは完全に切り離されている。

企業の資本調達勘定（$t+1$期）

投資支出	I_f^{t+1}	社債発行	$p_1^{t+1}K_f^{t+2}$

しかし前期の t 期の投資 $I_f^t=p_1^t K_f^{t+1}$ を賄うために発行された社債の利子費用 $i^t p_1^t K_f^{t+1}$ は固定費用の一つとして差し引かれなければならない。注意を喚起したいのは，もう一つの固定費用となる減価償却費を t 期の社債発行額 $p_1^t K_f^{t+1}$ とし（それゆえ社債償還費としてその全額を運用できるようになる），その算定に t 期の財1価格を用いたことである。すなわち本来の減価償却費として見た場合，**取得価格に基づいた減価償却費**が前提されたのである。財1の価格が $t+1$ 期には p_1^{t+1} へ変化しているので，$t+1$ 期中の生産活動によ

って減耗する資本の経済価値は $p_1^{t+1}K_f^{t+1}$ となっている。もしも次期の $t+2$ 期にも同一資本量を維持しようとすればそれだけの投資支出あるいは社債発行が必要となってくるから，当期の価格によるこの額を計上すれば，**更新価格に基づいた減価償却費**を採用したことになる。もちろん，中古市場が必ずしも発達していない状況で資本の陳腐化（耐久期間がもっと長ければこの要因も考えなくてはならない）も考慮した更新価格に基づいた減価償却法を正確に実施することは容易でないだろう。二つの減価償却額の間には

(3)　$$p_1^{t+1}K_f^{t+1}=p_1^tK_f^{t+1}+(p_1^{t+1}-p_1^t)K_f^{t+1}$$

の関係があるから，投資財価格が上昇したとき，取得価格に基づいた減価償却費では資本を更新するのに右辺第2項だけの償却不足が生じる。

経常勘定の左側には利潤が配当と内部留保に分れることが示されている。ここで内部留保は右側の利潤のうち配当に向けられなかった残差として定義され，これがバランス項目となって表の両側は必ずバランスする。前節で述べたようにここではもし右側の利潤が正の値ならばその全額が資本の所有者（退職期の家計）に分配されると仮定し，証券としての株式を導入してはいないがその額を配当と呼ぶことにした。(1)，(3)を使って(2)を書き換えると

(4)　$$\begin{aligned}&p_f^{t+1}X_f^{t+1}-w^{t+1}L_f^{t+1}-(1+i^t)(1-\pi_1^{t+1})p_1^{t+1}K_1^{t+1}\\&=p_f^{t+1}X_f^{t+1}-w^{t+1}L_f^{t+1}-r^{t+1}K_f^{t+1}\end{aligned}$$

となる。ここで $t+1$ 期に使用する資本の追加的な1単位増加がもたらす費用（単位当り費用でもある）について考えてみよう。資本使用に対して企業が負うこのようなコストは**資本の使用者費用**といわれる。$t+1$ 期の資本を1単位増すことは p_1^t 円の社債発行によって t 期に追加的な財1の1単位を賃借することを意味し，その結果 $t+1$ 期に減価償却費（社債償還費）プラス利子費用から成る $(1+i^t)p_1^t$ 円のレンタル支出が発生する。それは名目粗レンタル価格 r^{t+1} に他ならないから，企業にとっての名目粗レンタル価格は資本の名目使用者費用という意味でもある。同様に実質粗レンタル価格 r^{t+1}/p_1^{t+1} は企業にとって資本の実質使用者費用という意味になる。

雇用と投資決定の一つの考え方は，財貨・サービスに関する実物取引の収支差額すなわち生産物販売収入と雇用に対する支出および投資に対する支出の差である**ネット・キャッシュ・フロー**の現在価値合計をできるだけ大きくするように雇用と投資が決定されるというものである。現在のモデルよりも一般的なケースで言えば，つまり利潤が株主に配当されか企業内に留保されるかのいずれかで，投資支出が新規の株式発行か新規の社債発行かそれとも内部留保の利用のいずれかで資金調達されるとき

ネット・キャッシュ・フロー

＝生産物販売収入－労働費用－投資支出

＝配当＋利子・償還費－社債発行額－株式発行額

となる。証券としての株式を導入していない現在のモデルに忠実なネット・キャッシュ・フローの定義がどうかといえば，最後の項である株式発行額を除去するだけでよい。財貨・サービスの取引に関して企業部門の収入から支出を差し引いた金額は，実物取引の裏側にある金融取引で見て個人部門の受取から支払いを差し引いた金額となる。ネット・キャッシュ・フローという呼称のゆえんはここにある。この考え方によれば利子・償還費のような債権者への支払いも含むキャッシュ・フローの現在価値合計を最大化するように雇用と投資が決定されることになる。これに対して以降で採用していく考え方は，一般的な表現で述べれば，株式時価総額（企業価値）というものを最大化するように雇用と投資が決められるとするものである。この場で株価決定の原理にまで触れる余裕はないが，表現を変えて，企業は株主（資本の所有者）にとって最も望ましい株主の取り分（現実の配当および潜在的な配当としての内部留保）をもたらすような雇用と投資の系列を選択すると言えばその眼目が理解されよう。この雇用・投資決定方式では，ネット・キャッシュ・フローの全体ではなくそのうちで資本の所有者に対するものだけが問題とされるのである。定義によって配当プラス内部留保は各期の利潤であるから，結局，企業は利潤の現在価値合計を最大化するような雇用と投資（次期の資本量）を選択するということになる。

4.　家計の選択

労働世代と退職世代とが各期に共存し，両世代は1期だけずれて生涯をおくる点を除けば，まったく同一であると仮定する。とくにどの世代も同一の効用関数をもっていると仮定する。効用最大化行動として個人の選択を記述する際の効用は，2期間モデルの場合，一般的には2期間の消費と余暇に依存することとなる。ここでは分析が簡単になるように，t 期に労働期を迎える t 世代の生涯効用 u^t，労働期の効用 u_1^t，退職期の効用 u_2^{t+1}を次のように特定化して考えてみよう。

$u_1^t = C_{11}^t + U_{12}(C_{12}^t) + U_{13}(H^t)$　　労働期の効用

$u_2^{t+1} = C_{21}^{t+1} + U_{22}(C_{22}^{t+1})$　　退職期の効用

$u^t = u_1^t + V(u_2^{t+1})$　　生涯効用

$$U_{12}'>0,\ U_{13}'>0,\ U_{22}'>0,\ U_{12}''<0,\ U_{13}''<0,\ U_{22}''<0$$

$$V'>0,\ V''<0$$

労働期の効用も退職期の効用も関係する変数に関して加法的に分離されている。また生涯効用は，労働期の効用と退職期の効用に関してやはり加法的に分離されている。$U_{13}(H^t)$ は労働期の余暇から得られる効用を表している。退職期の労働供給が定義的に0であることから，退職期の余暇がもたらす効用として仮に $U_{23}(1)$ を $U_{22}(C_{22}^{t+1})$ の後に付加したとしても，それが定数であるため個人の効用最大化行動に影響しない。それゆえ当初からそれを除いている。増働期の効用は C_{11}^t に関して線形，C_{12}^t と H^t に関して非線形となっている。同様に退職期の効用は C_{21}^{t+1} に関して線形，C_{22}^{t+1} に関して非線形となっている。そのためそれらの部分効用関数はいずれも**準線形効用関数**といわれる。さらに生涯効用は，それ自身が準線形の効用 u_1^t に関して線形，それ自身が準線形の u_2^{t+1} に関して非線形となっている。したがってここで想定された生涯効用 u^t は，ネスト構造をもつ準線形効用関数である。消費と余暇の任意の組（C_{11}^t, C_{12}^t, H^t, C_{21}^{t+1}, C_{22}^{t+1}）に対してそれらの間の限界代替率（限界効用の比）MRS をみてみよう。上記の効用関数の場合，労働期の消費 C_{11}^t と C_{12}^t の限界代替率 MRS（C_{12}^t, C_{11}^t）が単に C_{12}^t の限界効用 $U_{12}'(C_{12}^t)$ となり，C_1^{t1} と無関係になってしまう。とくに退職期の変数と関係しない。同様に MRS（C_{22}^{t+1}, C_{21}^{t+1}）は限界効用 $U_{22}'(C_{22}^{t+1})$ となり，他の変数とくに労働期の変数と無関係となる。さらに，MRS（C^t, H_{11}^t）は $U_{13}'(H^t)$ となり，他の変数とくに退職期の変数に依存しない。

$$\mathrm{MRS}(C_{12}^t,\ C_{11}^t)=U_{12}'(C_{12}^t)$$

$$\mathrm{MRS}(C_{22}^{t+1},\ C_{21}^{t+1})=U_{22}'(C_{22}^{t+1})$$

$$\mathrm{MRS}(C^t,\ H_{11}^{t}{}^{t})=U_{13}'(H^t)$$

また時期も財も異なる消費間の限界代替率 $\mathrm{MRS}(C_{11}^t,\ C_{22}^{t+1})$ は，同一財で時期が異なる消費間の限界代替率と時期が同じで異なる財の間の限界代替率の積になることが容易に確かめられる。

$$\mathrm{MRS}(C_{22}^t,\ C_{11}^{t+1})=\mathrm{MRS}(C_{21}^t,\ C_{11}^{t+1})\cdot\mathrm{MRS}(C_{22}^{t+1},\ C_{21}^{t+1})$$

次節で述べられるように企業の利潤が0となるように1次同次の生産関数が仮定される。その点をここで考慮してしまえば t 世代の収支関係式は

$$p_1^tC_{11}^t+p_2^tC_{12}^t+p_1^tS^t+w^tH^t=w^t \qquad \text{労働期}$$

$$p_1^{t+1}C_{21}^{t+1}+p_2^{t+1}C_{22}^{t+1}=r^{t+1}S^t \qquad \text{退職期}$$

と簡単化される。共通の貯蓄を消去して一本化した生涯の予算制約を求めれば

$$p_1^tC_{11}^t+p_2^tC_{12}^t+p_1^t(p_1^{t+1}C_{21}^{t+1}+p_2^{t+1}C_{22}^{t+1})/r^{t+1}$$
$$+w^tH^t=w^t$$

となる。t 世代の t 期における意思決定を次のように定式化する。

t 世代の家計は価格 p_1^t, p_2^t, 賃金率 w^t, 予想価格 p_1^{t+1}, p_1^{t+1}, p_2^{t+1}, 予想レンタル価格 r^{t+1} を所与とした生涯の予算制約のもとで，最適な C_{11}^t, C_{12}^t, C_{21}^{t+1}, C_{22}^{t+1}, H^t を選択する家計の問題は，次の効用最大化問題として記述される。

$$\mathrm{Max}\ C_{11}^t+U_{12}(C_{12}^t)+U_{13}(H^t)+V(C_{21}^{t+1}+U_{22}(C_{22}^{t+1}))$$

$$\text{s. t. } p_1^tC_{11}^t+p_2^tC_{12}^t+p_1^t(p_1^{t+1}C_{21}^{t+1}+p_2^{t+1}C_{22}^{t+1})/r^{t+1}$$
$$+w^tH^t=w^t$$

この問題の解のうち $C_{11}^t+S^t$, C_{12}^t, S^t, L_s^t が t 期の市場でそれぞれ財1需要，財2需要，投資財供給，労働供給とされる。次期には所与の S^t, r^{t+1}, p_1^{t+1}, p_{22}^{t+1} のもとで

$$\mathrm{Max}\ C_{21}^{t+1}+U_{22}(C_{22}^{t+1})$$

$$\text{s. t. } p_1^{t+1}C_{21}^{t+1}+p_{21}^{t+1}C_{22}^{t+1}=r^{t+1}S^t$$

$$p_1^{t+1},\ p_2^{t+1},\ r^{t+1},\ S^t \text{ は所与}$$

のように退職期の効用を最大にするような C_{21}^{t+1}, C_{22}^{t+1} を再計画する。

上記の想定にしたがった世代の t 期の選択を調べてみよう。制約式を使って C_{11}^t を消去した問題

$$\mathrm{Max}\ w^t/p_1^t-(p_2^t/p_1^t)C_{12}^t-(w^t/p_1^t)H^t$$
$$-(p_1^{t+1}C_{21}^{t+1}+p_2^{t+1}C_{22}^{t+1})/r^{t+1}$$
$$+U_{12}(C_{12}^t)+U_{13}(H^t)+V(C_{21}^{t+1}+U_{22}(C_{22}^{t+1}))$$

の C_{12}^t, H^t, C_{21}^{t+1}, C_{22}^{t+1} に関する微分条件は順に

$$U_{12}{}'(C_{12}^t)=p_2^t/p_1^t \quad\Rightarrow\quad C_{12}^t(p_2^t/p_1^t)$$

$$U_{13}{}'(H^t)=w_t/p_1^t \quad\Rightarrow\quad H^t(w_t/p_1^t),\ L_t^s(w^t/p_1^t)$$

$$dV(u_2^{t+1})/du_{21}^{t+1}=p_1^{t+1}/r^{t+1}$$

$$\{dV(u_2^{t+1})/du_2^{t+1}\}U_{22}{}'(C_{22}^{t+1})=p_2^{t+1}/r^{t+1}$$

である。第3式と第4式から

$$U_{22}{}'(C_{22}^{t+1})=p_2^{t+1}/p_1^{t+1} \quad\Rightarrow\quad C_{22}^{t+1}(p_2^{t+1}/p_1^{t+1})$$

これを第3式に代入した

$$\partial V(C_{21}^{t+1}+U_{22}(C_{22}^{t+1}(p_2^{t+1}/p_1^{t+1}))/\partial C_{21}$$
$$=p_1^{t+1}/r^{t+1}$$
$$\Rightarrow\quad C_{21}^{t+1}(p_2^{t+1}/p_1^{t+1},\ r^{t+1}/p_1^{t+1})$$

を得る。最後に C_{11}^t は制約条件から

$$C_{11}^t(p_2^t/p_1^t,\ p_2^{t+1}/p_1^{t+1},\ w^t/p_1^t,\ r^{t+1}/p_1^{t+1})$$
$$=w^t/p_1^t-(w^t/p_1^t)H^t(w^t/p_1^t)$$

$$-(p_2^t/p_1^t)C_{12}^t(p_2^t/p_1^t)$$
$$-(p_1^{t+1}/r^{t+1})C_{21}^{t+1}(p_{21}^{t+1}/p_1^{t+1},\ r^{t+1}/p_1^{t+1})$$
$$+(p_{21}^{t+1}/p_1^{t+1})(p_1^{t+1}/r^{t+1})C_{22}^{t+1}(p_2^{t+1}/p_1^{t+1})$$

となる。さらに退職期の予算制約式より貯蓄は

$$S^t(p_2^{t+1}/p_1^{t+1},\ r^{t+1}/p_1^{t+1})$$
$$=(p_1^{t+1}/r^{t+1})C_{21}^{t+1}(p_2^{t+1}/p_1^{t+1},\ r^{t+1}/p^{t+1})$$
$$+(p_2^{t+1}/p_1^{t+1})(p_1^{t+1}/r^{t+1})C_{22}^{t+1}(p_2^{t+1}/p_1^{t+1})$$

となる。

t 期には t 世代と t-1 世代が共存しているから後者の選択も考える必要がある。上記の想定よりこの t-1 世代は

$$\mathrm{Max}\ C_{21}^t+U_{22}(C_{22}^t)$$
$$\mathrm{s.\ t.}\ p_1^tC_{21}^t+p_2^tC_{22}^t=r^tS^{t-1}$$
$$p_1^t,\ p_2^t,\ r^t,\ S^{t-1}\ \text{は所与}$$

によって2財の消費量を選択する。制約式の C_{21}^t を目的関数に代入して得られる限界条件とそれが意味する選択は次のようになる。

$$U_{22}'(C_{22}^t)=p_2^t/p_1^t \qquad \Rightarrow \qquad C_{22}^t(p_2^t/p_1^t)$$

これを予算制約式に代入して

$$C_{21}^t(p_2^t/p_1^t,\ r^tS^{t-1}/p_1^t)=r^tS^{t-1}/p_1^t-p_2^tC_{22}^t(p_2^t/p_1^t)/p_1^t$$

を得る。

後の参照の便宜上，両世代の t 期の市場に関する選択を整理しておこう。

t 世代は予算制約下での生涯効用最大化行動から限界代替率が相対価格に等しくなるように財2の消費と労働供給を次のように決定する。

$$\mathrm{MRS}\ (C_{12}^t,\ C_{11}^t)=p_2^t/p_1^t \quad \Rightarrow \quad C_{12}^t(p_2^t/p_1^t)$$
$$\mathrm{MRS}\ (H^t,\ C_{11}^t)=w^t/p_1^t \quad \Rightarrow \quad L_s^t(w^t/p_1^t)$$

財1の消費と貯蓄も次のように財1の価格との相対価格に依存して決定される。

$$C_{11}^t(p_2^t/p_1^t,\ p_2^{t+1}/p_1^{t+1},\ w^t/p_1^t,\ r^{t+1}/p_1^{t+1})$$
$$S^t(p_2^{t+1}/p_1^{t+1},\ r^{t+1}/p_1^{t+1})$$

t-1 世代は予算制約下での退職期の効用最大化行動からやはり限界代替率と相対価格が等しくなるように財2の消費量を決定する。

$$\mathrm{MRS}(C_{22}^t,\ C_{21}^t)=p_2^t/p_1^t \quad \Rightarrow \quad C_{22}^t(p_2^t/p_1^t)$$

財1の消費量は財1価格との相対価格だけでなく労働期に行った貯蓄にも依存して決

定される

$$C_{21}^{t}(p_2^t/p_1^t,\ r^t S^{t-1}/p_1^t)$$

5.　企業の選択

各期の利潤が(4)の形式で定義されるとき，今期（t 期）における企業の意思決定をひとまず次のように定式化してみよう。

各企業は所与の w^t, r^t, i^t, p_f^t, X_f^t, $K_f^t(f=1,2)$ と

$w^{t+1},\ w^{t+2},\ldots$	予想賃金率
$r^{t+1},\ r^{t+2},\ldots$	予想レンタル価格
$i^{t+1},\ i^{t+2},\ldots$	予想利子率
$p_f^{t+1},\ p_f^{t+2},\ldots$	予想価格
$X_f^t=F^f(L_f^t,\ K_f^t),\ X_f^{t+1}=F^f(L_f^{t+1}\ K_f^{t+1}),\ldots$	生産関数

のもとで利潤の現在価値合計

$$p_f^t X_f^t - w^t L_f^t - r^t K_f^t$$
$$+\frac{p_f^{t+1}X_f^{t+1}-w^{t+1}L_f^{t+1}-r^{t+t}K_f^{t+1}}{1+i^t}$$
$$+\cdots$$

を最大にする

$L_f^t,\ L_f^{t+1},\ldots$	労働需要
$K_f^{t+1},\ K_f^{t+2},\ldots$	投資需要
$X_f^{t+1},\ X_f^{t+2},\ldots$	財供給

の系列を選択し，そのうちの L_f^t, K_f^{t+1} をそれぞれ t 期の市場で労働需要，投資需要とする。次の期には同様の行動様式で再計画を行う。

この想定では，今期の生産に用いられる資本ストックが前期の投資決定の結果として所与とされるだけでなく，今期の財需要によって今期の生産量もまた所与とされているのに注意しよう。短期において企業は家計の財需要に応じてその生産量を決めなくてはならないケインズ的状況が想定されている。今期の投資は次期の生産量との関連で決定され，その予定した生産量に見合った財需要が次期に生じるかどうかはさておき，企業は次期以降の財供給計画を上記の行動様式から決定する。ところが，資本が１期間の使用で完全減耗するため t 期の投資決定の影響は $t+1$ 期だけに現れる。このことは各期の企業行動が毎期

同じ様式に従う限り，引き続く2期間を計画期間とすればそれが長期（すべての投入が可変的になるという意味で）ということになる。具体的にいうと，t 期に所与の K^t_f は $t-1$ 期と t 期に渡る $t-1$ 期の計画期間の投資によって調整可能となり，$t+1$ 期に所与の K^{t+1}_f は t 期と $t+1$ 期に渡る t 期の計画期間の投資によって調整されるようになるからである。こうして t 期の意思決定において事実上問題となるのは t 期と $t+1$ 期の利潤の現在価値合計だけとなる。さらに，同じ選択変数が異なる期間にまたがって現れることがないので，各期の利潤の現在価値合計を最大化することが各期の利潤を最大化するのと同じこともわかる。

まず第一に今期の労働需要 L^t_f は，所与の生産量と資本のもとでの利潤最大化，すなわち所与の短期固定費用 $r^tK^t_f$ のもとでの費用最小化問題

$$\begin{aligned}&\text{Min } w^tL^t_f+r^tK^t_f\\&\text{s. t. } X^t_f=F^f(L^t_f,\ K^t_f)\\&\qquad X^t_f,\ w^t,\ r^t,\ K^t_f \text{ は所与}\end{aligned}$$

から決定される。この費用最小化問題は，実際のところ生産関数によって必要生産量 X^t_f を生産するような雇用量を選択すれば済むことで，問題の性格は極めて単純である。しかしこの後で検討する長期の費用最小解と対照しやすいようにレンタル価格等も含めて，この問題の解を形式的に

(5)　$L^t_f(X^t_f;\ w^t,\ r^t,\ K^t_f)$

と書いておこう。同様に今期の投資需要 K^{t+1}_f と付随的に計画される次期の財供給 X^{t+1}_f，労働需要 L^{t+1}_f は

［Ⅲ］

$$\begin{aligned}&\text{Max } p^{t+1}_fX^{t+1}_f-w^{t+1}L^{t+1}_f-r^{t+1}K^{t+1}_f\\&\text{s. t. } X^{t+1}_f=F^f(L^{t+1}_f,\ K^{t+1}_f)\\&\qquad w^{t+1},\ r^{t+1} \text{ は所与}\end{aligned}$$

から決定される。念を押せばこれは予想賃金率，予想レンタル価格に基づいた t 期の選択問題である。この利潤最大化行動をまず企業の費用最小化行動としてとらえてみる方法が今後の検討に有用となる。

企業が利潤を最大化しようとするならば，その前提としてどんな生産量であれその生産費を最小化するような生産要素の組を選んでいなければならない。問題[Ⅲ]に対応する費用最小化問題は，必要生産量 X^{t+1}_f を生産する要素組合せのうち長期費用を最小化するような $t+1$ 期の労働需要と t 期の投資需要を求める問題

$$\text{Min } w^{t+1}L^{t+1}_f+r^{t+1}K^{t+1}_f$$

$$\text{s. t. } X_f^{t+1}F^f(L_f^{t+1},\ K_f^{t+1})$$

$$X_f^{t+1},\ w^{t+1},\ r^{t+1} \text{ は所与}$$

になる。この費用最小解は

(6)　$L_f^{t+1}(X_f^{t+1},\ w^{t+1},\ r^{t+1})$

(7)　$K_f^{t+1}(X_f^{t+1},\ w^{t+1},\ r^{t+1})$

の形で求められる。必要生産量の制約下で費用を最小にする要素需要は**制約付要素需要**と呼ばれる。(5)は短期の制約付要素需要，(6)，(7)は長期の制約付要素需要である。

長期の制約付要素需要(5)，(6)を特徴付ける性質について少し詳しく調べておく必要がある。各期の長期費用最小化問題が同一形式であることから，また煩雑となるのを避けるために時期の添え字を省略した

［IV］　$\text{Min } wL_f+rK_f$

$$\text{s. t. } X_f=F^f(L_f,\ K_f)$$

$$X_f,\ w,\ r \text{ は所与}$$

に即して検討していく。問題［IV］の解 L_f^*, K_f^* およびそれらを特徴付ける限界条件は，ラグランジュ関数 $wL_f+rK_f+\lambda\,[X_f-F^f(L_f,\ K_f)]$ の L_f, K_f, λ に関する偏微分を０とおくことによって求められる。ここで λ は正のラグランジュ未定乗数である。その微分条件は順に

$$\left.\begin{aligned} &w-\lambda\frac{\partial F^f(L_f,\ K_f)}{\partial L_f}=0\\ &r-\lambda\frac{\partial F^f(L_f,\ K_f)}{\partial K_f}=0\\ &X_f-F^f(L_f,\ K_f)=0 \end{aligned}\right] \Rightarrow \begin{aligned} &L_f^*=L_f(X_f,\ w,\ r)\\ &K_f^*=K_f(X_f,\ w,\ r)\\ &\lambda^*=\lambda(X_f,\ w,\ r) \end{aligned}$$

となる。これらの連立方程式解として，右側のように所望の L_f^*, K_f^* およびラグランジュ乗数 λ^* がいずれも問題で所与とされた予想財需要，予想賃金率，予想レンタル価格に依存して得られる。当然それらの解は次式を満たしている。

(8)　$$w=\lambda^*\frac{\partial F^f(L_f^*,\ K_f^*)}{\partial L_f}$$

(9)　$$r=\lambda^*\frac{\partial F^f(L_f^*,\ K_f^*)}{\partial K_f}$$

(10)　$X_f=F^f(L_f^*,\ K_f^*)$

条件(8)，(9)の比

$$\frac{w}{r}=\frac{\partial F^f(L_f^*,\ K_f^*)/\partial L_f}{\partial F^f(L_f^*,\ K_f^*)/\partial K_f}$$

の右辺にある分母と分子はそれぞれ生産要素の組 $L_f^*,\ K_f^*$ における労働と資本の限界生産物である。それらを各々 $\mathrm{MP}_L^f(L_f^*,\ K_f^*)$，$\mathrm{MP}_K^f(L_f^*,\ K_f^*)$ で表して書き直し，さらにその比率が技術的限界代替率 $\mathrm{MRTS}^f(L_f^*,\ K_f^*)$ であることから，問題［Ⅳ］の解について次のように整理できる。

長期の制約付要素需要所与の賃金率 w，レンタル価格 r のもとで所与の生産量 X_f を最小費用で生産する生産要素の組 $L_f(X_f, w, r)$，$K_f(X_f, w, r)$ は，それらが実際に生産量 X_f を生産すること

$$X_f=F^f[L_f(X_f, w, r),\ K_f(X_f, w, r)]$$

およびその生産要素の組における技術的限界代替率が所与の賃金率・レンタル価格の比に等しいこと

$$\frac{w}{r}=\frac{\mathrm{MP}_L^f[L_f(X_f, w, r),\ K_f(X_f, w, r)]}{\mathrm{MP}_K^f[L_f(X_f, w, r),\ K_f(X_f, w, r)]}$$

$$=\mathrm{MPTS}^f[L_f(X_f, w, r),\ K_f(X_f, w, r)]$$

の2条件で特徴付けられる。

上の内容の周知の図解を思い出しておこう（図は省略）。費用最小化問題で企業 f が必要生産量 X_f を生産する条件は，両軸をそれぞれ雇用量，資本量とした図の等量曲線 X_f 上にある労働と資本の組を選択対象としなければならないことを意味する。その中で最も費用を小さくするものは，その等量曲線と等費用線が接する所となる。その条件は，等費用線の傾きである要素価格比 w/r が等生産量曲線の接線の傾きである技術的限界代替率すなわち限界生産物の比に等しくなることである。

さて次にラグランジュ乗数の意味を明らかにすることによって企業の費用最小化問題への理解を深めよう。問題［Ⅳ］の目的関数の最小値，すなわち最小化された費用を

(11)　　$C^f(X_f, w, r):=wL_f(X_f, w, r)+rK_f(X_f, w, r)$

と書くことにする。この最小化された費用を所与の生産量，賃金率，レンタル価格の関数とみたときそれは**費用関数**といわれる。関係

$$X_f=F^f[L_f(X_f, w, r),\ K_f(X_f, w, r)]$$

の両辺を X_f で微分して

$$1=\frac{\partial F^f(L_f^*,\ K_f^*)}{\partial L_f}\ \frac{\partial L^f(X_f,w,r)}{\partial X_f}+\frac{\partial F^f(L_f^*,\ K_f^*)}{\partial K_f}\ \frac{\partial K^f(X_f,w,r)}{\partial X_f}$$

を得る。(11)の両辺を X_f を微分して上の関係と(8), (9)を用いて

$$\frac{\partial C^f(X_f,w,r)}{\partial X_f}=w\frac{\partial L_f(X_f,w,r)}{\partial X_f}+r\frac{\partial K_f(X_f,w,r)}{\partial X_f}=\lambda^*$$

を得る。こうして λ^* 所与の賃金率，レンタル価格のもとで生産量を限界的に増加したときの費用増加すなわち限界費用（左辺）に他ならないことがわかる。また(8), (9)から

$$\frac{\partial C^f(X_f,w,r)}{\partial X_f}=\frac{w}{\mathrm{MP}_L^f(L_f^*,\ K_f^*)}=\frac{r}{\mathrm{MP}_K^f(L_f^*,\ K_f^*)}$$

となる。見出されたこの関係では，選択される生産要素の組が陽表的に示されているため，費用最小化行動によってある生産要素の組を選択することが同時に限界費用の選択を意味することが直接表現されていて有用である。

ここで今までになかった新しい仮定，生産関数の1次同次性を追加しよう。生産関数が一般に m 次同次といわれるのは

$$F^f(\alpha L_f,\ \alpha K_f)=\alpha^m F^f(L_f,\ K_f),\ \ \alpha>0$$

が成立つ場合で，$m=1$ のときには生産関数が1次同次あるいは**規模に関して収穫不変**といわれる。その場合には労働と資本を共に正数倍したとき，言い換えれば投入量でみた企業規模を正数倍したとき，ちょうどその倍数だけの生産量が得られることになる。資本・労働比率を $k_f=K_f/L_f$ で表すと，生産関数の1次同次性から $X_f=L_fF^f(1,\ K_f/L_f):=L_fg^f(k)$ となる。これを $L,\ K$ で微分すればそれぞれ

$$\frac{\partial X_f}{\partial L_f}=g^f(k_f)-k_fg^{f\prime}(k_f),\ \frac{\partial X_f}{\partial K_f}=g^{f\prime}(k_f)$$

となる。したがって生産関数が1次同次のとき，労働と資本の限界生産性は共に資本・労働比率だけの関数となる。ここで問題[Ⅳ]で生産量を1とした

$$\begin{aligned}&\mathrm{Min}\ \ wL_f+rK_f\\&\mathrm{s.\ t.}\ \ 1=F_f(L_f,K_f)\\&\qquad w,\ r\ \text{は所与}\end{aligned}$$

を考えてみよう。この問題の解 $L_f(1,\ w,r),\ K_f(1,\ w,r)$ における技術的限界代替率は，賃金率・レンタル価格の比 w/r に等しくなければならない。いま生産要素の組 $X_fL_f(1,\ w,r),\ X_fK_f(1,\ w,r)$ を考えるとこの資本・労働比率は $L_f(1,\ w,r),\ K_f(1,\ w,r)$ の資本・労働比率に等しく，技術的限界代替率が資本・労働比率にのみ依存することから，

$X_f L_f(1, w, r)$, $X_f K_f(1, w, r)$ での技術的限界代替率も w/r となる。またそれらは $1 = F^f[L_f(1, w, r), K_f(1, w, r)]$ の両辺を X_f 倍して

$$X_f = F^f[X_f L_f(1, w, r), X_f K_f(1, w, r)]$$

となることから，生産量 X_f をもたらすことがわかる。こうして生産要素の組 $X_f L_f(1, w, r)$, $X_f K_f(1, w, r)$ が問題［IV］の制約付要素需要とまったく同じ条件を満たしていることから

$$L_f(X_f, w, r) = X_f L_f(1, w, r),\ K_f(X_f, w, r) = X_f K_f(1, w, r) \tag{12}$$

と判明する。1単位の生産量を生産する最小費用を次の単位費用関係

$$c^f(w, r) := wL_f(1, w, r) + rK_f(1, w, r)$$

によって定義すれば，生産関数が規模に関して収穫不変のとき，(11)，(12)より

$$C^f(X_f, w, r) = X_f c^f(w, r)$$

の関係を得る。$c^f(w, r)$ が平均費用 $C^f(X_f, w, r)/X_f$ であると同時に限界費用 $\partial C^f(X_f, w, r)/\partial X_f$ でもあるのに注意しよう。

本来の問題［III］に戻ろう。たったいま確認されたように，生産関数が規模に関して収穫不変のとき長期の費用は生産量に関して1次同次となるから，それは単位費用関数によって

$$C^f(X_f^{t+1}, w_{t+1}, r_{t+1}) = X_f^{t+1} c_f(w_{t+1}, r_{t+1})$$

のように表される。生産要素の選択は費用関数に埋めこまれているから，利潤最大化問題［III］は，費用関数を使えば次のような供給量 X_f^{t+1} だけの選択問題

$$\text{Max } p_f^{t+1} X_f^{t+1} - X_f^{t+1} c^f(w^{t+1}, r^{t+1})$$

に縮約される。この必要条件は X_f^{t+1} に関する微分が0となることである。

$$p_f^{t+1} = c^f(w^{t+1}, r^{t+1})$$

すなわち左辺の限界収入が右辺の限界費用に等しくなることとなる。この限界条件は生産量を含んでいないから，これから供給関数を導出することはできない。これまでの検討結果が次に要約されている。

> 生産量が所与のとき短期利潤最大化＝短期費用最小化となり，t 期において企業（$f = 1, 2$）は，所与の生産量，賃金率，レンタル価格，資本ストックのもとで労働需要を短期の制約付労働需要
>
> $$L_f^t(X_f^t, w^t, r^t, K_f^t)$$
>
> とする。また t 期の投資需要は，$t+1$ 期の計画生産量，予想賃金率，予想レンタル価格のもとでの制約付資本需要

$$K_f^{t+1}(X_f^{t+1},\ w^{t+1},\ r^{t+1})=X_f^{t+1}K_f^{t+1}(1,\ w^{t+1},\ r^{t+1})$$

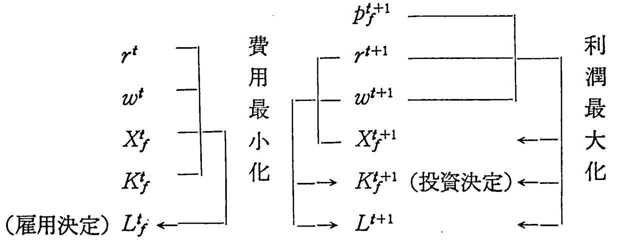
となる。利潤最大化とコンシステントであるためには，この $t+1$ 期の資本需要および同様に計画された労働需要

$$L_f^{t+1}(X_f^{t+1},\ w^{t+1},\ r^{t+1})=X_f^{t+1}L_f^{t+1}(1,\ w^{t+1},\ r^{t+1})$$

が意味する限界費用は，限界収入である財価格に一致していなければならない。

$$p_f^{t+1}=c^f(w^{t+1},\ r^{t+1})$$
$$=w^{t+1}L_f^{t+1}(1,\ w^{t+1},\ r^{t+1})+r^{t+1}K_f^{t+1}(1,\ w^{t+1},\ r^{t+1})$$

（短期）t 期の決定（長期）



6.　定常均衡

家計の行動は（2-4）で説明され，企業の行動は（2-5）で説明された。それらを突き合せて t 期の市場均衡条件が記述される。それを行う前にどの市場でも需要と供給が一致しているものとして重複世代モデルの構造をみておこう。t 期には $t-1$ 世代と t 世代が共存している。労働世代と退職世代の収支関係はそれぞれ

$$p_1^t(C_{11}^t+S^t)+p_2^tC_{12}^t=w^tL_s^t$$
$$p_1^tC_{21}^t+p_2^tC_{22}^t=r^tS^{t-1}$$

であった。企業部門が t 期の生産に使用する資本量と生産関数はそれぞれ

$$S^{t-1}=K_1^t+K_2^t$$
$$X_1^t=F^1(L_1^t,\ K_1^t)$$
$$X_2^t=(L_2^t,\ K_2^t)$$

である。退職世代である $t-1$ 世代の t 期における行動は，労働期の貯蓄 S^{t-1} からの粗収益 r^tS^{t-1} を消費支出に向けるだけである。しかしこの $t-1$ 世代が労働期に行なった貯蓄が各企業で t 期の生産に使用されている資本ストック K_1^t, K_2^t となっている。一方企業部門でこの資本ストックと協同する雇用は，労働世代である t 世代が供給する。労働世代の貯蓄 S^t は企業の投資となって次の $t+1$ 期の資本量を規定することになる。このよ

うに企業の生産活動へ労働の供給，資本の提供という形で両世代が共に貢献し，その成果である生産物が両世代の消費に，また次期の生産活動のためへと配分されていくのがこの重複世代モデルである。

家計および企業が選択する各変数がどんな変数に依存しているかは既に知られている。それらの需要と供給が以下のように各市場で対面することになる。

$$L_S^t(w^t/p_1^t)=L_1^t(X_1^t\,;\,w^t,\,r^t,\,K_1^t)+L_2^t(X_2^t\,;\,w^t,\,r^t,\,K_2^t) \qquad \text{労働市場}$$

$$S^t(p_2^{t+1}/p_1^{t+1},\,r^{t+1}/p_1^{t+1})$$
$$=K_1^{t+1}(X_1^{t+1},\,w^{t+1},\,r^{t+1})+K_2^{t+1}(X_2^{t+1},\,w^{t+1},\,r^{t+1}) \qquad \text{資本市場}$$

$$X_1^t=C_{11}^t(p_2^t/p_1^t,\,p_2^{t+1}/p_1^{t+1},\,w^t/p_1^t,\,r^{t+1}/p_1^{t+1})$$
$$+C_{21}^t(p_2^t/p_1^t,\,r^tS^{t-1}/p_1^t)+S^t(p_2^{t+1}/p_1^{t+1},\,r^{t+1}/p_1^{t+1}) \qquad \text{財1市場}$$

$$X_2^t=C_{12}^t(p_2^t/p_1^t)+C_{22}^t(p_2^t/p_1^t) \qquad \text{財2市場}$$

財市場での供給関数が存在しないのがこのモデルの特徴で，企業は市場で売れるだけの財を売ろうとする。その生産は利潤最大化と矛盾しない費用最小化となる方法で行われ，労働市場と資本市場の均衡いかんで家計の財需要が変ってくる。したがって財供給量もまた一般均衡の相互依存の中で決定される。家計の場合も企業の場合も同じ記号で表しているが，貯蓄や投資はそれぞれが予想する予想価格に依存している。予想形成のあり方を何等かの形で定式化してこれまでの議論に付加え，上記の市場均衡条件からどんな均衡状態が得られるかを示すのに，特殊とはいえ最も簡単なケースを想定しよう。ここでは家計も企業も**定常的期待**，すなわち現在の財価格，賃金率，レンタル価格（および利子率），生産量の水準が将来にわたって持続するという予想のもとに計画を立て，そうした期待が裏切られない状態として均衡状態を定義しよう。この均衡状態では，財価格，賃金率，レンタル価格，生産量が常に一定となる。ずっと以前からそのような均衡状態にあったとすれば

$$\cdots=p_1^{t-1}=p_1^t=p_1^{t+1}=\cdots$$
$$\cdots=p_2^{t-1}=p_2^t=p_2^{t+1}=\cdots$$
$$\cdots=w^{t-1}=w^t=w^{t+1}=\cdots$$
$$\cdots=r^{t-1}=r^t=r^{t+1}=\cdots$$
$$\cdots=X_f^{t-1}=X_f^t=X_f^{t+1}=\cdots$$

となっているはずである。当初から人口成長，技術進歩また選好の変化もないと仮定していたので，この均衡状態はすべての均衡値が一定となり，とくに労働世代の貯蓄は取り崩される退職世代の貯蓄と等しくなり経済全体の純貯蓄が0となる。次期の資本ストックとなる粗投資も期間中に減耗した資本量にちょうど等しく経済の純投資もまた0となる。単

に資本・労働比率が一定に留まるだけでなく，今期の状態が前期の状態であり，またそれがそっくりそのまま来期の状態として継続していく極端な形の**定常状態**がこのモデルの定常均衡状態として実現することとなる。

賃金率，レンタル価格，生産量が一定の値で所与とされるとき（経済が定常状態にあるとき），前節の問題[IV]の解 $K_f(X_f, w, r)$ を所与とした L_f に関する短期の費用最小化問題

$$\text{Min } wL_f + rK_f$$

$$\text{s. t. } X_f = F^f(L_f,\ K_f)$$

$$X_f,\ w,\ r,\ K_f = K_f(X_f,\ w,\ r) \quad \text{は所与}$$

の解が問題[IV]の解 $L_f(X_f, w, r)$ となることは自明である。それゆえ，長期費用最小化から得られる次期の労働需要と今期の投資需要の選択が，あたかも今期の労働雇用と今期の資本量決定であるかのように見なしていくことができる。

生産物価格，賃金率，レンタル価格，生産量がどんな水準で一定となるかは，以下で検討する一般均衡体系から決定される。その体系を構成するのは次の方程式群である。

(13)　$L_s(w/p_1) = L_1(X_1,\ w,\ r) + L_2(X_2,\ w,\ r)$　労働市場

(14)　$S(p_2/p_1,\ r/p_1) = K_1(X_1,\ w,\ r) + K_2,\ w,\ r)$　資本市場

(15)　$X_1 = C_{11}(p_2/p_1,\ w/p_1,\ r/p_1) + C_{21}(p_2/p_1,\ r/p_1) + S(p_2/p_1,\ r/p_1)$　財1市場

(16)　$X_2 = C_{12}(p_2/p_1) + C_{22}(p_2/p_1)$　財2市場

(17)　$p_1 = c^1(w,\ r)$　財1の価格方程式

(18)　$p_2 = c^2(w,\ r)$　財2の価格方程式

退職世代の財1消費は労働期に行った貯蓄にも依存していたが，その貯蓄は定常状態では一定となりその水準は労働世代が行う相対価格にだけ依存する貯蓄に等しい。つまり(15)式中の C_{21} は結局のところ二つの相対価格に依存する

$$C_{21}(p_2/p_1,\ rS(p_2/p_1,\ r/p_1)/p_1)$$

の意味である。労働世代も退職世代もそれぞれの効用最大化行動から各財の消費と貯蓄を選択している。企業は需要に見合った生産量を最小費用で生産するような労働と資本を選択している。生産関数が1次同次であるため供給関数というものは定義されない。それに代わって利潤最大化行動に適合しているための条件として各財に関する価格方程式が存在している。まず未知数が（$p_1,\ p_2,\ w,\ r,\ X_1,\ X_2$）の6個に対して方程式が同じく6本あるのに注意しよう。にもかかわらず上記の体系から6個の未知数を一義的に決めることはできない。なぜならば，家計の消費・貯蓄計画も企業の雇用・投資計画も価格体系（$p_1, p_2,$

w, r）に関して0次同次となっているからである。例えば任意の正数 β によってこれまでの賃金率とレンタル価格を β 倍してみよう。新たな問題

$$\text{Min } \beta wL_f+\beta rK_f$$
$$\text{s. t. } X_f=F^f(L_f,\ K_f)$$
$$X_f,\ \beta w,\ \beta r \text{ は所与}$$

によっても $L_f^*,\ K_f^*$ の選択はまったく変わらない。なぜならば第5節の長期の制約付要素需要の条件（字下げしたまとめの所）で要素価格比が $\beta w/\beta r=w/r$ と変わらず，所与の X_f が同じだから，技術的限界代替率と生産制約から決まる労働需要と資本需要も同じになるからである。家計の選択変数はもともと財1との相対価格で表されているので同様に価格体系に関して0次同次なのは自明である。企業と家計の計画にこのような性質があるとき，例えば労働市場の均衡条件は

$$\text{左辺}=L_s(\beta w/\beta p_1)=L_s(w/p_1)$$
$$\text{右辺}=L_1(X_1,\ \beta w,\ \beta r)+L_2(X_2,\ \beta w,\ \beta r)$$
$$=L_1(X_1,\ w,\ r)+L_2(X_2,\ w,\ r)$$

となって実質的にまったく変わらない。他の方程式についても同様である。つまり，ある（$p_1,\ p_2,\ w,\ X_1,\ X_2$）が上記の方程式をすべて満たすとき，任意の正数 β に対する（$\beta p_1,\ \beta p_2,\ \beta w,\ \beta r,\ X_1,\ X_2$）もまた同じ方程式をすべて満たすことになる。言い換えると，一義的な絶対価格の水準を体系から求めることはできないのである。そこである財を**価値尺度財**として選びそれとの相対価格を決定することが考えられる。ここでは財1を価値尺度財としてその価格を常に1であるとしよう。

$$p_1=1$$

これによって得られる新しい価格体系（1，$p_2,\ w,\ r$）における（$p_2,\ w,\ r$）はどれも財1との相対価格（$p_2/p_1,\ w/p_1,\ r/p_1$）と解釈しなければならない。このような手続きは価格体系の**規準化**といわれる。ところがこの規準化を行うと，今度は5個の未知数（$p_2,\ w,\ r,\ X_1,\ X_2$）に対して6本の方程式をもつことになってしまう。

しかしこれから説明される理由によって一つの式を体系から除去することができる。家計の選択の背後にあって常に成立する関係として，この節の始めに書かれた労働世代の予算制約式と退職世代の予算制約式

$$p_1(C_{11}+S)+p_2C_{12}=wL_s$$
$$p_1C_{21}+p_2C_{22}=rS$$

がある。これらの恒等式を辺々足し合わせて

(19)　$$p_1(C_{11}+S_{21})+p_2(C_{12}+C_{22})=wL_s+rS$$

となる。また(17), (18)が成り立つとき，常に

$$p_1X_1=X_1c^1(w,\ r)=wL_1(X_1,\ w,\ r)+rK_1(X_1,\ w,\ r)$$

$$p_2X_2=X_2c^2(w,\ r)=wL_2(X_2,\ w,\ r)+rK_2(X_2,\ w,\ r)$$

となり，煩雑を避けて依存する変数の表示を省略すると，この辺々を足し合わせて

(20)　$$p_1X_1+p_2X_2=(L_1+L_2)+r(K_1+K_2)$$

となる。ここで各市場の超過需要額の合計を計算すればそれは(19), (20)のもとで

$$w(L_1+L_2-L_s)+r(K_1+K_2-S)+p_1(C_{11}+C_{21}+S-X_1)+p_2(C_{12}+C_{22}-X_2)$$
$$=0$$

となる。すなわち正の価格体系（p_1, p_2, w, r）において，どれか三つの市場が均衡すれば残りの市場は必ず均衡する。言い換えれば(17), (18), (19)のもとで４本の市場均衡条件(13), (14), (15), (16)は独立ではない。(20)は各企業の利潤合計が０となることを表し，第２節で説明されたようにこの利潤は退職期の家計に配当される（０になるので後に書かないようにしたのである)。したがって退職期の家計の予算制約式を正式に

$$p_1C_{21}+p_2C_{22}=rS+[p_1X_1+p_2X_2-w(L_1+L_2)-r(K_1+K_2)]$$

とすれば(19)は

(21)　$$p_1(C_{11}+S+C_{21})+p_2(C_{12}+C_{22})$$
$$=wL_s+rS+[p_1X_1+p_2X_2-w(L_1+L_2)-r(K_1+K_2)]$$

のようになる。当然ながらこの関係が成立するとき超過需要額の合計が同じく必ず０になる。したがって前の結果を言い換えて，(21)のもとで４本の市場均衡条件は独立でないといえる。すべての家計の予算制約が満たされているとき，一つを除く他のすべての市場で需要と供給が一致すれば残る一つの市場も必ず均衡するのである。このような性質が成り立つことを**ワルラス法則**という。このワルラス法則によって１本の市場均衡条件を体系から取除くことができるようになる。こうして到達した一般均衡体系は次のように述べられる。

財１を価値尺度財としてその財１市場の均衡条件を除くと，生産関数が規模に関して収穫不変で，家計の効用関数が期間に関してネスト構造をもつ準線形効用関数であるとき

$$L_s(w)=L_1(X_1,\ w,\ r)+L_2(X_2,\ w,\ r)\qquad \text{労働市場}$$

$$S(p_2,\ r)=K_1(X_1, w,\ r)+K_2(X_2,\ w,\ r)\qquad \text{資本市場}$$

$X_2 = C_{12}(p_2) + C_{22}(p_2)$　　財2市場

$1 = c^1(w, r)$　　財1の価格方程式

$p_2 = c^2(w, r)$　　財2の価格方程式

の5本の式が5個の未知数（p_2, w, r, X_1, X_2）を定める一般均衡体系となる。

（続く）