物価指数算式の原型をめぐって : 特にM. W. ドロービッシュの"Uber Mittelgrossen und die Anwendbarkeit derselben auf die Berechnung des Steigens und Sinkens des Geldwerthes"を中心として

著者	高木 秀玄
雑誌名	關西大學經済論集
巻	14
号	5
ページ	453-491
発行年	1964-12-20
その他のタイトル	Original Formula of the Index-Number of Prices
URL	http://hdl.handle.net/10112/15385

論文

「物価指数算式の原型をめぐって」

—特に M・W・ドロービッシュの：“*Über Mittelgrössen und die Anwendbarkeit derselben auf die Berechnung des Steigens und Sinkens des Geldwerthes*” を中心にして—

高木秀玄

一

物価現象の研究の歴史は可成り古い。たとえばラフリンによればイギリスにおいて一六七五年にライス・ボアンが “A Discourse of Coin and Coinage” のなかで一三五二年と五三との物価を比較しており、一七〇七年にビショップ・フリートウッドが “Chronicon precioum”（宝貨事歴）のなかで一四四〇年—八〇年と一七〇七年当時との物価を比較している。[(1)] しかしシュムペーターによれば物価指数の目的である貨幣価値、あるいは貨幣の購買力の測定に役立つもので最初のものはゼートベーア・サウアベックの指数算式であり、それらはすべてニューマーチのものに帰するという。なお、彼によれば、単なる学説史的知識として知るものに、シュックブリンのそれがあるという。[(2)]

しかし、ケインズによるとおり「実際上の目的のためには物価指数は一八六〇年代から始まるのである。[(3)] われわれもこのようなケインズの考方に立つものである。

物価指数は形式的には基準時点（期間）の物価水準（平均物価水準）へ対する比較時点（期間）の物価水準（平均物

価水準）の比率である。当然、ここで両時点間の平均（Durchschnitt der Preisverhältnisse）か、価格平均の両時点間の比重（Verhältniss der Preisdurchschnitte）かという問題が生じてくる。この問題に応じて、いかなる平均値計算を求めるか、第二に比率である限り、分数の計算によるのであるが、その分子、分母のもつ意味、全体としての分数形式の語る意味がいかなるものであるかが取り上げられなければならない。すなわち、両時点間の平均価格比より出発すれば

$$(\Sigma p_2/n)\div(\Sigma p_1/n)$$

の形をとり（p_1…第1時点＝基準時点の価格、p_2…第2時点＝比較時点の価格）、なお、これにある一定の数量単位qを考慮に入れ、q_1をp_1で表われる回数、q_2をp_2で表われる回数とするならば、p_1にq_1を乗じ、p_2にq_2を乗じておかなければならない（加重しておくというべきである）。すると、$\frac{\Sigma p_1}{n}$は$\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1}$、$\frac{\Sigma p_2}{n}$は$\frac{\Sigma p_2 q_2}{\Sigma q_2}$とならなければならない。これにより既述の表現は

$$\frac{\Sigma p_2 q_2}{\Sigma p_1 q_1}\cdot\frac{\Sigma q_1}{\Sigma q_2}$$

となり、これがいわゆる「ドロービッシュの算式」といわれるものであり、実際にも一八八五年と一八八六年のドイツ外国貿易統計に応用された。(4) これを第一時点に関してq_1、第二時点についてq_2を加重すると、両時点間の平均価格比にこの加重係数をどのように取り入れるかによって次の二つの表現が導かれる。すなわち

(i)　$\frac{\Sigma p_2 q_1}{\Sigma p_1 q_1}$……………（$q_1$で加重する）

(ii)　$\frac{\Sigma p_2 q_2}{\Sigma p_1 q_2}$……………（$q_2$で加重する）

この(i)式は「ラスパイレス算式」、(ii)式は「パーシェ算式」といわれるものである。(i)は第2時点（比較時点）

の価格で第1時点（基準時点）の購入数量を評価した貨幣額の第1時点の同一購入数量の貨幣額の比率を語り、(ii)は第2時点の価格で第2時点の購入数量を評価した貨幣額の第1時点の価格で第2時点での購入数量を評価した貨幣額へ対する比率である。[5] (i)、(ii)の両算式における二つの算式の分子、分母は全部で四種のものがある。すなわちΣp_1q_1、Σp_2q_1、Σp_1q_2、Σp_2q_2であり、pあるいはqの添字がそれぞれ相等しければボルトキヴィッチによって「Ist-Betrag」と称せられ、それぞれ相異なるものであるならば「Soll-Betrag」と称せられ、それぞれの総和の性格はpおよびqによる個別指数が相互に一致するやいなやによって明白にされるものであり……(i)式は「現実的貨幣額」に対する「推定的貨幣額」の比率であり、(ii)は「推定的貨幣額の比率を語るものである」という。[6] このようなラスパイレス算式とパーシェ算式とを対立的に考える態度はわが国のみではなく、諸外国の普通の統計覚書、あるいは物価指数に関する著書、論文の大部分がとるものである。このことは「物価水準の概念とその測定の諸方式についての研究」(Eine Untersuchung über der Begriff des Preisniveaus und die Methoden seiner Meseung)を副題としたハーバラーの『指数の意味』（傍点筆者）においても、「統計的比較の論理のための一寄与」(Beitrag zūr Logik des statischen Vergleich)を副題としたフラスケンパーの『指数の理論』においても同じことである。[7] 特にコニユス（*КОНЮС.А.А.*）[8] 論文以来の「物価指数の経済理論」をめぐる問題の中心をラスパイレス算式を真の指数値の上限、パーシェ算式をその下限とする、いわゆる「限界値問題」においては、両算式の対応性があまりにも強く打ち出されてきた。

（1） J. L. Laughlin: *The Principles of Money*, N. Y., 1911, p. 142ff.

（2） J. Schumpeter: *Die Methode der Index Zahlen*, Statistische Monatschrift, Neue Folge, X. Jahrgang, Wien, 1905, (Bericht über die Tätigkeit des statistischen Seminärs an der Universität Wien im Wintersemester 1903/4,s.172.

（3） J.M. Keynes, *A Treatise on Money*, Vol. 1. London, 1950, p.55.

（4） F.Y. Edgeworth, *Papers relating to Political Economy*, Vol. 1, London, 1925, p. 282.

（5） G.F. Haberler: *Der Sinn der Indexzahlen, Eine Untersuchung über den Begriff des Preisniveaus und die Methoden seiner Messung*, Tübingen, 1927. s.15-s.16.

（6） L.v.Bortkiewicz: *Zweck und Strukturreiner Preisindexzahl, Nordisk Statistik Tidskrift*, Band I, 1922, s.372.

（7） P. Flaskämper: *Theorie der Indexzahlen, Beitrag zur Logik des statistischen Vergleichs*, Berlin und Leipzig, 1928. 「フラスケンパーの指数理論」については内海庫一郎氏の次の研究がある。同氏、「フラスケンパーの指数理論」、経済論叢、四十七巻三号、一二五ページ—一七二ページ—。この論文で内海氏はヂニの次の論文　C.Gini: "*Quelques considerations au sujet de la construction des nombres indices des prix et des questions analogues*, Metron, Vol. IV. N. I, p.3 - p.162, の五頁から六頁にわたる「問題はわれわれが二群の因子（価格と数量）の結果として観察しうる*m*という大きさに対しているのを見出すという仕方で提起される。……いかに*m*なる大きさが形成されるかを計算しなければならない」と述べられている場合の*m*は*n*と間違って訳されている。また、内海氏が「もしも我々が問題の解決に必要な総ての材料を処理するならば」と訳されている箇処は「もし、われわれが問題の解決に必要なあらゆる要素を知っているならば」とすべきであろう。

（8） (**А. Конюс, 'Проблема истинного индекса стоимости Жизни," Экономический бюллетень коньюнктурного института, москва, Сентябрь-Оятябрь, 1924)**

二

前節ではラスパイレス算式とパーシェ算式との対応性を簡単に取り扱ってきたのであるが、ラスパイレスの一八六四年の第一論文(1)、一八七一年の第二論文(2)のなかには彼自分の手によって前節で述べたような算式は導かれなかったのである。特に第一論文ではその論文の主題、副題が示すとおり一八四八年のカリフォルニア、一八五一年のオ

ーストラリアの金鉱発見が当時のヨーロッパ、特にロンドン市の物価を研究したニューマーチ[3]、ハンブルグ市の物価を研究したゼートベーヤの資料[4]に基ずき、単純算術平均法による物価分析を試み、両者はともに当時の、すなわち、ニューマーチでは「一八四八年以降の九カ年間の」ゼートベーヤでは「一八三一年―四〇年の期間と一八四一年―五〇年の十カ年の両期間の平均価格と一八五四年の平均価格、一八五五年の平均価格」とを比較し、ニューマーチでは「われわれは一八四八年以降、九カ年経過した一八五七年の初頭に到るまで、価格は貴金属貨幣の増大あるいは商業国へと流入した一億六千万から一億七千万の新しい金によって著しく騰貴したと主張することは出来ないことを既に述べた。一八五七年と一八五一年とを比較して、あらゆる重要な価格騰貴は需要と供給との関係によって明らかになる」ものであることを主張し[5]、この需要の増大をもたらすものを賃金あるいは利潤より成る「所得の増大」に求め、さらに「金産出国へ対する輸出品へ対する需要の増大」にこれを求め、(1)需要は増大、供給の比較的減少、(2)供給は一定不変、需要の比較的増大、(3)需要、供給ともに一八五七年では、一八五一年と同様であるという三状態が一八五七年に既にみとめられたとし、「正しい説明は需要が供給よりも比較により増大しているという」第一の想定のなかに当時の物価騰貴の原因を求めた。他方、ゼートベーヤによれば、四二種類の品目について上述の期間について「一八五五年では四二種類の商品品目のうちの三〇品目は一八三一年―四〇年に比して価格騰貴を、これに対して一二品目は下落を示した。最も著しく騰貴したものは小麦であり、一〇〇から二四二・七への比率で、最も小さく下落したものはリンネルであり、一〇〇から五九・三一への比率を示した。これからゼートベーヤは次の結論を下した。

「従って、われわれはいくらか確信を以って次のような見解を述べることが出来る。すなわち、増大した貨幣生

産の価格の一般的な騰貴へ及ぼす本質的作用は今日に至るまで明瞭にされなかった。しかし、過去八カ年に現われた、なお、それ以前の各時代と比較して見られる著しく極端な流通地金貨幣量の増大は、一般物価に何らかの重要な影響を及ぼさないで済まし得たかということについて何事が語られるか？　決してこのような影響は存在し得ない。なるほど、われわれはその影響は小さいものではないと推定する。ただこのこと自体は従来、積極的なものとしてよりもむしろ消極的なものであった」(6)とする見解に対してラスパイレスは「私はこの問題に関してゼートベーヤに賛成はしない。当時、貨幣量増大の影響は単に消極的性格なものばかりではなく、むしろ積極的なものであったと確信するし、また私を信じてほしい」ものであると述べ、もし…ゼートベーヤが次の方法によるならば、異なる結果へ到達していたであろうとする。(7)すなわち

(1)一八五四年、五五年の個々の年の価格をそれ以前の期間と比較しないで、一八五三年、五四年、五五年の三カ年と、あるいは一八五一年—五五年の五カ年の平均と比較する。

(2)その比較が一八三一年—一八四〇年の期間とではなく、一八四一年—一八五〇年の期間とで行われる。

(3)彼（ゼートベーヤ）が四二品目の各商品の価格変動より一個の平均価格変動を計算する。更にラスパイレスはトーク、ニューマーチの「物価史」の独訳をなし、訳者自分の注解や附録を付けたC・W・アッシァー（この独訳は“Die Geschichte und Bestimmung der Preise, Während der Jahre 1793-1857”であり、彼の身分はベルギー王国中央統計局員、ロンドンおよびフランクフルト統計協会会員であった）も「一八四八年—一八五八年のハンブルグ商品取引所の取引高と価格」を掲示しながら、既述の金鉱発見の影響に触れなかったことを指摘する。(8)

以上はラスパイレスのゼートベーヤ・トーク・ニューマーチ・アッシァーへ対する批判であるが、彼の述べよう

としたのは、当時の金鉱発見こそ積極的な価格騰貴の主たる原因であったことである。ただ、上述の人々の文章をよく読んでみれば直ちに判ることであるが、金鉱発見を全く無視しているわけではない。たとえば、ゼートベーヤの既述の「この影響は小さくはないと推定する」という表現、ニューマーチの別の箇処で述べた「新しい金は過去十カ年の間にイギリスおよび他の国々の物質的幸福の促進に根強く、かつ好ましい影響を与えた諸原因の一つであるにすぎない」(Das neue Gold ist nur eine der verschiedenen Ursachen, welche……）のである。(9)

次にラスパイレスは彼と同時代の物価史研究家であり、彼自分とも文通のあったジェボンズの分析方法の批判を行なっている。すなわち、ジェボンズの「私が貨幣価値下落の事実を確固たる信念で主張しなければならない限り、同様の誤信でその大きさを数的に表現する。私が到達する下落の最低の推定は9％であり、もし読者諸君がこれを承認するならば、それで結構である。同時に、私自身の意見によれば、この下落は約15％である。これを上廻るかもわからない。しかるにこの数値による推定は、ある低い確率を上廻るものを有することを適当に述べるより以前に数カ年の間の経過するに相違ない」(10)という表現を重視した。特にジェボンズの幾何平均法―実はこの方法こそラスパイレスの批判の対象となるのであるが―は次のとおりである。すなわち、一一八種の品目あるいは銘柄の商品について、一八四五年―五〇年の六カ年の平均価格を、一八六〇年―六二年の三カ年の平均価格と比較してこれらの商品全部の平均価格騰貴を求めた。そこで彼は全商品について一八四五年―五〇年の六カ年の価格を一〇〇とし、三カ年の価格をパーセンテージで表現し、たとえば、極端な両商品として一八四五年―五〇年のブラジル産の木材は一トン当りで三四ポンド、一八六〇年―六二年では八〇ポンドであり、従って、

（1845年～50年）：（1860年～62年）＝100：235

ブルボン地方産の丁字はポンド当り一八四五年―五〇年では八・二一ペンス、一八六〇年―六二年では四ペンスであり、その価格比は

（1845年～50年）：（1860年～62年）＝100：49

であった。一一八品目の商品のそれぞれについてこれを求めると、八四品目は騰貴し、三四品目は下落した。ジェボンズは一八六〇年―六二年にわたり一一八個のこの価格比の幾何平均を求めたのである。幾何平均を求めることの根拠はジェボンズでは次のとおりである。すなわち、「ある一時点における諸価格の平均を求めるような何ものも存在しない。もし、一トンの粗鉄は六ポンド、一クォーターの穀物が三ポンドであるとき、六ポンドと三ポンドとの間に算術平均を求めることを確証しうるような一トンの鉄と一クォーターの穀物との間に何等の関係もしくは類似性は存在しない。…その後、鉄一トンは九ポンド、一クォーターの穀物が三ポンド一二シルとなった。これらの数量の間にはいかなる算術平均をも求めることは出来ない。ところが、鉄は五〇％あるいは½だけ騰貴したと言ってさしつかえない。すなわち、最初に一〇〇だったものが一五〇になったのである。穀物は二〇％だけ、すなわち⅕だけ騰貴した。すなわち、一〇〇が一二〇となったのである。この場合、比率100：150と100：120とは同じ性格…（比率という意味で…筆者）のものであるが、その大きさは相異なり、その間に平均を求めることができるのである。…この平均パーセンテージあるいは比率は算術平均ではなく幾何平均であらなければならない」として、具体的に「100：½(120＋150)あるいは100：135ではなく100：$\sqrt{120\times150}$あるいは100：134.16強となるものである」という。(11) これに対して、ラスパイレスはジェボンズの方法では物価騰貴の真の原因の究明は不可能であり、その限りでは既述のゼートベーヤ・ニューマーチと同じ轍を踏むものとした。すなわち、幾何平均法によるとも何等の解

決はできないのである。

彼の第一論文は以上のことの具体的説明に終っている。そのくわしい説明は後日にゆづることにしよう。

(1) E. Laspeyres: *Hamburger Waarenpreise 1851– 1863 und die californisch-australischen Goldentdeckungen seit 1848, Ein Beitrag zur Lehre von der Geldentwerthung*, Jahrbücher für Nationalokonomik und Statistik, 3 Bnand, s 81–s118. s 209–s.236.

(2) E. Laspayres: *Die Berechnung einer mittleren Waarenpreissteigerung*, Jahrbücher für N.Ö. und Stat, 16 Band, 1871, s 296–s.314.

(3) Th. Tooke and W.Newmarch: *A History of Prices and of the State of the Circulation from 1793 - 1837*. C.W. Asher, *Die Geschichte und Bestimmung der Preise während der Jahre 1793 - 1857*, I Band, 1858, II Band, 1859.

(4) A. Soetbeer: *Das Gold*, 11 Bande der Brockhausschen "Gegenwart", Leipzig, 1859.

: *Beiträge zur Statistik der Preise*, Hamburg, 1858.

(5) W.Newmarch: C.W. Asher, s. 439–s.440.

(6) A. Soetbeer: Laspeyres s. 84

(7) E.Laspeyres: 第一論文、八一頁

(8) E. Laspeyres: 第一論文、八六頁

(9) C.W. Asher: ebendort, s. 395.

(10) W.S. Jevons: Investigations in Currency and Finance, London, 1909, p. 14.

(11) W.S. Jevons: ebendort, p.19–p.20.

前節に述べたラスパイレスの理論では、まだ今日、われわれが「ラスパイレス算式」と称するものは打ち出されていない。

三

以下、述べるドロービッシュの第一論文[1]こそ彼の算術平均の重要さを強調した。なお、彼はコワレフスキー(G. Komalemski)によって「コシーはオイラーやラグランジュに比して高い数学的厳密さの段階に立っている。オイラーの"*Introductio in analysis infinitorum*"(「無限解析への入門」)と同じ類似の目的を追っている彼の"*Cours d'Analyse algébraique*"(「代数解析教程」)は今日でもなお推称するに値する読物である。全く反駁の余地なき極限論が述べられ、連続概念は今日なお妥当する形式において説明され、複素数の領域への初等函数の移動は必要なる根本的性質を以て取り扱われている」[2]とまで高く評価された「代数解析教程」を基礎にして以下、本節で述べるように美事にその指数理論を展開して行った。なお、数学者、哲学者であるドロービッシュがこのような物価指数算式の研究に当ったことは不思議に思われるかも知れない。彼と当時のドイツ歴史学派経済学の巨将ロッシャーとの人間的つながりを検討すれば、この疑問は解けるであろう。それに答うるものは、彼の第一論文の四三頁―四四頁にかけて、「既に数年前に私の尊敬する友であるW・ロッシャーに打明け、それでこの研究のきっかけが与えられた」と述べているが[3]ロッシャーはここで言うまでもなく一八一七年にハノヴァーに生れ、一八四〇年に歴史学と国家諸科学の講師としてゲッチンゲン大学に奉職し、一八四八年にライプチッヒ大学に転じ一八八九年、七一才まで、この地にて経済学を講義していた。ドロービッシュはロッシャーより十五才の年長であるが一八二四年

（彼の二四才の時）に等しくライプチッヒ大学の数学講師となり、一八四二年より六四年まで哲学の正教授を兼ね、一八九六年の高齢で去った。従ってその間の大部分はライプチッヒ大学で講義と研究を続け、当然、ロッシャーと親交があったことがうなづけるのである。なお、ロッシャー自身、彼の「国家経済学講義要綱」第十節中「価格の歴史」、「二、貴金属の価格史」、「三、其他の商品部門の価格史」を取り扱っている。(4)

さて、ドロービッシュによれば、ジェボンズの幾何平均計算の主張の根拠も、ラスパイレスが算術平均計算を主張する理由も何等、数理的に言って明確にされていない。なるほどジェボンズの幾何平均は一理あるかの如くである。「しかし計算に取り入れる商品の品質の相違は考慮されていなかったから、いかなる平均の計算を行なっても全く根拠のないことである」と言い、「ジェボンズの既述の鉄と穀物の価格の幾何平均を求めることそのものに間違いはない」が、「非難はある平均価格の誤った概念に向けられる。ある統計実務家が一トンの鉄の価格と一クォーターの穀物の価格との間に一つの平均を求める必要がある。これは勿論、無思慮なことである。けだし、その間に平均が求められる各商品の価格は、それぞれの共通的な度量衡単位（Gemeinschaftliches Mass）に結合されなければならないのである。この共通単位によって結合されるならば、その平均価格にいかなる矛盾も存在しない。一ツェントナーの鉄が三ターレル、一ツェントナーの穀物が二ターレルであるならば、次のように述べることは常に不合理ではない。すなわち、これらの二つの購入対象は綜合的に2½ターレルである。相異なる素材の二つの数量表現の名称をそれぞれの価格について放棄し、両商品一般に関するものを使用する限り、それによって何等の矛盾もなく、平均価格を計算する場合に、幾何平均は格別、算術平均よりも秀れているとは言い難い」のである。(5)しかし、ドロービッシュによれば、この事実がジェボンズによって前者が後者に秀れることの主たる根拠ではないし、

「ジェボンズは算術平均の方が幾何平均よりも大となることとの数理的根拠を明確に立証することなく、算術平均が不当なものであるということから直ちに幾何平均が求められなければならないという必然性は出て来ない。けだし、両平均値の計算以外にも、なお他の平均的数量が存在するということを考慮しないで、幾何平均が算術平均に取って替わるという事態になったのである」[6]という従来の理論家が着想しなかった点を鋭く突いている。更にドロービッシュは批判方向をラスパイレスに向ける。すなわち、ラスパイレスは「最初からそれに関して何らか魅惑的な、また誘惑的なある特別の場合を論議し、それをある一般的な観点に当てはめようとした」のである。[7] ドロービッシュはあくまでジェボンズの幾何平均だけによる指数計算を否定し、むしろ算術平均を、しかしラスパイレス的な両時点の購入数量を計算に入れない算式をとらないで、彼の場合に一ポンドという仮定的な購入量をとって、いわゆる加重算術平均による指数算式を導いた。われわれが先に算術平均による物価変動の方法論的把握を導いたことはラスパイレスの大きな発見としたのであるが、これをより現実的なものとしたということについてドロービッシュの指数論史上における功績を高く評価するものである。

このことについて、もう少しくわしく述べよう。いま、基準時点における一ポンドのカカオの購入価格はaであり、一ポンドの丁字のそれはbであった。カカオは$1:p$の比率で、丁字は$1:q$の比率で変化した。従って比較時点での一ポンドのカカオの購入価格は ap であり、丁字は bq となる。いま、基準時点での両商品のそれぞれ一ポンドの価格を綜合すると$a+b$となる。ゆえに、比較時点では $ap+bq$ となる。基準・比較の両時点においての一ポンドの平均価格は、それぞれ $\frac{1}{2}(a+b)$, $\frac{1}{2}(ap+bq)$ であり、従ってそれぞれの平均価格は次のようになる。

$$a+b : ap+bq \quad \text{あるいは} \quad 1 : \frac{ap+bq}{a+b}$$

もし、$a=b$ であれば、この比率は次のようになる。

$$1 : \frac{p+q}{2}$$

すなわち、pとqとより求めた算術平均に相等しくなり、

$$(ap+bq)^2=(a+b)^2pq$$

すなわち　$a^2p=b^2q$

あるいは　$ap : bq=b : a$

が成立するときは、従って比較時点における両商品の購入価格が基準時点の購入価格に反比例するときはジェボンズ的な幾何平均である$(1 : \sqrt{pq})$によることが可能となる。これは既述のジェボンズの例に当てはめられる。すなわち $p=2$, $q=\frac{1}{2}$ より次式が導かれる

$$\sqrt{2\cdot\frac{1}{2}}=1$$

これは　$4a^2=b^2$　すなわち　$2a=b$

のときに、基準時点において一ポンドの丁字が一ポンドのカカオより二倍の価格のときに限り、「平均価格比」を表わし、両商品価格が相等しいときには、その「平均価格比」は算術平均である

$$\frac{1}{2}\left(2+\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{4}=1.25$$

で表わされる。これ以外の他の場合は幾何平均にも算術平均にもよらない次の比率

$$1 : \frac{4a+b}{2(a+b)}$$

によるのである。たとえば

$b=\frac{3}{2}a$ のときは $1:\frac{11}{16}$ （100：110）により

$b=3a$ のときは $1:\frac{7}{8}$ （100：$87\frac{1}{2}$）により

$b=\frac{1}{2}a$ のときは $1:\frac{3}{2}$ （100：150）による。

この場合に両商品の数量の相等性を前提とする。これよりドロービッシュが「ジェボンズが両商品の平均価格を決定するに当って、幾何平均を用いる明確な根拠を示すことが出来なかったから、二種以上の商品に関して全面的な科学的根拠を完全なものとする理由を欠くのである。彼はこの一般的な場合に極めて軽卒な、しかも何等確固たる根拠のない類推を行なっているだけである。これに対して、算術平均（調和平均と同様に）は少なくとも上述の前提によるならば適当なものであるといわれる」と結論する。(8)

（1）Moritz Wilhelm Drobisch の指数に関する論文には次のものがある。

(i) *Über Mittelgrössen und die Anwendbarkeit derselben auf die Berechnung des Steiges und Sinkens des Geldwerthes.* (Berichte über die Verhandlungen der kgl. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften. Mathem-phys. Klassen, 23 Band; Leipzig 1871).

(ii) *Über die Berechnung der Veränderungen der Waarenpreise und des Geldwerths,* Jahrbücher für N.Ö. und Stat., 16 Band, s.143-s156. 1871.

(iii) *Über einige Einwürfe gegen die in desen Jahrbücher veröffentlichte neue Methode, die Veränderungen der Waarenpreise und des Geldwerthes zu berechnen.* Jahrbücher für N.Ö. und Stat., 16 Band, s.416-s.427.

従来、彼の指数論史上の重要な位置にかかわらず、わが国においてのみならず欧米諸国の指数理論家はほとんど、そのユニ

ークな理論体系を研究していない。第一節の注のなかに述べたウィーン大学のイナマスタルネック教授の演習でのJ.Schumpeter の報告において後述のドロービッシュの方法を「それは歴史的に一般科学的根拠を与えた最初の方法であった」と述べられている。(J.Schumpeter. ebendort, s.194) わが国においては伊大知教授の「ラスパイレス談義」、「パーシェ談義」(「やさしい経済学Ⅲ」)にドロービッシュの方法についての説明が出て来るが、これは上記の(ii)によるものであり教授が「当時のドイツの経済学者ドロービッシュ（ライプツイヒ大学教授)」…（上掲書、二四一ページ）…とあるのが筆者には甚だ気にかかる。ドロービッシュは決して経済学者ではない。本文中に述べたとおり数学者であり、哲学者であることを指摘しておこう。

（2） G.Kowalewski: Grosse Mathematiker, Eine Wandelung durch die Geschichte der Mathematik von Altertum bis zur Neuzeit. 中野広邦訳書、三四八ページ

（3） H.M.Drobisch: 第Ⅰ論文、四三頁—四四頁

（4） W.Roscher: *Grundriss zur vorlesungen über die Staatwissenschaft*, 1843.（山田雄三邦訳「国家経済学講義要綱」岩波文庫、四六—四九ページ）

（5） ドロービッシュ・第Ⅰ論文　四五頁

（6） 同上　四五頁

（7） 同上　四六頁

（8） 同上　四八頁

四

ドロービッシュの指数算式が数学者コーシーの「代数解析教程」(*Cours d'Analyse de L'École Royale Polytechnique*, 1821……筆者が参照し得たものは Œuvre complètes d'A.Cauchy, 1882) を基礎とするものであることは既述のとおり

であるが、本節ではこの両者のむすびつきをたどってみよう。

(1)、 n 個の大きさ $A_1, A_2 \cdots\cdots, A_n$ の数列から求めた平均はこれらの各項の最小のものよりも大、最大のものよりも小である大きさHである。するとHの特徴は次式で示される。すなわち

$$H=M(A_1, A_2, \cdots\cdots A_n).$$

各項は次のように配列されなければならない。

$$A_1<A_2<A_3 \cdots\cdots <A_n$$

$$H>A_1 \text{ および } <A_n$$

この際にHは系列のn個の項よりも大、あるいはkが1あるいは $n-1$ よりも大であり得ない正の整数であるならば、あらゆる他の項よりも小である。(1)

(2) $$A_1=\frac{a_1}{b_1},\ A_2=\frac{a_2}{b_2},\ \cdots\cdots,\ A_n=\frac{a_n}{b_n},$$

ここで $a_1, a_2, \cdots\cdots, a_n$ は任意の実数、$b_1, b_2 \cdots\cdots, b_n$ は等符号をもつ実数の大きさを示す。しかるとき、

$$H-\frac{a_1}{b_1},\ H-\frac{a_2}{b_2},\ \cdots\cdots,\ H-\frac{a_n}{b_n}$$

のそれぞれの差のk個は正であり、他のすべては負である。このことは積についても同様に当てはまる。上述の差に等符号の実数値である $\alpha_1, \alpha_2, \cdots\cdots, \alpha_n$ を乗ずると

$$\alpha_1 b_1,\ \alpha_2 b_2, \cdots\cdots, \alpha_n b_n$$

また

$$\alpha_1(b_1H-a_1), \alpha_2(b_2H-a_2), \cdots\cdots, \alpha_n(b_nH-a_n)$$

Hはそれに関する代数和が $>0, <0$ のいずれでもなく $=0$ であるような値をもつ。この条件より次式が導かれる。(2)

すなわち

(1) $$H=\frac{\alpha_1 a_1+\alpha_2 b_2+\cdots+\alpha_n b_n}{\alpha_1 b_1+\alpha_2 b_2+\cdots+\alpha_n b_n}=M\left(\frac{a_1}{b_1},\frac{a_2}{b_2},\cdots\cdots\cdots\frac{a_n}{b_n}\right)$$

α_1，α_2，……，α_n が互いに相等しいときは

(2) $$H=\frac{a_1+a_2+\cdots a_n}{b_1+b_2+\cdots b_n}=M\left(\frac{a_1}{b_1},\frac{a_2}{b_2},\cdots\cdots\cdots,\frac{a_n}{b_n}\right)$$ [3]

第(1)式において $b_1,b_2,\cdots\cdots,b_n$が全部１に相等しいときは、

(3) $$H=\frac{\alpha_1 a_1+\alpha_2 a_2+\cdots+\alpha_n a_n}{\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_n}=M(a_1,a_2,\cdots a_n)$$

が導かれ、[4] $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ が互いに相等しいときは

(4) $$H=\frac{a_1+a_2+\cdots a_n}{n}=M(a_1,a_2,\cdots a_n)$$

これはコーシーでは「定理Ｉ」の系Ｉであって「算術平均「(*moyenne arihtmêtique*) と称せられるものである。[5]

第(2)式の $a_1,a_2,\cdots,a_n$ が全部１に相等しく $b_1,b_2,\cdots,b_n$を $\frac{1}{a_1},\frac{1}{a_2},\cdots\cdots\cdots,\frac{1}{a_n}$で置換すると、次の第(5)式が導かれる。すなわち

(5) $$H=\frac{n}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}}=M(a_1,a_2,\cdots,a_n)$$

これは、$\frac{1}{a_1},\frac{1}{a_2},\cdots\cdots,\frac{1}{a_n}$ の算術平均の逆数である $a_1,a_2,\cdots,a_n$ よりの「調和平均」(*Moyenne harmonique*) であり、第(2)式において $a_1,a_2,\cdots,a_n=1$ ととられ、数列の $b_1,b_2,\cdots,b_n$ が $a_1,a_2,\cdots,a_n$ と置換されるときは、$a_1,a_2,\cdots\cdots,a_n$ からの算術平均の逆数が求められ、次式が導かれる。

(6)　$H=\frac{n}{a_1+a_2+\cdots+a_n}=M\left(\frac{1}{a_1},\frac{1}{a_2},\ldots\ldots,\frac{1}{a_n}\right)$

これより、$a_1,a_2,\cdots,a_n$ からの算術平均の逆数はこれらの数量の逆数から求めた平均である。

この定理は既述の $H=M(A_1,A_2,\cdots,A_n)$ が成立するときは $\frac{1}{H}=M\left(\frac{1}{A_1},\frac{1}{A_2},\ldots\ldots,\frac{1}{A_n}\right)$ もまた成立するという一般的な場合の特殊の場合であり、bがある任意の正あるいは負の大きさであるときは、これと無関係に同じ条件のもとで

$$H^b=M(A_1{}^b,A_2{}^b,\ldots\ldots\ldots,A_n{}^b)$$

また直接に次の関係より生ずるという定理の系であるにすぎない。(6) すなわち、

$A_1<A_2<\cdots<A_n$

従って　$H<A_1$ および $<A_n$　であれば

$\frac{1}{H}<\frac{1}{A_1}$　および　$>\frac{1}{A_n}$

また　$\frac{1}{A_1}<\frac{1}{A_2}>\cdots\cdots>\frac{1}{A_n}$

が成立する。これはコーシーの「定理IX」の第(11)・第(12)式である。

(3)、次の表現を取りあげる。すなわち

$$A_1a_1{}^{\frac{1}{b_1}},A_2=a_2{}^{\frac{1}{b_2}},\ldots\ldots\ldots\ldots A_n=a_n{}^{b_n}$$

この際、$a_1,a_2\cdots,a_n$ は正であり、$b_1,b_2,\cdots,b_n$ は正もしくは負であるが、常に等符号の大きさを意味するものとしよう。しかるとき、第(1)式により次の商のうちのk個は1よりも大、他は1よりも小である。すなわち

そのベキを次のようにとる。

$$\frac{H}{a_1^{\frac{1}{b_1}}},\ \frac{H}{a_2^{\frac{1}{b_2}}},\ \cdots\cdots\ \frac{H}{a_n^{\frac{1}{b_n}}}$$

$\alpha_1 b_1,\ \alpha_2 b_2,\cdots\cdots\cdots,\alpha_n b_n$（$\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_n$ は等符号の数量）

しかるとき、指数法則によって次の表現を得ることになる。

$$\frac{H^{\alpha_1 b_1}}{a_1^{\alpha_1}},\ \frac{H^{\alpha_2 b_2}}{a_2^{\alpha_2}}\cdots\cdots\cdots\frac{H^{\alpha_n b_n}}{a_n^{\alpha_n}}$$ (7)

Hは以上のそれぞれのベキよりの積が1よりも >1, <1 のいずれでもなく $=1$ であるような値をもつと決定しうる。これより次の各式が導かれる。(8) すなわち

(7) $$H=(a_1^{\alpha_1},\ a_2^{\alpha_2},\ \cdots,\ a_n^{\alpha_n})^{\frac{1}{\alpha_1 b_1+\alpha_2 b_2+\cdots+\alpha_n b_n}}=M(\alpha_1^{\frac{1}{b_1}}a_2^{\frac{1}{b_2}}\cdots a_n^{\frac{1}{b_n}})$$

$d_1=\alpha_2=\cdots=\alpha_n$ であれば

(8) $$H=(a_1,a_2,\cdots,a_n)^{\frac{1}{b_1+b_2+\cdots+b_n}}=M(a_1^{\frac{1}{b_1}}a_2^{\frac{1}{b_2}},\cdots\cdots a_n^{\frac{1}{b_n}})$$

$b_1=b_2=,\cdots,=b_n=1$ であれば

(9) $$H=(a_1^{\alpha_1},\ a_2^{\alpha_2},\cdots,\ a_n^{\alpha_n})^{\frac{1}{\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_n}}=M(a_1,a_2,\cdots,a_n)$$

$\alpha_1=\alpha_2=\cdots\cdots=\alpha_n$であれば次式が導かれる。すなわち

(10) $$H=(a_1,a_2\cdots\cdots a_n)^{\frac{1}{n}}=M(a_1,a_2,\cdots,a_n)$$

この第(10)式はコーシーの「定理XIII」の「系1」によるものであり、「幾何平均」（*moyenne gêometrique*）を表わす

ものである。この幾何平均は今日でも実際計算には対数を使用するのであるが、コーシーはその「定理XIII」の証明に初めてこれを示した。次節でこれを明らかにしよう。

(4)、上述の第(1)式と第(7)式とは一般式であって、他の各式はそれより導いた特定の場合であることは容易に理解されるであろう。

以上の各式はドロービッシュの表現方法によったものであるが、彼の第(1)式はコーシーの「定理XII」の「系III」に、第(7)式は[8]「定理XIII」の「系I」に対応するものである。

さて、第(7)式を対数で表わすと

$$\frac{\alpha_1 lga_1+\alpha_2 lga_2+\cdots+\alpha_n lga_n}{\alpha_1 b_1+\alpha_2 b_2+\cdots+\alpha_n b_n}=M\left(\frac{lga_1}{b_1},\frac{lga_2}{b_2},\cdots\cdots,\frac{lga_n}{b_n}\right)$$

となる。いま、$lga_1=c_1,\ lga_2=c_2,\cdots,lga_n=c_n$ とおく。

すると

$$\frac{\alpha_1 c_1+\alpha_2 c_2+\cdots\ \alpha_n c_n}{\alpha_1 b_1+\alpha_2 b_2+\cdots+\alpha_n b_n}=M\left(\frac{c_1}{b_1},\frac{c_2}{b_2},\cdots\cdots\cdots,\frac{c_n}{b_n}\right)$$

この式は第(1)式と非常によく似ているが、第(1)式の $a_1,a_2,\cdots,a_n$ は1より大もしくは小の任意の正の値であり、この式の $c_1,c_2\cdots,c_n$ は任意の正あるいは負の値である。

上述の各式のうち、第(7)式はそれ以外のあらゆる式を包括し、コーシーの原典の「定理XIII」はこれを示すものであることは既述のとおりである。「定理IX」――「定理XII」は次の場合の特別の場合である。すなわち既述の次式を再び取り上げる。

$$H=M(A_1,A_2,\cdots A_n)\quad(A_1<A_2<\cdots,<A_n)$$

なお、$f(x)$ が $x=A_1$ から $x=A_n$ まで連続に増大あるいは減少する変域をもち、従ってこの変域内で $f'(x)$ が正あるいは負の値をとる x の函数であるときは、次式が導かれる。

$$f(H)=M[f(A_1),f(A_2),\cdots,f(A_n)]$$

条件 $A_1<H<A_n$; $f'(x)\gtreqless 0$ に従い

$$f(A_1)\gtreqless f(H)\gtreqless f(A_n)$$

また

$$f(A_1)\gtreqless f(A_2)\gtreqless\cdots\gtreqless f(A_n)$$ より

$$f(H)=M[f(A_1),f(A_2)\cdots,f(A_n)]=M[f(A_1),f(A_2)\cdots f,(A_n)]$$

が導かれる。ゆえに $f(x)=\gamma x$, x^b, B^x, lgx を逐次的に代入するとコーシーの「定理、第Ⅷ」「定理18」「定理Ⅹ」および「定理Ⅺ」が導かれる。(9)

（1） M.A.L.Cauchy: *Cours d'Analyse de L'Ecole Royale Polytechnique*, 1821
: Œ*uvres Completes d'A. nalyse*, 1882, P.29, 366

（2） コーシー、上掲書、序文、二八ページの「定理Ⅲ」

（3） コーシー、上掲書、序文、二九ページ「定理Ⅲの系」であり、第(6)式に当る。

（4） コーシー、三六八ページ「定理Ⅻ」の「系Ⅲ」であり、これは序文の「定理Ⅲ」より導かれる。

（定理１） $b.b'.b''.\cdots n$個のある数量であり、$a,a',a,''\cdots$は同じ何らかの数量であるならば、次の分数

$$\frac{a+a'+a''+\cdots}{b+b'+b''+\cdots}$$

は、次の各分数の平均である：すなわち

$$\frac{a}{b},\frac{a'}{b'},\frac{a''}{b''}\cdots\cdots$$

(5) コーシー、上掲書、序文、二七ページの「定理I」の系である。すなわち

〔定理Iの系〕$b=b'=b''=\cdots$であるときは，定理Iより

$$\frac{a+a'+a''+\cdots}{n}$$

となり、これは次の数列の平均である：すなわち

$$a,a',a'',\cdots$$

この特殊の平均は算術平均（moyenne arithmetique）と称する。すなわち、コーシーの第(7)式である。

(Cauchy, *ibid*, P.28, P.29)

(6) コーシー、上掲書、三六六ページの「定理IX」の系であり、なお、コーシーの第(12)式は次の形をとっている。

〔定理IX〕 $A,A',A,''\cdots,M$ が次の条件を満足するいくつかの数であり

$$(11)\quad H=M(A,A',A'',\cdots),$$

また、bが何らかの１つの数量であるときは、次のようになる：すなわち

$$(12)\quad H^b=M(A^b,A'^b,A''^b,\cdots)$$

(Cauchy, *ibid*, p.366).

(7) ドローヒッシュの第I論文では最終項の分母の $a^{\alpha nan}$ が $a_b{}^{\alpha n}$ となっている。

(8) コーシー、上掲書、序文、二七ページの「定理II」によると、これは「幾何平均」を導く式であり、次のように述べられる。

〔定理II〕$A,A',A'',\cdots;B,B',B'',\cdots$ が任意の数の２つの数列であり、それで、n 個の項をもつ順序数列を想定するならば、その根は

$$\sqrt[B]{A}\ ,\ \sqrt[B']{A'}\ ,\ \sqrt[B'']{A''}\ ,\ \cdots\cdots\cdots;$$

であり $\sqrt[B+B'+B''\cdots]{AA'A''\cdots}$ は他のすべての項の新しい根の平均である。

〔系〕$B=B'=B''=\cdots=1$であるならば、われわれは、正の数量

$$\sqrt[n]{AA'A''\cdots}$$

および次の項の間の平均値を見いだす、すなわち

$$A, A', A'', \cdots$$

この平均は、われわれが幾何平均と称するものである。(Cauchy, *ibid*, P.27〜P.28 および NoteⅡ の「定理XⅢ」の第(21)式、第(22)式、「定理XⅢ」による対数使用による算術平均の形式については P.369—P.370.

(9) コーシー、上掲書、三六五—三六七ページ

「定理XⅢ」(9)…$h=M(a,a',a'',)\cdots$

(10)…$rh=M(ra,ra',ra'',\cdots)$

「定理Ⅸ」 (11)…$H=M(A,A',A'',\cdots)$,

(12)…$H^b=M(A^b.A'^b,A''^b,\cdots)$.

「定理Ⅹ」 (13)…$h=M(b,b,'b'',\cdots)$.

(14)…$A^h=M(A^b,A^{b'},A^{b''},\cdots)$.

「定理Ⅺ」 (15)…$H=M(B,B;B'^b,\cdots)$.

(16)…$LH=M(LB,LB',LB,''\cdots)$.

(Lは対数を意味する)。

五

ある一定期間において、ある消費者の欲望構造に何らの変化もなかったと想定する。この場合にその期間の最初の時点を基準時点とし、最終の時点を比較時点としよう。しかるとき、基準時点の消費額を S とし比較時点のそれを S' とする。両者間の比較は次の三つの関係を示す。

(i) $S'>S$, (ii) $S'=S$, (iii) $S'<S$

(i)は上述の消費者の生活水準は「より経費を必要とする」ようになったことを、(ii)は不変的であることを、終りに(iii)は「より低額となった」ことを意味する。これと関連して、貨幣価値は低下あるいは増大したという。ここで $S:S'=1:H$ の比率が成立するときは、次の第(11)式が導かれる。

(11) $$H=\frac{S'}{S},$$

Hは「平均価格比」を示すものであり、これに対して

(12) $$G=\frac{1}{H}=\frac{S}{S'}$$

はこの期間にいかなる比率で貨幣価値が下落あるいは騰貴したかを示す「相対的貨幣価値」である。この消費者が両時点に住居費、食糧費、被服費、光熱費および料金等へ支出する貨幣総額を比較するとしよう。この際に

$(g_1, g_2, \cdots, g_n)$——(基準時点にこれらの項目に支出される貨幣額)

$(h_1, h_2, \cdots, h_n)$——(比較時点において支出される貨幣額)(1)

これより

(13) $$H=\frac{h_1+h_2+\cdots+h_n}{g_1+g_2+\cdots+g_n},$$

$g_1:h_1=1:p_1$、$g_2:h_2=1:p_2, \cdots\cdots, g_n:h_n=1:p_n$ より $h_1=p_1g_1$, $h_2=p_2g_2, \cdots\cdots, h_n=p_ng_n$ を上の第(13)式へ代入すると

(14) $$H=\frac{p_1g_1+p_2g_2+\cdots+p_ng_n}{g_1+g_2+\cdots+g_n}$$

となり、第(13)、(14)式は既述の第(2)、(3)式の変形であるにすぎない。すなわちHは比率$\frac{h_1}{g_1}=p_1$, $\frac{h_2}{g_2}=p_2, \cdots, \frac{h_2}{g_n}=p_n$の平均値である。ドロービッシュの理論の中心は彼の次の文章につくされている。「第(14)式よりHの値は単に p_1、$p_2, \cdots, p_n$ だけからではなく、同時に $g_1, g_2, \cdots, g_n$ にも依存することが明瞭に了承される。もし、p_1,

$p_2, \cdots, p_n$ だけによると、 $g_1, g_2, \cdots, g_n$ が互いに相等しいとき、従って基準時点の各項目に対して相等しい貨幣総額が支出されるときにだけ決定されるであろう」(2) 彼はここでラスパイレス的な単純算術平均の無意味さを指摘しているのである。この際、次式が導かれる。

$$(15)\qquad H=\frac{p_1+p_2+\cdots+p_n}{n}\cdots\cdots$$

(これは第(5)式に対応する)、彼は一つの数値例を挙げる。すなわち

$g_1=200,\ g_2=600,\ g_3=300,\ g_4=150,\ g_5=100,$

$h_1=300,\ h_2=800,\ h_3=250\ \ h_4=150,\ h_5=75.$

これより

$$p_1=\frac{3}{2},\ p_2=\frac{4}{3},\ p_3=\frac{5}{6},\ p_4=1,\ p_5=\frac{3}{4}.$$

一、二番目の項目は騰貴し、三、五番目の項目は下落し、四番目の項目は一定不変であることがわかる。従って

第(13), (14) 式より $\begin{cases} H=\dfrac{7}{6}=1.167 & \text{(平均価格は1/6だけ騰貴)} \\ G=\dfrac{6}{7}=0.857 & \text{(貨幣価値は1/7だけ下落)} \end{cases}$

第(15) 式より $\begin{cases} H=\dfrac{13}{12}=1.083 & \text{(平均価格は1/12だけ騰貴)} \\ G=\dfrac{12}{13}=0.923 & \text{(貨幣価値は1/13だけ下落)} \end{cases}$

貨幣額の絶対的大きさ $g_1, g_2, \cdots g_n$ の代りに $g_2/g_1=q_2\ \ g_3/g_1=q_3\cdots,\ g_n/g_1=q_n$ を第(14)式に代入すると

$$(16)\qquad H=\frac{p_1+p_2q_2+p_3q_3+\cdots+p_nq_n}{1+q_2+q_3+\cdots+q_n}$$

が導かれる。次に彼は平均価格変動の測定に単純算術平均がいかに無益なものであるかを証明する。(3) たとえば、

パンの価格が5：6の比率で騰貴し、塩の価格が4：3の比率で、すなわち、より強い比率で下落するとき、両比率の算術平均は $\left(\frac{6}{5}+\frac{3}{4}\right)\div 2=\frac{39}{40}$ となる。この場合にある家計が塩の価格の下落とパンの価格の騰貴とが、この家計の両商品へ対する支出を $1/40$ だけ減少させると結論することは誤りであって、パンの購入必要貨幣額と塩の購入必要貨幣額は決して相等しくはなく、むしろ前者は後者よりも大である。その比率を1：15とすれば、第(16)式に $p_1=\frac{3}{4}$，$p_2=\frac{6}{5}$，$q_2=15$, $n=2$ を代入することが必要となる。すなわち $H=\frac{75}{64}$ となり、塩の価格は下落したが、パンの価格が僅かのものであっても、この両商品に対して1/6だけの支出貨幣額の増大となるのである。$p_1<1$, $p_2>1$ のとき、ある商品価格の下落によって他の商品価格の騰貴が相殺されるのは、いかなる条件のもとにおいてであるかが問題とされるときは、第(16)式に $H=1$, $n=2$ を代入しなければならない。その結果は次のとおりである。[4] すなわち

$$1+q_2=p_1+p_2q_2\text{，………}\begin{cases}\text{(i)}\quad q_2=\dfrac{1-p_1}{p_2-1}\text{，}\\ \text{(ii)}\quad p_1=1-q_2(p_2-1).\end{cases}$$

(i)、(ii) のいずれも非負値条件をみたすことは明瞭である。$p_1=\frac{3}{4}$，$p_2=\frac{6}{5}$ とすれば $q_2=\frac{5}{4}$ が求まり、塩の価格の下落がパンの価格の騰貴によって相殺されるべき場合は、両商品へ対する必要貨幣支出額の比率は4：5となるが、このような家計は存在し得べくもない。(ii) の場合は p_1 はその意味より常に非負値であり、次の不等式が成立しなければならない。すなわち

$$q_2<\frac{1}{p_2-1}\quad\text{あるいは}\quad p_2<1+\frac{1}{q_2}\text{，}$$

$p_2=\frac{6}{5}$ であれば $q_2<5$ となり、パンの購入には塩の購入よりも五倍弱の支出を必要とし、$q_2=4$ であれば

$p_1=\frac{1}{5}$ となり、前者には後者の四倍の支出を必要とされ、パンの価格は $6/5$ の比率で騰貴し、塩の価格は五倍騰貴するときは、その支出は基準時点の額のままにとどまる。なお、$q_2=15$ と想定すると、$p_2<\frac{16}{15}$となり、従って $p_2=\frac{21}{20}$ となり、パンの価格は $1/20$ だけ騰貴し、$p_1=\frac{1}{4}$ となる。ゆえに、塩の価格は両商品へ対する支出額が同一のものであるべきときは、四倍だけ騰貴しなければならないのである。

このような計算は、もし必要な統計資料が与えられるとき、しかも両時点間に人口増大、欲望構造の変化がないときは、大規模な範囲においても可能である。ここでドロービッシュはラスパイレスと同様にロンドンとハンブルグの二〇年間の期間にわたる貨幣価値下落の問題を取り上げる。彼はこれを明らかにするために商品輸入高とその各価格の変動をどのように計算されるべきかを指摘する。その前提条件として次のものを述べる。すなわち

(1) 一定の期間（一カ年あるいは数カ年）にわたり輸入され、しかもある共通度量衡単位（たとえばツェントナー）による各商品数量 $\mu_1,\mu_2,\cdots,\mu_n$

(2) これらの各商品の単位価格 $\pi_1,\pi_2,\cdots,\pi_n$

(3) 比較期間の同じ商品群の数量 $\nu_1,\nu_2,\cdots,\nu_n$

(4) 両期間の間にわたる各商品価格の変動比率 $1:p_1$, $1:p_2$, $\cdots$, $1:p_n$, したがって $p_1\pi_1$, $p_2\pi_2$, $\cdots$, $p_n\pi_n$

以上より

$\mu_1\pi_1$, $\mu_2\pi_2$, $\cdots$, $\mu_n\pi_n$ ……基準期間においてn品目の商品群の購入のための貨幣額

$\nu_1p_1\pi_1$, $\nu_2p_2\pi_2$, $\cdots$, $\nu_np_n\pi_n$ ……比較期間の同じような貨幣額

なお

$\mu_1\pi_1+\mu_2\pi_2+\cdots+\mu_n\pi_n$ ……基準期間に輸入された商品全体を購入するための支出総額

$\nu_1p_1\pi_1+\nu_2p_2\pi_2\cdots+\nu_np_n\pi_n$ ……比較期間の同じような支出総額

ここで、次のように想定する。

$$\nu_1=\mu_1, \nu_2=\mu_2, \cdots, \nu_n=\mu_n.$$

これより次式が導かれる。これは「相対的貨幣価値」を示す。

$$(17)\qquad G=\frac{\mu_1\pi_1+\mu_2\pi_2+\cdots+\mu_n\pi_n}{\mu_1p_1\pi_1+\mu_2p_2\pi_2+\cdots+\mu_np_n\pi_n}$$

また第(17)式より次の第(18)式が導かれるが、これは既述の「平均価格比率」を示すものである。

$$(18)\qquad H=\frac{1}{G}=\frac{\mu_1p_1\pi_1+\mu_2p_2\pi_2+\cdots+\mu_np_n\pi_n}{\mu_1\pi_1+\mu_2\pi_2+\cdots+\mu_n\pi_n}$$

この式がどのような条件のもとで算術平均 $(p_1+p_2+\cdots p_n)\div n$ となるかが問題となる。それは既述のとおり、基準時点（期間）の各商品価格がその数量に反比例するとき、すなわち

$\mu_1\pi_1=\mu_2\pi_2=\cdots=\mu_n\pi_n$　すなわち　$\pi_1:\pi_2:\cdots:\pi_n=\frac{1}{\mu_1}:\frac{1}{\mu_2}:\cdots\frac{1}{\mu_n}$ のときである。

なお、この比率は基準時点に当てはまっても比較時点に当てはまらない。すなわち $\mu_1\pi_1=\mu_2\pi_2=\cdots=\mu_n\pi_n$ である際、同時に $\mu_1p_1\pi_1=\mu_2p_2\pi_2=\cdots=\mu_np_n\pi_n$ であるときは成立しない。しかるに、比較時点において $p_1\pi_1, p_2\pi_2, \cdots, p_n\pi_n$ が $\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_n$ に反比例すると想定されるときは H は算術平均では求められないで、前節で述べた調和平均によらなければならない。この事態をドロービッシュは次のように説明する。(5)

$$\mu_1p_1\pi_1=\mu_2p_2\pi_2=\cdots=\mu_np_n\pi_n=c$$ とおく。c は定数。

すると　$\mu_1\pi_1=c/p_1$, $\mu_2\pi_2=c/p_2$, $\cdots$, $\mu_n\pi_n=c/p_n$

これより、第(18)式により

$$H=\frac{n}{\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2}+\cdots+\frac{1}{p_n}},$$

もし、$\nu_1=\mu_1,\ \nu_2=\mu_2,\cdots,\ \nu_n=\mu_n$ と仮定されるとき、個々の商品の価額比 $p_1,p_2,\cdots,p_n$ より求めた算術平均は、この調和平均と比べてあまり有益ではないという結論へ達する。そこで「算術平均は基準時点において、調和平均は比較時点において商品数量に反比例するという特別の仮定に依存し、もし、そのいずれも生起しないときは、両式のいずれも当てはまらない」という結果を導くことができるのである。

もし、基準時点において比較時点と同じ数量 $\nu_1,\nu_2,\cdots,\nu_n$ が取り入れられるときは、その購入に必要な貨幣額は次のようになる。

$$\nu_1\pi_1+\nu_2\pi_2+\cdots+\nu_n\pi_n,$$

しかし、事実上、比較時点において購入に必要な貨幣額は次のものである。

$$\nu_1p_1\pi_1+\nu_2p_2\pi_2+\cdots+\nu_np_n\pi_n.$$

これより

$$(19)\quad \begin{cases} G=\dfrac{\nu_1\pi_1+\nu_2\pi_2+\cdots+\nu_n\pi_n}{\nu_1p_1\pi_1+\nu_2p_2\pi_2+\cdots+\nu_np_n\pi_n} \\[2ex] H=\dfrac{\nu_1p_1\pi_1+\nu_2p_2\pi_2+\cdots+\nu_np_n\pi_n}{\nu_1\pi_1+\nu_2\pi_2+\cdots+\nu_n\pi_n} \end{cases}$$

また $g_1,g_2,\cdots,g_n$ が基準時点における事実上の商品数量 $\mu_1,\mu_2,\cdots,\mu_n$ の購入に必要な、また、$h_1,h_2,\cdots,h_n$ が比較時点に $\nu_1,\nu_2,\cdots,\nu_n$ の購入に支出された支出貨幣額であるときは次式が導かれる。(7)

(19*)
$$\begin{cases} G=\dfrac{\dfrac{\nu_1 g_1}{\mu_1}+\dfrac{\nu_2 g_2}{\mu_2}+\cdots+\dfrac{\nu_n g_n}{\mu_n}}{h_1+h_2+\cdots h_n} \\ H=\dfrac{h_1+h_2+\cdots+h_n}{\dfrac{\nu_1 g_1}{\mu_1}+\dfrac{\nu_2 g_2}{\mu_2}+\cdots+\dfrac{\nu_n g_n}{\mu_n}} \end{cases}$$

同時に次の関係が成立する。[8] すなわち

$$p_1=\frac{\mu_1 h_1}{\nu_1 g_1},\ p_2=\frac{\mu_2 h_2}{\nu_2 g_2},\ \ldots\ldots,\ p_n=\frac{\mu_n h_n}{\nu_n g_n}$$

ここで注意されるべきことは次の点である。いま、両時点で $\mu_1,\mu_2,\cdots,\mu_n$ が計算に入れられるならば、その購入に必要な貨幣総額は

$$\mu_1 p_1 \pi_1+\mu_2 p_2 \pi_2+\cdots\mu_n p_n \pi_n$$

基準時点においての実際の必要貨幣総額は

$$\mu_1 \pi_1+\mu_2 \pi_2+\cdots\mu_n \pi_n$$

であった。これより貨幣価値（あるいはその購買力）の基本命題に従い次の第(20)式が導かれる。

(20)
$$\begin{cases} G=\dfrac{\mu_1\pi_1+\mu_2\pi_2+\cdots+\mu_n\pi_n}{\mu_1 p_1\pi_1+\mu_2 p_2\pi_2+\cdots+\mu_n p_n\pi_n} \\ H=\dfrac{\mu_1 p_1\pi_1+\mu_2 p_2\pi_2+\cdots+\mu_n p_n\pi_n}{\mu_1\pi_1+\mu_2\pi_2+\cdots+\mu_n\pi_n} \end{cases}$$

もし、$g_1,g_2,\cdots,g_n$ と $h_1,h_2,\cdots,h_n$ を取り入れるときは、次の第*(20)式が導かれる。

(20*)
$$\begin{cases} G=\dfrac{g_1+g_2+\cdots+g_n}{\dfrac{\mu_1 h_1}{\nu_1}+\dfrac{\mu_2 h_2}{\nu_2}+\cdots+\dfrac{\mu_n h_n}{\nu_n}} \\ H=\dfrac{\dfrac{\mu_1 h_1}{\nu_1}+\dfrac{\mu_2 h_2}{\nu_2}+\cdots+\dfrac{\mu_n h_n}{\nu_n}}{g_1+g_2+\cdots+g_n} \end{cases}$$

以上より判明せられるように G と H とを決定するものは第(19)、*(19)式の一組と第(20)、*(20)式の他の組とである。この二重決定は $\nu_1=\mu_1, \nu_2=\mu_2, \cdots, \nu_n=\mu_n$ のとき、そしてそのときに限り G と H とは相等しく、従って第(17)式と第(18)式は一致するようになる。これより、「G と H との決定に両決定のいずれが上述の場合に他に優先的に適用されうるというものではない。この場合には ν_1 と μ_1、ν_2 と $\mu_2 \cdots \nu_n$ と μ_n とが相等しいものである必要はない。けだし、それぞれ相異なる値を示すから、一方が他方に優先するということを正当に主張するを得ないのである」[9]が、これを明確にするためドロービッシュはツェントナーを重きの単位として採り、その基準時点、比較時点の平均価格を求める。

すなわち $\dfrac{g_1+g_2+\cdots+g_n}{\mu_1+\mu_2+\cdots\mu_n}$

および $\dfrac{h_1+h_2+\cdots+h_n}{\nu_1+\nu_2+\cdots+\nu_n}$

「この平均価格が高ければ高いほど、貨幣の購買力はそれだけ低い」ことになり、これより

(21)
$$\begin{cases} \left(\dfrac{\nu_1+\nu_2+\cdots\nu_n}{\mu_1+\mu_2+\cdots+\mu_n}\right)\left(\dfrac{g_1+g_2+\cdots g_n}{h_1+h_2+\cdots+h_n}\right) \\ \left(\dfrac{\mu_1+\mu_2+\cdots+\mu_n}{\nu_1+\nu_2+\cdots+\nu_n}\right)\left(\dfrac{h_1+h_2+\cdots+h_n}{g_1+g_2+\cdots+g_n}\right) \end{cases}$$

第 I 表

n	商　　　品	1854年		1867年	
		μ_n	g_n	r_n	h_n
1	コーヒー	900, 017	27, 266, 010	1, 092, 612	39, 702, 640
2	紅茶	29, 519	2, 712, 410	25, 112	2, 858, 790
3	粗鉱	614, 922	9, 371, 150	780, 943	11, 467, 060
4	タバコ	125, 062	4, 511, 470	304, 375	11, 773, 610
5	米	218, 715	2, 027, 020	365, 489	2, 908, 910
6	ホップ	46, 187	4, 162, 660	79, 597	6, 944, 330
7	バター	173, 238	859, 890	173, 497	10, 456, 760
8	インヂゴー	16, 381	5, 611, 960	9, 312	4, 531, 020
9	洋紅	4, 580	1, 319, 750	4, 752	1, 232, 330
10	コークス油	66, 506	2, 233, 000	31, 031	1, 049, 410
11	椰子油	71, 430	2, 188, 240	46, 638	1, 246, 550
12	菜種油	64, 926	1, 740, 150	57, 347	1, 383, 130
13	亜麻仁油	59, 435	1, 434, 780	61, 616	1, 582, 660
14	海鳥糞	309, 389	2, 347, 160	758, 071	5, 120, 760
15	羊毛	132, 631	15, 996, 130	137, 748	13, 631, 430
16	綿花	529, 991	15, 296, 300	766, 904	51, 656, 350
17	綿絲	449, 109	24, 213, 210	239, 706	31, 275, 530
18	毛絲	89, 770	15, 913, 560	152, 631	35, 545, 810
19	麻絲	61, 721	7, 002, 430	83, 415	9, 615, 940
20	くずもの	132, 252	1, 684, 510	118, 500	1, 512, 650

この第(21)式は $\nu_1=\mu_1,\ \nu_2=\mu_2,\cdots,\nu_n=\mu_n$ に対して $\mu_1\pi_1=\mu_2\pi_2=\cdots=\mu_n\pi_n$ が追加されるときに第(17)式へ移され、第(21)式は共通の度量衡単位の期間的貨幣価値を表わす貨幣額が分っている平均価格を定義するものであり、商品群の単位価格から求めた平均としてではなく、$\mu_1,\mu_2,\cdots,\mu_n$ と $g_1,g_2,\cdots,g_n$ によるときは次式が導かれる。

$$\frac{\dfrac{g_1}{\mu_1}+\dfrac{g_2}{\mu_2}+\cdots+\dfrac{g_n}{\mu_n}}{n}$$

これは算術平均、幾何平均、いわんや調和平均ではなく、単なる比率形式による量的な商品単位の総和の貨幣値総和の比率を示すもので既述の $(g_1+g_2+\cdots+g_n)\div(\mu_1+\mu_2+\cdots+\mu_n)$ による平均価格を示すもので、これをド

ロービッシュは一〇カ年という期間に適用すべきものであるとし、この期間の平均価格は次の表現による。

$$\frac{V_1+V_2+\cdots+V_j}{M_1+M_2+\cdots+M_j}=\frac{(\text{商品購入のための必要貨幣額})}{(\text{共通単位による}j\text{カ年の商品購入量})}$$

もし、kカ年の後ちの系列に関してみると

$$\frac{W_1+W_2+\cdots+W_k}{N_1+N_2+\cdots+N_k}\cdots\frac{(\text{商品購入のための必要貨幣額})}{(\text{共通単位による}k\text{カ年の商品購入量})}$$

Jカ年期間へ対するKカ年期間の相対的貨幣価値は次式による。

$$G=\left(\frac{N_1+N_2+\cdots+N_k}{M_1+M_2+\cdots+M_j}\right)\left(\frac{V_1+V_2+\cdots+V_j}{W_1+W_2+\cdots+W_k}\right) \qquad (22)$$

第II表

n	$\frac{\tau_n g_n}{\mu_n}$	$\frac{\mu_n h_n}{\tau_n}$	R_n
1	33, 100, 680	32, 704, 240	1. 199
2	2, 307, 464	3, 360, 490	1. 239
3	22, 901, 240	9, 029, 270	0. 963
4	10, 979, 990	4, 837, 554	1. 072
5	3, 387, 300	1, 440, 743	0. 859
6	7, 173, 792	4, 029, 521	0. 968
7	8, 611, 746	10, 441, 148	1. 211
8	3, 190, 195	7, 970, 644	1. 420
9	1, 369, 313	1, 187, 725	0. 900
10	1, 041, 895	2, 249, 107	1. 007
11	1, 428, 743	1, 909, 145	0. 872
12	1, 537, 017	1, 565, 925	0. 900
13	1, 487, 430	1, 526, 635	1. 064
14	5, 751, 055	2, 089, 919	0. 890
15	16, 643, 443	13, 125, 060	0. 820
16	22, 133, 540	35, 698, 600	2. 334
17	12, 923, 486	58, 597, 281	2. 420
18	27, 056, 960	20, 906, 282	1. 314
19	9, 463, 679	7, 115, 092	1. 016
20	1, 509, 315	1, 688, 232	1. 002
計	182, 968, 283	221, 772, 613	

第(22)式は$k=j$のときにとられるのである。

これをハンブルグ市の商業取引所の統計書に当てはめてみる。すなわち、第I表は一八五四年と一八六七年のハンブルグ市の輸入商品数量と貨幣支出額を示している。(ただし数量はツェントナー、貨幣支出額はマルク・バンコによる)。これより算術平均を求め、さらに第*(19)式と第*(20)式による計算のため第II表を作成す

る。

第I表より $\left(\begin{array}{l}\sum\mu=4095781,\ \sum g=155630790\\ \sum\nu=5289296,\ \sum h=245495670\end{array}\right)$ 第(21)式に各値を代入すると $\left(\begin{array}{l}H=0.77435\times1.5774=1.2215\\ G=0.8187\end{array}\right)$ となる。これより表の二〇品目の商品価格の一八五四年と一八六七年との比較では、平均して一〇〇から一二二・一五へ、すなわち二二・一五%だけ騰貴し、貨幣価値は一〇〇から八一・八七、従って一八・一三%だけ下落したことを語る。これに対して第II表の価格比より算術平均を求めると

$$H=\frac{23,473}{20}=1,1736$$ および $G=0.8521$ となる。

従って平均商品価格は一〇〇から一一七・三六へ、すなわち一七・三六%だけ騰貴し、貨幣価値は一〇〇から八五・二一へ、従って一四・七九%だけ下落したことを示す。なお、(1)—(10)の商品について第(21)式では $\left(\begin{array}{l}H=1.0492\\ G=0.9531\end{array}\right)$、(11)—(20)の商品については $\left(\begin{array}{l}H=1.3662\\ G=0.7327\end{array}\right)$ が求まり、算術平均では前者の場合は $\left(\begin{array}{l}H=1.0841\\ G=0.9224\end{array}\right)$ 後者の場合には $\left(\begin{array}{l}H=1.2634\\ G=0.7917\end{array}\right)$ を得る。第II表より第*(19)、*(20)式より次の値が求まる。

$$\sum\frac{\nu_n g_n}{\mu_n}=182968283,\quad \sum\frac{\mu_n h_n}{\nu_n}=221772613$$

第*(19)式より $\left(\begin{array}{l}G=0.7453\\ H=1.3444\end{array}\right)$、第*(20)式より $\left(\begin{array}{l}G=0.7018\\ H=1.4249\end{array}\right)$ が求まる。すなわち G と H の値は二重に存在する。「第(21)式による正しい決定からの相違とともに、それぞれの間の相違」が問題となる。しかし、これは(21)、(22)式の方法論的討議にのみ役立ち、一八五四年と一八六七年のハンブルグ市の市場においてみられた著しい貨幣価値下の絶対的大きさに関して何等決定的なものではない。かくしてドロービッシュ自身「それには両年度に輸入された商品の総体に同じ数量とその価格が計算にとり入れられなければならないことが、また十分に指摘されなかった」と

言う。(11)

以上より本稿第一節の終りに述べたジェボンズの幾何平均法の結果へ対する批判にうつるのである。すなわち、両時点の m ポンドのカカオと n ポンドの丁字について言えばそれぞれの平均比率は第(18)式によって

$$1:\ \frac{mpa+nqb}{ma+nb},$$

いま、$p=2,\ q=\frac{1}{2}$ のときは次の結果となり、

$$1:\ \frac{4ma+nb}{2(ma+nb)}$$

なお、 $a=b$ であれば

$$1:\ \frac{4m+n2}{2(m+n)}$$

なお、 $2a=b$ であれば

$$1:\ \frac{2m+n}{m+2n}$$

となる。右の各比率は $m=n$ のとき、そしてそのときに限り1：5/4 および1：1となるのである。

（1） ドロービッシュ、第一論文、三一ページ
（2） ドロービッシュ、第一論文、三一ページ
（3） ドロービッシュ、第一論文、三二ページ
（4） ドロービッシュ、第一論文、一二ページ
（5） C.M.Walsh : The Measurement of General Exchange-Value, N.Y. 1901, P. 194 ff.
ウォルシュはここでドロービッシュ批判を試みる。すなわち、ドロービッシュの度量衡単位は、各期間もしくは時点における

あらゆる財貨のこの単位の平均価格を求めるものであって、かくすることにより絶対的平均価格よりまぬがれようとしたのである。なお、ウォルシュによればドロービッシュは単に「価格の平均」ばかりではなく「各財貨の度量衡単位の価格」について比較を行なったのであり、「共通度量衡単位の使用は、各時点で求めた平均が「平均度量衡単位の平均価格」(An average price of an average mass) を、いわば、「あらゆる財貨についてのそれを意味する」(Walsh, *ibid*, P.196)。これは全体の財貨の尺度(度量衡単位) に共通のものであり、一種の "Anaxagorian hamoeomeria" の作用をなすものである。更にウォルシュは次の問題をドロービッシュに問いかける。(Walsh : *ibid.* P.196—P.197) ㈠何故に、「共通の容積」ではなく共通度量衡単位が選ばれたか、㈡これによると次のような不合理さが生ずるが、それをどのようにして救うか？すなわち(1)、その間に、それがいかなるものであれ、何らの価格変動も生じない二期間において、何らかの不規則な変動が単位量に起こるならば、その結果は「諸価格の一つの変動」を示す……これはウォルシュの命題二七「あらゆる事物が互いに相等しい交換価値を有するときは、そのうちのある事物の一般交換価値は確定不変である」(Walsch ; *ibid.* P.44)と命題一五六「いかなる交換価値（あるいは価格）の変動もなくして、あるグループの大きさの変化が何等かの一般交換価値の変動を惹き起こすようなことはない」(*ibid.* P.115) に矛盾するものであるという。(2)、その間においてすべての価格が全く同じ割合で変動する二期間の間において、もし何らかの不規則な変化が単位量に起こるならば、その結果は、この共通の変動より相異なる変化が生ずる。これは、命題一七「ある事物の特定の交換価値のすべてが、他の事物において全く同様に変動するときは、これらの事物の共通的変動は、あらゆる他の事物の一般交換価値の変動に相等しい」(ibid.P.33) と命題一五五「あらゆる価格が同じ割合で変動するときは、あるグループの大きさの変動は、この共通の価格変動の逆数である貨幣の交換価値の変動に何ら影響しない」(*ibid* P.115) に矛盾し、最後に(3)、その間においてすべての価格がいくらか騰貴した二期間において、その単位量に何らかの変動が生ずるならば、その結果は平均価格の下落を示すことすら可能である。なお、その逆も成立するのである。かくしてウォルシュは「これらの不合理さは二重加重法を用いることによるのではなく、共通度量衡単位を選ぶ方法によってのみ二重加重法を用いることによるの」のである。ドロービッシュ批判の根底はこのようなウォルシュの態度によくうかがわれる。

ハーバラーもドロービッシュの「市場で用いられる数量単位」(*markt-mäßige* Mengeneinhait) を根拠にすることは「全く恣意的である」といい、(Haberler, Sinne der Indexzahlen, S.12) なお、彼によって批判されたラスパイレス自身が、ドロービッシュの方法によれば「物価変動が表われないで、数量変動だけが生ずるときの貨幣価値変動を問題とするものである」と反駁す

る。（Laspeyres : *Die Berechnung einer mittleren Waarenpreissteigerung* Jahrb. f.N.Ö.u. Stat]. 16Bd, 1871.）私見によれば、ドロービッシュがその第Ⅰ論文を執筆した当時は、まだドイツの度量衡制度が制定されてあまり時間的に経過していなかったこと…（ゾンバルトによれば、私法が統一的に整理されたのは、やっと十九世紀の後半であり、一八四七年に全ドイツ為替法が公布され、一八六八年になって「度量衡法」が制定されたのである… W.Sombart : *Der moderne Kapitalismus,* 3Band, 1916, S.57—S.58）……従ってこのような簡単な加重法を用いたこと、なお、彼自身は数学者であるため形式的になり勝ちであったためと考えられないであろうか。

（6） ドロービッシュ、第Ⅰ論文、三六—三七ページ

（7） ドロービッシュの原文では第(19)式のH式における右辺の分子、第一項が v_1g_1 とすべきを v_1g_2 となっている。

（8） 同様にp_1式の分子 μ_1h_1 とすべきを μh_1 となっている。

（9） ドロービッシュ、第Ⅰ論文、三九ページ

（10） 「マルク・バンコ」とは一種の「預金振替」による名目単位である。支払者は自己の預金高より債権者の預金高へ決済分を振替える際の単位となった。トーク・ニューマーチの「物価史」、アッシャー独訳版によるとハンブルグと各取引相手都市との間に次の状態がみられた。

(i) （ハンブルグ対ロンドン）

$27\frac{3}{4}$ MK.BCO＝1ケルン・マルク……£3、17シル $10\frac{1}{2}$ ペンス＝1トロイオンス(金)

1 : $15\frac{1}{2}$: £1＝13MK.7.$_{49}$シル、バンコ）

（3カ月か月払では1マルク5.$_{33}$シル、バンコ）

(ii) （ハンブルグ対パリ）

$27\frac{3}{4}$マルク・バンコ＝1ケルン・マルク純銀

222 $\frac{2}{7}$フラン＝1キロ・グラム純銀：$3444\frac{4}{9}$フラン＝1キログラム純金

（3カ月払では189フラン14.$_{39}$サンチーム）

(iii)（ハンブルグ対アムステルダム）

$27\frac{3}{4}$マルク・バンコ＝1ケルン・マルク純銀、40マルク・バンコ＝35,0659フローリン

（2カ月払では＝35フローリン）

(iv)（ハンブルグ対ベルリン）

$27\frac{3}{4}$マルコ・バンコ＝1ケルン・マルク純銀、14ライヒス・ターレル＝1ケルン・マルク

300マルク・バンコ＝151ライヒス・ターレル、10.54、2カ月払い＝152ライヒス・ターレル10.81

(V)（ハンブルグ対フランクフルト・アム・マイン）

$27\frac{3}{4}$マルク・バンコ＝1ケルン・マルク純銀、$24\frac{1}{2}$フローリン＝1ケルン・マルク純銀、

100マルク・バンコ＝88フローリン、17.30クロイツアー、2カ月払い＝88フローリン、52.61クロイツアー

(vi)（ハンブルグ対ウィーン）

$27\frac{3}{4}$マルク・バンコ＝1ケルン・マルク純銀、20クローリン＝1ケルン、マルク純銀

200マルク・バンコ＝144フローリン8.64クローネン、2ケ月払＝145フローリン56.30クローネン

(11) ドロービッシュ、第Ⅰ論文、四三ページ

六

以上は、ドロービッシュの第Ⅰ論文にあらわれたコーシーの数学理論を基礎にした指数算式の基本概念である。彼の第(19)式は今日、パーシェ式と言われるものであり、第(20)式は本稿で問題とするラスパイレス式と言われるものであり、更に第*(19)式、第*(20)式によって貨幣の購買力がよりくわしく分析されるものであるとする。第(21)、第*(21)

式は平均価格と購買力との反比例的関係に関する従来の考え方を正確に分析し、しかも時間的比較の基本的数理を全く彼独自の方法で明らかにしたことに力点がおかれるべきである。

なお、本稿でドロービッシュの第II論文は意識的に取り入れなかったのは、物価指数の原型の理論史に重点をおくことに目的を定め、従って順序を追って浮き彫り的に理論を発展せんとしたからである。ゆえに、本稿に続いてその第II論文、もしくはさかのぼってラスパイレスの第I論文あるいはドロービッシュを媒介としたパーシェ論文を取りあげ、一連の物価指数論をたどり、そうすることによって物価指数算式の原型を見出すことが筆者の意図したところであるからである。いわば、本稿は筆者の物価指数研究、もしくはその理論史研究の一里塚ともいうべきものである。

（なお、本稿執筆に当り甚だ利用し難い文献、特にコーシーの原典に接し得たことに関しては、京都大学理学部大学院生、藤原玄夫理学士に大いに負うところあることを述べ、感謝するものである）