

Definición y uso de frecuencias espaciales en Óptica de Fourier y en Óptica Fisiológica

Definition and use of spatial frequencies in Fourier Optics and in Physiological Optics

S. A. Comastri ^(1,3,*), J. M. Simon ⁽¹⁾, G. Martin ⁽¹⁾, E. Colombo ^(2,3), L. Issolio ⁽²⁾,
J. Santillan ⁽²⁾, R. Aguirre ⁽²⁾

1. Laboratorio de Óptica, Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Ciudad Universitaria, Pabellón I, Nuñez, (C1428EGA) Buenos Aires, Argentina
2. Grupo de Fotometría y Visión, Departamento de Luminotecnia, Luz y Visión, Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Universidad Nacional de Tucumán, Av. Independencia 1800 (T4002BLR) Tucumán, Argentina
3. Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Av. Rivadavia 1917, (C1033AAJ) Buenos Aires, Argentina

* E-mail de contacto: comastri@fi.uba.ar

RESUMEN:

Las frecuencias espaciales se utilizan frecuentemente tanto en Óptica de Fourier como en Óptica Fisiológica. Según la Óptica de Fourier, todo objeto puede sintetizarse mediante la superposición de armónicas de diferentes períodos espaciales y la frecuencia espacial, definida como la inversa del correspondiente período, se mide en ciclos por milímetro. Por otro lado, en Óptica Fisiológica, la frecuencia espacial es la inversa del ángulo subtendido en el ojo del observador por un ciclo de una red sinusoidal y se mide en ciclos por grado. En el presente artículo se analizan y comparan entre sí las definiciones de funciones transferencia y frecuencias espaciales y las relaciones entre frecuencias de corte y límites de resolución que se utilizan en ambas disciplinas. Se muestra una aplicación de la teoría de Fourier en diseño óptico (microscopios limitados por producción) y otra en pruebas de la calidad visual (sensibilidad al contraste).

Palabras clave: Frecuencias Espaciales, Diseño Optico, Sensibilidad al Contraste.

ABSTRACT:

Spatial frequencies are often employed both in Fourier Optics and in Physiological Optics. According to Fourier Optics, any object can be synthesized as a superposition of harmonics of different spatial periods and the spatial frequency, defined as the inverse of the corresponding period, is measured in cycles per millimeter. On the other hand, in Physiological Optics, the spatial frequency is the inverse of the angle subtended at the eye of the observer by a cycle of a sinusoidal grating and its units are cycles per degree. In the present paper, the definition of transfer functions and spatial frequencies and the relations between the cutoff spatial frequencies and the limits of resolution used in both disciplines are analyzed and compared. Applications of Fourier theory in optical design (production limited microscopes) and also in visual quality tests (contrast sensitivity) are shown.

Keywords: Spatial Frequencies, Optical Design, Contrast Sensitivity.

REFERENCIAS Y ENLACES

- [1] J. Fourier, *The Analytical Theory of Heat*, Dover Publication Inc. New York (1955).
- [2] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, Mc Graw-Hill, New York (1996).

- [3] M. Born, B. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, Oxford (1987).
- [4] H. H. Hopkins, "Image formation by a general optical system. 1. General Theory", *Appl. Opt.* **24**, 2491-2505 (1985).
- [5] J. M. Simon, J. Ratto, S. A. Comastri, "Sine condition derivation via Fourier Optics", *Appl. Opt.* **18**, 2912-2913 (1979).
- [6] J. M. Simon, S. A. Comastri, "Image forming systems: matrix formulation of the optical invariant via Fourier optics", *J. Mod. Opt.* **43**, 2533-2541 (1996).
- [7] S. A. Comastri, J. M. Simon, R. Blendowske, "Generalized sine condition for image-forming systems with centering errors", *J. Opt. Soc. Am. A* **16**, 602-611 (1999).
- [8] P. Kaufman, A. Alm, *Adler Fisiología del Ojo*, Elsevier, Madrid (2004).
- [9] P. Artal, S. Marcos, I. Iglesias, G. Green, "Optical modulation transfer and contrast sensitivity with decentered small pupils in the human eye", *Vision Res.* **36**, 3575-3586 (1996).
- [10] C. Owsley, "Contrast sensitivity", *Ophthalmol. Clin. N. Am.* **16**, 171-177 (2003).
- [11] A. P. Ginsburg, "Contrast sensitivity and functional vision", *Int. Ophthalmol. Clin.* **43**, 5-15 (2003).
- [12] L. Issolio, E. Colombo, Cap. IV en *Baja Visión*, L. Gurovich Edt., Buenos Aires (2001).
- [13] L. A. Issolio, J. E. Santillán, M. S. Santana, E. M. Colombo, "Methodological proposal to evaluate spatial contrast sensitivity in no clinical observers using a computer based test", Fechner Day 2002: In a New Continent, for a New Psychophysics, ISBN 85-902952-1-4, 416-421 (2002).
- [14] A. Guirao, C. Gonzalez, M. Redondo, E. Geragbty, S. Norrby, P. Artal, "Average optical performance of the human eye as a function of age in a normal population", *Invest. Ophthalmol. Vis. Sci.* **40**, 203-213 (1999).
- [15] J. Pujol, J. Gispets, M. Arjona, "Optical performance in eyes wearing two multifocal contact lens designs", *Ophthal. Phys. Opt.* **23**, 347-360 (2003).
- [16] R. Aguirre, J. Santillán, L. Issolio, E. Colombo, "Sistema y procedimiento para la medicion de funciones visuales en seres humanos", solicitud de patente presentada por CONICET en el INPI 31/3/2005, P 050101283).
- [17] S. A. Comastri, G. Martin, T. Pfortner, "Analysis of pupil and corneal wave aberration data supplied by the SN CT 1000 topography system", *Optik* **117**, 537-545 (2006).
- [18] N. Chateau, D. Baude, "Simulated in situ optical performance of bifocal contact lenses", *Optometry Vision Sci.* **74**, 532-539 (1997).
- [19] O. Braddick, F. W. Campbell, J. Atkinson, "Channels in vision: Basic aspects", en *Perception*, R. Held, H. W. Leibowitz, H. Teuber (Eds), pp. 3-38, Berlin: Springer-Verlag (1978).
- [20] A. P. Ginsburg, D. Evans, R. Sekuler, S. Harp. "Contrast sensitivity predicts pilot's performance in aircraft simulators", *Am. J. Optom. Physiol. Optic* **59**, 105-109 (1982).
- [21] L. Maffei, "Spatial frequency channels: Neural mechanisms", en *Perception*, R. Held, H. W. Leibowitz, H. Teuber (Eds), pp. 39-66, Berlin: Springer-Verlag (1978).
- [22] A. B. Watson, H. B. Barlow, J. G. Robson, "What does the eye see best?", *Nature* **302**, 419-422 (1983).
- [23] J. M. Simon, S. A. Comastri, "The compound microscope: optical tube length or parfocalization?", *Eur. J. Phys.* **26**, 1101-1105 (2005).
- [24] A. G. Bennett, R. B. Rabbetts, "Clinical Visual Optics", Butterworth-Heinemann, 2 Ed., pp. 58 (1989).
- [25] D. Regan, "High and low contrast acuity", *Optometry Vision Sci.* **67**, 650-653 (1990).

1. Introducción

Desde 1807 en que J. Fourier utilizó una superposición de funciones trigonométricas al tratar la transferencia del calor [1], la teoría de Fourier ha sido empleada para sintetizar patrones tanto de variación temporal como espacial [2,3]. En Óptica, la teoría de Fourier puede utilizarse para estudiar el modo en el cual un sistema transfiere a la imagen la información presente en el objeto. En un sistema formador de imágenes cualquiera cuyos medios son

perfectamente transparentes, la calidad de la imagen está limitada por difracción y aberraciones [2-7]. La difracción aparece porque, para todo punto objeto, hay un diafragma de apertura (real o equivalente) que limita el ancho del haz que atraviesa el sistema. Las aberraciones tienen en cuenta el hecho que generalmente, fuera de la región paraxial, no todos los rayos provenientes de un punto objeto que atraviesan el sistema, llegan al mismo punto del plano de observación. Para facilitar el análisis, se definen las pupilas de entrada y salida como las que

limitan el haz en los respectivos espacios y ellas se ubican⁴ de modo que el rayo principal (o central del haz convenientemente elegido) pase por su centro. Al analizar un sistema óptico isoplanático iluminado incoherentemente, los efectos de difracción y aberraciones suelen tenerse en cuenta en la pupila de salida y suelen cuantificarse evaluando la función transferencia óptica (OTF). En el caso en que el sistema sea el ojo [8-22], la función transferencia depende no solo del sistema óptico sino también del neuroretiniano y se cuantifica mediante la función sensibilidad al contraste (FSC). Tanto la OTF como la FSC dependen de la frecuencia espacial y se anulan en la frecuencia de corte. Sin embargo, la frecuencia espacial que se considera al estudiar el ojo no coincide con la correspondiente a sistemas fabricados por el hombre siendo diferentes las unidades en que se miden.

En el presente trabajo se analiza la relación entre ambas definiciones de frecuencia espacial y su utilización al aplicar la Teoría de Fourier tanto al diseño de instrumentos altamente compensados de aberraciones como a pruebas psicofísicas del comportamiento del sistema visual humano cuyas aberraciones suelen ser relativamente grandes. En la

Sección 2, considerando Óptica de Fourier, se trata la relación entre la proporcionalidad de frecuencias espaciales en objeto e imagen, la condición de los Senos y el isoplanatismo y, por completitud y para establecer la notación aquí considerada, los bien conocidos [2-4] conceptos de difracción, aberraciones, función pupila, frecuencia espacial y de corte, límite de resolución y funciones transferencia. Como aplicación se consideran los efectos del descentrado en la producción de microscopios que controlan la fabricación de microchips. En la Sección 3, considerando Óptica Fisiológica, se tratan los conceptos de difracción, aberraciones, scattering, frecuencia espacial eficaz y de corte, mínimo ángulo de resolución y funciones transferencia y se los compara con los correspondientes a la Óptica de Fourier. Como aplicación se consideran resultados obtenidos con un equipo desarrollado en la Universidad Nacional de Tucumán para medir la función sensibilidad al contraste.

Para facilitar la lectura de las Secciones 2 y 3, en la Tabla 1 se resume el análisis y las comparaciones desarrollados en dichas secciones.

Tabla 1 : Comparación entre magnitudes usadas en Óptica de Fourier (caso unidimensional) y en Óptica Fisiológica			
v: frecuencia espacial objeto; v': frecuencia espacial imagen; U: frecuencia espacial eficaz; d: período; α: ángulo subtendido por un período; m: aumento lateral; n: índice de refracción objeto; DP: diámetro pupila de entrada; S: distancia objeto-pupila; AN: apertura numérica; λ: longitud de onda			
Magnitud	Característica	ÓPTICA	
		Fourier	Fisiológica
Frecuencia espacial	Definición	$v = 1/d$	$U = 1/\alpha$
	Unidades	ciclo / mm	ciclo / grado
	Dependencia de S	NO	SI
	Relación	$U = v S (\pi / 180^\circ)$	
Frecuencia de corte	Coherente	$v_c^{(coh)} = (n/\lambda) (DP/(2 S))$	---
	Incoherente	$v_c^{(inc)} = 2 v_c^{(coh)}$	$U_c^{(inc)} = (DP/\lambda) (\pi/180^\circ)$
	Dependencia de S	SI	NO
	Global	---	U_c^{OJO} se mide
Límite de resolución	Concepto	$b_{min}^{(inc)} = 0.61 \lambda / AN$	MAR se mide
	Relación	El límite de resolución disminuye si la frecuencia espacial de corte aumenta	
Función transferencia	Coherente	$H(v')$	---
	Incoherente	$OTF(v')=MTF(v') PTF(v')$	$MTF(U)$
	Neuroretiniana	---	$FSPNR(U)$
	Global	---	$FSC(U)=MTF(U) FSPNR(U)$ se mide
La Condición de los Senos (o sea $v'=v/m$) debe cumplirse para que el sistema sea isoplanático y las funciones transferencia puedan describir adecuadamente la formación de imágenes			

2. Frecuencia espacial en Óptica de Fourier

2.a. Difracción, aberraciones y función pupila generalizada

Cuando un frente de ondas plano incide sobre una apertura circular de diámetro D , según la teoría escalar [3], es posible dar cuenta de la difracción considerando en la apertura o bien cada punto o bien cada frente de ondas plano difractado (caracterizado por el ángulo de difracción θ). El primer punto de vista surge del principio de Huygens-Fresnel [3] según el cual cada punto no obstruido del frente incidente es fuente de onditas secundarias esféricas que se superponen a la salida originando la perturbación resultante. El segundo punto de vista, relacionado con la Óptica de Fourier, tiene en cuenta que cada frente plano difractado es tal que, si a la salida se coloca una lente libre de aberraciones, converge a un punto J' de su plano focal (Fig.1(a)) y la superposición de todos los frentes planos difractados originan en dicho plano el patrón de Fraunhofer siendo el semiancho de la campana principal de difracción [3] tal que $\text{sen}(\theta) - \text{sen}(\theta_0) = 1.22 \lambda / (n D)$.

Con respecto a las aberraciones [4-7], para un punto objeto, Q , la intersección del rayo principal con el plano imagen, Q' , suele elegirse como punto imagen de referencia (Fig. 1(b)). Un rayo proveniente de Q que no es el principal intersecciona el plano imagen en T' , la esfera de referencia de la pupila de salida en B' y el frente real en K' . La aberración del frente de ondas es $W(X', Y') = [B'K']$ (corchetes indican camino óptico) y se relaciona con la aberración transversal $\Delta\eta = QT'$ mediante $\Delta\eta = -(R'/n') \partial W / \partial Y'$.

Tanto la limitación del haz que atraviesa el sistema como las aberraciones suelen [2] tenerse en cuenta mediante la función pupila generalizada, $P(X', Y') = P_0(X', Y') \exp(-i(2\pi/\lambda)W(X', Y'))$ (siendo $i = (-1)^{1/2}$ y $P_0(X', Y')$ la distribución de amplitud en la pupila suponiendo al sistema libre de aberraciones).

2.b. Frecuencias espaciales, condición de los senos e isoplanatismo

Según la Óptica de Fourier, cualquier objeto iluminado coherentemente, puede considerarse [2,3,7] como superposición de redes sinusoidales de diferentes frecuencias espaciales y a cada red se le puede asociar la dirección de propagación de un frente de ondas plano difractado. Por ejemplo, si el objeto es una red sinusoidal por transmisión de período d , con surcos paralelos al eje ξ e iluminada

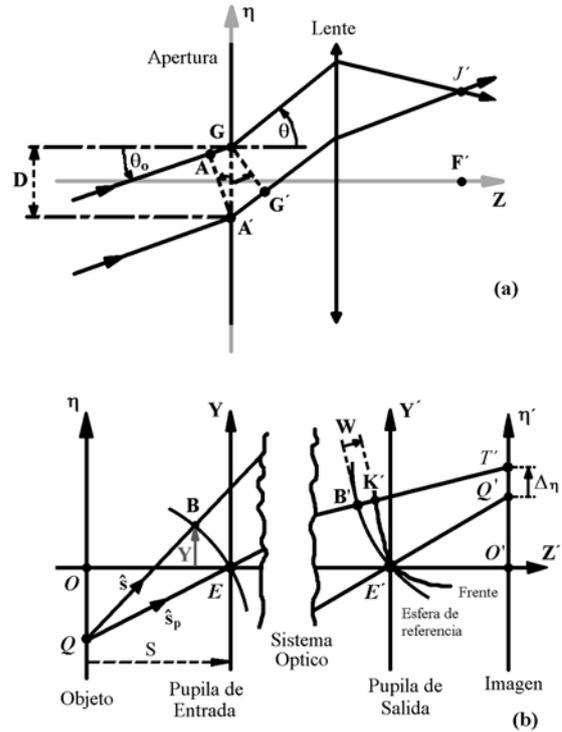


Fig. 1. (a) Difracción en una apertura considerando frentes de onda. D : diámetro de apertura; J' : punto del patrón de Fraunhofer en el plano imagen de una lente convergente ideal cuyo foco es F' ; θ_0 y θ : ángulos de incidencia y difracción. (b) Sistemas de coordenadas y aberraciones. (ξ, η) y (ξ', η') : coordenadas cartesianas en los planos objeto e imagen; (X, Y) y (X', Y') : coordenadas en las esferas de referencia en las pupilas de entrada y salida; R y R' : radios de curvatura de las esferas de referencia a la entrada y a la salida; S : distancia desde el plano objeto hasta el plano de la pupila de entrada ($S = -R$ para objeto axial); n y n' : índices de refracción en espacios objeto e imagen; s y s_p : versores rayo y del principal (análogamente primados en espacio imagen); Z' : eje conveniente en espacio imagen.

normalmente mediante un frente de ondas plano, y si ϕ es el ángulo de difracción correspondiente al orden +1, según la ecuación de la red, la frecuencia espacial (cuyas unidades suelen ser ciclos/mm) es

$$v = 1/d = (n/\lambda) \text{sen}(\phi), \quad (1)$$

de modo que v depende de la red pero no de su ubicación. Para un objeto cualquiera en el eje de un sistema óptico centrado, asociamos a cada rayo versores rayo en los espacios objeto e imagen, $\mathbf{s} = (s_x, s_y, s_z)$ y $\mathbf{s}' = (s'_x, s'_y, s'_z)$. Las frecuencias espaciales son [5-7] $(v_x, v_y) = ((n/\lambda)s_x, (n/\lambda)s_y)$ en el objeto y $(v'_x, v'_y) = ((n'/\lambda)s'_x, (n'/\lambda)s'_y)$ en su imagen (para el rayo OB en Fig. 1(b) se tiene $s_x = 0$, $s_y = \text{sen}(\phi)$ y $v_y = (n/\lambda)\text{sen}(\phi)$ como en la Ec. (1)). Para objetos no axiales se define [6,7] la frecuencia espacial respecto a la del rayo principal de modo que

para la componente Y (análogamente para la X) se tiene

$$v_Y = \frac{n}{\lambda} (s_Y - s_{pY}), \quad (2a)$$

$$v'_Y = \frac{n'}{\lambda} (s'_Y - s'_{pY}), \quad (2b)$$

La aplicación de la teoría de Fourier al estudio de la transferencia de información desde el objeto a la imagen es útil solo si las frecuencias espaciales presentes en la imagen son proporcionales a las del objeto [5-7] y, si (m_X, m_Y) es el aumento local y es constante, se debe cumplir

$$v'_X = \frac{v_X}{m_X}; \quad v'_Y = \frac{v_Y}{m_Y}, \quad (3)$$

Esta proporcionalidad entre frecuencias en objeto e imagen es, según nuestros trabajos previos [5-7], la condición generalizada de los senos (enunciada por Abbe en 1873 para objetos axiales, generalmente deducida a partir de Óptica Geométrica [3,4] y que se reduce al invariante de Lagrange-Helmholtz en aproximación paraxial). La condición de los Senos se relaciona con el isoplanatismo del sistema pues brinda información concerniente a las aberraciones de puntos campo en el entorno de un punto para el cual se las han evaluado (por ejemplo mediante trazado de rayos) Para sistemas ópticos centrados, la ofensa a la condición de los senos $(v'_Y - v_Y/m_Y) \neq 0$, $(v'_X - v_X/m_X) \neq 0$ está ligada a la coma si el objeto es axial [4] y, en general, a la variación de la aberración del frente de ondas con el campo (o sea a $\partial W/\partial \xi'$ y $\partial W/\partial \eta'$) si el objeto es extra-axial [5,6]. Aunque los sistemas suelen no ser isoplanáticos en todo el campo, pueden serlo en pequeñas regiones (patches) compuestas por puntos para los cuales la aberración del frente de ondas es aproximadamente la misma.

2.c. Funciones transferencia, frecuencias de corte y límite de resolución

El comportamiento de sistemas ópticos localmente isoplanáticos suele describirse o bien mediante la distribución de luz en el plano imagen en respuesta a un punto en el plano objeto o bien mediante funciones transferencia. Para facilitar los cálculos conviene utilizar [2] coordenadas locales $(\delta \xi', \delta \eta') = (\xi' - \xi'_m, \eta' - \eta'_m)$ del punto de observación respecto del ideal ubicado en $(\xi'_m, \eta'_m) = (\xi'_m, \eta'_m)$. En lo que sigue, por simplicidad, al calcular frecuencias de corte consideramos $\xi = \eta = 0$.

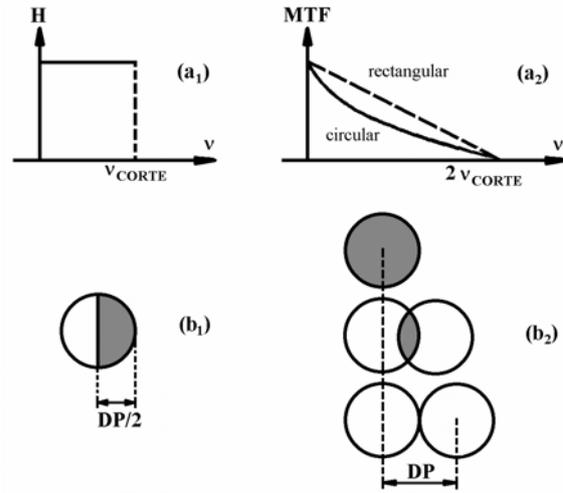


Fig.2. Funciones transferencia y frecuencias de corte. (a₁) y (a₂): Funciones transferencia en ausencia de aberraciones; (b₁) y (b₂): Coordenadas en la pupila correspondientes a la frecuencia de corte para un sistema limitado por difracción con pupila de entrada circular de diámetro DP y objeto axial (subíndice 1 corresponde a iluminación coherente y 2 a incoherente).

Si la iluminación es coherente [2], la distribución de amplitud en el plano imagen en respuesta a un punto objeto es la función ensanchamiento, $h(\delta \xi', \delta \eta')$, y la función transferencia coherente, $H(v'_x, v'_y)$, es su transformada Fourier (que indicamos mediante $F\{\}$). Adicionalmente $H(v'_x, v'_y)$ es proporcional a la función pupila generalizada reflejada [2] y resulta

$$H(v'_x, v'_y) = F\{h(\delta \xi', \delta \eta')\} = P\left(-\frac{\lambda R'}{n'} v'_x, -\frac{\lambda R'}{n'} v'_y\right). \quad (4)$$

En ausencia de aberraciones, $H(v'_x, v'_y)$ es 1 para las frecuencias menores que las de corte y es 0 para las mayores (Fig. 2 (a₁) y (b₁)). De acuerdo con las ecs. (1) y (4), la frecuencia de corte en el espacio objeto, $v_C^{(coh)}$, corresponde al ángulo de semi-apertura, ϕ_C , que subtende el borde de la pupila de entrada en el punto objeto axial. Si la pupila de entrada está a distancia S del objeto y tiene diámetro DP medido en la esfera de referencia, resulta

$$v_C^{(coh)} = \frac{n}{\lambda} \text{sen}(\phi_C) = \frac{n}{\lambda} \frac{DP}{2S}. \quad (5)$$

Si la iluminación es incoherente [2], la distribución de intensidad en el plano imagen en respuesta a un punto objeto es la función de punto extendida, $PSF(\delta \xi', \delta \eta')$ siendo $PSF(\delta \xi', \delta \eta') = |h(\delta \xi', \delta \eta')|^2$. La función transferencia óptica, $OTF(v'_x, v'_y)$, es tal que

$$OTF(v'_x, v'_y) = \frac{F\{PSF(\delta\xi', \delta\eta')\}}{F\{PSF(\delta\xi', \delta\eta')\}_{v'_x=0; v'_y=0}} \quad (6)$$

y $OTF(v'_x, v'_y) = MTF(v'_x, v'_y) \times \exp(iPTF(v'_x, v'_y))$ siendo $MTF(v'_x, v'_y)$ y $PTF(v'_x, v'_y)$ las funciones transferencia de modulación y fase. Adicionalmente $OTF(v'_x, v'_y)$ es proporcional a la autocorrelación de la función pupila [2] y, si $V = 1 / \iint |P(\varepsilon_x, \varepsilon_y)|^2 d\varepsilon_x d\varepsilon_y$, esto es,

$$OTF(v'_x, v'_y) = V \iint P\left(-\frac{\lambda R'}{n'} \varepsilon_x, -\frac{\lambda R'}{n'} \varepsilon_y\right) \times P^*\left(-\frac{\lambda R'}{n'} (\varepsilon_x - v'_x), -\frac{\lambda R'}{n'} (\varepsilon_y - v'_y)\right) d\varepsilon_x d\varepsilon_y \quad (7)$$

En un sistema limitado por difracción, $PSF(\delta\xi', \delta\eta')$ es la distribución de intensidad en el patrón de Airy y, según la Ec. (7), $OTF(v'_x, v'_y)$ es el área de superposición entre una pupila y una pupila desplazada en $(\lambda R'/n')(v'_x, v'_y)$ dividida por el área total de la pupila. Para frecuencia nula, las 2 pupilas se solapan totalmente y $OTF(v'_x, v'_y) = 1$ mientras que si una pupila está desplazada en DP respecto a la otra entonces $OTF(v'_x, v'_y) = 0$ (Fig. 2 (a₂) y (b₂)). Luego la frecuencia de corte es el doble de la correspondiente a iluminación coherente [2], o sea

$$v_C^{(inc)} = 2 \frac{n}{\lambda} \text{sen}(\phi_C) = \frac{n}{\lambda} \frac{DP}{S} \quad (8)$$

La Ec. (8) es válida para sistemas ópticos sin o con aberraciones y, para un dado valor del diámetro pupilar (DP), $v_C^{(inc)}$ depende de la posición del objeto (S). La frecuencia de corte está relacionada con el límite de resolución, $b_{min}^{(inc)}$, entre dos puntos objeto incoherentes de igual intensidad el cual, según el criterio de Rayleigh y para apertura circular y sistema limitado por difracción, es

$$b_{min}^{(inc)} = \frac{0,61\lambda}{AN} = \frac{0,61(\lambda/n)}{\text{sen}(\phi_C)} \quad (9)$$

donde $AN = n \text{sen}(\phi_C)$ es la apertura numérica. De las Ecs.(8) y (9) resulta que si la frecuencia de corte aumenta entonces el límite de resolución disminuye.

En vez de utilizar las funciones $PSF(\delta\xi', \delta\eta')$ y $OTF(v'_x, v'_y)$, la descripción del comportamiento del sistema suele simplificarse empleando números tales como el cociente de Strehl SR (cociente entre la intensidad en el pico de $PSF_{W(X', Y') \neq 0}$ y la intensidad en el pico de $PSF_{W(X', Y') = 0}$) y la raíz cuadrática media del error del frente de ondas RMS que, para aberraciones no demasiado grandes [3], se relacionan mediante $SR = 1 - (2\pi/\lambda)^2 RMS^2$. Como es bien sabido [3], según el criterio de Marechal, el sistema es limitado por difracción si $SR > 0.8$ (o sea $RMS < \lambda/14$).

2.d. Aplicación al diseño óptico

Al diseñar sistemas ópticos altamente corregidos de aberraciones se presenta una aplicación no convencional de la Óptica de Fourier [2,5-7]. Habitualmente el diseño se guía utilizando esquemas, tales como gráficos de aberraciones longitudinales, transversales y del frente de ondas y el gráfico de la ofensa a la condición de los senos. Este último gráfico es especialmente útil para diseñar objetivos de microscopios pues ellos trabajan con gran apertura (o sea los ángulos de apertura no cumplen la aproximación paraxial y las frecuencias de corte son altas) y pequeño campo (o sea es factible realizar una optimización que logre isoplanatismo en todo el campo de interés). En particular, en fábricas de instrumental óptico de alta calidad, se diseña y produce un objetivo de microscopio que permite controlar, mediante la técnica box-in-the-box (Fig. 3), la correcta ubicación de multicapas durante la fabricación de microchips. Este objetivo se diseña de modo que para objeto axial, el límite de resolución sea pequeño (o sea apertura numérica AN grande) y las aberraciones pequeñas lográndose $SR = 0.99$ (o sea $RMS = \lambda/63$ que es bastante menor que el límite de Marechal). Dada la alta compensación de aberraciones lograda en la etapa de diseño, las tolerancias a descentrados, tilts, etc. generados en la etapa de fabricación son tan bajas que no pueden cumplirse y se dice que el sistema es limitado por producción. Para lograr un SR final grande ($SR > 0.97$ aún para $AN = 0.95$), en la etapa de producción se descentra una lente o bloque de lentes en cantidades controladas y el sistema óptico resultante no es centrado sino perturbado simétrico. El comportamiento del objetivo depende

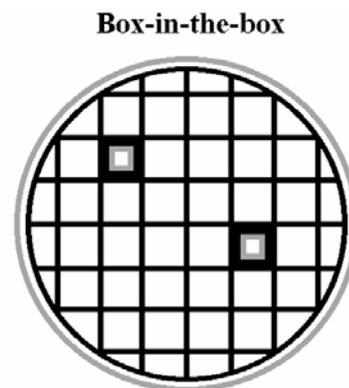


Fig.3. Control de la ubicación de multicapas en la fabricación de microchips. En todas las capas del wafer semiconductor y en por lo menos 2 celdas que deberían ser ocupadas por chips, se hacen huecos cuadrados de distintos tamaños en las sucesivas capas y con el microscopio se controla el correcto centrado de dichos cuadrados (técnica box-in-the-box).

(además de otros factores) de la variación de las aberraciones en el patch (típicamente de 60µm) de modo que el análisis en la etapa de diseño del incumplimiento de la condición de los senos (que es una propiedad del patch) complementa de modo adecuado la información que brinda el SR (que se evalúa para un solo punto campo).

Para posibilitar este análisis, en 1999 desarrollamos [7] para un sistema óptico perturbado simétrico un tratamiento análogo al del sistemas centrados y obtuvimos ecuaciones analíticas entre la variación de la aberración con el campo y el desajuste de frecuencias espaciales (u ofensa a la condición generalizada de los Senos). El conjunto completo de ecuaciones disponibles resulta ser

$$W(X', Y') = [B'K'] = [QE'] - [QB'], \quad (10a)$$

$$\left. \frac{\partial W}{\partial X'} \right|_{Y', \delta\xi', \delta\eta'} = -\frac{n' \Delta_{\xi'}}{R'}, \quad (10b)$$

$$\left. \frac{\partial W}{\partial Y'} \right|_{X', \delta\xi', \delta\eta'} = -\frac{n' \Delta_{\eta'}}{R'}, \quad (10c)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial W}{\partial(\delta\xi')} \right|_{X', Y', \delta\eta'} &= -n'(s'_X - s'_{pX}) + \\ &+ \frac{n}{m_X}(s_X - s_{pX}) + \frac{n' \Delta_{\xi'}}{R'} - \\ &- \frac{n' s'_{pX}}{R'} (\Delta_{\xi'} s'_X + \Delta_{\eta'} s'_Y), \end{aligned} \quad (10d)$$

$$\left. \frac{\partial W}{\partial(\delta\eta')} \right|_{X', Y', \delta\xi'} = -n' s'_Y + \frac{n}{m_Y} s_Y + \frac{n' \Delta_{\eta'}}{R'}. \quad (10e)$$

Usando estas 5 ecuaciones y trazando rayos desde un solo punto objeto, el equipo de diseño puede analizar las consecuencias de introducir una dada perturbación (por ejemplo descentrado de un conjunto de lentes) en un sistema de alta calidad previamente diseñado y, una vez hallada la óptima perturbación, informarla al equipo de fabricación.

3. Frecuencia espacial en Óptica Fisiológica

3.a. Difracción, aberraciones y scattering

Al igual que los sistemas ópticos fabricados por el hombre, el sistema óptico ocular [8] está afectado por difracción, aberraciones y scattering que pueden determinarse mediante métodos objetivos [9,14,15,17] ya sea utilizando aberrómetros (por ejemplo los que emplean sensor Shack-Hartmann o el método "laser ray tracing"), topógrafos (por ejemplo el SN CT1000) y/o la técnica de doble paso

(por ejemplo el dispositivo OQAS que mide la PSF en la retina). Sin embargo, debido a la presencia del sistema neuroretiniano y a mecanismos inherentes al sistema visual [8], el ojo puede tolerar aberraciones relativamente grandes (es decir valores de RMS bastante mayores que el correspondiente al límite de Marechal). Para imágenes foveales, la resolución espacial del sistema óptico, de las células ganglionares y del mosaico de fotorreceptores de un ojo normal presenta un buen ajuste aunque esto se va perdiendo fuertemente a medida que aumenta la excentricidad en el campo visual. La representación cerebral de un objeto, y por lo tanto la respuesta global del sistema visual, depende de la imagen retiniana pero no es idéntica a ella. En consecuencia, aunque los métodos objetivos brindan información sumamente valiosa, conviene complementarlos con pruebas psicofísicas tales como la de sensibilidad al contraste [9-13], que brinda información global sobre la visión espacial y está estrechamente vinculada a las funciones visuales.

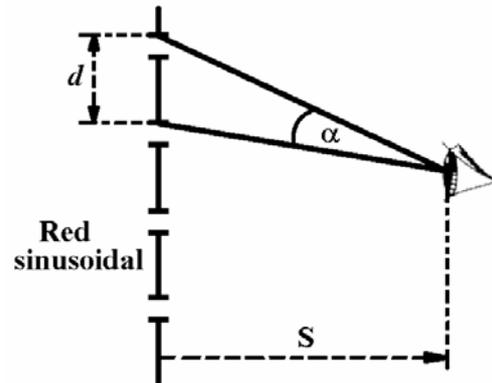


Fig.4. Frecuencia espacial eficaz para el ojo, $U=1$ ciclo/ α .

3.b. Frecuencia espacial eficaz, frecuencia de corte, límite de resolución y función transferencia

Un ojo normal, a diferencia de otros sistemas, es tal que para un amplio rango de distancias objeto-ojo, se acomoda de modo que la imagen siempre esté en el mismo plano de observación, es decir en la retina. Por ello, al tratar instrumentos visuales, conviene definir un aumento diferente del lateral o del angular [3], el eficaz [23] (cociente de los ángulos subtendidos por el objeto en el ojo con y sin el instrumento) mientras que al tratar funciones transferencia conviene considerar una frecuencia diferente de la de Ec. (1). Si se mira una red sinusoidal ubicada a distancia S y de período d tal que d subtende en el ojo un ángulo α medido en grados (Fig. 4), la frecuencia se define [8-13] mediante $U=1$ ciclo/ α . Por analogía con la nomenclatura usada al tratar instrumentos visuales

aquí la denominamos frecuencia espacial eficaz (a diferencia de otros autores [24] que la denominan frecuencia espacial normalizada). Esta frecuencia se mide en ciclos en la red por grado de ángulo visual (cpd), es directamente proporcional a la frecuencia espacial v y, para una dada red, depende de la distancia red-ojo pues como $v=1/d=$
 $= (1 \text{ ciclo}/(\alpha S))(180^\circ/\pi)$ entonces

$$U=1 \text{ ciclo}/\alpha=v S (\pi /180^\circ). \quad (11)$$

El ojo no es lineal ni isoplanático pero, al igual que otros sistemas, pueden realizarse estas aproximaciones en pequeñas regiones retinianas y, en particular, en la zona central de la fóvea y parafóvea. Teniendo en cuenta solo el sistema óptico ocular, como en general está iluminado incoherentemente, la función transferencia de interés es la de modulación, $MTF(U)$ (denotada con letra inclinada para diferenciarla de la correspondiente a otros sistemas). La función $MTF(U)$ es el cociente entre el contraste en la imagen retiniana y en el objeto, o sea

$$MTF(U) = \frac{C_{retina}}{C_{objeto}}. \quad (12)$$

siendo el contraste, C , para frecuencia U tal que

$$C = \frac{L_{max} - L_{min}}{L_{max} + L_{min}}. \quad (13)$$

donde L_{max} y L_{min} son luminancias máxima y mínima. Tanto para un ojo sin como con aberraciones, la frecuencia espacial eficaz de corte correspondiente solo al sistema óptico ocular (es decir dejando de lado el neuroretiniano), $U_C^{(inc)}$, es la que corresponde a $MTF(U)=0$ (Fig.2 (a₂)) y, como $n=1$, de Ecs. (8) y (11) resulta ser

$$U_C^{(inc)} = \frac{DP}{\lambda} \frac{\pi}{180^\circ}. \quad (14)$$

Consecuentemente, $U_C^{(inc)}$ no depende de la potencia del ojo, ni de sus aberraciones, ni de la distancia red-ojo y, para λ fija, solo depende del diámetro pupilar. A igualdad de condiciones externas (iluminación, distancia de visión, ruidos ambientales, etc.) y en condiciones naturales, DP varía apreciablemente de un sujeto a otro [14,18] ($3\text{mm} < DP < 5.3\text{mm}$ para jóvenes normales en condiciones fotópicas [17]) y la pendiente de la recta $U_C^{(inc)}$ vs DP es alta (por ejemplo es $(1/\lambda) (\pi/180^\circ)=31\text{cpd/mm}$ para $\lambda=0.56\mu\text{m}$) de modo que $U_C^{(inc)}$ varía mucho al variar DP (es 74cpd si $DP=2.4\text{mm}$, 46cpd si $DP=1.5\text{mm}$, etc.). Sin embargo, lo que interesa en la práctica es el sistema visual completo y, para tenerlo en cuenta, en lugar de la frecuencia $U_C^{(inc)}$, se considera una frecuencia espacial eficaz de corte, que denominamos global, U_C^{OJO} , que habitualmente

se mide mediante pruebas psicofísicas en las cuales, para cada frecuencia, el contraste en la imagen retiniana es el mínimo que detecta el sistema neuroretiniano. La frecuencia U_C^{OJO} es menor que la frecuencia $U_C^{(inc)}$ de Ec. (14), no tiene un único valor debido a la gran cantidad de variables involucradas (tamaño pupilar, aberraciones presentes en el sistema óptico ocular, estado de acomodación, distribución y tamaño de los fotorreceptores en la retina, estado de adaptación fotópico o escotópico, nivel de luminancia de adaptación, etc.) y, en condiciones fotópicas, varía entre 30cpd y 50cpd según distintos autores [8,10,11].

Análogamente a lo considerado para otros sistemas (Ecs. (8) y (9)), para el sistema visual se puede relacionar la frecuencia de corte con el límite de resolución. Para el ojo suele tenerse en cuenta un límite de resolución angular, el mínimo ángulo de resolución, MAR , el cual no solamente depende del tamaño pupilar y de los fenómenos de difracción y aberraciones (asociados a la correspondiente PSF) sino también del estado de adaptación, de la luminancia de adaptación, de la distribución y tamaño de los fotorreceptores, de la edad del sujeto y de otros factores psicofísicos. Habitualmente [8] MAR se mide utilizando optotipos de contraste unitario y, realizando pruebas en muchos sujetos, se ha encontrado que $MAR=1$ minuto para ojos normales. Aunque, a diferencia de MAR , U_C^{OJO} suele determinarse para contrastes umbrales, podemos relacionar ambos suponiendo que se miden en idénticas condiciones (o bien determinando el mínimo ángulo de resolución en pruebas de agudeza visual de bajo contraste²⁵ o bien determinando la frecuencia espacial eficaz de corte correspondiente a un objeto de alto contraste) y, para indicar que no son las magnitudes medidas usualmente, los denominamos \underline{MAR} y $\underline{U_C^{OJO}}$. Considerando que un ojo resuelve un ciclo de una red sinusoidal si subtiende al menos un ángulo $\alpha_{min}=2\underline{MAR}$ y teniendo en cuenta las unidades de α_{min} (grados) y de \underline{MAR} (minutos), de Ec. (11), se obtiene

$$\underline{U_C^{OJO}} = 1 \text{ ciclo}/\alpha_{min} = \\ = (1/\underline{MAR})(30 \text{ minutos/grado}). \quad (15)$$

De la Ec. (15) resulta que si $\underline{MAR}=1$ minuto entonces $\underline{U_C^{OJO}}=30 \text{ cpd}$ aunque si se consideran los valores habitualmente medidos de MAR y de U_C^{OJO} (es decir contraste alto para MAR y bajo para U_C^{OJO}), la relación entre ellos dada en Ec. (15) solo puede considerarse como estimativa.

La frecuencia espacial eficaz de corte global, U_C^{OJO} , se relaciona con la función transferencia global del sistema visual, $FSC(U)$, la cual es el producto entre $MTF(U)$ y $FSPNR(U)$ siendo

$FSPNR(U)$ la función transferencia de potenciación neuroretiniana⁸. Dado que el contraste que puede medirse más fácilmente es el presente en el objeto, la curva $FSC(U)$ versus U se determina midiendo el mínimo contraste de una red sinusoidal objeto que es posible detectar o discriminar [10] para una dada frecuencia espacial eficaz U perteneciente a cierto rango de frecuencias. Esta medición se basa en el supuesto que la respuesta perceptual umbral del sujeto es la misma en todo el rango evaluado. Teniendo esto en cuenta, la función transferencia global o Función Sensibilidad al Contraste se define como la inversa del contraste umbral, es decir

$$FSC(U) = \frac{1}{C_{objeto, umbral}} \quad (16)$$

Consecuentemente, mientras que $MTF(U)$ puede evaluarse para cualquier contraste en el objeto (Ec. (12)), $FSC(U)$ solo se determina para objetos de contraste umbral (Ec. (16)). La función $MTF(U)$ es monótonamente decreciente para sistemas limitados por difracción aunque, para sistemas reales, dependiendo del tipo y magnitud de las aberraciones, puede presentar máximos y mínimos locales y puede ser nula para varias frecuencias menores que $U_c^{(inc)}$. Por otro lado, tanto $FSPNR(U)$ como $FSC(U)$ son funciones pasa banda, al menos a partir de cierto nivel de luminancia de adaptación. Por ejemplo en Ref [8], se muestran funciones transferencia para un ojo normal y frecuencias entre 0.5cpd y 30cpd, $MTF(U)$ es decreciente, $FSPNR(U)$ aumenta y luego disminuye siendo máxima alrededor de 8cpd y $FSC(U)$ tiene un pico en el entorno de 3cpd a 6cpd. Por otro lado, la curva $FSC(U)$ versus U puede considerarse como la envolvente de varias curvas pasa banda de rango más angosto que corresponden a procesamientos espaciales organizados en una serie de canales independientes y en paralelo presentes en el sistema nervioso, cada uno de ellos "sintonizado" a diferente rango de la frecuencia espacial eficaz. En este sentido, la función $FSC(U)$ puede describir adecuadamente la habilidad visual que tiene un dado sujeto para detectar e identificar cierto patrón espacial cuando varía su tamaño, orientación y/o contraste¹⁹ y puede predecir la habilidad para detectar detalles de bajo contraste para un amplio rango de tamaños y orientaciones del estímulo [20].

La función $FSC(U)$ se determina tanto mediante pruebas de láminas (Pelli-Robson, Arden, VisTech, CSV-100, etc) como de computadora (VSG de Cambridge Research Systems, etc) y las primeras pueden contener letras o redes sinusoidales (usadas por Flamant en 1955, Schade en 1956, Campbell y Robson en 1964, etc.). Debido a su simplicidad de uso, en la clínica suelen utilizarse tests basados en

letras u optotipos. Sin embargo los patrones sinusoidales brindan información más valiosa pues constituyen la base [8] de todos los estímulos visuales, tanto para el sistema óptico [2,5-7] como para el neuroretiniano [10,11] estando los campos receptivos en los niveles tempranos de procesamiento visual óptimamente sintonizados a tales estímulos [21,22]. En la siguiente sección analizamos una aplicación del uso de la función $FSC(U)$ utilizando un sistema informático que ofrece fidelidad y versatilidad en la generación de los estímulos visuales [16].

3.c. Aplicación de la determinación de la sensibilidad al contraste a la clínica

El test de sensibilidad al contraste es una valiosa herramienta de diagnóstico precoz no invasivo para uso clínico y permite evaluar la visión funcional de un ser humano la cual, a su vez, afecta su calidad de vida. Al comparar las mediciones en pacientes con las correspondientes a sujetos normales, es posible detectar problemas que aún no han producido síntomas manifiestos o detectables por pruebas de alto contraste tal como la tradicional de agudeza visual en la cual $AV=1\text{minuto}/MAR$, se relaciona con la frecuencia espacial eficaz de corte global correspondiente a un objeto de alto contraste (Ec. (15)). Por otro lado, la prueba de sensibilidad al contraste informa sobre la capacidad de un sujeto de percibir patrones correspondientes a un amplio rango de frecuencias espaciales eficaces (rangos bajo, medio y alto) aún para muy bajos contrastes. La determinación de la función $FSC(U)$ es útil para evaluar la visión [8-10,18] en pacientes que usan lentes de contacto; que tienen implantes intraoculares; que han sido sometidos a cirugía refractiva; con degeneración macular; que sufren de glaucoma o, simplemente, que han sufrido un deterioro en su visión como consecuencia del envejecimiento. Adicionalmente es útil para evaluar la visión para tareas de alta exigencia [20] e incluso permite cuantificar la visión residual en pacientes con baja visión. Para dejar de lado caídas de la $FSC(U)$ debidas a problemas refractivos, el sujeto debe realizar la prueba con refracción corregida.

Debido a la ausencia de estándares aceptados por toda la comunidad oftalmológica y/o científica para determinar la función $FSC(U)$ y a que los resultados que brindan los diversos dispositivos difieren entre sí, es necesario disponer de las curvas de normalidad propias del equipo que se utiliza para realizar la medición. A continuación mostramos resultados obtenidos con el VISTUC, un equipo desarrollado en la Universidad Nacional de Tucumán [13,16]. El VISTUC permite medir la función sensibilidad al contraste mediante un sistema informatizado basado

en una PC estándar que contiene un atenuador de video que eleva la resolución del sistema en niveles de gris hasta 11,4 bits. Para la calibración del VISTUC, se corrige la alinealidad gamma del monitor, se evalúa la MTF del monitor y se determinan las ganancias del atenuador. Para la medición de $FSC(U)$, se consideran redes sinusoidales de frecuencias 0.5, 1, 2, 4, 8 y 16 cpd. El método psicofísico utilizado es SI-NO con estímulos constantes en un rango de cinco contrastes preestablecidos para cada frecuencia espacial (siendo $0.002 < C_{objeto} < 1$), obteniéndose el contraste umbral a partir del ajuste de los datos al modelo de Weibull. La luminancia media en la pantalla es de 100 cd/m^2 .

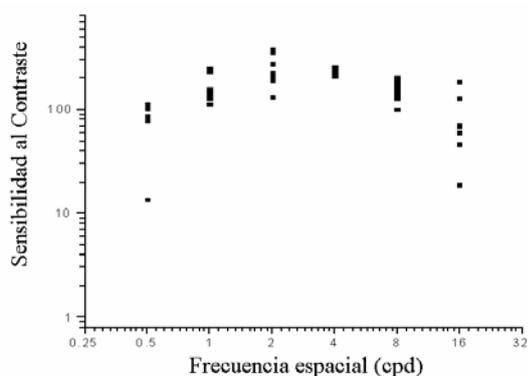


Fig. 5. Sensibilidad al contraste vs frecuencia espacial eficaz obtenida con el VISTUC para jóvenes normales

Primero se determinan curvas de normalidad (Fig.5) considerando 24 ojos (se mide $FSC(U)$ correspondiente a dos frecuencias por ojo) de 24 jóvenes de edad entre 21 y 29 que pasaron una prueba clínica, con visión normal o corregida a normal. Posteriormente se realiza la prueba completa en un paciente de 20 años con glaucoma. Para todas las frecuencias espaciales eficaces se obtiene¹³ una fuerte reducción en la función sensibilidad al contraste del paciente con glaucoma, FSC_G , respecto del mínimo valor obtenido en ojos normales pues, si FSC_m indica el mínimo valor normal, FSC_N el valor normal medio y σ su desviación estándar, por ejemplo resulta

$$U=0.5\text{cpd } FSC_G=22.4 \quad FSC_m=75.9 \quad FSC_N-2\sigma=61,8,$$

$$U= 1\text{cpd } FSC_G=42.3 \quad FSC_m= 113 \quad FSC_N-2\sigma=64,6$$

(17)

Esto indica que el valor FSC_G es menor que el mínimo valor normal y que el valor medio menos dos desvíos estándares, lo cual verifica el poder de discriminación que tiene el equipo.

4. Conclusión

La teoría de Fourier y las frecuencias espaciales asociadas se utilizan en Óptica, tanto de Fourier como Fisiológica, y pueden aplicarse al estudio del comportamiento de sistemas ópticos tanto con aberraciones altamente compensadas de modo que estén por debajo del límite de difracción como con aberraciones relativamente grandes tales como las del ojo. Dado que las definiciones de funciones transferencia, frecuencias espaciales, frecuencias de corte y límites de resolución no son coincidentes en ambas disciplinas, en el presente trabajo se han explicado y relacionado entre sí estos conceptos. Adicionalmente se han descrito aplicaciones del uso de la teoría de Fourier, por un lado, la utilización de la ofensa a la condición de los Senos en el diseño de objetivos de microscopio de alto cociente de Strehl limitados por producción y, por otro lado, una aplicación clínica de un equipo informático para medir la sensibilidad al contraste, el VISTUC, que puede incluir curvas de normalidad por rangos de edad y es de suma utilidad en la clínica oftalmológica y en la prevención de la población no clínica.

Agradecimientos

Este trabajo se realizó con subsidio de la Universidad de Buenos Aires y del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas. Agradecemos al Sr. Ezequiel Carbón por confeccionar las figuras.