

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Kristijan Ruklić

ZAGREB, 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

## ZAVRŠNI RAD

ANALIZA STATIČKE STABILNOSTI I RAVNOTEŽNOG  
LETA ULTRA-LAKOG ZRAKOPLOVA

Mentor:  
izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Student:  
Kristijan Ruklić

ZAGREB, 2017.

*Ovom prilikom htio bih se zahvaliti izv. prof. dr. sc. Milanu Vrdoljaku na stručnoj pomoći, strpljenju i savjetima tijekom izrade ovog završnog rada. Također se zahvaljujem svojim roditeljima na podršci tijekom studiranja.*

## **Izjava**

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći se navedenom literaturom te vlastitim stečenim znanjem za vrijeme studija zrakoplovstva, na Fakultetu strojarstva i brodogradnje.

Zagreb, ožujak 2017.

Kristijan Ruklić



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **KRISTIJAN RUKLIĆ** Mat. br.: 0035192686

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza statičke stabilnosti i ravnotežnog leta ultra-lakog zrakoplova**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Static Stability and Trim Analysis for Ultra-Light Aircraft**

Opis zadatka:

Analiza uzdužne statičke stabilnosti nužna je prilikom projektiranja zrakoplova kao i kod provedbe postupka njegove certifikacije. Analizom ravnotežnog leta ostvaruje se uvid u mogućnosti uporabe zrakoplova, potrebnih otklona kormila visine u različitim uvjetima leta te s obzirom na varijante tereta. Pored toga, rezultat analize stabilnosti i ravnotežnog leta je određivanje granica položaja središta mase.

Kod ultra-lakih zrakoplova varijante tereta su ograničene i uglavnom se odnose na prisutnost jednog putnika i manje količine korisnog tereta.

U okviru završnog rada potrebno je:

- prikazati geometrijske značajke promatranog ultra-lakog zrakoplova,
- procijeniti aerodinamičke koeficijente normalne sile i momenta propinjanja,
- procijeniti maksimalni koeficijent normalne sile krila,
- analizirati uzdužnu statičku stabilnost zrakoplova,
- analizirati ravnotežni let za različite uvjete leta i kombinacije tereta.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
30. studenog 2016.

Rok predaje rada:  
**1. rok:** 24. veljače 2017.  
**2. rok (izvanredni):** 28. lipnja 2017.  
**3. rok:** 22. rujna 2017.

Predviđeni datumi obrane:  
**1. rok:** 27.2. - 03.03. 2017.  
**2. rok (izvanredni):** 30. 06. 2017.  
**3. rok:** 25.9. - 29. 09. 2017.

Zadatak zadao:

Izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Ivica Smojver

# Sadržaj

Sadržaj	v
Popis slika	vii
Popis tablica	viii
Popis oznaka	ix
Sažetak	xiii
Summary	xiv
<b>1. Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2. Podaci i geometrijske karakteristike ultra-lakog zrakoplova</b>	<b>3</b>
2.1. Krilo . . . . .	5
2.2. Tijelo . . . . .	6
2.3. Horizontalni rep . . . . .	7
2.4. Zrakoplov . . . . .	8
<b>3. Normalna sila i moment propinjanja</b>	<b>11</b>
3.1. Krilo . . . . .	11
3.2. Tijelo . . . . .	13
3.3. Savijanje struje . . . . .	14
3.4. Horizontalni rep . . . . .	14

3.5. Stacionarni koeficijent normalne sile i momenta propinjanja . . . . .	16
<b>4. Maksimalni koeficijent normalne sile krila</b>	<b>19</b>
<b>5. Uzdužna statička stabilnost zrakoplova</b>	<b>21</b>
5.1. Provjera statičke stabilnosti . . . . .	22
5.2. Neutralna točka . . . . .	22
<b>6. Ravnotežni let za različite uvjete leta i kombinacije tereta</b>	<b>24</b>
6.1. Utjecaj brzine leta . . . . .	25
6.2. Utjecaj promjene visine leta . . . . .	25
6.3. Utjecaj postavnog kuta krila i horizontalnog repa . . . . .	27
6.4. Utjecaj mase zrakoplova . . . . .	28
6.5. Utjecaj položaja središta mase . . . . .	31
<b>7. Zaključak</b>	<b>34</b>
<b>Literatura</b>	<b>36</b>

# Popis slika

2.1	Originalni zrakoplov Zlin XII . . . . .	3
2.2	Dimenzije usvojenog ultra-lakog zrakoplova Z-XII . . . . .	4
2.3	Tetiva na osi simetrije . . . . .	8
3.1	Dijagram promjene koeficijenta normalne sile i momenta propinjanja ovisno o napadnom kutu i otklonu kormila visine . . . . .	18
6.1	Promjena brzine u ovisnosti od napadnog kuta i otklona kormila visine za promatranu visinu i različite položaje središta mase . . . . .	26
6.2	Promjena visine u ovisnosti od napadnog kuta i otklona kormila visine za promatranu brzinu i različite položaje središta mase . . . . .	27
6.3	Promjena visine u ovisnosti od napadnog kuta i otklona kormila visine za promatranu minimalnu brzinu i različite položaje središta mase . . . . .	28
6.4	Promjena postavnog kuta krila u ovisnosti o napadnom kutu i otklonu kormila visine . . . . .	29
6.5	Promjena postavnog kuta horizontalnog repa u ovisnosti o napadnom kutu i otklonu kormila visine . . . . .	30
6.6	Promjena ukupne mase u ovisnosti o napadnom kutu i otklonu kormila visine . . . . .	31
6.7	Promjena položaja težišta u ovisnosti o napadnom kutu i otklonu kormila visine za brzinu krstarenja . . . . .	32
6.8	Promjena položaja težišta u ovisnosti o napadnom kutu i otklonu kormila visine za minimalnu brzinu . . . . .	33



# Popis tablica

2.1	Karakteristike profila krila . . . . .	5
2.2	Kut strijele za različite položaje na tetivi krila . . . . .	6
2.3	Karakteristike profila horizontalnog repa . . . . .	7
5.1	Stacionarni koeficijenti momenta propinjanja za prednji i stražnji položaj središta mase . . . . .	22
6.1	Konfiguracije zrakoplova i položaji središta mase . . . . .	25
6.2	Ravnotežni napadni kutevi i otkloni kormila visine prema slici 6.6 . . . .	30

# Popis oznaka

$A$	vitkost krila sa pod-trupnim dijelom, [-]	9
$A_B$	granica malih i velikih vitkosti, [-]	19
$A_h$	vitkost horizontalnog repa, [-]	7
$A_W$	vitkost krila, [-]	5
$a$	brzina zvuka, [m/s]	11
$b$	raspon krila sa pod-trupnim dijelom, [m]	9
$b_h$	raspon horizontalnog repa, [m]	7
$b_W$	raspon krila bez pod-trupnog dijela, [m]	5
$c_0$	duljina tetive na osi simetrije zrakoplova, [m]	9
$c_A$	aerodinamička tetiva, [m]	9
$c_{AW}$	aerodinamička tetiva noseće površine, [m]	5
$c_h$	aerodinamička tetiva horizontalnog repa, [m]	14
$c_{rh}$	duljina korijenske tetive horizontalnog repa, [m]	7
$c_{th}$	duljina vršne tetive horizontalnog repa, [m]	7
$c_{rW}$	duljina korijenske tetive, [m]	5
$c_{tW}$	duljina vršne tetive, [m]	6
$c_{l\alpha}$	gradijent koeficijenta sile uzgona profila, [-]	6
$C_{lmax}$	maksimalni koeficijent uzgona profila ovisan o $\bar{t}$ , [-]	19
$C_{Lmax}$	koeficijent maksimalnog uzgona krila, [-]	19
$\Delta C_{lmax}$	korekcija maksimalnog uzgona krila za $Ma$ , [-]	19
$(C_{N\alpha})_W$	gradijent uzgona normalne sile krila, [-]	12
$(C_N)_{BW}$	koeficijent normalne sile kombinacije krilo-tijelo, [-]	13

$(C_{N\alpha})_h$	gradijent koeficijenta normalne sile horizontalnog repa, [-]	16
$(C_{N\delta})_h$	gradijent koeficijenta normalne sile na horizontalnom repu zbog otklona kormila visine, [-]	16
$(C_N)_{hB}$	koeficijent normalne sile kombinacije horizontalni rep-tijelo, [-]	17
$C_N$	ukupni koeficijent normalne sile zrakoplova, [-]	17
$(C_{m0})_W$	spreg krila, [-]	13
$(c_{m0})_{pr}$	spreg profila, [-]	13
$(C_m)_{BW}$	koeficijent momenta propinjanja kombinacije krilo-tijelo, [-]	13
$(C_m)_B$	koeficijent momenta od normalne sile tijela, [-]	13
$C_m$	ukupni koeficijent momenta propinjanja zrakoplova, [-]	17
$(C_m)_{hB}$	koeficijent momenta propinjanja kombinacije horizontalni rep-tijelo, [-]	17
$\bar{d}$	odnos promjera trupa i raspone sa pod-trupnim dijelom, [-]	6
$d_e$	promjer trupa na pod-trupnom dijelu, [m]	6
$\bar{d}_h$	odnos promjera trupa i raspona kod 1/4 tetive horizontalnog repa, [-]	6
$d_h$	promjer trupa kod 1/4 tetive horizontalnog repa, [m]	6
$f_{L/l}$	koeficijent proporcionalnosti ovisan o $\Lambda_{LE}$ i $\Delta_Y$ , [-]	19
$h$	vertikalna udaljenost horizontalnog repa od krila, [m]	7
$h_h$	udaljenost između aerodinamičkog ishodišta krila i aerodinamičkog ishodišta horizontalnog repa, [m]	8
$\bar{h}_m$	položaj središta mase u odnosu na aerodinamičku tetivu krila sa pod-trupnim dijelom, [-]	9
$h_m$	udaljenost središta mase od aerodinamičkog ishodišta, [m]	9
$h_{c\alpha}$	hvatište gradijenta normalne sile $(C_{N\alpha})_h$ , [-]	16
$\bar{h}_{c\delta}$	hvatište upravljačke sile u odnosu na srednju aerodinamički tetivu, na udaljenosti od aerodinamičkog ishodišta zrakoplova, [-]	17
$\bar{h}_n$	položaj neutralne točke u odnosu na srednju aerodinamički tetivu, [-]	17
$k_{Bh}$	koeficijent interferencije otklonjenje konfiguracije horizontalnog repa, [-]	16
$k_{BW}$	koeficijent interferencije otklonjene konfiguracije krila, [-]	12
$K_A$	koeficijent utjecaja vitkosti krila, [-]	14
$K_{Bh}$	koeficijent interferencije planarne konfiguracije horizontalnog repa, [-]	16
$K_{BW}$	koeficijent interferencije planarne konfiguracije krila, [-]	12
$K_f$	koeficijent utjecaja udaljenosti napadne točke krila od vrha prema ukupnoj duljini	

	tijela, [-] . . . . .	13
$K_H$	koeficijent utjecaja položaja horizontalnog repa u odnosu na krilo, [-] . . . . .	14
$K_\Lambda$	koeficijent utjecaja suženja krila, [-] . . . . .	14
$l_0$	udaljenost napadnog ruba krila u korijenu, odnosno na osi simetrije od vrha zrakoplova, [m] . . . . .	9
$l_{0h}$	udaljenost napadne ivice horizontalnog repa od vrha zrakoplova, [m] . . . . .	8
$l_{0W}$	udaljenost napadnog ruba krila od vrha zrakoplova, [m] . . . . .	6
$l_A$	udaljenost aerodinamičkog ishodišta krila sa pod-trupnim dijelom od vrha zrakoplova, [m] . . . . .	9
$l_{AW}$	udaljenost aerodinamičkog ishodišta krila od vrha zrakoplova, [m] . . . . .	6
$l_{ch} - l_{cW}$	razlika udaljenosti hvatišta normalne sile horizontalnog repa i krila, [m] . . . . .	14
$l_{cW}$	udaljenost hvatišta normalne sile od vrha zrakoplova, [m] . . . . .	13
$l_h$	udaljenost aerodinamičkog ishodišta horizontalnog repa od vrha zrakoplova, [m] . . . . .	8
$l_m$	udaljenost središta mase od vrha zrakoplova, [m] . . . . .	10
$L_f$	ukupna duljina trupa, [m] . . . . .	13
$Ma$	Machov broj, [-] . . . . .	11
$S_h$	površina horizontalnog repa, [m <sup>2</sup> ] . . . . .	7
$S_{ref}$	površina krila sa pod-trupnim dijelom, [m <sup>2</sup> ] . . . . .	9
$S_W$	površina krila, [m <sup>2</sup> ] . . . . .	5
$V$	brzina, [m/s] . . . . .	11
$x_A$	aerodinamička apscisa krila sa pod-trupnim dijelom, [m] . . . . .	9
$x_h$	aerodinamička apscisa horizontalnog repa, [m] . . . . .	8
$x_{AW}$	aerodinamička apscisa, [m] . . . . .	6
$\bar{x}_t$	položaj maksimalne debljine profila u odnosu na srednju aerodinamičku tetivu, [-] . . . . .	6
$\bar{x}_{1/4}$	položaj točaka četvrtine krila u odnosu na srednju aerodinamičku tetivu krila, [-] . . . . .	6
$\bar{x}_{0.02}$	položaj kuta nulte strijele i polovice tetive horizontalnog repa u odnosu na srednju aerodinamičku tetivu krila, [-] . . . . .	6
$x_1$	udaljenost između tetive na osi simetrije i korijenske tetive na napadnom rubu, [m] . . . . .	9
$x_2$	udaljenost između tetive na osi simetrije i korijenske tetive na izlaznom rubu, [m] . . . . .	

$\alpha_0$	napadni kut nultog uzgona, [°] . . . . .	6
$\alpha_{max}$	napadni kut maksimalnog uzgona, [°] . . . . .	20
$\Delta \alpha_{max}$	prirast maksimalnog uzgona, [°] . . . . .	20
$\alpha_{ef}$	ekvivalentni napadni kut krila, [rad] . . . . .	12
$\alpha_h$	napadni kut na horizontalnom repu, [rad] . . . . .	16
$\beta$	koeficijent stlačivosti, [-] . . . . .	11
$d\epsilon/d\alpha$	povijanje struje, [-] . . . . .	14
$\eta_h$	gubitak dinamičkog tlaka horizontalnog repa, [-] . . . . .	14
$\lambda$	suženje krila sa pod-trupnim dijelom, [-] . . . . .	9
$\lambda_h$	suženje horizontalnog repa, [-] . . . . .	7
$\lambda_W$	suženje krila, [-] . . . . .	5
$\Lambda_{1/4}$	kut strijele geometrijskog mjesta točaka 25% tetive krila, [°] . . . . .	6
$\Lambda_{0.52}$	kut strijele na 52% tetive horizontalnog repa, [°] . . . . .	8
$\Lambda_{c/2}$	kut strijele na polovice tetive krila, [°] . . . . .	6
$\Lambda_{LE}$	kut strijele napadne ivice krila, [°] . . . . .	6
$\Lambda_{HLh}$	kut strijele osi otklona kormila dubine, [°] . . . . .	8
$\Lambda_t$	kut strijele maksimalne debljine krila, [°] . . . . .	6
$\Lambda_{TE}$	kut izlaznog ruba krila, [°] . . . . .	6
$\Lambda_{c/2h}$	kut strijele na polovici tetive horizontalnog repa, [°] . . . . .	8
$\Lambda_{LEh}$	kut strijele napadne ivice horizontalnog repa, [°] . . . . .	7

# Sažetak

Cilj ovog završnog rada je analizirati uzdužnu statičku stabilnost i ravnotežni let ultra-lakog zrakoplova za različite uvjete leta. Analizom se ostvaruje uvid u dio mogućnosti uporabe zrakoplova. Ultra-laki zrakoplov, koji se razmatra, predstavlja repliku zrakoplova Zlin XII. Nakon definirane geometrije, određeni su ukupni stacionarni koeficijenti normalne sile i momenta propinjanja čime je određen aerodinamički model. Određivanjem koeficijenata, omogućena je provjera statičke stabilnosti i analiza ravnotežnog leta. Osim toga, napravljena je procjena maksimalnog koeficijenta sile uzgona i maksimalnog napadnog kuta krila.

**Ključne riječi:** uzdužna statička stabilnost, ravnotežni let, stacionarni koeficijenti normalne sile i momenta propinjanja, maksimalni koeficijent sile uzgona krila, ultra-laki zrakoplov

# Summary

The aim of this thesis is to analyze the longitudinal static stability and trimmed flight of ultra-light aircraft for different flight conditions. The analysis gives us better insight into some possibilities of the aircraft. Ultra-light aircraft, which is being considered, is a replica of the aircraft Zlin XII. After the geometry of the aircraft is defined, a total steady normal force and pitching moment coefficients are determined. This defined aerodynamic model for this work. Determined coefficients allows verification of static stability and trim analysis. In addition, the maximum lift coefficient and maximum angle of attack of wing is also determined.

**Keywords:** static stability, trimmed flight, stationary lift and pitching moment coefficients, maximum lift coefficient of wing, ultra-light aircraft

# 1 | Uvod

Tema ovog rada je analiza uzdužne statičke stabilnosti i ravnotežnog leta ultra-lakog zrakoplova nalik na zrakoplov Zlin XII. Zrakoplov Zlin XII je sportski, dvosjedni zrakoplov koji je konstruirala češka tvrtka Zlin iz Otrokovica sredinom 30-tih godina 20. stoljeća i s kojim se probila na međunarodno zrakoplovno tržište. Iako je njegova proizvodnja davno prestala, ovaj je zrakoplov aktualan zbog njegove izrade u samogradnji, s određenim izmjenama u odnosu na original. Zrakoplov, koji je temelj ove analize, je u određenoj mjeri replika originalnog primjerka s nekolicinom izvršenih preinaka u vidu drugačijih dimenzija i zamjene konvencionalnog podvozja sa tipom tricikl. Kako se zapravo radi o novom zrakoplovu, u samogradnji, ovakva analiza pokazala bi da zrakoplov može ostvariti ravnotežni let u očekivanom području brzina i visina leta.

Rad je podijeljen u nekoliko dijelova, pa tako započinje s prikazom geometrije zrakoplova, od kojih su neke mjere poznate i dobivene od izvršitelja radova replike, dok su neke, zbog nepotpunosti informacija izvršitelja, preuzete sa originalne konstrukcije. Nakon izvršenog prikaza geometrije, prema literaturi [1], biti će napravljen izračun ukupne normalne sile i koeficijenta momenta propinjanja. Normalna sila i moment propinjanja od motora, u ovome radu, nisu uzeti u obzir jer se pretpostavlja da će njihov utjecaj na konačnu izvedbu zrakoplova biti vrlo malen.

Na temelju određenih koeficijenata normalne sile i momenta propinjanja, moći će se izvršiti analiza ravnotežnog leta i uzdužne statičke stabilnosti zrakoplova. Ono što će se analizirati su utjecaj položaja središta mase, promjena brzine i visine leta te utjecaj postavnog kuta krila i horizontalnog repa na otklon kormila visine i ravnotežnog napadnog kuta. Osim toga, ispitati će se zadovoljenje uvjeta statičke stabilnosti i odrediti

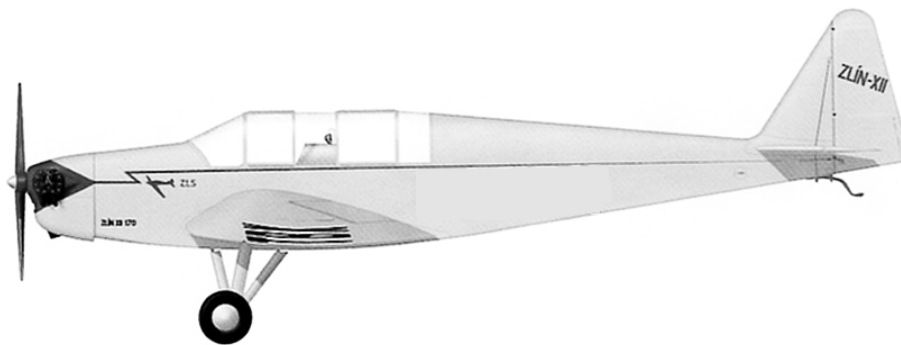


položaj neutralne točke.

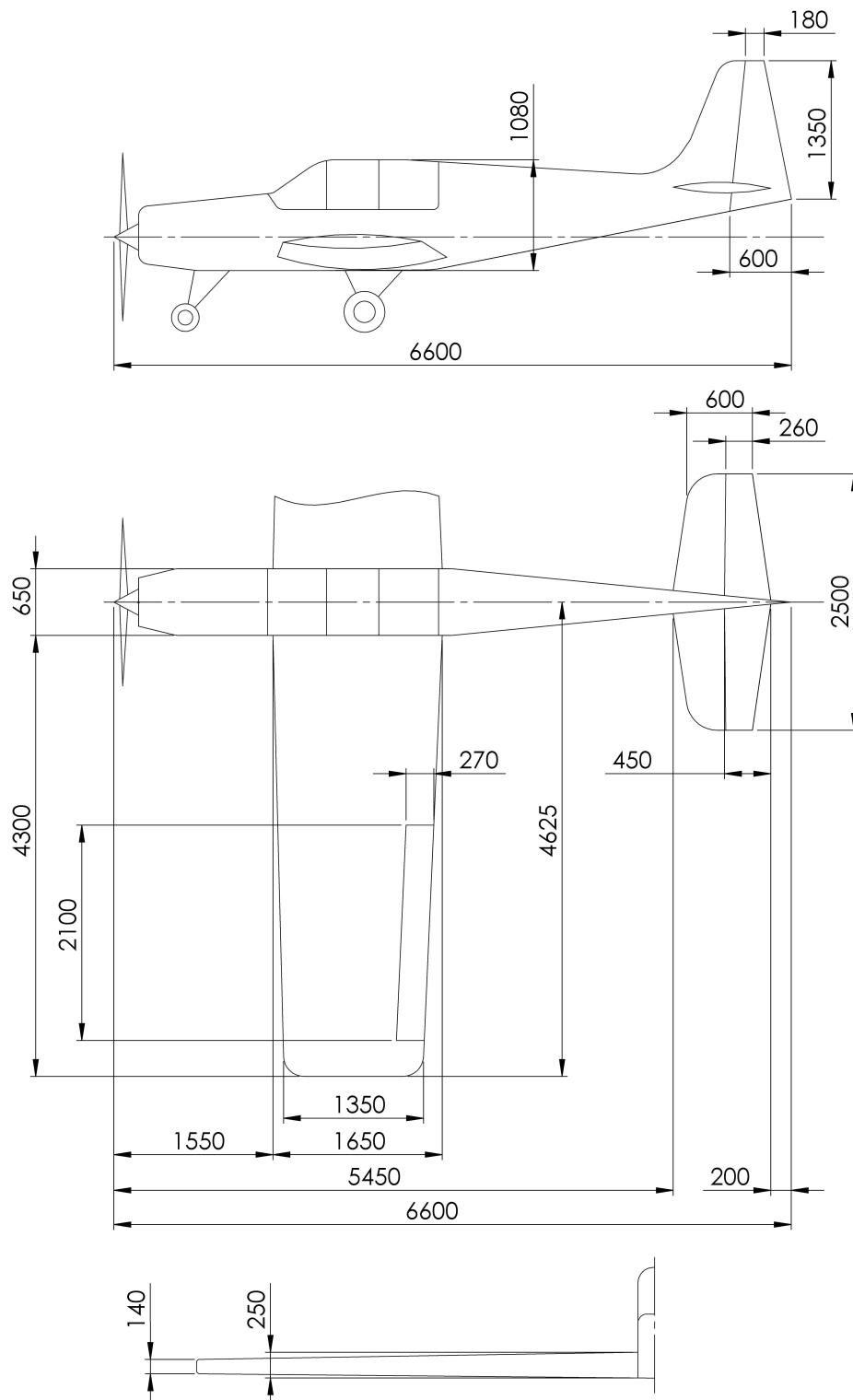
I na kraju, napraviti će se procjena maksimalnog koeficijenta sile uzgona i maksimalnog napadnog kuta krila čime će se ostvariti uvid u mogućnosti napravljenog krila.

## 2 Podaci i geometrijske karakteristike ultra-lakog zrakoplova

Promatrani zrakoplov po konturi i samom obliku odgovara zrakoplovu ZLIN XII, slika 2.1, ali s tom razlikom što ovaj zrakoplov ima manje dimenzije u odnosu na originalni zrakoplov. Osim smanjenih dimenzija, vizualno se razlikuje u postavi konfiguracije podvozja, ali ono nam kao takvo za ovu analizu nije ni potrebno. Slika 2.2 prikazuje dimenzije usvojenog zrakoplova, kojeg ćemo nazvati Z-XII.



Slika 2.1: Originalni zrakoplov Zlin XII



Slika 2.2: Dimenzije usvojenog ultra-lakog zrakoplova Z-XII

## 2.1. Krilo

Profil krila promatranog zrakoplova je Clark Y, koji prema literaturi [2], ima karakteristike dane u tablici 2.1..

Tablica 2.1: Karakteristike profila krila

profil	Clark Y
$\bar{t}$	0.117
$\bar{x}_t$	0.28
$c_{l\alpha}$	5.44
$\alpha_0$	$-2.558^\circ$

Suženje krila iznosi

$$\lambda_W = \frac{c_{tW}}{c_{rW}} = \frac{1.35}{1.65} = 0.8182. \quad (2.1)$$

Površina dvaju polu-krila

$$S_W = 2 \frac{c_{rW} + c_{tW}}{2} \frac{b_W}{2} = 2 \frac{1.65 + 1.35}{2} \frac{8.6}{2} = 12.9 \text{ m}^2. \quad (2.2)$$

Vitkost krila je

$$A_W = \frac{b_W^2}{S_W} = \frac{8.65^2}{12.9} = 5.7333. \quad (2.3)$$

Aerodinamička tetiva noseće površine

$$c_{AW} = \frac{4}{3} \frac{S_W}{b_W} \left(1 - \frac{\lambda_W}{(\lambda_W + 1)^2}\right) = \frac{4}{3} \frac{12.9}{8.6} \left(1 - \frac{0.8182}{(0.8182 + 1)^2}\right) = 1.505 \text{ m}. \quad (2.4)$$

Kut strijele maksimalne debljine krila, na zrakoplovu, je poznat i on iznosi  $\Lambda_t = 0$  [°], pa poznavajući tu vrijednost možemo doći do kuta strijele napadnog ruba krila, a ono, prema formuli (2.5), iznosi:

$$\tan(\Lambda_t) = \tan(\Lambda_{LE}) - \bar{x}_t \frac{c_{rW} - c_{tW}}{\frac{b_W}{2}}, \quad (2.5)$$

$$0 = \tan(\Lambda_{LE}) - 0.28 \frac{1.65 - 1.35}{\frac{8.6}{2}}, \quad (2.6)$$

$$\Lambda_{LE} = 1.12^\circ.$$

Na isti način smo odredili i ostale potrebne kuteve koji su prikazani u tablici 2.2.

Tablica 2.2: Kut strijele za različite položaje na tetivi krila

$\Lambda_{1/4}$	$0.12^\circ$
$\Lambda_{c/2}$	$-0.88^\circ$
$\Lambda_{TE}$	$-2.88^\circ$

Aerodinamička apscisa, odnosno srednja udaljenost napadnog ruba krila od osi  $y$ , iznosi

$$x_{AW} = b_W \frac{1 + 2\lambda_W}{6(1 + \lambda_W)} \tan(\Lambda_{LE}) = 8.6 \frac{1 + 2 \cdot 0.8182}{6(1 + 0.8182)} \tan(1.12^\circ) = 0.0406 \text{ m}. \quad (2.7)$$

Konačno, uz poznatu udaljenost napadnog ruba krila od vrha zrakoplova, koja iznosi  $l_{0W}=1.55$  m, udaljenost aerodinamičkog ishodišta krila od vrha zrakoplova je

$$l_{AW} = l_{0W} + x_{AW} = 1.55 + 0.0406 = 1.5906 \text{ m}. \quad (2.8)$$

## 2.2. Tijelo

Odnos promjera trupa i raspona sa pod-trupnim dijelom je

$$\bar{d} = \frac{d_e}{b} = \frac{0.65}{9.25} = 0.0703. \quad (2.9)$$

Odnos promjera trupa, na mjestu 1/4 tetive horizontalnog repa, i raspona repa

$$\bar{d}_h = \frac{d_h}{b_h} = \frac{0.211}{2.5} = 0.084. \quad (2.10)$$

## 2.3. Horizontalni rep

Horizontalni rep ima simetričan NACA profil serije 4, koji ima karakteristike dane u tablici 2.3, a koji su preuzeti iz literature [3]. Osim toga horizontalni rep je iznad površine krila za visinu  $h=0.657$  m.

Tablica 2.3: Karakteristike profila horizontalnog repa

profil	NACA 0009
$\bar{t}$	0.09
$\bar{x}_t$	0.30
$c_{l\alpha}$	6.09

Suženje horizontalnog repa je

$$\lambda_h = \frac{c_{th}}{c_{rh}} = \frac{0.60}{0.95} = 0.6316. \quad (2.11)$$

Korisna površina repa

$$S_h = 2 \frac{c_{rh} + c_{th}}{2} \frac{b_h}{2} = 2 \frac{0.95 + 0.60}{2} \frac{2.5}{2} = 1.774 \text{ m}^2. \quad (2.12)$$

Vitkost horizontalnog repa

$$A_h = \frac{b_h^2}{S_h} = \frac{2.289^2}{1.774} = 2.954. \quad (2.13)$$

Uz poznati kut strijele na 52% tetive horizontalnog repa, koji iznosi  $\Lambda_{0.52}=0^\circ$ , možemo izračunati kut strijele na polovici tetive, prema formuli 2.14, i on iznosi:

$$\tan(\Lambda_{0.52}) = \tan(\Lambda_{c/2h}) - \bar{x}_{0.02} \frac{c_{rh} - c_{th}}{\frac{b_h}{2}}, \quad (2.14)$$

$$0 = \tan(\Lambda_{c/2h}) - 0.02 \frac{0.95 - 0.45}{\frac{2.5}{2}}, \quad (2.15)$$

$$\Lambda_{c/2h}=0.61^\circ.$$

Na isti način možemo doći do kuta strijele osi otklona kormila visine pa ono iznosi

$$\Lambda_{HLh} = -0.2^\circ$$

Aerodinamička apscisa, odnosno srednja udaljenost napadnog ruba horizontalnog repa od osi y je

$$x_h = b_h \frac{1 + 2\lambda_h}{6(1 + \lambda_h)} \tan(\Lambda_{LEh}) = 2.5 \frac{1 + 2 \cdot 0.6316}{6 \cdot (1 + 0.6316)} \tan(8.56^\circ) = 0.045 \text{ m.} \quad (2.16)$$

Udaljenost aerodinamičkog ishodišta horizontalnog repa od vrha zrakoplova, uz udaljenost napadnog ruba horizontalnog repa od vrha zrakoplova,  $l_{0h} = 5.45$  m, je

$$l_h = l_{0h} + x_h = 5.45 + 0.045 = 5.495 \text{ m.} \quad (2.17)$$

Udaljenost između aerodinamičkog ishodišta krila i aerodinamičkog ishodišta horizontalnog repa:

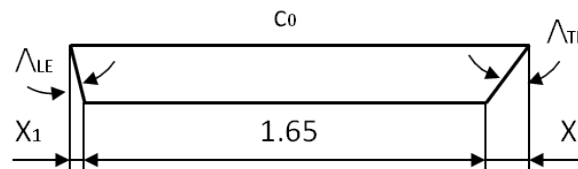
$$h_h = l_h - l_{AW} = 5.495 - 1.591 = 3.904 \text{ m.} \quad (2.18)$$

I na kraju, za izračun normalne sile horizontalnog repa, treba nam omjer koliki postotak tetive repa zauzima kormilo dubine. Taj podatak nam je poznat i iznosi

$$\frac{c_\delta}{c} = 0.45.$$

## 2.4. Zrakoplov

Za proračun krila sa pod-trupnim dijelom, biti će nam potrebna duljina tetive krila  $c_0$  na osi simetrije, prema slici 2.3. Budući da nam je poznata duljina korijenske tetive  $c_{rW} = 1.65$  m i kutevi napadne i izlazne ivice,  $\Lambda_{LE}$  i  $\Lambda_{TL}$ , postupkom u nastavku možemo doći do  $c_0$ .



Slika 2.3: Tetiva na osi simetrije

Duljina tetive na osi simetrije zrakoplova

$$c_0 = x_1 + x_2 + c_r = 0.0064 + 0.0163 + 1.65 = 1.673 \text{ m.} \quad (2.19)$$

Udaljenost napadnog ruba krila u korijenu, odnosno na osi simetrije, od vrha zrakoplova je

$$l_0 = l_{0W} - x_1 = 1.55 - 0.0064 = 1.544 \text{ m.} \quad (2.20)$$

Površina krila sa pod-trupnim dijelom

$$S_{ref} = 2 \frac{c_0 + c_{tW}}{2} \frac{b}{2} = 2 \frac{1.673 + 1.35}{2} \frac{9.25}{2} = 13.98 \text{ m}^2. \quad (2.21)$$

Suženje krila

$$\lambda = \frac{c_{tW}}{c_0} = \frac{1.35}{1.673} = 0.8071. \quad (2.22)$$

Aerodinamička apscisa, odnosno srednja udaljenost napadnog ruba krila od osi y, je

$$x_A = b \frac{1 + 2\lambda}{6(1 + \lambda)} \tan(\Lambda_{LE}) = 9.25 \frac{1 + 2 \cdot 0.8071}{6 \cdot (1 + 0.8071)} \tan(1.12^\circ) = 0.044 \text{ m.} \quad (2.23)$$

Aerodinamička tetiva iznosi

$$c_A = \frac{4}{3} \frac{S_{ref}}{b} \left(1 - \frac{\lambda}{(\lambda + 1)^2}\right) = \frac{4}{3} \frac{13.98}{9.25} \left(1 - \frac{0.8071}{(0.8071 + 1)^2}\right) = 1.517 \text{ m.} \quad (2.24)$$

Udaljenost aerodinamičkog ishodišta od vrha zrakoplova

$$l_A = l_0 + x_A = 1.544 + 0.0436 = 1.5876 \text{ m.} \quad (2.25)$$

Vitkost krila sa pod-trupnim dijelom

$$A = \frac{b^2}{S_{ref}} = \frac{9.25^2}{13.98} = 6.12. \quad (2.26)$$

Prednji položaj središta mase u odnosu na aerodinamičku tetivu krila sa pod-trupnim dijelom

$$\bar{h}_m = 0.28.$$

Udaljenost središta mase od aerodinamičkog ishodišta

$$h_m = \bar{h}_m \cdot c_A = 0.425 \text{ m.} \quad (2.27)$$



Udaljenost središta mase od vrha zrakoplova

$$l_m = l_A + h_m = 1.5876 + 0.425 = 2.012 \text{ m.} \quad (2.28)$$

Ovo je bio primjer određivanja položaja središta mase u odnosu na neku referentnu točku. Na isti način bi odredili i ostale položaje središta mase kada dođe do njegovog pomicanja.

# 3 Normalna sila i moment propinjanja

Poznavajući sve podatke i geometrijske karakteristike ultra-lakog zrakoplova, možemo doći do ukupnog stacionarnog koeficijenta normalne sile i momenta propinjanja. Postupak dobivanja koeficijenata slijedi u nastavku.

## 3.1. Krilo

Za izračun gradijenta krila potrebni su nam koeficijenti stlačivosti  $\beta$  i koeficijent iskorištenja profila. Pri brzini leta  $V=37.5$  m/s, prosječnoj brzini krstarenja, Machov broj je

$$Ma = \frac{V}{a} = \frac{37.5}{340} = 0.110, \quad (3.1)$$

te je koeficijent stlačivosti

$$\beta = \sqrt{1 - Ma^2} = \sqrt{1 - 0.110^2} = 0.994. \quad (3.2)$$

Gradijent koeficijenta sile uzgona profila Clark Y, prema literaturi [2], je  $c_{l\alpha}=5.44$ , s kutom nultog uzgona  $\alpha_0=-2.558^\circ$ .

Za usporedbu, pomoću panelne metode, napravljena je analiza profila Clark Y. Prema poznatim geometrijskim točkama navedenim u literaturi [4], izvršena je procjena napadnog kuta nultog uzgona  $\alpha_0$  i koeficijenta sile uzgona  $c_{l\alpha}$ . Panelna metoda provedena je prema postupku navedenom u literaturi [5]. Dobiveni su sljedeći rezultati:

$$\alpha_0 = -3.051^\circ,$$

$$c_{l\alpha} = 6.85.$$

Budući da je ovaj zrakoplov napravljen u samogradnji, moguća su odstupanja samog profila krila. Zbog toga će se tokom daljne analize koristiti manje vrijednosti koeficijenta sile uzgona  $c_{l\alpha}$  i kuta nultog uzgona  $\alpha_0$  kako bi se uzela u obzir mogućnost pogreške, iako ona, realno, ne mora postojati.

Koristeći gradijent koeficijenta sile uzgona profila  $c_{l\alpha}=5.44$  i uz poznatu strijelu na polovici tetive,  $\Lambda_{c/2}=-0.88^\circ$ , gradijent uzgona normalne sile krila je

$$\begin{aligned} (C_{N\alpha})_W &= \frac{2A_W\pi}{2 + \sqrt{4 + \left(\frac{2A_W\pi}{c_{l\alpha}}\right)^2 \left(1 + \frac{\tan(\Lambda_{c/2})^2}{\beta^2}\right)}} = \\ &= \frac{2 \cdot 5.733 \cdot \pi}{2 + \sqrt{4 + \left(\frac{2 \cdot 5.733 \cdot \pi}{5.44}\right)^2 \left(1 + \frac{\tan(-0.88^\circ)^2}{0.994^2}\right)}} = 4.041. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Za određivanje položaja hvatišta sile  $(C_{L\alpha})_W\alpha$ , prema literaturi [6], za krila vitkosti veće od 5 i kuta strijele manje od  $35^\circ$ , hvatište normalne sile je  $\bar{h}_c=0.25$ .

Vrijednost koeficijenta interferencije planarne konfiguracije krilo-tijelo

$$K_{BW} = 1 + 3\bar{d} - \lambda_W\bar{d}(1 - \bar{d}) = 1 + 3 \cdot 0.0703 - 0.8182 \cdot 0.0703(1 - 0.0703) = 1.1574. \quad (3.4)$$

Vrijednost koeficijenta interferencije otklonjene konfiguracije krilo-tijelo

$$k_{BW} = \left(\frac{1 + 0.41\bar{d}}{1 + \bar{d}}\right)^2 K_{BW} = \left(\frac{1 + 0.41 \cdot 0.0703}{1 + 0.0703}\right)^2 1.1574 = 1.069. \quad (3.5)$$

Budući da je krilo ne-uvijeno, kut nultog uzgona profila  $\alpha_0$  biti će jednak kutu nultog uzgona krila. Uz  $\alpha_0$  i koeficijente interferencije, te postavnog kuta krila  $i_W$  kao varijable, ekvivalentni napadni kut krila je

$$\begin{aligned} \alpha_{ef} &= K_{BW}\alpha + k_{BW}(i_W - \alpha_0) = 1.1574\alpha + 1.069 \left(i_W - \left(-2.558^\circ \cdot \frac{\pi}{180}\right)\right) = \\ &= 1.1574\alpha + 1.069 i_W + 0.0477. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Pa je koeficijent normalne sile kombinacije krilo-tijelo

$$\begin{aligned} (C_N)_{BW} &= (C_{N\alpha}) \frac{S_W}{S_{ref}} \alpha_{ef} = 4.041 \frac{12.9}{13.98} (1.1574\alpha + 1.069i_W + 0.0477) = \\ &= 4.316\alpha + 3.986i_W + 0.1779. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Moment propinjanja profila Clark Y je  $(c_{m0})_{pr} = -0.061$ , te je spreg krila sveden na referentnu površinu:

$$\begin{aligned} (C_{m0})_W &= (c_{m0})_{pr} \frac{A_W \cos(\Lambda_m)}{A_W + 2 \cos(\Lambda_m)} \frac{S_W}{S_{ref}} = -0.061 \frac{5.733 \cos(-0.88^\circ)}{5.733 + 2 \cos(-0.88^\circ)} \frac{12.9}{13.98} = \\ &= -0.0417. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Koeficijent momenta propinjanja kombinacije krilo-tijelo za središte mase koje je udaljeno  $\bar{h}_m$  od aerodinamičkog ishodišta biti će

$$\begin{aligned} (C_m)_{BW} &= (C_{m0})_W - (C_N)_{BW} (\bar{h}_c - \bar{h}_m) = \\ &= -0.0417 - (4.316\alpha + 3.986i_W + 0.1779) (0.25 - \bar{h}_m) = \\ &= -(1.079 - 4.316\bar{h}_m)\alpha - (0.9965 - 3.986\bar{h}_m)i_w - 0.0417 + 0.1779\bar{h}_m. \end{aligned} \quad (3.9)$$

## 3.2. Tijelo

Oblik tijela je takav da možemo zanemariti rezultirajuću normalnu silu, ali moramo uzeti u obzir spreg od normalne sile prednjeg i zadnjeg dijela.

Za relativni položaj krila na tijelu

$$\frac{l_{cW}}{L_f} = \frac{l_{0W} + c_A \bar{h}_c}{L_f} = \frac{1.55 + 1.505 \cdot 0.25}{6.6} = 0.292, \quad (3.10)$$

prema literaturi [1], na strani 4-9, s dijagrama 5, očitavamo da je  $K_f = 0.56$ . Poznavajući koeficijent koji ovisi o odnosu udaljenosti napadne točke krila od vrha prema ukupnoj duljini tijela  $K_f$ , možemo prema sljedećoj jednadžbi odrediti koliki je taj koeficijent momenta od normalne sile prednjeg i zadnjeg dijela tijela.

$$(C_m)_B = \frac{K_f d_e^2 L_f}{c_A S_{ref}} \alpha = \frac{0.56 \cdot 0.65^2 \cdot 6.6}{1.505 \cdot 13.98} \alpha = 0.075\alpha. \quad (3.11)$$

### 3.3. Savijanje struje

Koeficijent ovisan o vitkosti krila

$$K_A = \frac{1}{A} - \frac{1}{1 + A^{1.7}} = \frac{1}{6.12} - \frac{1}{1 + 6.12^{1.7}} = 0.1195. \quad (3.12)$$

Koeficijent ovisan o suženju krila

$$K_\lambda = \frac{10 - 3\lambda_W}{7} = \frac{10 - 3 \cdot 0.8182}{7} = 1.078. \quad (3.13)$$

Aerodinamička tetiva horizontalnog repa iznosi

$$c_h = \frac{4}{3} \frac{S_h}{b_h} \left(1 - \frac{\lambda_h}{(\lambda_h + 1)^2}\right) = \frac{4}{3} \frac{7.09}{6.87} \left(1 - \frac{0.6316}{(0.6316 + 1)^2}\right) = 0.788 \text{ m}. \quad (3.14)$$

Razlika udaljenosti hvatišta normalne sile horizontalnog repa i krila je

$$l_{ch} - l_{cW} = l_h + \frac{c_h}{4} - \left(l_A + \frac{c_A}{4}\right) = 5.495 + \frac{0.788}{4} - \left(1.5906 + \frac{1.505}{4}\right) = 3.725 \text{ m}. \quad (3.15)$$

Koeficijent koji ovisi o položaju horizontalnog repa u odnosu na krilo

$$K_H = \frac{1 - \frac{h}{b}}{\sqrt[3]{\frac{l_{ch} - l_{cW}}{b/2}}} = \frac{1 - \frac{0.657}{9.25}}{\sqrt[3]{\frac{3.725}{9.25/2}}} = 0.999. \quad (3.16)$$

Kut strijele na 1/4 tetive horizontalnog repa  $\Lambda_{1/4}=0.12^\circ$ , pa je povijanje struje iza kombinacije krila

$$\begin{aligned} \frac{d\epsilon}{d\alpha} &= 4.44 \left( K_A K_\lambda K_H \sqrt{\cos(\Lambda_{1/4})} \right)^{1.19} = \\ &= 4.44 \left( 0.1195 \cdot 1.078 \cdot 0.999 \cdot \sqrt{\cos(0.12^\circ)} \right)^{1.19} = 0.3867. \end{aligned} \quad (3.17)$$

### 3.4. Horizontalni rep

Za proračun gradijenta normalne sile po napadnom kutu, trebati će nam veličina  $\beta$ :

$$\beta = \sqrt{1 - \eta_h Ma^2} = \sqrt{1 - 0.98 \cdot 0.110^2} = 0.994. \quad (3.18)$$

Napadni kut na horizontalnom repu je

$$\begin{aligned}\alpha_h &= \alpha - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \alpha_{ef} = \alpha - 0.3867 (1.1574\alpha + 1.069i_W - 0.0477) = \\ &= 0.5524\alpha - 0.4134i_W - 0.0185. \quad (3.19)\end{aligned}$$

Gradijent koeficijenta normalne sile horizontalnog repa:

$$\begin{aligned}(C_{N\alpha})_h &= \frac{2A_h\pi}{2 + \sqrt{4 + \left(\frac{2A_h\pi}{c_{l\alpha h}}\right)^2 \left(1 + \frac{\tan(\Lambda_{ch/2})^2}{\beta^2}\right)}} = \\ &= \frac{2 \cdot 2.954 \cdot \pi}{2 + \sqrt{4 + \left(\frac{2 \cdot 2.954 \cdot \pi}{6.09}\right)^2 \left(1 + \frac{\tan(0.61^\circ)^2}{0.994^2}\right)}} = 3.287. \quad (3.20)\end{aligned}$$

Hvatište gradijenta normalne sile  $(C_{N\alpha})_h \delta_m$  nalazi se na udaljenosti od aerodinamičkog središta horizontalnog repa

$$h_{c\alpha} = h_h + 0.23 c_{Ah} = 3.904 + 0.23 \cdot 0.788 = 4.086 \text{ m}. \quad (3.21)$$

Položaj hvatišta u odnosu na srednju aerodinamičku tetivu

$$\bar{h}_{c\alpha} = \frac{h_{ch}}{c_A} = \frac{4.086}{1.505} = 2.715. \quad (3.22)$$

Vrijednost koeficijenta interferencije planarne konfiguracije horizontalni rep-tijelo:

$$K_{Bh} = 1 + 3\bar{d}_h - \lambda_h \bar{d}_h (1 - \bar{d}_h) = 1 + 3 \cdot 0.084 - 0.6316 \cdot 0.084 (1 - 0.084) = 1.204 \quad (3.23)$$

Vrijednost koeficijenta interferencije otklonjene konfiguracije horizontalni rep-tijelo:

$$k_{Bh} = \left(\frac{1 + 0.41\bar{d}}{1 + \bar{d}}\right)^2 K_{Bh} = \left(\frac{1 + 0.41 \cdot 0.084}{1 + 0.084}\right)^2 1.204 = 1.096. \quad (3.24)$$

Kad je upravljačka površina po cijelom rasponu noseće površine, onda je  $S_\delta/S_h=1$ . Za  $c_\delta/c=0.45$  i  $t/c=0.09$ , prema literaturi [1], na strani 2-15, sa dijagrama 14, očitavamo  $(c_{l\delta})=5.25$ . Poznajući sve navedene podatke, gradijent normalne sile na horizontalnom repu zbog otklona kormila visine određujemo prema formuli i on iznosi

$$\begin{aligned}(C_{N\delta})_h &= 0.9 \frac{S_\delta}{S_h} \left(\frac{C_{N\alpha}}{c_{l\alpha}}\right) (C_{l\delta})_{pr} \cos(\Lambda_{HL}) K_f = \\ &= 0.9 \cdot 1 \cdot \frac{3.287}{6.09} \cdot 5.25 \cdot \cos(-0.2^\circ) \cdot K_F = 2.55K_f. \quad (3.25)\end{aligned}$$

S ovim vrijednostima, koeficijent normalne sile kombinacije horizontalni rep-tijelo, uz postavni kut horizontalnog repa kao varijable, biti će

$$\begin{aligned}
 (C_N)_{hB} &= \eta_h \eta_{slot} \frac{S_h}{S_{ref}} \left( (C_{N\alpha})_h (K_{Bh}\alpha_h + k_{Bh}i_h) + (C_{N\delta})_h \delta_m \right) = \\
 &= 0.98 \cdot 0.85 \cdot \frac{1.774}{13.98} \left( 3.287 \left( 1.204 \cdot (0.5524\alpha - 0.4134i_W - 0.0185) + 1.0963i_h \right) + 2.55K_f \right) = \\
 &= 0.2312\alpha - 0.173i_W - 0.0077 + 0.3809i_h + 0.2695K_f. \quad (3.26)
 \end{aligned}$$

Hvatište upravljačke sile u odnosu na srednju aerodinamičku tetivu, na udaljenosti od aerodinamičkog ishodišta zrakoplova

$$\bar{h}_{c\delta} = \frac{h_h + c_h \frac{x_c}{c}}{c_A} = \frac{3.904 + 0.23 \cdot 0.788}{1.505} = 2.715. \quad (3.27)$$

Koeficijent momenta propinjanja horizontalnog repa za središte mase na udaljenosti  $h_m$  od aerodinamičkog središta letjelice ima

$$\begin{aligned}
 (C_m)_{hB} &= - \left( (C_{N\alpha})\alpha + C_{N0} \right) (\bar{h}_{c\alpha} - \bar{h}_m) - (C_{N\delta})K_f(\bar{h}_{c\delta} - \bar{h}_m) = \\
 &= - \left( 0.2312\alpha - 0.173i_W - 0.0077 + 0.3809i_h \right) (2.715 - \bar{h}_m) - \\
 &\quad - 0.2695K_f\delta_m (2.715 - \bar{h}_m) = \\
 &= -(0.6277 - 0.2312\bar{h}_m)\alpha + (0.4697 - 0.173\bar{h}_m)i_W - (0.7317 - 0.2695\bar{h}_m)K_f\delta_m \\
 &\quad - (1.034 - 0.3809\bar{h}_m)i_h + (0.0209 - 0.0077\bar{h}_m). \quad (3.28)
 \end{aligned}$$

### 3.5. Stacionarni koeficijent normalne sile i momenta propinjanja

Sada, kada imamo sve koeficijente normalne sile od kombinacije krilo-tijelo i horizontalni rep-tijelo, možemo odrediti ukupni koeficijent normalne sile.

$$C_N = (C_N)_{WB} + (C_N)_{hB} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned}
 C_N &= (4.316\alpha + 3.986i_W + 0.1779) + (0.2312\alpha - 0.173i_W - \\
 &\quad - 0.0077 + 0.3809i_h + 0.2695K_f\delta_m) \quad (3.30)
 \end{aligned}$$

$$C_N = 4.5462\alpha + 0.2695K_f\delta_m + 3.813i_W + 0.3809i_h + 0.1702 \quad (3.31)$$

Ukupni stacionarni koeficijent momenta propinjanja biti će

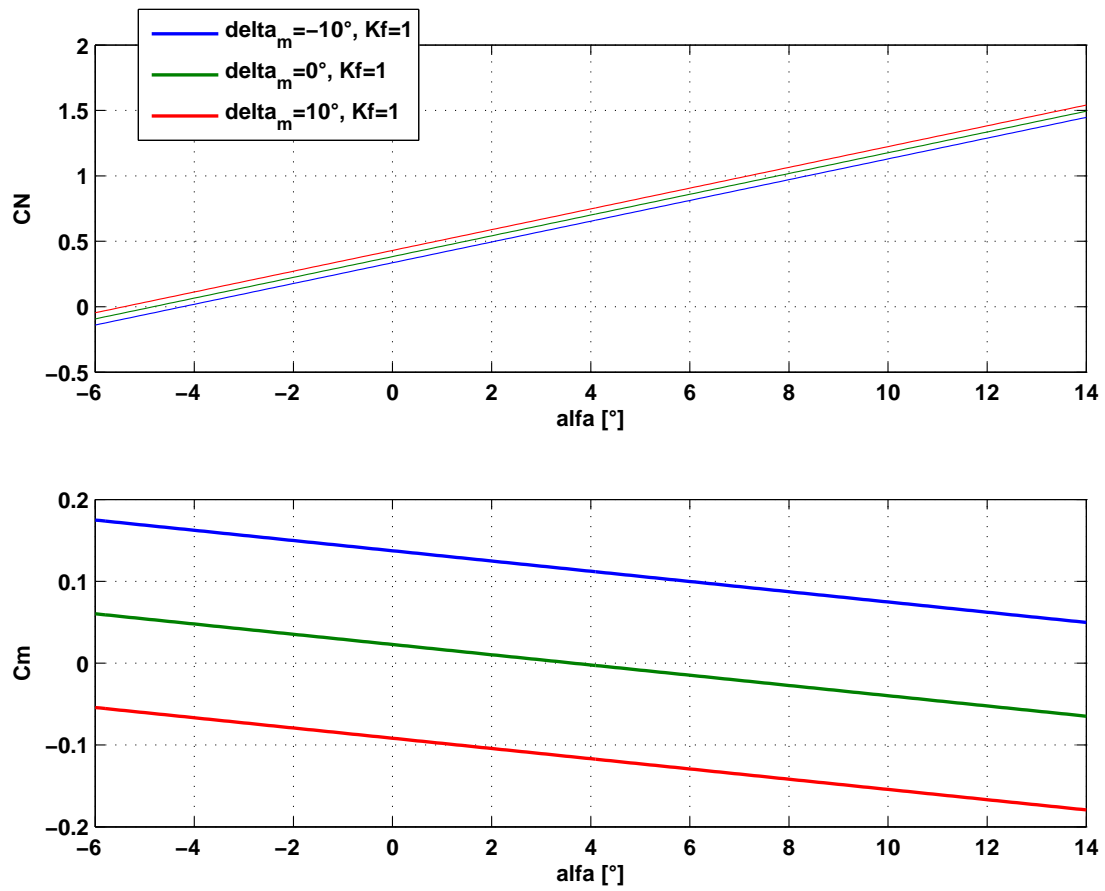
$$C_m = (C_m)_{WB} + (C_m)_B + (C_m)_{hB}, \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} C_m = & -(1.079 - 4.316\bar{h}_m)\alpha - (0.9965 - 3.986\bar{h}_m)i_W - 0.0417 + 0.1779\bar{h}_m + \\ & + 0.075\alpha - (0.6277 - 0.2312\bar{h}_m)\alpha + (0.4697 - 0.173\bar{h}_m)i_W - \\ & - (0.7317 - 0.2695\bar{h}_m)K_f\delta_m - (1.0341 - 0.3809\bar{h}_m)i_h + (0.0209 - 0.0077\bar{h}_m), \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} C_m = & -(1.6317 - 4.5472\bar{h}_m)\alpha - (0.5268 - 3.813\bar{h}_m)i_W - \\ & - (0.7317 - 0.2695\bar{h}_m)K_f\delta_m - (1.0341 - 0.3809\bar{h}_m)i_h - 0.0208 + 0.1702\bar{h}_m. \end{aligned} \quad (3.34)$$

S određenim koeficijentima normalne sile i momenta propinjanja, možemo izvršiti prikaz u ovisnosti o napadnom kutu, s postavljenim kutom krila  $i_W=3^\circ$ , postavnim kutom horizontalnog repa  $i_h=2^\circ$ , položajem središta mase  $\bar{h}_m=0.28$  i otklonom kormila visine u intervalu  $-10^\circ < \delta_m < 10^\circ$ .





Slika 3.1: Dijagram promjene koeficijenata normalne sile i momenta propinjanja ovisno o napadnom kutu i otklonu kormila visine

## 4 | Maksimalni koeficijent normalne sile krila

U ovom poglavlju, izvršiti ćemo procjenu maksimalnog koeficijenta uzgona krila  $C_{Lmax}$  i napadnog kuta  $\alpha_{max}$ . Za suženje krila  $\lambda_W=0.8182$ , prema literaturi [1], određujemo koeficijent  $C_1$  koji će nam biti potreban za daljni proračun. Vrijednost tog koeficijenta je  $C_1=0.05$ . Osim toga, poznavajući vrijednosti Machovog broja  $Ma=0.110$  i kuta strijele napadnog ruba krila, možemo odrediti granicu malih i velikih vitkosti krila  $A_B$ .

$$A_B = \frac{3\sqrt{1 - Ma^2}}{(C_1(\lambda_W) + 1) \cos(\Lambda_{LE})} = \frac{3\sqrt{1 - 0.110^2}}{(0.05 + 1) \cos(1.12^\circ)} = 2.84 \quad (4.1)$$

Kako je vitkost krila  $A_W=5.733$ , a to je veće od granice malih i velikih vitkosti krila, koeficijent maksimalnog uzgona krila  $C_{Lmax}$ , za male Machove brojeve, je zbroj dvaju dijelova:

$$C_{Lmax} = f_{L/l} C_{lmax} + \Delta C_{Lmax}. \quad (4.2)$$

Koeficijent proporcionalnosti  $f_{L/l}$  ovisi o strijeli napadnog ruba  $\Lambda_{LE}$  i o parametru  $\Delta_Y$ . Prema literaturi [5],  $\Delta_Y$  ovisi o geometriji profila, a geometriju profila znamo prema [4], pronalazimo da je  $\Delta_Y=2.36$ . Poznavajući  $\Delta_Y$  i  $\Lambda_{LE}$ , iz dijagrama D-7, priloga literature [1], dolazimo do  $f_{L/l}=0.9$ .

Drugi dio jednadžbe  $\Delta C_{Lmax}$  predstavlja korekciju maksimalnog uzgona krila za  $\Delta M = Ma - 0.2$ . Kako se ovdje radi o malim vrijednostima Machovog broja, u kojima se zrakoplov koristi, ovaj dio jednadžbe možemo zanemariti.

Za relativnu debljinu krila  $\bar{t}$ , prema slici 2.2, uzeli smo srednju relativnu debljinu krila  $\bar{t}=0.12$ . Iz dijagrama D-8, iste literature, očitali smo  $C_{lmax}=1.730$ .

Konačno, maksimalni koeficijent sile uzgona, prema jednadžbi 4.2, je

$$C_{Lmax} = 0.9 \cdot 1.730 + 0 = 1.558. \quad (4.3)$$

Napadni kut krila pri kojem krilo ostvaruje maksimalni uzgon je zbroj tri dijela:

$$\alpha_{max} = \alpha_0 + \frac{C_{Lmax}}{C_{L\alpha}} + \Delta \alpha_{max}. \quad (4.4)$$

Prva dva člana predstavljaju linearni dio. Prvi je aerodinamička značajka krila i ako krilo nije uvijeno,  $\alpha_0$  je jednaka kutu nultog uzgona profila i on je  $\alpha_0 = -2.56^\circ$ . Treći član je prirast pri kojemu se dostiže maksimalni uzgon. Sa dijagrama D-10, iz prethodno navedene literature, za poznate vrijednosti  $\Lambda_{LE}$  i  $\Delta_Y$ , očitavamo  $\Delta \alpha_{max} = 0.8^\circ$ .

Prema jednadžbi 4.4, dobivamo iznos maksimalnog napadnog kuta

$$\alpha_{max} = -2.56^\circ + \frac{1.558}{4.041} \frac{180}{\pi} + 0.8^\circ = 20.32^\circ. \quad (4.5)$$

# 5 Uzdužna statička stabilnost zrakoplova

Stabilnost zrakoplova ogleda se u tome da li će, ukoliko dođe do nekog vanjskog poremećaja koji nastoji narušiti stabilnost ravnotežnog leta, doći do takve promjene koja će nastojati poništiti taj poremećaj i ponovno uspostaviti stabilni ravnotežni let. Postoje dvije stabilnosti ravnotežnog leta koje se analiziraju, a to su: uzdužna i bočna.

Zrakoplov je uzdužno stabilan, ako se uslijed poremećaja napadnog kuta  $\Delta\alpha$ , nastalog uslijed nekog vanjskog poremećaja, stvara takva promjena momenta propinjanja koja nastoji poništiti poremećaj.

Uvjeti statičke stabilnosti, za stabilan ravnotežni napadni kut, su:

$$C_{m\alpha} < 0, \quad (5.1)$$

$$C_{m0} + C_{m\delta}\delta_m > 0. \quad (5.2)$$

Da bi prvi uvjet bio ostvaren, odnosno da je  $C_{m\alpha} < 0$ , želimo razmotriti kako položaj središta mase utječe na stabilnost leta budući da je direktno s njome povezana preko jednadžbe

$$C_{m\alpha} = C_{N\alpha}(\bar{h}_m - \bar{h}_n), \quad (5.3)$$

iz koje se vidi da će uvjet statičke stabilnosti biti zadovoljen ako je

$$h_m < h_n,$$

odnosno ako je središte mase ispred neutralne točke. Neutralna točka je mjesto na kojem je gradijent momenta propinjanja neovisan o napadnom kutu. Što je središte mase više ispred neutralne točke, zrakoplov će biti stabilniji, ali time će se više narušiti upravljivost samog zrakoplova.

Stabilnost definirana ovim uvjetima, u ravnotežnom letu, zovemo uzdužna statička stabilnost leta.

## 5.1. Provjera statičke stabilnosti

Kada smo definirali uzdužnu stabilnost leta, možemo sprovesti provjeru uzdužne stabilnosti zrakoplova Z-XII.

Iz jednadžbe (3.34) možemo izvući pojedine članove i provjeriti da li udovoljavaju uvjetima. Članovi koje provjeravamo su:

$$C_{m0} + C_{m\delta}K_f\delta_m = -(0.5268 - 3.813\bar{h}_m)i_W - (1.0341 - 0.3809\bar{h}_m)i_h - 0.0208 + 0.1702\bar{h}_m - (0.7317 - 0.2695\bar{h}_m)K_f\delta_m, \quad (5.4)$$

$$C_{m\alpha} = -(1.6317 - 4.5472\bar{h}_m). \quad (5.5)$$

Za postavljeni kut krila  $i_W=3^\circ$ , postavni kut horizontalnog repa  $i_h=2^\circ$ , otklona kormila visine  $\delta_m=0^\circ$ , za koji će koeficijent interferencije biti  $K_f=1$ , te krajnji prednji i stražnji položaj središta mase,  $\bar{h}_m=0.28$  i  $\bar{h}_m=0.33$ , imamo prikazane vrijednosti koeficijenata  $C_{m\alpha}$  i  $C_{m0} + C_{m\delta}K_f\delta_m$  u tablici 5.1. Što definira ove položaje težišta, biti će pojašnjeno u sljedećem poglavlju.

Tablica 5.1: Stacionarni koeficijenti momenta propinjanja za prednji i stražnji položaj središta mase

$\bar{h}_m$	$C_{m\alpha}$	$C_{m0} + C_{m\delta}\delta_m$
0.28	-0.359	0.0228
0.33	-0.131	0.0420

Iz dobivenih rezultata vidimo da su uvjeti statičke stabilnosti zadovoljeni.

## 5.2. Neutralna točka

Kako bi prvi uvjet statičke stabilnosti bio zadovoljen (5.1), položaj središta mase mora ostati ispred neutralne točke, kao što je već rečeno. Položaj neutralne točke je konstantna vrijednost i možemo ju odrediti neovisno o tome da li poznajemo položaj

središta mase. Budući da su nam položaji središta mase poznati, ovisno o raspodjeli tereta, iskoristiti ćemo jedan položaj za određivanje neutralne točke. Za zadani prednji položaj središta mase,  $\bar{h}_m=0.28$ , prema jednadžbi (5.3), dobiti ćemo jednadžbu s kojom ćemo odrediti položaj neutralne točke.

$C_{m\alpha}$  smo već odredili, pa nam za pronalazak neutralne točke još nedostaje član  $C_{N\alpha}$ . Taj član ćemo odrediti prema jednadžbi (3.31), i to je veličina uz napadni kut  $\alpha$ . Pa prema (5.3), dobivamo

$$-(1.6317 - 4.5472 \cdot 0.28) = 4.5462(0.28 - \bar{h}_n), \quad (5.6)$$

pri čemu će neutralna točka, u odnosu na srednju aerodinamičku tetivu, imati položaj

$$\bar{h}_n=0.359.$$

S ovako dobivenim rezultatima, u kojem su zadovoljeni uvjeti statičke stabilnosti leta, možemo zaključiti da će zrakoplov Z-XII biti uzdužno stabilan, i takav će ostati sve dok je položaj središta mase ispred položaja neutralne točke.

## 6 Ravnotežni let za različite uvjete leta i kombinacije tereta

Ravnatežni let podrazumijeva da su momenti koji djeluju oko središta mase u ravnoteži, odnosno da je rezultirajući moment jednak nuli. Cilj ovog poglavlja je utvrditi kako se ponaša zrakoplov za pojedine postavke leta. Na zrakoplov u letu djeluje sila uzgona i moment propinjanja koji su opisani jednadžbama

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha}\alpha + C_{L\delta}\delta_m, \quad (6.1)$$

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{m\delta}\delta_m. \quad (6.2)$$

Ravnatežan horizontalan let podrazumijeva da je sila uzgona jednaka težini zrakoplova i da je moment propinjanja zrakoplova jednak nuli.

$$C_L = \frac{mg}{\frac{1}{2}\rho V^2 S_{ref}} \quad (6.3)$$

$$C_m = 0 \quad (6.4)$$

Iz ove četiri jednadžbe (6.1 do 6.4) u programu Matlab generirana je matrica kojom smo napravili dijagrame ponašanja zrakoplova za promatrane varijable. U nastavku slijedi prikaz ovisnosti napadnog kuta i otklona kormila visine ovisno o brzini, visini leta, postavnog kuta krila i horizontalnog repa te položaja središta mase.

Analizirana su četiri položaja središta mase, pa shodno tome, i četiri konfiguracije tereta koji su prikazani u tablici 6.1.

Tablica 6.1: Konfiguracije zrakoplova i položaji središta mase

Konfiguracija	A	B	C	D
Položaj središta mase, $\bar{h}_m$	0.28	0.29	0.32	0.33
zrakoplov, 343.5 kg	✓	✓	✓	✓
max gorivo, 25.2 kg	✓		✓	
1/10 goriva, 2.52 kg		✓		✓
pilot, 80 kg	✓	✓	✓	✓
putnik, 80 kg			✓	✓
ukupna masa, kg	448.7	426.02	528.7	506.02

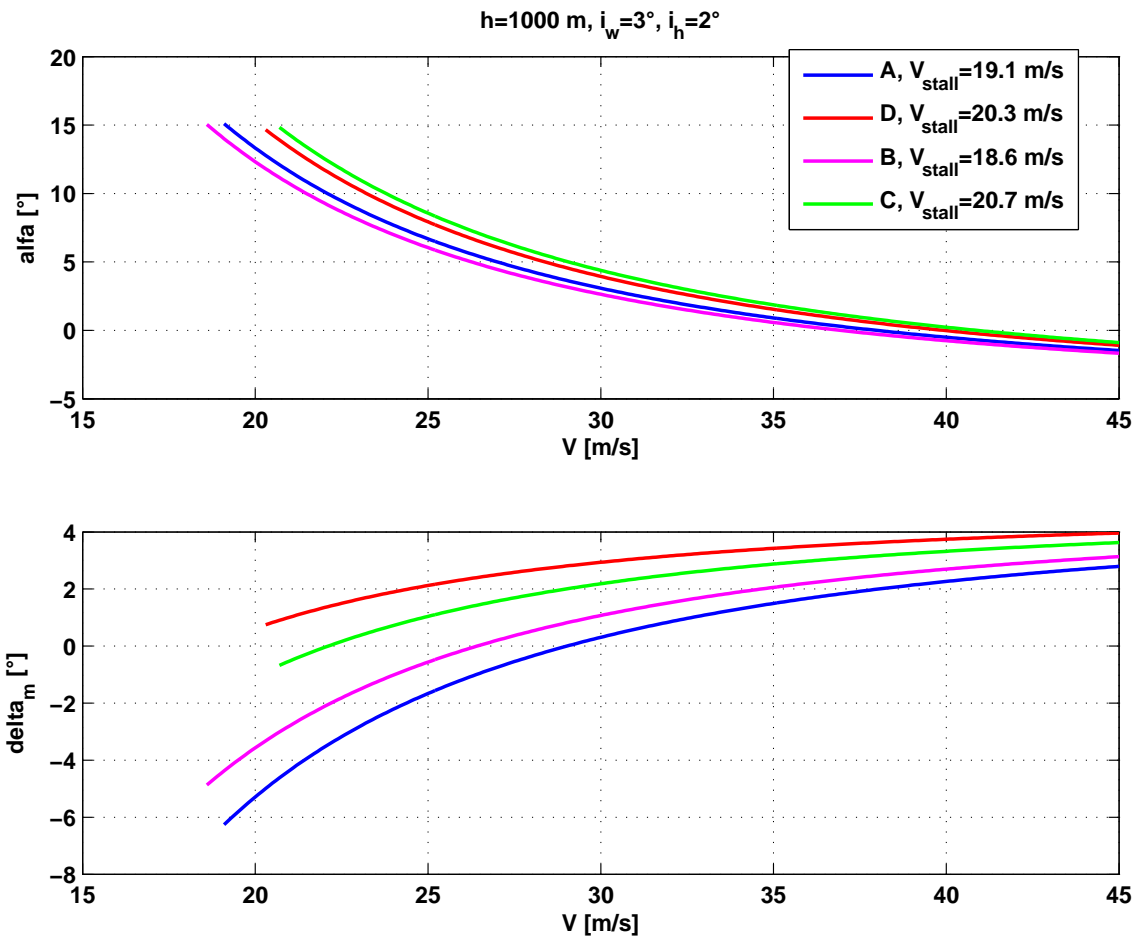
## 6.1. Utjecaj brzine leta

U dijagramima na slici 6.1, izvršen je prikaz promjene brzine na visini leta  $h=1000$  m, iz kojih zaključujemo da će zrakoplov u prikazanom rasponu brzina u potpunosti moći ostvariti ravnotežan let. Minimalne brzine variraju, ovisno od konfiguracije, i prikazuju brzinu sloma uzgona. Maksimalna brzina, uzeta u obzir, je  $V=45$  m/s što, s obzirom na namjenu i karakteristike zrakoplova, predstavlja neki prosjek i kod ostalih vrsta ovakvih tipova zrakoplova. Ona u stvarnosti može biti veća ili čak i manja, a ovisi o faktorima koji nisu tema ovog rada.

## 6.2. Utjecaj promjene visine leta

Na slici 6.2, vidimo promjenu ravnotežnog napadnog kuta i otklona kormila visine isto za različite položaja središta mase ovisno o visini. Ono što uočavamo jest, da s porastom visine raste i ravnotežni napadni kut zrakoplova. Razlog tome je što s porastom visine leta opada i gustoća zraka, što direktno utječe na koeficijent sile uzgona. Pa da bismo kompenzirali težinu, moramo povećati i silu uzgona što rezultira povećanjem napadnog kuta zrakoplova, a njime i pozitivan otklon kormila visine. Također, prikaz rezultata pokazuje da će i s promjenom visine, za brzinu krstarenja  $V=37.5$  m/s, zrakoplov ostvariti ravnotežan let. Raspon visine koji je razmatran je uzet kao takav, jer se smatra da ovaj zrakoplov na većim visinama neće letjeti zbog same konfiguracije i opreme koju ima, a i na njegovu namjenu. S obzirom da tema ovog rada nije bilo pro-

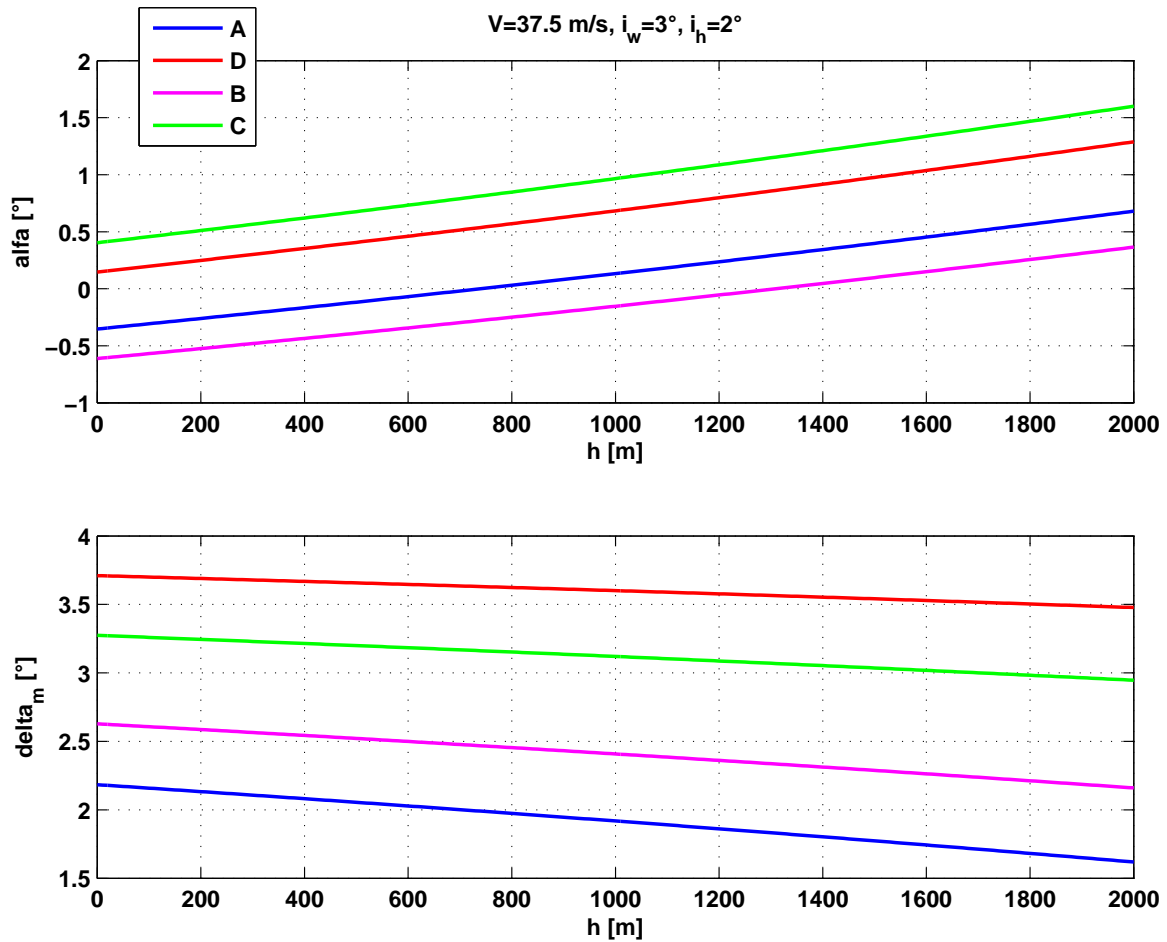




Slika 6.1: Promjena brzine u ovisnosti od napadnog kuta i otklona kormila visine za promatranu visinu i različite položaje središta mase

nalaženje ovojnice leta, pa ni neznamo teoretski plafon leta, razmotrena je samo visina do 2000 m.

Ono što je još zanimljivo za razmotriti, jest da li će zrakoplov moći ostvariti ravnotežan let za minimalnu brzinu ovisno o visinama leta. Minimalna brzina je, u ovom slučaju,  $V=22.5 \text{ m/s}$ , a uzeta je kao takva zbog pretpostavke da se zrakoplov neće dovesti do same granice ravnotežnog leta. Drugo, brzina sloma uzgona raste s porastom visine, pa ako bi imali brzinu sloma uzgona kao varijablu, dijagram promjene visine ovisno o  $\alpha$  i  $\delta_m$  ne bi imao smisla budući da bi s promjenom visine zadržavali maksimalni napadni kut, a pritom morali povećavati brzinu sloma uzgona. Ravnotežni let pri  $V=22.5 \text{ m/s}$  prikazan je u dijagramima na slici 6.3, pa njihovim razmatranjem

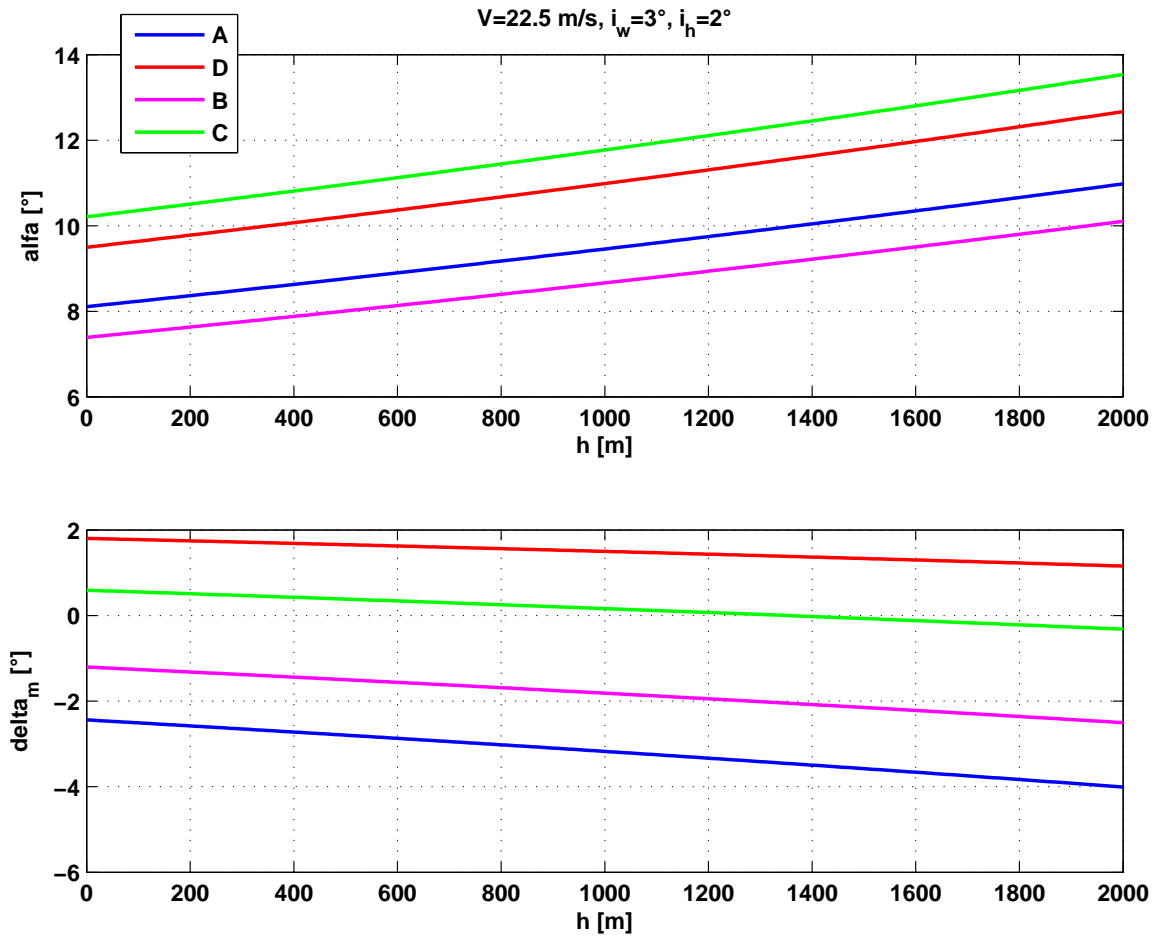


Slika 6.2: Promjena visine u ovisnosti od napadnog kuta i otklona kormila visine za promatranu brzinu i različite položaje središta mase

zaključujemo da će i za minimalnu brzinu na različitim visinama, do 2000 m, leta biti moguće ostvariti ravnotežan let.

### 6.3. Utjecaj postavnog kuta krila i horizontalnog repa

Sljedeći dijagrami vezani su uz postavni kut krila i horizontalnog repa. Razlog njihovom prikazivanju je što ne znamo koliki će biti njihovi konačni postavni kutevi, a ovime želimo prikazati njihovo ponašanje u određenom, očekivanom rasponu. Njihov

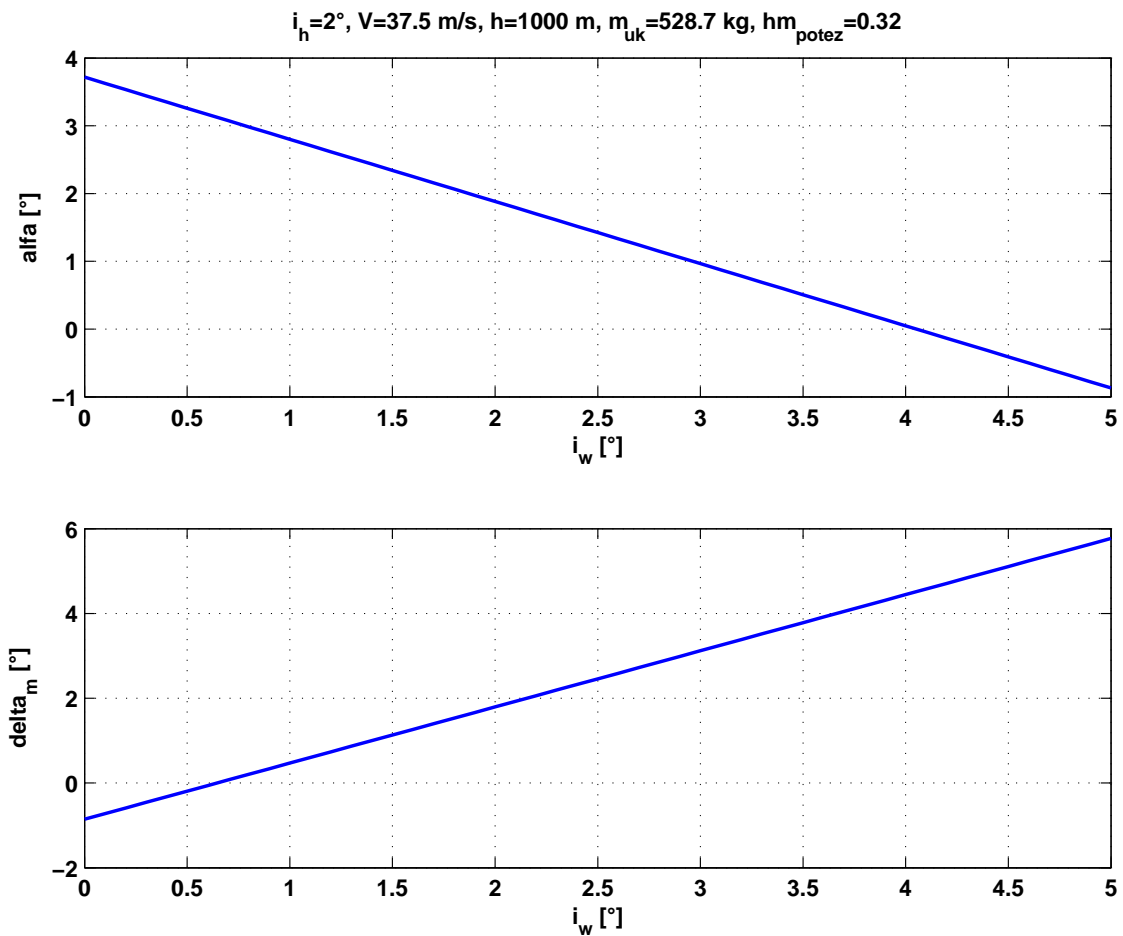


Slika 6.3: Promjena visine u ovisnosti od napadnog kuta i otklona kormila visine za promatranu minimalnu brzinu i različite položaje središta mase

prikaz će biti izvršen samo za određene parametre, koji su navedeni iznad dijagrama, iz jednostavnog razloga što njihovih kombinacija može biti mnogo. Iz dijagrama na slikama 6.4 i 6.5, izvodimo zaključak, da će, neovisno o njihovom konačnom postavljanju, za danu brzinu krstarenja i visinu leta, biti moguće ostvariti ravnotežan let.

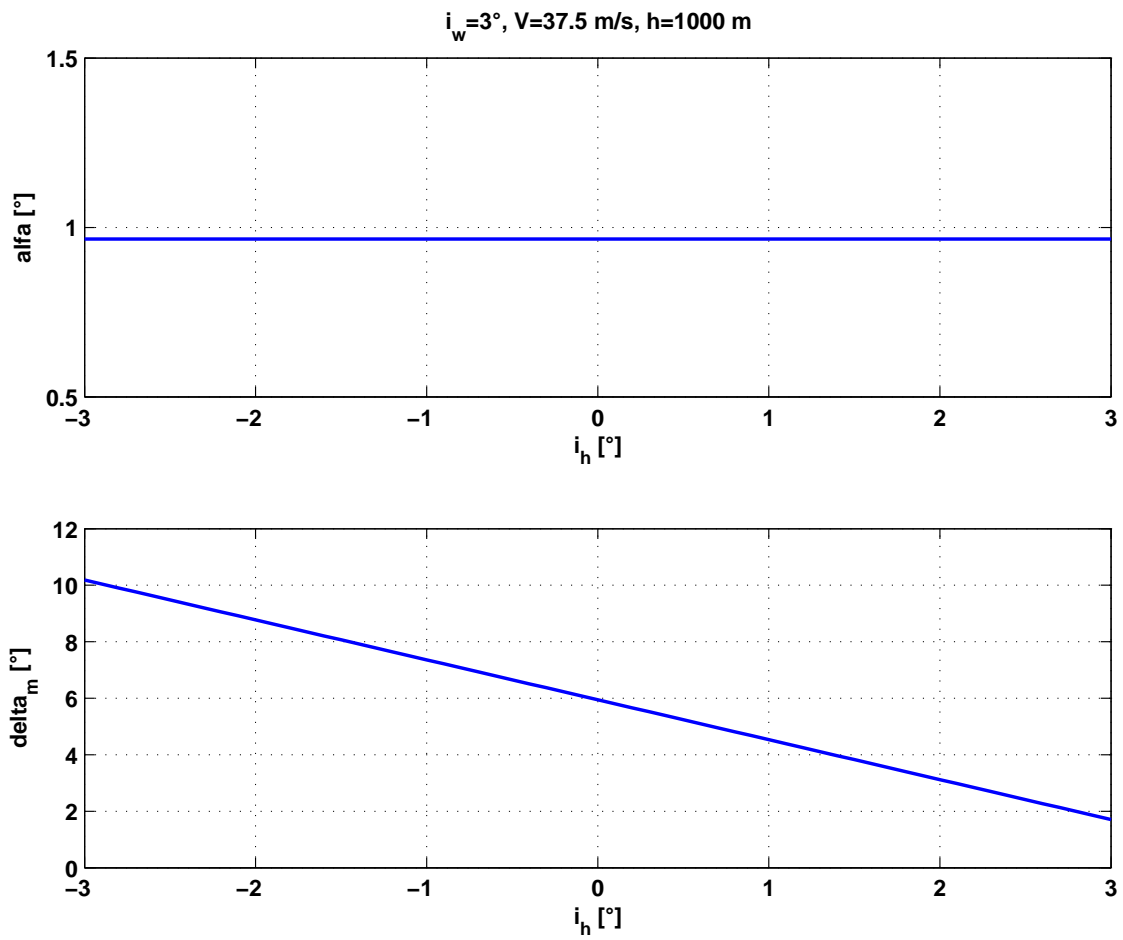
## 6.4. Utjecaj mase zrakoplova

Na sljedećim dijagramima u ovom poglavlju, slika 6.6, prikazani su ravnotežni napadni kutevi i otkloni kormila visine, zavisno od ukupne mase zrakoplova  $m$  i položaja



Slika 6.4: Promjena postavnog kuta krila u ovisnosti o napadnom kutu i otklonu kormila visine

središta mase  $\bar{h}_m$ , te brzine  $V$  i visine  $h$ . Dijagrami su koncipirani tako da prikazuju početak i kraj leta, sa i bez putnika. Tako, primjerice, položaj središta mase  $\bar{h}_m = 0.28$ , predstavlja zrakoplov na početku leta s masom koju čine zrakoplov, pilot i puno gorivo. Na kraju leta, pošto se rezervoar goriva nalazi na takvoj poziciji, masa zrakoplova opada ali se središte pomiče prema nazad. Isto bi predstavljala konfiguracija s putnikom, samo drugom masom, što je prikazano krivuljom desno u dijagramima. Osim toga, napadni kutevi i otkloni kormila visine su iščitani, i prikazani u tablici 6.2.

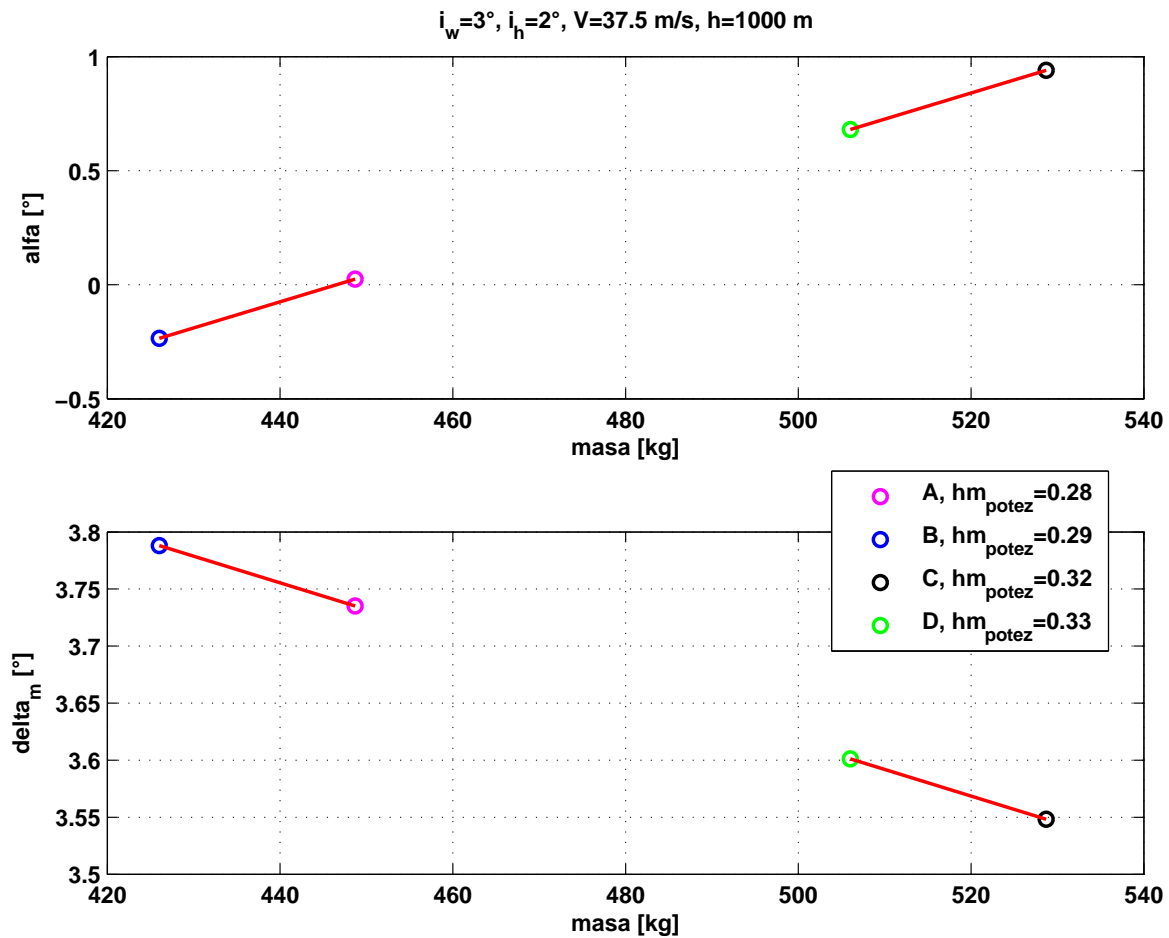


Slika 6.5: Promjena postavnog kuta horizontalnog repa u ovisnosti o napadnom kutu i otklonu kormila visine

Tablica 6.2: Ravnotežni napadni kutevi i otkloni kormila visine prema slici

6.6

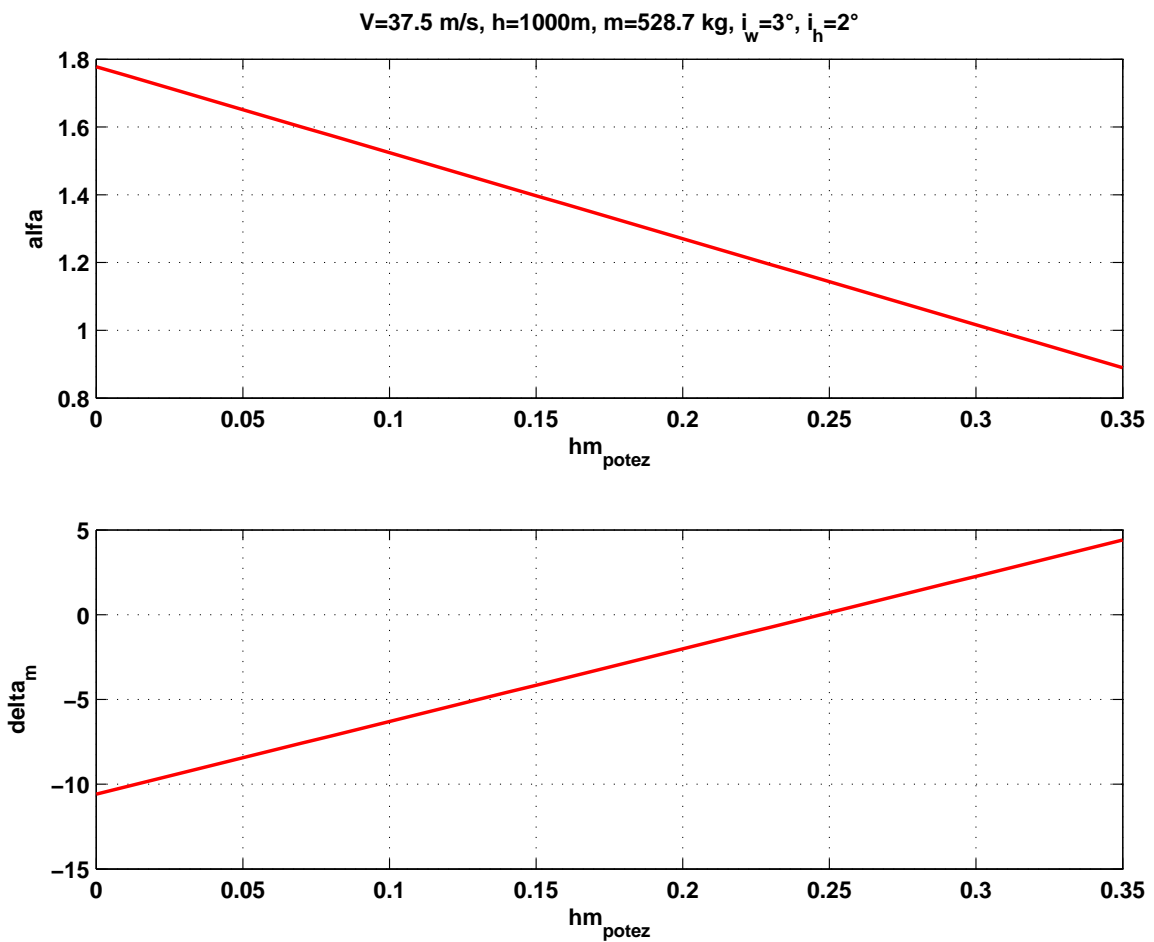
$\bar{h}_m$	$m, [kg]$	$\alpha_{rav}, [^\circ]$	$\delta_m, [^\circ]$
0.28	448.70	0.03	3.73
0.29	426.02	-0.24	3.78
0.32	528.70	0.94	3.55
0.33	506.02	0.68	3.60



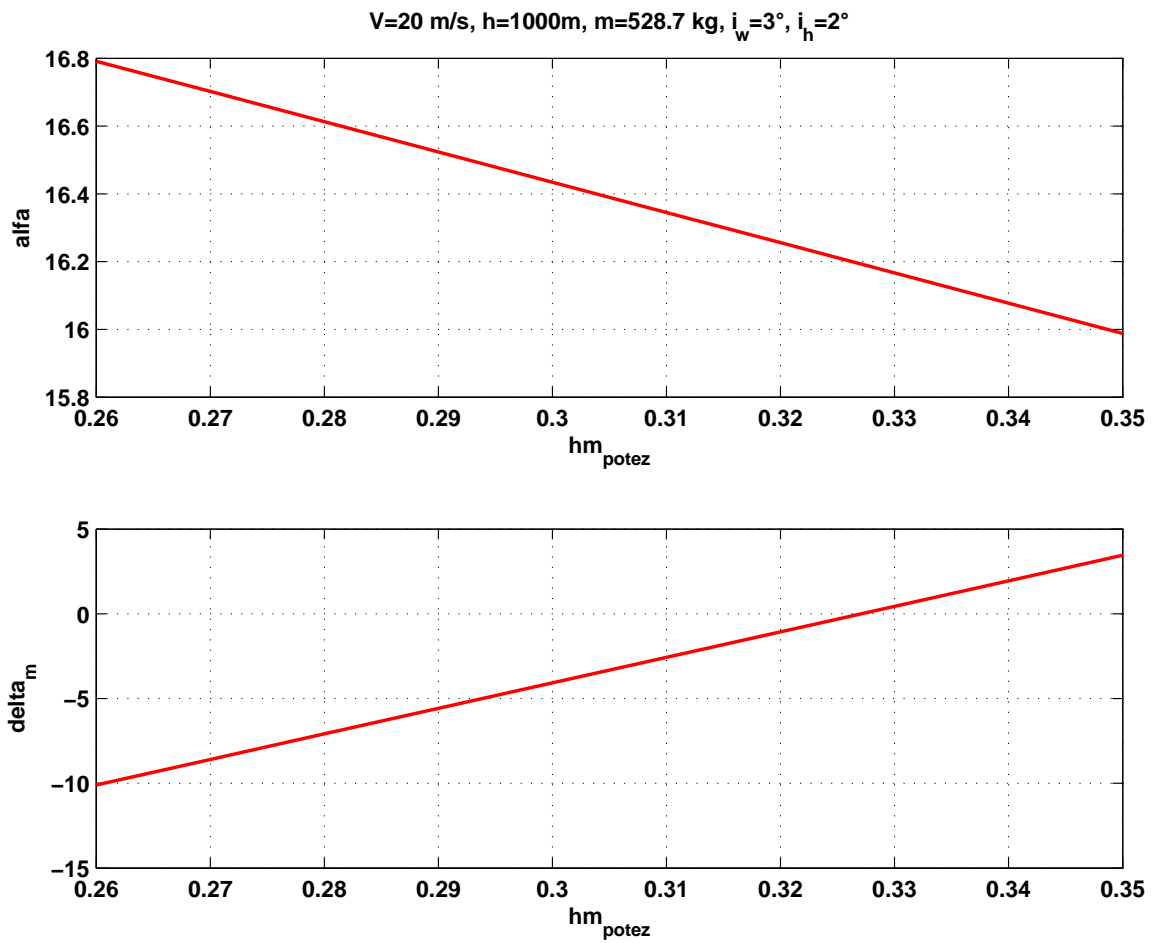
Slika 6.6: Promjena ukupne mase u ovisnosti o napadnom kutu i otklonu kormila visine

## 6.5. Utjecaj položaja središta mase

I na zadnjim dijagramima, slika 6.7, prikazana je promjena položaja težišta pri brzini krstarenja  $V=37.5 \text{ m/s}$  i maksimalnoj masi zrakoplova, koji nam pokazuju da je kormilom visine, za dani raspon otklona kormila od  $-10^\circ < \delta_m < 10^\circ$ , moguće kompenzirati položaj težišta čak u aerodinamičkom ishodištu zrakoplova. S druge strane, dijagramima na slici 6.8, za minimalnu brzinu  $V=20 \text{ m/s}$  (koja je uzeta kao prosjek minimalne brzine sve četiri konfiguracije), imamo prikaz da se položaj težišta kreće oko granice A konfiguracije. Za tu brzinu, otklon kormila visine neće moći kompenzirati daljni pomak položaja težišta.



Slika 6.7: Promjena položaja težišta u ovisnosti o napadnom kutu i otklonu kormila visine za brzinu krstarenja



Slika 6.8: Promjena položaja težišta u ovisnosti o napadnom kutu i otklonu kormila visine za minimalnu brzinu



## 7 | Zaključak

Analizom statičke stabilnosti zrakoplova, provedenom u ovome radu, može se zaključiti da je razmatrani zrakoplov uzdužno statički stabilan. Osim udovoljavanja uvjeta stabilnosti, zrakoplov može ostvariti ravnotežni let za promatrane brzine, visine leta i položaja težišta mase, ali i dijelom za varijabilne postavne kuteve krila i horizontalnog repa budući da nisu ispitani svi mogući uvjeti. Da sumiramo:

- Određeni su temeljni podaci i geometrija zrakoplova. Budući da su podaci bili kombinacija replike i originalnog zrakoplova, analizirani zrakoplov ne mora predstavljati repliku zrakoplova koji će biti napravljen.
- Određeni su ukupni koeficijenti normalne sile i momenta propinjanja i prikazani su dijagramima u ovisnosti od otklona kormila visine i napadnog kuta. Time smo definirali aerodinamički model za analizu.
- Napravljena je procjena maksimalnog koeficijenta sile uzgona i maksimalnog napadnog kuta s profilom krila malo slabijih karakteristika. Ovakvim pristupom ide se na stranu sigurnosti, odnosno pretpostavkom lošijih karakteristika od onih koje stvarno krilo može ostvariti.
- Provjerom statičke stabilnosti utvrđeno je da je gradijent momenta propinjanja po napadnom kutu negativan za krajnje položaje težišta. Dokazom da je krajnji stražnji položaj središta mase dovoljno ispred neutralne točke, zadovoljeni su uvjeti stabilnosti iz čega smo zaključili da će zrakoplov biti uzdužno statički stabilan. Iako je statička margina kod stražnjeg položaja težišta 3%, treba pripaziti o položaju eventualnog, dodatnog tereta koji bi se na zrakoplov mogao postaviti.

- Analizom ravnotežnog leta, utvrdili smo da sa smanjenjem brzine leta, raste ravnotežni napadni kut, ali je on manji od kuta sloma uzgona. Promjenom visine leta, odnosno njenim porastom, opet raste napadni kut, ali u ovom slučaju, kao posljedica smanjenja gustoće zraka što ima direktno utjecaja na promjenu sile uzgona. Da bi se to kompenziralo raste i ravnotežni napadni kut. Nadalje, ispitivanjem postavnog kuta krila i horizontalnog repa, kao varijabli, utvrdili smo da je zrakoplov i dalje u mogućnosti ostvariti ravnotežni let, bez obzira što smo ograničili uvjete pod kojima je to moguće ostvariti. Dijagramima položaja težišta mase i pripadajućih ravnotežnih napadnih kuteva i kuteva otklona kormila visine, za danu visinu i brzinu krstarenja, prikazali smo kako se ravnotežni napadni kut i kut otklona mijenjaju tijekom leta sa smanjenjem ukupne mase i promjenom položaja težišta. Razlika tih kuteva je relativno mala. I na kraju, izvršili smo prikaz promjene položaja težišta, za maksimalnu masu ovisno od brzine krstarenja i minimalne brzine. Zaključak je, da promjena položaja težišta mase ne bi smjela prijeći krajnji prednji položaj, koji je određen i iznosi  $\bar{h}_m=0.28$ , za minimalnu brzinu, jer otklon kormila visine to ne bi mogao kompenzirati. Teoretski bi se, kod brzine krstarenja, položaj težišta mogao pomaknuti do aerodinamičkog ishodišta, a da to kormilo dubine može kompenzirati.

Ovim radom dan je uvid u samo jedan dio karakteristika promatranog zrakoplova, dok bi se u daljnjem postupku trebala provesti analiza performansi horizontalnog zaokreta, penjanja, spuštanja, određivanje ovojnice leta te u konačnici analiza dinamičke stabilnosti čime bi u potpunosti dobili uvid u mogućnosti zrakoplova.

# Literatura

- [1] S. Janković. *Mehanika leta zrakoplova*. FSB, Zagreb, 2002.
- [2] M. Nenadović. *Osnovi aerodinamičkih konstrukcija: elise*. Mašinski fakultet Beograd, 1976.
- [3] Jr. J. D. Anderson. *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill, fourth edition, 2007.
- [4] Airfoil tools. [http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=clark\\_1l](http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=clark_1l), siječanj, 2017.
- [5] Vrdoljak M. Janković S. *Aerodinamika 1, nastavni materijali*. FSB, Zagreb, 2010.
- [6] Roskam J. *Airplane Design: Preliminary calculation of aerodynamic, thrust and power characteristics*. Roskam Aviation and Engineering Corporation, 1987.