

Un approccio multicriteriale *fuzzy* alla localizzazione delle infrastrutture lineari

Paolo Rosato e Antonella Faggiani¹

Riassunto

Una delle questioni più controverse nell'opera d'infrastrutturazione del territorio è l'ubicazione di strutture lineari a rilevante impatto ambientale quali ferrovie, strade, elettrodotti e metanodotti. Il presente lavoro illustra come un modello d'analisi multicriteri può supportare e ottimizzare la localizzazione di opere lineari. Il modello è stato costruito ricorrendo a tecniche d'ottimizzazione combinatoria multiobiettivo e può utilizzare informazioni imprecise e qualitative codificate attraverso numeri *fuzzy*.

Parole chiave: localizzazione, analisi multicriteri, ottimizzazione combinatoria, numeri *fuzzy*.

1. Premessa

Negli ultimi anni, si è assistito ad una rapida diffusione delle tecniche d'analisi multicriteri per la valutazione delle infrastrutture pubbliche, tanto da affiancare sempre più spesso la classica analisi costi benefici. La scelta localizzativa di infrastrutture lineari come le ferrovie, le strade, gli elettrodotti e i metanodotti si è dimostrata un campo d'applicazione particolarmente fecondo.

Nella letteratura internazionale l'utilizzo dell'analisi multicriteri per la valutazione dei progetti di localizzazione e di gestione delle infrastrutture lineari, sia in contesto urbano sia a più larga scala, è prassi consolidata. Gli ambiti più sviluppati riguardano la valutazione degli investimenti e della gestione nei sistemi di trasporto (Pearman et alii, 1989). Tecniche multicriteri sono state applicate alla gestione delle politiche di limitazione del traffico in aree urbane (Won, 1990) anche se le difficoltà di formalizzazione del processo decisionale in

1) Paolo Rosato è professore associato di Economia ed Estimo Civile presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università degli Studi di Trieste, Antonella Faggiani è dottoranda di ricerca presso il Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Gestionale dell'Università degli Studi di Padova. I paragrafi 1, 2.1, 2.3 e 3 sono da attribuirsi a P. Rosato; I paragrafi 2.2, 4 e le appendici ad A. Faggiani.

ambiti così complessi hanno portato alcuni autori ad un'analisi critica (Mahmassani e Krzysztofowicz, 1983; Visser, 1977). In ambito extraurbano, l'uso di queste tecniche d'analisi sembra essere più fecondo, specie per quanto riguarda la valutazione e la localizzazione di grandi infrastrutture (Gwilliam e Gommer, 1992; Lin e Teng, 1992), forse a causa di una maggiore plasticità del territorio.

In Italia, l'interesse per l'analisi multicriteri è stato vivace. Infatti, dopo le prime applicazioni sperimentali degli anni ottanta (Cepro Indeco, 1987; Colorni et alii, 1987) sono stati presentati numerosi studi con notevoli affinamenti delle metodiche utilizzate. A titolo esemplificativo si ricordano i contributi di Rostirolla (1997), Santorini e Padoano (1997), Polelli e Sali (1987) per quanto riguarda la localizzazione di strade, e quelli di Marinelli (1993) e Bernetti (1993) per la valutazione d'elettrodotti e metanodotti.

Tuttavia, le numerose applicazioni effettuate hanno evidenziato alcune questioni meritevoli d'approfondimento. In primo luogo, il prevalente ricorso all'analisi multiattributo nell'ambito dei problemi territoriali, non consente di formalizzare la fase d'individuazione delle alternative. Questa carenza per certi versi è, inevitabile, giacché la fase di progettazione preliminare è un momento molto creativo e difficilmente imbrigliabile in algoritmi matematici. Tuttavia, esistono ambiti progettuali, quali l'individuazione del tracciato di un'infrastruttura lineare, in cui alcune fasi della progettazione preliminare potrebbero utilmente avvalersi d'algoritmi ottimizzanti.

In secondo luogo, i parametri utilizzati nelle valutazioni sono comunemente considerati precisi e perfettamente individuati. Nella realtà, invece, le informazioni assunte nelle valutazioni di grandi opere pubbliche sono spesso insufficienti e imprecise (Rostirolla, 1997). Vi è un'oggettiva difficoltà di rappresentare sistemi complessi, come quelli spaziali. La struttura di questi sistemi è generalmente poco nota e la loro rappresentazione richiede l'utilizzo d'informazioni di varia natura, spesso qualitativa ed espressa attraverso il linguaggio naturale. A questo proposito, l'applicazione dei metodi multicriteri all'analisi dei sistemi complessi richiede la semplificazione delle informazioni in ragione della necessità di ricondurre tutto a dati implementabili in un modello matematico. Tuttavia, questa semplificazione annulla l'interfaccia tra i dati che provengono dal mondo fisico e le categorie attraverso cui i decisori comprendono ed utilizzano queste informazioni, indebolendo l'efficacia di questi metodi. Quindi, per migliorare

le prestazioni dei modelli, da un lato è utile approfondire la possibilità di utilizzare algoritmi ottimizzanti nella fase di creazione delle alternative, dall'altro è necessario essere in grado di utilizzare tutte le informazioni disponibili, comprese quelle imprecise o incerte, a prescindere dalla loro qualità e dal modo con cui sono espresse.

Lo scopo del presente lavoro è, quello di illustrare un modello in grado di generare l'ottimo tracciato d'infrastrutture lineari in presenza di un processo decisionale multicriterio e di informazioni incerte, imprecise e di qualità variabile. Il modello integra tecniche formali, che utilizzano i numeri per modellare il problema, a espressioni verbali, indispensabili per rappresentare gli aspetti più complessi ed eterogenei di un fenomeno. Il modello è stato costruito ricorrendo alla programmazione multiobiettivo *fuzzy*.

2. Un modello d'analisi multicriteri *fuzzy* per la localizzazione d'infrastrutture lineari

La realizzazione di un modello in grado di ottimizzare l'ubicazione rispetto ad informazioni quantitative e qualitative presuppone la soluzione di due problemi distinti:

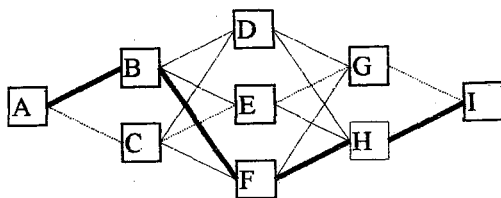
- 1) la costruzione di un algoritmo multicriterio in grado di generare soluzioni ottime di tracciato;
- 2) l'utilizzo, all'interno del modello di informazioni imprecise, qualitative e descritte mediante il linguaggio comune.

2.1. L'analisi multicriteri

I metodi d'analisi multicriteri sono caratterizzati da due aspetti: considerano contemporaneamente obiettivi e/o criteri multipli e conflittuali e, mediante le unità di misura più appropriate, ne rappresentano l'utilità totale sociale o l'impatto. Tali metodi, quindi, consentono di identificare la migliore soluzione fra quelle ammissibili. Il problema, allora, diventa modellare la funzione decisionale e l'insieme delle soluzioni ammissibili.

Con riferimento al problema della localizzazione di un'infrastruttura lineare una possibile formalizzazione è data dall'adozione di un grafo in grado di rappresentare tutte le possibili combinazioni alternative di collegamento fra due punti (figura 1).

Figura 1 - Esempio di grafo



La risoluzione del grafo consiste nell'individuare il percorso che, collegando A con I, ottimizza una data funzione obiettivo multicriterio. Il grafo può essere formalizzato mediante un set d'equazioni a numeri interi in grado di rappresentare tutte le concatenazioni possibili degli archi, in altre parole le alternative di collegamento. Le equazioni hanno per variabili gli archi e a ciascuna variabile è possibile associare un vettore che descrive l'impatto prodotto dall'arco nel territorio. Si tratta quindi di classico modello d'ottimizzazione combinatoria multiobiettivo (Ulungu e Teghem, 1994). Dal punto di vista matematico il modello può essere rappresentato come segue:

Ottimizza $U = g(a_i) \quad i = 1, \dots, n$

con

$$a_i = f_i(x_k) \quad k = 1, \dots, m$$

$$\sum_{e=1}^t x_{kez} - \sum_{u=1}^s x_{kuz} = 0 \quad [1]$$

$$x_k = 0/1$$

dove:

U = funzione obiettivo;

a_i = criteri decisionali;

x_k = variabili decisionali;

n = criteri di scelta;

m = archi;

e = archi entranti (t) nel nodo z ;

u = archi uscenti (s) dal nodo z .

Tale approccio coniuga la logica ottimizzante dell'analisi multiobiettivo con il classico approccio multiattributo (Rosato, 1998).

2.2. La logica fuzzy

Dopo aver disegnato lo schema generale del modello d'ottimizzazione è necessario individuare il modo migliore per incorporare le informazioni sugli impatti prodotti dall'opera. Infatti, le informazioni si presentano in modo diverso. Alcune informazioni sono misurate in termini quantitativi, altre sono di tipo qualitativo ed espresse in termini linguistici (ad esempio alto o basso, bello o brutto, di buona qualità oppure scadente, certo o incerto, noto o poco noto, ecc.).

La logica *fuzzy* ha creato una struttura formale in grado di gestire la vaghezza e l'imprecisione lessicale (Zadeh, 1965). Essa rappresenta un'interfaccia fra l'universo dei numeri, utilizzato dai modelli matematici, e l'universo delle parole, impiegate comunemente per formulare giudizi e valutazioni. Il suo utilizzo allarga gli orizzonti della formalizzazione numerica della realtà, grazie alla rappresentazione per gradi dei concetti (Zadeh, 1996).

Rimandando la trattazione approfondita dalla logica *fuzzy* a manuali specialistici (Dubois e Prade, 1980; Chen e Hwang, 1992) è utile richiamare brevemente alcuni concetti fondamentali quali: insieme *fuzzy*, numero *fuzzy* e variabile linguistica.

Un insieme *fuzzy*, o sfocato, è un insieme nel quale non esiste un confine ben definito tra gli elementi che vi appartengono e quelli che non vi appartengono ed è rappresentabile mediante la seguente espressione:

$$A = \{(\chi, \mu_A(\chi))\}, \chi \in X \quad [2]$$

dove $\mu_A(x)$ è la funzione d'appartenenza all'insieme *fuzzy*, cioè la funzione che associa ad ogni valore x , un numero reale nell'intervallo $[0, 1]$ che misura il grado d'appartenenza di x in A ($0 =$ nulla; $1 =$ piena) (Zadeh, 1965).

Un numero *fuzzy* è un particolare insieme *fuzzy* che rappresenta quantità numeriche imprecise. Formalmente è un insieme *fuzzy* A normale e convesso² dove esiste uno x_0 tale che $\mu_A(x_0) = 1$ e μ_A è continua.

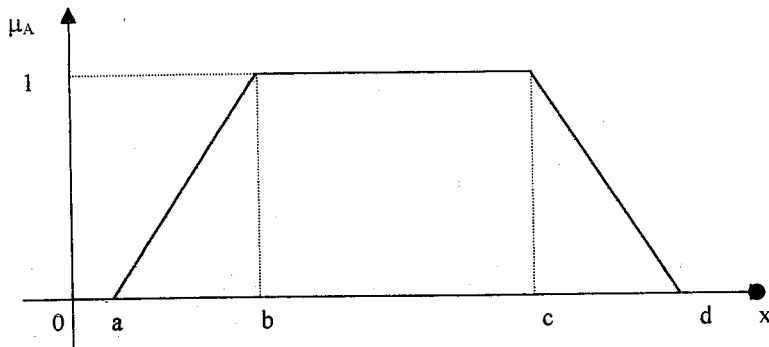
2) Nella teoria classica degli insiemi, il concetto di convessità implica che una linea retta che collega tra loro due punti scelti all'interno di un insieme, rimanga all'interno dell'insieme stesso. Nella teoria *fuzzy* invece, un insieme si definisce convesso se e solo

Esistono vari tipi di numeri *fuzzy*, caratterizzati da diverse forme della funzione di appartenenza $\mu_A(x)$. Tuttavia, in questa trattazione è utile ricordare solo le tipologie più diffuse a livello applicativo e cioè i numeri *fuzzy* triangolari e trapezoidali. I numeri *fuzzy* trapezoidali (A) sono rappresentati da quattro valori (a, b, c, d) e sono caratterizzati dalla seguente funzione di appartenenza.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{per } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{per } b \leq x \leq c \\ \frac{x-d}{c-d} & \text{per } c \leq x \leq d \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad [3]$$

Questo concetto trova esplicitazione grafica in figura 2.

Figura 2 - Esempio di numero trapezoidale



se il grado di appartenenza μ_A di un elemento interno x_2 , compreso tra due elementi x_1 e x_3 , non è minore del minimo grado di appartenenza di x_1 e x_3 . Il concetto di normalità richiede che debba esistere almeno un elemento dell'insieme per cui $\mu_A(x) = 1$.

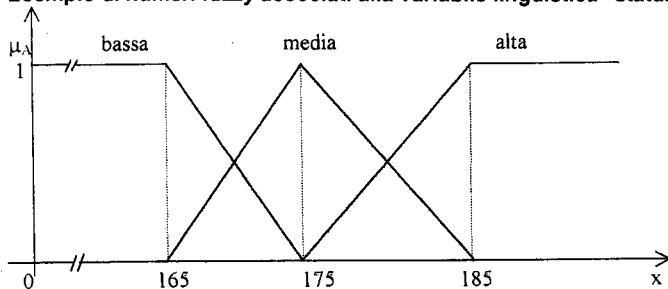
I numeri *fuzzy* triangolari, invece, sono rappresentati da una terna di valori (a, b, c) dove esiste un solo valore (b) che ha grado di appartenenza uguale ad 1, cioè per $x = b$, $\mu_A(x) = 1$.

La variabile linguistica è una variabile il cui valore non è espresso in termini numerici, ma deriva da giudizi formulati mediante il linguaggio naturale. Ad esempio, se si considera la variabile "statura", e si afferma «quell'uomo è alto» la valutazione si esprime mediante un aggettivo e la variabile "statura" assume connotazione "linguistica". In questo caso, l'etichetta "alto" rappresenta il valore linguistico della variabile "statura", e assume lo stesso ruolo dell'informazione numerica, sebbene sia meno precisa e comunichi, apparentemente, meno informazioni di quest'ultima.

L'insieme degli stati in cui può trovarsi una variabile linguistica possono essere descritti quantitativamente dai numeri *fuzzy*³. I numeri *fuzzy* consentono di rappresentare, non solo l'ordinamento dei giudizi lessicali, ma anche la loro sfocatezza o imprecisione. Utilizzando i numeri *fuzzy*, è possibile eseguire calcoli numerici senza perdere la ricchezza semantica del linguaggio naturale. I numeri *fuzzy* consentono di calcolare con le parole (Zadeh, 1996).

Un esempio dell'uso di numeri *fuzzy* per la rappresentazione della variabile linguistica "statura" è riportato in figura 3, mentre la [4] ne rappresenta la funzione di appartenenza.

Figura 3. Esempio di numeri *fuzzy* associati alla variabile linguistica "statura"



3) Formalmente una variabile linguistica è caratterizzata da una quintupla $[x, T(x), U, G, M]$ dove:

- x è il nome della variabile;
- $T(x)$ è l'insieme dei termini di x , in altre parole l'insieme dei nomi dei valori linguistici di x possibili nell'universo del discorso U ;
- G è una regola sintattica per generare i nomi X , dai valori x ;
- M è una regola semantica che associa ad ogni X il suo significato $M(X)$, che è un sottoinsieme di U (Zadeh, 1975).

$$\mu_{bassa}(x) = \begin{cases} 1 & \text{per } x \leq 165 \\ \frac{x-175}{165-175} & \text{per } 165 \leq x \leq 175 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\mu_{media}(x) = \begin{cases} \frac{x-165}{175-165} & \text{per } 165 \leq x \leq 175 \\ 1 & \text{per } x = 175 \\ \frac{x-185}{175-185} & \text{per } 175 \leq x \leq 185 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad [4]$$

$$\mu_{alta}(x) = \begin{cases} 1 & \text{per } x \geq 185 \\ \frac{x-175}{185-175} & \text{per } 175 \leq x \leq 185 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

La [4] afferma che, se un individuo supera i 185 cm la sua statura è sicuramente definibile "alta", mentre non esiste la possibilità che possa essere definita "media" o "bassa". Infatti, per $x > 185$, $\mu_{alta}(x) = 1$ mentre $\mu_{bassa}(x) = 0$ e $\mu_{media}(x) = 0$. Se, al contrario, non raggiunge i 165 cm è sicuramente di statura "bassa" poiché per $x < 165$ $\mu_{alta}(x) = 0$ mentre $\mu_{bassa}(x) = 1$ e $\mu_{media}(x) = 0$. Inoltre, un individuo non può essere contemporaneamente giudicato di statura "alta" e "bassa" poiché $\mu_{alta}(x) > 0$ e $\mu_{bassa}(x) = 0$ e viceversa. Dalla [4] si evince che la definizione di statura "media" è più controversa, poiché essa è univoca solo per un'altezza pari a 175 cm, infatti, $\mu_{alta}(175) = 0$, $\mu_{bassa}(175) = 0$ e $\mu_{media}(175) = 1$. Per misure diverse è possibile associare diversi gradi del concetto di statura; ad esempio un soggetto alto 170 cm può essere considerato di statura "media" e allo stesso tempo "basso", seppure il grado di appartenenza a questi insiemi sia diverso. Al contrario, non vi è alcuna possibilità che egli possa essere considerato alto. Infatti, $\mu_{alta}(170) = 0$, $\mu_{bassa}(175) = 0,5$ e $\mu_{media}(170) = 0,5$.

L'esempio illustra che i numeri *fuzzy* possono essere utilizzati per tradurre in forma numerica parametri espressi da parole, oppure aspetti che non sono, per loro natura, misurabili i termini numerici.

Inoltre, poiché i numeri *fuzzy* possono essere combinati⁴ fra loro e con i numeri ordinari, è possibile incorporare in modo appropriato nei modelli informazioni di varia natura, espresse con il linguaggio naturale e informazioni quantitative, espresse con i numeri.

Questa caratteristica consente di migliorare i tradizionali modelli multicriteri, sviluppando un modello di AMC *fuzzy*. Questa possibilità è stata recentemente verificata in vari campi della valutazione come i programmi di investimento per i trasporti urbani (Teng e Tzeng, 1996), la scelta di percorsi stradali alternativi (Smith, 1994) e la pianificazione delle risorse naturali (Mendoza et al., 1993; Munda, 1993).

2.3. Il modello d'analisi multicriteri *fuzzy*

Tornando ora al problema della localizzazione di infrastrutture lineari, è evidente che la possibilità di incorporare nel modello [1] informazioni *fuzzy* risulta di notevole interesse perché molti degli impatti prodotti da tali infrastrutture sono difficilmente quantificabili e sono correntemente espressi mediante stati di variabili linguistiche (Teng e Tzeng, 1998). Ad esempio, una strada può attraversare un paesaggio di pregio oppure scadente e ancora, la qualità delle informazioni inserite nel processo di valutazione può essere buona, discreta oppure pessima, ecc.

Il modello multicriterio *fuzzy* volto ad ottimizzare, minimizzando una funzione d'impatto, il tracciato di un'infrastruttura lineare è stato

4) La possibilità di operare con i numeri *fuzzy* è stata introdotta con il principio di estensione di Zadeh (1975). Tale principio è uno dei punti fondamentali della teoria degli insiemi *fuzzy*, poiché esso fornisce un metodo generale per estendere i concetti della matematica non *fuzzy* alle quantità *fuzzy*. Il principio di estensione viene sistematicamente applicato all'algebra, ma è possibile rendere *fuzzy* ogni campo del ragionamento matematico basato sulla teoria degli insiemi. La differenza principale consiste nel sostituire l'assunto che una variabile ha un solo valore, con il concetto *fuzzy* che una variabile possiede un grado di appartenenza ad ogni possibile valore. Quindi, assegnata una relazione tra entità non *fuzzy*, il principio consente di determinarne l'equivalente tra entità *fuzzy*. L'applicazione delle operazioni algebriche ai numeri *fuzzy* si presenta piuttosto complessa, anche se per i numeri triangolari e trapezoidali si semplifica notevolmente.

costruito inserendo nella [1] la misura *fuzzy* degli impatti. Ovvero, sostituendo la consueta misura a_i degli impatti, con la stima *fuzzy* A_i . Il modello ottenuto è rappresentabile come segue:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizza } I_r^\alpha(A) = 1/2[\alpha(c+d) + (1-\alpha)(a+b)] \\
 & \text{con} \\
 & A = \sum_i A_i^* \cdot W_i \quad i = 1, \dots, n \\
 & A_i^* = \omega \frac{\sum_k A_{ik} \cdot x_k}{A_i^s} + (1-\omega) \frac{\text{Max}(A_{ik} \cdot x_k)}{A_i^m} \quad k = 1, \dots, m \\
 & \sum_{e=1}^t x_{kez} - \sum_{u=1}^s x_{kuz} = 0 \\
 & A = (a, b, c, d) \\
 & A_i^* = (a_i^*, b_i^*, c_i^*, d_i^*) \\
 & W_i = (w_i^a, w_i^b, w_i^c, w_i^d) \\
 & 0 \leq \alpha \leq 1 \\
 & x_k = 0/1 \\
 & \omega = 0/1
 \end{aligned} \tag{5}$$

La funzione obiettivo, cioè la regola che guida il processo di individuazione del percorso ottimo, è stata costruita ricorrendo all'approccio sviluppato da Liou e Wang (1992), il metodo del valore integrale del numero *fuzzy*. La soluzione è trovata minimizzando il numero *fuzzy* (trapezoidale) che rappresenta l'impatto aggregato dell'infrastruttura⁵. Il metodo del valore integrale di un numero *fuzzy* permette di definire ordinamenti in modo semplice quando si utilizzano numeri triangolari o trapezoidali. Inoltre, permette di incorporare un parametro di ottimismo/pessimismo, che rappresenta l'atteggiamento del decisore nei confronti della sfocatezza delle informazioni utilizzate (Kim e Park, 1990) (vedi Appendice 1).

Il modello è stato disegnato in modo da consentire la ponderazione dei diversi criteri decisionali (A_i^*) con dei pesi *fuzzy* (W_i)

5) La scelta del principio ordinatore deriva dal fatto che l'aggregazione di numeri *fuzzy* tende a generare un numero *fuzzy* piuttosto grandi e con un grado di sfocatezza molto alto e, quindi, molto impreciso e poco desiderabile. Lo scopo della funzione obiettivo è quindi quello di guidare verso soluzioni caratterizzate da numeri *fuzzy* tendenti allo zero, minimizzando, contemporaneamente, il valore dell'impatto e la sfocatezza.

(cioè espressi in termini linguistici), come evidenziato dalla prima equazione di vincolo al modello. Esso, inoltre, consente di simulare due distinte logiche di aggregazione degli impatti, un'additiva e l'altra minmax.

La logica additiva non considera l'eventuale asimmetria nella distribuzione degli impatti, e si attiva ponendo $w=1$ nella seconda equazione dei vincoli al modello. La logica minmax tende a contenere l'impatto massimo prodotto a livello puntuale, e si attiva ponendo $w=0$. Il tipo di aggregazione scelto dipende dalle caratteristiche del decisore.

La risoluzione del modello presuppone anche la messa punto di adeguate procedure di normalizzazione. Il fattore normalizzante, data la struttura multiobiettivo del modello, varia con il tipo di processo decisionale simulato. Se si adotta un processo di tipo additivo ($w=1$) il valore normalizzato (A_i^s) può essere calcolato risolvendo il modello per ogni criterio separatamente e rilevando lo stato di tutti i criteri per ogni soluzione monocriterio. Questo consente di individuare la peggiore prestazione possibile e di assumerla quale criterio normalizzante.

Se, si adotta un processo minmax ($w=0$) la normalizzazione può avvenire utilizzando il valore più alto (A_i^m) assunto dal criterio considerato. La normalizzazione non pone alcun problema di calcolo quando si utilizzano numeri non-fuzzy poiché l'individuazione del valore più elevato è univoca. Per quanto riguarda, invece, l'identificazione del numero fuzzy più elevato la questione si complica poiché la sfocatezza dei valori e la loro rappresentazione matematica rende incerto l'ordinamento. La letteratura in proposito è abbondante (per una rassegna si rimanda a Chen e Hwang, 1992), i metodi proposti sono diversi, tuttavia nessuno può considerarsi definitivo e universalmente accettato. In quest'ambito si è ritenuto corretto adottare il criterio del valore integrale del numero fuzzy (Liou e Wang, 1992) poiché rappresenta un metodo efficace e presenta una notevole semplicità computazionale nel caso di numeri trapezoidali. Inoltre questo metodo è coerente con la funzione obiettivo del modello.

3. Un esempio numerico

A titolo esemplificativo è ora presentato un esempio numerico. L'esempio è ipotetico ed è esclusivamente rivolto ad illustrare le potenzialità operative del modello ed i risultati ottenibili.

S'ipotizzi il problema della localizzazione di un'infrastruttura lineare (elettrodotto, strada, ferrovia, ecc.) dove i percorsi possibili siano quelli rappresentati nella figura 4.

S'ipotizzi anche che i criteri rispetto ai quali risolvere il problema siano l'impatto sulle risorse naturali e l'impatto sugli insediamenti residenziali, commisurato alla preoccupazione indotta dal disturbo alla quiete ed alla salute pubblica. Si assuma, infine, che le risorse naturali (le ellissi) siano prevalentemente localizzate al di sopra dell'asse individuato dai nodi A, E ed I e che vi sia un addensamento di are edificate (i rettangoli) situato fra i nodi C, E, F ed H. Ciò premesso, una possibile valutazione linguistica (espressa da giudizi) degli impatti prodotti dalle diverse ipotesi di dell'opera è riportata in tabella 1.

Figura 4 – Il grafo dell'esempio numerico

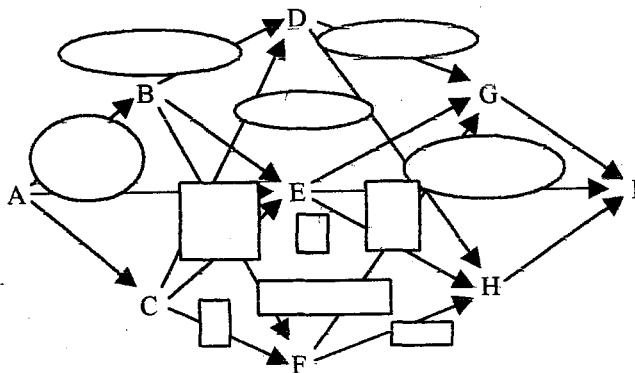


Tabella 1 - Matrice d'analisi

Arco/ Variabile	Impatto risorse naturali	Preoccupazione dei residenti
AB	Elevato	Bassa
AE	Elevato	Elevata
AC	Basso	Bassa
BD	Elevato	Bassa
BE	Medio	Media
BF	Medio	Elevata
CD	Elevato	Elevata
CE	Basso	Elevata
CF	Basso	Elevata
DG	Elevato	Bassa
DH	Elevato	Media
EG	Medio	Media
EI	Elevato	Elevata
EH	Basso	Elevata
FG	Elevato	Elevata
FH	Basso	Elevata
GI	Medio	Bassa
HI	Basso	Bassa

I giudizi sono stati espressi confrontando la localizzazione degli archi con quella degli agglomerati urbani e delle aree naturali: se i siti sensibili sono attraversati dall'infrastruttura l'impatto è alto, se ne sono lambiti è medio, basso negli altri casi. Il problema si presenta *fuzzy* poiché i criteri decisionali sono espressi mediante variabili linguistiche. La traduzione dei giudizi lessicali in numeri *fuzzy*, espressi rispetto alle variabili linguistiche "Impatto ambientale" e "Preoccupazione residenti", avviene associando a ciascun termine un set di valori coerente con la posizione nell'ordinamento lessicale (ad esempio: bassa, media e elevata), ed esplicitativo della sfocatezza del giudizio.

A tale proposito si assume che:

- 1) l'imprecisione con cui è valutato l'impatto sulla quiete e la salute pubblica è superiore a quella connessa con la valutazione dell'impatto sulle risorse ambientali;
- 2) la sfocatezza del giudizio cresce con l'aumentare dell'impatto⁶.

6) In altre parole, mentre si può essere ragionevolmente sicuri quando si afferma che, se l'infrastruttura passa lontano dal sito, l'impatto è modesto, diventa più difficile distinguere i livelli d'impatto (medio e alto) se, al contrario, essa lambisce o passa sopra il sito stesso. Questa assunzione può sembrare discutibile ma, se si fa riferimento alla letteratura sull'impatto dei campi elettromagnetici o del rumore sulla salute umana, è subito evidente la grande incertezza che domina l'argomento.

Un possibile set di numeri *fuzzy* triangolari (A: a, b, c) in grado di rappresentare i giudizi è il seguente:

Impatto sulle risorse naturali:

$$\mu_{basso}(x) = \begin{cases} \frac{x-0,5}{1-0,5} & \text{per } 0,5 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{per } x = 1 \\ \frac{x-1,5}{1-1,5} & \text{per } 1 \leq x \leq 1,5 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad \mu_{medio}(x) = \begin{cases} \frac{x-1,25}{2-1,25} & \text{per } 1,25 \leq x \leq 2 \\ 1 & \text{per } x = 2 \\ \frac{x-2,75}{2-2,75} & \text{per } 2 \leq x \leq 2,75 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\mu_{elevato}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3-2} & \text{per } 2 \leq x \leq 3 \\ 1 & \text{per } x = 3 \\ \frac{x-4}{3-4} & \text{per } 3 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Preoccupazione dei residenti:

$$\mu_{bassa}(x) = \begin{cases} \frac{x-0,5}{1-0,5} & \text{per } 0,5 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{per } x = 1 \\ \frac{x-1,5}{1-1,5} & \text{per } 1 \leq x \leq 1,5 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad \mu_{media}(x) = \begin{cases} \frac{x-1,25}{2-1,25} & \text{per } 1,25 \leq x \leq 2 \\ 1 & \text{per } x = 2 \\ \frac{x-3}{2-3} & \text{per } 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\mu_{elevata}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3-2} & \text{per } 2 \leq x \leq 3 \\ 1 & \text{per } x = 3 \\ \frac{x-4,5}{3-4,5} & \text{per } 3 \leq x \leq 4,5 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Ora, ipotizzando una procedura di risoluzione del modello con una funzione lineare ed additiva d'impatto ($w = 1$) la [5] si semplifica nella seguente:

$$\text{Minimizza } I_T^\alpha(A) = 1/2[\alpha(b+c) + (1-\alpha)(a+b)]$$

con

$$A = \sum_i^m A_i^* \cdot W_i \quad i = 1, \dots, n$$

$$A_i^* = \frac{\sum_k A_{ik} \cdot x_k}{A_i^s} \quad k = 1, \dots, m$$

$$\sum_{e=1}^t x_{kec} - \sum_{u=1}^s x_{kuu} = 0$$

$$A = (a, b, c)$$

$$A_i^* = (a_i^*, b_i^*, c_i^*)$$

$$W_i = (w_i^a, w_i^b, w_i^c)$$

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

$$x_k = 0/1$$

[6]

In appendice 2 è riportato il listato del modello di programmazione lineare a numeri interi con cui sono state eseguite le simulazioni esemplificative⁷.

In tabella 2 è riportata la matrice di *payoff* ottenuta ponendo un indice di pessimismo (α) uguale a 0,5 e ottimizzando di volta in volta l'integrale del numero *fuzzy* rappresentante lo specifico parametro. La matrice è utile per individuare i numeri *fuzzy* normalizzanti, qui assunti pari alla peggiore prestazione realizzata da ciascun attributo nell'ambito delle ottimizzazioni monocriteriali.

Dall'esame della matrice si evince che esiste un evidente stato di conflitto tra la minimizzazione dell'impatto sulle risorse naturali e la preoccupazione per la quiete e la salute pubblica. I numeri *fuzzy* che rappresentano i rispettivi parametri aggregati, consentono, un ordinamento non equivoco che evidenzia il massimo impatto sulle risorse

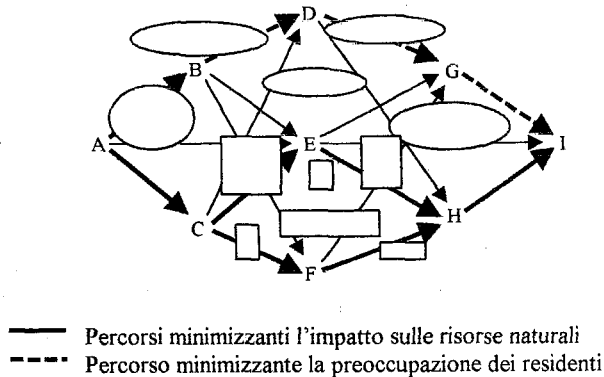
7) Il modello è stato costruito e risolto utilizzando il software GAMS (Brooke et al., 1996).

Tabella 2 – I risultati delle simulazioni monocriterio

Percorso		Minimizza	
		Impatto risorse naturali AC-CE(CF)-EH(FH)-HI	Preoccupazione dei residenti AB-BD-DG-GI
Impatto risorse naturali	a	2	7.25
	b	4	11
	c	6	14.75
Preoccupazione dei residenti	a	5	2
	b	8	4
	c	12	6

naturali quando si minimizza la preoccupazione dei residenti e viceversa. In figura 5 sono illustrati i rispettivi tracciati.

Figura 5 – I percorsi delle soluzioni monocriteriali



Quindi, il modello risponde in modo coerente alle attese. A questo punto è possibile ricercare soluzioni di compromesso introducendo i pesi e variando l'indice di pessimismo (a). Per semplicità sono stati ipotizzati pesi non *fuzzy*, anche per evidenziare in modo inequivocabile l'effetto prodotto dalla valutazione *fuzzy* dei parametri decisionali e dall'introduzione di un indice di pessimismo. Analoghi risultati si sarebbero ottenuti utilizzando pesi *fuzzy*. I risultati ottenuti con le simulazioni multicriterio sono riportati nella tabella 3 ed illustrati nelle figure 8 e 9.

Tabella 3 – I percorsi delle simulazioni multicriterio.

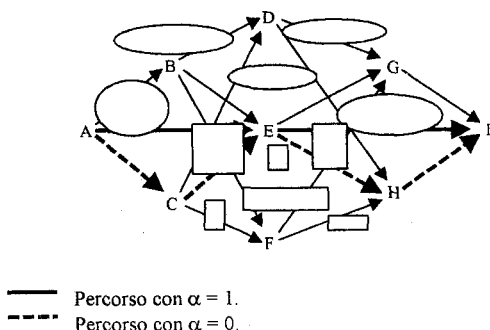
Pesi		Indice di pessimismo	
WIRN	WPR	$\alpha = 0$	$\alpha = 1$
0,25	0,75	AB-BD-DG-GI	AB-BD-DG-GI
0,5	0,5	AC-CE-EH-HI	AE-EI
0,75	0,25	AC-CF-FH-HI	AC-CE-EH-HI

Innanzitutto si evidenzia che, attribuendo un peso prevalente alla preoccupazione dei residenti (WIRN=0,25; WPR=0,75) si ottiene una soluzione identica a quella individuata nella corrispondente ipotesi monocriterio. La soluzione non muta al variare dell'indice di pessimismo, ciò significa che la sfocatezza con cui è stato descritto l'impatto sulle risorse naturali è contenuta ed omogenea.

Aumentando il peso dell'impatto sulle risorse naturali, l'ottimo tracciato tende ad abbassarsi, interessando le aree residenziali (figura 6). In questo caso, la soluzione ottima è sensibile all'indice di pessimismo poiché l'impatto è descritto in modo più impreciso. Infatti, assumendo un indice di pessimismo elevato ($J=1$) il tracciato si colloca in posizione intermedia, mentre, ponendo $a=0$, esso tende ad abbassarsi. Ciò significa che, annullando qualsiasi cautela verso la possibilità che l'impatto sui residenti possa essere il più elevato fra quelli ritenuti possibili, il modello tende a sacrificare le aree nelle quali l'impatto è più sfocato, e quindi stimato con minore precisione (visione ottimistica dell'impatto). Il modello pondera un impatto sulle risorse naturali poco aleatorio con uno sulla quiete e salute pubblica molto aleatorio e, razionalmente, sacrifica quest'ultima. Questo non implica che l'attributo meno preciso pesi meno, ma che l'assenza di cautela induce a scegliere la situazione che potrebbe essere più favorevole.

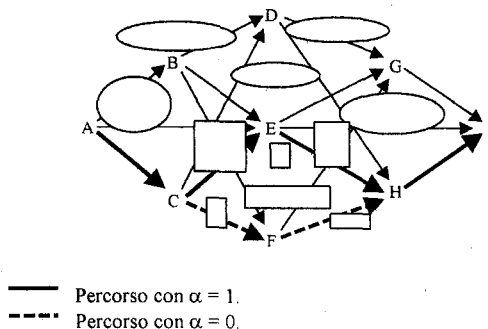
Ovviamente, non è detto che questa soluzione debba essere accettata *in toto*. Se il decisore ritiene sufficiente la precisione con cui è stato descritto l'impatto, il fattore discriminante diventa il suo indice di pessimismo. Se, invece, egli ritiene che il modello abbia evidenziato ambiti poco chiari, allora può avviare una revisione e un ulteriore approfondimento dell'analisi per ridurre, se possibile, l'imprecisione iniziale. In questo modo si riduce il ruolo dell'indice di pessimismo e la scelta è fortemente oggettivata.

Figura 6 – I percorsi delle soluzioni con WIRN = 0.5 e WPR = 0.5.



Aumentando ulteriormente il peso attribuito all'impatto sulle risorse naturali il tracciato ottimo si abbassa ulteriormente, ripresentando la situazione precedente (vedi figura 7).

Figura 7 – I percorsi delle soluzioni per WIRN = 0.75 e WPR = 0.25.



4. Considerazioni conclusive

Il presente contributo illustra un modello di analisi multicriteri in grado di ottimizzare la localizzazione d'opere lineari. Il modello è stato costruito ricorrendo a tecniche di ottimizzazione combinatoria multiobiettivo e può utilizzare informazioni qualitative, espresse in termini linguistici. Esso aiuta ad oggettivare la fase di progettazione preliminare e a contenere le distorsioni connesse con la manipolazione delle informazioni. Inoltre, esso non richiede l'esplicitazione di tutte le alternative ammissibili, giacché fornisce direttamente quella

ottimizzante la funzione obiettivo. Il modello è in grado di incorporare variabili linguistiche o quantità numeriche imprecise grazie all'utilizzo dei numeri *fuzzy*, e si rivela particolarmente utile per descrivere le caratteristiche qualitative del territorio destinato ad ospitare l'infrastruttura lineare e i giudizi degli attori coinvolti nel processo decisionale. Inoltre è possibile esplicitare la precisione e qualità delle informazioni utilizzate.

L'esemplificazione numerica mostra che questo aspetto assume un ruolo centrale poiché evidenzia che la responsabilità del decisore non si riduce al "set di pesi" da inserire nel modello, ma si estende anche alla qualità delle informazioni impiegate nelle valutazioni, specie per gli aspetti che per loro natura sfuggono a quantificazioni rigorose.

Infine, il modello può essere considerato un simulatore di impatto in tempo reale in quanto fornisce una valutazione sintetica ed analitica dello stato degli indicatori d'impatto per ogni tracciato generato.

Per contro si evidenziano alcuni problemi operativi che possono rendere l'applicazione pratica piuttosto onerosa. In primo luogo il modello è piuttosto esigente in termini di informazioni. Infatti, la costruzione del set completo delle soluzioni richiede una disponibilità di dati adeguata a costruire le relative matrici di valutazione. Questo limite può essere superato mediante il ricorso a sistemi informativi geografici che possono agevolmente e rapidamente acquisire e gestire basi dati molto vaste.

Inoltre, il modello non è adatto all'uso diretto da parte dei soggetti decisori. Sotto questo profilo esso rischia di apparire come una sorta di scatola nera che produce soluzioni non sempre di immediata comprensione. Bisogna tuttavia ricordare che questo limite è comune a molti metodi d'analisi multicriteri e che, il modello mantiene intatto il punto di forza dell'analisi multicriteri, la netta separazione fra la fase d'analisi, di competenza tecnica, e la fase di valutazione e decisione, di spettanza politica.

In definitiva, la reinterpretazione dei classici approcci multiattributo mediante tecniche di ottimizzazione *fuzzy* sembra rilassare i limiti dovuti alla soggettività che spesso domina la fase di individuazione delle alternative nella localizzazione di infrastrutture lineari.

Riferimenti bibliografici

- Bernetti I. (1993) *L'impiego dell'analisi multicriteriale nella valutazione di impatto ambientale delle condotte pubbliche*. Atti del XXIII Incontro del Ce.S.E.T., Ce.S.E.T., Firenze, pp. 89-101.
- Brooke A., Kendrick D., Meeraus A. (1996) *General algebraic mathematical solver* - rel. 2.25. GAMS Development Corporation, Washington.
- Cepro Indeco (1987) *Studi per la progettazione del sistema tangenziale di Mantova*. Regione Lombardia, Milano.
- Chen S., Hwang C. L. (1992) *Fuzzy multiple attribute decision making: Methods and applications*. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Springer-Verlag, Berlin.
- Colorni A., Laniado E., Rosace F. (1987) *Valutazione integrata per la scelta tra progetti alternativi*. Clup, Milano.
- Dubois D., Prade H. (1980) *Fuzzy sets and systems: theory and applications*. Academic Press, New York.
- Gwilliam K.M., Gommers M.J.P.F. (1992) *Transport project appraisal in the Netherlands*. Project Appraisal, vol. 7, 4, pp.237-248.
- Kim K., Park K. S. (1990) *Ranking fuzzy numbers with index of optimism*. Fuzzy Sets and Systems, 35, pp. 143-150.
- Lin C.Y., Teng J.Y. (1992) *Multicriteria decision making for selecting freeway interchange locations in Taiwan*. Goicoechea A., Duckstein L., Zionts S., Multiple criteria decision making, Springer-Verlag, New York.
- Liou T. S., Wang M. J. (1992) *Ranking fuzzy numbers with integral value*. Fuzzy Sets and Systems, 50, pp. 247-255.
- Mahmassani H., Krzysztofowicz R. (1983) *A behaviorally based framework for multicriteria decision making under uncertainty in the urban transportation context*. Environment and Planning B: Planning and Design, vol. 10, pp.193-206.
- Marinelli A. (1993) *Le servitù per condotte e la loro influenza nella gestione del territorio montano e delle foreste*. Atti del XXIII Incontro del Ce.S.E.T., Ce.S.E.T., Firenze, pp. 89-101.
- Mendoza G. A., Bare B. B., Zhou Z. (1993) *A fuzzy multiobjective linear programming approach to forest planning under uncertainty*. Agricultural Systems, 41, pp. 257-274.
- Munda G. (1994) *Fuzzy information in multicriteria environmental evaluation model*. Research Report EUR 15602 EN, European Commission - Joint Research Center.
- Pearman A.D., Mackie P.J., May A.D., Simon D. (1989) *The use of multicriteria techniques to rank highway investment proposal*. Locket A.G., Islei G. (Eds),

Improving Decision Making in Organisations. Proceedings of the Eight International Conference on Multiple Criteria Decision Making, Springer-Verlag, Berlin.

Polelli M., Sali G. (1987) *La valutazione di impatto ambientale, criteri generali e procedure applicative: il caso delle linee di trasporto*. Genio Rurale, 4, pp. 7-16.

Rosato P. (1998) *Un modello di analisi multicriteri per la localizzazione di infrastrutture lineari in aree ad insediamento diffuso*. Aestimum, 36, pp. 49-77.

Rostirolla P. (1997) *La valutazione nella fase di progettazione preliminare di un tracciato autostradale: tecniche e supporti informatici*. L. Fusco Girard e P. Nijkamp (eds) *Le valutazioni per lo sviluppo sostenibile della città e del territorio*. F. Angeli, Milano, pp. 487-516.

Santorini F., Padoano E. (1997) *Processi decisionali e aiuto alla decisione nei progetti di intervento nei trasporti*. Amoroso S., Crotti A. (Eds) *Il trasporto pubblico nei sistemi urbani e metropolitani*. Franco Angeli, Milano.

Smith P.N. (1994) *Fuzzy applications in project appraisal: Part 2 fuzzy numbers*. Project Appraisal, vol. 9, 3, pp. 195-204.

Teng J. Y., Tzeng G. H. (1998) *Transportation investment project selection using fuzzy multiobjective programming*. Fuzzy Sets and Systems, 96, pp. 259-280.

Teng J.Y., Tzeng G.H. (1996) *Fuzzy multicriteria ranking of urban transportation investment alternatives*. Transportation and Technology, 20, pp. 15-31.

Ulungu E. L., Teghem, J. (1994) *Multi-objective Combinatorial Optimization Problems: A Survey*. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, vol. 3, 2, pp. 83-104.

Visser E. D. (Ed) (1977) *Transport decision in an age of uncertainty*. Proceeding on the Third World Conference on Transport Research, Rotterdam, Martinus Nijhoff, The Hague.

Won J. (1990) *Multicriteria evaluation approaches to urban transportation projects*. Urban studies, vol. 27, 1, pp.119-138.

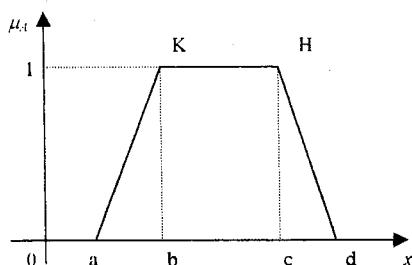
Zadeh L. A. (1965) *Fuzzy sets*. Information and Control, 8, pp. 338-353.

Zadeh L.A. (1975), *The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning - III*. Information Sciences, 9, pp. 43-80.

Zadeh L. A. (1996) *Fuzzy logic: Computing with words*. IEEE Trans. On Fuzzy Systems vol. 4, 2, pp. 103-111.

Appendice 1

Il metodo del valore integrale è un criterio d'ordinamento dei numeri *fuzzy* sviluppato per la scelta fra alternative predefinite. Esso si basa su una semplice constatazione: gli integrali delle funzioni inverse d'appartenenza rappresentano delle misure della dimensione di un numero *fuzzy* e quindi possono essere utilizzati come criterio d'ottimizzazione. Un esempio chiarisce meglio la questione. Si assuma, come nel caso in esame, che il numero *fuzzy* trapezoidale $A = (a, b, c, d)$ rappresenti l'impatto ambientale aggregato di una certa opera e l'obiettivo del decisore sia di minimizzarlo. Il problema può essere rappresentato graficamente dalla figura seguente:



In base all'andamento (a, K, H, d) della funzione d'appartenenza di $\mu_A(x)$ di A è possibile evidenziare che:

- 1) l'area del trapezio $01Hd$ rappresenta l'integrale della funzione inversa di appartenenza destra e, quindi, misura la possibilità che l'impatto sia fra i più elevati;
- 2) l'area del trapezio $01Ka$ rappresenta l'integrale della funzione inversa di appartenenza sinistra, e rappresenta la possibilità che l'impatto sia fra i più contenuti.

Quindi, se si minimizza l'integrale destro [pari a $(c+d)/2$] si ha una visione pessimistica sul danno, mentre se si minimizza l'integrale sinistro [pari a $(a+b)/2$] si dimostra un atteggiamento ottimista.

Tale contrastante atteggiamento può essere riassunto mediante un indice di pessimismo α , compreso fra 0 e 1, che pondera le due tendenze. Quando α è vicino ad 1 il decisore assume un grado di pessimismo piuttosto alto, che si riflette necessità di contenere la

misura pessimistica dell'impatto, viceversa, un α vicino allo zero indica un decisore fiducioso⁸. In sintesi, l'integrale del numero *fuzzy* è dato da:

$$I_{\alpha T}(A) = \frac{1}{2}[\alpha(c+d) + (1-\alpha)(a+b)]$$

Generalizzando la funzione d'appartenenza si ottiene:

$$I_{\alpha T}(A) = \alpha I_D(A) + (1-\alpha)I_S(A)$$

dove I_D ed I_S sono i valori integrali destro e sinistro di A , con:

$$I_D(A) = \int_0^1 g^D_A(y) dy$$

$$I_S(A) = \int_0^1 g^S_A(y) dy$$

dove $g^D_A(y)$ e $g^S_A(y)$ sono le funzioni inverse di $\mu^D_A(x)$ e $\mu^S_A(x)$, rispettivamente funzioni di appartenenza destra e sinistra di A .

8) Da notare che, in questo contesto, il significato originariamente attribuito da Liou e Wang al parametro α è stato rovesciato per rappresentare situazioni dove è preferibile il numero più piccolo.

Appendice 2

\$TITLE OPEN GRAPH MODEL

SCALARS

ALFA	Fattore pessimismo	/0.5/
NIRNA	Normalizzante IRNA	/7.25/
NIRNB	Normalizzante IRNB	/11/
NIRNC	Normalizzante IRNC	/14.75/
NPSPA	Normalizzante PSPA	/5/
NPSPB	Normalizzante PSPB	/8/
NPSPC	Normalizzante PSP	/12/
WIRN	Peso IRN	/0.5/
WPR	Peso PSP	/0.5/;

VARIABLES

IRN	Integrale IRN
IRNA	IRN Fuzzy A
IRNB	IRN Fuzzy B
IRNC	IRN Fuzzy C
PSP	Integrale PSP
PSPA	PSP Fuzzy A
PSPB	PSP Fuzzy B
PSPC	PSP Fuzzy C
NNIRNA	IRN Fuzzy A normalizzato
NNIRNB	IRN Fuzzy B normalizzato
NNIRNC	IRN Fuzzy C normalizzato
NNPSPA	PSP Fuzzy A normalizzato
NNPSPB	PSP Fuzzy B normalizzato
NNPSPC	PSP Fuzzy C normalizzato
IAA	Impatto aggregato pesato A
IAB	Impatto aggregato pesato B
IAC	Impatto aggregato pesato C
IA	Integrale impatto aggregato;

BINARY VARIABLES

AB	Arco da A a B
AE	Arco da A a E
AC	Arco da A a C
BD	Arco da B a D
BE	Arco da B a E
BF	Arco da B a F
CD	Arco da C a D
CE	Arco da C a E
CF	Arco da C a F
DG	Arco da D a G
DH	Arco da D a H
EG	Arco da E a G
EI	Arco da E a I
EH	Arco da E a H
FG	Arco da F a G
FH	Arco da F a H
GI	Arco da G a I
HI	Arco da H a I;

EQUATIONS	INIRN	Calcolo integrale IRN
	INPSP	Calcolo integrale PSP
	EIRNA	Calcolo Fuzzy IRNA
	EIRNB	Calcolo Fuzzy IRNB
	EIRNC	Calcolo Fuzzy IRNC
	EPSPA	Calcolo Fuzzy PSPA
	EPSPB	Calcolo Fuzzy PSPB
	EPSPC	Calcolo Fuzzy PSPC
	NodoA	Passaggio nodo A
	NodoB	Passaggio nodo B

NodoC Passaggio nodo C
 NodoD Passaggio nodo D
 NodoE Passaggio nodo E
 NodoF Passaggio nodo F
 NodoG Passaggio nodo G
 NodoH Passaggio nodo H
 NodoI Passaggio nodo I
 ENIRNA EQ. Normalizzante IRNA
 ENIRNB EQ. Normalizzante IRNB
 ENIRNC EQ. Normalizzante IRNC
 ENPSPA EQ. Normalizzante PSPA
 ENPSPB EQ. Normalizzante PSPB
 ENPSPC EQ. Normalizzante PSPC
 CIAA Calcolo fuzzy IAA
 CIAB Calcolo fuzzy IAB
 CIAC Calcolo fuzzy IAC
 CIA Calcolo integrale impatto aggregato;

CIA.. IA =E= $0.5*(ALFA*(IAB+IAC)+(1-ALFA)*(IAA+IAB));$
 CIAA.. IAA =E= $WIRN*NNIRNA + WPR*NNPSPA;$
 CIAB.. IAB =E= $WIRN*NNIRNB + WPR*NNPSPB;$
 CIAC.. IAC =E= $WIRN*NNIRNC + WPR*NNPSPC;$
 ENIRNA.. NNIRNA =E= $IRNA/NIRNA;$
 ENIRNB.. NNIRNB =E= $IRNB/NIRNB;$
 ENIRNC.. NNIRNC =E= $IRNC/NIRNC;$
 ENPSPA.. NNPSPA =E= $PSPA/NPSPA;$
 ENPSPB.. NNPSPB =E= $PSPB/NPSPB;$
 ENPSPC.. NNPSPC =E= $PSPC/NPSPC;$
 INIRN.. IRN =E= $0.5*(ALFA*(IRNB+IRNC)+(1-ALFA)*(IRNA+IRNB));$
 INPSP.. PSP =E= $0.5*(ALFA*(PSPB+PSPC)+(1-ALFA)*(PSPA+PSPB));$
 EIRNA.. IRNA =E= $+ 2*AB + 2*AE + 0.5*AC + 2*BD + 1.25*BE + 1.25*BF + 2*CD$
 $+ 0.5*CE + 0.5*CF + 2*DG + 2*DH + 1.25*EG + 2*EI + 0.5*EH$
 $+ 2*FG + 0.5*FH + 1.25*GI + 0.5*HI;$
 EIRNB.. IRNB =E= $+ 3*AB + 3*AE + 1*AC + 3*BD + 2*BE + 2*BF + 3*CD + 1*CE +$
 $1*CF$
 $+ 3*DG + 3*DH + 2*EG + 3*EI + 1*EH + 3*FG + 1*FH + 2*GI +$
 $1*HI;$
 EIRNC.. IRNC =E= $+ 4*AB + 4*AE + 1.5*AC + 4*BD + 2.75*BE + 2.75*BF + 4*CD +$
 $1.5*CE + 1.5*CF + 4*DG + 4*DH + 2.75*EG + 4*EI + 1.5*EH + 4*FG$
 $+ 1.5*FH + 2.75*GI + 1.5*HI;$
 EPSPA.. PSPA =E= $+ 0.5*AB + 2*AE + 0.5*AC + 0.5*BD + 1.25*BE + 2*BF + 2*CD$
 $+ 2*CE + 2*CF + 0.5*DG + 1.25*DH + 1.25*EG + 2*EI + 2*EH$
 $+ 2*FG + 2*FH + 0.5*GI + 0.5*HI;$
 EPSPB.. PSPB =E= $+ 1*AB + 3*AE + 1*AC + 1*BD + 2*BE + 3*BF + 3*CD + 3*CE$
 $+ 3*CF + 1*DG + 2*DH + 2*EG + 3*EI + 3*EH + 3*FG + 3*FH$
 $+ 1*GI + 1*HI;$
 EPSPC.. PSPC =E= $+ 1.5*AB + 4.5*AE + 1.5*AC + 1.5*BD + 3*BE + 4.5*BF + 4.5*CD$
 $+ 4.5*CE + 4.5*CF + 1.5*DG + 3*DH + 3*EG + 4.5*EI + 4.5*EH$
 $+ 4.5*FG + 4.5*FH + 1.5*GI + 1.5*HI;$
 NodoA.. 1 =E= $AB + AE + AC;$
 NodoB.. 0 =E= $AB -BD - BE - BF;$
 NodoC.. 0 =E= $AC - CD - CE - CF;$
 NodoD.. 0 =E= $BD + CD - DG - DH;$
 NodoE.. 0 =E= $BE + AE + CE - EG - EI - EH;$
 NodoF.. 0 =E= $BF + CF - FG - FH;$
 NodoG.. 0 =E= $DG + EG + FG - GI;$
 NodoH.. 0 =E= $DH + EH + FH - HI;$
 NodoI.. 1 =E= $GI + EI + HI;$

MODEL MOCOFuzzy /ALL/; SOLVE MOCOFuzzy Minimizing IA USING MIP;