

Notas Científicas

Comparação de modelos matemáticos não-lineares empregados na análise de desempenho de sistemas de irrigação

Euzebio Medrado da Silva⁽¹⁾, Jorge Enoch Furquim Werneck Lima⁽¹⁾, Lineu Neiva Rodrigues⁽¹⁾ e Juscelino Antônio de Azevedo⁽¹⁾

⁽¹⁾Embrapa Cerrados, BR-020 Km 18, Caixa Postal 08223, CEP 73.310-970 Planaltina, DF. E-mail: euzebio@cpac.embrapa.br, jorge@cpac.embrapa.br, lineu@cpac.embrapa.br, juscelin@cpac.embrapa.br

Resumo – Modelos matemáticos não-lineares utilizados na análise de desempenho de sistemas de irrigação foram comparados visando a indicar o que se ajusta melhor aos dados observados em perfis de distribuição da água aplicada na irrigação. Foram considerados quatro modelos de probabilidade (Normal, Log-normal, Gama e Beta) e dois modelos potenciais (modelos Silva e Karmeli), aplicados a 91 casos de avaliação de desempenho da irrigação. A comparação entre as curvas de frequência acumulada da soma de quadrados dos erros, obtida do ajuste de cada modelo aos dados, revelou que o modelo Silva é estatisticamente o melhor entre os modelos testados.

Termos para indexação: perfil de distribuição, uniformidade de aplicação, eficiência de irrigação.

Comparison of non-linear models used for evaluating irrigation system performance

Abstract – Various non-linear mathematical models utilized in the analysis of irrigation system performance were compared aiming to indicate the model which better represents applied water distribution profiles. Four probability models (Normal, Log-normal, Gamma and Beta) as well as two potential models (Silva's and Karmeli's models) were considered, and were applied to 91 cases of irrigation performance evaluation. The pairwise comparison of the cumulative frequency distribution curves of the sum of square errors, obtained from fitting each model to the observed data, revealed that Silva's model is the best among the non-linear models tested.

Index terms: distribution profile, application uniformity, irrigation efficiency.

A análise da distribuição espacial da água aplicada em áreas irrigadas é imprescindível na implementação de estratégias adequadas ao manejo da irrigação. Para isso, é fundamental o emprego de modelos matemáticos, ajustados aos valores de lâminas ou vazões coletadas, no cálculo dos parâmetros de uniformidade e de eficiência da água aplicada pela irrigação, indicados em Burt et al. (1997). Sob essa abordagem, o emprego de modelos matemáticos é altamente desejável, pois, além de padronizar a análise, facilita a implementação dos procedimentos de cálculo dos parâmetros de uniformidade e de eficiência requeridos no manejo das irrigações.

A busca de modelos matemáticos visando ao melhor ajuste dos valores pontuais de lâminas ou vazões coletados, obtidos na avaliação de desempenho de sistemas de irrigação, tem sido objeto de vários estudos clássicos. Hart & Reynolds (1965) propuseram e em-

pregaram a função estatística Normal para o ajuste de perfis de distribuição da água aplicada na irrigação por aspersão; Karmeli (1978) desenvolveu um modelo potencial empírico para representar a distribuição da água infiltrada na irrigação por sulcos; Chaudry (1976, 1978) utilizou o modelo estatístico Gama, e Elliot et al. (1980), o modelo estatístico Beta, buscando representar os perfis assimétricos de distribuição da água normalmente encontrados em sistemas de irrigação por aspersão.

Recentemente, Silva et al. (2004) propuseram um novo modelo matemático para análise de desempenho de sistemas de irrigação, informando ter sido a formulação proposta emanada do modelo de retenção de água de Genutchen (1980) e indicaram que seu modelo apresentava a funcionalidade matemática necessária ao ajuste aos variados tipos de perfil de água aplicada pela irrigação. No entanto, eles não comprovaram, com uma base de dados representativa, a proeminência de seu

modelo sobre os demais. Assim, é fundamental o desenvolvimento deste trabalho para verificar, em bases estatísticas, qual o modelo matemático não-linear que melhor descreve os perfis de distribuição de água aplicada por sistemas de irrigação.

Este trabalho teve por objetivo comparar modelos matemáticos não-lineares mais utilizados na avaliação de desempenho de sistemas de irrigação e indicar o que melhor representa a variedade dos perfis de distribuição da água aplicada.

Os modelos não-lineares comparados foram: Normal (Hart & Reynolds, 1965), Potencial Karmeli (Karmeli, 1978), Gama (Chaudry, 1976), Beta (Elliot et al., 1980), Log-normal (Warrick et al., 1989) e Potencial Silva (Silva et al., 2004). Os modelos foram ajustados aos dados observados por meio da técnica dos mínimos quadrados (Beck & Arnold, 1977) e a rotina Solver do Microsoft Excel como instrumento de otimização.

No caso dos modelos probabilísticos (Normal, Log-normal, Beta e Gama), o ajuste não-linear foi realizado utilizando as próprias funções internas do Microsoft Excel. Para isso, a variável “quantidade de água coletada – x” de cada modelo foi explicitada de acordo com a variável “fração de área representativa de um dado coletor – a”, da seguinte maneira: (i) modelo Normal, $x = \text{INV.NORM}(1 - a; m_x; \sigma_x)$, em que m_x e σ_x correspondem, respectivamente, à média e ao desvio-padrão da variável x; (ii) modelo Log-normal, $x = \text{INV.LOG}(1 - a; m_{\ln x}; \sigma_{\ln x})$, em que $m_{\ln x}$ e $\sigma_{\ln x}$ correspondem, respectivamente, à média e ao desvio-padrão da variável $\ln x$; (iii) modelo Gama, $x = \text{INV.GAMA}(1 - a; r; 1/\lambda)$, em que r e $1/\lambda$ são os parâmetros da função Gama, os quais estão relacionados com a média e o desvio-padrão da variável x, por meio das relações $m_x = r/\lambda$ e $\sigma_x = \sqrt{r}/\lambda$; (iv) modelo Beta, $x = \text{BETA.ACUM.INV}(1 - a; \alpha; \beta; x_n; x_m)$, em que x_n e x_m são correspondentes, respectivamente, aos valores mínimos e máximos de x e, os parâmetros α e β , aos valores m_x e σ_x definidos por Pearson & Hartley (1972) como sendo $m_x = \alpha/\beta$ e $\sigma_x = (\alpha\beta)^{1/2}(\alpha + \beta)^{-1}(\alpha + \beta + 1)^{-1/2}$. Nos demais modelos não-lineares, Potencial Karmeli e Potencial Silva, a variável x foi explicitada diretamente das respectivas expressões matemáticas e, assim, aplicada ao processo de otimização.

Para fins de comparação dos modelos testados, foram utilizados 91 casos de avaliação de desempenho de diversos sistemas de irrigação pressurizados, obtidos de várias fontes, publicadas ou não, dos quais 35 foram

originários de testes de pivô central, 29, de gotejamento, 23, de aspersão convencional e 4, de autopropelido. Os modelos foram ajustados individualmente a todos os 91 casos, gerando, em cada ajuste, um valor representativo da soma de quadrados das diferenças entre os dados observados e os valores calculados, por meio da técnica dos mínimos quadrados (Beck & Arnold, 1977). Cada valor da soma de quadrados foi dividido pela diferença entre o número de observações e o respectivo número de parâmetros do modelo, resultando nos valores de SQE, os quais formaram a base de dados utilizada na diferenciação estatística entre os modelos. O conjunto dos 91 valores de SQE, correspondente a cada modelo, foi analisado na forma de histograma de frequências, subdividido em sete classes, para ajuste à função probabilística mais adequada, possibilitando, assim, o emprego da técnica de comparação de curvas (Silva & Azevedo, 2002) na diferenciação dos modelos. Esse ajuste foi feito utilizando-se também o método dos mínimos quadrados.

Na análise dos histogramas das frequências dos valores de SQE, que resultaram do ajuste de cada modelo aos 91 casos de avaliação de desempenho, foi constatado que a função estatística exponencial representava adequadamente a distribuição das probabilidades acumuladas desses resíduos. Esse fato foi comprovado com o teste de significância r de Pearson (Levin, 1987), calculado a partir da correlação entre os valores observados da frequência acumulada e os calculados pelo modelo de distribuição exponencial, cujo resultado revelou correlação superior a 0,973 para todos os modelos, com um nível de significância de praticamente 100%.

O traçado das funções exponenciais de probabilidade, ajustado aos valores pontuais das frequências acumuladas dos valores de SQE, resultantes de cada modelo testado, ilustra as diferenças entre os modelos (Figura 1). Nesse esquema de representação, quanto mais próximo estiver a curva do eixo das probabilidades, menores são os valores de SQE e, conseqüentemente, melhor o modelo. Desse modo, a análise do gráfico indica que o modelo Potencial Silva foi o que revelou melhor desempenho, seguido dos modelos Beta, Potencial Karmeli, Log-normal, Gama e Normal, apresentando, respectivamente, os seguintes valores médios de SQE: 0,00117, 0,00182, 0,00242, 0,00303, 0,00344 e 0,00609. O excelente desempenho verificado com o modelo Beta concorda com os resultados encontrados por Elliot et al. (1980). Esses autores compararam os modelos Linear,

Normal e Beta, ajustados a 2.540 perfis de distribuição de água aplicada, obtidos a partir de simulações, com dados de 50 testes de aspersores individuais, e concluíram que o modelo Beta, consistentemente, ajustou-se melhor do que os modelos Linear e Normal aos perfis de distribuição analisados. Apesar desse melhor desempenho, eles optaram por continuar recomendando o modelo Normal, alegando maior facilidade computacional do que o modelo Beta, no cálculo dos indicadores de desempenho da irrigação. No entanto, com o avanço na disponibilidade de programas computacionais para a parametrização de modelos não-lineares, essa limitação é contornada.

A fim de verificar a significância estatística das diferenças entre os modelos, utilizou-se a técnica de comparação de curvas com o teste F (Silva & Azevedo,

2002). O nível crítico de probabilidade estabelecido para julgar a significância das diferenças foi de 5%, o qual, nesse caso, correspondeu ao valor de $F = 4,747$ para 1 e 12 graus de liberdade, respectivamente, no numerador e denominador. Com base nesse critério, a única diferença considerada não-significativa entre as curvas foi a verificada entre os modelos Log-normal e Gama, que resultou em um valor de F igual a 4,589, portanto, menor do que o F crítico estabelecido. A maior diferença significativa observada ocorreu entre os modelos Gama e Normal ($F = 148,497$), seguida das comparações: modelos Potencial Silva versus Beta ($F = 39,102$), Beta versus Potencial Karmeli ($F = 12,128$) e o Potencial Karmeli versus Log-normal ($F = 8,507$).

Na adoção do modelo Potencial Silva como referência (Figura 1) e, ao se considerar o valor de $SQE = 0,0035$, correspondente à probabilidade de 95%, infere-se que a chance de se obter valores de SQE superiores a 0,0035 é de 5% ou menos. Ao se aplicar esse raciocínio aos demais modelos, pode-se deduzir que o modelo Beta possui 14,62% de chance de apresentar valores de SQE superiores a 0,0035; o modelo Potencial Karmeli, 23,58%; o modelo Log-normal, 31,59%; o modelo Gama, 36,14% e o modelo Normal, 56,30%. Por esse critério, constata-se que quanto maior for essa probabilidade, pior será o modelo. Assim, pode-se concluir que o modelo Potencial Silva foi o melhor, e o modelo Normal, o pior. Esses resultados confirmam a tendência de modelos com maior número de parâmetros, como o Potencial Silva e o Beta, com quatro, terem melhor ajuste do que os com menor número de parâmetros, nesse caso, o Log-normal, o Gama e o Normal, com dois parâmetros. O modelo Potencial de Karmeli, com três parâmetros de ajuste, revelou desempenho intermediário.

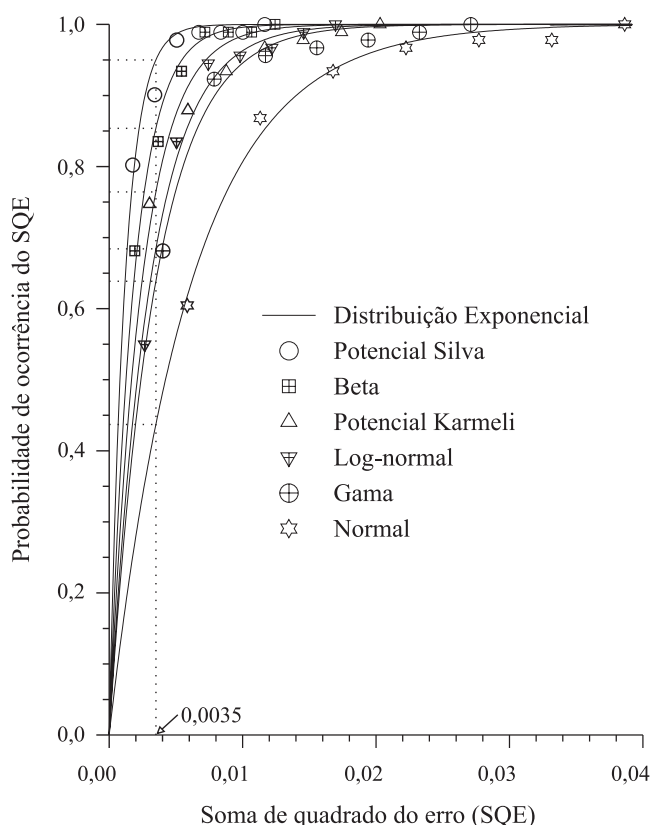


Figura 1. Curvas da distribuição estatística exponencial, ajustadas às frequências acumuladas de ocorrência dos valores de SQE de cada modelo, resultantes de 91 casos de avaliação de desempenho de irrigação, indicando níveis de probabilidade em cada modelo (segmentos tracejados horizontais), correspondentes ao valor de SQE igual a 0,0035.

Agradecimentos

À Finep/CT-Hidro, pelo apoio financeiro; ao CNPq, pela concessão de bolsa.

Referências

BECK, J.V.; ARNOLD, K.J. **Parameter estimation**. New York: Wiley, 1977. 501p.
 BURT, C.M.; CLEMMENS, A.J.; STRELKOFF, T.S.; SOLOMON, K.H.; BLIESNER, R.D.; HARDY, L.A.; HOWELL, T.A.; EISENHAUER, D.E. Irrigation performance measures: efficiency

- and uniformity. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, v.123, p.423-442, 1997.
- CHAUDHRY, F.H. Nonuniform sprinkler irrigation application efficiency. **Journal of the Irrigation and Drainage Division**, v.104, p.165-178, 1978.
- CHAUDHRY, F.H. Sprinkler uniformity measures and skewness. **Journal of the Irrigation and Drainage Division**, v.102, p.425-433, 1976.
- ELLIOT, R.L.; NELSON, J.D.; LOFTIS, J.C.; HART, W.E. Comparison of sprinkler uniformity models. **Journal of the Irrigation and Drainage Division**, v.106, p.321-330, 1980.
- GENUTCHEN, M.T. van. A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. **Soil Science Society of America Journal**, v.44, p.892-898, 1980.
- HART, W.E.; REYNOLDS, W.N. Analytical design of sprinkler systems. **Transactions of the American Society of Agricultural Engineers**, v.8, p.83-89, 1965.
- KARMELI, D. Distribution pattern and losses for furrow irrigation. **Journal of the Irrigation and Drainage Division**, v.104, p.59-69, 1978.
- LEVIN, J. **Estatística aplicada a ciências humanas**. 2.ed. São Paulo: Harbra, 1987. 392p.
- PEARSON, E.S.; HARTLEY, H.O. **Biometrika tables for statisticians**. 3rd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1972. v.2, 385p.
- SILVA, E.M. da; AZEVEDO, J.A. de. Influência do período de centrifugação na curva de retenção de água em solos de Cerrado. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v.37, p.1487-1494, 2002.
- SILVA, E.M. da; LIMA, J.E.F.W.; AZEVEDO, J.A. de; RODRIGUES, L.N. Proposição de um modelo matemático para a avaliação do desempenho de sistemas de irrigação. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v.39, p.741-748, 2004.
- WARRICK, A.W.; HART, W.E.; YITAYEW, M. Calculation of distribution and efficiency for nonuniform irrigation. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, v.115, p.674-686, 1989.

Recebido em 7 de julho de 2005 e aprovado em 22 de março de 2006