UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

Unidad Académica Profesional Tianguistenco

Programa educativo:
Ingeniería en Plásticos

Unidad de Aprendizaje: Mecánica de Fluidos
Unidad 3. Dinámica de fluidos

Por: M. en C. Isaias Alcalde Segundo

Septiembre de 2018

Universidad Autónoma del Estado de México
Unidad Académica Profesional Tianguistenco

UNIDAD 3.- DINÁMICA DE FLUIDOS

3.1 Definiciones

En la descripción del comportamiento del movimiento de un fluido se pueden utilizar diversas herramientas como lo son las líneas de flujo, de las cuales se puede mencionar tres tipos:

a) Línea de trayectoria

b) Línea de trazas

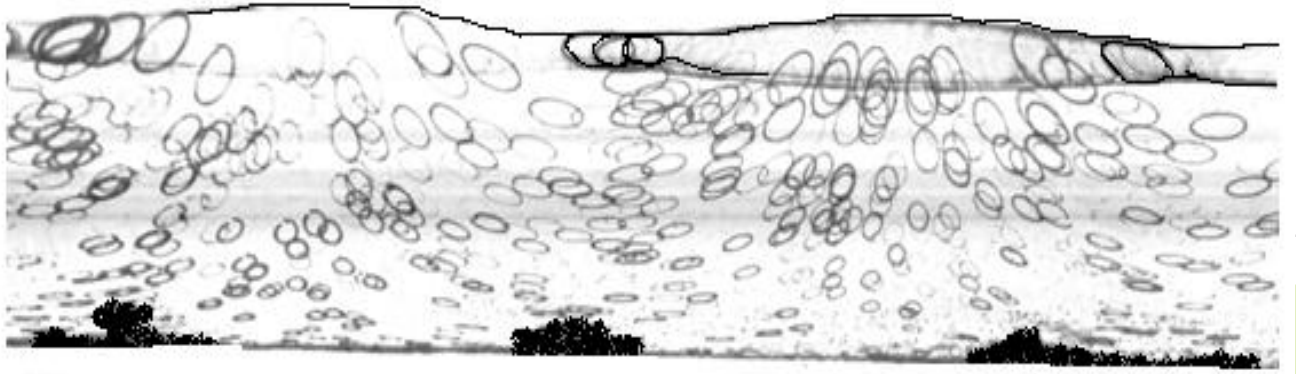
c) Línea de corriente

Universidad Autónoma del Estado de México
Unidad Académica Profesional Tianguistenco

3.1.1 Trayectoria, trazas y líneas de corriente

Lineas de trayectoria: Es el lugar geométrico de los puntos recorridos por una partícula que viaja en el campo de flujo.

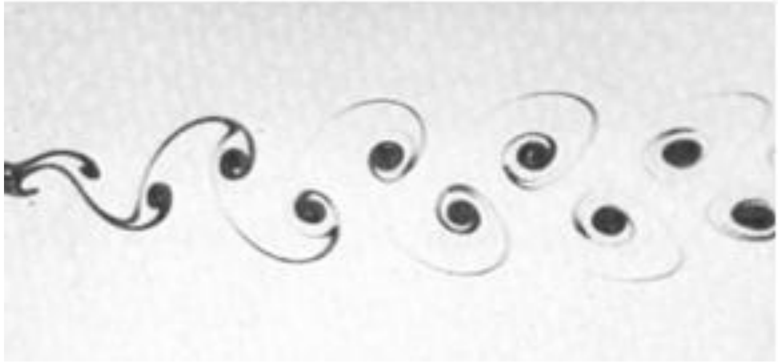
La figura muestra un ejemplo de líneas de trayectoria de partículas debajo de una ola en un tanque de agua



3.1.1 Trayectoria, trazas y líneas de corriente

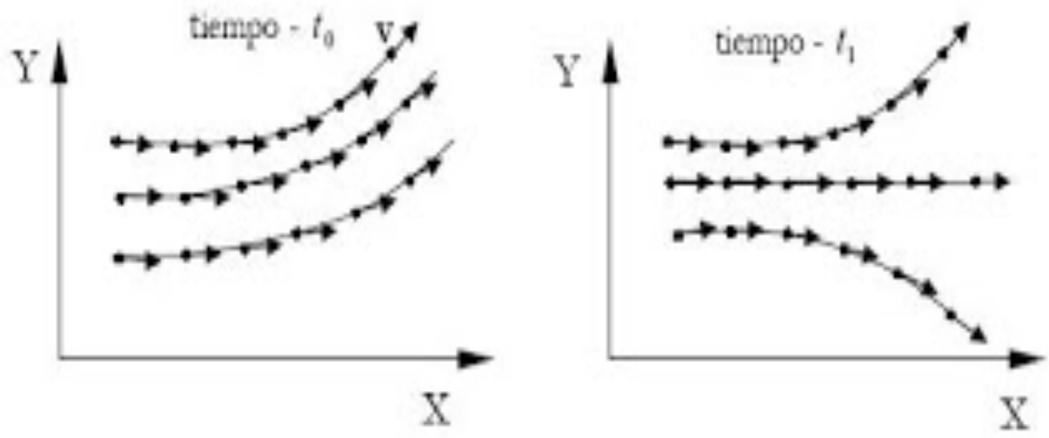
Lineas de trazas: Se define como una línea instantánea cuyos puntos están ocupados por todas las partículas que se originan un punto específico del campo de flujo.

La figura muestra el ejemplo de traza para un flujo inestable alrededor de un cilindro.



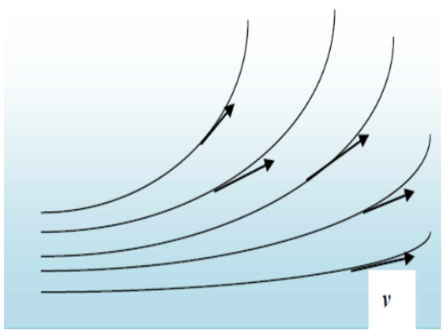
3.1.1 Trayectoria, trazas y líneas de corriente

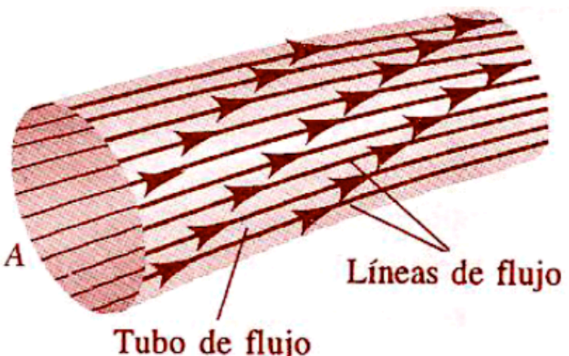
Se denomina **linea de corriente** al lugar geométrico de los puntos tangentes al vector velocidad de las particulas de fluido en un instante *t* determinado. En particluar, la linea de corriente que se encuentra en contacto con el aire se denomina linea de agua.



3.1.1 Trayectoria, trazas y líneas de corriente

- **Las líneas de corriente** son líneas imaginarias dibujadas a través de un fluido en movimiento y que indican la dirección de éste en los diversos puntos del flujo de fluidos.
- Una línea de corriente es una curva que, en todas partes, es tangente al vector velocidad local instantáneo.





REGIMENES DE CORRIENTES O FLUJOS

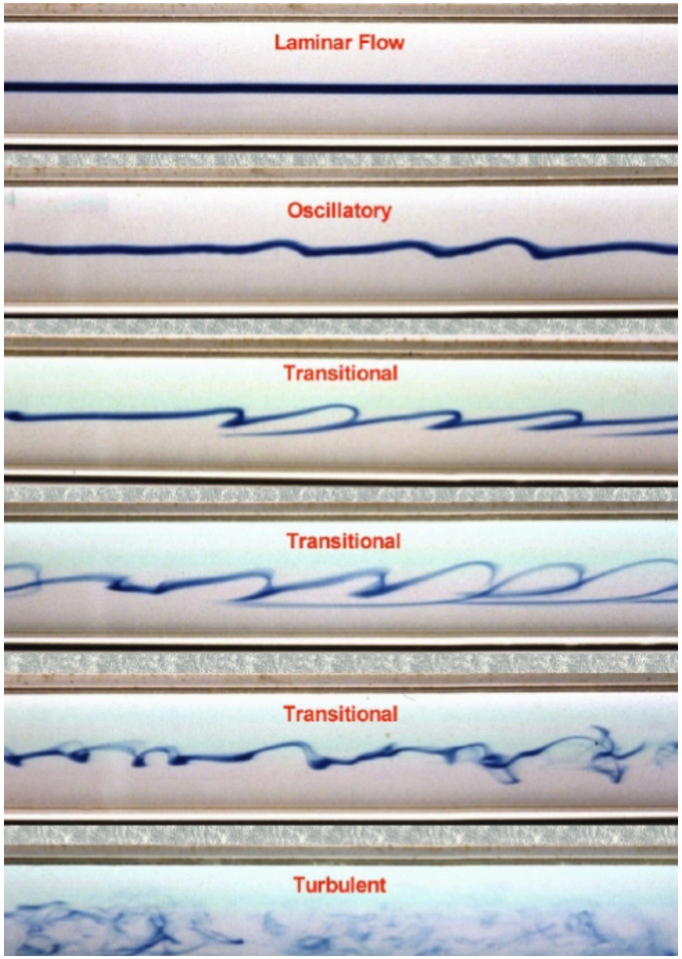
a) **Dependiendo de si el movimiento es ordenado o desordenado:**
   - Laminar
   - Turbulento

b) **Dependiendo de su variación en el espacio:**
   - Uniforme
   - No-uniforme

c) **Dependiendo de su variación en el tiempo:**
   - Permanente
   - No-permanente

Universidad Autónoma del Estado de México
Unidad Académica Profesional Tianguistenco

REGIMENES DE CORRIENTES O FLUJOS



Flujo laminar y flujo turbulento

Osborne Reynolds (1842-1912), fue un ingeniero y físico irlandés que realizó importantes contribuciones en los campos de la hidrodinámica y la dinámica de fluidos, siendo la más notable la introducción del Número de Reynolds en 1883.

Flujo laminar y flujo turbulento

Osborne Reynolds demostró experimentalmente que el régimen de flujo en cañerías cilíndricas dependía de 4 variables:

a) La densidad ρ del fluido
b) La viscosidad μ del fluido
c) El diámetro D del conducto
d) La velocidad promedio v del flujo del fluido

Reynolds demostró experimentalmente que estas variables se relacionaban a través de su conocido **Número de Reynolds, Re**.

Número de Reynolds

$$N_{\mathrm{Re}} = \frac{Dv\rho}{\eta} = \frac{vD}{\nu} = \frac{fuerzas \cdot inerciales}{fuerzas \cdot vis\cos as}$$

Donde:

D=Diámetro del tubo

v=Velocidad promedio del fluido

d= Densidad del fluido

n=Viscosidad del fluido

Para valores de Re altos, los flujos de fluidos tienden a ser turbulentos, lo cual se consiguen con alta velocidad y baja viscosidad.

Aquellos fluidos que tienen altas viscosidades y/o se mueven a bajas velocidades tendrán Re pequeños y tienden a ser laminares

Número de Reynolds criticos

a) Si el número de Reynolds para el flujo es menor que **2000**, este será **laminar**.

b) Si el número de de Reynolds es mayor que 4000, el flujo será **turbulento**.

c) En el rango de números de Reynolds entre **2000 y 4000** es imposible predecir qué flujo existe; por tanto, se denomina **región critica**.

3.1.2 Flujo volumétrico y flujo másico

Es común utilizar tres medidas para el flujo de fluidos.

a) *Flujo volumétrico, Q*: es el volumen de fluido que circula en una sección por unidad de tiempo.

b) *Flujo en peso, W*: es el peso del fluido que circula en una sección por unidad de tiempo.

c) *Flujo másico, M*: es la masa del fluido que circula en una sección por unidad de tiempo.

3.1.3 Flujo volumétrico y flujo másico

Símbolo	Nombre	Definición	Unidades del SI	Unidades del Sistema de E. U.
Q	Flujo volumétrico	$Q=An$	m^3/s	pie^3/s
W	Flujo en peso	$W=g\,Q$ $W=g\,An$	N/s	lb/s
M	Flujo másico	$M=r\,Q$ $M=r\,An$	Kg/s	slugs/s

Donde:

A = área de la sección,
n = velocidad promedio del flujo
g = peso especifico del fluido
r = densidad del fluido.

Factores de conversión para flujo volumétrico

$1.0\ \mathrm{L/min} = 0.06\ \mathrm{m^3/h}$

$1.0\ \mathrm{m^3/s} = 60{,}000\ \mathrm{L/min}$

$1.0\ \mathrm{gal/min} = 3.785\ \mathrm{L/min}$

$1.0\ \mathrm{gal/min} = 0.2271\ \mathrm{m^3/h}$

$1.0\ \mathrm{pie^3/s} = 449\ \mathrm{gal/min}$

3.2 Descripción Lagrangiana y Euleriana.

Las descripciones lagrangiana y euleriana son dos formas de ver la mecánica de medios continuos.

La **descripción lagrangiana** consiste en hacer un seguimiento de las partículas materiales, mientras que la **descripción euleriana** consiste en medir lo que pasa en puntos fijos del espacio.

Ambas descripciones son equivalentes y a veces una es más cómoda de usar que la otra.

Estos enfoques tienen que ver con el observador respecto al fenómeno cuyo movimiento se estudia.

a) Descripción Lagrangiana.

Joseph Luis Lagrange
(1736-1813)

Los principios básicos de la mecánica fueron establecidos con este enfoque

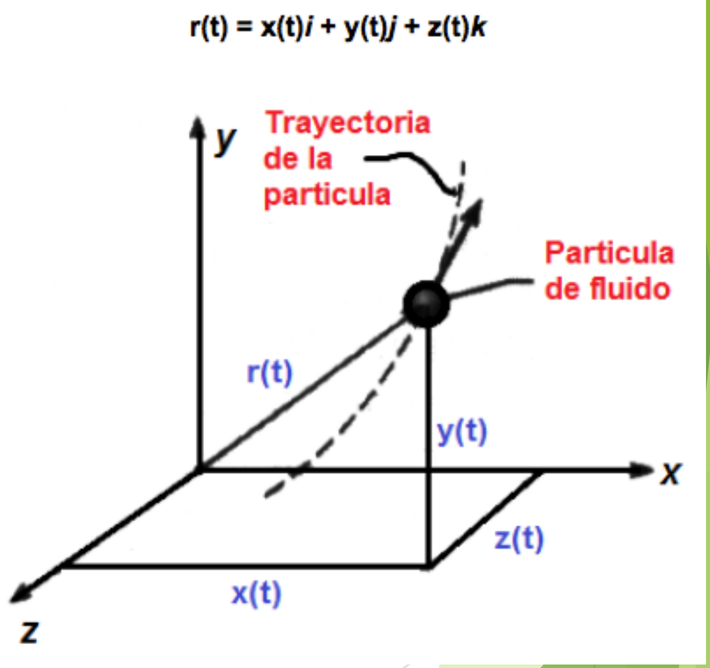
Se trata de identificar una pequeña masa de fluido en un flujo, denominada "partícula fluida", y describir el movimiento todo el tiempo.

a) Descripción Lagrangiana.

Como la partícula está en movimiento su posición es una función del tiempo, y por consiguiente cada una de sus coordenadas es una función de posición:

$$x=x(t); \quad y=y(t); \quad z=z(t)$$

A lo largo del seguimiento de las partículas, (x, y, z) no son coordenadas fijas, sino que cambian con respeto al tiempo.



a) Descripción Lagrangiana.

Una vez posicionada la partícula en el espacio en un instante dado se puede indicar su velocidad, en ese punto en ese instante.

La velocidad del fluido se obtiene al derivar la función posición con respeto al tiempo, y queda:

$$v(t) = \frac{d\, r(t)}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{\imath} + \frac{dy}{dt}\hat{\jmath} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

$$v(t) = u\hat{\imath} + v\hat{\jmath} + w\hat{k}$$

Donde:

u, $\boldsymbol{\nu}$, **y** $\boldsymbol{\omega}$ son las velocidades componentes en sus respectivas direcciones de coordenadas para una sola partícula.

b) Descripción Euleriana.

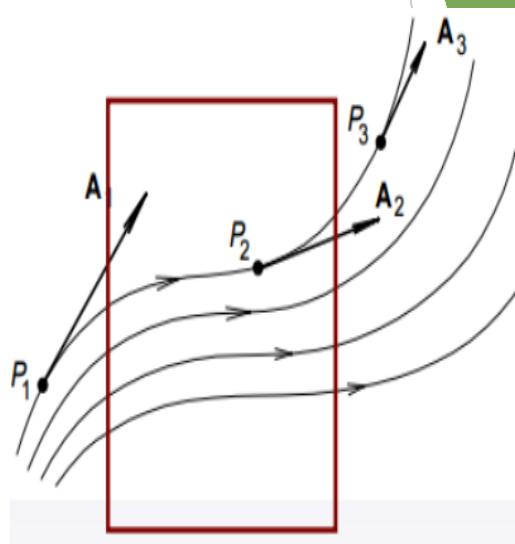
Leonard Paul Euler
(1707-1783)

En este enfoque se interesa por lo que está ocurriendo en un cierto punto del espacio y en un cierto instante de tiempo, en lugar de preocuparse por lo que le ocurra a una determinada partícula fluida.

b) Descripción Euleriana.

En este enfoque se selecciona un punto en el espacio y se describe el movimiento de la partícula que lo ocupa en los diferentes instantes.

Así el campo se escribirá **V=V(xo, yo, zo, t)** que es una función vectorial que indica cual es el valor de la velocidad en un punto fijo en el espacio **(xo, yo, zo)** a medida que las partículas pasan por allí (t).

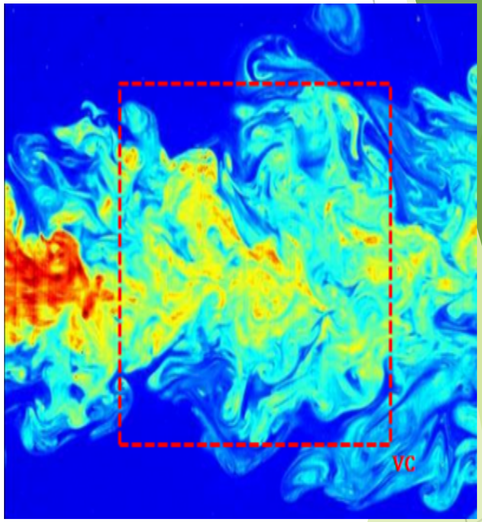


$$v(t) = u\hat{\imath} + v\hat{\jmath} + w\hat{k}$$

$u = f1(x, y, z, t);$ $\quad v = f2(x, y, z, t);$ $\quad \omega = f3(x, y, z, t)$

3.3 Teorema de Transporte de Reynolds

- Es una herramienta de análisis que permite estudiar los sistemas continuos en forma global y es el primer paso para poder demostrar todas las ecuaciones básicas de la mecánica de fluidos.
- Este teorema indica como varía con el tiempo una propiedad cualquiera (B) del fluido dentro de un volumen de control (VC) definido.
- La ecuación del teorema de Reynolds varía ligeramente si el volumen de control es fijo, móvil o deformable.



3.3 Teorema de Transporte de Reynolds

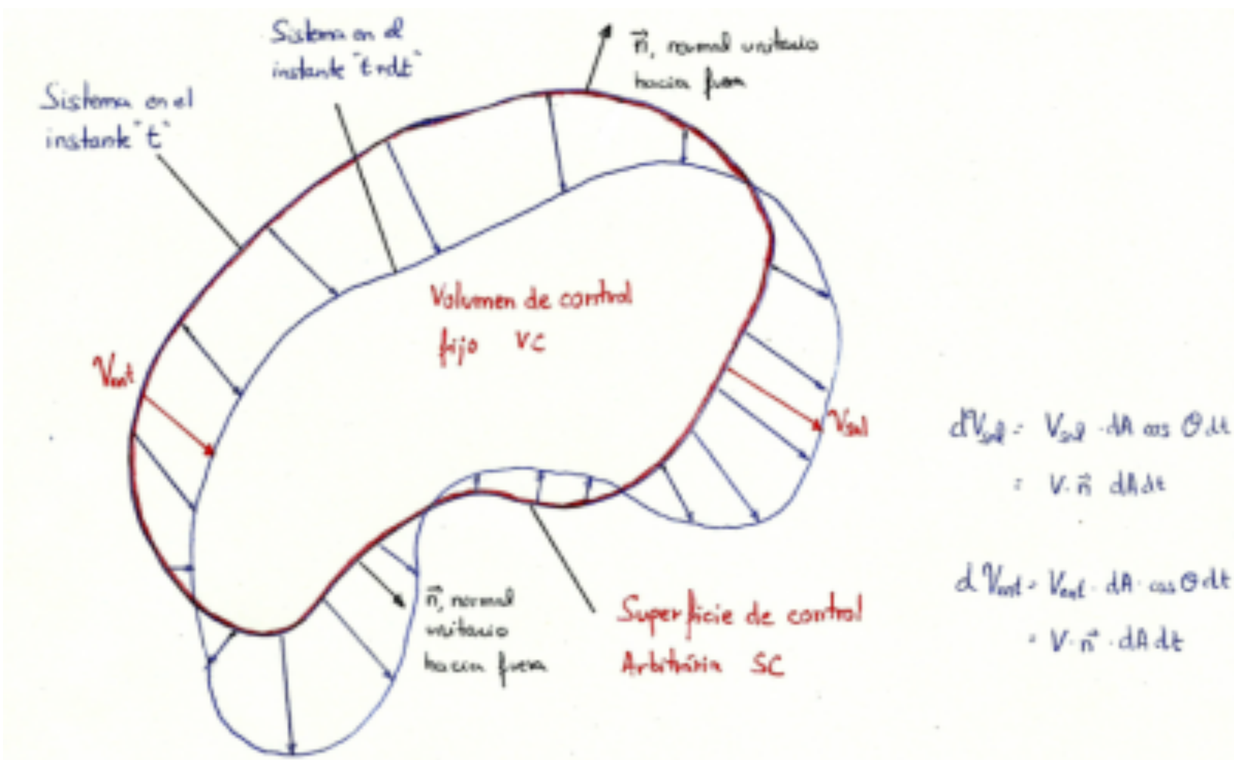
Se define B como una propiedad cualquiera del fluido que se conserve (masa, cantidad de movimiento, etcétera). Y se define B como una variación de B respecto a la masa.

$$\beta = \frac{dB}{dm}$$

La cantidad total de B en el volumen de control es:

$$B_{VC} = \int_{VC} \beta \, dm = \int_{VC} \beta \rho \, dVol$$

3.3 Teorema de Transporte de Reynolds



3.3 Teorema de Transporte de Reynolds

En la figura anterior se observan tres focos de variación de B en el volumen de control:

a) Variación de B en el interior del VC:

$$\frac{d}{dt}\left(\int_{VC} \beta\rho\, dVol\right)$$

b) Flujo de B que abandona el VC:

$$\left(\int_{sc} \beta\rho V \cos\theta\, dA_{salida}\right)$$

c) Flujo de B que entra al VC:

$$\left(\int_{sc} \beta\rho V \cos\theta\, dA_{entrada}\right)$$

3.3 Teorema de Transporte de Reynolds

El cambio instantáneo de B en el sistema es la suma de la variación interior más el flujo que sale menos el que entra.

$$\frac{d}{dt}\left(B_{sist}\right)=\frac{d}{dt}\left(\int_{sc}\beta\rho\, dVol\right)+\left(\int_{sc}\beta\rho V\cos\theta\, dA_{sal}\right)-\left(\int_{sc}\beta\rho V\cos\theta\, dA_{ent}\right)$$

Esta es la expresión del **teorema del transporte de Reynolds** para un volumen de control fijo arbitrario

3.4 Volumen de control

- El volumen de control es la región de interés que se desea estudiar, mientras que la superficie de control (SC) es el área que envuelve el volumen de control, es un concepto abstracto y no obstruye de ninguna forma al fluido.
- Un volumen de control es un volumen arbitrario que puede o no coincidir con los límites de un dispositivo o del sistema material, fijo e indeformable en el espacio. Su frontera, usualmente denominada superficie de control, permite el flujo de materia desde y hacia el interior.

3.5 Conservación de masa

Supóngase tener un volumen Ω lleno de cierto continuo de densidad ρ. Sea $\partial\Omega$ la frontera del volumen y $\vec{n}$ su normal positiva. Se aplicará el teorema de Reynolds al caso en que la propiedad extensiva sea la masa M ($\eta = 1$) y se estudiará el caso en que se conserve, es decir cuando DM/Dt= 0.

El principio de conservación de la masa, en términos del Teorema de Reynolds toma la forma:

$$\frac{DM}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t}\left\{\int_{\Omega} \rho d^3x\right\} + \int_{\partial\Omega} \rho \vec{v}\cdot\vec{n}\, da = 0$$

3.5 Conservación de masa

Utilizando el teorema de GauB es posible reescribir la segunda integral, de modo que intercambiando el orden de integración y derivación en la primer integral, resulta

$$\int_{\Omega}\left[\frac{\partial}{\partial t}+div(\rho\vec{v})\right]d^{3}x=0$$

Como la masa debe conservarse independientemente del volumen de control que se elija, el integrando debe resultar nulo

$$\frac{\partial}{\partial t}+div(\rho\vec{v})=0$$

3.6 Conservación de la energía. Ecuación de Bernoulli

Ley de la conservación de la energía:

Tres formas de energía que se deben de tomar en cuenta al analizar un problema de flujo en tuberías:

a) Energía potencial: $Ep = wz$

b) Energía cinética: $Ec = wv^2/2g$

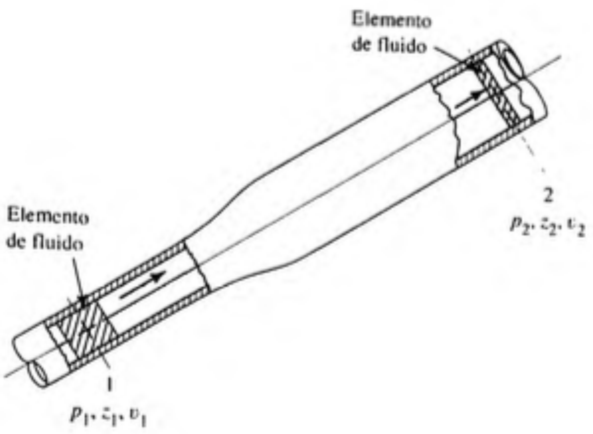
c) Energía de flujo: $Ef = wp/\gamma$

La cantidad total de la energía de estas tres formas que posee el elemento del fluido es la suma E:

$$E = Ef + Ep + Ec$$

$$E = wp/\gamma + wz + wv^2/2g$$

3.6 Conservación de la energía. Ecuación de Bernoulli



En la figura, el fluido se mueve de sección 1 a la 2. Los valores de p, z y v son diferentes en las dos secciones:

$$E_1 = wp_1/g + wz_1 + wv^2{}_1/2g$$

$$E_2 = wp_2/g + wz_2 + wv^2{}_2/2g$$

Si no hay energía que se agregue o pierda en el fluido entre las dos secciones; entonces, el principio de conservación de la energía requiere que :

$$E_1 = E_2$$

$$E = wp/g + wz + wv^2/2g$$

3.6 Conservación de la energía. Ecuación de Bernoulli

Luego entonces:

$$\frac{wp_1}{\gamma} + wz_1 + \frac{wv_1^2}{2g} = \frac{wp_2}{\gamma} + wz_2 + \frac{wv_2^2}{2g}$$

El peso del elemento w es común a todos los términos y se elimina al dividir entre él.

Así la ecuación se convierte en:

$$\boxed{\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}}$$

Conocida como la ECUACIÓN DE BERNOULLI.

3.6 Conservación de la energía. Ecuación de Bernoulli

Cada término de la ecuación de Bernoulli es una forma de energía que posee el fluido por unidad de peso del fluido que se mueve en el sistema.

La unidad de cada término es energía por unidad de peso. En el sistema SI las unidades son N·m/N y en el sistema tradicional de los E. U. son lb·pie/lb.

p/g es la carga de la presión

z es la carga de la elevación

$v^2/2g$ es la carga de la velocidad

A la suma de estos tres términos se les denomina **carga total**.

Restricciones de la ecuación de Bernoulli

- Es válida sólo para fluidos incompresibles, porque se supone que el peso específico del fluido es el mismo en las dos secciones de interés.
- No puede haber dispositivos mecánicos que agreguen o retiren energía del sistema entre las dos secciones de interés, debido a que la ecuación establece que la energía en el fluido es constante.
- No puede haber transferencia de calor hacia el fluido o fuera de éste.
- No puede haber pérdida de energía debido a la fricción.

Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli

- Decidir cuáles son los términos conocidos y cuáles deben calcularse.
- Determinar cuáles son las dos secciones del sistema que se usarán para escribir la ecuación de Bernoulli. Una de ellas se elige porque se concentran varios datos conocidos. En la otra, por lo general, algo habrá que calcularse.
- Escribir la ecuación de Bernoulli para las dos secciones elegidas en el sistema. Es importante que la ecuación se escriba *en la dirección del flujo.* Es decir, el flujo debe proceder *de* la sección que esté en el lado izquierdo de la ecuación y dirigirse hacia la sección derecha.
- Es necesario ser explicito en la denominación de los subíndices de los términos de la carga de presión, carga de elevación y carga de velocidad en la ecuación de Bernoulli.
- En un dibujo del sistema hay que señalar la posición de los puntos de referencia. Simplificar la ecuación, si es posible, con la cancelación de los términos que valgan cero o de los que aparezcan como iguales en ambos lados de la ecuación.
- Despejar de la ecuación, en forma algebraica, el término que se busca.
- Sustituir cantidades conocidas y calcular el resultado, con unidades consistentes todos los cálculos.

Los tiros con chanfle y el Principio de Bernoulli

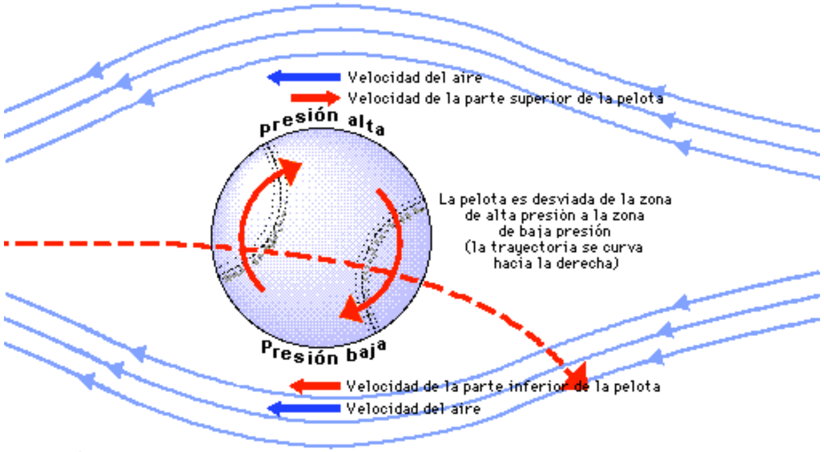
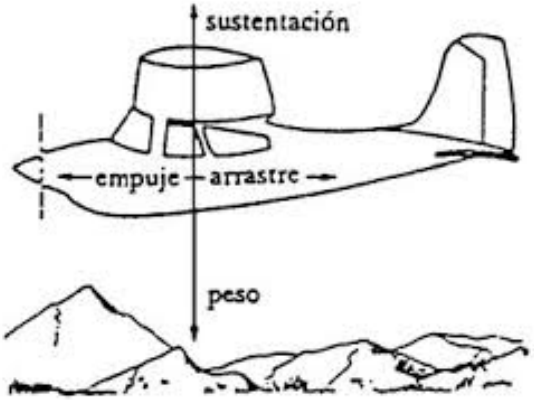


Ilustración de Microsoft

A mayor velocidad la presión es menor, y a menor velocidad la presión aumenta.

Principio de Bernoulli



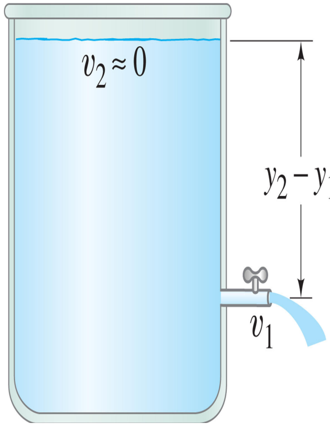
Cuando las partículas del aire chocan contra las alas al pasar por la parte superior recorren un trayecto más largo que aquellas que van por la superficie inferior plana. Esto las obliga a aumentar su velocidad para reencontrarse con las que se desplazan por abajo.

La parte inferior del ala hay mayor presión, y eso mantiene al avión suspendido en el aire, sin ser "jalado" hacia la Tierra por la gravedad.

Teorema de Torricelli

El teorema de Torricelli o principio de Torricelli es una aplicación del principio de Bernoulli y estudia el flujo de un liquido contenido en un recipiente, a través de un pequeño orificio, bajo la acción de la gravedad.

Retrato de Evangelista Torricelli en la tapa de*Lezioni d'Evangelista Torricelli*



Teorema de Torricelli

La velocidad de flujo del sifón depende de la diferencia de elevación entre la superficie libre del fluido y la salida del sifón.

Para determinar a velocidad del flujo, se escribe la ecuación de Bernoulli entre un punto de referencia en el fluido y otro en el chorro que sale por la tobera.

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Sin embargo, p_1=p_2=0 y v_1 es aproximadamente igual a cero.

$$z_1 = z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Luego al despejar v_2

$$v_2 = \sqrt{2g(z_1 - z_2)}$$

Al designar $h=(z_1-z_2)$

$$\boxed{v_2 = \sqrt{2gh}}$$

ECUACION DE TORRICELLI

3.7 Ecuación de la Energía

Como se ha visto, hay varias secciones en la ecuaciones de Bernoulli:

- Es válida sólo para fluidos incompresibles.
- Entre las dos secciones de interés no puede haber dispositivos mecánicos como bombas motores de fluidos o turbinas.
- No puede haber pérdida de energía por fricción o turbulencia que generen válvulas y accesorios en el sistema de flujo.
- No puede existir transferencia de calor hacia el sistema o fuera de éste.

Sin embargo, **ningún sistema satisface todas estas restricciones.**

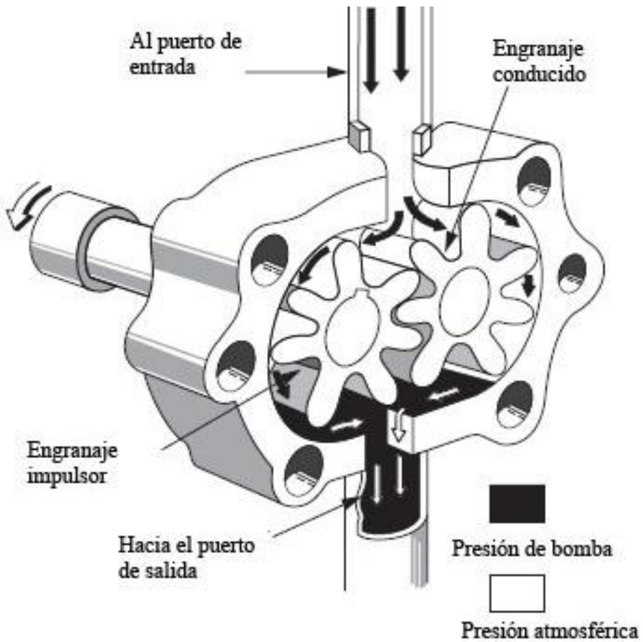
Dispositivos que retiran o agregan energía a los fluidos (Perdidas y ganancias de energía)

a) Bombas: Las bombas son dispositivos que suministran energía mecánica a un liquido para que este fluya, venciendo las fuerzas de fricción.

La energía consumida por una bomba va a depender de las siguientes características:

- Altura a través de la cual se eleva el fluido.
- Presión existente en el punto de descarga.
- Longitud y diámetro de la tubería.
- Velocidad de Flujo.
- Propiedades fisicas del fluido (densidad y viscosidad).

Los principales elementos de una bomba son:



- La tubería de aspiración.
- El rodete.
- El órgano colector o voluta.
- La tubería de descarga.
- Dependiendo del tipo de bomba puede ser necesario de valvulas de carga y descarga
- Dampeners de carga y de descarga estos van colocados en las lineas de flujo con el fin de dar un flujo continuo especialmente en las bombas de piston

Dispositivos que retiran o agregan energía a los fluidos (Perdidas y ganancias de energía)

b) Motores de fluidos: Son dispositivos que toman energía de un fluido y la convierten a una forma de trabajo, por medio de la rotación de un eje o el movimiento de un pistón.

Ejemplos: motores de fluidos, turbinas, actuadores rotatorios y lineales.

Muchos motores de fluidos tienen las mismas configuraciones básicas de las bombas. La diferencia principal entre una bomba y un motor de fluido es que , cuando funciona como motor, el fluido impulsa los elementos rotatorios del dispositivo. En las bombas ocurre lo contrario.

Dispositivos que retiran o agregan energía a los fluidos (Perdidas y ganancias de energía)

c) Fricción del fluido:

Un fluido en movimiento presenta resistencia por fricción al fluir. Parte de la energía del sistema se convierte en energía térmica (calor), que se disipa a través de las paredes de la tubería por la que circula el fluido.

La magnitud de la energía que se pierde depende:

- Propiedades del fluido.
- Velocidad del fluido
- Diámetro y longitud de la tubería
- Acabado de la tubería

Dispositivos que retiran o agregan energía a los fluidos (Perdidas y ganancias de energía)

c) Válvulas y accesorios:

Es común que los elementos que controlan la dirección o el flujo volumétrico del fluido en un sistema generen turbulencia local en éste, lo que ocasiona que la energía se disipe como calor.

Nomenclatura de las perdidas y ganancia de energía

Las perdidas y ganancias de energía (tambien conocido como **carga**) en un sistema se contabilizan en terminos de energia por unidad de peso del fluido que circula por el, denotado con la letra ***h***.

h_A = **Energia que se agrega al fluido** con un dispositivo mecanico, como una bomba; es frecuente que se le denomine carga total sobre la bomba.

h_R = **Energia que se remueve del fluido** por medio de un dispositivo mecanico, como un motor de fluido.

h_L = **Pérdidas de energia del sistema por la fricción** en las tuberias, o pérdidas menores por válvuas y otros accesorios.

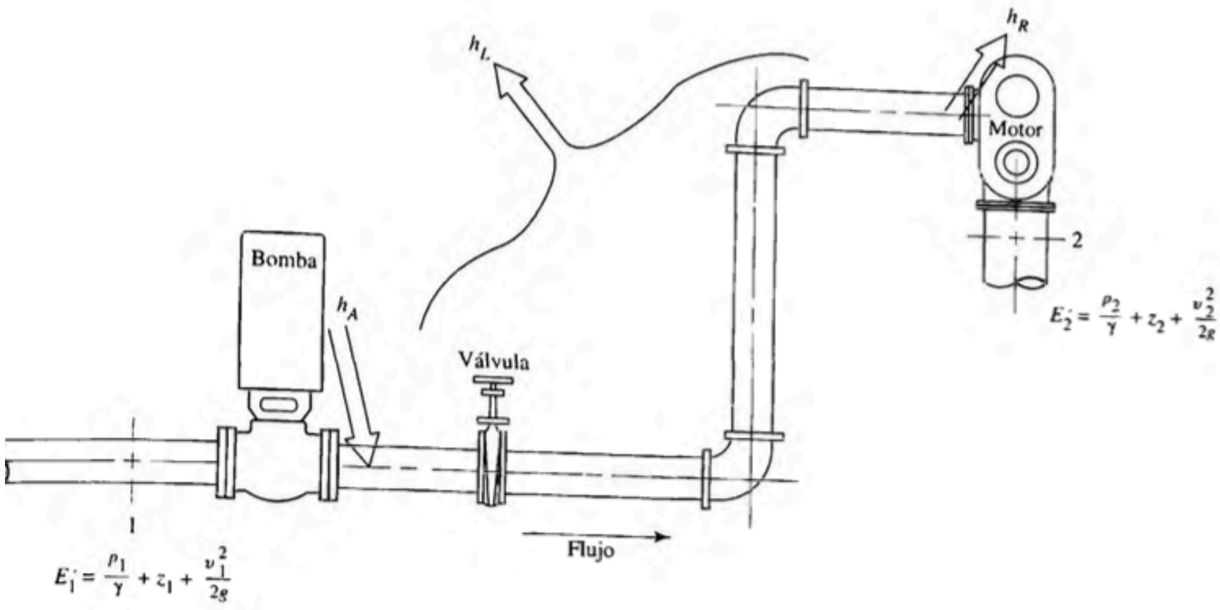
Nomenclatura de las perdidas y ganancia de energía

La magnitud de las perdidas de energía que produce la fricción del fluido, las valvulas y accesorios, es dirctamente proporcional a la carga de velocidad del fluido.

$$h_L = K(v^2 / 2g)$$

El termino K es el coeficiente de resistencia, mismo que puede calcularse con la ecuación de Darcy.

Ecuación general de energía



Ecuación general de energía

Para un sistema tal, la expresión del principio de conservación de la energía es:

$$E_1' + h_A - h_R - h_L = E_2'$$

La energía que posee el fluido por unidad de peso es:

$$E' = \frac{p}{\gamma} + z + \frac{v^2}{2g}$$

Combinando ambas ecuaciones se obtiene la **ecuación general de energía.**

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_A - h_R - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Potencia de bombas

En la mecanica de fluido este enunciado se considera como la rapidez con que se transfiere la energía.

La potencia P_A , se calcula con la multiplicación de la energía tranferida por newton de fluido por el flujo en peso.

$$P_A = h_A W = h_A \gamma Q$$

Las unidades de la potencia en el SI es el watt (W), que es equivalente a 1.0 N ·m/s o 1.0 joule J/s.

En el Sistema Tradicional de los E. U. es la lb-pie/s, aunque en la practica es comun expresarlo en caballos de fuerza (hp), 1hp=550 lb-pie/s.

1 lb-pie/s=1.356 W

1 hp = 745.7 W

Eficiencia mecanica de las bombas

El termino eficiencia se utilixa para denotar la relación de la potencia transmitida por la bomba del fluido a la potencia que se suminstra a la bomba.

$$e_M = \frac{Potencia \cdot transmitida \cdot al \cdot fluido}{Potencia \cdot de \cdot entrada \cdot a \cdot la \cdot bomba} = \frac{P_A}{P_I}$$

El valor de eM siempre sera menor a 1.0.

Potencia suministrada a motores de fluidos

La energia que un fluido transmite a un dispositivo mecánico, como un motor de fluido o una turbina, se denota en la ecuación general de la energía con el termino h_R.

La potencia transmitida P_R , se calcula con la multiplicación de h_R por el flujo en peso W.

$$P_R = h_R W = h_R \gamma Q$$

donde P_R es la potencia que el fluido transmite al motor de fluido.

La eficiencia mecánica se le define como:

$$e_M = \frac{Potencia \cdot de \cdot salida \cdot del \cdot motor}{Potencia \cdot que \cdot transmite \cdot el \cdot fluido} = \frac{P_O}{P_R}$$

3.8 Conservación de la cantidad de movimiento

- El teorema del transporte de Reynolds puede utilizarse para realizar un balance de la cantidad de movimiento, al igual que la 2da Ley de Newton.
- Asumiendo que las fuerzas interiores al sistema responden a la 3ra Ley de Newton, el balance de cantidad de movimiento $\vec{P} = M\vec{v}$ de un sistema continuo de masa constante, puede expresarse como:

$$\frac{D\vec{P}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega} \rho \vec{v} d^3x + \int_{\partial\Omega} \rho \vec{v}\vec{v}\cdot\vec{n}\, da = \sum \vec{F}_{ext}$$

3.8 Conservación de la cantidad de movimiento

Las fuerzas exteriores pueden clasificarse en **fuerzas másicas**, caracterizadas por tener una gran penetración en el cuerpo material y en ser virtualmente constante para todas las partículas elementales que componen el continuo, y **superficiales**, de muy poca penetración y que requieren del contacto entre partículas materiales para su acción.

$$\sum \vec{F}_{ext} = \underbrace{\int_{\Omega} \rho \vec{g} d^3 x}_{fuerzas \cdot másicas} + \underbrace{\int_{\partial\Omega} \vec{t}\, da}_{fuerzas \cdot \sup erficiales}$$

3.8 Conservación de la cantidad de movimiento

Para el caso de un fluido incompresible, con la ecuación de continuidad en la forma div$\vec{}$v = 0, resulta

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{\partial(\vec{v})}{\partial t} + \vec{v} \cdot grad(\vec{v}) = \vec{g} + \frac{1}{\rho} div\Pi$$

Esta es la **ecuación de movimiento** para un fluido incompresible

3.8.1 Ecuaciones de Navier-Stokes

La ecuación de movimiento, fluido isotrópico, puede escribirse en relación entre tensiones y deformaciones de la forma:

$$T = 2\mu D(\vec{v}) = \mu[grad\vec{v} + (grad\vec{v})^T]$$

Despejando D(v), se obtiene el tensor de rapidez de deformación.

$$D(\vec{v}) = \frac{[grad\vec{v} + (grad\vec{v})^T]}{2}$$

Esta expresión es una generalización del resultado clásico del experimento de Newton para determinar la relación entre la tensión y la rapidez de deformación en un flujo simple.

3.8.1 Ecuaciones de Navier-Stokes

Con la relación de tensor de rapidez de deformación y la ecuación de movimiento, se puede construir lo siguiente:

$$\frac{\partial(\vec{v})}{\partial t}+\vec{v}\cdot grad(\vec{v})=\vec{g}+\frac{1}{\rho}div(-pI+2\mu D(\vec{v}))$$

La que, puede expresarse como:

$$\frac{\partial(\vec{v})}{\partial t}+\vec{v}\cdot grad(\vec{v})=\vec{g}-\frac{1}{\rho}gradp+2\upsilon divD(\vec{v})$$

Estas son las **ecuaciones de Naver-Stokes** y son, junto a la ecuación de continuidad las que determinan la dinámica de los fluidos.

Bibliografía

- Çengel, Y. A., Cimbala, J. M. (2012). *Mecánica de fluidos. Fundamentos y aplicaciones*. México: Mc Graw Hill.

- Mott. R. L. (2006). *Mecánica de Fluidos*. México. Pearson.

- White, F.M. (2008). *Mecánica de Fluidos*. México. McGraw Hill.

- Potter, M. C. y Wiggert, D. C. (2002). *Mecánica de Fluidos*. México. Edición Thompson.