# Leo Tornqvistの新しい指数算式



| | |
|---|---|
| 著者 | 高木 秀玄 |
| 雑誌名 | 關西大學經済論集 |
| 巻 | 32 |
| 号 | 4 |
| ページ | 441-461 |
| 発行年 | 1982-11-20 |
| その他のタイトル | New Index Formula of L. Tornqvist |
| URL | http://hdl.handle.net/10112/14488 |

論　文

# Leo Törnqvist の新しい指数算式

高　木　秀　玄

## 1. はしがき

近時，英独米の経済統計雑誌において本稿でその基本的見解を展開する L. Törnqvist の指数理論にふれる理論家が多い。しかし，それは Divisia, Theil の指数理論との関連でふれるにとどまり，Törnqvist そのものをとりあげているわけではない。彼の原稿文[1]―わが国では極めて入手困難―をフインランド銀行当局の好意で入手できたことのために，彼の述べているところを忠実にフォーローすることにより，新しい指数理論，あるいはその算式がいかなるものであるかを述べることが本稿の目的である。

それがいかなる経済指数であれ，ある一定の経済現象の時間的，場所的変動を敏感に，しかも忠実に反映することを必要とする。さらに当然のことであるが，その計算の容易性[2]の基準をみたすべきである。Törnqvist が Divisia の連鎖指数のより敏感な対数積分指数論を展開し，新しく導いた彼固有の指数算式を Divisia—Törnqvist—Theil の系譜を念頭におきながら，その責を果したい。

1) Leo Törnqvist: The Bank of Finland's Consumption Price Index, *Bank oj Finland Monthly Bulletin*, No. 10, 1936, pp. 1—8.
　: Finlands Banks Consumtionsprisindex, *Nordisk tidskrift for Teknisk Ökonmic*, Köbenhavn, 1937.

2) 従来は Las 式が計算の容易性より多くの国々において利用されている。Maris が Las 式が Lasy→Lazy＝怠け者の式としたのは興味あることである。Maris: *Ecomomic Arithmetic*, London, 1958, p. 230.

## 2. Törnqvist の指数算式導出の背景

フインランドは1931年9月28日にその金本位制度を停止した。その結果，外国為替相場に著しい変動が生じた。勢い，国内物価にいかなる影響を及ぼしたか 測定する 必要が 痛感された。政府当局は 勿論， 中央銀行である Bank of Finland はその敏感な，政府の生計費指数および卸売物価指数よりも，より小さいタイムラグで試算される尺度の必要が，フインランド銀行をしてこの計量経済学者に新しい指数算式の導出を要請するに到らしめた。ところが事実は，物価の特殊性は地域的にヘルシンキ市に限られた調査によらざるをえなかった。この特定の都市の物価変動でフインランド全国の物価変動を代表するものとされた。ここで 指摘して おかなければならないのは，多くの 指数算式が 案出もしくは 利用されるには，その時 この歴史性が 固着するのである。 たとえば，Laspeyres がその算式を導いたのは，1851年—1863年代の カリフォルニヤ の金鉱発見に引き続いてヨーロッパの金の流入によるインフレーションの測定を目的とし， Jevons をその幾何平均による算式をもって Laspeyres と対立したのも，印度からの銀の流入によるインフレーションの測定を意図したのである。なお，近くは第二次大戦後，わが国において，いわゆるフィッシャーの理想式を利用したのは，その異常に激しい物価変動を測定しようとしたからである。われわれは Törnqvist においては既述のとおり金本位制度の副作用である輸入商品の価格の変動を測定しなければならないという事態に基づく。

さて，フインランド銀行の「消費物価指数」(Consumption Price Index) が最初に計算されたのは1932年1月2日であった。それは本来，個別商品および財貨の特別指数を加重算術平均法によって算出され，次式によった。

$$P_{t_0}{}^{t}=\Sigma c\frac{p_t}{p_{t_0}}\Big/\Sigma c \qquad (1)$$

この指数に加わえて，同様の加重指数が，基準としての前週の物価調査結果で計算されて先きの指数を前週の対応的な指数で割って求められた結果は明瞭な

相違を示したのであるが，前者の物価上昇が示すことが可能であるが，後者は下降を示した。このような事態において指数計算法が求められたのであるが，フインランド銀行はこの作業を Törnqvist に委嘱し，1935年秋に同行によって，その提案が採用され，過去に遡及して新しい消費物価指数が算出されるに到ったのである。以上が Törnqvist の算式導出の背景である。

## 3. Törnqvist の指数算式

彼の指数算式は，Divisia と同様に対数式であり，いわゆる加重対数（幾何平均）平均の形式をとる。ここでのウエイトはそれぞれの財貨の占める割合でとられ，総支出の1/1000もしくはそれ以上のものがとられ，これを週ごとに修正される。かくして，その算式は次の第(2)式の形式をとる。

$$\log P_{t_0}{}^{t}=\log P_{t_0}{}^{t'}+\Sigma c(\log p_t-\log p_t{}')/\Sigma c \qquad (2)$$ [3]

すなわち，前週の対数指数に最後の週の対数価格と先きの週の価格の対数との間の加重平均が加算される。これによると取扱う商品価格の大部分は週を期間とすると全面的に変化を示さないのが実情であるゆえに指数計算にはその大した手数がかからないというべきである。この指数算式が，ある時点の物価集団から他の時点の物価集団への連続的なシフトの観点をとることによって，線積分式をとることを可能とする。彼と系譜をともにする Divisia による線積分式による[4]。すなわち

$$\log P_{t_0}{}^{t}=\Sigma\int_{t_0}^{t}c(t)d(\log P_t) \qquad \Sigma c(t)=1 \qquad (3)$$

3）Diewert は，この式を次のように表現する。

$$\log P(p^1,p^0,T)=\sum_k\frac{1}{2}(w_k{}^1+w_k{}^0)\log(p_k{}^1/p_k{}^0)$$

なお，H. Theil によると次のとおりである。もし $p^1$ が $p^0$ に近づけば，あるいは $p^1$ が $p^0$ に 比例するときは

$$P(p^1,p^0,u^0)=\frac{c(u^0,p^1)}{c(u^0,p^0)}=\frac{q^0p^1}{q^0p^0}=P(p^1,q^1,p^0,q^0).$$

4）F. Divisia: L'Indice monétaire et la théorie de la monnaie, *Revue d'Economie Politique,* 1927, Recuel Sirey, 1926.

なお，ここで Diewert は Törnqvist の指数算式を次のように展開する。すなわち，

$$\log P(p^1, p^0, T) = \sum_k \frac{1}{2}(w_k{}^1 + w_k{}^0)\log(p_k{}^1/p_k{}^0) \tag{4}$$

右辺に1，0時点の価格比の対数に両時点のウエイトの平均を乗じたものであり，費用関数の対数が価格と効用の対数による2次形式であるときは，彼の指数は $P(p^1, p^0, u^*)$ で示された。$u^*$＝基準効用は $u_0$ と $u^1$ との幾何平均を示す。ここで二つの離散型価格状態を比較せず，この指数は生計費への価格変動の連続的効果を分析して把握される。物価水準の変化の比率は $d\log P(p, u)$ で表現され，これは $d\log c(u, p)$ に相等しい。かくして

$$d\log P(p, u) = d\log c(u, p) = \sum w_k(u, p)d\log p_k \tag{4}$$

をうる。従って固定的効用水準 $u$ について次式が誘導される。

$$\log P(p^1, p^0, u) = \int_{p0}^{p1} \sum w_k(u, p)d\log p_k \tag{5}$$

上式は $p^1$ と $p^0$ を比較する Divisia 指数である。これは選好が相似拡大的でなければ効用不変家計収支比は現実の家計収支比に相等しくない。なお，積分について $u$ の変化は，もし価格が時間を通じてある変化の後ちに，それに先んずる値へ戻るように変化するときは，求められた積分は一般に $P(p^0, p^1)=1$ とならない。実際には数量も価格も連続的に観察することは不可能であり，上式は有限的変化をふくむ算式によって近似化されなければならない[5)]。ここで Theil の Törnqvist 算式についての変形式に関して，もうすこし詳しく述べておくことにする。けだし，Törnqvist 自身ではまだ極めて簡潔なものであったし，その計算の便宜さと，その式の理解を深めるために，それぞれの発展について理解しておく必要があるからである。Diewert では Törnqvist の数量指数と物価指数とは次のとおりである。

5）W. E. Diewert: Exact and Superlative Index Numbers, *Journal of Econometrics*, vol. 4, pp. 115—45.
　A. Deaton and J. Muellbauer : *Economics and Consumer Behavior*, Cambridge Univ. Press, 1980, pp. 174—5.

$$\left.\begin{aligned} P_0(p^0, p^1, x^0, x^1) &= \prod_{i=1}^{N} (p_i{}^1/p_i{}^0)^{½(s_i{}^0+s_i{}^1)} \\ Q_0(p^0, p^1, x^0, x^1) &= \prod_{i=1}^{N} (x_i{}^1/x_i{}^0)^{½(s_i{}^0+s_i{}^1)} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

ここで，$s_i$ はウエイト，$x$ は数量，$p$ は価格を意味し，次の関係が成立しなければならない[6]。$p^0 \gg O_N$，$p^1 \gg O_N$，$x^0 \gg O_N$ および $x^1 \gg O_N$，同じことが Theil では次のように表現される。

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n} \overline{w_{it}} \log \frac{q_{it}}{q_{i,\,t-1}} \\ &\sum_{i=1}^{N} \overline{w_{it}} \log \frac{p_{it}}{p_{i,\,t-1}} \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

上式は数量と価格の対数変化を示すものであり，ここで $p_1, \cdots, p_n$ は商品価格，$q_1, \cdots, q_n$ はその数量である。したがって総支出は $m = \Sigma p_i q_i$ であり，$i$ 番目の商品の支出比＝ウエイトは $w_i = \dfrac{p_i q_i}{m}$ であり，$t-1$, $t$ は二つの逐次的期間(時点)を意味する。したがって $\overline{w_{it}} = \dfrac{1}{2}(w_{it} + w_{i,\,t-1})$ は両期間の ウエイト平均であり，それがウエイトとして利用される。これより，われわれは Marshall-Edgeworth 的なウエイトのとり方，したがって 2 期間の $i$ 商品の算術平均支出比をえることによって異例的支出比を平滑化し，指数の信頼性を高めるわけである。

いま，この $n$ 個の商品を消費者財とすると，その指数は需要分析上きわめて意味豊かなものとなる。けだし，数量指数が $t$ および $t-1$ の期間で評価される幾何平均価格で評価された実質所得の真の指数となり，物価指数は $t$ と $t-1$ における幾何平均による所得と対数に対応する効用水準で評価された真の生計費指数と一致することになる。しかし，もし，$i$ 商品の数量が 2 期間の一方で市場より消え去り，かつ他の期間で現われる，すなわち正の現象のときは，$i$ の数量の対数変化は無限大となる。$i$ のウエイト（$\overline{w_{it}}$）が正であるゆえに同様の

6 ) Diewert, *ibid.*, p. 115.

ことが数量指数にも当てはまる。とはいえ，かかる現象は時系列解析ではきわめて稀れであるが，この商品が著しい季節変動を呈示するようなものであれば起こりうる。ここで Theil は「対数演算子」($D$)を導入する。そうすると上式は次のように変形される。

$$\sum_{i=1}^{n} \overline{w_{it}}\, Dp_{it} \quad および \quad \sum_{i=1}^{n} \overline{w_{it}}\, Dq_{it} \tag{7}$$

上の両式を加わえると

$$\sum_{i=1}^{n} \overline{w_{it}}\,(Dp_{it}+Dq_{it})=\sum_{i=1}^{n} \overline{w_{it}}\, D(p_{it}q_{it}) \tag{7'}$$

$$=\sum_{i=1}^{n} \overline{w_{it}}\, D(w_{it}m_t)$$

$$=\sum_{i=1}^{n} \overline{w_{it}}\,(Dw_{it}+Dm_t)$$

$$=Dm_t+\sum_{i=1}^{n} \overline{w_{it}}\, Dw_{it} \tag{8}$$

ここで要素逆転テストは物価指数と数量指数の対数変化の合計が総支出の対数変化 ($Dm_t$) に相等しくなることを必要とする。第 (8) 式に支出比の対数変化の加重平均に相等しいバイアスがともなうのである。 支出比（その算術平均と対比して）の相対的変化の 3次モメントは $1/12$ とみられる右辺の初項は，第3次オーダであり，その第5の残差項は $O_5$ となる。これより，Theil は次式を導びく。

$$\sum_{i=1}^{n} \overline{wit}\, Dw_t=\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{n} \overline{w_{it}} \left(\frac{\Delta w_{it}}{\overline{w_{it}}}\right)^3+O_5 \tag{9}$$

通常，第6オーダはきわめて小さく，支出比における大きな相対的変化を呈する季節的商品の月別もしくは四半期別データの形式で与えられ，上の乖離は非常に大となる。これをより高いオーダの変ずるようにしなければならない。既に Walsh は算術平均支出よりも幾何平均支出に比例するウエイトの合理性を主張した[7)]。 これは，$\overline{w_{it}}$ を次の Walsh 式によって 置換することの合理性を明らかにする。すなわち，

7）C. M. Walsh: *The Measurement of General Exchange-Value*,1901, pp. 105—110.

$$\frac{(w_{it}, w_{i,t-1})^{1/2}}{\sum_{i=1}^{n}(w_{it}, w_{i,t-1})^{1/2}} \tag{10}$$

幾何平均の基本的性質上，平均される各項のうち1個でも0となるときは，総和は0となる。すなわち，$i$ 番目の数量が2期間 $t$ または $t-1$ において消え去るときは，そのウエイトが消え去る。したがって，0 log 0 を0か$x \to 0$のとき $x \log x$ の極限と一致すると定義するとき，無限指数変化の問題を上式によって $\overline{w_{it}}$ を置換してさけられるのである。上の第(10)式によった指数に適用される要素逆転テストは先きの第(8)式の方向で分析されることになるが，これはウエイトとして $i=1,\cdots,n$ についての第(10)式における支出比の対数変化の加重平均に相等しい乖離へと導くのである。ここでたいせつなのは Divisia 式では，対象たる物価変動を線積分で分析するに際して，積分の連続性を直ちに対象の連続性に置換しているのに対して，あるいは連続的経路を前提とするに対して，Törnqvist はこれを離散型の対象たる物価変動の連続性を，これを調査する側より，方法的に調査日（期間）の非連続性より離散型に置換する。これは既に述べたところであるが，L. R. Christensen と D. W. Jorgenson によるともし，ウエイトが一定不変であれば，離散型指数と連続型指数は相等しい。反対にそれが変動的であれば離散型近似は，ウエイトの変化をとり扱う期間の長さに依る誤差を生ずるのである[8)]。

第(3)式の値は，一つの物価集団から他の物価集団へのシフトに生ずる変化に対する商品の相異なる商品への支出比例分布が，いかな挙動を示すかに依存する。もし，この分布が週ごとに一定不変であると想定されるときは，この積分計算による指数に週間変動についての結果として対数平均が求められる。さらに，統計学上しばしば指摘されるように算術平均にはつねに上向バイアスが附帯し，しかもあらゆる限界を上回り，このことより Divisia, Törnqvist, Theil

8）L. R. Christensen and D. W. Jorgenson: U. S. Real Product and Factor Input, 1929—1967, *The Review of Income and Wealth*, Series 16, March 1970, p. 26.

の唱導する連鎖指数の計算に使用されないのである。この事実の証明のために Törngvist は食料品指数についての算術平均による週間指数の積を計算し，この連鎖指数による指数が3カ年間（156週）で約20%だけ直接に計算された算術指数を上回り，対前月算術平均指数は平均して約1.25%上回ったことを指摘している[9]。

実際の計算方法の変更のみにとどまることなく，ウエイトの方法，指数品目として取り入れられる手順に何らかの変更を行なう。Törnqvist の生鮮魚貝類，野菜類のような季節的変動を示すものは除去した。けだし，家計収支において，これらの商品の占めるウエイトは，それらの価格の大幅の，しかも不規則変動との関連で，その年の間で大きく変動する。このことより，指数計算へのこれらの包括は，幅広く採り入れられ，計算することなくして正当されない。なお，価格の季節的変動を考慮する一つの手段もしくはその想定は，たとえば古い馬鈴薯と新しい馬鈴薯の価格は，7月と8月における大幅の一時的な騰貴をみるが，この期間中のその変動は安定的であると想定する。ウエイト変更の可能性は，アルコール飲料は，当初（1932年7月16日）の指数に採り入れられ，その時に限って計算に利用され，ウエイトが一定不変のときは，指数計算基準時との直接の比較によると全く同一結果となった。

上述のフインランド銀行消費物価指数当局は「社会省研究局」(Research Office of the Ministry for Social Affairs) であり，週一回公表される。ただしヘルシンキについてのみ，その採用品目は155品目であり，第1表のとおりである。なお，各商品間への新しい分類を再配列し，これを一緒に導入し，景気循環変動に敏感な商品を「敏感な消費物価指数」(senstive consumption price index) なるタイトルをつける一つの部類へと要約された。さらに，家賃がその中心品目である「極めて稀れに変動する部門」は総支出の30%を示す。

9) L. Törnqvist, *ibid.*, p. 28.

第1表　フインランド銀行消費物価指数の商品リスト

| 商品品目 | ウエトイ | 商品品目 | ウエイト | 商品品目 | ウエイト |
|---|---|---|---|---|---|
| 食料品 | 444 | アンチョビ | 6 | 石油(精製) | 1 |
| ミルク | 77 | 鶏卵 | 10 | 石油(粗) | 3 |
| バター(酪農) | 26 | コーヒ豆 | 26 | 筆記具 | 6 |
| バター(農家) | 25 | 角砂糖 | 13 | 洗濯クリーニング | 20 |
| クリーム | 6 | グラニュー糖 | 13 | 薪炭・燃料油 | 26 |
| チーズ | 6 | 馬鈴薯 | 17 | 薪炭 | 22 |
| マーガリン | 8 | プラム | 2 | 燃料油 | 4 |
| ラード | 4 | ミックス・フルーツ | 2 | 敏感な物価指数 | 700 |
| 小麦粉 | 17 | りんご | 3 | 家賃・電気・ガス | 194 |
| ライ麦粉 | 8 | オレンジ | 3 | 家賃 | 180 |
| ライ麦(ひきわり) | 8 | バナナ | 2 | 電気 | 7 |
| オートミール | 4 | もも | 3 | ガス | 7 |
| 大麦ミール | 1 | 麦芽酒 | 5 | 衛生費 | 20 |
| 米ミール | 4 | ビール | 1 | 病院料 | 8 |
| セモリナミール | 4 | チョコレート | 1 | 医薬品 | 4 |
| ライ麦パン | 6 | 糖蜜 | 1 | 他の出費 | 8 |
| ライ麦パン(ソフト) | 14 | 塩 | 1 | アルコール飲料 | 10 |
| イーストパン | 10 | 夕食 | 10 | 交通・郵便料 | 41 |
| フレンチパン | 10 | コーヒー | 10 | 切符代 | 21 |
| ロールパン | 10 | タバコ | 20 | 路面電車 | 7 |
| 牛肉 | 18 | 衣服品 | 130 | 郵便代・電報代 | 7 |
| 子牛肉 | 4 | 衣服 | 63 | バス料金 | 3 |
| 羊肉 | 4 | 下着 | 35 | 自動車料金 | 3 |
| 羊肉(くんせい) | 2 | 靴 | 24 | 教育 | 21 |
| ソーセージ | 11 | ゴム着 | 8 | レクリエーション | 14 |
| 豚肉 | 8 | 家具 | 38 | 稀れに変動する物価指数 | 300 |
| 豚肉(塩づけ) | 4 | 輸送手段 | 16 | | |
| 豚肉(くんせい) | 4 | 自動車 | 4 | 総消費物価指数 | 1000 |
| バルチック鰊(塩づけ) | 6 | 自動車タイヤ | 4 | | |
| 鰊 | 6 | 自転車 | 4 | | |

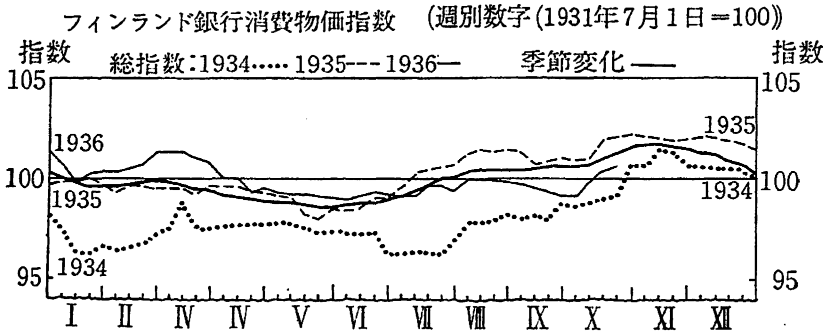
## 4. フインランド銀行消費物価指数の経過

1932年1月2日から1936年10月17日での「総消費物価指数」がどのように経過したかは次の第1図のとおりである。

第1図は1934年，35年および1936年の3カ年の結果とその季節変動を示すものであり，その月別平均が第2表で示される。

この指数は，1931年7月1日の基準時から1932年1月2日までにその上昇率は5.7%であったことがうかがわれる。この上昇は部分的にであるがその年の平均によりも，7月1日における季節的に低い指数によったものである。ところが，原則的にいって，1931年の秋期の金本位制度の停止との関連で生じた外国為替相場の騰貴の結果として生じたのである[10)]。したがって，表によると指数品目としての小麦粉，コーヒー，砂糖，果物，石油，自動車タイヤ，医薬品等々の輸入商品の価格は上昇を示している。1932年より33年を通じて指数は主として家賃水準の下降を示している。かくして，1934年秋期の指数は約2%の上昇を示し，ミルク，バター価格は食料品上昇のうちでも著しいものがみられたのである。

次にフインランド銀行消費物価指数と政府作成による生計費指数を一前者は155品目，後者は30品目一比較しよう。両者の個別指数の相対的経過は，その



第1図

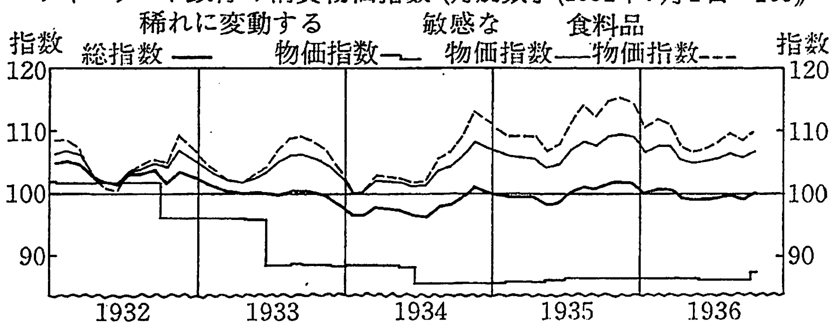
10) L. Törnqvist, *ibid.*, p. 28.

年平均によってとらえると次のとおりである。

| 年度 | フィンランド銀行CPI | 政府CLI |
|---|---|---|
| 1931.1.1 | 100.0 | 100.0（6月と7月の指数の平均） |
| 1932 | 103.3 | 100.4 |
| 1933 | 100.2 | 98.1 |
| 1934 | 98.1 | 96.3 |
| 1935 | 100.3 | 97.7 |

上述のとおり，ここで比較される両指数の採用品目は甚だ大きな差があるにもかかわらず，両指数の数値はきわめて接近している。フインランド銀行消費物価指数はヘルシンキ市に限定されるが政府生計費指数は21の都市にまで拡大されるという相違があるが，政府生計費指数には輸入商品のうちコーヒと砂糖だけを採用し，従って金本位制度の停止後の外国為替相場の騰貴は余り，この指数に影響しなかったことが判明するのである。

フィンランド銀行の消費物価指数（月別数字(1931年7月1日＝100)）




第2図

次に総指数の月別平均，敏感な物価指数および食料品価格およびきわめて稀れに変動する価格の指数の経過を示したものが第2図である。

これにより，敏感な物価指数の経過の大きく支配的な性質の見地で，全く当然のことであるが，総指数で70%，総消費指数の経過に類似性を示すことが読みとられる。ところが，それが消費物価指数の急激な変動を避け，全般的に，相対的に大きな数字を示すのである。この指数の年平均は次のとおりである。

| 1932年 | 1933年 | 1934年 | 1935年 |
|---|---|---|---|
| 104.7 | 104.0 | 103.3 | 107.0 |

**第2表　フインランド銀行消費物価指数**

月別平均，1931年7月1日＝100

| 年・月 | 総消費物価指数 | | 敏感な物価指数 | 稀れに変動する物価指数 | 食料品 | 家賃・電気・ガス |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 季節調整済 | 季節変化未調整 | | | | |
| 1932年 | | | | | | |
| 1月 | 105.2 | 105.0 | 106.4 | 101.8 | 108.6 | 100.0 |
| 2月 | 105.7 | 105.3 | 106.9 | 101.7 | 108.9 | 100.0 |
| 3月 | 105.2 | 104.9 | 106.3 | 101.7 | 107.3 | 100.0 |
| 4月 | 103.7 | 102.8 | 103.3 | 101.8 | 102.6 | 100.0 |
| 5月 | 103.2 | 101.9 | 101.9 | 101.8 | 101.0 | 100.0 |
| 6月 | 102.9 | 101.7 | 101.6 | 101.8 | 100.5 | 100.0 |
| 7月 | 103.4 | 103.0 | 103.5 | 101.8 | 103.6 | 100.0 |
| 8月 | 103.0 | 103.4 | 104.1 | 101.8 | 104.6 | 100.0 |
| 9月 | 103.5 | 104.0 | 104.8 | 101.8 | 105.5 | 100.0 |
| 10月 | 100.9 | 101.8 | 104.3 | 96.2 | 105.1 | 91.7 |
| 11月 | 102.0 | 103.7 | 107.0 | 96.2 | 109.3 | 91.7 |
| 12月 | 101.8 | 102.8 | 105.8 | 96.2 | 107.5 | 91.7 |
| 1933年 | | | | | | |
| 1月 | 102.0 | 101.8 | 104.3 | 96.2 | 105.1 | 91.8 |
| 2月 | 101.4 | 101.0 | 103.1 | 96.2 | 103.7 | 91.8 |
| 3月 | 100.7 | 100.4 | 102.2 | 96.2 | 102.4 | 91.8 |
| 4月 | 101.0 | 100.1 | 101.9 | 96.1 | 102.0 | 91.8 |
| 5月 | 101.8 | 100.5 | 102.5 | 95.9 | 103.0 | 91.8 |
| 6月 | 101.1 | 99.9 | 103.4 | 92.2 | 104.3 | 86.5 |
| 7月 | 100.2 | 99.8 | 105.1 | 88.5 | 107.1 | 81.2 |
| 8月 | 100.1 | 100.5 | 106.1 | 88.6 | 108.7 | 81.2 |
| 9月 | 100.1 | 100.6 | 106.2 | 88.6 | 109.1 | 81.2 |
| 10月 | 99.3 | 100.2 | 105.6 | 88.6 | 108.2 | 81.2 |
| 11月 | 97.9 | 99.6 | 104.6 | 88.6 | 106.7 | 81.2 |
| 12月 | 97.2 | 98.2 | 102.8 | 88.4 | 103.9 | 81.2 |
| 1934年 | | | | | | |
| 1月 | 96.9 | 96.7 | 100.4 | 88.5 | 100.3 | 81.2 |
| 2月 | 97.2 | 96.8 | 100.5 | 88.5 | 100.5 | 81.2 |
| 3月 | 98.1 | 97.8 | 102.1 | 88.5 | 102.9 | 81.2 |
| 4月 | 98.6 | 97.7 | 102.0 | 88.5 | 102.7 | 81.2 |
| 5月 | 98.8 | 97.5 | 101.8 | 88.4 | 102.4 | 81.2 |
| 6月 | 98.0 | 96.8 | 101.2 | 87.3 | 101.8 | 79.7 |
| 7月 | 96.9 | 96.5 | 101.4 | 85.7 | 102.1 | 77.4 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 8月 | 97.5 | 97.9 | 103.7 | 85.7 | 105.7 | 77.4 |
| 9月 | 97.8 | 98.3 | 104.3 | 85.7 | 106.6 | 77.4 |
| 10月 | 98.5 | 99.4 | 105.9 | 85.7 | 109.2 | 77.4 |
| 11月 | 99.3 | 101.0 | 108.2 | 85.7 | 113.0 | 77.4 |
| 12月 | 99.3 | 100.3 | 107.4 | 85.7 | 111.6 | 77.4 |
| 1935年 | | | | | | |
| 1月 | 100.0 | 99.8 | 106.6 | 85.7 | 110.2 | 77.4 |
| 2月 | 99.9 | 99.5 | 105.9 | 86.0 | 109.1 | 77.4 |
| 3月 | 99.8 | 99.5 | 105.8 | 86.0 | 109.1 | 77.4 |
| 4月 | 100.2 | 99.3 | 105.6 | 86.0 | 109.2 | 77.4 |
| 5月 | 99.7 | 98.4 | 104.2 | 86.3 | 106.9 | 77.4 |
| 6月 | 100.1 | 98.9 | 104.8 | 86.4 | 107.9 | 77.5 |
| 7月 | 100.9 | 100.5 | 107.1 | 86.5 | 111.7 | 77.7 |
| 8月 | 100.9 | 101.3 | 108.4 | 86.5 | 113.9 | 77.7 |
| 9月 | 100.4 | 100.9 | 107.7 | 86.5 | 112.4 | 77.7 |
| 10月 | 100.9 | 101.8 | 109.1 | 86.5 | 114.7 | 77.7 |
| 11月 | 100.3 | 102.0 | 109.5 | 86.5 | 115.3 | 77.7 |
| 12月 | 100.8 | 101.8 | 109.1 | 86.5 | 114.6 | 77.7 |
| 1936年 | | | | | | |
| 1月 | 100.5 | 100.3 | 106.8 | 86.5 | 110.6 | 77.7 |
| 2月 | 101.2 | 100.8 | 107.6 | 86.5 | 111.9 | 77.7 |
| 3月 | 101.1 | 100.8 | 107.6 | 86.5 | 111.1 | 77.7 |
| 4月 | 100.4 | 99.5 | 105.5 | 86.5 | 107.6 | 77.7 |
| 5月 | 100.4 | 99.1 | 104.9 | 86.5 | 106.7 | 77.7 |
| 6月 | 100.4 | 99.2 | 105.3 | 86.4 | 107.3 | 77.7 |
| 7月 | 99.9 | 99.5 | 105.7 | 86.4 | 108.3 | 77.7 |
| 8月 | 99.4 | 99.8 | 106.5 | 86.4 | 109.7 | 77.7 |
| 9月 | 98.8 | 99.3 | 105.8 | 86.4 | 108.5 | 77.7 |

Törnqvist のこれらの指数値は，1934年まで下降し，それ以後は3.5％の上昇を示している。第3表で示されるとおり，敏感な消費物価指数は「食料品」，「タバコ」，「衣服」，「筆記具」，「薪木・燃料油」の6種類よりなり，大きな季節変動を除去し，一般にこの敏感な消費物価指数は，食料品物価指数の変動とほぼ同じ挙動を示し，稀れに変動する商品の物価指数の時間が進むにつれて一方的に低落していることが判明する。ここでは表より読みとられるとおり，食料品指数のウエイトは総消費物価指数全品目ウエイト（1000）に対して444

第3表　フインランド銀行消費物価指数

年平均，1931年7月1日＝100

| 品目 | 1932年 | 1933年 | 1934年 | 1935年 |
|---|---|---|---|---|
| 食料品 | 105.4 | 105.3 | 105.0 | 111.3 |
| タバコ | 106.9 | 98.0 | 98.0 | 98.0 |
| 被服品 | 104.9 | 104.8 | 104.4 | 103.0 |
| 家具 | 98.9 | 95.8 | 95.8 | 95.4 |
| 輸送手段 | 114.9 | 114.9 | 104.6 | 103.9 |
| 筆記具 | 116.8 | 118.4 | 121.3 | 122.0 |
| 洗濯，クリーニング | 96.7 | 92.8 | 90.3 | 89.4 |
| 薪炭・燃料油 | 95.9 | 94.4 | 91.9 | 95.2 |
| 敏感な物価指数 | 104.7 | 104.0 | 103.3 | 107.0 |
| 家賃・電気・ガス | 97.8 | 85.9 | 79.2 | 77.6 |
| 家賃 | 97.6 | 84.7 | 77.5 | 75.9 |
| 電気・ガス | 100.0 | 102.5 | 102.5 | 102.5 |
| 衛生費 | 105.9 | 103.8 | 103.6 | 104.3 |
| 薬剤 | 137.6 | 133.0 | 132.4 | 132.5 |
| アルコール飲料 | 101.5 | 104.8 | 104.4 | 120.2 |
| 旅行・郵便料等 | 105.8 | 106.0 | 106.0 | 106.0 |
| 教育 | 107.5 | 104.1 | 107.5 | 107.5 |
| レクリエーション | 101.8 | 99.0 | 90.3 | 89.5 |
| 稀れに変動する物価指数 | 100.3 | 91.9 | 87.0 | 86.3 |
| 総消費物価指数 | 103.3 | 100.2 | 98.1 | 100.3 |

（すなわち44.4%）を占め，敏感な指数のウエイト 700 の半分以上に及ぶのである。この食料品指数の年平均は次のとおりである。

| 1932年 | 1933年 | 1934年 | 1935年 |
|---|---|---|---|
| 105.4 | 105.3 | 105.0 | 111.3 |

これによると1934年まで僅かに下降し，それ以降は6%の上昇を示している。これは総指数の突然の変動を示さない比較的安定した商品の物価指数によるものである。この指数の住居家賃，電気，ガス，衛生費，アルコール飲料，旅行代，郵便料金，教育費，レクリエーション費用等はあまり変化しない品目の

個別指数をふくんでいる。これは第2図で示したようにステップの形状を示す。1932年から1935年までの年平均は次のとおりである。

| 1932年 | 1933年 | 1934年 | 1935年 |
|---|---|---|---|
| 100.3 | 91.9 | 87.0 | 86.3 |

すなわち，各年度の平均指数は一貫して低下傾向を示しているが，それはこのグループのウエイトの50％以上を占める家賃の低下によるものであった。Törnqvist によれば，家賃の水準は一年に一回だけとりきめられ，いわゆる2DK（セントラル・ヒーティングの設備をほどこしたものと然らざるものをふくむ）についてヘルシンキの家賃の加重平均が求められたものであり，家賃の個別指数は次のとおりであった。

| 1932年10月1日 | 1933年6月17日 | 1934年6月23日 | 1935年6月29日 | 1963年10月3日 |
|---|---|---|---|---|
| 91.0 | 79.7 | 75.7 | 77.7 | 79.1 |

なお，第2表に示されたとおり，消費物価指数の年平均の中で，医薬品は最高値を示すが，それは外国為替相場の騰貴によるものであった[11)]。

## 5. Törnqvist 指数における季節変動

彼の個有の算求による消費物価指数には明瞭な季節変動が現われる。したがって，多くの時系列解析でのとるべき一つの手段としての季節変動除去もしくは修正の手順がとられなければならない。すなわち，経済の外在的変数たる季節による増減部分を除去することによって，その固有の変動分を明らかにしておかなければならない。彼はそのために，W. H. Person のいわゆるハーヴァート法をとる。すなわち，個々の項の連環比率法による。これでは4週移動平均法を用い，対前週差を対数で表現した[12)]。ここで，われわれは Person の方法について詳述することを必ずしも必要としない。しかし，Törnqvist は Person が連環比率法で求めた個々の値のメジアンの値をもって代表値とした

11) L. Törnqvist, *ibid.*, p. 30.
12) W. H. Person: *Indices of General Business Conditions,* Cambridge. Mass., 1914.

のに対して，Törnqvist では二項係数によって加重平均を求めたことだけを指摘しておかなければならない[13)]。この方法を食料品指数についてと同様に敏感な消費物価指数に用い，しかもこの食料品指数に全面的に季節変動が支配的にみられることを明白にした。彼によれば総消費物価季節指数は，敏感な指数の季節変動調整済み指数に0.7という係数を乗じて求められる。そのグラフは第1図の太線で示される。これによれば，消費物価指数は，5月は年平均と比較して約1％強く下回り，11月には1.5％だけ上回り，この季節指数の計算方法を変更することによって4.5年（4年6ヵ月）だけを利用可能なデータによる季節的大いさの範囲の約3％の精度で決定されるというのが彼の到達した結論である。なお，具体的なその計算そのものについてはふれられていない。

## 6. 消費物価指数の偏差

かくして，ここでの問題は，消費物価指数が，どの程度までその消費品目価格の一般的変動の時間的変動を明瞭にするか，その信頼性を測定評価しておく必要がある。そのためにはその時間的発展の経路からの偏差を測定しなければならない。そのためには，さまざまの選択された商品の個別指数の対数の標準偏差を計算しなければならない。Törnqvist はそのために次式を採った。すなわち

$$s^2=\Sigma c(\log p_t-\log p_{t0}-\log P_{t0}{}^t)^2/\Sigma c \qquad (11)$$

実際には計算の容易さという見地で，この場合の対数計算には，自然対数（$ln$）による。その近似値で1000分比による結果は次のとおりである。

| | 1932年 7月1日 | 1933年 1月7日 | 1934年 1月6日 | 1935年 1月5日 | 平　均 |
|---|---|---|---|---|---|
| 食料品指数 | 125.0 | 110.0 | 120.0 | 115.0 | 118.0 |
| 敏感な消費物価指数 | 125.0 | 116.0 | 120.0 | 125.0 | 122.0 |
| 総消費物価指数 | 120.0 | 123.0 | 150.0 | 177.0 | 143.0 |

13）二項係数による加重平均法については
F. E. Croxton, and D. J. Cowden: *Applied General Statistics*, N. Y., 1951, pp. 421—426, 参照.

ここでみられる如く，1933年から1934年の総消費物価指数の偏差が大幅に正の方向に現われているのは，その間の消費物価指数との関係で家賃個別指数の大幅の下降によるものである。これは特に1934年７月以後に顕著な現象である（第１表をみよ)。この期間にないゆえに家賃のみが著しく下落したか。彼によれば，それは1928年から32年にかけて，この一般物価の下落に応じて家賃水準をタイム・ラグを伴って調整されたからであり，指数計算に採用された商品の総体についての消費物価指数の一般的トレンドに対して相当幅の敏感さをもって展開しているのである。かくして，彼はいかなる範囲で季節変動が分布状態でとらえられるかを吟味，検討するために総商品の四半期別の標準偏差を算した。その結果は次の第４表である。

**第４表　食料品の四半期別分布**

| 1932年 | | 1933年 | | 1934年 | | 1935年 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| １月２日 | 125 | １月７日 | 110 | １月６日 | 120 | １月５日 | 115 |
| ３月26日 | 120 | ４月１日 | 135 | ３月31日 | 129 | ３月30日 | 102 |
| ６月25日 | 131 | ７月１日 | 120 | ６月30日 | 157 | ７月６日 | 112 |
| 10月１日 | 124 | ９月30日 | 155 | ９月29日 | 143 | 10月５日 | 123 |
| | | 12月30日 | 128 | | | 12月28日 | 109 |

これより，食料品物価の変動の偏差は，各年の他の季節におけるよりも大であることが読みとられる。すなわち，食料品物価の変動は，秋期に大であることが判明する。なお，ここで彼によると，この分布を検討する場合に，指数計算に採用する基礎価格をどのように選定するかは結果に大きな影響を与えることを無現せざるをえないことを指摘する。いま，1931年７月１日という，この指数の基準期間価格によらないで，問題とされる総体期間の平均が，その出発点として採られるときは，この分布は平均して約30％だけ縮小され，したがって，この分布の展開はある程度まで変化を示すのである。

指数計算に対数一ここでは自然対数一を利用する Divisia 以来の方法は，ウエイト体系を変更することにより，時間的経過に生ずる消費構造の変化に弾力的な調査をほどこしうるのであり，いわゆる R. G. D. Allen, O. Anderson

的な連鎖指数の長所を盛ることが可能である[14]。すなわち，物価指数をして，より忠実に現実の物価変動を反映せしめることが可能となる。ところが，Törnqvist はフインランド銀行の消費物価指数計算で現在，用いられうる物価をウエイトの特殊性が考慮される最善のものとは一概にいいえないとし，もし，ウエイト体系が適当な限界内で変化させられるとき，どの程度まで，この結果が影響されるか考察することによって物価変動に伴う偏差に比例して増減する不確実性の限界は0.5%から1%の幅に納まるとする[15]。この数値より，ここでとり上げるヘルシンキで消費される品目の価格の変動の集計的把握としてかなりの信頼性を有するものであるとし，物価水準の構成項に作用する諸経済要因が，その上昇に対しては下降するよう促し，その下降に対して上昇するように反作用する。しかも彼の指数算式は既述のとおり，フインランドの通貨政策（特に為替政策）との関連で提案され，試算に利用されたもので，単なる理論的もしくは計算のふるいを経過しない抽象的な算式でないところに，その意義を見いだすのである。

## 7. 結　　論

以上が L. Törnqvist の指数算式の概略的な説明である。すなわち，彼の指数式は Las 式と Paa 式の固定的基準法の欠陥をさけるものである。私見であるが，彼がフインランド銀行消費物価指数算式の提示を求められたとき，彼の思考の基礎をなしたものは，スウエーデンの「国立銀行消費物価指数」(Sveriges

---

14) R. G. D. Allen: *Index Numbers in Theory and Practice*, 1975. 溝口・寺崎訳，「指数の理論と実際」，東洋経済新報社，昭和52年　O. Anderson: *Probleme der statistischen Methodenlehre*, 1957, S. 50—S. 57. したがってこの二人の理論家の国であるイギリス，ブルガリアでは連鎖指数法によって指数計算を行なう。なお，イギリスの場合には R. F. Fowler: *Some Problems of Index Number Construction*, Studies in Official St., Research Series, No. 3, 1970. をみよ。

15) L. Törnqvist, *ibid*., p. 32.

Riksbanks konsumtionsprisindex)[15] であっただろう。Lindahl のこの論文でも「固定基準法」(Indexserie med qast basperiod) と比べて「連鎖基準法」(Indexserie med rörlig basperiod kedjeindex) の妥当性を強調している。また，Törnqvist は基準時ウエイトと比較時ウエイトの平均をもって指数ウエイトとして採ったが，これはスウエーデンの $\Sigma\frac{p_1}{p_0}p_0\frac{q_0+q_1}{2}$，およびその「総和支出法」として $\Sigma p_1\frac{q_0+q_1}{2}/\Sigma p_0\frac{q_0+q_1}{2}$ が影響しているのである。したがって，彼の算式は連鎖指数の特殊式であり，その計算の容易性より対数によった。ゆえに，対数連鎖指数というべきものであり，それが対数によることによって，その後のこの種の研究に重要な示唆を与え，連鎖指数である Divisia 算式を，連続型から離散型へと変形するとしても基本的なものとして Divisia 算式をとることとより，今日の指数の経済学的理論の共通の基盤を提することになったのである。したがって，Törnqvist 算式のより以上の研究には本文中にもふれた Pollak，Blackorby，Afriat，Lau，Diewert，Deaton，Christensen，Jorgenson の見解にまで及ぶべきである。

## 補　　論

指数論では，従来の Las 式，Paa 式との関係を明確にしておくことが，その指数の基本的性質を明らかにするのに役立つ。本稿でもこの補論において，このことを述べておこう。

ここで Las 式は次のように表わされる。

$$L(p^t,p^s)=\frac{\Sigma x_i^s p_i^t}{\Sigma x_i^s p_i^s}=\Sigma w_i\left(\frac{p_i^t}{p_i^s}\right) \tag{1}$$

（$s$＝基準時，$t$＝比較時，$x$＝数量，$p$＝価格）

$$w_i=\frac{x_i^s p_i^s}{\Sigma x_i^s p_i^s}=\text{ウエイト}$$

16) Erik Lindahl: Sveriges Riksbanks konsumtionsprisindex, *Ekonomisk Tidskrift,* 1933, Häft, 3, pp. 83—126.

第5表　各算式の比較

（注：H.T.Log＝相似拡大的対数）

| 年度 | 牛肉 | | | | 牛肉製品 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Laa式 | Pas式 | Törnqvist式 | H.T.Log式 | Laa式 | Paa式 | Törnqvist式 | H.T.Log式 |
| 1947年 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| 1948 | 1.120 | 1.118 | 1.119 | 1.128 | 1.030 | 1.030 | 1.030 | 1.029 |
| 1949 | 1.049 | 1.047 | 1.048 | 1.057 | 1.039 | 1.037 | 1.038 | 1.033 |
| 1950 | 1.078 | 1.074 | 1.076 | 1.089 | 0.959 | 0.957 | 0.958 | 0.954 |
| 1951 | 1.196 | 1.186 | 1.191 | 1.209 | 1.055 | 1.050 | 1.052 | 1.048 |
| 1952 | 1.186 | 1.176 | 1.181 | 1.199 | 1.142 | 1.127 | 1.135 | 1.120 |
| 1953 | 1.121 | 1.085 | 1.102 | 1.110 | 1.078 | 1.064 | 1.071 | 1.068 |
| 1954 | 1.099 | 1.061 | 1.080 | 1.084 | 1.051 | 1.037 | 1.044 | 1.042 |
| 1955 | 1.045 | 1.005 | 1.025 | 1.034 | 1.073 | 1.058 | 1.066 | 1.062 |
| 1956 | 1.000 | 0.961 | 0.980 | 0.989 | 1.129 | 1.113 | 1.121 | 1.114 |
| 1957 | 1.081 | 1.035 | 1.058 | 1.065 | 1.112 | 1.096 | 1.104 | 1.098 |
| 1958 | 1.188 | 1.134 | 1.161 | 1.169 | 1.216 | 1.195 | 1.205 | 1.194 |
| 1959 | 1.146 | 1.090 | 1.118 | 1.128 | 1.197 | 1.177 | 1.187 | 1.176 |
| 1960 | 1.133 | 1.077 | 1.105 | 1.115 | 1.202 | 1.181 | 1.192 | 1.181 |
| 1961 | 1.127 | 1.070 | 1.098 | 1.108 | 1.217 | 1.196 | 1.206 | 1.197 |
| 1962 | 1.162 | 1.103 | 1.132 | 1.142 | 1.214 | 1.191 | 1.203 | 1.196 |
| 1963 | 1.144 | 1.085 | 1.114 | 1.124 | 1.303 | 1.273 | 1.288 | 1.280 |
| 1964 | 1.120 | 1.063 | 1.091 | 1.101 | 1.351 | 1.319 | 1.335 | 1.327 |
| 1965 | 1.202 | 1.137 | 1.169 | 1.180 | 1.348 | 1.313 | 1.330 | 1.309 |
| 1966 | 1.299 | 1.228 | 1.263 | 1.276 | 1.349 | 1.314 | 1.331 | 1.310 |
| 1967 | 1.261 | 1.190 | 1.225 | 1.237 | 1.343 | 1.308 | 1.325 | 1.303 |
| 1968 | 1.293 | 1.220 | 1.256 | 1.269 | 1.442 | 1.403 | 1.422 | 1.400 |
| 1969 | 1.407 | 1.327 | 1.367 | 1.380 | 1.472 | 1.432 | 1.452 | 1.426 |
| 1970 | 1.472 | 1.389 | 1.430 | 1.444 | 1.512 | 1.471 | 1.492 | 1.461 |
| 1971 | 1.474 | 1.387 | 1.430 | 1.441 | 1.574 | 1.532 | 1.553 | 1.523 |

これに対して Paa 式は

$$P(p^t,p^s)=\frac{\sum x_i^t p_i^t}{\sum x_i^t p_i^s}=\frac{1}{\sum w_i^t\left(\frac{p_i^s}{p_i^t}\right)}=\frac{1}{L(p^s,p^t)} \tag{2}$$

以上の Las 式，Paa 式は固定的基準法によったものであるが，これを連鎖基準法に変形すると次のようになる。

$$L(t)/L(t-1)=\Sigma w_i^{t-1}(p_i^t/p_i^{t-1}) \quad (1)'$$

また $$P(t)/P(t-1)=[\Sigma w_i^t(p_i^{t-1}/p_i^t]^{-1} \quad (2)'$$

(1)′＝連鎖 Las 式，(2)′は連鎖 Paa 式である。ここで(1)′，(2)′と比較される Törnqvist の連鎖式は次のとおりである。

$$ln(T(t)/T(t-1))=\Sigma[(w_i^t+w_i^{t-1})/2]ln(p_i^t/p_i^{t-1}) \quad (3)$$

第(3)式は相似拡大的トランスログ効用関数からの生計費指数に対応する。しかも，それはウエイトとして観察した支出比を用いるが，相似拡大的トランスログ生計指数は

$$w_i=(\alpha_i+\sum_j \beta_{ij}lnp_j^*)/\sum_j \alpha \qquad (i=1,\cdots,n) \quad (4)$$

により，これは間接的（支出と価格より求める）トランスログ効用関数に対応する。したがって第(3)式は次式に対応する。

$$ln(H(t)/H(t-1))=\sum_i((\hat{w}_i^t+\hat{w}_i^{t-1})/2)ln(p_i^t/p_i^{t-1}) \quad (5)$$

第5表はこれらの Las 式，Paa 式および Törnqvist 式およびトランスログ生計費指数のよき近似値としての相似拡大的トランスログ算式の各結果値の比較を行なうものである。これより Törnqvist 算式は生計費指数のきわめてよい近似値を示す[1)]。

---

1）N. E. Terleckyi: *Household Production and Consumption,* N. Y., N. B. E. R., 1975.
L. R. Christensen and M. E. Manser: Cost-of-Living Index and Price Indexes for U. S. Meat and Produce, 1947—71.