ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК
Том 19. Выпуск 4

УДК 517 DOI 10.22405/2226-8383-2018-19-4-227-242

Математические методы анализа и прогноза афтершоков землетрясений: необходимость смены парадигмы[1]

Шебалин Петр Николаевич — доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН.
e-mail: shebalin@mitp.ru

Аннотация

Анализ и прогноз афтершоков сильных землетрясений в мировой практике в настоящее время основан исключительно на стохастических моделях развития афтершокового процесса. Это дает возможность использования статистических методов анализа, а также применять в прогнозе "сценарный" подход путем многократного генерирования случайных последовательностей афтершоков и подсчета частоты повторения интересующих событий. Исследования по проекту РНФ "Создание информационной системы автоматической оценки сейсмической опасности после сильных землетрясений по данным геофизического мониторинга" в 2016-2018 гг. показали однако, что эффективность таких подходов имеет существенные ограничения. В статье дается критический обзор статистических методов анализа и прогноза афтершоков, интерпретируются пределы эффективности прогнозов при использовании стандартных подходов, приводится обоснование необходимости смены парадигмы. В качестве одного из направлений поиска предлагается применение методов Дискретного математического анализа (ДМА), разрабатываемых академиком А.Д. Гвишиани и его научной школой. Очевидное преимущество такого подхода продемонстрировано на примере простого алгоритма идентификации афтершоков с использованием аппарата нечетких сравнений.

Ключевые слова: афтершоки землетрясений, закон Омори, закон Гутенберга-Рихтера, закон повторяемости числа афтершоков, кластер, дискретный математический анализ, нечеткие множества, нечеткие сравнения.

Библиография: 37 названий.

Для цитирования:

П. Н. Шебалин. Математические методы анализа и прогноза афтершоков землетрясений: необходимость смены парадигмы // Чебышевский сборник, 2018, т. 19, вып. 4, с. 227–242.

[1]Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 16-17-00093).

CHEBYSHEVSKII SBORNIK
Vol. 19. No. 4

UDC 517 DOI 10.22405/2226-8383-2018-19-4-227-242

Mathematical methods of analysis and forecast of earthquake aftershocks: the need to change the paradigm

Shebalin Petr Nikolaevich — D. Sci.; Chief scientist; Institute of Earthquake Prediction Theory and Mathematical Geophysics RAS.
e-mail: shebalin@mitp.ru

Abstract

Analysis and forecast of aftershocks of large earthquakes in the world practice is currently based exclusively on stochastic models of aftershock process. This makes it possible to use statistical methods of analysis, and also to apply the "scenario" approach in forecasts by repeatedly generating random sequences of aftershocks and counting the frequency of repetition of the events of interest. Studies on the Russian Science Foundation project "Development of information system for automatic seismic hazard assessment after large earthquakes based on geophysical monitoring" in 2016-2018 showed however that the effectiveness of such approaches has significant limitations. In this paper I give a critical review of statistical methods for the analysis and forecast of aftershocks, an interpretation of the effectiveness limits of forecasts using standard approaches, provide the rationale for the need to change the paradigm. As one of the search directions, the application of Discrete Mathematical Analysis (DMA) methods developed by Academician A.D. Gvishiani and his scientific school. An obvious advantage of this approach is demonstrated by the example of a simple algorithm for identification of aftershocks using fuzzy comparisons.

Keywords: aftershocks of earthquakes, Omori law, Gutenberg-Richter law, law of repeatability of the number of aftershocks, cluster, Discrete Mathematical Analysis, fuzzy sets, fuzzy comparisons.

Bibliography: 37 titles.

For citation:
P. N. Shebalin, 2018, "Mathematical methods of analysis and forecast of earthquake aftershocks: the need to change the paradigm", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 19, no. 4, pp. 227–242.

1. Введение

Изучение афтершоков играет важную роль в сейсмологии и в задачах оценки сейсмической опасности. Афтершоки – это повторные толчки, возникающих после землетрясения вследствие перераспределения напряжений в его очаге, вызванного неравномерным скольжением по разлому. Полноценное изучение очага сильного землетрясения невозможно без исследования сопровождавших его афтершоков. Они несут важную информацию о структуре очага, о характере и скорости пост-сейсмических процессов. Для оценок сейсмической опасности обычно используются каталоги землетрясений с исключенными афтершоками. Но с точки зрения сейсмической опасности афтершоки имеют и самостоятельное значение. Известны случаи, когда афтершоки приносили больше разрушений, чем соответствующие основные толчки. Всегда после сильных землетрясений возникают вопросы: следует ли ожидать повторные толчки? в течение какого времени? насколько они могут быть разрушительны? Очевидно, что ответы на эти вопросы необходимы для принятия эффективных мер при ликвидации последствий землетрясения.

С физической точки зрения, несмотря на несколько различающиеся причины возникновения, афтершоки ничем не отличаются от основных толчков, поэтому выделять их по каким-либо физическим параметрам практически невозможно. Вместе с тем, сейсмичность имеет крайне неоднородное распределение по пространству и времени, часто образуя явно выраженные кластеры. Под афтершоками обычно и понимаются кластеры сейсмических событий, в которых наиболее сильное событие находится в начале во времени. Иногда такие сильные события в кластере предваряются более слабыми землетрясениями, называемыми форшоками. Число форшоков, как правило, значительно меньше числа афтершоков.

Известно, что землетрясения в каталоге, в котором исключены афтершоки и форшоки, могут рассматриваться как независимые, и тогда поток событий может считаться Пуассоновским [8]. Все расчеты сейсмической опасности основаны на этом предположении. Поэтому для задач оценки сейсмической опасности способ выделения афтершоков с целью их исключения из каталога ("declustering" в англоязычной литературе) играет чрезвычайно важное значение. Выделению афтершоков посвящен первый раздел данной статьи, в котором приводится обзор существующих методов, среди которых особое место занимает метод [34, 35]. Несмотря на то, что он предложен лишь недавно, это подход уже успел занять позиции парадигмы. При несомненных достоинствах этот подход имеет и принципиальные недостатки. Одному из возможных путей устранения этих недостатков посвящен последний раздел данной статьи.

В сейсмологии известны лишь небольшое число общих законов. Наиболее известными из них являются закон Гутенберга-Рихтера [10], закон Омори [26] и закон Бота [5]. В соответствие с законом Гутенберга-Рихтера логарифм частоты землетрясений данной магнитуды линейно зависит от магнитуды с коэффициентом наклона, называемым "b-value". В соответствие с законом Омори частота афтершоков убывает со временем от момента основного толчка по степенному закону. В соответствие с законом Бота магнитуда сильнейшего афтершока в среднем примерно на единицу меньше магнитуды основного толчка. Отметим, что все три закона касаются афтершоков (только первый из них касается и сейсмичности вообще), и что все три закона имеют статистический характер. Благодаря этому почти все подходы к анализу и прогнозу афтершоков основаны на статистических методах для точечных процессов.

Для прогноза афтершоков в мировой практике применяются два основных подхода. Первый основан на комбинации законов Гутеберга-Рихтера и Омори. В предположении независимости магнитуд событий от времени (так называемый подход Ризенберга-Джонс [28] рассчитываются вероятности интересующего события или распределения вероятности той или иной величины, например, вероятность афтершока магнитуды выше заданной, распределение вероятности магнитуды сильнейшего афтершока, времени ожидания сильнейшего афтершока или афтершока заданной магнитуды. Во втором подходе моделируются последовательности последующих афтершоков на основе более сложных моделей, учитывающих возможность проявления вторичных афтершоков, то есть афтершоков, для которых основным толчком является афтершок более раннего землетрясения. Вероятности интересующих событий или распределения интересующих величин оцениваются как соответствующие частоты при многократном случайном генерировании последовательностей афтершоков. Преимущество второго подхода состоит в возможности перехода на конечном этапе к моделированию наиболее вероятного сотрясения конкретного здания или даже конкретного этажа благодаря подбору подходящей акселерограммы (записи ускорения движения, вызванного сейсмической волной). Отметим, однако, что в обоих подходах ключевую роль играет оценка параметров моделей. Конечный результат может варьировать в больших пределах, в особенности если невелико количество данных для оценки параметров. В таких случаях, очевидно, предпочтительны более простые модели с меньшим числом оцениваемых параметров.

На качество прогнозов влияет не только точность оценок параметров моделей. Определенные ограничения обусловлены и самими моделями, не в полной мере отражающими реальные процессы. Например, общепринятая в мировой практике модель ETAS (Epidemic type aftershock sequence [24, 25]), используемая для прогноза афтершоков, особенно в "сценарном" подходе, базируется, в дополнение к законам Гутенберга-Рихтера и Омори, на правиле подобия Утсу [32]. В соответствие с этим правилом предполагается, что логарифм числа афтершоков определенной магнитуды линейно зависит от магнитуды соответствующего основного толчка с коэффициентом наклона, называемым "α-value". В модели ETAS это правило распространяется и на вторичные афтершоки с теми же коэффициентами. В тех случаях, когда параметры модели ETAS оцениваются по начальной части афтершоковой последовательности после землетрясения, чаще всего происходит значительное завышение прогнозной активности последующих афтершоков по сравнению с реальной. Во втором разделе на основе результатов исследований по проекту РНФ "Создание информационной системы автоматической оценки сейсмической опасности после сильных землетрясений по данным геофизического мониторинга" делается ряд выводов относительно существующих в настоящее время подходов к прогнозу афтершоков, которые сводятся к необходимости ревизии используемых моделей.

Модели афтершокового процесса напрямую связаны с определением, что такое афтершоки и с методами их идентификации. Поэтому прежде всего необходима ревизия подходов к выделению афтершоков. В настоящее время все методы сводятся к представлению, что афтершоки образуют иерархический каскад, в котором каждый афтершок пораждается каким-либо одним сейсмическим событием. Как показано в первых двух разделах, это представление нуждается в пересмотре. В третьем разделе предлагается простейший алгоритм идентификации афтершоков на основе методов дискретного математического анализа. Главное отличие этого алгоритма от других методов состоит в том, что "предком" для "потомка" считается вся совокупность предыдущих сейсмических событий, включая как основной толчок, так и афтершоки. Предложенный алгоритм не претендует на роль алгоритма для повсеместного использования, задача состояла в том, чтобы наметить путь возможного решения проблемы.

2. Идентификация афтершоков

Как правило, считается, что сейсмичность состоит из двух частей: (1) землетрясения, которые являются независимыми и (2) землетрясения, возникающие под воздействием других землетрясений. Предполагается, что независимые землетрясения в основном вызваны медленно меняющимися тектоническими напряжениями. Вторая часть соответствует землетрясениям, вызванным изменениями статического или динамического напряжения, сейсмически-активированными потоками жидкости, последующим скольжением по разломам и т. д., то есть механическими процессами, которые, по меньшей мере, частично контролируются предыдущими землетрясениями. Эти землетрясения обычно образуют выраженные пространственно-временные кластеры. Поэтому процесс разделения землетрясений на эти два класса известен как декластеризация ("declustering" в англоязычной литературе).

Идентификация фоновых землетрясений важна для многих применений в сейсмологии, в особенности для оценки сейсмической опасности. Однако это некорректная задача, так как не имеет единственного решения. При изучении больших тектонических зон можно построить множество различных подсистем землетрясений, которые моделируются как стационарный пуассоновский процесс. Действительно, для любого такого подмножества любое произвольно выбранное подмножество, например, путем случайного сохранения фоновых землетрясений с заданной фиксированной вероятностью, также будет построено как стационарный пуассоновский процесс. Поэтому требование о том, чтобы выбранные землетрясения были независимы друг от друга, само по себе не является достаточным. Таким образом, методы декластеризации должны опираться на концептуальную модель того, что является основным толчком в группе связанных между собой сейсмических событий. Формально афтершок может быть сильнее события, которое его вызвало. Но для сейсмологов интерес представляют сильнейшие в группе землетрясения.

Чтобы перейти к рассмотрению различных методов декластеризации, введем обозначения. Каталог землетрясений – это множество Q векторов $q = \{\varphi(q), \lambda(q), h(q), t(q), M(q)\}$, где компоненты вектора, соответственно, широта, долгота, глубина гипоцентра, время и магнитуда. Расстояние между гипоцентрами двух событий x и y будем обозначать $r(x, y)$.

До недавнего времени большинство пользователей применяли варианты метода декластеризации, предложенного в работе [8], часто именуемого "оконным методом". Каталог землетрясений в этом методе разбивается на два класса: 1) основные толчки и независимые события и 2) афтершоки. Афтершок определяется как событие x, для которого выполняется условие:

$$\exists y \in Q : r(x, y) \leq r_0(M(y)), 0 < t(x) - t(y) \leq t_0(M(y)), M(x) \leq M(y). \tag{1}$$

"Окна" $r_0(M)$ и $t_0(M)$ определяются магнитудой основного толчка, в работе [8] они заданы ступенчатыми функциями, которые хорошо аппроксимируются выражениями:

$$r_0(M) = 10^{0.1238 \ M+0.983}[km], t_0(M) = \begin{cases} 10^{0.032 \ M+2.7309}, if M \geq 6.5 \\ 10^{0.5409 \ M-0.547}, else \end{cases} \quad [days] \tag{2}$$

Недостатки этого метода в том, что он не учитывает протяженность и направленность очага землетрясения, региональные особенности, механизм очага. Кроме того, пространственный порог многим исследователям представляется сильно заниженным для сильных землетрясений.

Первый метод, основанный на кластерном анализе был предложен Саваджем [29], усовершенствованный затем Ризенбергом [27]. Этот алгоритм связывает землетрясения с кластерами в соответствии с зонами пространственного и временного взаимодействия. Благодаря этому кластеры обычно растут в размерах при обработке все большего количества землетрясений. Пространственная протяженность зоны взаимодействия выбирается в соответствии с порогом $log \ d(km) = 0,4M - 0,943$. Временное расширение зоны взаимодействия основано на законе Омори. Все связанные события определяют кластер, для которого наибольшее землетрясение считается основным толчком, а меньшие землетрясения разделены на афтершоки и форшоки. Процедура свободна от априорных предположений о пространственной структуре афтершоков, поэтому способна, например, выявить миграцию афтершоков. Существенный недостаток метода – частая идентификация ложных афтершоков [23]. Метод Ризенберга до настоящего времени был чрезвычайно популярным у американских сейсмологов, применявших его, однако, без оценивания результатов и с повсеместным использованием значений параметров, оптимизированных для сейсмичности Центральной Калифорнии.

Важным шагом в развитии методов идентификации афтершоков был метод Молчана-Дмитриевой [23], ставший весьма популярным у российских сейсмологов благодаря свободно распространявшемуся компьютерному коду, подготовленному В. Смирновым [31]. В этом алгоритме отличие афтершоковой последовательности от потока фоновых землетрясений определяется различием функций распределения во времени и пространстве. Постулируется, что фоновые события представляют собой Пуассоновский поток с равномерной плотностью. Для афтершоковой последовательности принимается двумерная гауссова функция плотности распределения в пространстве (глубины афтершоков не рассматриваются) и степенная функция распределения во времени (закон Омори). Параметры распределений, определяющие, в конечном счете, величины фонового и афтершокового потоков, оцениваются локально в соответствии с выбранным разбиением исследуемой пространственно-временной области. При идентификации афтершоков возможны ошибки двух типов: отнесение афтершока к группе фоновых событий и, наоборот, идентификация фонового события как афтершока. Алгоритм строится таким образом, чтобы уравнять эти ошибки, что обеспечивает равенство математического ожидания количества идентифицированных афтершоков их истинному значению. Недостаток этого метода в редких случаях проявляется в виде неоднозначности решения. Это происходит при специфической конфигурации афтершоковой области, когда она состоит из двух разделенных между собою областей, за мчнет того, что сильные афтершоки приуроченными к противоположным концам очага. Другой недостаток – при локально небольшом числе событий, участвующих в анализе, очевидные афтершоки могут идентифицироваться как фоновые события. Во всех рассмотренных выше методах явно или неявно подразумевается, что каждый афтершок или форшок являются афтершоком или форшоком какого-то конкретного землетрясения. Широкое применение модели ETAS, в которой каждое событие в той или иной степени является в широком смысле афтершоком всех предыдущих, привело к появлению стохастических методов декластеризации. Впервые идея такого подхода сформулирована в работе [20]. В виде алгоритма такой подход был реализован в работе [36]. Ядром этого метода стохастической декластеризации является расчетная интенсивность фона, предполагаемая функцией пространства, но не времени, и параметры, связанные с кластерными структурами. Используя операцию прореживания для точечных процессов, можно оценить вероятности того, что каждое событие является фоновым событием или инициированным (triggered) событием. Пространственно-временная модель ETAS, на которой основана стохастическая декластеризация, может быть представлена условной интенсивностью в форме:

$$\lambda(t, \varphi, \lambda) = \mu(\varphi, \lambda) + \sum_{t_k < t} \kappa(M_k)\ g(t - t_k) f(\varphi - \varphi_k, \lambda - \lambda_k | M_k), \tag{3}$$

где $\mu(\varphi, \lambda)$ - функция интенсивности фона, а функции $g(t)$ и $f(\varphi, \lambda | M_k)$ являются соответственно нормированными функциями отклика для времени возникновения и местоположения. $\kappa(M_k)$ представляет ожидаемое число потомков от предка магнитуды M_k.

Алгоритм декластеризации строится на оценке параметров модели (3) и генерировании с помощью датчика случайных чисел цепочек событий, в каждой из которых каждый предок может иметь несколько потомков, но каждый потомок имеет лишь одного предка. Датчик случайных чисел, таким образом, используется для выбора конкретного предка из всех вероятных. Алгоритм, очевидным образом, не имеет единственного решения. Но в каждой конкретной реализации выделение кластеров однозначно. Для практических целей может использоваться набор реализаций. Данный алгоритм требует значительных вычислительных ресурсов как для оценки параметров модели, так и для построения цепочек событий. Оценки параметров модели весьма неустойчивы из-за огромного количества параметров. По-видимому, из-за указанных причин метод пока не нашел широкого применения.

Еще один метод стохастической декластризации предложен в работе [22]. Метод предусматривает использование более широкого класса моделей по сравнению с (3). В этом алгоритме декомпозиция каталога на кластеры также осуществляется с помощью датчика случайных чисел, поэтому для практических целей необходимо использовать множество реализаций.

Афтершоки характеризуют пространственно-временное группирование событий. Поэтому многими исследователями предпринимались попытки ввести определение обобщенного расстояния в пространстве-времени. Первая достаточно удачная попытка была предпринята в работе [7]. В этой работе обобщенное расстояние определено как

$$d_{xy} = \sqrt{[r(x,y)]^2 + C^2\ [t(y) - t(x)]^2}. \tag{4}$$

Для масштабирующего коэффициента C было найдено оптимальное значение $C = 1$ km/day. Афтершоком в данном методе считается событие y такое, что

$$\exists x \in Q : d_{xy} \leq D, t(y) > t(x).$$

В методе предполагается, у афтершока может быть только один основной толчок, который определяется минимизацией величины d относительно всех потенциальных основных толчков. Для величины D найдено оптимальное выражение $D = 9.4\sqrt{S_1} - 25.2[km]$, где S_1-медиана всех обобщенных расстояний, выраженных в км.

Байеси и Пачуцки [1] предложили корреляционный вариант пространственно-временной метрики:

$$\nu(a,b) = \begin{cases} (t(b) - t(a)) \sim [r(a,b)]^{d_f} \sim 10^{-b \sim M(a)}, t(b) \geq t(a); \\ \infty, t(b) < t(a). \end{cases} \quad , \tag{5}$$

где d_f - фрактальная размерность, характеризующая распределение эпи- или гипоцентров, и b - параметр закона Гутенберга-Рихтера. Малые значения этой метрики соответствуют зависимым событиям, а большие независимым. Авторами, однако, не было предложено формальное правило для нахождения порогового значения. Заляпин и др. [33] ввели определения перемасштабированных времени и расстояния, произведение которых равно величине ν (5):

$$T_{xy} = (t(x) - t(y))\ 10^{-b\ M(x)/2}, R_{xy} = [r(x,y)]^{d_f}\ 10^{-b\ M(x)/2}. \tag{6}$$

Авторы проанализировали графики $R(T)$ в билогарифмическом масштабе и обнаружили четко разделенные популяции точек для каталога землетрясений Калифорнии и для синтетического каталога с использованием модели ETAS. Группа точек с малыми значениями R и T (связанные события) вытянута вдоль оси T, что очевидным образом соответствует закону Омори. Группа точек с большими R и T (независимые события, или "фон") расположена вдоль диагонали $R * T = const = \nu_0$, четко разделяющей две популяции. В дальнейшем Заляпин и Бен-Зион [34, 35] сформулировали простой и четкий алгоритм построения кластеров связанных событий. В этом алгоритме каждое событие может иметь несколько "потомков" (offspring в терминологии авторов), но каждый потомок может иметь только одного "предка" (parent в терминологии авторов). Потомок определен условием $\nu(a,b) \leq \nu_0$, а соответствующий ему предок находится по минимуму ν (5). Отметим, что такая иерархическая цепочка позволяет определить "ранг" афтершока, что может быть полезно, например, для выделения только непосредственных афтершоков, т.е. афтершоков первого ранга, для которых "предки" не являются "потомками" других событий.

Этот метод, благодаря простоте и убедительной демонстрации разделения связанных и независимых событий, быстро набирает популярность у сейсмологов. Было продемонстрировано, что величина ν (5) во многих регионах имеет бимодальное распределение, и нет необходимости построения графиков $R(T)$ для определения порога ν_0. Были предложены разные методы алгоритмического определения этого порога. К недостаткам метода следует отнести то, что очаги землетрясений рассматриваются как точки в пространстве и времени, хотя размеры очагов землетрясений близки размеру области афтершоков. Это представляет иногда и чисто техническую проблему: величина ν (5) равна 0, если эпицентры двух событий совпадают, даже если события разделены по времени десятками лет. Аналогично, при точном совпадении времени, величина ν остается равной 0 на очень больших расстояниях. Для устранения этих проблем приходится вводить дополнительные ограничения. Подводя итог этому разделу, отмечу, что все существующие на данный момент методы декластеризации сейсмичности ориентированы на представление сейсмичности как точечного процесса. Более того, популярность модели ETAS привела к представлению об афтершоках как об иерархическом каскаде от больших событий к малым: основной толчок порождает серию первичных афтершоков несколько меньшей силы, каждый из которых порождает вторичные афтершоки в среднем еще меньшей силы и т.д. Таким образом, доля сильных событий в последовательности афтершоков должна снижаться. По мнению автора (подтверждаемому результатами, упоминаемыми в следующем разделе) такое представление ошибочно. Неверно оно и сточки зрения физики процесса. Напряжения в земной коре накапливаются в течение длительного времени. Именно эти напряжения являются причиной как основных толчков, так и афтершоков. Афтершоки возникают в результате неравномерного сброса напряжений вдоль очага землетрясения, в результате чего накопленные напряжения перераспределяются и затем продолжают сбрасываться в серии афтершоков. Таким образом, сложившаяся схема представления афтершоков в виде точечного процесса, хотя и очень удобна в плане применения статистических методов, несомненно требует ревизии.

3. Прогноз афтершоков

Анализ и моделирование афтершоковых процессов представляет интерес и с точки зрения оценки сейсмической опасности. После сильных землетрясений жители покидают жилища, для них приходится организовывать временные места проживания. Учреждения временно прекращают работу. Приходится временно останавливать работу электростанций и других объектов жизнеобеспечения. Все это связано с огромными финансовыми затратами. Поэтому всегда после сильных землетрясений возникают вопросы: следует ли ожидать повторные толчки? в течение какого времени? насколько они могут быть разрушительны?

В настоящее время существует два основных подхода для оценки опасности последующих афтершоков. Оба подхода основаны на моделях афтершоков. Первый метод базируется на оценке параметров модели и на этой основе оценке искомых величин. Обычно используются Байесовские оценки, позволяющие построить апостериорные распределения этих величин. Во втором подходе, сценарном, обычно используются более сложные модели, на основе которых многократно синтезируется искусственный каталог будущих землетрясений и вероятностные оценки величин делаются на основе подсчета частот повторения в разных реализациях.

В задачу данного раздела не ставится обзор существующих методов прогноза активности афтершоков. Эта тема в течение последних трех лет была темой подробных исследований в рамках проекта РНФ "Создание информационной системы автоматической оценки сейсмической опасности после сильных землетрясений по данным геофизического мониторинга" под руководством автора данной статьи. Результаты этих исследований позволяет сделать ряд выводов, на важнейших из которых и хотелось бы здесь остановиться.

Во-первых, существующие модели афтершоков позволяют получить определенные положительные результаты для прогноза афтершоков. В частности, удалось не только объяснить закон Бота [5], утверждающего, что разность магнитуд основного толчка и сильнейшего афтершока составляет в среднем единицу магнитуды, но и теоретически воспроизвести форму эмпирического распределения этой величины, полученной для 800 серий афтершоков от землетрясений магнитуды 6.5 и выше в мире [30]. Более того, прямая суперпозиция законов Гутенберга-Рихтера и Омори (подход Ризенберга-Джонс [28]) позволила теоретически воспроизвести эмпирические распределения этой величины, зависящей от времени (чем больше прошло времени с момента основного толчка, тем ниже максимальная магнитуда последующих афтершоков) и обосновать Динамический закон Бота [3].

Во-вторых, представление об афтершоках как об иерархическом каскаде является удобным, но неверным упрощением. Такое представление опровергается статистикой времен сильнейших и вторых, третьих и т.д. по силе в своей серии афтершоков. Оказалось, что распределения этих величин в глобальном плане подчиняется закону Омори с тем же параметрами, что и все события представительной магнитуды [4] и, таким образом, магнитуды афтершоков не зависят от времени.

В-третьи, модель ETAS, занявшая позиции парадигмы для прогноза афтершоков, да и в многих других задачах, в особенности на Западе, требует пересмотра не только поскольку она реализует схему иерархического каскада афтершоков. Модель базируется на правиле подобия Утсу [32], в соответствие с которым предполагается, что логарифм числа афтершоков определенной магнитуды линейно зависит от магнитуды соответствующего основного толчка с коэффициентом наклона, называемым "α-value". Параметры этого правила подобия предполагаются одинаковыми на всех уровнях иерархии каскада. При генерировании синтетического каталога обычно число " потомков" либо фиксировано в зависимости от магнитуды "предка", либо генерируется в соответствии с распределением Пуассона. Но, как оказалось [30], в природе это распределение имеет вид экспоненциального распределения, то есть далеко от Пуассоновского, и имеет моду в нуле. Это вполне объясняет тот факт, что при попытках моделирования продолжения афтершокового процесса по его начальной стадии с оценкой параметров модели ETAS, результат часто оказывается сильно отличным от наблюденного в сторону завышения активности. Для преодоления этой проблемы обычно вводятся плохо обоснованные дополнительные условия. Анализ афтершоков, разделенных на уровни иерархии с использованием метода Заляпина-Бен-Зиона показало, что предположение о равенстве параметров правила подобия Утсу для разных уровней неверно. Оказалось, что количество "потомков" по мере снижения уровня иерархии при прочих равных условиях уменьшается.

В-четвертых, использование статистических оценок на основе существующих моделей афтершоков позволяет получить положительные результаты в прогнозе. Например, оценки магнитуды сильнейшего на последующем интервале афтершока по данным об афтершоках на предыдущем интервале оказываются в среднем на 20% эффективнее оценок по динамическому закону Бота, для которых используется лишь магнитуда основного толчка и время от его момента [2]. Вместе с тем, в-пятых, эффективность таких оценок имеет существенные ограничения. В частности, для оценок максимальной магнитуды последующих афтершоков источником ошибок является неточная оценка параметров используемой модели. Но, как оказалось, даже если бы параметры могли быть оценены точно, это привело бы к увеличению эффективности не более 100% по отношению к оценкам по динамическому закону Бота [2]. Такая эффективность не может рассматриваться как прорывная.

Таким образом, существующие модели афтершокового процесса требуют ревизии. Очевидно, что такие модели напрямую связаны с определением того, что является афтершоками и, соответственно, с методами их выделения в каталоге землетрясений, которые, как было показано в первом разделе, также нуждаются в ревизии.

4. ДМА-анализ афтершоков

Как было показано в первом разделе, существующие методы декластеризации сейсмичности можно разделить на два класса: детерминистские и стохастические. В первом случае каждое сейсмическое событие считается либо основным толчком, либо афтершоком, либо форшоком. Во втором случае каждое событие является афтершоком каждого из предшествующих событий с какой-то вероятностью. Для практических целей стохастические методы приходится приводить к детерминистским, вводя пороговые значения вероятности. Все методы фактически построены на различных мерах близости между парами событий. Наиболее удачной мерой представляется мера (5), поскольку для этой меры продемонстрировано четкое региональное разделение зависимых и независимых событий [34]. Вместе с тем, ни одна из мер не учитывает протяженность очага сильного землетрясения и его ориентацию в пространстве. Не учитываются ошибки определения гипоцентров землетрясений. Не учитывается также и то, что причиной возникновения афтершоков являются не собственно основные толчки, а поле напряжений, сформированное до основного толчка, и, таким образом, основные толчки и афтершоки имеют общую причину.

Для преодоления перечисленных выше недостатков наиболее естественным решением является применение методов дискретного математического анализа (ДМА) с использованием нечеткой меры близости точки до множества точек [37, 6, 12, 13, 21, 15]. По мнению автора, методы ДМА хорошо подходят для решения данной задачи, поскольку они хорошо зарекомендовали себя для случаев с высокой долей шума [15, 17, 11], могут оперировать с данными с весьма неоднородной плотностью точек [16, 19, 18], моделируют представления человека о процессе [16, 19, 14, 18].

Ниже приводится описание простейшего алгоритма декластеризации, основанного на нечетких сравнениях. В качестве меры попарной близости двух сейсмических событий воспользуемся "функцией соседства" (neighborhood function) ν (5) [1, 33]. Предлагаемый алгоритм декластеризации каталога землетрясений является лишь первой попыткой применения методов ДМА для данной задачи, поэтому для перехода к нечеткой мере близости $\delta_a(b)$ от точки a до точки b, определенной на отрезке $[0, 1]$ здесь пока используется простейшее симметричное соотношение:

$$\delta_a(b) = \delta_b(a) = e^{-\nu(a,b)/\nu_0}, \tag{7}$$

где ν_0 - масштабный параметр. Каждая точка максимально "близка" к самой себе: $\delta_a(a) = 1$.

Цель данного алгоритма – формировать кластеры связанных между собой событий не относительно только сильнейших событий, а относительно подмножества, элементы которого связаны друг с другом, включая и сильнейшее событие. Для этого вводится определение нечеткой меры $P_A(x)$ принадлежности точки x подмножеству A [21]:

$$P_A(x) = \frac{\sum \delta_y(x) : y \in A}{|A|}. \tag{8}$$

С учетом структуры "функции соседства" (5), наиболее сильные события, тем не менее, должны играть существенную роль в формировании кластеров. Чтобы это учесть, мы вводим понятие ядра кластера A^0, как подмножества, формируемого парами событий с "заведомо" сильными связями:

$$\exists x \neq y \in A^0 : \delta_y(x) \geq \delta_0; \delta_x(z) < \delta_0, \delta_y(z) < \delta_0 \forall z \in Q - A. \tag{9}$$

Для кластера может быть введено определение его радиуса:

$$R(A) = \frac{\sum_{x \neq y \in A} \delta_y(x)}{|A| \; (|A| - 1)}. \tag{10}$$

Для кластера, состоящего из одного элемента, принимается $R(A) = \delta_0$. Наконец, для построения кластеров связанных событий используются следующие условия:

$$P_A(x) \geq R(A^0), \forall x \in A - A^0, A \supset A^0, P_A(y) < R(A), \forall y \in Q - A. \quad (11)$$

Это определение является конструктивным, так как добавление новых элементов в кластер, в соответствие с определением (10), не увеличивает его радиус. Поиск кластеров начинается с первого события в упорядоченном по возрастанию времени каталоге землетрясений. Сначала строится ядро кластера, включающее выбранное событие. На втором шаге в кластер добавляются события в соответствии с условиями (11). Затем осуществляется переход к событию, которое еще не вошло ни в один из кластеров и т.д. С целью проверки работоспособности алгоритма мы применили его для декластеризации каталога землетрясений Камчатки за 2010-2018 гг. системы детальных сейсмологических наблюдений на Камчатке и прилегающих районах (ЕИССД), http://www.emsd.ru/sdis) [9]. Для этого региона применение метода работы [34] затруднено тем, что региональное распределение величины (5) имеет лишь один максимум, и, таким образом, нет четкого разделения независимых и связанных событий по этому параметру, как это имеет место в других регионах. Вместе с тем, малые значения параметра действительно соответствуют парам событий, для которых наименование "основной толчок – афтершок" или "форшок – основной толчок"не вызывает сомнений. Соответсвующее пороговое значение было пересчитано в значение параметра δ_0. За счет того, что радиус ядра кластера меньше значения параметра δ_0, наш алгоритм позволяет выявить дополнительные по сравнению с ядром элементы. Такой подход оказался более оправданным по сравнению с простым увеличением порогового значения в методе [34]. Вместе с тем, алгоритм имеет определенные недостатки. Нет объективного правила выбора порога δ_0. Хотелось также чтобы алгоритм учитывал топологию окружения кластеров, как это реализовано в алгоритме Молчана-Дмитриевой [23]. Вместе с тем, в данной статье автор и не ставил цели создания исчерпывающего алгоритма декластеризации сейсмичности. Главной целью автор считает привлечение внимание математиков к интересной задаче, имеющей важнейшие приложения в сейсмологии. Эта задача имеет прямое отношение и к другой важной задаче, которую автор затронул во втором разделе – прогнозу афтершоков.

5. Заключение

В данной работе на основе обзора существующих методов идентификации афтершоков (декластериации) и критического анализа результатов применения существующих моделей афтершокового процесса для прогноза делается вывод о необходимости ревизии этих моделей и методов декластеризации. Главная задача – переход от представления об афтершоках как об иерархическом каскаде к более универсальному представлению, в котором предполагается взаимозависимость всех афтершоков и основного толчка. Предложен простейший алгоритм декластеризации, в котором с помощью методов дискретного математического анализа реализована схема идентификации афтершоков относительно основного толчка и совокупности всех предыдущих афтершоков.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Baiesi M., Paczuski M. Scale–free networks of earthquakes and aftershocks // Phys. Rev. E. 2004. Vol. 69.

2. Baranov S., Pavlenko V., Shebalin P. Forecasting aftershock activity: 4. Estimating maximum magnitude of subsequent aftershocks // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2019. Vol. 55, no. 1.

3. Baranov S., Shebalin P. Forecasting aftershock activity: 3. Båth dynamic law // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2018. Vol. 54, no. 6. P. 926–932.

4. Baranov S., Shebalin P. Global statistics of aftershocks of large earthquakes: independence of times and magnitudes // Journal of Volcanology and Seismology. 2018. Vol. 12, no. 6.

5. Bath M. Lateral inhomogeneities in the upper mantle // Tectonophysics. 1965. Vol. 2. P. 483–514.

6. Fuzzy logic algorithms in the analysis of electrotelluric data with reference to monitoring of volcanic activity / Sh.R. Bogoutdinov, S.M. Agayan, A.D. Gvishiani et al. // Izvestiya. Physics of the Solid Earth.

   2007. Vol. 43, no. 7. P. 597–609.

7. Davis S., Frohlich C. Single-link cluster analysis of earthquakes aftershocks: decay laws and regional variations // J. Geophys. Res.

   1991. Vol. 96. P. 6335–1350.

8. Gardner J., Knopoff L. Is the sequence of earthquakes in Southern California with aftershocks removed Poissonian? // Bull. Seismol. Soc. Am. 1974. Vol. 5. P. 1363–1367.

9. Gordeev E., Fedotov S., Chebrov V. Detailed Seismological Investigations in Kamchatka during the 1961–2011 period: main results // Journal of Volcanology and Seismology. 2013. Vol. 7, no. 1. P. 1–15.

10. Gutenberg B., Richter C. Seismicity of the Earth. Princeton Univ. Press, 1954.

11. Algorithm barrier with single learning class for strong earthquake–prone areas recognition / A.D. Gvishiani, S. Agayan, B. Dzeboev, I. Belov // Geoinformatics Research Papers: Proceedings of Geophysical Center RAS. 2017. Vol. 5, no. 1. P. 95.

12. Gvishiani A., Agayan S., Bogoutdinov S. Fuzzy recognition of anomalies in time series // Doklady Earth Sciences. 2008. Vol. 421, no. 1. P. 838–842.

13. Mathematical methods of geoinformatics. III. Fuzzy comparisons and recognition of anomalies in time series / A.D. Gvishiani, S.M. Agayan, Sh.R. Bogoutdinov et al. // Cybernetics and Systems Analysis. 2008. Vol. 44, no. 3. P. 309–323.

14. Recognition of strong earthquake–prone areas with a single learning class / A.D. Gvishiani, S.M. Agayan, B.A. Dzeboev, I.O. Belov // Doklady Earth Sciences. 2017. Vol. 474, no. 1. P. 546–551.

15. Fuzzy–based clustering of epicenters and strong earthquake–prone areas / A.D. Gvishiani, M.N. Dobrovolsky, S. Agayan, B. Dzeboev // Environmental Engineering and Management Journal. 2013. Vol. 12, no. 1. P. 1–10.

16. Gvishiani A., Dzeboev B., Agayan S. A new approach to recognition of the strong earthquake–prone areas in the Caucasus // Izvestiya. Physics of the Solid Earth. 2013. Vol. 49, no. 6. P. 747–766.

17. Gvishiani A., Dzeboev B., Agayan S. Fcazm intelligent recognition system for locating areas prone to strong earthquakes in the Andean and Caucasian mountain belts // Izvestiya. Physics of the Solid Earth.

   2016. Vol. 52, no. 4. P. 461–491.

18. Significant earthquake–prone areas in the Altai–Sayan region / A.D. Gvishiani, B.A. Dzeboev, N.A. Sergeeva et al. // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2018. Vol. 54, no. 3. P. 406–414.

19. Formalized clustering and significant earthquake-prone areas in the Crimean peninsula and Northwest Caucasus / A.D. Gvishiani, B.A. Dzeboev, N.A. Sergeeva, A.I. Rybkina // Izvestiya. Physics of the Solid Earth. 2017. Vol. 53, no. 3. P. 353–365.

20. Kagan Y., Jackson D. Long–term earthquake clustering // Geophys. J. Intern. 1991. Vol. 104. P. 117–133.

21. Fuzzy logic methods for geomagnetic events detections and analysis / R.G. Kulchinsky, E.P. Kharin, I.P. Shestopalov et al. // Russian Journal of Earth Sciences. 2010. Vol. 11, no. 4. P. 1–6.

22. Marsan D., Lengline O. A new estimation of the decay of aftershock density with distance to the mainshock // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2010. Vol. 115, no. B9.

23. Molchan G., Dmitrieva O. Aftershock identification: methods and new approaches // Geophys. J. Int. 1992. Vol. 109. P. 501–516.

24. Ogata Y. Statistical models for standard seismicity and detection of anomalies by residual analysis // Tectonophysics. 1989. Vol. 169. P. 159–174.

25. Ogata Y. Seismicity analysis through point-process modeling; a review // PAGEOPH. 1999. Vol. 155. P. 471–508.

26. Omori F. On the aftershocks of earthquake // J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo. 1894. Vol. 7. P. 111–200.

27. Reasenberg P. Second-order moment of Central California seismicity, 1969-1982 // J. Geophys. Res. 1985. Vol. 90. P. 5479–5495.

28. Reasenberg P., Jones L. Earthquake hazard after a mainshock in California // Science. 1989. Vol. 242. P. 1173–1176.

29. Savage W. Microearthquake clustering near Fairview Peak, Nevada, and in the Nevada Seismic Zone // J. Geophys. Res. 1972. Vol. 77, no. 35. P. 7049–7056.

30. Shebalin P., Baranov S., Dzeboev B. The law of the repeatability of the number of aftershocks // Doklady Earth Sciences. 2018. Vol. 481, no. 1. P. 963–966.

31. Smirnov V. Prognostic anomalies of seismic regime: methodical basis of data preprocessing // Geofisicheskiye Issledovaniya. 2009. Vol. 10, no. 2. P. 7–22.

32. Utsu T. A statistical study on the occurrence of aftershocks // Geophys. Mag. 1961. Vol. 30. P. 521–605.

33. Clustering analysis of seismicity and aftershock identification / I. Zaliapin, A. Gabrielov, V. Keilis-Borok, H. Wong // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101, no. 1. P. 1–4.

34. Zaliapin I., Ben-Zion Y. Earthquake clusters in Southern California I: Identification and stability // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2013. Vol. 118, no. 6. P. 2847–2864.

35. Zaliapin I., Ben-Zion Y. A global classification and characterization of earthquake clusters // Geophysical Journal International. 2016. Vol. 207, no. 1. P. 608–634.

36. Zhuang J. Y., Ogata K., Vere-Jones D. Stochastic declustering of space–time earthquake occurrences // J. Am. Stat. Assoc.

2002. Vol. 97. P. 369–380.

37. Automatic fuzzy–logic recognition of anomalous activity on long geophysical records: application to electric signals associated with the volcanic activity of La Fournaise volcano (Réunion island) / J. Zlotnicki, J.L. LeMouel, A. Gvishiani et al. // Earth and Planetary Science Letters. 2005. Vol. 234, no. 1–2. P. 261–278.

REFERENCES

1. M. Baiesi and M. Paczuski. 2004, "Scale–free networks of earthquakes and aftershocks", *Phys. Rev. E*, vol. 69.

2. S.V. Baranov, V.A. Pavlenko, and P.N. Shebalin. 2019, "Forecasting aftershock activity: 4. Estimating maximum magnitude of subsequent aftershocks", *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, vol 55, no. 1.

3. S.V. Baranov and P.N. Shebalin. 2018, "Forecasting aftershock activity: 3. Båth dynamic law", *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, vol. 54, no. 6, pp. 926–932.

4. S.V. Baranov and P.N. Shebalin. 2018, "Global statistics of aftershocks of large earthquakes: independence of times and magnitudes", *Journal of Volcanology and Seismology*, vol. 12, no. 6.

5. M. Bath. 1965 "Lateral inhomogeneities in the upper mantle", *Tectonophysics*, vol. 2, pp. 483–514.

6. Sh.R. Bogoutdinov, S.M. Agayan, A.D. Gvishiani, E.M. Graeva, M.V. Rodkin, J. Zlotnicki, and J.L. LeMouel. 2007, "Fuzzy logic algorithms in the analysis of electrotelluric data with reference to monitoring of volcanic activity", *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*, vol. 43, no. 7, pp. 597–609.

7. S.D. Davis and C. Frohlich. 1991, "Single-link cluster analysis of earthquakes aftershocks: decay laws and regional variations", *J. Geophys. Res.*, vol. 96, pp. 6335–1350.

8. J. Gardner and L. Knopoff. 1974, "Is the sequence of earthquakes in Southern California with aftershocks removed Poissonian?" *Bull. Seismol. Soc. Am.*, vol. 5, pp.1363–1367.

9. E.I. Gordeev, S.A. Fedotov, and V.N. Chebrov. 2013, "Detailed seismological investigations in Kamchatka during the 1961–2011 Period: main results". *Journal of Volcanology and Seismology*, vol. 7, no. 1, pp.1–15.

10. B. Gutenberg and C.F. Richter. 1954, *"Seismicity of the Earth"*. Princeton Univ. Press.

11. A.D. Gvishiani, S. Agayan, B. Dzeboev, and I. Belov. 2017, "Algorithm barrier with single learning class for strong earthquake–prone areas recognition", *Geoinformatics Research Papers: Proceedings of Geophysical Center RAS*, vol. 5, no. 1, p.95.

12. A.D. Gvishiani, S.M. Agayan, and Sh.R. Bogoutdinov. 2008, "Fuzzy recognition of anomalies in time series", *Doklady Earth Sciences*, vol. 421, no. 1, pp.838–842.

13. A.D. Gvishiani, S.M. Agayan, Sh.R. Bogoutdinov, J. Zlotnicki, and J. Bonnin. 2008, "Mathematical methods of geoinformatics. III. Fuzzy comparisons and recognition of anomalies in time series", *Cybernetics and Systems Analysis*, vol. 44, no. 3, pp.309–323.

14. A.D. Gvishiani, S.M. Agayan, B.A. Dzeboev, and I.O. Belov. 2017, ”Recognition of strong earthquake–prone areas with a single learning class”, *Doklady Earth Sciences*, vol. 474, no. 1, pp.546–551.

15. A.D. Gvishiani, M.N. Dobrovolsky, S. Agayan, and B. Dzeboev. 2013, ”Fuzzy–based clustering of epicenters and strong earthquake–prone areas”, *Environmental Engineering and Management Journal*, vol. 12, no. 1, pp.1–10.

16. A.D. Gvishiani, B. Dzeboev, and S. Agayan. 2013, ”A new approach to recognition of the strong earthquake–prone areas in the Caucasus”, *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*, vol. 49, no.6, pp.747–766.

17. A.D. Gvishiani, B. Dzeboev, and S. Agayan. 2016, ”FCAZM intelligent recognition system for locating areas prone to strong earthquakes in the Andean and Caucasian mountain belts”, *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*, vol. 52, no.4, pp.461–491.

18. A.D. Gvishiani, B.A. Dzeboev, N.A. Sergeeva, I.O. Belov, and A.I. Rybkina. 2018, ”Significant earthquake–prone areas in the Altai–Sayan region”, *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, vol. 54, no.3, pp. 406–414.

19. A.D. Gvishiani, B.A. Dzeboev, N.A. Sergeeva, and A.I. Rybkina. 2017 ”Formalized clustering and significant earthquake-prone areas in the Crimean peninsula and Northwest Caucasus”, *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*, vol. 53, no. 3, pp. 353–365.

20. Y. Kagan and D. Jackson. 1991, ”Long–term earthquake clustering”, *Geophys. J. Intern.*, vol.104, pp.117–133.

21. R.G. Kulchinsky, E.P. Kharin, I.P. Shestopalov, A.D. Gvishiani, S.M. Agayan, and Sh.R. Bogoutdinov. 2010, ”Fuzzy logic methods for geomagnetic events detections and analysis”, *Russian Journal of Earth Sciences*, vol. 11, no.4, pp.1–6.

22. D. Marsan and O. Lengline. 2010, ”A new estimation of the decay of aftershock density with distance to the mainshock”, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, vol. 115(B9).

23. G. Molchan and O. Dmitrieva. 1992, ”Aftershock identification: methods and new approaches”, *Geophys. J. Int.*, vol. 109, pp.501–516.

24. Y. Ogata. 1989, ”Statistical models for standard seismicity and detection of anomalies by residual analysis”, *Tectonophysics*, vol. 169, pp. 159–174.

25. Y. Ogata. 1999, ”Seismicity analysis through point-process modeling; a review”, *PAGEOPH*, vol. 155, pp.471–508.

26. F. Omori. 1894, ”On the aftershocks of earthquake”. *J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo*, vol.7, pp.111–200.

27. P. Reasenberg. 1985, ”Second-order moment of central California seismicity, 1969-1982” *J. Geophys. Res.*, vol. 90, pp.5479–5495.

28. P.A. Reasenberg and L.M. Jones. 1989, ”Earthquake hazard after a mainshock in California”. *Science*, vol. 242, pp.1173–1176.

29. W.U. Savage. 1972, ”Microearthquake clustering near Fairview Peak, Nevada, and in the Nevada seismic zone”, *J. Geophys. Res.*, vol. 77, no. 35, pp. 7049–7056.

30. P.N. Shebalin, S.V. Baranov, and B.A. Dzeboev. 2018, ”The law of the repeatability of the number of aftershocks”, *Doklady Earth Sciences*, vol. 481, no.1, pp.963–966.

31. V.B. Smirnov. 2009, ”Prognostic anomalies of seismic regime: methodical basis of data preprocessing”, *Geofisicheskiye Issledovaniya*, vol. 10, no.2, pp.7–22.

32. T. Utsu. 1961, ”A statistical study on the occurrence of aftershocks”, *Geophys. Mag.*, vol.30, pp.521–605.

33. I. Zaliapin, A. Gabrielov, V. Keilis-Borok, and H. Wong. 2008, ”Clustering analysis of seismicity and aftershock identification”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, no.1, pp.1–4.

34. Ilya Zaliapin and Yehuda Ben-Zion. 2013, ”Earthquake clusters in Southern California I: Identification and stability”, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, vol. 118, no.6, pp.2847–2864.

35. Ilya Zaliapin and Yehuda Ben-Zion. 2016, ”A global classification and characterization of earthquake clusters”, *Geophysical Journal International*, vol. 207, no.1, pp.608–634.

36. J. Y. Zhuang, K. Ogata, and D. Vere-Jones. 2002, ”Stochastic declustering of space–time earthquake occurrences”, *J. Am. Stat. Assoc.*, vol. 97, pp.369–380.

37. J. Zlotnicki, J.L. LeMouel, A. Gvishiani, S. Agayan, V. Mikhailov, S. Bogoutdinov, R. Kanwar, and P. Yvetot. 2005, ”Automatic fuzzy–logic recognition of anomalous activity on long geophysical records: application to electric signals associated with the volcanic activity of La Fournaise volcano (Réunion island)”, *Earth and Planetary Science Letters*, vol. 234, no.1–2, pp. 261–278.

Получено 27.07.2018
Принято в печать 22.10.2018