

# Flujo de Fluidos Compresibles

Armando Ramírez

Universidad Autónoma del Estado de México  
Facultad de Química

Agosto, 2018

## 1 Referencias

# Programa de Flujo de Fluidos

El Plan de Estudios del Programa Educativo de Ingeniero Químico 2015 basado en:

- Modelo educativo en competencias para consolidar programas educativos pertinentes y de calidad
- El currículo se divide en tres áreas:
  - a) Básica
  - b) Sustantiva
  - c) Integradora.
- Áreas: área sustantiva donde el estudiante aplique los conocimientos del área básica

# Contribución del Programa de Flujo de Fluidos

- La contribución de esta UA al perfil de egreso del Ingeniero Químico se centra en competencias a nivel de entrenamiento, que incidirán en:
  - a) Capacidad de solución de problemas
  - b) Eficiente análisis
  - c) Optimización de los procesos y equipos existentes y
  - d) solución basada en el flujo de fluidos
- Ámbitos de desempeño donde se presentan dichas problemáticas: consultorías, diseño y operación de plantas industriales: producción, procesos; servicios y mantenimiento

# Unidades del Programa

El estudiante dominará los conocimientos de la UA y reforzará habilidades como el dominio de herramientas computacionales, software especializado (ASPEN), trabajo en equipos. Con una visión de respeto orientada a la calidad en el trabajo, la perseverancia y la tolerancia, así como la disposición de aprender a aprender.

La UA consta de cuatro unidades de competencia:

- a) Flujo de fluidos no compresibles
- b) Flujo de fluidos compresibles
- c) Flujo de fluidos en dos fases
- d) Agitación

# Evaluación

- Estrategias de aprendizaje: revisión bibliográfica, elaboración gráficas, resolución de series de ejercicios y problemarios
- Desarrollar trabajo activo en clase y fuera de ella
- Uso de software especializado.
- Dos exámenes parciales y un final con base a promedio de parciales (8.0 Excento)

# Unidades de Competencia

## Objetivo

Determinar la potencia requerida y la eficiencia de los equipos de bombeo de fluidos compresibles en:

- Redes de tuberías de diferentes diámetros Incluyendo: caídas de presión en la tubería y los accesorios
- El método de solución en forma analítica y uso de software especializado
- El estudiante se promovera una actitud proactiva y responsable
- Promover el trabajo individuales y en equipo

# Temas a desarrollar

- Numero de Reynolds
- Número de Mach
- Caudal
- Velocidad Másica
- Pérdidas por Fricción para Flujo
- Procesos: Isotérmico, Flujo Adiabático y Flujo Isentrópico.



# Números Adimensionales

## Número de Reynolds

$$N_{Re} = \frac{u\rho D}{\mu} \text{ o bien, } N_{Re} = \frac{DG}{\mu}$$









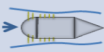



- $N_{Re} < 2000$  Flujo laminar
- $2000 < N_{Re} < 4000$  Flujo de Transición
- $N_{Re} > 4000$  Flujo Turbulento

## Número de Mach

$$N_{Ma} = \frac{u}{c} \text{ Donde: } u = \text{velocidad del fluido y } c = \text{velocidad del aire}$$

- $N_{Ma} < 1$  Fluido Subsónico
- $N_{Ma} = 1$  Fluido Sónico
- $N_{Ma} > 1$  Fluido Supersónico

# Esquema del Número de Mach

Régimen de Velocidad	Flujo Típico (Modelo)	Sección de Entrada	Radio de Compresión	Motor o sistemas de motor
Subsónico ( $M = 0 - 0.7$ )			1.0+	
Transónico ( $M = 0.7 - 1.2$ )			1.1	
Supersónico ( $M = 1.2 - 5$ )			2 ( $M = 2$ )	
Hipersónico ( $M > 5$ )			20 ( $M = 5$ )	

# Consideraciones fundamentales

## Sistema

- Régimen Estacionario
- Unidireccional
- Ecuación del Estado Ideal
- Fricción en la pared
- Gravedad despreciable

# Consideraciones fundamentales

Ecuaciones Fundamentales consideradas en el estudio de Flujo de Fluidos.

- Ecuación de Continuidad
- Balance de energía del fluido
- Balance de energía mecánica (f)
- Ecuación de velocidad del sonido

# Conceptos Fundamentales

Para calcular con precisión la caída de presión en los fluidos compresibles se requiere conocer las relaciones que guarda la presión con el volumen

- Flujo isentrópico, donde  $PV_g = \text{constante}$
- Flujo politrópico, donde  $PV_k = \text{constante}$
- $C_p = C_v + R_g$  y  $\gamma = k = \frac{C_p}{C_v}$
- Si despreciamos la reversibilidad del proceso:  $dH = C_p dT$

## Ecuación de Continuidad

- Ecuación de continuidad general:  $\rho u S = \text{Constante}$
- En forma logarítmica  $\ln \rho + \ln u + \ln S$
- Su derivada:  $\frac{d\rho}{\rho} + \frac{du}{u} + \frac{dS}{S} = 0$

Donde:  $\rho$  del fluido  $u =$  velocidad del fluido y  $S =$  Área transversal del ducto

## Balance de Energía

- Ecuación de Balance:  $\frac{Q}{m} = H_a - H_b + \frac{u_a^2}{2gcJ} - \frac{u_b^2}{2gcJ}$
- Su derivada:  $\frac{dQ}{m} = dH + \frac{du^2}{2gcJ} = 0$

Donde:

$Q$  = es el calor desprendido o absorbido

$H$  = Entalpia del Fluido

$g_c$  = factor de gravedad

$J$  = Factor de conversión calorífica

## Balance de Energía Mecánica

- Ecuación de Balance Mecánica:
- $$\frac{d\rho}{\rho} + \alpha \frac{du^2}{2gcJ} + \frac{g}{g_c} dL + dh_f = 0$$

Donde:

$\alpha$  = factor de corrección

$h_f$  = Carga de accesorios y longitud de la tubería

$$h_f = f \frac{fdL}{r_H}$$

$f$  = Factor de fricción ;  $r_H$  = radio hidráulico



# Consideraciones en fluidos compresibles sobre número de Mach

El valor de la velocidad de propagación del sonido (acústica) en un fluido es el siguiente:  $a = \sqrt{(g_c(\frac{dP}{d\rho})_s)}$

- La letra "S" indica proceso un isentrópico (entropía constante)
- Puede aplicarse para fluidos incompresibles, considerando que la densidad constante
- Para aplicarse al flujo en fluidos compresibles, es necesario relacionar la densidad con la temperatura y la presión:

$$P = \left(\frac{R}{M}\right)\rho T \text{ y } \frac{dP}{P} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \text{ y Entalpía: } dH = C_p dT$$

# Evaluación del Número de Mach

- Para un proceso isentrópico:  $T\rho^{\left(\frac{1}{\gamma} - 1\right)} = \text{constante}$   
 $P\rho^{-\gamma} = \text{constante}$   

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_p}{C_p - \left(\frac{R}{M}\right)}$$
- Al derivar la relación de presión y densidad se obtiene:  $\frac{dP}{P} - \gamma \frac{d\rho}{\rho}$
- Entonces:
- Entonces queda:  $\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_s = \gamma \frac{P}{\rho}$

# Número de Mach

- Sustituyendo en la expresión de velocidad del sonido:

$$a = (g_c (\frac{dP}{d\rho})_s)^{\frac{1}{2}} = (g_c \gamma (\frac{dP}{d\rho}))^{\frac{1}{2}} = (g_c \gamma (\frac{TR}{M}))^{\frac{1}{2}}$$

El número de Mach resulta:  $M_a^2 = \frac{u^2}{g_c \gamma \frac{TR}{M}}$

# Condición Especiales

**Condición Asterisco:** Es la condición cuando el Número de Mach es igual a la unidad  $M_a = \frac{u}{a} = 1$

- En esta situación las condiciones de presión, temperatura, densidad y entalpía se representan por:  $P^*$  ;  $\rho^*$ ;  $T^*$  y  $H^*$

**Temperatura de Estancamiento:** Es la temperatura que alcanzaría a adquirir el mismo fluido si pasase adiabáticamente a velocidad cero sin producir trabajo de árbol.

- En esta situación las condiciones de presión, temperatura, densidad y entalpía se representan por:

$$\frac{Q}{m} = H_{Sb} - H_{Sa} = (T_{Sb} - T_{Sa})C_p$$

# Consideraciones Iniciales

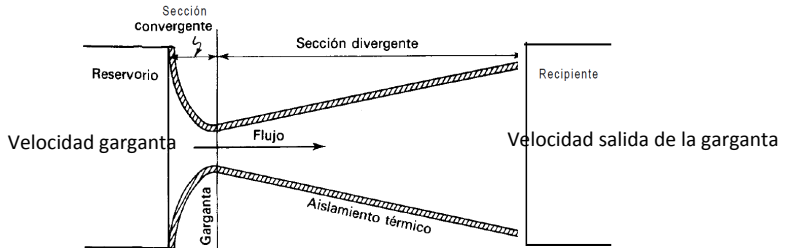
- Si el  $Ma < 0,3$  o  $\frac{\rho_1}{\rho_2} < 2$  se considera como fluido incompresible en la ecuación de Bernoulli
- Si la caída de presión calculada es menor que el 10 por ciento de la presión de entrada (tal como sucede en la mayoría de las instalaciones). Se puede considerar la densidad conocida, con conocer sólo a la entrada o a la salida.
- Si la caída de presión calculada oscila entre el 10 y el 40 por ciento de la presión de entrada, la ecuación puede usarse con precisión razonable usando una densidad basada en el promedio de entrada y salida.

$$\rho_{promedio} = \frac{\rho_{entrada} + \rho_{salida}}{2}$$

# Expansión Isentrópica

El área de la sección transversal de conducción es variable.

El objetivo es aumentar la velocidad, disminuir presión del gas cuando  $M_a < 1$ . Una aplicación es determinar el flujo del fluido y para túneles de viento  $M_a > 1$ .



# Temperatura de Estancamiento

- Temperatura que alcanzaría al adquirir el mismo fluido si pasase adiabáticamente a velocidad cero si producir trabajo del árbol
- $\frac{Q}{m} = H_{sb} - H_{sa} = (T_{sb} - T_{sa}) C_p$

# Consideraciones en Fluidos Compresibles

Si  $\frac{\rho_1}{\rho_2} < 2$  o  $M_a < 0,3$  se considera como fluido incompresible en la ecuación de Bernoulli

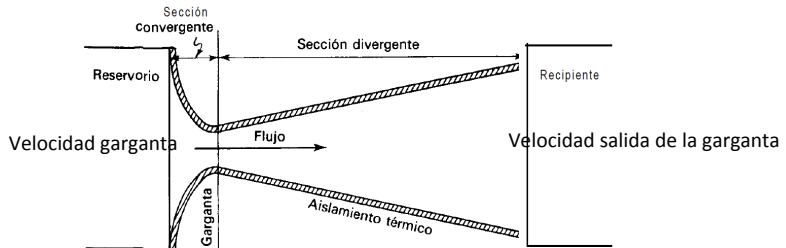
- a) Si la caída de presión es menor que el 10 por ciento de la presión de entrada (tal como sucede en la mayoría de las instalaciones).
- b) Si la caída de presión calculada oscila entre el 10 por ciento y el 40 por ciento de la presión de entrada, la ecuación puede usarse con precisión razonable usando una densidad basada en el promedio de entrada y salida.
  - Densidad promedio  $\rho_{promedio} = \frac{\rho_{entrada} + \rho_{salida}}{2}$



# Expansión Isentrópica

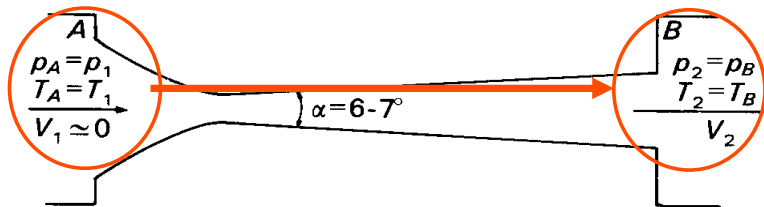
El área de la sección transversal de conducción varía debido al área de sección es variable.

El objetivo es aumentar la velocidad y disminuir la presión del gas ( $Ma < 1$ ). Para ( $Ma > 1$ ) es utilizado para túneles de viento.



# Proceso Isentrópico (Boquillas)

Una boquilla completa está formada por una sección convergente y otra divergente, unidas por una garganta, que es una pequeña longitud en la cual la pared de la conducción es paralela al eje de la boquilla.



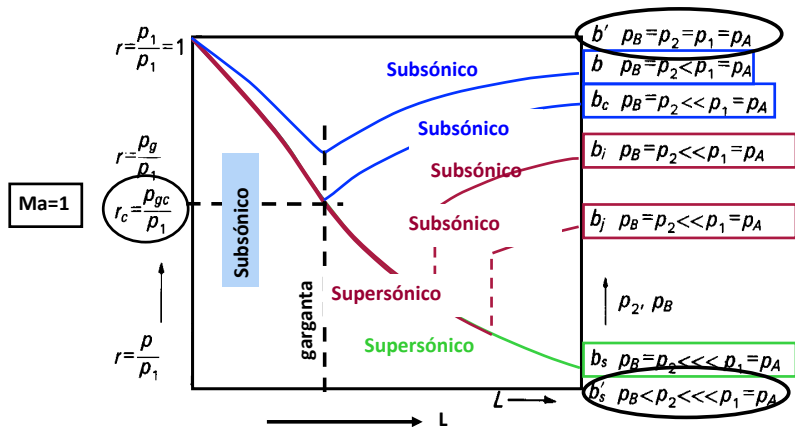
# Proceso Isentrópico (Boquillas)

- En algunas aplicaciones una boquilla puede estar formada solamente por una sección divergente unida directamente al recipiente por la garganta.
- Un depósito de gas (reservorio) a temperatura y presión determinadas, con velocidad y número de Mach iguales a cero respecto a la garganta y conducto. El depósito de gas recibe el nombre de reservorio a las condiciones de reservorio.
- La temperatura del reservorio es un valor de estancamiento, que no tiene que ser necesariamente aplicable a otros puntos del sistema de flujo.
- El gas fluye (reservorio) sin pérdidas por fricción y fluye por la conducción a  $T, P$ , llegando al recipiente de descarga a  $P$  menor del reservorio.

# Proceso Isentrópico (Boquillas)

- En la sección convergente el flujo es siempre subsónico, pero puede llegar a sónico en la garganta.
- El objetivo de la sección convergente es aumentar la velocidad y disminuir la presión del gas.
- En la sección divergente el flujo puede ser subsónico o supersónico: pero no sónico.
- El objetivo de conseguir flujo subsónico, es reducir la velocidad y aumentar la presión, de acuerdo con la ecuación de Bernoulli.
- El objetivo más general de conseguir flujo supersónico, es utilizarlo en aparatos experimentales (túneles de viento).

# Onda de Choque, Proceso Isentrópico



# Proceso Isentrópico

- Variación de las propiedades del gas durante el flujo:

$$\frac{P}{P_o} = \left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^\gamma \text{ y } \frac{T}{T_o} = \left(\frac{P}{P_o}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

- En la garganta, en ausencia de fricción, la ecuación[on de energía mecánica se reduce a: (el proceso puede ser subsónico o sónico):  $u^2 = \frac{2g_c P_o \rho_o}{(\gamma-1)\rho_o} \left(1 - \frac{P}{P_o}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$  resultando:

- Expresada en numero del Mach:

$$N_{Ma}^2 = \frac{2P_o \rho}{(\gamma-1)P \rho_o} \left[1 - \left(\frac{P}{P_o}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] = \frac{2}{\gamma-1} \left[\left(\frac{P}{P_o}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]$$

$$\frac{P}{P_o} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma+1}{2} M_a^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

# Proceso Isentrópico

Velocidad Másica:

$$G = u\rho = \frac{2\gamma g_c \rho_o P_o}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{p}{p_o}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left[\frac{p}{p_o}\right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\gamma}$$

El efecto de la sección transversal:

$$\frac{du}{u} (M_a^2 - 1) = \frac{dS}{S}$$

## Ejemplo

A una boquilla convergente-divergente entra aire a  $1000^{\circ}\text{R}$  y una presión de 20 atm. La sección de la garganta es de  $\frac{1}{2}$  pulgadas.

- Si  $\text{Ma}=0.8$ , determine los magnitudes de  $P$ ,  $T$ ,  $u$ ,  $\rho$  y  $G$  en la garganta.
- los valores asteriscos de:  $\rho^*$ ,  $T^*$ ,  $u^*$ ,  $G^*$  en las condiciones del reservorio y
- Si en la boquilla opera a velocidades supersónicas, calcule en numero de mach a la salida de la rama divergente.  $\gamma_{\text{aire}} = 1,4$  y  $M = 29$ :

Solución:

$$\frac{P}{P_o} = \frac{P}{P_o} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma+1}{2} M_a^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 13,2 \text{ atm}$$



# Continuación de la solución

## Proceso Isotérmico

$$\text{Densidad: } \rho_o = \frac{P_o M}{RT} = \frac{20 * 144 * 14,7 * 29}{1545 * 1000} = 0,795 \frac{\text{lb}}{\text{ft}^3} = 12,73 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho = \rho_o \left( \frac{P}{P_o} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 0,588 \frac{\text{lb}}{\text{ft}^3 = 9,42 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}}$$

$$\text{Velocidad: } u^2 = \frac{2\gamma g_c RT_o}{(\gamma-1)M} \left( 1 - \frac{P}{P_o} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\text{entonces: } u = 686 \frac{\text{ft}}{\text{s}} = 355,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{Gasto Másico:}$$

$$G = u\rho = 686 \frac{\text{lb}}{\text{ft}^2 \text{s}} = 3349 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}}$$

$$\text{Temperatura: } T = T_o \left( \frac{P}{P_o} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 886,5R = 462,8K$$

# Continuación

## Proceso Isotérmico

$$\text{Presión: } r_c = \frac{P^*}{P_o} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\text{implica que: } P^* = 20 * 0,528 = 10,56$$

$$T^* = \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 833R = 462,8K$$

$$\text{Densidad: } \rho^* = \rho_o \left( \frac{1}{\gamma} \right) = 0,504 \frac{lb}{ft^3} = 8,07 \frac{kg}{m^3}$$

$$\text{Gasto Másico: } 713,0 \frac{lb}{ft^2 s}$$

$$\text{Velocidad: } u^* = \frac{G^*}{\rho^*} = 1415 \frac{ft}{s}$$

# Continuación

## Proceso Isotérmico

Ecuación de Continuidad:  $m = \rho u S$  Relacionadola con dos condiciones resuta:  $G_1 S_1 = G_2 S_2$

se obtiene:  $G_2 = 356,5 \frac{lb}{ft^2 s} = 1741 \frac{kg}{m^2 s}$

Gasto másico:  $G = \left[ \frac{2\gamma g_c \rho_o P_o}{\gamma-1} \left( 1 - \left( \frac{P}{P_o} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \left( \frac{P}{P_*} \right)$

la relación de  $\frac{P}{P_*} = 0,0939$

Numero de Mach:  $M_a = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left( \frac{P}{P_o} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1} = 2,2$

# Proceso Adiabático

## Balance de Energía, Bernoulli

Expresión del balance de Energía:

$$gdz + u \frac{du}{g} + \frac{dP}{g} + \rho \frac{h_f}{g} + dH + dq - dW_{int} + dW_{ext} = 0$$

Consideraciones:

- Desprecia la energía potencial
- No hay transferencia de Calor (Adiabático)
- No se realiza trabajo

La expresión se reduce a:  $\rho = \frac{h_f}{g} = 2 \frac{f}{2g} \frac{dL}{D}$

La entalpia se evalua con:  $dH = C_p dT$

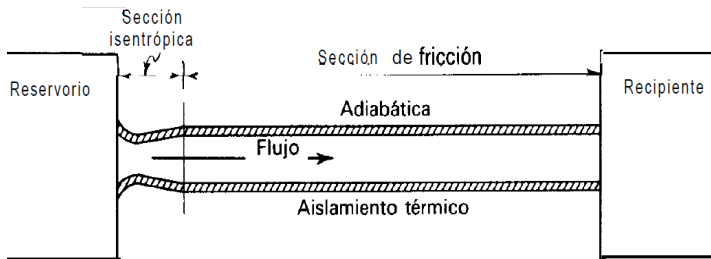
# Proceso Adiabático

## Factor de Expansión

- $y_i = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{a1}^2$
- $\frac{T_2}{T_1} = \frac{y_1}{y_2}$
- $\frac{P_2}{P_1} = \frac{M_{a1}}{M_{a2}} \left( \frac{y_1}{y_2} \right)^{\frac{1}{2}}$
- $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{M_{a1}}{M_{a2}} \left( \frac{y_2}{y_1} \right)^{\frac{1}{2}}$

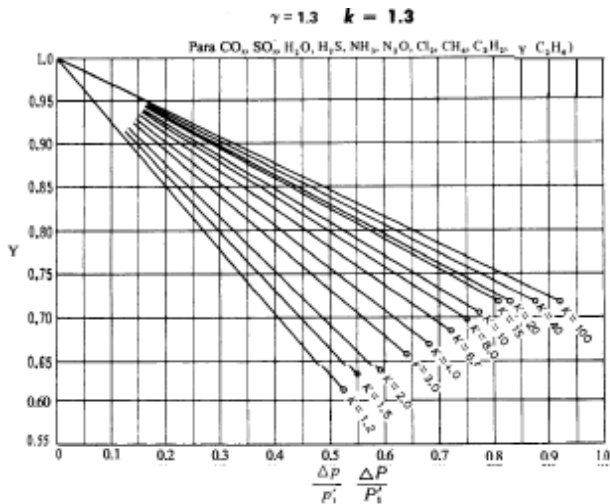
# Proceso adiabático con fricción a través de una conducción de sección transversal constante

Si  $L$  es grande  $P$  pequeña  $Ma=1$ , pero no es posible experimentalmente atravesar la velocidad del sonido. Si se intenta pasar de subsónico a supersónico y viceversa la velocidad (estrangulamiento)



# Coefficiente de Expansión

El coeficiente de expansión  $Y$  se puede determinar con la gráfica A-20 de Crane (Página A-40):  $K = 4f(L/D) + \text{pérdidas menores}$

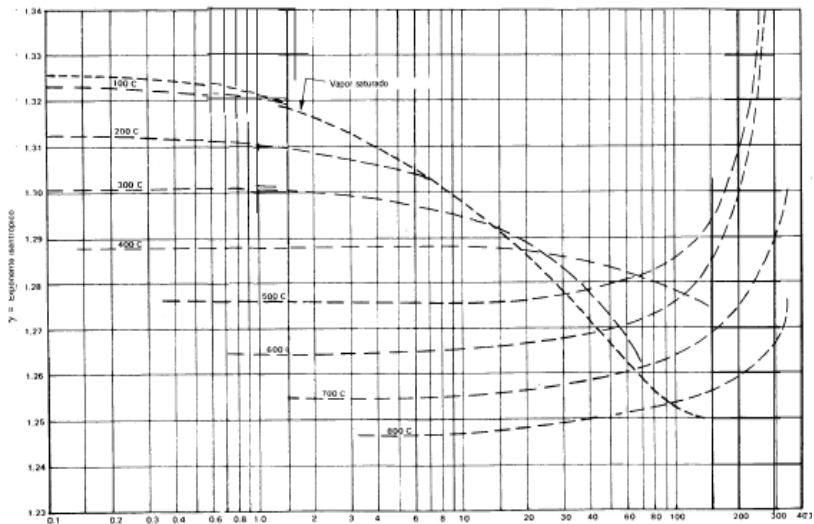


Factores límites para  
velocidad sónica

$\gamma = 1.3$   
 $k = 1.3$

$K$	$\frac{\Delta p}{P_1}$	$Y$
1.2	.525	.612
1.5	.550	.631
2.0	.593	.635
3	.642	.658
4	.678	.670
6	.722	.685
8	.750	.698
10	.773	.705
15	.807	.718
20	.831	.718
40	.877	.718
100	.920	.718

# Exponente Isentrópico del Vapor ( $k$ )





# Expresiones para un proceso adiabático

- Velocidad másica:

$$G = M_{a1}\rho_1\sqrt{\frac{Mk}{RT_1}} = M_{a2}\rho_2\sqrt{\frac{Mk}{RT_2}} = \sqrt{\frac{Mk}{R(k-1)} \frac{(T_2 - T_1)}{\left(\frac{T_1}{P_1}\right)^2 - \left(\frac{T_2}{P_2}\right)^2}}$$

- Ecuación de Bernoulli:

$$\frac{k+1}{2} \ln \frac{M_{a2} Y_1}{M_{a1} Y_2} - \left[ \frac{1}{M_{a1}^2} - \frac{1}{M_{a2}^2} \right] + k \left( f \frac{L}{D} \right) = 0$$

- En términos de Presión:

$$\left( \frac{k+1}{k} \right) \ln \frac{P_1 T_2}{P_2 T_1} - \left( \frac{k-1}{2k} \right) \left( \frac{P_1^2 T_2^2 - P_2^2 T_1^2}{T_2 - T_1} \right) \left( \frac{1}{P_1^2 T_2} - \frac{1}{P_2^2 T_1} \right) + 4f \frac{L}{D} = 0$$

# Proceso Adiabático

- $\frac{T^*}{T_1} = \frac{2Y_1}{k+1}$
- $\frac{P^*}{P_1} = M_{a1} \left( \frac{2Y_1}{k+1} \right)^{\frac{1}{2}}$
- $\frac{\rho^*}{\rho_1} = M_{a1} \left( \frac{k+1}{2Y_1} \right)^{\frac{1}{2}}$
- Velocidad Másica:  $G^* = \rho^* \left( \frac{Mk}{RT^*} \right)^{\frac{1}{2}}$
- $\frac{k+1}{2} \ln \frac{2Y_1}{M_{a1}^2(k+1)} - \left( \frac{1}{M_{a1}^2} - 1 \right) + k \left( 4f \frac{L}{D} \right) = 0$

# Ecuaciones para un proceso adiabático

- Balance de Energía (Similar a la Bernoulli)

$$\frac{dP}{\rho} + \frac{\rho}{\rho g_c} u du + \frac{\rho u^2}{2\rho g_c} \frac{fdL}{r_H} = 0$$

- En términos del numero de Mach:

$$\frac{f_{prom}}{r_H} (L_b - L_a) =$$

$$\frac{1}{\gamma} \left( \frac{1}{M_{a,a}^2} - \frac{1}{M_{a,b}^2} - \frac{\gamma+1}{2} \ln \left( \frac{M_{a,b}^2 \{1 + [\frac{\gamma-1}{2}] M_{a,a}^2\}}{M_{a,b}^2 \{1 + [\frac{\gamma-1}{2}] M_{a,b}^2\}} \right) \right)$$

- $f_{prom} = \frac{f_a + f_b}{2}$

# Proceso Adiabático

## Ecuaciones de Propiedad ( $P, T, \rho$ )

- Presión:

$$\frac{P_a}{P_b} = \frac{M_{a,b}}{M_{a,b}} \sqrt{\frac{1 + [\frac{\gamma-1}{2}]M_{a,a}^2}{1 + [\frac{\gamma-1}{2}]M_{a,a}^2}}$$

- Densidad:

$$\frac{\rho_a}{\rho_b} = \frac{T_b P_a}{T_a P_b} = \frac{M_{a,b}}{M_{a,b}} \sqrt{\frac{1 + [\frac{\gamma-1}{2}]M_{a,a}^2}{1 + [\frac{\gamma-1}{2}]M_{a,a}^2}}$$

- Temperatura

$$\frac{T_a}{T_b} = \frac{1 + [\frac{\gamma-1}{2}]M_{a,a}^2}{1 + [\frac{\gamma-1}{2}]M_{a,a}^2}$$

# Proceso Adiabático

Longitud máxima:

$$\frac{f_{prom}}{r_H} (L_{max}) = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{1}{M_{a,a}^2} - 1 - \frac{\gamma+1}{2} \ln \left( \frac{2\{1 + [\frac{\gamma-1}{2}]M_{a,a}^2\}}{[\gamma-1]M_{a,a}^2} \right) \right)$$

Velocidad másica:

$$G = \rho M_a \sqrt{\frac{g_c \gamma T R}{N}} = M_a \sqrt{g_c \gamma \rho}$$

# Proceso Adiabático

Considere aire procedente de un depósito que fluye a través de una boquilla isentrópica en una tubería recta de gran longitud a

$P = 20 \text{ atm}$ ,  $T = 1000 \text{ R}$  y  $M_a = 0,05$

Determine: a)  $f \frac{L_{max}}{r_H}$  y b)  $G$  cuando  $f \frac{L_{max}}{r_H}$

Solución:

$$a) \frac{f_{prom}}{r_H} (L_b - L_a) =$$

$$\frac{1}{\gamma} \left( \frac{1}{M_{a,a}^2} - \frac{1}{M_{a,b}^2} - \frac{\gamma+1}{2} \ln \left( \frac{M_{a,b}^2 \{1 + [\frac{\gamma-1}{2}] M_{a,a}^2\}}{M_{a,b}^2 \{1 + [\frac{\gamma-1}{2}] M_{a,b}^2\}} \right) \right) = 280$$

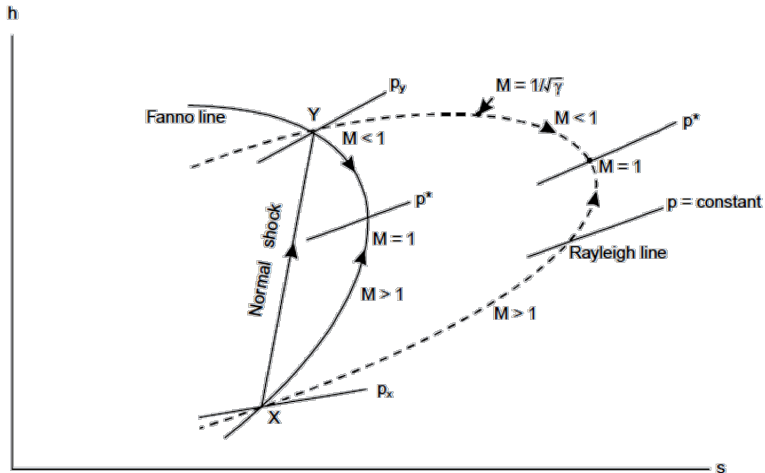
$$b) \frac{f_{prom}}{r_H} (L_{max}) = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{1}{M_{a,a}^2} - 1 - \frac{\gamma+1}{2} \ln \left( \frac{2\{1 + [\frac{\gamma-1}{2}] M_{a,a}^2\}}{[\gamma-1] M_{a,a}^2} \right) \right) = 400$$

- Por lo que:  $M_a = 0,0425$

# Onda de Choque

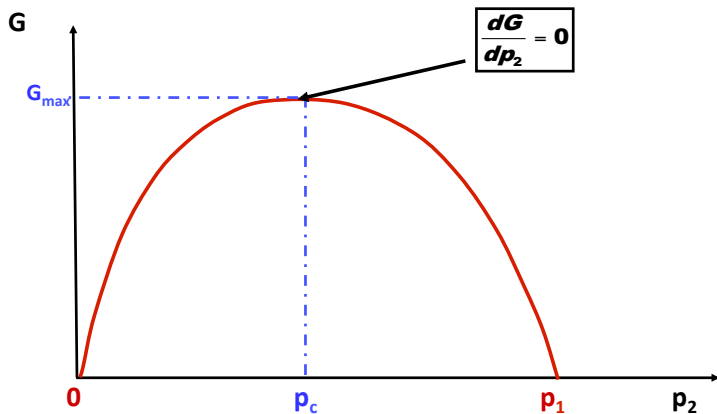
- a) Al incrementarse la velocidad a través de una tubería, con una onda sónica moviéndose en sentido contrario, se produce una onda de choque (Shockwave).
- b) Esta onda de choque evita que la velocidad del fluido siga aumentando.
- c) La posición donde se produce dicha onda de choque depende del tipo de flujo que tengamos (adiabático o isotérmico).
- d) Fanno desarrolló un diagrama para proceso adiabático.
- e) Rayleigh lo hizo para proceso isotérmico.

# Línea de Fanno y de Rayleigh



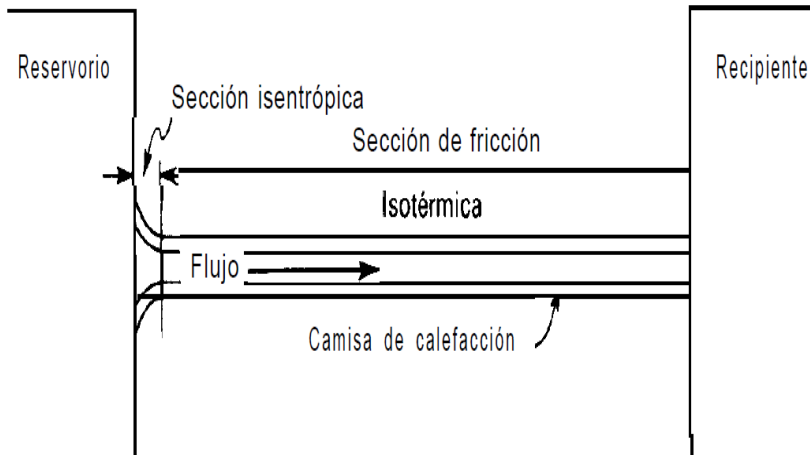


## Velocidad másica máxima de acuerdo a Fanno y de Rayleigh



# Flujo isotérmico con fricción a través de una conducción de sección transversal constante

La temperatura de estancamiento varía durante el proceso puesto que  $T$  es constante



# Proceso Isotérmico

- Temperatura del fluido compresible se mantiene constante, mediante la transferencia de calor a través de la pared de conducción.
- Para  $Ma$  pequeños la distribución de presión es aproximadamente al adiabático.
- La velocidad máxima que se puede alcanzar es:
- Las dimensiones entre estas velocidades acústicas es:
- El numero de Mach se ajusta a:
- El numero de Mach no puede exceder a la unidad

# Ecuaciones para un Proceso Isotérmico

- Balance de energía:

$$\rho dP + \frac{\rho^2}{g_c} u du + \frac{\rho^2 u^2}{2g_c} f \frac{dL}{r_H} = 0$$

- Sustituyendo el gasto másico, la densidad e integrando se obtiene:

$$\frac{M}{2RT} (P_a^2 - P_b^2) - \frac{G^2}{g_c} \ln \frac{\rho_a}{\rho_b} = \frac{G^2 f \Delta L}{2g_c r_H}$$

- Transferencia de calor en flujo isotérmico:

$$\frac{Q}{m} = \frac{G^2}{2g_c J} \left( \frac{1}{\rho_b^2} - \frac{1}{\rho_a^2} \right)$$

## Ejemplo: Proceso Isotérmico

Aire a presión manométrica de 1.7 atm y 15 °C entra a una tubería horizontal de acero comercial de 75 mm y 70 m de longitud. La velocidad a la entrada es 60 m/s. ¿ presión a la salida de la línea?

### Solucion Proceso Isotérmico

- Solución:
- *Propiedades y datos:*  $d=0.075\text{ m}$ ;  $r\downarrow H=0.075/4=0.01875\text{ m}$ ;  
 $\mu=0.0174\text{ cp}=1.74\times 10^{-5}\text{ kg/m s}$  ;  $\rho=3.31\text{ kg/m}^3$
- Evaluación de parámetros:
- $G=up=198.6\text{ kg/m}^2\text{ s}$  ;  $Re=8.56\times 10^5$  ;  $\varepsilon/D=0.00015$  ;  
 $f=0.0044$



# Solución

- $\frac{M}{2RT} [Pa^2 - Pb^2] - \left(\frac{G^2}{g_c}\right) \ln\left(\frac{\rho_a}{\rho_b}\right) = \frac{G^2 f \Delta L}{2g_c r_H}$
- $= 2,33 atm$

# Fórmulas Empíricas

- Gasto másico:  $\sqrt{\left(\frac{A^2 \rho_1}{f \frac{L}{D}}\right) \left(\frac{P_1^2 - P_2^2}{P_1}\right)}$
- $Q_h = 0,01361 \sqrt{D^5 \frac{P_1^2 - P_2^2}{f L_m T S_g}}$
- $Q_h = \frac{m^3}{h}$
- $L_m = km$
- P=bar(Presión Absoluta)
- $S_g = \frac{M_{gas}}{29}$

# Fórmulas Empíricas

Caída de Presión:

- $\Delta P_{100} = \frac{C_1 C_2}{\rho}$
- Factor de diámetro  $C_2$ , se obtiene en la página 3-48 del Crane
- El factor de descarga  $C_2$  se obtiene en la página 3-47 del Crane



# Referencias

- McCabe, W. L.; Smith, J. C.; Harriott, P. (2007). Operaciones Unitarias en Ingeniería Química. 7ma edición. McGraw-Hill Education.
- Crane, C. (2009). Flow of Fluids Through Valves, Fittings, and Pipe. Crane.
- Mott, R. L. (). Mecánica de Fluidos. 6ta edición. Pearson Education.
- Valiente, A. (2002). Problemas de Flujo de Fluidos. 2da edición. México D. F. Limusa Noriega Editores.
- Levenspiel, O. (1993). Flujo de Fluidos e Intercambio de Calor. Barcelona. Editorial Reverte.
- Shames, I. H. (1995). Mecánica de Fluidos. 3ra edición. Santafé de Bogotá. McGraw-Hill Interamericana.
- Green, D. W.; Perry, R. H. (2007). Perry's Chemical Engineers' Handbook. 8th Edition. McGraw-Hill Education.

# Referencias

- Green, D. W.; Perry, R. H. (2007). Perry's Chemical Engineers' Handbook. 8th Edition. McGraw-Hill Education.
- Machuca Sánchez, D. I.; Hervás Torres, M. (2014). Operaciones Unitarias y Proceso Químico. IC Editorial.
- Geankoplis, C. J. (2007). Transport Processes and Separation Process Principles (Includes Unit Operations). 4th Edition. Prentice-Hall of India.
- Seader, J. D.; Henley E. J.; Roper D. K. (2010). Separation Process Principles. 3rd Edition. Wiley.