

Ссылка на статью

// Машины и Установки: проектирование,  
разработка и эксплуатация.  
МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
Электрон. журн. 2016. № 04, С. 53–68.

DOI: 10.7463/aplts.0416.0845919

Представлена в редакцию: 03.07.2016

Исправлена: 17.07.2016

© МГТУ им. Н.Э. Баумана

УДК 62-531.7

## Моделирование процесса плоского фрезерования с учетом зависимости динамических характеристик станка

Заварзин Д. А.<sup>1,\*</sup>, Киселёв И. А.<sup>1</sup>,

\* [zavarzin.den@bk.ru](mailto:zavarzin.den@bk.ru)

Цыганов Д. Л.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

---

Целью работы является определение эффективных режимов обработки детали фрезой на 3х координатном станке легкого класса, при которых не возникает нежелательных регенеративных автоколебаний, приводящих к существенному ухудшению качества обрабатываемой поверхности. Описаны возникающие в процессе фрезерования вибрации и их влияние на форму обрабатываемой поверхности и рабочий инструмент. Выбрана и составлена конечно-элементная модель станка для реализации расчета в программном обеспечении 3DCUT. Представлено геометрическое отображение процесса обработки. Найдены собственные частоты и формы для используемой конечно-элементной модели. Выполнен анализ зависимости характера динамического поведения системы от изменения скорости вращения шпинделя за счет проведения многовариантных расчетов. Результаты многовариантного моделирования перемещений свободного конца инструмента представлены в виде отображений Пуанкаре. Приведенные отображения Пуанкаре позволяют выделить области режимов, сопровождающиеся как вынужденными вибрациями, так и автоколебаниями. Для двух режимов из различных областей на отображении Пуанкаре приведены графики сил резания, толщины срезаемого слоя, перемещений инструмента, а также формы обработанной поверхности, демонстрирующие различия в динамическом поведении системы. Приведенные результаты могут быть использованы для выбора эффективных режимов обработки фрезерованием, способствующих повышению качества и производительности обработки.

**Ключевые слова:** динамика резания, чаттер, конечные элементы, автоколебания, отображение Пуанкаре, моделирование

---

### Введение

Процесс обработки фрезерованием по своей природе является прерывистым и поэтому неизбежно сопровождается возбуждением вибраций в системе СПИД. В зависимости от выбранных технологических параметров режима обработки и жесткости техноло-

гической системы характер ее динамического поведения может существенно изменяться, приводя к различному качеству обработанной поверхности детали.

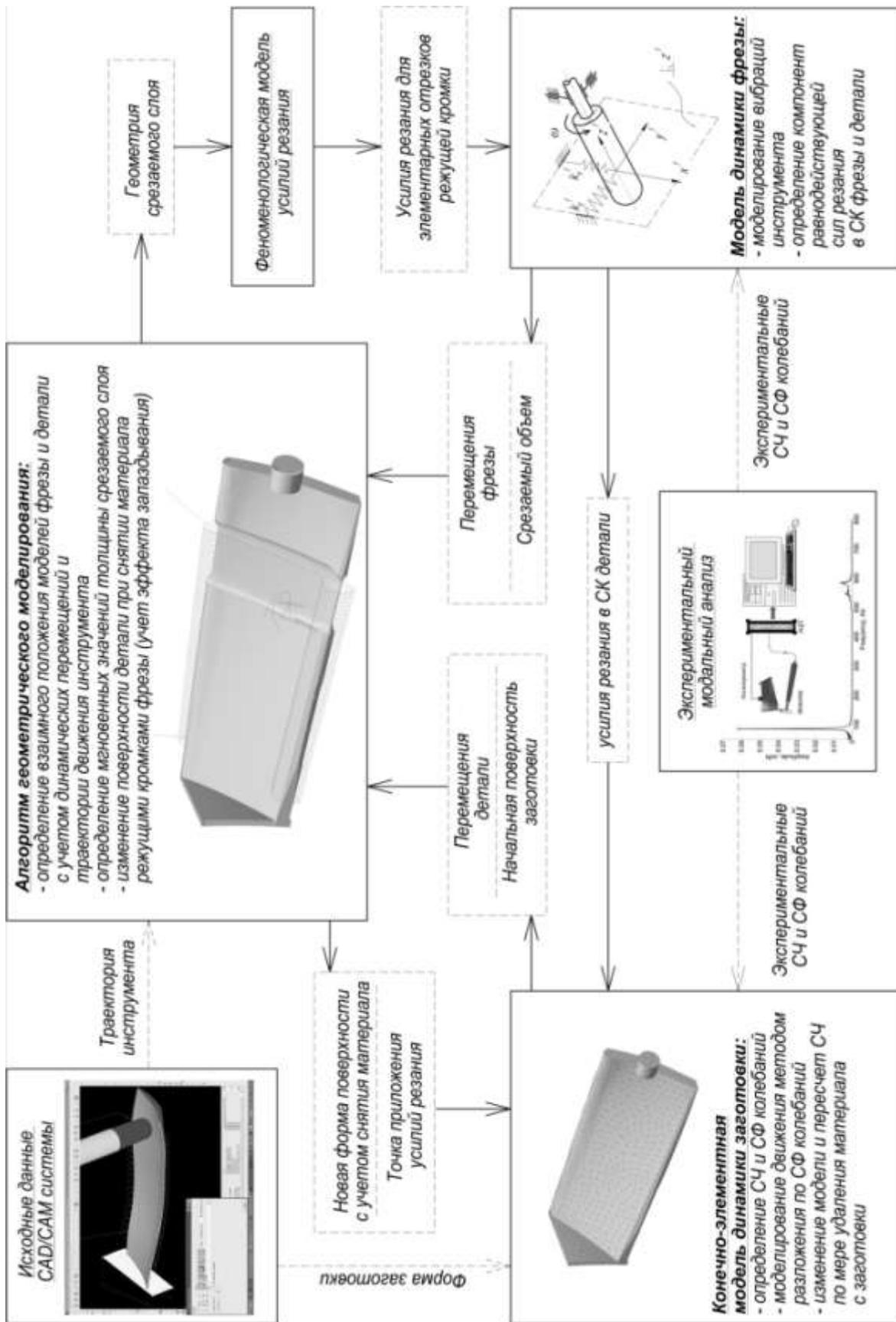
Вынужденные колебания возникают из-за периодического характера изменения сил резания (прерывистый характер) и происходят на частоте прохождения режущих кромок фрезы и ее кратных гармониках. Данный тип вибраций приводит к незначительным отклонениям толщины срезаемого слоя и сил резания от их значений в случае отсутствия вибраций и, следовательно, не представляет опасности для динамической устойчивости процесса обработки.

Второй тип вибраций, регенеративный, возникает за счет возбуждения при резании поверхности [1], образованной во время предыдущего прохода режущей кромки инструмента. Таким образом, в системе фреза-деталь возникает механизм запаздывания: колебания фрезы отражаются на рельефе обрабатываемой поверхности и с задержкой оказывают влияние на динамическое поведение системы при резании той же поверхности следующим зубом фрезы. При определенных режимах обработки в такой системе с запаздыванием может возникнуть динамическая неустойчивость, приводящая к развитию автоколебаний. Амплитуды колебаний в этом случае оказываются весьма значительными и вибрации приводят к существенному снижению показателей качества обработанной поверхности. Следствием данного эффекта является существенное увеличение амплитуд сил резания, что приводит к ускоренному износу инструмента или его поломке.

В связи с этим требуется назначать эффективные режимы, с одной стороны способствующие повышению производительности обработки и с другой стороны не приводящие к ухудшению качества обработанной детали из-за возбуждения нежелательных вибраций в технологической системе. Особенно актуальным выбор режимов обработки с учетом динамики технологической системы становится при ее недостаточной жесткости. В данной работе рассматривается динамика обработки фрезерованием на 3х координатном станке легкого класса с учетом податливости элементов его конструкции, выполненных из алюминиевых профилей, и поэтому имеющих сравнительно низкую жесткость. Численное моделирование динамики процесса обработки выполняется с целью определить эффективные режимы обработки, свободные от возбуждения нежелательных регенеративных автоколебаний, приводящих к существенному ухудшению качества обработанной поверхности.

## **1. Метод моделирования динамики процессов резания**

Для решения поставленной задачи в настоящей работе применяется методика численного моделирования динамики процессов обработки резанием, описанная в работах [2] и реализованная авторами указанных работ в программном комплексе 3DCUT [3, 4, 5, 6]. Блок-схема математической модели приведена на рис. 1 и содержит в своем составе 4 модуля.



**Рис.1** – Структура комплексной математической модели динамики фрезерования с учетом податливости различных компонентов технологической системы.

Главный модуль, являющийся основой применяемой методики, представляет собой алгоритм геометрического моделирования, отвечающий за описание режущих кромок инструмента, толщины срезаемого слоя и обрабатываемой поверхности детали с учетом ее изменения при срезании материала. Алгоритм геометрического моделирования, используемый в работе, построен на основе метода буфера глубины и содержит ряд модификаций [7, 13, 14]. Второй модуль представляет собой феноменологическую модель сил резания, позволяющую рассчитать значения сил резания по найденным в первом модуле геометрическим параметрам срезаемого слоя. Коэффициенты модели сил резания требуют экспериментального определения [8, 9, 12] для выбранной пары *инструмент – материал обрабатываемой детали*. Два оставшихся модуля отвечают за моделирование динамики обрабатываемой детали и режущего инструмента под действием переменных во времени сил резания. Рассчитанные значения упругих отклонений детали и инструмента передаются обратно в алгоритм геометрического моделирования на каждом шаге по времени для правильного определения взаимного положения режущих кромок инструмента и поверхности обрабатываемой детали с учетом их вибраций. Таким образом, модель оказывается замкнутой и за счет этого позволяет учитывать эффект запаздывания в динамической системе, приводящий к возбуждению нежелательных автоколебаний при определенных параметрах режима обработки.

## **2. Моделирование плоского фрезерования с учетом динамики узлов металлообрабатывающего станка**

В настоящей работе описанный выше подход к моделированию динамики процессов резания [10, 14] применяется для определения эффективных режимов обработки 3-х координатного фрезерования на станках легкого класса. Особенность задачи заключается в том, что в данном случае наибольшей динамической податливостью в системе СПИД обладают узлы металлообрабатывающего станка из-за их облегченной конструкции. Кроме того, динамические характеристики таких станков могут существенно зависеть от взаимного положения их рабочих органов, определяющего соотношения жесткостей отдельных элементов, составляющих конструкцию в целом. В качестве примера, в рамках настоящей работы, рассмотрим обработку торца пластины цилиндрической фрезой с винтовыми режущими кромками на станке модели «Beaver» («Модульная механика») [15] (Рис. 2). САД-модель в программном обеспечении SiemensNX для выбранной модели станка представлена на рис. 2. Схема обработки представлена на рис. 3. Размер  $S$  характеризует положение инструмента от края детали.

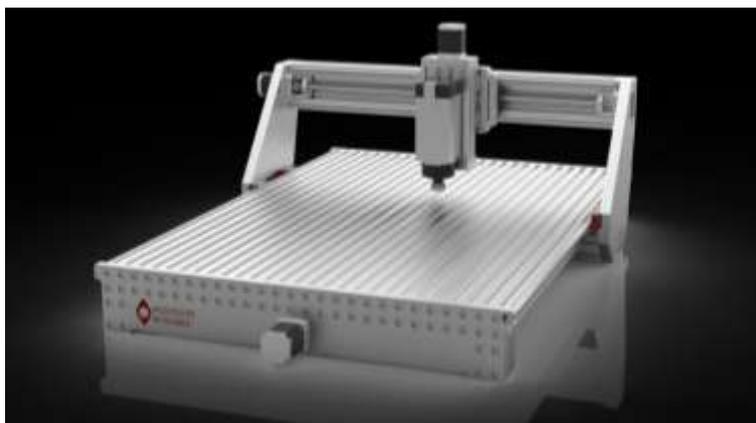


Рис. 2 – Расчетная модель станка.

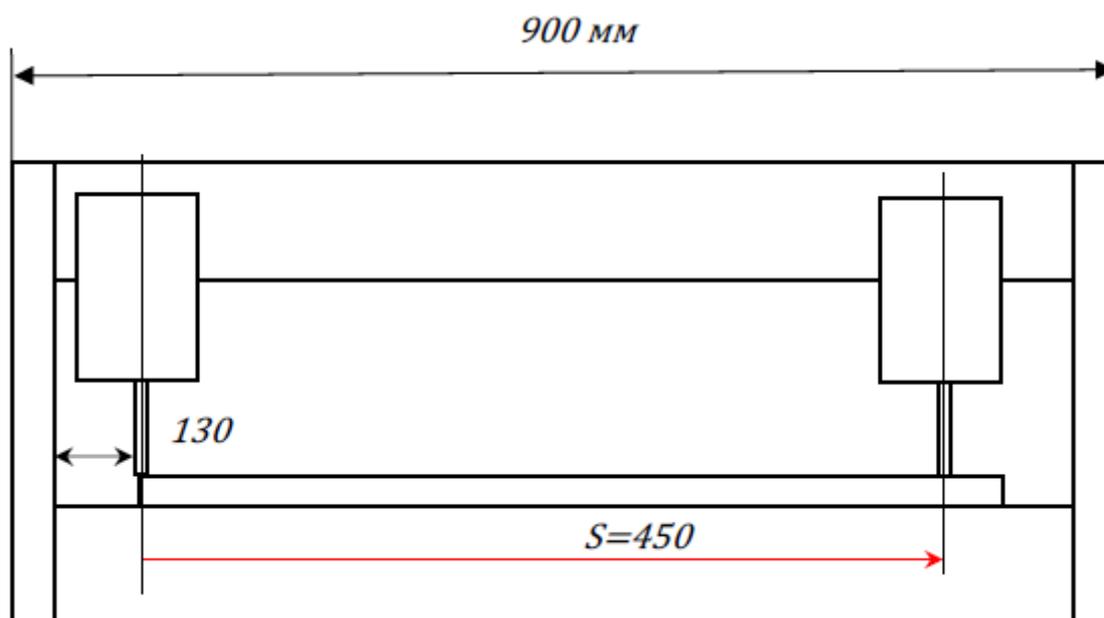
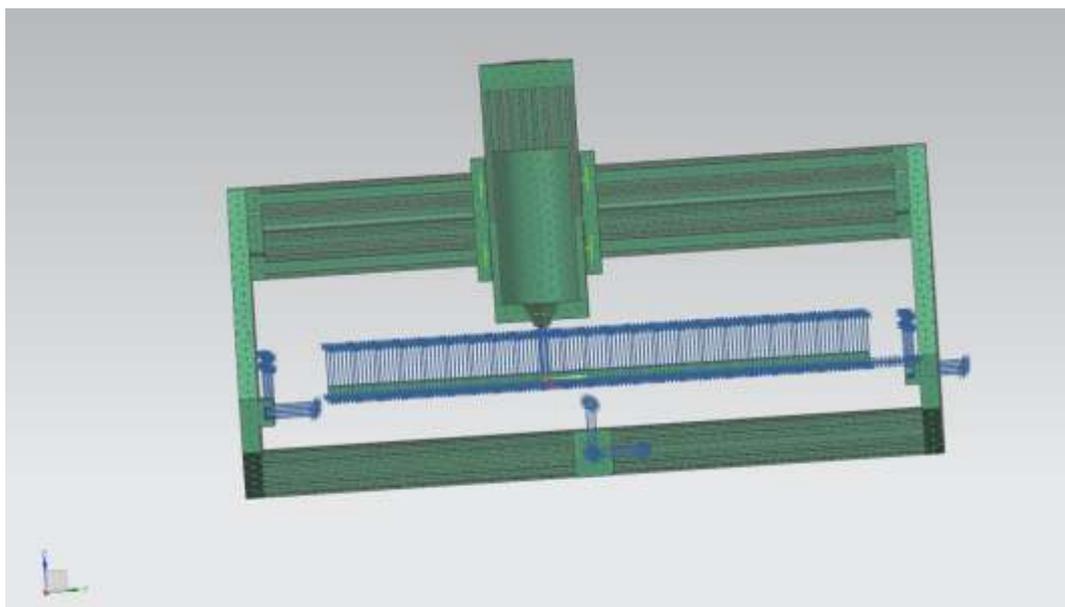


Рис. 3 Схематичное изображение станка.

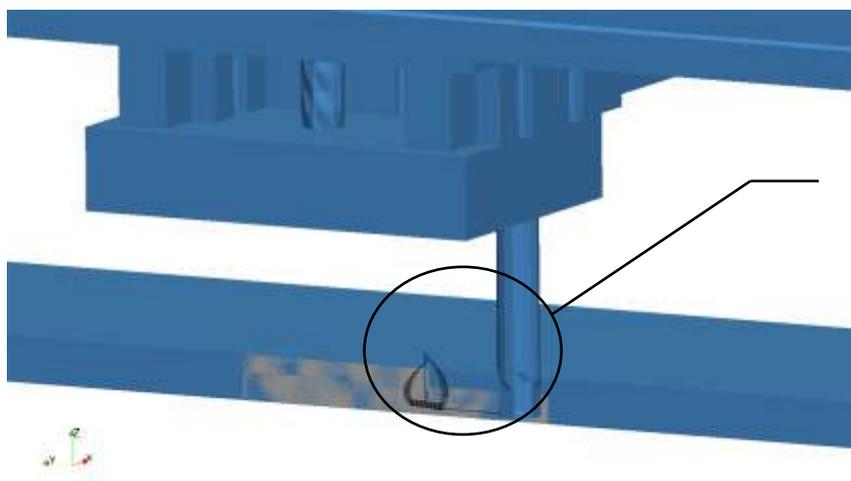
Для моделирования динамики процесса обработки была создана конечно-элементная модель наиболее податливой части конструкции станка, показанная на рис. 4. Рассматриваемая часть конструкции включает в себя подвижный П-образный портал, узел шпинделя, инструмент и заготовку, однако не включает рабочий стол, поскольку он обладает высокой жесткостью в направлении действия сил резания при обработке цилиндрическими фрезами (в плоскости стола) и поэтому может не учитываться при моделировании динамики обработки. Заготовка учитывается в конечно-элементной модели только для корректного формирования исходных данных о форме обрабатываемой поверхности для авторской программы 3DCUT, выполняющей расчет динамики обработки. Для конечно-элементной модели заданы 3 группы граничных условий: а) закрепления кареток портала по осям  $O_y$ ,  $O_z$ , с целью допустить возможность проскальзывания портала вдоль рабочего стола станка (вдоль оси  $O_x$ ); б) закрепление основания детали по всем степеням свободы;

в) закрепление по всем степеням свободы поверхности отверстия гайки шарико-винтового привода подачи вдоль оси  $Ox$  (Рис. 4).



**Рис. 4** – Расчетная модель станка.

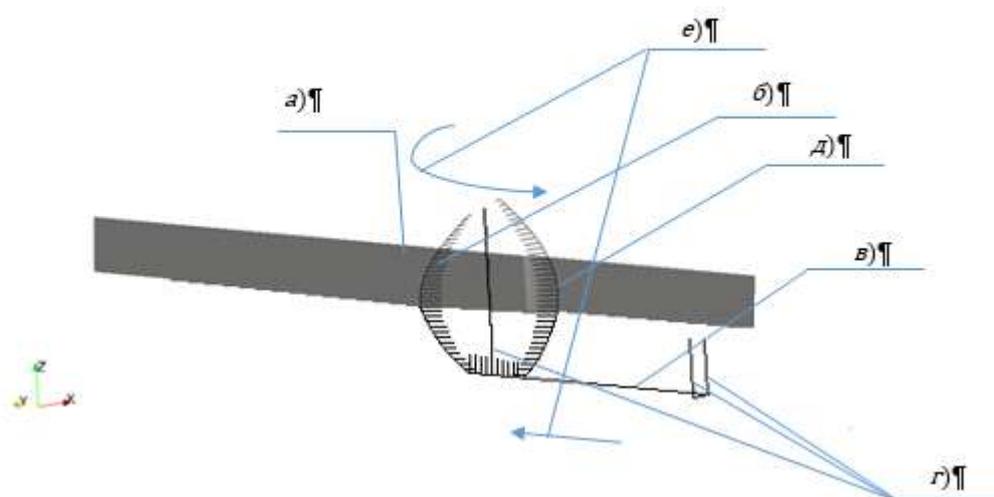
На рис. 5 и 6 представлено изображение геометрической модели процесса обработки после загрузки исходных данных в авторскую программу 3DCUT. Приведенные изображения построены в программном обеспечении Paraview [11], на основе данных сформированных в программе 3DCUT. Рис. 5 показывает зону обработки (а) на фоне контуров конечно-элементной модели заготовки, инструмента и элементов конструкции станка.



**Рис. 5** – Геометрическое отображение процесса.

На рис. 6 приведено укрупненное изображение зоны обработки (а), иллюстрирующее расчетную схему при моделировании динамики фрезерования и включающее следующие компоненты:

- a) Лучи вдоль которых определяется толщина срезаемого слоя в точках дискретизации режущей кромки;
- б) Режущая кромка;
- в) Траектория движения центра фрезы (маршрут обработки);
- г) Положения оси инструмента в трех кадрах маршрута обработки;
- д) Обрабатываемая поверхность заготовки;
- е) Направление вращения и направление подачи инструмента.



**Рис. 6** – Геометрия модели фрезы.

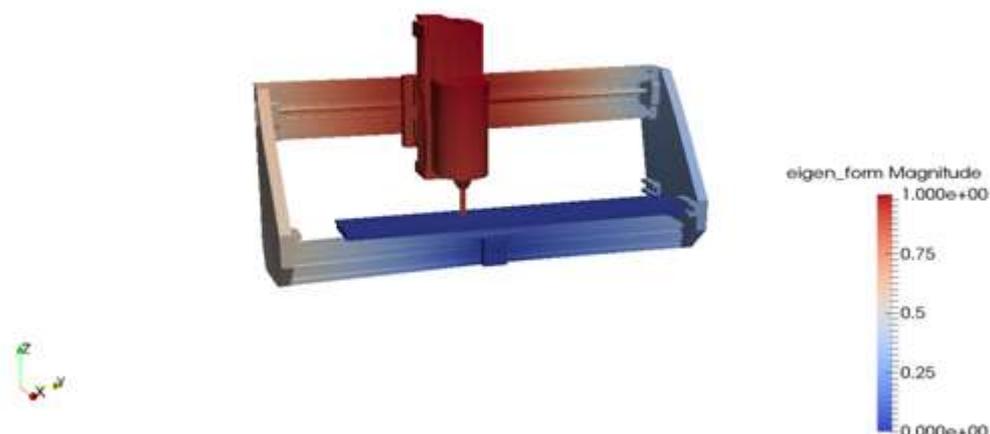
Для моделирования колебаний упругой системы станка под действием сил резания в авторской программе 3DCUT применяется метод модальной суперпозиции [], для использования которого на первом этапе необходимо определить собственные частоты и формы колебаний рассматриваемой конечно-элементной модели. В качестве примера рассмотрим конечно-элементную модель с варьируемым параметром  $S$  равным 250 мм, что соответствует положению шпинделя в середине портала. В таком положении изгибная жесткость портала в направлении оси  $Ox$  будет минимальна, что приведет к наиболее интенсивному возбуждению нежелательных автоколебаний в системе на неблагоприятных режимах обработки. Результаты расчета 10 низших собственных частот и форм колебаний для модели, представленной на рис. 4 при выбранном значении координаты  $S$ , приведены в табл. 1. При изменении положения шпинделя значения собственных частот колебаний конструкции могут существенно отличаться от приведенных в таблице 1. Например, в крайнем левом положении шпинделя, при  $S = 0$ , жесткость конструкции возрастает и низшие собственные частоты (табл. 2) имеют более высокие значения по отношению к варианту, рассмотренному выше. Таким образом, характер динамического поведения системы при обработке может существенно отличаться при изменении взаимного положения рабочих органов станка.

**Табл. 1.** Собственные частоты ( $S=250$  мм)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Собственная частота, Гц	42.30	76.01	93.26	159.7	222.69	227.56	246.26	288.25	343.78	476.86

**Таблица 2.** Собственные частоты ( $S=0$  мм)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Собственная частота, Гц	74.62	82.47	82.68	93.79	148.81	160.06	227.71	229.23	269.37	324.62



**Рис. 7** – Вторая собственная форма конструкции.

Моделирование динамики процесса обработки было выполнено в соответствии с расчетной схемой, показанной на рис. 6, для ряда режимов, отличающихся скоростью вращения инструмента. Для каждого режима в программе 3DCUT выполняется моделирование обработки малой части торца пластины вдоль оси  $Oy$  (30 мм) около выбранного положения шпинделя (координата  $S=250$  мм). В течение обработки такого участка поверхности вибрации в системе выходят на установившийся режим. Динамические характеристики модели станка в процессе моделирования обработки считаются постоянными (табл. 3) из-за малой длины участка обработки по сравнению с размерами портала. В качестве результатов моделирования для выбранных параметров режима обработки могут быть получены графики перемещений узлов конечно-элементной модели, в первую очередь узлов на оси инструмента в области резания, графики сил резания в зависимости от времени, а также форма обработанной поверхности.

**Таблица 3.** Параметры задачи

Параметр скорости начальный	$\omega_r = 0.1$	Глубина резания	$r = 0.5$ мм
Параметр скорости конечный	$\omega_r = 2.08$	Подача	$s = 0.05$ мм / зуб
Шаг параметра	0.02	Демпфирование	0.03

Для анализа зависимости характера динамического поведения системы при изменении скорости вращения шпинделя в настоящей работе выполнено построение точечного отображения Пуанкаре (Рис. 8). По оси абсцисс диаграммы Пуанкаре отложена безразмерная относительная скорость вращения фрезы (таблица 3), определяемая соотношением (1). В качестве базовой частоты для обезразмеривания выбрана 1-я собственная частота конструкции портала в положении  $S = 0 - f_r = 74.62$  Гц. По результатам моделирования динамики обработки для каждого значения  $\omega_r$  из выбранного диапазона на отображении Пуанкаре откладываются все экстремумы графика движения свободного конца инструмента на установившемся участке по времени.

$$\omega_r = \frac{f_r \cdot 60}{\omega \cdot n_t}, \quad (1)$$

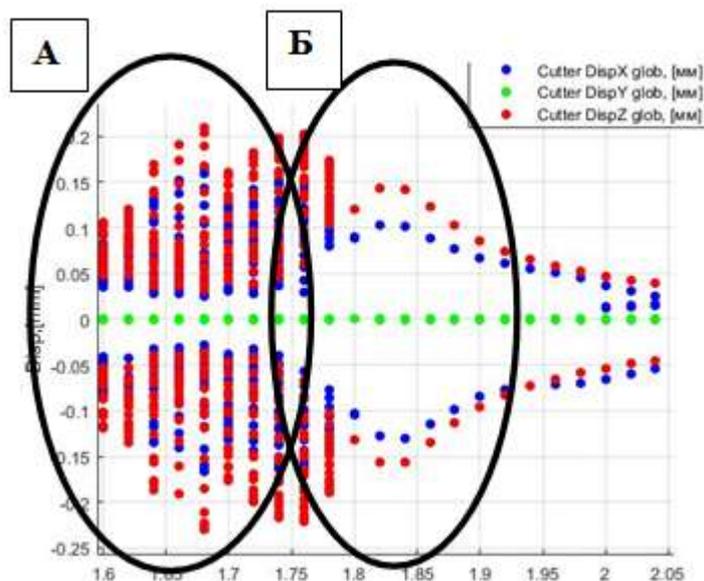
где  $f_r$ , Гц – первая резонансная частота конструкции;

$\omega$ , об/мин – скорость вращения инструмента;

$n_t$  – количество зубьев инструмента;

$\omega_r$  – относительная скорость вращения инструмента.

На рис. – 8 ярко выражены два участка с разным типом динамического поведения системы и разделены на зоны «А» и «Б» соответственно.



**Рис.8** – Отображение Пуанкаре для перемещений рабочего инструмента (увеличено).

При обработке на режимах зоны «А» в динамической системе возбуждаются автоколебания (чаттер), что влечет за собой ухудшение качества обрабатываемой поверхности, и быстрый износ инструмента. На рис. 9 (а), 10(а), 11(а) представлены графики движения свободного конца инструмента, сил резания и максимума толщины срезаемого слоя в зависимости от времени для режима с  $\omega_r = 1.54$  из зоны «А». Приведенные результаты расчета показывают, что процесс резания имеет нерегулярный характер, сопровождающийся существенным изменением толщины срезаемого слоя и сил резания от одного прохода режущей кромки к другому. Из приведенных на рис. 12 (а) спектров перемещений

видно, что в зоне режимов «А» (режим  $\omega_r = 1.54$ ) в спектре преобладают частоты близкие к собственным частотам конструкции и не кратные частоте прохождения зубьев фрезы или ее кратным гармоникам, что свидетельствует о возбуждении автоколебаний в рассматриваемой динамической системе.

Режимы из зоны «Б» сопровождаются только вынужденными колебаниями. Из рис. 9-12 (б) для режима  $\omega_r = 1.92$  следует, что происходит регулярный процесс резания. Спектр перемещений показывает чисто вынужденный характер вибраций, который не представляет опасности для качества обработки.

На рис. 13 приведены изображения обработанной поверхности для двух рассмотренных режимов обработки, построенные при помощи программ 3DCUT и Paraview [11]. При использовании режима, сопровождающегося автоколебаниями на обработанной поверхности, появляются вибрационные отметины, ухудшающие качество обработанной поверхности. Таким образом, желательно осуществлять обработку на режимах из зоны «Б».

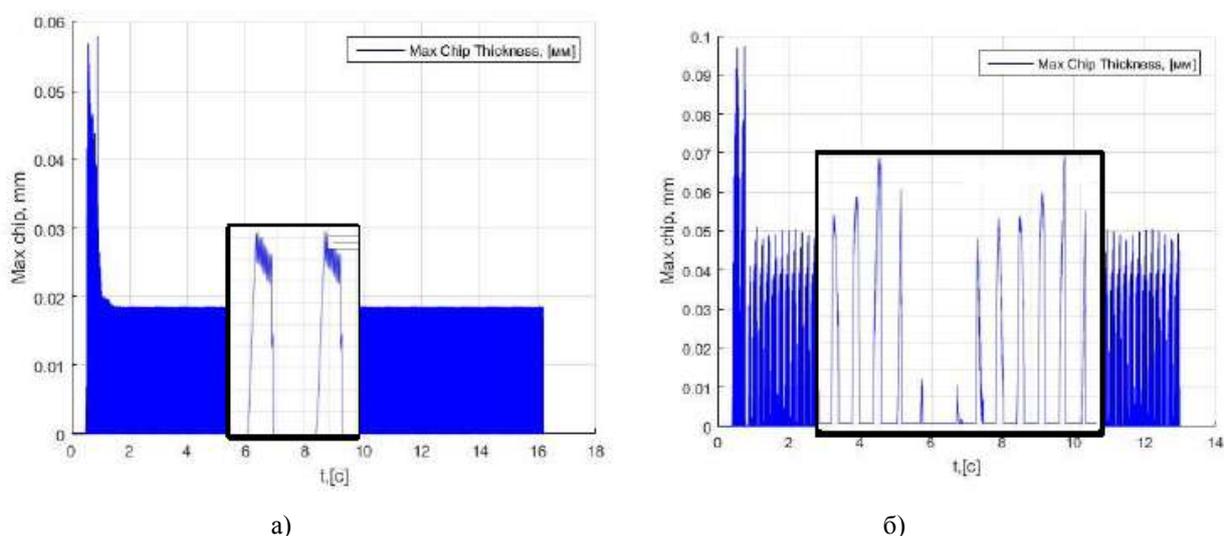


Рис. 9 – График перемещений инструмента для режима  $\omega_r = 1.92$  и график толщины срезаемого слоя для режима  $\omega_r = 1.54$  соответственно.

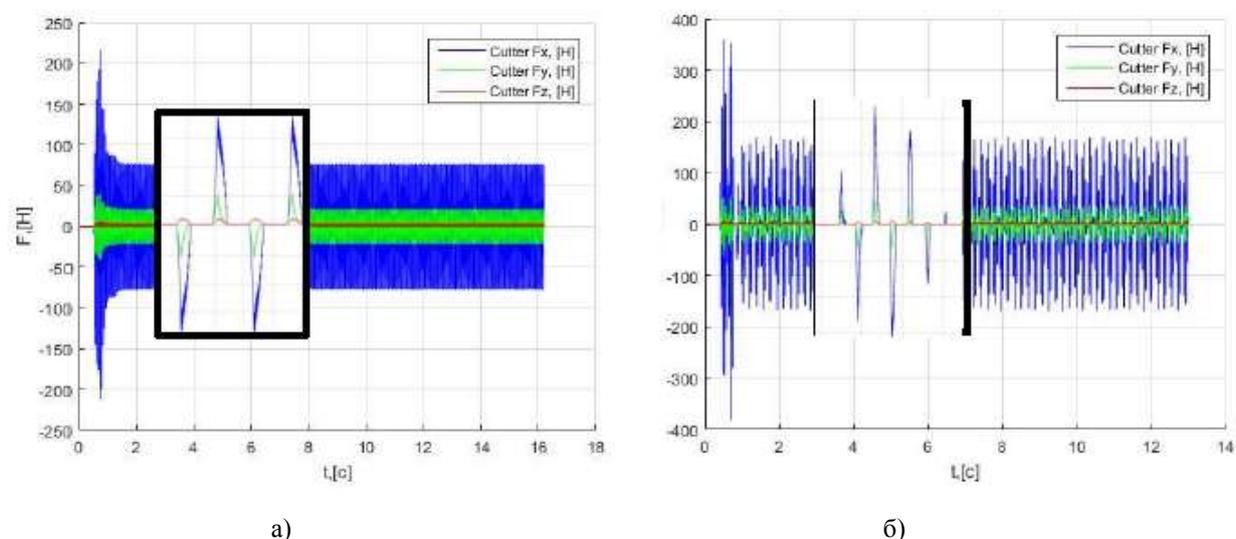
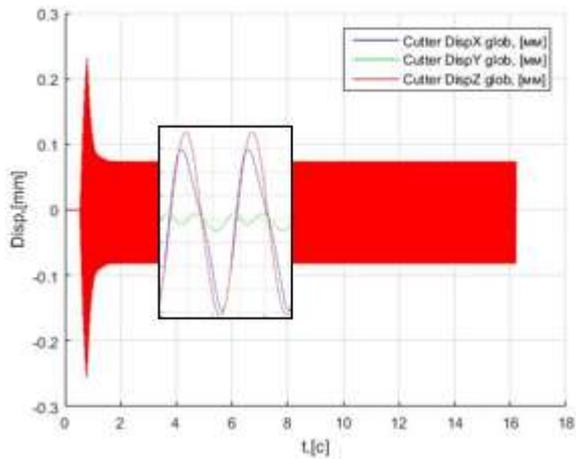
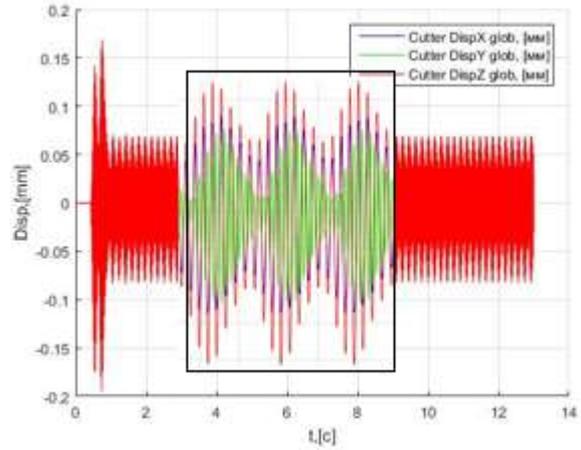


Рис.10 – График сил на инструменте для режима  $\omega_r = 1.92$  и график на инструменте для режима  $\omega_r = 1.54$  соответственно.

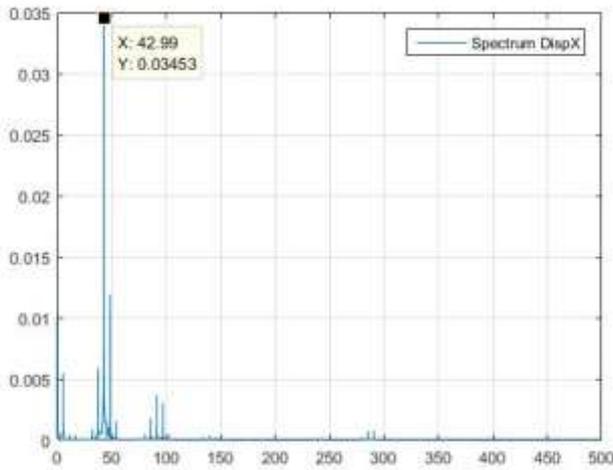


а)

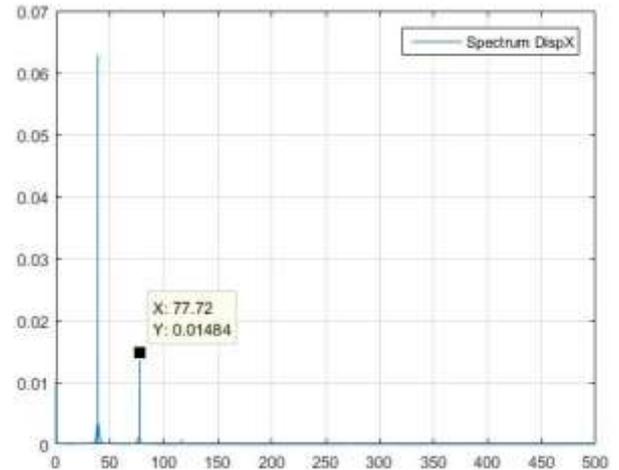


б)

**Рис. 11** – График перемещений инструмента для режима  $\omega_r = 1.92$  и график перемещений инструмента для режима  $\omega_r = 1.54$  соответственно.



а)



б)

**Рис. 12** – Спектр перемещений по оси X для режима  $\omega_r = 1.92$  и Спектр перемещений по оси X для режима  $\omega_r = 1.54$  соответственно.



а)

б)

**Рис. 13** а)-- обработанная поверхность при  $\omega_r = 1.54$  б) -- обработанная поверхность при  $\omega_r = 1.92$ .

## Заключение

Рассмотренная в статье методика моделирования процесса фрезерования с учетом динамики 3-х координатного станка легкого класса позволяет оценить характер и уровень вибраций в технологической системе в зависимости от выбранных режимов обработки за счет построения отображений Пуанкаре по результатам многовариантного моделирования. Описанный подход может быть применен при различных положениях рабочих органов станка для учета изменения его динамических характеристик с целью выбора переменных виброустойчивых режимов, способствующих повышению качества и производительности для всего маршрута обработки в целом.

## Список литературы

1. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1980. 408 с.
2. Воронов С.А. Оптимизация процесса вибрационного сверления // Труды МВТУ. Динамика и прочность машин. 1980. № 332. С. 13-25.
3. Воронов С.А., Киселев И.А. Геометрический алгоритм 3MZBL для моделирования процессов обработки резанием. Алгоритм изменения поверхности и определения толщины срезаемого слоя // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2012. № 6. С. 70-83.
4. Воронов С.А., Киселев И.А. Комплексная математическая модель динамики пространственного фрезерования податливых сложнопрофильных деталей // Проблемы механики современных машин: сб. ст. 5-ой международной НТК. Улан-Удэ. ВСГУТУ. 2012. С. 89-92.
5. Воронов С.А., Киселев И.А., Аршинов С.В. Методика применения численного моделирования динамики многокоординатного фрезерования сложнопрофильных деталей при проектировании технологического процесса // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2012. № 6. С. 50-69.
6. Budak E. Analytical Prediction of Chatter Stability Conditions for Multi-Degree of Systems in Milling - Part II: Applications // ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. 1998. Vol. 120, no.1. Pp. 31-36. DOI: [10.1115/1.2801318](https://doi.org/10.1115/1.2801318)
7. Budak E., Altintas Y. Analytical Prediction of Chatter Stability in Milling - Part I: General Formulation // ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. 1998. Vol. 120, no.1. Pp. 22-30. DOI: [10.1115/1.2801317](https://doi.org/10.1115/1.2801317)
8. Campomanes M.L., Altintas Y. An Improved Time Domain Simulation for Dynamic Milling at Small Radial Immersions // Trans. ASME. Journal of Manufacturing Science and Engineering. 2003. Vol. 125, no.3. Pp. 416-425. DOI: [10.1115/1.1580852](https://doi.org/10.1115/1.1580852)
9. Insperger, T., Stepan, G. Stability of the Milling Process // Periodica Polytechnica Mechanical Engineering. 2000. Vol. 44, №. 1. Pp. 47-57. DOI: [10.1115/1.1580852](https://doi.org/10.1115/1.1580852)
10. Ayachit, Utkarsh. The ParaView Guide: A Parallel Visualization Application, Kitware, 2015.

11. Киселев И.А. Геометрический алгоритм 3MZBL для моделирования процессов обработки резанием. Методика описания поверхности заготовки // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2012. № 6. С. 158-175.
12. Kiselev I., Voronov S. Methodic of Rational Cutting Conditions Determination for 3-D Shaped Detail Milling Based on the Process Numerical Simulation // ASME 2014 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. American Society of Mechanical Engineers. 2014. Pp. V006T10A075. DOI: [10.1115/DETC2014-34894](https://doi.org/10.1115/DETC2014-34894)
13. Kiselev I., Voronov S., Arshinov S. Multi-variant simulation of milling of 3-D shaped detail considering changing of workpiece rigidity while cutting // ASME International Design Engineering Technical Conference & Computer and Information in Engineering Conference IDETC/CIE. USA. American Society of Mechanical Engineers. 2014. Pp. V006T10A076. DOI: [10.1115/DETC2014-34896](https://doi.org/10.1115/DETC2014-34896)
14. Модульная механика. Модульная механика: веб-сайт. Режим доступа: <http://m-drives.ru/> (дата обращения 05.08.16).

## Flat Milling Process Simulation Taking into Consideration a Dependence of Dynamic Characteristics of the Machine

D.A. Zavarzin<sup>1,\*</sup>, I.A. Kiselev<sup>1</sup>,

\*[zavarzin.den@bk.ru](mailto:zavarzin.den@bk.ru)

D.L. Tsyganov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

---

**Keywords:** cutting dynamics, Chatter, finite elements, self-oscillation, the Poincare mapping, modeling

---

The milling process inherently is on/off, and therefore inevitably there is vibration excitation in the Machine/Fixture/Tool/Part (MFTP) system, which results in a different quality of the treated surface, depending on the machining conditions. The objective is to identify effective operation conditions to cut a part on the 3-way easy class machines when there is no unwanted regenerative self-oscillation, leading to a significant deterioration in the quality of the surface machined. The paper describes vibrations arising during a milling process and their effect on the surface shape and the working tool. To solve this problem we apply a numerical simulation method of cutting dynamics, which consist of 4 modules. The main module is an algorithm of the geometric simulation. The second module is a phenomenological model of the cutting forces. Two remaining modules are responsible for dynamics simulation of the part machined and the cutting tool under time-varying cutting forces. The calculated values are transferred back to the geometric modelling algorithm at each step in time. Thus, the model is closed and allows us to take into account an effect of delay in a dynamic system. A finite element machine model to perform calculation in 3DCUT software has been a selected and compiled. The paper presents geometrical mapping of the machining process and natural frequencies and shapes found for the finite element model. Conducting multivariate calculations allowed us to analyse the dependences of a dynamic behaviour of the system on changing spindle speed. The multivariate modelling results are presented as the Poincare maps for a moving free end of the tool. These Poincare maps allow us to select the operation conditions domains coming both with forced vibration and with self-excited oscillations. On the Poincaré map for two operation conditions of different domains there are graphics of the cutting forces, a thickness of the cutting layer, tool movements, and a shape of the machined surface to demonstrate differences in the dynamic behaviour of the system. A milling process modelling technique considered in the paper, taking into account a dynamics of the cutting 3-way machine of easy class allows us to estimate the nature and the level of vibration in the processing system, depending on the operation conditions selected for

machining through building the Poincaré maps based on the results of multivariate modelling. These results can be used to select the effective milling operation conditions that enhance the quality and processing performance.

## References

1. Biderman V.L. *Teoriya mekhanicheskikh kolebaniy* [Mechanical vibrations theory]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1980. 408 p. (in Russian).
2. Voronov S.A. [Vibrational drilling process optimization]. *Trudy MVTU. Dinamika i prochnost' mashin* [Proc. of the Bauman MHTU. Dynamics and machine strength]. 1980, no. 332, pp. 13-25. (in Russian).
3. Voronov S.A., Kiselev I.A. Cutting process modelling geometric algorithm 3MZBL: Algorithm of surface modification and instantaneous chip thickness determination. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie = Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Mechanical Engineering*, 2012, no. 6, pp. 70-83. (in Russian).
4. Voronov S.A., Kiselev I.A. [Complex mathematical model for spatial cutting process of geometrically complicated pliable parts]. *Problemy mekhaniki sovremennykh mashin: sb. st. 5-oy mezhdunarodnoy NTK* [Mechanical problems of modern machines: proc. 5th int. sci.-tech. conf.]. Ulan-Ude, VSGUTU, 2012, pp. 89-92. (in Russian).
5. Voronov S.A., Kiselev I.A., Arshinov S.V. Dynamics' numerical simulation application procedure of multi-axis die-milling at process design. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie = Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Mechanical Engineering*, 2012, no. 6, pp. 50-69. (in Russian).
6. Budak E. Analytical Prediction of Chatter Stability Conditions for Multi-Degree of Systems in Milling - Part II: Applications. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1998, vol. 120, no.1, pp. 31-36. DOI: [10.1115/1.2801318](https://doi.org/10.1115/1.2801318)
7. Budak E., Altintas Y. Analytical Prediction of Chatter Stability in Milling - Part I: General Formulation. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1998, vol. 120, no. 1, pp. 22-30. DOI: [10.1115/1.2801317](https://doi.org/10.1115/1.2801317)
8. Campomanes M.L., Altintas Y. An Improved Time Domain Simulation for Dynamic Milling at Small Radial Immersions. *Trans. ASME. Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2003, vol. 125, no. 3, pp. 416-422. DOI: [10.1115/1.1580852](https://doi.org/10.1115/1.1580852)
9. Insperger, T., Stepan, G. Stability of the Milling Process. *Periodica Polytechnica Mechanical Engineering*, 2000, vol. 44, no. 1, pp. 47-57. DOI: [10.1115/1.1580852](https://doi.org/10.1115/1.1580852)
10. Ayachit, Utkarsh. *The ParaView Guide: A Parallel Visualization Application*, Kitware. 2015.
11. Kiselev I.A. Cutting process modelling geometric algorithm 3MZBL: working surface description approach. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie = Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Mechanical Engineering*, 2012, no. 6, pp. 158-175.

12. Kiselev I., Voronov S. Methodic of Rational Cutting Conditions Determination for 3-D Shaped Detail Milling Based on the Process Numerical Simulation. *ASME 2014 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. American Society of Mechanical Engineers, 2014, pp. V006T10A075. DOI: [10.1115/DETC2014-34894](https://doi.org/10.1115/DETC2014-34894)
13. Kiselev I., Voronov S., Arshinov S. Multi-variant simulation of milling of 3-D shaped detail considering changing of workpiece rigidity while cutting. *ASME International Design Engineering Technical Conference & Computer and Information in Engineering Conference IDETC/CIE*. USA. American Society of Mechanical Engineers, 2014, pp. V006T10A076. DOI: [10.1115/DETC2014-34896](https://doi.org/10.1115/DETC2014-34896)
14. *Modul'naya mekhanika* [Modular mechanics]. Modul'naya mekhanika: website. Available at: <http://m-drives.ru/> (accessed 05.08.16).