家計の貨幣需要

著者	丹羽 明
雑誌名	關西大學經済論集
巻	30
号	4-6
ページ	497-517
発行年	1981-01-20
その他のタイトル	The Demand for Money by Household
URL	http://hdl.handle.net/10112/14550

論　文

家計の貨幣需要

丹　羽　　明

1. 序

不確実性の存在しない世界を扱う通常の古典派モデルにおいて貨幣を扱う際の困難の一つは，貨幣の保有が何らかの効用を生むと前提しなければならないことである。将来が確実な世界で利子を生まない貨幣がどのような効用を生むのかが明示的に説明されないままである[1)]。また逆に，貨幣が効用を生まないとすれば，飽和状態でない富および所得制約の下では，効用を生む他の財とともに貨幣が保有される可能性はない。したがって，確実な世界での貨幣保有を説明するためには，取引費用，持越費用等のいわゆる摩擦を明示的に導入しなくてはならない。取引費用の明示的な導入は Baumol〔2〕，Tobln〔14〕以来数多くの文献で行なわれている[2)]。連続的に行なわれる消費を前提として，財の購入を無限回行なうことは取引費用を無限大にさせることになる。また，利子収入を最大にするためには金融資産の売買を無限に多く行なうべきであるが，それは取引費用を無限に大きくする。したがって，連続的に行なわれる消費を前提として，財および金融資産の最適な取引回数と保有量を決定することが意味をもってくる。消費と購入を明示的に区別することによって，収益を生

1）古典派モデルの貨幣の扱いについては Fisher〔6〕の Appendix A 222—246. を参照されたい。

2）例えば Feige-Parkin〔5〕，Santomero〔13〕，Grossman-Policano〔7〕，Howitt〔10〕，Niehans〔11〕など。

まないと同時に費用もかからない，他の財の間の交換を媒介する唯一の財である貨幣が保有される可能性がでてくる。

本稿の目的は，このようないわゆる在庫アプローチによって，貨幣需要を確定すること，および通常の消費理論との関係を示すことにある。家計の決定は基本的には，（i）予想所得流列の消費流列への変換，すなわち各期の消費，貯蓄比率の決定，(ii)各期の消費（貯蓄）の各財への配分決定，および (iii)各財の購入に関する決定，の3段階に分割できよう。本稿の中心は(iii)の問題であり，Grossman-Policano〔7〕の拡張であるが，同時に(i)との関係が明示的に述べられる。

2.　家計の行動

はじめに，家計の財および金融資産の購入方法を定式化する前に，その背景となる家計の行動を概略しておこう。ある時点における家計の問題はそれ以降の生涯に渡って得られると予想される所得を，彼の満足水準を最大にするように各期の消費支出へと配分することである。典型的な個別家計の生涯は次のようなものとする。家計はある保有資産ゼロの時点で職につき，賃金所得を獲得しはじめ，一定期間働いた後退職する。退職後の消費のために，彼はそれ以前の賃金所得から貯蓄を行い，金融資産を蓄積せねばならない。賃金所得がゼロとなる退職後はこの蓄積した金融資産の利子所得および元本の取り崩しによって，各期の消費を finance し，彼が生涯を終える時点で彼の保有資産はゼロとなる。したがって，家計の総所得（賃金プラス利子）および保有資産は，もし借入れが許されないとすれば，最初増加してゆき，退職の時点でピークとなり，その後減少してゆくであろう。

さて，家計の効用（u）を消費支出（x）の関数とし，あらゆる $x>0$ に関し次のような通常の仮定をする。

$$u(x)>0;\ u'(x)>0,\ u''(x)<0 \tag{1}$$

また，彼が異時点間の効用を比較する際に用いる主観的割引率（時間選好率 θ）

は効用の時間流列の関数とする。$\theta>0$ および次の性質を仮定する[3]。

$$\theta(u)>0,\ \theta'(u)>0,\ \theta''(u)>0,\ \theta(u)-\theta'(u)u>0 \tag{2}$$

(1)と(2)を結びつけることによって，時間選好と消費支出の関係が得られる。すなわち，時間選好率は家計に例えば現在の消費支出を1ドルだけ差し控えさせることによって，彼を同一の満足水準にとどめさせるに必要な将来のある時点における消費支出の最小の増加分，あるいは家計の1ドル分の支出を現在から将来のある時点に延期させるに必要な最小のプレミアムと定義される[4]。

個別家計の所得は彼が保有する金融資産からの利子所得と賃金所得の和である。貯蓄がすべて金融資産で保有されるとすれば，家計が各期の所得に等しい消費を行なうならば，それ以後の所得は不変であり，また所得と消費が等しくない場合には，それ以後の所得は変化する。したがって，家計の問題はまず初期の金融資産保有，賃金所得および消費効用水準に依存する主観的割引率（時間選好率）を所与として，最大の満足水準をもたらすような所得流列と消費流列を選ぶことである。この種の問題では時間選好率が市場利子率に等しい点で最適な消費流列が決定される。もし時間選好率が市場利子率より小とすれば，家計は金融資産を購入して（貯蓄を増加して），同一の満足水準に止どまるに必要な額以上のプレミアムを得ることができ，逆に時間選好率が市場利子率より大とすれば，彼は将来消費（貯蓄）を減少させ，現在消費を増加することによって，より大きな満足水準に達することができるからである。現在消費の減少は時間選好率を上昇させ，逆は逆である。したがって，時間選好率が利子率と異なっている限り，この調整が続き，最終的には両者が一致するはずである。

図1は2期間の場合を例示したものである。x_1 は現在消費，x_2 は将来消費であり，無差別曲線Iは同一の効用水準を維持する現在消費と将来消費（現在貯蓄）の組み合わせを示しており，曲線上の接線の傾きが両者の限界代替率で

3）ここでは Uzawa〔15〕における効用と時間選好の関係を念頭においている。p. 486—9. u は効用の時間流列を表わしている。

4）cf. Henderson-Quandt〔9〕邦訳 p. 377—8.

あり時間選好率プラス１である5)。右下りの直線 AB の傾きが市場利子率プラス１であり，その内部が実行可能領域である。第１期の１ドルは市場利子率 (r) で貸出すことによって，第２期には $(1+r)$ となる。通常の消費理論と全く同様に，最適な消費は無差別曲線と予算線 AB の接点 E で決まる。そこでは，家計は今期の所得 OB のうち OC を消費し，CB で金融資産を購入し，第２期において元金と利子の和〔$CB(1+r)=CE$〕を消費する。点 E では時間選好率と利子率が等しい。

家計が借入れを許されている場合には，予想生涯所得が生涯消費の制約となるが，借入れを許されない場合には，各期の所得プラス保有資産が各期の消費の制約となる。したがって後者の場合には，時間選好率が市場利子率より大の時，現在消費を増加していく調整中に（時間選好率が低下して利子率に等しくなる

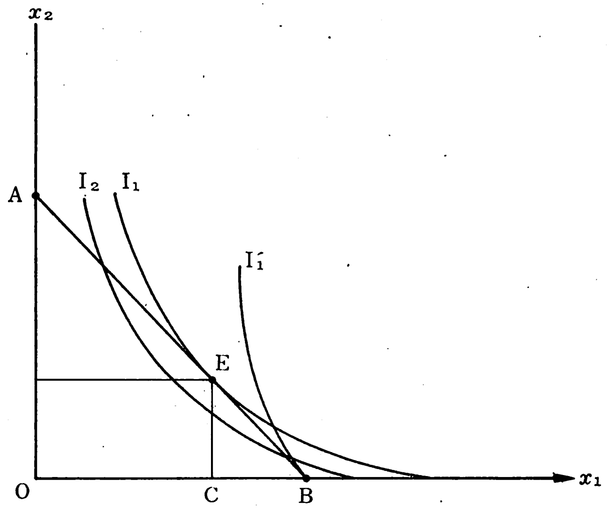

図１

5）無差別曲線が横軸から出発しているのは，所得をすべて現在消費に回した時の効用水準を基準にして，徐々に現在消費を減少させていった時，減少した効用を丁度補償する将来消費の増加を求めることによって，時間選好が計測されているからである。cf. Uzawa〔15〕

以前に），当期の制約にぶつかる可能性がより大である。これは無差別曲線が図1の I'_1 に類した場合であり，コーナー解となる。今期の所得と保有資産がすべて今期の消費に回されても，なお依然として時間選好率と利子率は一致しない。借入れが可能な場合には，生涯に渡る所得流列を消費流列に変換する際の制約がより緩やかなので，コーナー解になる可能性は小さいと考えられる。このようなコーナー解になる可能性が大きいのは，家計がライフ・サイクルの初期，すなわち賃金所得が相対的に低く，金融資産の蓄積も少ない時期において借入れが許されない場合であろう。

借入れが許される場合には図2のように，無差別曲線および予算線は横軸を切って下方に伸びることになる。ここでは，無差別曲線 I'_2 と予算線 AB の延長線との接点 E が最適点となる。今期の所得（OB）と借入れ（BD）を今期に消費し，来期の所得で元金と利子の和（DE）を返済することになる。借入れが許されない場合の効用水準（I'_1）よりも高い満足水準に到達でき，同時にそこでは時間選好率と利子率が等しい。

基本的には，家計がそのライフ・サイクルのどの時点に位置しているかによって，各期の消費と当該期間の所得の大小関係が決まってくる。貨幣需要を求める際に，以下で仮定されている家計は退職以前のある時点に位置しているものとする。すなわち，彼は各期の所得の中から正の貯蓄を行ない，退職後の消費に備えて，保有金融資産を増加しつつあるものとする。

さて，生涯の予想所得流列を最適な消費流列へと変換した家計には，各期の消費を各消費財へと配分する問題，および貯蓄をどのような資産で保有するかという問題が残っている。消費決定に関しては通常の1期間の消費理論がそのまま適用される，すなわち消費財の間の限界代替率が価格比率に等しい点で決まる。また第2の問題に関しては，確実性を前提した世界では，貯蓄はすべて収益のもっとも高い金融資産で保有されることは自明であろう。本稿で扱おうとする貨幣需要の決定は主としてこのうちの前者，すなわち家計が各期の総消費支出と各消費財への配分を決定した後に生じる問題である。なぜなら，各期

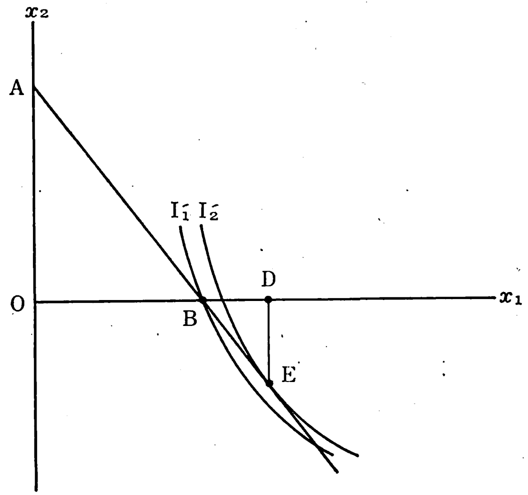

図 2

における各財の消費支出が決定されたとしても，取引費用，持越費用など各財の性質を考慮すると，期初にそれらをすべて購入しておくことが有利であるとは必ずしも言えないし，また財の性質によっては高額で分割不可能なために1回の所得では購入できないような財も存在するからである。その場合には，ある期間貨幣を保有しておくことがもっとも有利となる。そして，そこに確実性を前提とした世界でも貨幣が保有される理由を見出すことができるのである。貨幣需要は通常の理論で決定された各期の消費支出および各財への消費比率を与えられたものとして，各消費財をその性質に応じて，どのように購入することがもっとも有利であるかの決定に付随して決定されるのである。

さらに，以下では単純化のために，利子所得はすべて貯蓄に回され，賃金所得および価格水準は考察期間を通じて一定と仮定する。

3. 購入方法

家計の利用可能な財は消費財 (G)，貨幣 (M)，債券 (B) であり，このうち消費財は異なる性質をもつ消耗財 (perishable good) G_1 および耐久財 (durable good) G_2 の2種類から成るものとする。消費財は消費からの効用のために購入され，その消費量および消費比率は与えられており，考察期間中一定かつ連続に行なわれるとする。消耗財 G_1 は購入の際の取引費用が比較的小さく，持越費用はそのストックに比して大きい消費財である[6]。G_1 は保有によって収益を生まないので，1回の購入額を小さくし，頻繁に購入することが有利な財である。逆に耐久財 G_2 は取引費用が大きいとか，あるいは持越費用がストックに比して小さい財であり，かつ分割不可能で1回の購入費が多額であるなどの性質をもった財である。したがって，G_2 は購入頻度の少ない財である。耐久財 G_2 はその耐用期間に渡って効用を生むので，その価格はフロー部分と資産部分の2つの部分から成ると考えられる[7]。この2つの価格の関係を Diwert〔4〕に従って，次のように定義する。単純化のため2期間を想定すると，家計は期初に1単位の耐久財を P^*_{G1} で購入し，第1期のサービスの使用に対して使用料 P_{G1} を自らに課す。そして残りの $P^*_{G1}-P_{G1}$ を投資し，その投資部分が市場利子率 r を生むと考える[8]。資産部分のうち，第1期中における資本減耗分（δ）を差し引いた残りが第2期の初めに P^*_{G2} で売却されるとみなすと，次の関係が成立する。

$$(P^*_{G1}-P_{G1})(1+r)=(1-\delta)P^*_{G2} \tag{3}$$

P^*_{G2} は資産部分の第2期における売却額である。消耗財 G_1 の場合には（$\delta=1$），$P_{G1}=P^*_{G1}$ となり，使用料と購入価格（資産部分の価値）は等しくなる。

6）取引費用は市場に出かける労力・費用，仲介料，通信費など取引に伴なうあらゆる費用を含んでいる。また持越費用も財自身の劣化・減耗を含む保有に伴なうあらゆる費用を意味している。取引費用は lump sum，すなわち取引数量に関係なく，取引回数のみに依存し，持越費用は保有量および保有期間に依存するものとする。

7）すなわち，耐久財はその使用による効用フローの価値の部分と，一種の投資とみなすべき資産価値部分とから成っている。前者は user cost とか rental price と呼ばれるものである。

8）耐久財は中古市場が不完全な場合，取引費用が大きいので，投資部分のネットの収益率は小さくなる。ここでの耐久財は再販売の目的で保有される訳ではないので，その収益率はそれを保有する家計の主観的なものである。

(3)式を書き換えると，

$$P_{G1}=P^*_{G1}-\frac{(1-\delta)}{1+r}P^*_{G2} \tag{4}$$

となる[9]。耐久財の資産部分の価格を一定とすれば（$P^*_{G1}=P^*_{G2}$），

$$P_{G1}=\frac{\delta+r}{1+r}P^*_{G1} \tag{5}$$

であり，したがってもし資産部分の収益率（r）がゼロとすれば，$P_{G1}=\delta P^*_{G1}$ となり，資産部分の減耗分の価値が丁度その期中に生じる効用フローの価値に等しくなる[10]。

各期の消費支出のうち G_1 と G_2 に配分される比率の決定に関与するのは，効用フローの価格である使用料 P_G であり，各種資産の保有に関係するのが資産部分の収益率である。したがって，耐久財の購入価格（P^*_G）を一定とすれば，市場利子率の変化は(5)より効用フローの価格 P_G にはあまり影響せず（すなわち G_1 と G_2 の消費比率を変化させず），各種資産の保有比率に影響する[11]。

貨幣（M）は価格水準を一定とすれば，収益率および持越費用ともにゼロである。貨幣経済を前提しているので，貨幣はその他の資産間の交換に必ず媒介手段として使用される。貨幣以外の資産の保有，取引には費用を要するために，temporary abode として貨幣を保有することが有利となる。債券（B）は市場利子率（r）に等しい収益を生み，取引費用は正，持越費用はゼロとする。以上をまとめると，各資産の収益および費用の記号は表1のようになる。また考察期間を T とし，その期中の所得受取回数を n，消耗財（G_1），耐久財（G_2）および債券（B）の取引回数をそれぞれ g_1, g_2, b とする。単位期間を所得受

9）Diwert〔4〕によれば，P_t を t 期における耐久財のサービス価格，P_t^* を同じく t 期の購入価格，r_t を t 期の市場利子率とすれば，一般には次のようになる。

$$P_t=\frac{P_t^*}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})}-\frac{(1-\delta)P^*_{t+1}}{(1+r_1)\cdots(1+r_t)}$$

10）通常の耐久財の扱いは，この資産部分の収益率をゼロとする場合であろう。

11）耐久財の購入価格を一定とし，(5)式を r に関して微分すると，

$\frac{\partial P_{G1}}{\partial r}=\frac{\delta-1}{(1+r)^2}P^*_{G1}$，$\delta<1$ なので，$\frac{\partial P_{G1}}{\partial r}<0$ となり，正確には利子率の変化は耐久財のサービス価格を変化させることになる。

取期間（T/n）とすると，G_1 は T/n に必ず1回は購入され，G_2 は複数回の T/n に1回購入される。

表1

	G_1	G_2	M	B
収　益	0	r	0	r
取引費用（1回当り）	α_1	α_2	0	α_b
持越費用	β_1	$\beta_2(=\delta)$	0	0

家計がそのライフ・サイクルの前半に位置しているとすると，彼はまず考察期間中の総所得を期中での消費支出分と考察期間以後へ持越す貯蓄部分とに分割する。後者は，各所得受取りと同時に債券の形（B_s）で保有され，前期 T_{n-1} から引き継ぎ，そのまま来期に持越される債券部分（B_o）に付加される。これらは退職後に備えて保有される金融資産であり，先に述べた異時点間の消費・貯蓄決定による貯蓄部分であり，ここで問題とする期中における資産保有の決定には関与しない。ここでの問題は期中において消費される部分に関してである。そこで債券が保有される可能性は耐久財の性質に依存している。

消費財以外の各資産は最終的には，消費財購入の目的で保有されている。貨幣保有は消耗財（G_1）購入のための貨幣需要（M_1）と耐久財（G_2）購入のための貨幣需要（M_2）という2つの部分に分けられる。このうち，G_1 は所得期間内に必ず1回は購入されるので，貨幣⟶債券⟶貨幣という取引に要する取引費用および債券の保有期間の長さを考慮すれば，そのまま貨幣で保有した方が有利であろう。これに対して，G_2 は1回の購入額が多額であるので，複数回の所得からの蓄積によって購入可能となるような財である。したがって，取引費用を考慮に入れても，そのまま貨幣の形態で保有するより，貨幣残高がある水準以上になれば，債券で保有した方が有利となる。

考察期間中の賃金所得は一定，債券保有からの利子所得はすべて債券の購入に向けられ，次期に持越される。したがって，賃金所得から来期に持越される貯蓄部分を差し引いた残りが考察期間中の消耗財 G_1 と耐久財 G_2 への消費に向けられる。両者の消費比率はその限界代替率が価格比率に等しい形で決定されており，ここでは所与である。消費財と債券の購入，取引回数，および所得受取回数の間には，$g_1 \geq n \geq b \geq g_2$ の関係が成立しているが，さらに単純化のためにそれらの間に整数倍の関係，$g_1 \geq 2n \geq 4b \geq 8g_2$ が成立していると仮定する。

各財の購入パターンを時間的・量的に一様なものとすれば，各財の最適保有量はそれらの最適取引数から求めることができる[12)]。考察期間 T の直前に耐久財 G_2 の耐用期間が到来しており，T の期初に買換えられるとすると，各財の購入パターンは次のようになる。

まず最初の所得受取期（T/n）において，家計は賃金 W を貨幣で受取ると，それを今期の消費 cW と貯蓄 $(1-c)W$ に分割する。c は消費性向であり，所与である。単位時間当りの消耗財 G_1 への消費支出を x_1，耐久財 G_2 へのそれを x_2 とすると，次の関係が成立している。

$$cW=(x_1+x_2)\frac{T}{n} \tag{6}$$

所得受取期間の期初に，家計は消耗財 G_1 購入のための貨幣 x_1T/n のうち，まず x_1T/g_1 だけ G_1 を購入し，残りを貨幣（M_1）で保有する。期間 T/g_1 の間にそれを消費し尽すと，同量の G_1 を購入する。これを各所得受取期間内に g_1/n 回繰り返す。したがって，G_1 を購入するために保有される貨幣残高は $x_1T/n-x_1T/g$, 平均残高（$\overline{M_1}$）は，

$$\overline{M_1}=x_1\frac{T}{2n}-\overline{G_1} \tag{7}$$

である。なお，G_1 および G_2 の平均保有量 $\overline{G_1}$ および $\overline{G_2}$ はそれぞれ $x_1T/2g_1$ および $x_2T/2g_2$ である。

---

12) cf. Tobin〔14〕

耐久財 G_2 に関しては，前期末に丁度その耐用期間が到来しているので，前期までに蓄積された G_2 購入のための貨幣残高（M_2）と債券（B），そして今期の所得のうち G_2 の購入に向ける部分 x_2T/n の総和 x_2T/g_2 で新しく G_2 を購入する。したがって，今期中の貨幣および債券保有（M_2 と B の保有）はゼロである。

次の所得受取期では，消耗財 G_1 とその購入のための貨幣保有 M_1 については，前期と同様のパターンが繰返される。また耐久財 G_2 に関しては，貨幣の形で $M_2=x_2T/n$ が保有され，債券保有はゼロである。以後の（$n/b-1$）回の所得受取期はこのパターンが繰返され，$B=0$ の状態で，貨幣残高 M_2 が x_2T/n ずつ増加してゆく。そして n/b 回目の所得受取期（T/b 期）において，当期の所得からの G_2 購入のための貨幣残高 x_2T/n とそれ以前に蓄積された貨幣残高（$x_2T/b-x_2T/n$）の合計 x_2T/b で債券 B が購入される。それ以後，T/b 期間ごとにこのパターンが繰返される。したがって，耐久財 G_2 購入のための平均貨幣保有量 $\overline{M}_2$ は次のようになる。

$$\overline{M}_2=\frac{x_2T}{2b}-\frac{x_2T}{2n} \tag{8}$$

n/b 回の所得受取りにつき 1 回購入される債券は，（b/g_2-1）回蓄積を繰返し，T/g_2 期に当期の所得からの x_2T/n，それまで蓄積されてきた貨幣残高 $M_2(=x_2T/b-x_2T/n)$ および債券 $B(=x_2T/g_2-x_2T/b)$ の合計 x^2T/g_2 によって，耐久財 G_2 がはじめて購入される。したがって，G_2 の購入目的で保有される債券の平均保有量は次となる。

$$\overline{B}=\overline{G}_2-\frac{x_2T}{2b} \tag{9}$$

以上のように，家計の消費財の購入パターンを定式化することによって，各資産の平均保有量が得られた。図 3 は $g_1=24$，$n=12$，$b=6$，$g_2=3$ の場合における資産の保有パターンを例示したものである。消費は常に x_1，x_2 と一定率で連続に行なわれているが，それらの購入は discrete である点を明示的に取り入れているのがこの種の分析の特徴の一つである。

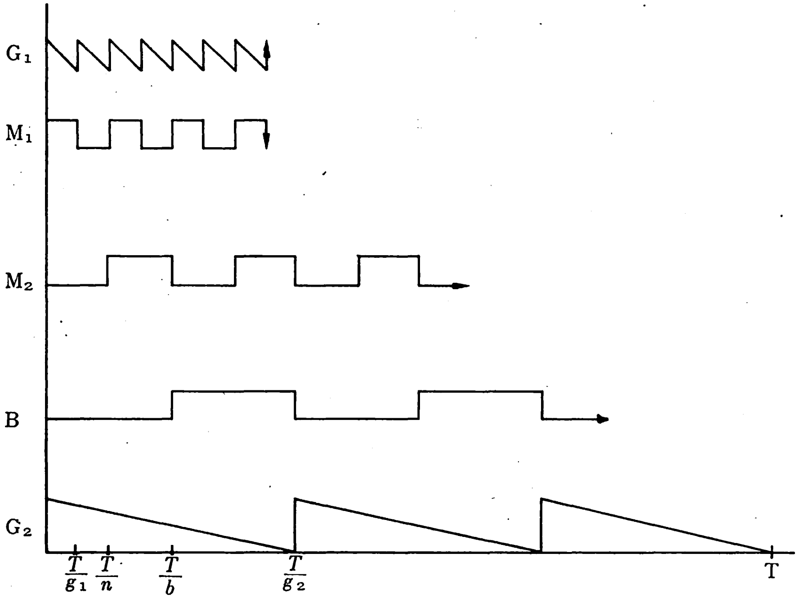

図 3

4.　貨幣需要の決定

家計は各資産の保有・購入に伴なう収益および費用を勘案して，資産保有によって生じる収益を最大にするように各資産の取引・購入回数を選ぶことになる。表１を与えられたものとして，考察期間 T における家計の資産管理からの純収益 π は次のようになる。

$$\pi=r\overline{G_2}T+r\overline{B}T-\sum_{i=1}^{2}\beta_i\overline{G_i}T-\sum_{i=1}^{2}\alpha_i g_i-\alpha_b b$$

これに(7)，(8)，(9)式および $\overline{G_1}=x_1T/2g_1$，$\overline{G_2}=x_2T/2g_2$ を代入すると，次のようになる。

$$\pi=r\frac{x_2T^2}{2g_2}+r\left(\frac{x_2T}{2g_2}-\frac{x_2T}{2b}\right)T-\sum_{i=1}^{2}\beta_i\frac{x_iT^2}{2g_i}-\sum_{i=1}^{2}\alpha_i g_i-\alpha_b b \tag{10}$$

家計の目的は，収益 π を最大にさせるような各資産の取引回数 g_i, b を選ぶことである。(10)式を g_i, b で微分し，ゼロとおき整理すると，各資産の最適取

引回数が得られる[13]。

$$g_1{}^*=T\sqrt{\frac{\beta_1 x_1}{2\alpha_1}},\ g_2{}^*=T\sqrt{\frac{(\beta_2-2r)x_2}{2\alpha_2}},\ b^*=T\sqrt{\frac{rx_2}{2\alpha_b}} \tag{11}$$

(11)式を (7), (8), (9) 式および $\overline{G_i}=x_iT/2g_i$ に代入すれば，各資産の最適保有量を得る。

$$\overline{G_1}{}^*=\sqrt{\frac{\alpha_1 x_1}{2\beta_1}},\ \overline{G_2}{}^*=\sqrt{\frac{\alpha_1 x_2}{2(\beta_2-2r)}},\ \overline{M_1}{}^*=\frac{x_1 T}{2n}-\overline{G_1}{}^*$$

$$\overline{M_2}{}^*=\sqrt{\frac{\alpha_b x_2}{2r}}-\frac{x_2 T}{2n},\ \overline{B}{}^*=\overline{G_2}-\sqrt{\frac{\alpha_b x_2}{2r}} \tag{12}$$

したがって，貨幣の最適保有量は

$$\overline{M}{}^*=\overline{M_1}{}^*+\overline{M_2}{}^*=\sqrt{\frac{\alpha_b x_2}{2r}}+(x_1-x_2)\frac{1}{2n}T-\overline{G_1}{}^* \tag{13}$$

となる。これから明らかなように，貨幣需要は債券の取引費用 α_b と消耗財の購入費用 α_1 が大きいほど大であり，利子率および消耗財の持越費用が大きいほど，そして所得の受取り期間が短いほど貨幣需要は小さくなる。また，総消費の中で消耗財の比率が高いほど貨幣需要は大きくなる。

(13)式で示される貨幣保有量は（i）消耗財 G_1 の購入に際して貨幣が保有され，(ii) 利子を生む債券は保有されない，そして (iii) 耐久財 G_2 の購入に際しては貨幣とともに債券が保有されることを前提している。したがって，これらが満されるために必要な条件を調べておく必要がある。

（i） G_1 および M_1 はともに保有に際して収益を生まない。したがって，家計が各所得受取期の初めに，期中に消費する G_1 をすべて購入する場合の費用と，貨幣を保有した場合の費用を比較し，前者の方が大であれば，貨幣が保有される。持越費用は G_1 の平均保有量および保有期間に依存し，また平均保

13) g_i, b は整数であり，(11)式が整数となる可能性は極めて小さい。しかし，取引回数に関して，(10)式が極地を１つしかもたないと仮定すれば，(11)で与えられる数値にもっとも近い整数が，整数制約の下での最適取引数となる。詳しい説明は Barro〔1〕を参照。

有量は G_1 の取引回数に依存している[14]。取引回数が多いほど平均保有量は小さくなる。また，取引費用は取引の回数にのみ依存し，取引量には依存しないと仮定されているので，取引回数と持越費用および取引費用の関係は図4で示されるようなものとなる。持越費用と取引費用の和である総費用 $-\pi(g_1)$ は図4の下図で示されるように，極値を1つしかもたないと仮定されている。したがって，取引が1回なされる場合（貨幣が保有されない場合）の総費用と，取引が2回行なわれる場合の総費用を比較し，前者の方が大であれば，必ず貨幣を

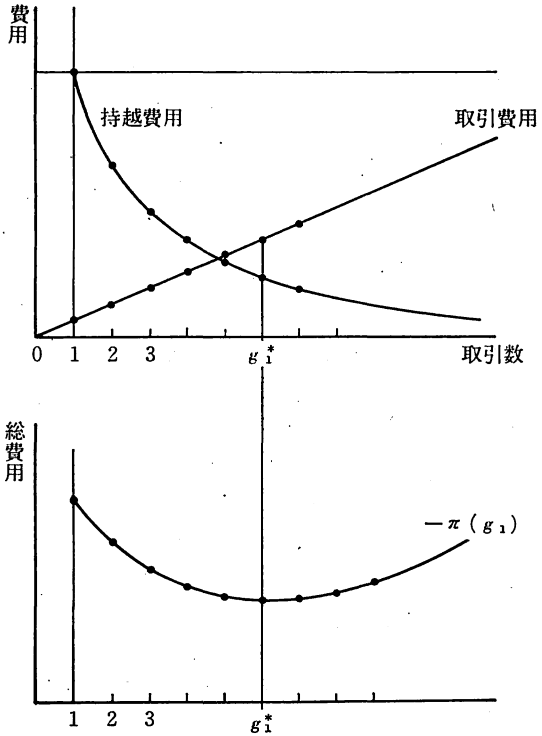

図4

14）厳密には，消耗財 G_1 は所得受取期間を越えて保有されないと定義されているので，保有期間が長くなり，期末に近づくにつれて，G_1 の劣化が激しくなり，持越費用 β_1 が逓増して，期末にはその価値が消滅することになる。

保有することが有利となる。総費用は G_1 の購入回数 g_1 に取引費用 α_1 を掛けたものに，平均保有量に保有期間 T/n および持越費用 β_1 を掛けたものの合計なので，次が成立しなければならない。

$$\alpha_1+\frac{x_1T}{2n}\cdot\frac{T}{n}\cdot\beta_1\geq\alpha_1 g_1+\frac{x_1T}{2g_1}\cdot\frac{T}{n}\cdot\beta_1(g_1\geq2)$$

これを整理して，

$$\frac{\beta_1x_1T_2}{2n}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{g_1}\right)\geq(g_1-1)\alpha_1$$

貨幣が保有される条件 $g_1=2n$ を代入して整理すると

$$\frac{\beta_1x_1T^2}{4n^2}\geq(2n-1)\alpha_1$$

となる。G_1 への支出額（x_1T）が大きいほど，そして所得受取回数（n）が小さいほど，この条件は満され易く，したがって貨幣 M_1 が保有される可能性が大きくなる。

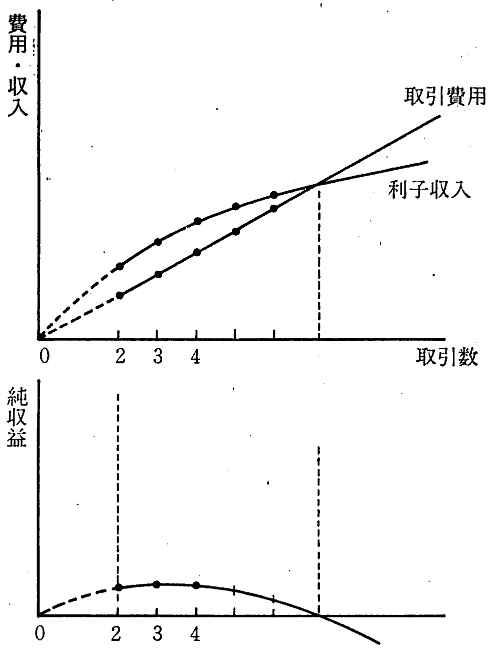

図 5

(ii) 貨幣を保有する場合は費用，収益ともにゼロであるから，債券が保有されるためには貨幣→債券→貨幣という取引によって，正の純収益が生じなければならない。取引回数と取引費用および利子収入の関係，そして取引回数の関数としての純収益 $\pi(b)$ は図5のように示される。ここでも $\pi(b)$ は極地を1つしかもたないと仮定している。利子収入は債券の保有額および保有期間に依存している。G_1 購入のための最大の債券投資額は各所得受店期間の期初に保有している x_1T/n よりは小さく，また債券保有期間は T/n より短い。貨幣残高 M_1 は図6のように段階的に減少していくので，取引費用を無視し，貨幣を保有しないですべて債券で保有するとした場合の利子収入は図6の3角形 $O\cdot x_1T/n\cdot T/n$ の部分となる。したがって，取引費用を無視した場合でも，最

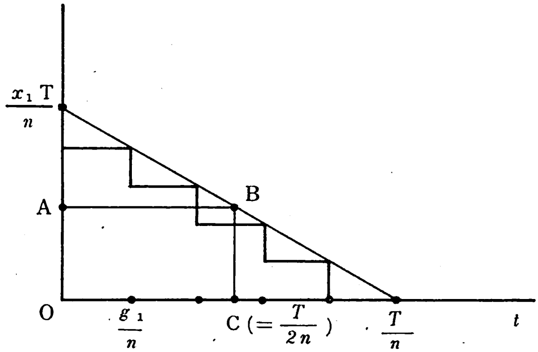

図6

大限可能な利子収入は

$$r\cdot\frac{x_1T}{2n}\cdot\frac{T}{n}$$

である。仮りに1回だけ債券を保有することが有利であるとすると，家計は平均保有額 $x_1T/2n$ を $T/2n$ 期間保有することが最適である。図6の OABC が利子収入となる。1回の債券保有には2回の取引費用を要するので，次の関係が成立しなければならない。

$$r\cdot\frac{x_1T}{2n}\cdot\frac{T}{2n}\geq 2\alpha_b$$

例えば，考察期間を1年（$T=1$），所得受取期間を1カ月（$n=12$），そして $r=0.1$，$\alpha_b=1,000$ とすれば，$x_1T \geq 11,520,000$，したがって一度でも債券が保有されるためには，年間の G_1 購入額（x_1T）は1千万円以上の家計でなければならない。毎月の G_1 購入額が百万円を越える富裕な家計でなければ，ここでの債券保有は有利とはいえない。

(iii) 耐久財 G_2 は保有貨幣残高も大きく，保有期間も長いので，その間に債券を保有することが有利となる可能性はより大きい。G_1 の場合と同様，図5のように債券保有からの純収益 $\pi(b)$ が1つの極値のみをもつとする。債券が1回でも保有されるためには，次が成立している必要がある。

$$r \cdot \frac{x_2 T}{2g_2} \cdot \frac{T}{2g_2} \geq 2\alpha_b$$

G_2 の耐用期間を4カ月（$g_2=3$）とし，先の数値例を仮定すれば，債券が保有されるために必要な G_2 への年間支出額（x_2T）は約72万円以上であればよい（1カ月当り6万円以上）。G_2 購入のための貨幣保有 M_2 は，図3におけるように G_1 の場合とは逆に，各所得受取期間の支出額だけ段階的に積上げられていくので，1回の所得受取り分で債券を購入することが有利となる条件も示しておかねばならない。1回の所得受取り分で即座に債券を購入し，1回の所得期間のみの保有でも有利なためには，

$$r \cdot \frac{x_2 T}{n} \cdot \frac{T}{n} \geq 2\alpha_b$$

が成立しなければならない。上の数値例では，年間の G_2 への支出額が288万円以上（月額24万円以上）でなければならない。この条件が満されるならば，G_2 の購入に際して，貨幣 M_2 が保有されることはなくなる。

また，各取引回数および所得受取回数の間では $g_1 \geq 2n \geq 4b \geq 8g_2$ の関係が仮定されている。したがって，G_2 購入における債券保有のためには $b^* \geq 2g_2$ が成立していなければならない。⑾式を代入して整理すると，

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_b} \geq \frac{4(\beta_2 - 2r)}{r}$$

となる。これからも明らかなように，耐久財の購入費用に比して，債券の取引

費用が小さいほど，また市場利子率が高いほど債券の保有が有利となる。

上の境界条件が満されたとして，市場利子率が変化した場合の効果は(11)，(12)の各式を r に関して偏微分することによって得られる。

$$\frac{\partial b^*}{\partial r}=T\sqrt{\frac{x_2}{4r\alpha_b}}>0,\quad \frac{\partial g_2^*}{\partial r}=-T\sqrt{\frac{x_2}{2\alpha_2(\beta_2-2r)}}<0$$

$$\frac{\partial \overline{G}_2^*}{\partial r}=\sqrt{\frac{\alpha_2 x_2}{2(\beta_2-2r)^3}}>0,\quad \frac{\partial \overline{M}_2^*}{\partial r}=-\frac{1}{r^2}\sqrt{\frac{\alpha_b x_2}{2}}<0$$

$$\frac{\partial \overline{B}^*}{\partial r}=\sqrt{\frac{\alpha_2 x_2}{2(\beta_2-2r)^3}}+\frac{1}{r^2}\sqrt{\frac{\alpha_b x_2}{2}}>0$$

そして，g_1^*, $\overline{G}_1^*$ および $\overline{M}_1^*$ は不変である。したがって，例えば利子率の上昇は貨幣保有に比し債券および耐久財の保有を有利にさせるので，債券に関してはその取引回数と保有量をともに増加させ，耐久財に関しては購入回数を減少させ，保有量を増加させる効果をもつ。また利子率の変化は G_2 の購入方法には影響しない。

財の購入方法に与える影響は以上であるが，利子率変化の効果は家計の行動全体からみれば，これだけではない。なぜなら，利子率の変化は家計の全生涯

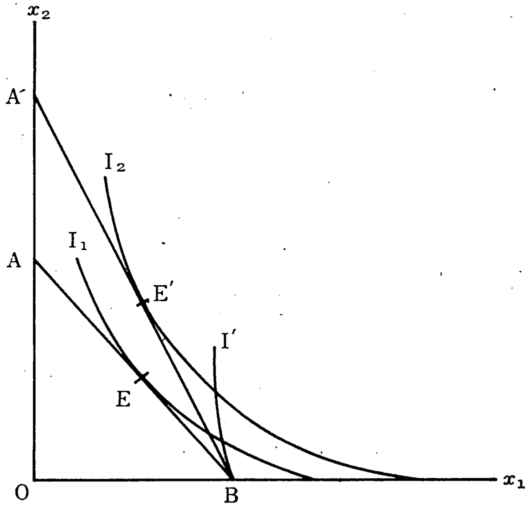

図7

に渡る消費流列を，したがって考察期間 T における消費支出（x_1, x_2）を変化させるであろう。例えば，2期間を考えると，利子率の上昇は図7におけるように，予算線をＡＢからＡ′Ｂへと B点を軸に右方へ回転させ，より満足水準の高い E′ 点へと最適点を移動させるであろう。この移動は通常の一期間の消費理論の場合と同様に，利子収入の上昇による将来所得の増加という所得効果と，現在消費を将来消費にシフトさせる代替効果から成っている。今期の消費支出への効果は前者の場合正，後者の場合負であろう。したがって，総効果の符号は所得効果と代替効果の大小関係に依存しており，一義的には決まらないであろう。これは家計がそのライフ・サイクルの前半に位置し，退職後に備えて，所得の中から貯蓄を行ない，それを債券で保有する場合である。もし彼がライフ・サイクルの初期に位置，借入れを許されないで，図7における I′ の

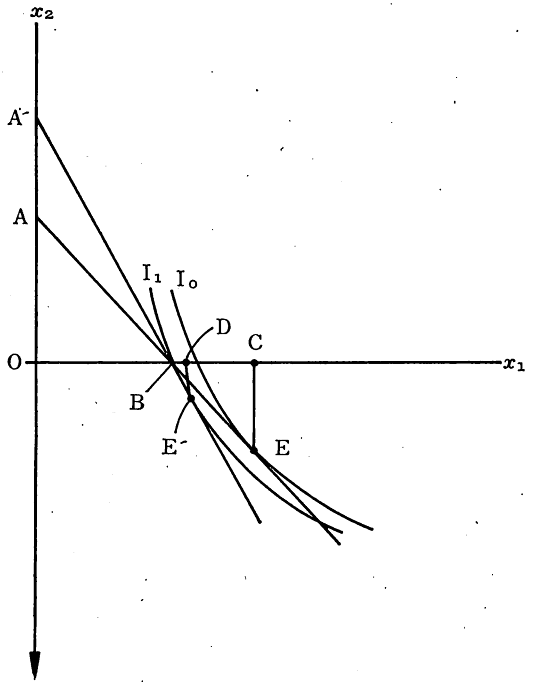

図 8

ようなコーナー解にある時には，今期の消費支出は不変である。また，もし借入れが許されているとすれば，利子率の上昇によって，図８のように彼は今期の消費をＯＣからＯＤへと減少させるであろう。いずれにしても，コーナー解の場合を除くと，利子率の変化は消費財の購入決定において所与と仮定されていた，期中の消費支出（x_1, x_2）を変化させる可能性が大きく，それがまた各財の保有量および取引回数に影響を与えることになる。

参 考 文 献

(1) R. J. Barro, "Integral Constraints and Aggregation in an Inventory Model of Money Demand," Journal of Finance, March. 1976, Vol 37, 77—87.

(2) W. J. Baumol, "The Transactions Demand for Cash: An Inventory Theoretic Approach," Quarterly Journal of Economics, Nov. 1952, Vol 66, 545—56.

(3) R. W. Clower., and P. W. Howitt, "The Transactions Theory of the Demand for Money: A Reconsideration," Journal of Political Economy, 1978, Vol 86, No. 3, 449—466.

(4) W. E. Diewert, "Intertemporal Consumer Theory and the Demand for Durables," Econometrica, May 1974, Vol 42, No. 3, 497—516.

(5) E. Feige., and M. Parkin, "The Optimal Quantity of Money, Bonds, Commodity Inventories, and Capital," American Economic Review, June 1971, Vol 61, 335—49.

(6) D. Fisher, Monetary Theory and the Demand for Money, Martin Robertson, 1978.

(7) H. I. Grossman., and A. J. Policano, "Money Balances, Commodity Inventories and Inflationary Expectations," Journal of Political Economy, 1975, Vol 83, No. 6, 1093—112.

(8) M. Harris, "Optimal Planning under Transaction Cost: The Demand for Money and Other Assets," Journal of Monetary Theory, 1976, Vol 12. 298-314.

(9) J. Henderson., and R. Quandt, Microeconomic Theory: A Mathematical Approach, second edition, McGraw-Hills, 1971, 邦訳，小宮，兼光訳「現代経済学：増補版」昭48，創文社。

(10) P. W. Howitt, "Intertemporal Utility Maximization in an Inventory Model of Money Demand," Journal of Finance, March, 1976, Vol 37, 77—87.

(11) J. Niehans, The Theory of Money, Johns Hopkins UP, Baltimore and London, 1978.

(12) J. Policano., and Eun kwan Choi, "The Effect of Relative Price Changes on the Household's Demand for Money," Journal of Monetary Economics, 1978, Vol 4, 743—753.

(13) A. M. Santomero, "A Model of the Demand for Money by Households," Journal of Finance, March, 1974, Vol 29, 89—102.

(14) J. Tobin, "The Interest Elasticity of the Transactions Demand for Cash," Review of Economic Statistics, August, 1956, Vol 38, 241—47.

(15) H.. Uzawa, 'Time Preterence, the Consumption Function, and Optimum Asset Holdings., in J. N. Wolf, ed, Value, Capital, and Growth, Chicago 1968.