

# Hochpräziser Mehrkoordinatenantrieb mit repulsiver Magnetführung

## Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

## Doktoringenieur (Dr.-Ing.)

vorgelegt der

Fakultät für Maschinenbau der  
Technischen Universität Ilmenau

von Herrn

**Mousa Lahdo**

geboren am 08.03.1989 in El-Malekie/Syrien

Tag der Einreichung: 01.10.2018

Tag der öffentlichen Aussprache: 27.05.2019

- |               |  |                                    |
|---------------|--|------------------------------------|
| 1. Gutachter: | Priv. Doz. Dr.-Ing. habil. Tom Ströhla | Technische Universität Ilmenau     |
| 2. Gutachter: | Univ.-Prof. Dr. Yuri Shardt            | Technische Universität Ilmenau     |
| 3. Gutachter: | Prof. Dr.-Ing. Sergej Kovalev          | Technische Hochschule Mittelhessen |

urn:nbn:de:gbv:ilm1-20190002431

# Vorwort

*Wer fertig ist, dem ist nichts recht zu machen;  
ein Werdender wird immer dankbar sein.*

---

— Johann Wolfgang von Goethe

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Technischen Hochschule Mittelhessen (THM) im Rahmen eines kooperativen Promotionsverfahrens mit dem Fachgebiet Mechatronik an der Technischen Universität Ilmenau.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Priv.-Doz. Dr.-Ing. habil. Tom Ströhla, der diese Arbeit wissenschaftlich seitens der TU Ilmenau betreute und durch fachliche Anregungen wesentlich mitgestaltet hat. Für das von Beginn an bestehende Vertrauen in meine Person und die Ermöglichung meines Promotionsvorhabens danke ich ihm sehr.

Mein ganz besonderer Dank gilt auch Herrn Prof. Dr.-Ing. Sergej Kovalev, der diese Arbeit seitens der THM betreute. Ohne sein Interesse an der Forschung und der Förderung des wissenschaftlichen Nachwuchts wäre diese Arbeit nicht zustande gekommen. Die Ermöglichung, unsere Forschung weltweit vorstellen und diskutieren zu dürfen, wird von mir sehr geschätzt. Er ist mir als Mentor nicht nur in wissenschaftlicher, sondern auch in menschlicher Hinsicht ein Vorbild.

Beiden Herren danke ich gleichermaßen, dass sie sich stets immer die Zeit nahmen, um mit mir zielführende wissenschaftliche Diskussionen zu führen.

Herrn Univ.-Prof. Dr. Yuri Shardt danke ich für die Übernahme der Gutachtertätigkeit.

Mein herzlicher Dank geht an meine gesamte Familie, aus der ich immer wieder neue Kraft und Energie schöpfen konnte. Ohne die permanente Unterstützung meiner Familie, insbesondere meiner liebevollen Eltern, wäre der Weg meiner Ausbildung all diese Jahre nicht möglich gewesen.

Meine Ehefrau hat in den letzten Jahren viel Liebe und Geduld aufgebracht. Für ihr

---

Verständnis, dass sie an vielen Abenden, auch an Wochenenden, vor allem in der Schlussphase dieser Dissertation, auf mich verzichten musste, danke ich ihr sehr!

**DANKE**  $\forall t!$

Bad Vilbel, den 11.06.2019

*Mousa Lahdo*

---

## *Gewidmet*

*... meiner geliebten Familie, insbesondere meinen lieben Eltern N. Gharo und H. Lahdo ...*

*... aber auch all jenen Menschen, die Opfer von Rassismus, wirtschaftlichen Interessen und brutalen Diktatoren wurden und somit niemals die Chance erhalten haben, ihr Talent frei entfalten zu können!*

---

# Kurzfassung

---

Viele moderne Applikationen, z. B. aus der Biotechnologie oder der Halbleiterindustrie, benötigen Mehrkoordinatenantriebe, die Positioniergenauigkeiten im Nanometerbereich und große planare Bewegungsbereiche besitzen. Zudem müssen die zum Einsatz kommenden Systeme auch vakuumtauglich sein. Um diese hohen Anforderungen zu erfüllen, werden magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe untersucht und entwickelt.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit besteht darin, einen neuartigen magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieb mit einem großen Fahrbereich zu entwickeln. Im Vergleich zu anderen, aus der Literatur bekannten Lösungen zeichnet sich das vorgeschlagene Konzept durch eine wesentlich vereinfachte kompakte Konstruktion, entkoppelte Antriebs- und Führungskräfte und einen von oben frei zugänglichen passiven Läufer aus.

Ein wesentlicher Schwerpunkt der Arbeit ist die semi-analytische Kraftberechnung der eingesetzten Aktoren. Die Ergebnisse der hergeleiteten Kraftgleichungen werden den numerischen 3D-FEM und den experimentellen Ergebnissen gegenübergestellt. Zwischen den Ergebnissen der hergeleiteten Kraftgleichungen und den numerisch ermittelten Kräften zeigt sich ein maximaler Fehler von 1 %. Zwischen den Berechnungen und den Messungen ergibt sich ein maximalen Fehler von 5 %.

Da der Funktionsnachweis des vorgeschlagenen Konzepts im Vordergrund steht, ist ein Funktionsmuster mit einem Bewegungsbereich von  $50 \times 50 \times 2 \text{ mm}^3$  aufgebaut und in Betrieb genommen worden. Für die Regelung des Systems ist ein Zustandsregler mit integrierender Rückführung implementiert. Erste experimentelle Messungen zeigen, dass das System stabilisiert und der Läufer in den sechs Bewegungsfreiheiten positioniert werden kann. Dabei besitzt das Positionsrauschen in den Koordinaten  $x$ ,  $y$  und  $z$  eine Standardabweichung von  $\sigma_x = 193 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_y = 178 \mu\text{m}$  und  $\sigma_z = 8.2 \mu\text{m}$  und liegt damit im Bereich der Messsystemauflösung.

---

# Abstract

---

Fields, such as biotechnology and the semiconductor industry, require positioning systems that can offer high precision in the nanometer range in combination with long motion regions. Furthermore the positioning systems should also be vacuum compatible. In order to satisfy these demands, magnetically guided multi-coordinate drives have been investigated and developed.

This dissertation seeks to develop a new magnetically guided multi-coordinate drive with an extended range of movement. In comparison with other solutions, this system has a significantly simplified and, more compact structure, decoupled levitation and propulsion forces, and free access to the passive rotor from above.

This dissertation focuses on the semi-analytical force calculation of the applied actuators. The results from the derived force equations are compared with the numerical 3D-FEM simulation and the experimental results. The results of the force calculation and the numerical 3D-FEM simulation yield a maximum error of 1%, while between the force calculations and the measured forces the maximum error is 5%.

The objective of this thesis is to demonstrate the functionality of the proposed system. Thus, a prototype with a movement area of  $50 \times 50 \times 2 \text{ mm}^3$  has been built and is operational. A state-space controller with integrated feedback is implemented in order to control the system. Initial experimental measurements show that the system can be stabilized and the rotor can be positioned in six degrees-of-freedom. The position noise in the coordinates  $x$ ,  $y$  and  $z$  has standard deviations of  $\sigma_x = 193 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_y = 178 \mu\text{m}$  and  $\sigma_z = 8.2 \mu\text{m}$  and is thus within the resolution range of the measurement device.

---

# Inhaltsverzeichnis

---

<b>Kurzfassung</b>	<b>i</b>
<b>Abstract</b>	<b>ii</b>
<b>Verzeichnis verwendeter Symbole und Abkürzungen</b>	<b>iv</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Konventionelle Präzisionspositionierantriebe . . . . .	2
1.2 Vorteile magnetisch geführter Positionierantriebe . . . . .	5
1.3 Kraftwirkungsprinzipien magnetisch geführter Mehrkoordinatenantriebe .	6
1.3.1 Attraktive Magnetführungen in Mehrkoordinatenantrieben . . . . .	6
1.3.2 Repulsive Magnetführungen in Mehrkoordinatenantrieben . . . . .	8
1.4 Zielstellung . . . . .	9
1.5 Gliederung der Arbeit . . . . .	10
<b>2 Grundstrukturen magnetisch geführter Mehrkoordinatenantriebe</b>	<b>12</b>
2.1 Charakterisierung der Bewegung . . . . .	12
2.2 Aktiver und passiver Läufer . . . . .	13
2.3 Aufbauvarianten mit attraktiven Führungskräften . . . . .	17
2.4 Aufbauvarianten mit repulsiven Führungskräften . . . . .	22
2.4.1 Systeme mit Halbach-Arrays im Läufer . . . . .	22
2.4.2 Systeme mit einzelnen Permanentmagneten im Läufer . . . . .	27
2.5 Zusammenfassung . . . . .	28
<b>3 Repulsive Magnetführung</b>	<b>30</b>
3.1 Funktionsprinzip . . . . .	31

---

3.2	Berechnung der magnetischen Führungskraft . . . . .	34
3.3	Magnetfeldberechnung des Permanentmagneten . . . . .	37
3.4	Herleitung der Kraftgleichungen . . . . .	42
3.5	Optimierung der magnetischen Führung . . . . .	48
3.6	Verifikation der hergeleiteten Kraftgleichungen . . . . .	52
3.7	Planare Störkraftberechnung . . . . .	59
3.8	Kraftberechnung einer rotationsymmetrischen Magnetführung . . . . .	61
3.9	Zusammenfassung . . . . .	66
<b>4</b>	<b>Erweiterung der Magnetführung zu einem 2D-Aktor</b>	<b>68</b>
4.1	2D-Aktor . . . . .	68
4.2	Berechnung der magnetischen Antriebskraft . . . . .	70
4.3	Berechnung der vertikalen Störkraft . . . . .	77
4.4	Superposition der Antriebs- und Führungskräfte . . . . .	78
4.5	Halbach-Array für den 2D-Aktor . . . . .	80
4.6	Zusammenfassung . . . . .	81
<b>5</b>	<b>Realisierung eines magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs</b>	<b>82</b>
5.1	Anordnung des 2D-Aktors . . . . .	82
5.1.1	Quadratische Anordnung des 2D-Aktors . . . . .	83
5.1.2	Dreieckige Anordnung des 2D-Aktors . . . . .	86
5.2	Messsysteme in magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben . . . . .	86
5.2.1	Auswahl der Messsysteme in Mehrkoordinatenantrieben . . . . .	87
5.2.2	Anordnung des Messsystems zur Erfassung der sechs Freiheitsgrade . . . . .	88
5.3	Leistungsstellglieder . . . . .	89
5.4	Zusammenfassung . . . . .	91
<b>6</b>	<b>Modellbildung des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs</b>	<b>92</b>
6.1	Grundstruktur des Regelkreises . . . . .	92
6.2	Dynamisches Verhalten der mechanischen Strecke . . . . .	94
6.3	Herleitung der Transformationsmatrizen . . . . .	97
6.3.1	Herleitung der Sensormatrix . . . . .	97
6.3.2	Herleitung der Kraftmatrix . . . . .	100
6.4	Dynamisches Verhalten der Sensorik . . . . .	103
6.5	Anti-Aliasing-Filter . . . . .	104
6.6	Dynamisches Verhalten des Aktorsystems . . . . .	105



---

6.7	Modellerweiterungen . . . . .	108
6.8	Zusammenfassung . . . . .	109
<b>7</b>	<b>Regelung des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs</b>	<b>110</b>
7.1	Regelung magnetisch geführter Positioniersysteme . . . . .	110
7.2	Globale Regelungsstruktur . . . . .	111
7.3	Regelung der Magnetführung mit PID-Regler . . . . .	113
7.3.1	Zeitdiskrete Realisierung der PID-Regler . . . . .	113
7.3.2	Bestimmung der Reglerparameter . . . . .	115
7.4	Entwurf einer Zustandsregelung mit integrierender Rückführung . . . . .	117
7.4.1	Zustandsraumdarstellung der Magnetführung . . . . .	118
7.4.2	Parameterbestimmung mittels Polvorgabe . . . . .	120
7.4.3	Simulative und experimentelle Anwendung der Regler . . . . .	123
7.5	Regelung des Planarantriebs . . . . .	126
7.6	Zusammenfassung . . . . .	130
<b>8</b>	<b>Funktionsmuster und Messungen</b>	<b>131</b>
8.1	Gesamtaufbau des Systems . . . . .	131
8.2	Führungsregelung . . . . .	133
8.3	Antriebsregelung . . . . .	138
8.4	Zusammenfassung . . . . .	143
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>144</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>148</b>
	<b>A. MATLAB-Funktionen</b>	<b>168</b>

---

# Verzeichnis verwendeter Symbole und Abkürzungen

---

In dieser Arbeit werden Vektoren durch kleine und fette, Matrizen durch große und fette Buchstaben beschrieben. Unabhängig von der folgenden Darstellung werden alle in der Arbeit vorkommenden Formelzeichen noch einmal kontextabhängig im Text erläutert.

## Formelzeichen

---

Symbol	Bedeutung	Einheit
$\mathbf{A}$	Systemmatrix der Zustandsraumdarstellung	–
$\vec{A}$	Magnetisches Vektorpotential	Vs/m
$A_Q$	Oberfläche des Dauermagneten	m <sup>2</sup>
$a$	Kantenlänge des Dauermagneten	m
$\mathbf{B}$	Eingangsmatrix der Zustandsdarstellung	–
$\vec{B}$	Magnetische Flussdichte	T
$B_r$	Remanenz	T
$\mathbf{b}$	Eingangsvektor der Zustandsdarstellung	–
$b_c$	Breite der Antriebsspule	m
$b_i$	Spuleninnenseite	m
$\mathbf{c}$	Ausgangsvektor der Zustandsdarstellung	–
$c_i(\mathbf{x})$	Gleichungen für das Optimierungsproblem	–

Symbol	Bedeutung	Einheit
$e(t)$	Regelabweichung	–
$\mathbf{F}_H$	Vektor der globalen Antriebskräfte	–
$\mathbf{F}_{iH}$	Vektor der lokalen Antriebskräfte	–
$\mathbf{F}_V$	Vektor der globalen Führungskräfte	–
$\mathbf{F}_{iV}$	Vektor der lokalen Führungskräfte	–
$\vec{F}_L$	Lorentzkraft	N
$F$	Bewegungsfreiheitsgrad	–
$F_g$	Gewichtskraft	N
$\vec{f}_L$	Lorentzkraftdichte	N/m <sup>3</sup>
$\vec{f}_{\text{mag}}$	Kraftdichte auf den Dauermagneten	N/m <sup>3</sup>
$f(\mathbf{x})$	Zielfunktion zur Optimierung der Reglerparameter	N
$g$	Erdbeschleunigung	m/s <sup>2</sup>
$\vec{H}$	Magnetische Feldstärke	A/m
$h$	Spulenhöhe	m
$h_c$	Höhe der seitlichen Spulenabschnitte	m
$h_j(\mathbf{x})$	Ungleichungen für das Optimierungsproblem	–
$h_m$	Höhe des Dauermagneten	m
$I$	Zielfunktion minimieren (PID-Regler)	–
$I_A$	Strom durch die Antriebsspule	A
$I_F$	Strom durch die Führungsspule	A
$\vec{J}$	Stromdichte in der Luftspule	A/m <sup>2</sup>
$\vec{J}_m$	Magnetische Polarisation	T
$J_{x,y,z}$	Trägheitsmoment um die $x$ -, $y$ - und $z$ -Achse	kgm <sup>2</sup>
$\mathbf{K}$	Verstärkungsmatrix	–
$\mathbf{K}_I$	Verstärkungsmatrix für integralen Anteil in der Zustandsdarstellung	–
$K_t$	Anti-Windup-Faktor	1/s

Symbol	Bedeutung	Einheit
$k$	geometrischer Faktor	1/m
$L_H$	Abstand zwischen den einzelnen Lasersensoren und dem Koordinatenursprung des Bezugssystems	m
$L_V$	Abstand zwischen den einzelnen Wirbelstromsensoren und dem Koordinatenursprung des Bezugssystems	m
$\vec{M}$	Magnetisierung	A/m
$M_{x,y,z}$	Drehmoment entlang der $x$ -, $y$ - und $z$ -Achse	Nm
$m$	Masse	kg
$N$	Windungszahl	–
$\vec{n}$	Normalenvektor	–
$p$	Polstelle zur Ermittlung der Verstärkungsmatrix	1/s
$\mathbf{S}_1$	Steuerbarkeitsmatrix	–
$\mathbf{S}_2$	Beobachtbarkeitsmatrix	–
$\mathbf{q}_H$	Vektor der globalen Koordinaten $x$ , $y$ und $\varphi_z$	–
$\mathbf{q}_V$	Vektor der globalen Koordinaten $z$ , $\varphi_x$ und $\varphi_y$	–
$\vec{r}$	Ortsvektor zur Berechnung des magnetischen Skalarpotentials	m
$\vec{r}_Q$	Ortsvektor zur Beschreibung des Mittelpunkts des Permanentmagneten	m
$r_m$	Radius des Magneten	m
$r_{sp}$	Radius der Spule	m
$s$	Laplace-Variable	1/s
$\mathbf{T}_{FH}$	Kraftmatrix der Antriebsaktoren	–
$\mathbf{T}_{FV}$	Kraftmatrix der Führungsaktoren	–
$\mathbf{T}_H$	Transformationsmatrix der Lasersensoren	–
$\mathbf{T}_V$	Transformationsmatrix der Wirbelstromsensoren	–
$T_A$	Abtastrate	s
$T_F$	Zeitkonstante Tiefpassfilter	s

Symbol	Bedeutung	Einheit
$T_{xy}$	Zeitkonstante Lasersensor	s
$T_z$	Zeitkonstante Wirbelstromsensor	s
$t$	Zeit	s
$\mathbf{u}$	Eingangsgrößen in der Zustandsdarstellung	—
$V$	Volumen der Spule	m <sup>3</sup>
$V_Q$	Dauermagnetvolumen	m <sup>3</sup>
$v_z$	Geschwindigkeit entlang der $z$ -Achse	m/s
$\mathbf{x}$	Vektor der einzelnen Zustandsgrößen	—
$x_1$	Lokale Messwerterfassung entlang der $x$ -Achse	m
$\mathbf{y}$	Ausgangsgrößen in der Zustandsdarstellung	—
$y_1$	Lokale Messwerterfassung entlang der $y$ -Achse	m
$\mathbf{z}_H$	Vektor bestehend aus den lokalen Messungen der Lasersensoren	—
$\mathbf{z}_v$	Vektor bestehend aus den lokalen Messungen der Wirbelstromsensoren	—
$z_1$	Lokale Messwerterfassung entlang der $z$ -Achse	m
$\ddot{z}(t)$	Beschleunigung entlang der $z$ -Achse	m/s <sup>2</sup>
$\Delta$	LAPLACE-Operator	—
$\epsilon$	Permittivität	As/Vm
$\mu_0$	Permeabilität	Vs/Am
$\mu_r$	relative Permeabilität	—
$\rho$	elektrische Raumladungsdichte	As/m <sup>3</sup>
$\sigma_m$	magnetische Flächenladungsdichte	A/m
$\varphi_{x,y,z}$	Rotatorischer Bewegungsfreiheitsgrad um die $x$ -, $y$ -, und $z$ -Achse	rad
$\ddot{\varphi}_z(t)$	Winkelbeschleunigung um die $z$ -Achse	rad/s <sup>2</sup>
$\chi$	Suszeptibilität	—

## Abkürzungen

---

Symbol	Bedeutung
AlNiCo	Aluminium-Nickel-Cobalt
AD-Wandler	Analog-Digital-Wandler
DT <sub>1</sub> -Glied	Differenzierglied mit einer Verzögerung erster Ordnung
EUVL	EUV-Lithografie
FEM	Finite-Elemente-Methode
LQR	Linear-Quadratischer Regler
MagLev	Magnetic Levitation (DE: magnetisches Schweben)
NdFeB	Neodym-Eisen-Bor
PM	Permanentmagnet bzw. Dauermagnet
PID-Regler	Reglerstruktur bestehend aus einem proportionalen (P), integralen (I) und differentiellen Anteil (D)
PT <sub>1</sub> -Glied	Proportionalglied mit Verzögerung erster Ordnung
PT <sub>2</sub> -Glied	Proportionalglied mit Verzögerung zweiter Ordnung
PWM	Pulsweitenmodulation
SAF <sub>i</sub>	i. Spulenabschnitt der Führungsspule
SISO	Single-Input-Single-Output (DE: Eingrößensystem)
SmCo	Samarium-Kobalt
SQP-Verfahren	sequential quadratic programming-Verfahren (DE: sequentiell quadratische Programmierung )

---

# Kapitel 1

---

## Einleitung

---

Elektronische Geräte wie z. B. Mobiltelefone, Laptops oder Kameras werden immer leistungsfähiger und kleiner. Basis für die Realisierung von immer kleineren und leistungsfähigeren elektronischen Geräten bilden die integrierten Schaltkreise. Diese wiederum werden dank der rasanten Entwicklung von neuen Technologien in der Halbleiterindustrie in immer kleineren Dimensionen auf Halbleiterscheiben, sogenannte Wafer, gefertigt [1].

Ein aktuelles Beispiel ist das Immersionslithographiesystem TWINSKAN NXT:1950i der Firma ASML, das die Herstellung von integrierten Schaltungen in der Massenproduktion mit einer Strukturbreite von 32 nm und einer Durchsatzrate von 175 Wafern mit einem Außendurchmesser von 300 mm in der Stunde ermöglicht [2]. Um die Funktionsdichte in der Halbleiterfertigung immer weiter zu erhöhen und gleichzeitig die entstehenden Kosten zu senken, sind eine Strukturverkleinerung mittels neuer Lithografieverfahren, wie die EUV-Lithografie (EUVL), sowie ein Übergang auf die nächste Wafergeneration mit einem Außendurchmesser von 450 mm notwendig [1, 3].

Eine Schlüsselkomponente für die Weiterentwicklung in der Halbleiterfertigung sind die in den modernen Produktionsanlagen eingesetzten hochpräzisen Mehrkoordinatenantriebe [4]. Diese müssen den Wafer gemäß des Belichtungsprozesses nanometergenau in sechs Freiheitsgraden ausrichten und für die Bearbeitung präzise im Raum positionieren [3, 4, 5]. Um die Durchsatzrate belichteter Wafer pro Stunde zu erhöhen, ist zudem eine

geringe zu bewegende Läufermasse notwendig. Neben der erforderlichen Positioniergenauigkeit und Dynamik sollten sie für die Waferpositionierung auch große Fahrbereiche von mehreren 100 mm in der Ebene ermöglichen. Zusätzlich müssen die eingesetzten Mehrkoordinatenantriebe vakuumtauglich sein, da die zukünftige EUV-Lithografie im Vakuum arbeiten muss [1, 3, 5].

Neben der Halbleiterindustrie gewinnen hochpräzise Positioniersysteme auch in anderen Technologiebereichen wie der Medizintechnik, Nanotechnologie oder Optik an Bedeutung, da der Trend zur Miniaturisierung technischer Produkte anhält [6, 7, 8].

Beispielsweise bedarf es in einer Applikation aus der Biotechnologie zur Vermessung und Manipulation von Embryozellen hochpräzise Positioniersysteme mit Auflösungen im Nanometerbereich bei einfachen oder planaren Fahrbereichen von mehreren Millimetern [9, 10]. Ein weiteres Anwendungsbeispiel, bei dem hochpräzise und hochdynamische Mehrkoordinatenantriebe notwendig sind, ist die Mikromontage und Kontaktierung von elektronischen Bauelementen, die unter Reinraumbedingungen stattfinden muss [11].

## 1.1 Konventionelle Präzisionspositionierantriebe

Um die steigenden industriellen Anforderungen an die zum Einsatz kommenden Präzisionsantriebe zu erfüllen, haben sich auf dem Gebiet der Präzisionspositioniertechnik bei sehr kleinen Fahrbereichen unter 200  $\mu\text{m}$  derzeit vor allem Systeme mit Piezoaktoren und Festkörperführungen als Standardlösung durchgesetzt. Die Piezoaktoren benötigen aufgrund ihres Wirkprinzips für die mechanische Bewegung keine beweglichen Elemente, sodass sie inhärent spiel- und reibungsfrei sind [12]. Zudem benötigen sie keine Schmiermittel, was die Nutzung von piezobasierten Positionierantrieben in Vakuumanwendungen ermöglicht. Applikationen in starken externen Magnetfeldern sind ebenfalls möglich, da der piezoelektrische Effekt nur auf der Wirkung von elektrischen Feldern basiert. Sie ermöglichen Genauigkeiten bis in den unteren Nanometerbereich bei Ansprechzeiten unterhalb einer Millisekunde [13].

Der Hauptnachteil piezobasierter Positioniersysteme ist der kleine limitierende Fahrbereich. Zudem sind für den Betrieb von Piezoaktoren hohe Spannungen zwischen 200 V bis 1000 V notwendig [12, 13]. Nachteilig sind ebenfalls die starke Temperaturempfind-



lichkeit und das nichtlineare Verhalten aufgrund der Hysterese in den piezoelektrischen Materialien in Verbindung mit Sättigungserscheinungen bei hohen Ansteuerfeldstärken. Dies erschwert eine Positionsregelung dieser Systeme erheblich.

Bestrebungen, diese Nichtlinearitäten zu modellieren und mit einer Steuerung zu kompensieren sowie die dynamischen Eigenschaften mit komplexen Regelungsansätzen zu verbessern, sind nach wie vor ein gegenwärtiger Forschungsschwerpunkt bei piezobasierten Positioniersystemen [14]. Eine sehr gute Übersicht zu den Modellbildungen und Regelungen von Piezosystemen ist in der Monografie von *Fleming und Leang* [13] zu finden – weitere erwähnenswerte Übersichtsartikel mit umfangreicher Literaturliste zu dieser Thematik bieten *Gu u. a.* [14] und *Devasia u. a.* [15].

Für Präzisionsanwendungen, bei denen große Fahrbereiche notwendig sind, werden elektrodynamische Direktantriebe eingesetzt, die Antriebskräfte direkt im Läufer erzeugen. Dadurch kann auf mechanische Übertragungselemente, die durch Spiel und Reibung zu Einschränkungen hinsichtlich Dynamik und Positioniergenauigkeit führen, verzichtet werden [11, 16]. Durch eine entsprechende Anordnung mehrerer solcher Direktantriebe kann ein integrierter Mehrkoordinatenantrieb realisiert werden. Dies führt zu einer kompakten Bauweise mit nur einer kleinen bewegten Läufermasse, wodurch hohe Beschleunigungen ermöglicht werden [16]. Die wesentlichen Nachteile einer seriellen Anordnung der einzelnen Aktoren wie geringe Steifigkeit, hohe bewegte Masse und damit einhergehend schlechtes dynamisches Verhalten lassen sich somit vermeiden.

Um neben großen Fahrbereichen auch höchste Präzision zu erreichen, müssen die eingesetzten Mehrkoordinatenantriebe in der Lage sein, kleinste Schrittweiten im Raum zu realisieren. Folglich ist es zwingend erforderlich, dass die Führungen in diesen Positioniersystemen reibungsfrei arbeiten. Hydrostatische und -dynamische Gleitführungen können daher aufgrund ihrer bekannten Nachteile bei hochpräzisen Positioniersystemen nicht eingesetzt werden [17]. Die Notwendigkeit einer Schmierung und die mechanische Reibung, die zu Verschleiß führt, wirken sich bei Anwendungen im Reinraum und Vakuum nachteilig aus. Zusätzlich wird durch den Stick-Slip-Effekt die Positioniergenauigkeit dieser Systeme sehr stark beeinträchtigt.

Wälzführungen werden in Nanopositioniersystemen eingesetzt, da diese weder ein Betriebsgas noch ein Schmiermittel benötigen, und sich somit gut für den Einsatz im Vakuum eignen [17, 18]. Der Hauptnachteil ist jedoch die bei Bewegung entstehende Reibung,

die aus regelungstechnischer Sicht im Nanometerbereich eine große Herausforderung darstellt und sich negativ auf die Systemperformance auswirkt [19]. Untersuchungen von *Zschäck u. a.* [19] zeigen, dass die entstehende Reibung bei einem Nanopositioniersystem mit Wälzführung ab einer Geschwindigkeit von 1 mm/s zu erheblichen Positionierabweichungen im Nanometerbereich führt. In der Literatur existieren Ansätze, mit denen sich das stark nichtlineare Reibungsverhalten mit Hilfe komplexer Reibmodelle bestimmen lässt und mit dessen Hilfe das inverse Systemverhalten vorgesteuert wird [20]. Nichtsdestotrotz zeigt *Amthor* [20] in seinen Untersuchungen, dass die bekannten Reibmodelle aufgrund der starken Orts- und Zeitvarianz des Systemverhaltens große Modellfehler erzeugen, sodass die Reibmodelle für die Kompensation adaptiv angepasst werden müssen. In den weiteren Untersuchungen von *Amthor u. a.* [21] wird gezeigt, dass sich mit modellbasierten Regelungsalgorithmen und komplexen Methoden zur Reibkraftkompensation Spurfehler zwar erheblich reduzieren, jedoch nicht eliminieren lassen. Sie sind somit keine Optimallösung, um die immer steigenden industriellen Anforderungen hinsichtlich höchster Präzision und Dynamik in Kombination mit einem absolut reibungsfreien Betrieb zu erfüllen.

Um diesen Anforderungen gerecht zu werden, muss entsprechend der Entwurfsregeln für Nanopositioniersysteme als erstes die Reibung eliminiert werden [19]. Aus diesem Grund werden die meisten präzisen elektrodynamischen Mehrkoordinatenantriebe für große Fahrbereiche mit aerostatischen Führungen realisiert [22]. Der wesentliche Vorteil liegt an der kontaktlosen Führung des bewegenden Läufers. Dies eliminiert die mechanische Reibung und damit einhergehend den Stick-Slip-Effekt, sodass höchste Genauigkeiten realisiert werden können [22]. Zudem lassen sich Mehrkoordinatenantriebe mit einem theoretisch unbegrenzt großen Fahrbereich verwirklichen [23, 24]. Ein Limitierungsfaktor ist die Abhängigkeit einer sehr hohen Oberflächenqualität, da sich Fertigungsfehler der Führungsflächen nicht korrigieren lassen [16]. Dies stellt hohe Anforderungen an die mechanische Fertigung. Ferner können Schwankungen in der Druckluftversorgung zu einer Abstandsänderung der Führungselemente führen [25]. Der Hauptnachteil ist jedoch, dass ein Einsatz solcher Systeme im Vakuum nur bedingt möglich bis unmöglich ist [1, 24]. Ein sehr komplexer und teurer Aufbau ist die Folge.

## 1.2 Vorteile magnetisch geführter Positionierantriebe

Bei Inspektions- und Fertigungssystemen sind heute mechanische Präzisionsführungen und aerostatische Führungen in Kombination mit elektrodynamischen Linearantrieben Stand der Technik. Bei den steigenden Anforderungen an die Präzision bis zu einigen Nanometern und der notwendigen Vakuumkompatibilität stoßen solche Systeme jedoch an ihre Grenzen.

Ein vielversprechender Ansatz, um die bestehenden Nachteile der zuvor genannten Systeme zu beseitigen, ist der Einsatz von magnetischen Führungen in Kombination mit elektrodynamischen Linearmotoren<sup>1</sup>. Je nach Ausführung wird bei diesem Führungsprinzip zwischen *passiven* und *aktiven* magnetischen Führungen unterschieden [26]. Die Bezeichnung aktiv verweist explizit auf eine Regelung der Luftspaltlänge. Passive Magnetführungen hingegen kommen ohne eine Regelung aus, sind jedoch aufgrund der geringeren Steifigkeit für Präzisionsantriebe ungeeignet.

Gegenüber Wälzführungen ermöglicht die aktive Magnetführung in diesen Positionierantrieben durch die Generierung elektromagnetischer Feldkräfte eine berührungsfreie und hochpräzise Führung des Läufers. Es entsteht im gesamten System keine Reibung, sodass auf Schmiermittel verzichtet werden kann. Im Vergleich zu den aerostatischen Führungen treten zudem keine störenden Schleppkräfte aufgrund der Luftzuleitungen zum Läufer und kein Verschleiß der Zuleitungen auf [25]. Dadurch sind magnetisch geführte Systeme prädestiniert für den Einsatz in Reinraum- und Vakuumumgebungen [12].

Im Vergleich zu den bekannten Führungsprinzipien ergeben sich keine hohen Anforderungen an die Fertigungstoleranzen bei aktiven Magnetführungen, da Höhenfehler, die durch eine begrenzte Ebenheit der mechanischen Elemente verursacht werden, mit einer entsprechenden Regelung kompensiert werden können. Gegenüber allen anderen Führungsprinzipien haben aktive Magnetführungen den Vorteil, zusätzlich als Aktoren wirken zu können, um damit gezielt Bewegungen (im kleinen Millimeterbereich) in den gesperrten Freiheiten zu realisieren. Somit besitzen sie die Fähigkeit, Objekte in der Höhe auszurichten oder Verkippungen einzustellen bzw. zu kompensieren. Durch eine geeignete Anordnung von mindestens drei aktiven Magnetführungen und mindestens drei elektrodynamischen Linearmotoren können hochpräzise Mehrkoordinatenantriebe

---

<sup>1</sup>In der englischsprachigen Literatur hat sich das Stichwort **MAGLEV** (**M**agnetic **L**evitation) bzw. **MAGLEV** System etabliert.

mit einem einzigen Läuferelement und dem Bewegungsfreiheitsgrad  $F = 6$  bei einem theoretisch unendlich großen Fahrbereich realisiert werden [24].

Aufgrund der Spiel- und Reibungsfreiheit in diesen Systemen sind mit einer berührungslosen und präzisen Positionserfassung und einer entsprechenden Regelung in allen Freiheitsgraden Positioniergenauigkeiten möglich, die mit mechanischen Führungen nicht vorstellbar sind. Wesentlicher Nachteil magnetisch geführter Positioniersysteme ist die erhöhte System- und Regelungskomplexität. Magnetführungen sind somit aus Kostengründen keine Alternative, bei denen mechanische Führungen ausreichend sind [27]. Als vakuumkompatible und reibungsfreie Präzisionsantriebe sind sie jedoch aufgrund ihrer enormen Potenziale für viele Hochtechnologiebereiche von großem Interesse.

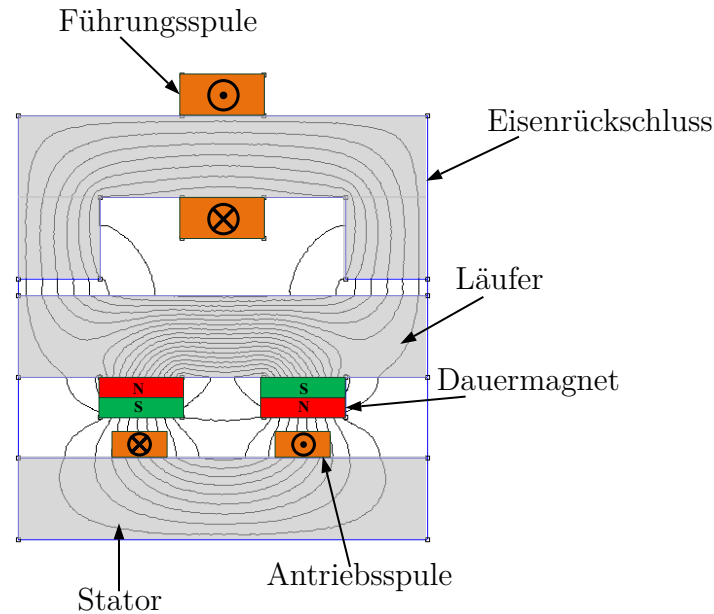
Eine ausführliche Gegenüberstellung von Magnetführungen, Wälzführungen und aerostatischen Führungen für hochpräzise Positioniersysteme findet sich in den Artikeln von *Torralba u. a.* [16], *Peijnenburg u. a.* [24] und *Lan u. a.* [28].

## 1.3 Kraftwirkungsprinzipien magnetisch geführter Mehrkoordinatenantriebe

Seit über 30 Jahren arbeiten weltweit mindestens 25 Forschergruppen an verschiedenen Konzepten für magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe. Die meisten Mehrkoordinatenantriebe beruhen dabei sowohl in der Antriebs- als auch in der Führungsebene auf der Wirkung magnetischer Felder, da diese im Elektromagnetismus eine hohe Energiedichte aufweisen [29, 30]. Eine Studie der aktuellen Literatur zu diesem Themenbereich zeigt, dass hauptsächlich Magnetschwebeprinzipien basierend auf dem elektrodynamischen und elektromagnetischen Kraftwirkungsprinzip genutzt werden [31, 32, 33, 34]. Ausgenommen sind Schwebeprinzipien basierend auf diamagnetischen Materialien, da sie aufgrund der sehr kleinen Führungskräfte nur eine untergeordnete Rolle spielen [35].

### 1.3.1 Attraktive Magnetführungen in Mehrkoordinatenantrieben

Zur Entwicklung magnetisch geführter Mehrkoordinatenantriebe besteht grundsätzlich die Möglichkeit, die Magnetführung mittels Elektromagneten zu realisieren. In Kombination mit einem elektrodynamischen Linearaktor können simultan vertikale und hori-



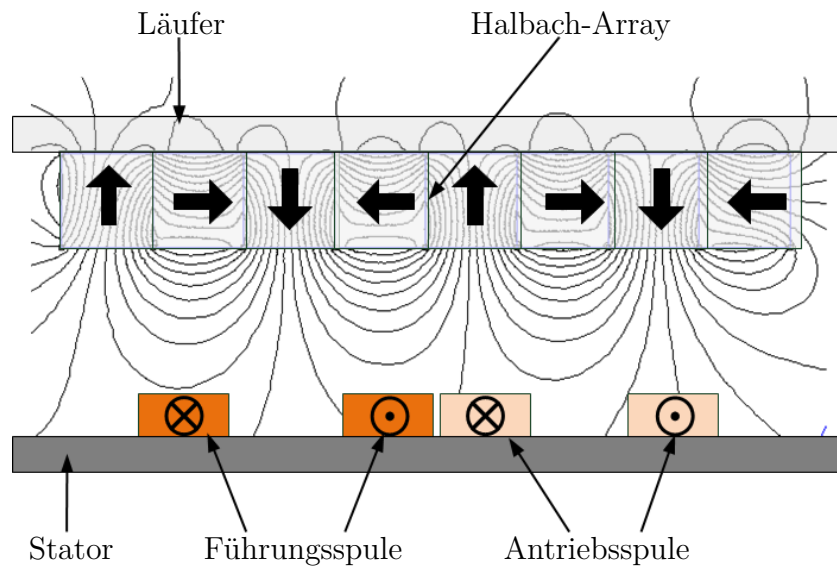
**Abbildung 1.1:** Magnetführung auf Basis des elektromagnetischen Prinzips in Kombination mit einem elektrodynamischen Linearaktor.

zontale Kräfte auf den Läufer ausgeübt werden (Abbildung 1.1).

Elektromagnete erzeugen entsprechend des elektromagnetischen Wirkprinzips Reluktanzkräfte, um den Läufer vom Stator anzuziehen. Dies ermöglicht eine sehr leichte und kostengünstige Realisierung der Magnetführung.

Durch die Aktorkonfiguration entsprechend Abbildung 1.1 können die Antriebs- und Führungskräfte entkoppelt werden. Dadurch vereinfacht sich die Realisierung der Regelung, da die orthogonal zueinander wirkenden Kräfte regelungstechnisch getrennt betrachtet werden können [36].

Da jedoch die Elektromagnete oberhalb des Läufers angeordnet werden müssen, besteht kein völlig freier Zugang zum Läufer von oben. Ein weiterer Nachteil bei der Verwendung von Elektromagneten als Magnetführung ist, dass im Läufer ferromagnetisches Material angebracht werden muss, das sich insbesondere bei großen Bewegungsbereichen, bedingt durch steigende Läufermasse, sowohl negativ auf die Dynamik des Antriebs als auch auf die Verlustleistung der Magnetführung auswirkt.



**Abbildung 1.2:** Magnetführung auf Basis des elektrodynamischen Prinzips in Kombination mit einem eisenlosen elektrodynamischen Linearaktor (basierend auf [37]).

### 1.3.2 Repulsive Magnetführungen in Mehrkoordinatenantrieben

Aufgrund der Nachteile bei Konzepten mit anziehenden elektromagnetischen Führungskräften werden häufig Mehrkoordinatenantriebe mit abstoßenden elektrodynamischen Führungskräften aufgebaut.

Realisiert wird das elektrodynamische Schweben durch die Verwendung von eisenlosen elektrodynamischen Linearaktoren in Kombination mit Halbach-Arrays (Abbildung 1.2). Durch das Führungsprinzip wird der Läufer vom Stator abgestoßen. Dies ermöglicht die Unterbringung der Sensoren und der eisenlosen Aktoren unterhalb des Läufers. Im Gegensatz zum elektromagnetischen Führungsprinzip ist der Läufer von oben frei zugänglich und ermöglicht somit kompakte Bauweisen. Ein weiterer enormer Vorteil gegenüber Elektromagneten ist die nahezu beliebige Skalierbarkeit des planaren Fahrbereiches ohne eine Zunahme der Läufermasse [38]. Es besteht somit die Möglichkeit planare magnetisch geführte Antriebe mit einem – theoretisch unendlich – großen Fahrbereich bei gleichbleibender Läufermasse zu realisieren [39].

Den vielen Vorteilen der Halbach-Arrays in planaren Positioniersystemen stehen jedoch die erhöhten Kosten aufgrund der hohen Anzahl der Permanentmagnete gegenüber. Zudem sind, im Gegensatz zu Elektromagneten, die Antriebs- und Führungskräfte sehr

stark verkoppelt und positionsabhängig. Dies erfordert sowohl einen hohen Steuerungsaufwand zur Kommutierung der Spulen als auch sehr komplexe Algorithmen zur Positionsregelung und stellt somit letztlich hohe Anforderungen an die zum Einsatz kommende Regelungshardware [40, 41].

## 1.4 Zielstellung

Die derzeit bekannten Lösungen zu magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben verwenden Magnetführungen basierend auf attraktiven elektromagnetischen oder repulsiven elektrodynamischen Führungskräften.

Elektrodynamische Mehrkoordinatenantriebe in Kombination mit attraktiven Magnetführungen haben den großen Vorteil, dass die Antriebs- und Führungskräfte entkoppelt sind. Demgegenüber steht jedoch der Nachteil, dass der Läufer von oben *nicht* frei zugänglich ist. Dieser Nachteil kann vermieden werden, wenn eisenlose elektrodynamische Mehrkoordinatenantriebe mit Halbach-Arrays verwendet werden. Das Konzept ermöglicht dann zwar einen von oben frei zugänglichen Läufer, jedoch resultieren stark verkoppelte Antriebs- und Führungskräfte, die komplexe Regelalgorithmen erfordern.

Aus der Analyse bestehender Positioniersysteme mit magnetischen Führungen soll im Rahmen dieser Arbeit ein neuartiger magnetisch geführter Mehrkoordinatenantrieb entwickelt und untersucht werden. Dabei sollen folgende Ziele erreicht werden:

- 1. Entkoppelte Kräfte und von oben freie Zugänglichkeit:** Gegenüber den aus der Literatur bekannten Lösungen soll sich der neuartige magnetisch geführte Mehrkoordinatenantrieb durch einen von oben frei zugänglichen passiven Läufer in Kombination mit entkoppelten Antriebs- und Führungskräften auszeichnen.
- 2. Großer Bewegungsbereich:** Zudem soll mit dem vorgeschlagenen Aufbau ein großer Bewegungsbereich (d. h. größer als  $10 \times 10 \text{ mm}^2$  in der  $x$ - $y$ -Ebene) realisiert und die minimale Anzahl an Dauermagneten im Läufer benötigt werden.
- 3. Funktionsnachweis:** Nach dem Aufbau und der Inbetriebnahme eines Demonstrators ist das abschließende Ziel dieser Arbeit einen Funktionsnachweis des vorgeschlagenen Konzepts durch entsprechende Messungen zu erbringen.

## 1.5 Gliederung der Arbeit

In **Kapitel 2** erfolgt die Darstellung verschiedener Aufbauvarianten von magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben. Zudem werden die Vor- und Nachteile dieser Systeme detailliert aufgezeigt.

Darauf aufbauend wird in **Kapitel 3** eine Magnetführung basierend auf repulsiven Führungskräften beschrieben. Einen Schwerpunkt dieser Arbeit bildet die Herleitung neuartiger Feld- und Kraftgleichungen zur Berechnung der Magnetführung. Auf Basis dieser Gleichungen wird die Magnetführung optimiert. Abschließend erfolgt die numerische und experimentelle Verifikation der Gleichungen.

Die Erweiterung der repulsiven Magnetführung zu einem 2D-Aktor ist Gegenstand des **4. Kapitels**. Durch die vorgeschlagene neuartige Spulenanordnung sind die Antriebs- und Führungskräfte entkoppelt. Für die Berechnung der Antriebskräfte werden ebenfalls neuartige Kraftgleichungen hergeleitet und mittels 3D-FEM-Berechnungen verifiziert.

Der konstruktive Entwurf magnetisch geführter Mehrkoordinatenantriebe auf Basis des 2D-Aktors ist Inhalt des **5. Kapitels**. Dabei wird sowohl eine quadratische als auch dreieckige Anordnung vorgestellt und diskutiert. Beiden vorgestellten Konzepten ist gemeinsam, dass sie entkoppelte Antriebs- und Führungskräfte bei einem von oben frei zugänglichen Läufer besitzen. Zudem erfolgt die konstruktive Anordnung der berührungslosen Messsysteme zur Erfassung der Läuferposition. Abschließend wird der Aufbau der analogen Leistungsendstufe mit Stromeinprägung vorgestellt.

Im Anschluss erfolgt in **Kapitel 6** die Modellbildung des Systems. Dabei wird zunächst die Grundstruktur des Regelkreises des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs vorgestellt. Daran anknüpfend werden die Transformationsmatrizen für die Sensorsignale und Aktorkräfte hergeleitet. Die Regelstrecke wird aufgrund der orthogonal zueinander wirkenden Antriebs- und Führungskräfte als ein entkoppeltes System modelliert. Die Grenzfrequenzen der Sensoren und das dynamische Verhalten des Aktorsystems werden ebenfalls vorgestellt.

Mit der Modellbildung im voranstehendem Kapitel ist ein Basismodell entstanden, an dem Regelungsansätze in **Kapitel 7** auf ihre Eignung hin untersucht werden. Für die Regelung der Magnetführung wird ein PID-Regler eingesetzt. Zusätzlich wird sowohl für



die Magnetführung als auch den Planarantrieb eine Zustandsregelung implementiert. Die Parameter des Zustandsreglers werden durch Vorgabe der Polstellen bestimmt. Abschließend erfolgt simulativ und experimentell der Nachweis, dass die Regelstrecke mit den implementierten Reglern stabilisiert werden kann.

In **Kapitel 8** wird der Aufbau des Demonstrators vorgestellt. Erste experimentelle Untersuchungen mit der implementierten Zustandsregelung werden durchgeführt und die Messergebnisse, die die Funktionsfähigkeit des Konzepts nachweisen, werden präsentiert.

Abschließend werden in **Kapitel 9** die Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefasst. Zudem erfolgt ein Ausblick auf weiterführende Untersuchungen.

# Kapitel 2

---

## Grundstrukturen magnetisch geführter Mehrkoordinatenantriebe

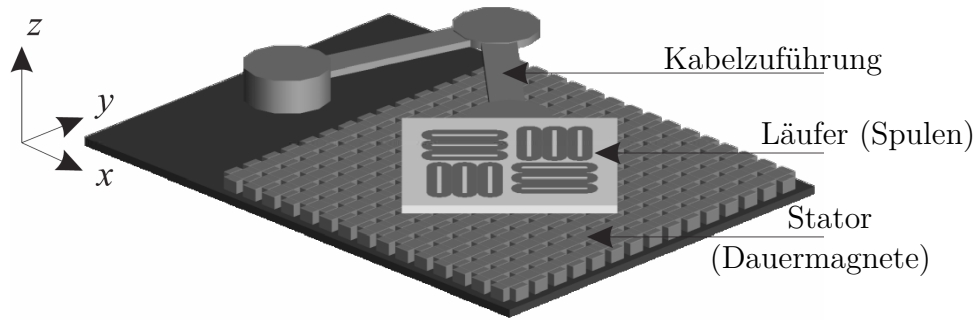
---

In diesem Kapitel werden verschiedene Konstruktionen magnetisch geführter Mehrkoordinatenantriebe vorgestellt, die sowohl auf attraktiven als auch repulsiven Führungskräften basieren. Zudem wird vertiefend auf die Vor- und Nachteile bestehender Systeme eingegangen.

### 2.1 Charakterisierung der Bewegung

Mehrkoordinatenantriebe sind Antriebssysteme mit dem Bewegungsfreiheitsgrad  $F > 1$ . Da gemäß den Grundgesetzen der Mechanik ein starrer Körper im Raum sechs unabhängige Bewegungsfreiheitsgrade besitzt, haben magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe, aufgrund des schwebenden Läufers, den Bewegungsfreiheitsgrad  $F = 6$ .

Die sechs Bewegungsfreiheitsgrade entsprechen im mechanischen Sinn jeweils drei Translationen (je eine in  $x$ -, in  $y$ - und in  $z$ -Richtung) und drei Rotationen (je um die  $x$ -, um die  $y$ - und um die  $z$ -Achse). Da die Mindestanzahl der Aktoren durch die Anzahl der Bewegungsfreiheiten festgelegt wird, benötigt eine aktive Positionsveränderung des Läufers von magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben mindestens sechs Aktoren.



**Abbildung 2.1:** Mehrkoordinatenantrieb mit bewegten Spulen (basierend auf [42]).

Magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe werden bezüglich ihres Bewegungsbereiches eingeteilt. Unter *großem Bewegungsbereich* (EN: long stroke) sollen alle magnetisch geführten Positioniersysteme verstanden werden, die einen planaren Bewegungsbereich von mindestens  $10 \times 10 \text{ mm}^2$  besitzen. Bei einem Bewegungsbereich unter  $10 \times 10 \text{ mm}^2$  wird entsprechend von einem *kleinen Bewegungsbereich* (EN: short stroke) gesprochen. Dies erfolgt in Anlehnung an die von Trumper [37] vorgeschlagene Definition, magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe in Systeme mit großem und kleinem Bewegungsbereich zu klassifizieren.

## 2.2 Aktiver und passiver Läufer

Ein wesentliches Unterscheidungsmerkmal magnetisch geführter Mehrkoordinatenantriebe ist die Ausführung des Läufers.

Befinden sich die Spulen im schwebenden Läufer, so wird dieser als aktiver Läufer bezeichnet (Abbildung 2.1). Die notwendigen Permanentmagnete oder ferromagnetischen Materialien zur Krafterzeugung befinden sich dann im Stator.

Der Vorteil dieser Aufbauvariante ist, dass zur Realisierung eines planaren magnetisch geführten Positioniersystems wenige Spulen und Leistungsverstärker notwendig sind. Dies wirkt sich günstig auf die Produktionskosten aus. Zudem wird zur Krafterzeugung nahezu die gesamte Spule genutzt, was sich positiv auf die Verlustleistung in der Spule auswirkt [43]. Eine Vergrößerung des planaren Fahrbereiches, ohne Erhöhung der

Systemkomplexität, kann durch die Anbringung weiterer Permanentmagnete im Stator einfach realisiert werden [40].

*Hu* [44] von der Texas A & M University stellt ein Konzept für die Anordnung mit bewegten Spulen vor. Die Luftspulen im aktiven Läufer sind in einer unsymmetrischen dreieckigen Form angeordnet. Das entwickelte Konzept erreicht eine Positionsauflösung von 20 nm und erlaubt einen planaren Bewegungsbereich von  $160 \times 160 \text{ mm}^2$ . Basierend auf den Ergebnissen dieser Forschungsarbeit wurde am selben Institut ein weiteres magnetisch geführtes Positioniersystem von *Nguyen u. a.* [45] entwickelt. Diesmal werden die Luftspulen jedoch in einer symmetrischen quadratischen Form angeordnet, was zur Entkopplung der Antriebskräfte und damit einhergehend zur Vereinfachung der Regelalgorithmen führt. Dabei kann eine verbesserte Positionsaufklärung von 10 nm bei einem planaren Bewegungsbereich von  $35 \times 56 \text{ mm}^2$  erreicht werden [46]. Weitere magnetisch geführte Positioniersysteme mit aktivem Läufer und dem Bewegungsfreiheitsgrad  $F = 6$  werden von *Compter* [47], *Guo u. a.* [48] und *Zhu u. a.* [49] beschrieben.

Aufgrund der herausragenden Vorteile der magnetischen Schwebetechnologie beinhalten die Immersionslithografie Systeme TWINSCAN NXT1950i der Firma ASML einen planaren Mehrkoordinatenantrieb mit aktivem Läufer (Abbildung 2.2). Dabei wird zur Positionierung des Wafers ein Hybridsystem eingesetzt, das aus einem magnetisch geführten Positioniersystem zur Grobpositionierung und einem weiteren Aktor zur Feinpositionierung besteht [50]. Genaue Details zum Wirkprinzip der eingesetzten Positioniersysteme werden von ASML nicht veröffentlicht. Aufgrund der gemeinsamen Forschungsprojekte mit der Technischen Universität Eindhoven ist lediglich bekannt, dass das eingesetzte magnetisch geführte Positioniersystem mit aktivem Läufer realisiert worden ist und einen planaren Bewegungsbereich von  $1000 \times 1000 \text{ mm}^2$  bei einer Positioniergenauigkeit von  $1 \mu\text{m}$  aufweist [50]. Der auf dem schwebenden Läufer fixierte Präzisionsaktor besitzt einen Bewegungsbereich von  $1 \times 1 \text{ mm}^2$  und erreicht eine Positioniergenauigkeit von 1 nm [50].

Der Einsatz des planaren Positioniersystems mit aktivem Läufer im Waferscanner von ASML ist jedoch auch mit Nachteilen verbunden. Durch die bewegten Spulen müssen die Zuleitungen zur Energieversorgung permanent mit dem Läufer mitgeführt werden, sodass die Bewegungsfreiheit zum Teil eingeschränkt wird. Darüber hinaus führen sie zu unerwünschten Störkräften und Momenten, aber auch zur Wärmeerzeugung und Temperaturschwankungen im Betrieb und damit verbunden zur Deformation des Läufers

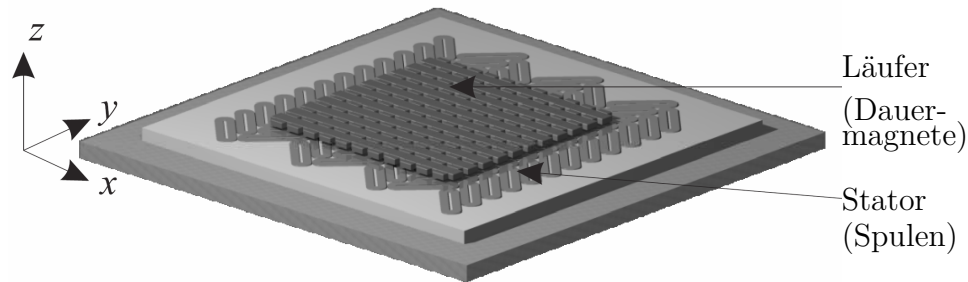


**Abbildung 2.2:** ASML TWINSKAN NXT1950i Waferscanner mit magnetisch geführtem Positioniersystem (basierend auf [51]).

[52, 53]. Dies wirkt sich letztlich negativ auf die Positioniergenauigkeit des Mehrkoordinatenantriebs aus [54, 55, 56]. Eine externe Kühlung der Spulen kann zwar vorgesehen werden, erhöht jedoch sowohl die Komplexität als auch das Gewicht des Läufers [57]. Insbesondere müssen Kühlkonzepte entworfen werden, die idealerweise elektrisch nicht leitfähige Materialien verwenden, da aufgrund der Nähe zu den Permanentmagneten ansonsten Wirbelströme erzeugt werden können, die sich negativ auf die Dynamik des Systems auswirken [56].

Die unangenehmen Eigenschaften von Positioniersystemen mit aktivem Läufer können vermieden werden, wenn magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe durch eine umgekehrte Anordnung der Permanentmagnete und Spulen realisiert werden (Abbildung 2.3).

Da der Läufer keine Zuleitungen für die Energieversorgung benötigt, wird in diesem Zusammenhang von einer passiven Ausführung des Läufers gesprochen. Im Gegensatz zum aktiven Läufer ist die passive Ausführung frei von Wärmequellen, was eine optimale Voraussetzung für eine hochgenaue Positionierung ist [54, 55]. Den zahlreichen Vorteilen der passiven Ausführung steht jedoch nachteilig die geringe und nicht konstante Kraftausbeute gegenüber, da je nach aktueller Läuferposition nicht alle Spulenabschnitte zur gewünschten Kraftbildung beitragen, jedoch energetisch versorgt werden müssen und



**Abbildung 2.3:** Mehrkoordinatenantrieb mit bewegten Permanentmagneten (basierend auf [42]).

somit eine erhebliche Verlustleistung generieren. Mit einer zusätzlichen Kühlung zur Abführung der Verlustleistung aus dem System und einer entsprechenden elektrischen Kommutierung der Spulen kann jedoch das Systemverhalten verbessert werden [58].

Eine gute Übersicht bzw. Gegenüberstellung beider Aufbauvarianten findet sich in der Fachliteratur, z. B. in dem Fachbuch von *Stölting* [52] und in den Dissertationen von *Kovalev* [36] und *Kim* [59]. In der Praxis finden beide Aufbauvarianten Anwendung, wie es aus Patentbeschreibungen der Firmen Philips und ASML hervorgeht [54, 60, 61, 62].

Da der von ASML eingesetzte Planarantrieb zur Grobpositionierung auch das Gewicht des fixierten Präzisionsaktors mitbewegen muss, wirkt sich dies aufgrund von größerer bewegter Masse negativ auf die Dynamik des Systems und auf die Verlustleistung aus. Durch die enormen Vorteile der passiven Ausführung des Läufers forscht daher die TU Eindhoven in Kooperation mit ASML an einer Aufbauvariante mit nur bewegten Permanentmagneten und dem Ziel zur Verringerung der mitbewegten Masse sowie zur Verbesserung der Präzision und Dynamik des Positioniersystems und damit verbunden zu einer deutlichen Steigerung der Produktivität [51].

Da aus vielen Hochtechnologiebereichen wie z. B. der Halbleiterindustrie, Bio- oder Nanotechnologie immer strengere Anforderungen hinsichtlich Reibungsfreiheit, Präzision sowie Dynamik an die zum Einsatz kommenden Positionierantriebe gestellt werden, bleiben die Forschungsaktivitäten an den magnetisch geführten Positioniersystemen mit einem passiven Läufer aktuell.

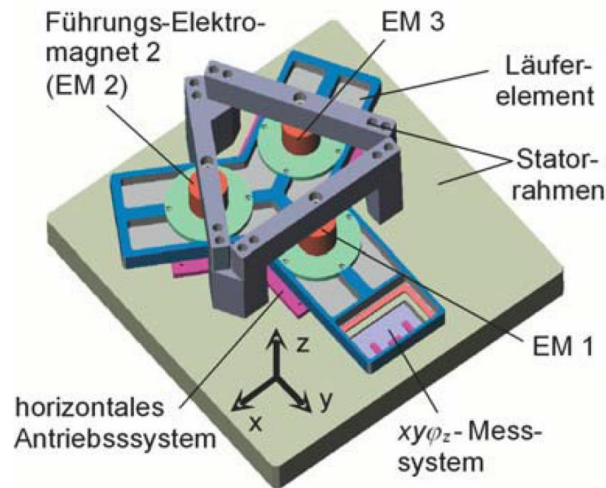


Abbildung 2.4: Mehrkoordinatenantrieb mit attraktiver Magnetführung [63].

## 2.3 Aufbauvarianten mit attraktiven Führungskräften

Basierend auf der in Abbildung 1.1 gezeigten Aktorkonfigurationen entwickelte *Kovalev* [36] an der TU Ilmenau durch eine dreieckige Anordnung einen integrierten magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieb mit dem Bewegungsfreiheitsgrad  $F = 6$  (Abbildung 2.4).

Die Positionierung des Läufers in vertikaler Richtung erfolgt mittels der drei Reluktanzaktoren, die attraktive Führungskräfte entlang der  $z$ -Achse generieren. Zudem können durch eine entsprechende Ansteuerung dieser drei Führungsaktoren Momente erzeugt werden, die eine zusätzliche Drehung um die  $x$ - und  $y$ -Achse ermöglichen. Für die Positionierung des Läufers in der horizontalen Richtung befinden sich im Stator drei weitere lineare Antriebsaktoren, die zusammen mit den Permanentmagneten an der Läuferunterseite auf Basis des elektrodynamischen Kraftwirkungsprinzips Antriebskräfte erzeugen. Durch eine gezielte Bestromung der Flachspulen kann eine Bewegung in beliebiger Richtung innerhalb der  $x$ - $y$ -Ebene und zusätzlich eine Drehung um die  $z$ -Achse erzeugt werden. Für die Regelung dieses 6D-Positioniersystem werden die Teilsysteme Antrieb und Führung aufgrund der orthogonalen Kräfte regelungstechnisch getrennt betrachtet [36]. Das Konzept beinhaltet einen passiven Läufer, sodass Reibungs- und Verschleißfreiheit gegeben ist. Primäres Ziel dieser Forschungsarbeit war es, die Tauglichkeit des Konzepts für eine präzise Positionierung mit dem Bewegungsfreiheitsgrad  $F = 6$  zu

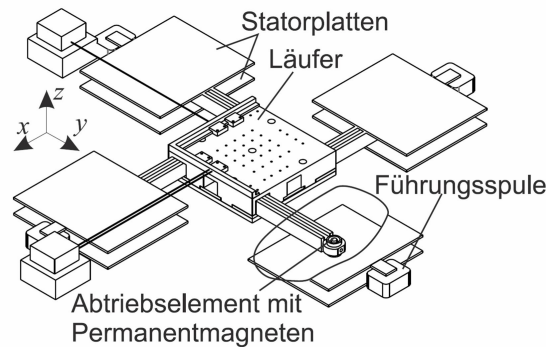
untersuchen. Der Bewegungsbereich beträgt  $30 \times 30 \times 0.2 \text{ mm}^3$  bei einer Positioniergenauigkeit von  $1 \mu\text{m}$ . Weitere Details zum Entwurf, Berechnung und Inbetriebnahme des Mehrkoordinatenantriebs sind in der Dissertation von *Kovalev* [36] beschrieben. Eine ähnliche Aufbauvariante wird von *Choi u. a.* [64] vorgestellt.

Wie bereits erwähnt, entsteht die Kraft im Elektromagneten nach dem Reluktanzprinzip im Luftspalt zwischen Stator und Anker an den Trennflächen von Gebieten unterschiedlicher Permeabilität [30]. Für den vereinfachten Fall der Vernachlässigung der magnetischen Sättigung im ferromagnetischen Material lässt sich zeigen, dass die Kraft jeweils quadratisch proportional zum Strom und antiproportional zum Weg ist, d. h.  $F_z \sim \frac{i^2}{z^2}$  [26]. Damit zeigen sich auch die zwei Grundprobleme beim Einsatz von Elektromagneten in magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben. Aufgrund der quadratischen Antiproportionalität zum Weg  $z$  besitzen Reluktanzaktoren eine Steifigkeit mit negativer Kennlinie, die im unregulierten Fall zu einem instabilen System führt. Während das Problem jedoch mit regelungstechnischen Maßnahmen gelöst werden kann, erfordert die quadratische Abhängigkeit der Führungskraft vom elektrischen Strom immer eine Platzierung der Führungsaktoren oberhalb des Läufers, da die magnetische Führungskraft nur in einer Richtung erzeugt werden kann und somit unabhängig von der Polarität des Stromes ist. Dadurch besteht kein völlig freier Zugang zum Läufer von oben.

Für viele Applikationen ist es jedoch essentiell, dass die Arbeitsplattform von oben frei zugänglich ist. Um diesen prinzipbedingten Nachteil zu vermeiden, wird von *Büchsen-schütz u. a.* [65] ein Planarantrieb entwickelt, der die Anordnung der Aktoren neben der Läuferplattform vorsieht (Abbildung 2.5).

Durch dieses Alternativkonzept ist der Läufer von oben frei zugänglich. Der an der TU Ilmenau entwickelte Demonstrator ermöglicht dabei einen sehr großen Bewegungsbereich von  $200 \times 200 \times 1 \text{ mm}^3$  bei einer erreichten Positionierstandardabweichung von  $12 \text{ nm}$  [66]. Der Nachteil dieser Variante ist jedoch, dass sich die Abmessungen des gesamten Antriebs und damit auch die Masse des Läufers erheblich erhöhen. Um die Verlustleistung in der magnetischen Führung aufgrund der hohen Läufermasse gering zu halten, wird die Magnetführung durch Hinzunahme eines Permanentmagneten zu einer magnetischen Hybridführung ergänzt [67]. Im Idealfall kompensiert dabei die durch den Permanentmagneten erzeugte Kraft die Gewichtskraft des Läufers, sodass die Führungsspule zur reinen Stabilisierung des Systems benötigt wird. Der Strom durch die Spule benötigt somit *theoretisch* keinen Gleichstromanteil.





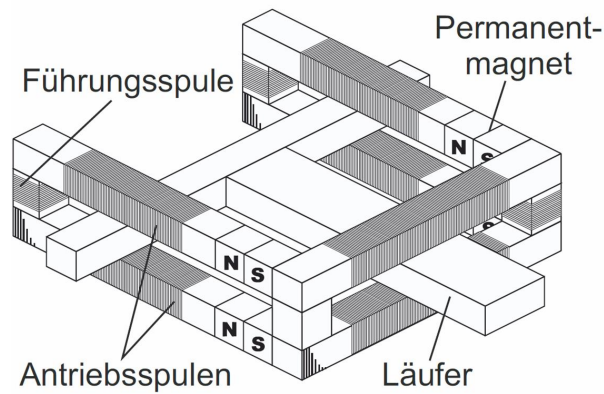
**Abbildung 2.5:** Planare attraktive Magnetführung bei einem von oben frei zugänglichen passiven Läufer [66].

Ein weiterer Vorteil der magnetischen Hybridführung ist die sich ergebende annähernd lineare Beziehung zwischen Führungskraft, Strom und Luftspalt, da im magnetischen Kreis die magnetischen Widerstände der Permanentmagnete sich annähernd wie ein Luftspaltwiderstand verhalten. Bei einer optimalen Schwebehöhe kann die magnetische Hybridführung am entwickelten Demonstrator eine Läufermasse von 19.4 kg nahezu verlustleistungslos führen [66]. Dabei wird die Gewichtskraft des Läufers mit Hilfe des Permanentmagneten passiv kompensiert. Die gemessene Gesamtverlustleistung im optimalen Betrieb beträgt 2.5 mW, die sich auf insgesamt acht bestromte Spulen aufteilt. Bei geringfügiger Abweichung von  $\pm 50 \mu\text{m}$  aus der optimalen Position erhöht sich die Verlustleistung auf 1 W [66].

Eine weitere interessante Aufbauvariante magnetisch geführter Positioniersysteme mit magnetischer Hybridführung wurde von *Molenaar* [68] an der TU Delft entwickelt. Die Besonderheit dieses Konzepts ist, dass sich in einem gemeinsamen Eisenkreis sowohl die magnetische Hybridführung (Permanentmagnete und Führungsspulen) als auch die Antriebspulen befinden (Abbildung 2.6).

Der Läufer besteht durch diese Antriebs- und Führungsintegration rein aus ferromagnetischem Material. Das Konzept ermöglicht ein Bewegungsbereich von  $130 \times 130 \times 0.25 \text{ mm}^3$ . Bei einer Läufermasse von ca. 3.4 kg wird bei einer optimalen Position eine minimale Verlustleistung von 80 mW im Schwebebetrieb erreicht [68]. Nachteilig bei diesem Konzept bleibt jedoch die Erzeugung sehr geringer Antriebskräfte [68, 69].

Ein weiterer Ansatz zur Vermeidung der Wärmeentwicklung in den Spulen durch die



**Abbildung 2.6:** Mehrkoordinatenantrieb mit attraktiver magnetischer Hybridführung und einem von oben frei zugänglichen Läufer [66].

Verwendung polarisierter Aktoren für die Magnetführung wird von *de Klerk u. a.* [70] beschrieben. Durch die seitliche Anordnung der Aktoren neben der Läuferplattform und die damit bedingte Zunahme der Verlustleistung in den Spulen aufgrund von erhöhter Läufermasse kann mit einer magnetischen Hybridführung entgegengewirkt werden. Demgegenüber steht allerdings ein deutlich erhöhter Fertigungsaufwand sowie erhöhte Kosten durch die eingesetzten Dauermagnete. Zudem erlauben diese Aktorkonfigurationen keine kompakte Bauweise.

Neben den bereits genannten Nachteilen ist der Einsatz von Elektromagneten in magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben mit weiteren Problemen verbunden. Die für die Erzeugung von Reluktanzkräften notwendigen ferromagnetischen Materialien führen zu einem Sättigungs- und Hystereseverhalten mit nichtlinearen und nicht eindeutigen Magnetisierungskennlinien [30]. Als Folge des Hystereseverhaltens in der  $B$ - $H$ -Kennlinie ist auch die Kraft-Strom-Kennlinie in Elektromagneten hysteresebehaftet [71]. Das bedeutet, dass sich bei gleichen Erregerströmen und einer bestimmten Ankerstellung verschiedene Magnetkräfte ergeben [72]. Bei Positioniersystemen wirkt sich das Hystereseverhalten somit negativ auf die Positioniergenauigkeit der Systeme aus. Für eine wirkungsvolle Kompensation dieses nichtlinearen Verhaltens sind sehr genaue Hystereseemodelle notwendig [73]. In der Dissertation von *Vrijzen* [72] gibt es einen guten Überblick und eine Gegenüberstellung der verschiedenen Hystereseemodelle für Reluktanzaktoren. Regelungstechnische Maßnahmen zur Korrektur dieses nichtlinearen Verhaltens sind Gegenstand umfangreicher Untersuchungen und werden von *Katalenic* [74], *MacKenzie und Trumper* [75] sowie *Yadmellat und Kermani* [76] ausführlich thematisiert.

Eine weitere unerwünschte Eigenschaft bei elektromagnetischen Führungsaktoren sind die aufgrund von induzierten Spannungen entstehenden Wirbelströme in den ferromagnetischen Materialien. Durch diese Ströme und der induktiven Verzögerung wird die Kraftdynamik der Aktoren stark negativ beeinflusst, sodass die maximale Kraft aufgrund einer Zeitverzögerung nicht sofort erreicht werden kann [36].

Trotz all dieser unerwünschten Eigenschaften sind Führungsaktoren auf Basis des elektromagnetischen Prinzips nach wie vor für Applikationen mit Nanometerpräzision von großem Interesse, da diese die Möglichkeit bieten, sehr große Kräfte bei relativ kleiner Verlustleistung zu erzeugen [77]. *Katalenic* [74] zeigt in seinen Untersuchungen, dass die negativen Eigenschaften durch eine gute Modellbildung des nichtlinearen Verhaltens und mit entsprechenden Regelalgorithmen neutralisiert werden können.

Erwähnenswerte Forschungsergebnisse hinsichtlich Nanometergenauigkeit von magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben mit attraktiver Führung werden in der Dissertation von *Volkert* [38] vorgestellt. Dabei wird nachgewiesen, dass eine hochpräzise Luftspaltregelung von herkömmlichen Elektromagneten mit Nanometerunsicherheit möglich ist. Spezielle Materialien, Fertigungstechnologien oder eine Kennlinienbeeinflussung waren dazu nicht notwendig. Bei den vorgestellten Ergebnissen ist jedoch zu bedenken, dass die Versuchsreihen alle auf demselben Elektromagneten basieren, dessen Eigenschaften zuvor detailliert bestimmt worden sind. Im Rahmen einer Serienproduktion von Elektromagneten kann es jedoch zu Parameterstreuungen und geringen Abweichungen der magnetischen Eigenschaften kommen, sodass die abgeleiteten Berechnungsmodelle nicht immer für jeden einzelnen Elektromagneten genau genug sind. Daher ist eine hohe Robustheit des parametrisierten Luftspaltreglers notwendig, der trotz der geringen Abweichungen der charakteristischen Eigenschaften, eine stabile und hochpräzise Luftspaltregelung garantieren muss [38].

Weitere ähnliche Aufbauvarianten von Mehrkoordinatenantrieben mit attraktiver Magnetführung werden in der Literatur beschrieben [69, 78, 79, 80].

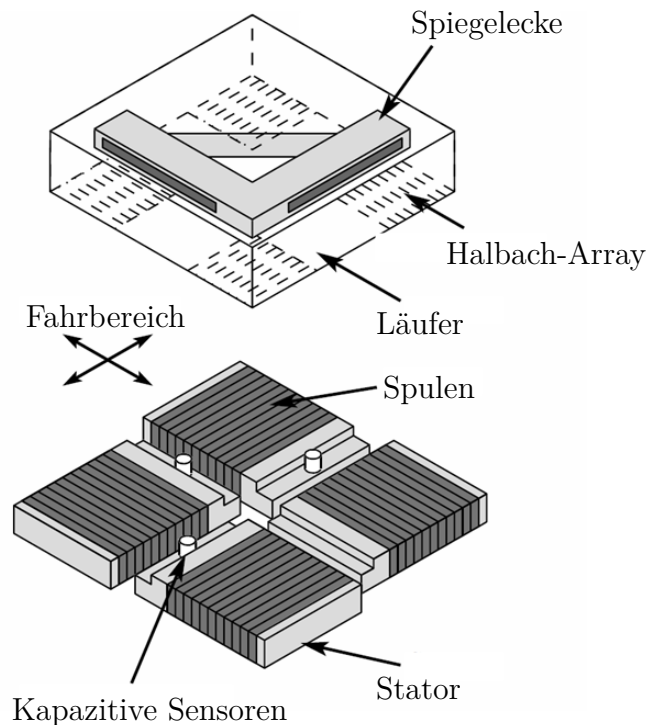
## 2.4 Aufbauvarianten mit repulsiven Führungskräften

Aufgrund der Nachteile des elektromagnetischen Kraftwirkungsprinzips sind aus der Literatur Lösungen magnetisch geführter Mehrkoordinatenantriebe bekannt, die das elektrodynamische Schweben als physikalisches Wirkprinzip nutzen. Der Hauptunterschied zu den Reluktanzaktoren ist die lineare Abhängigkeit zwischen den Kräften und den Strömen, sodass sich elektrodynamische Aktoren insbesondere für die Chipherstellung in der Halbleiterindustrie eignen [56].

### 2.4.1 Systeme mit Halbach-Arrays im Läufer

Für den Bau magnetisch geführter Mehrkoordinatenantriebe mit repulsiven Führungskräften werden Halbach-Arrays in linearer (1D) und planarer (2D) Ausführung in Kombination mit eisenlosen Luftspulen verwendet [87, 88].

Als Halbach-Array wird dabei eine Anordnung von mehreren Permanentmagneten bezeichnet, bei der die Magnetisierungsrichtung nebeneinander angeordneter Magnete um einen bestimmten Winkel (z. B.  $45^\circ$  oder  $90^\circ$ ) zueinander verdreht ist [89]. Die in Abbildung 1.2 gezeigte Anordnung besitzt beispielsweise eine Magnetisierungsrichtung von  $45^\circ$ . Durch diese von *Klaus Halbach* vorgeschlagene Anordnung hebt sich der magnetische Fluss auf der oberen Seite der Permanentmagnete theoretisch auf, auf der unteren Seite jedoch findet eine Feldverstärkung statt. Dadurch kann unterhalb des Halbach-Arrays, ohne zusätzlichen Energieaufwand und dem zusätzlichen Einsatz weichmagnetischer Werkstoffe ein starkes Magnetfeld aufgebaut werden und gleichzeitig eine Ausbreitung von Magnetfeldern oberhalb des Halbach-Arrays vermieden werden. Auf einen Eisenrückschluss kann theoretisch verzichtet werden [89]. Praktisch hebt sich jedoch der magnetische Fluss nicht vollständig auf, sodass ein Eisenrückschluss notwendig ist, da für magnetfeldempfindliche Anwendungen wie z. B. der Elektronenstrahlithografie, Magnetfelder vermieden werden müssen [50, 70]. Für den Bau solcher Halbach-Anordnungen kommen für magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe nur Legierungen auf Basis von Neodym-Eisen-Bor (NdFeB) und Samarium-Kobalt (SmCo) in Frage, da diese sich durch hohe Koerzitivfeldstärken auszeichnen. Damit spielt die gegenseitige Entmagnetisierung der einzelnen Dauermagnete im Halbach-Array kaum eine Rolle mehr [90]. Gegenüber den relativ einfachen Nordpol-Südpol Magnetanordnungen besitzt ein Halbach-Array bei gleichem Magnetvolumen eine um den Faktor  $\sqrt{2}$  größere Flussdichte [89].



**Abbildung 2.7:** Magnetisch geführter Mehrkoordinatenantrieb mit vier Halbach-Arrays (basierend auf [69]).

Die sich unter dem Halbach-Array ergebende Feldverteilung ermöglicht eine gleichzeitige Erzeugung von Antriebs- und Führungskräften auf Basis des elektrodynamischen Prinzips (Lorentzkräfte).

Basierend auf Abbildung 1.2 ermöglicht die Integration mehrerer solcher elektrodynamischer Aktoren die Realisierung von Positioniersystemen mit dem Bewegungsfreiheitsgrad  $F = 6$ . Bekanntestes Beispiel für ein solches Konzept mit Halbach-Arrays im Läufer ist der von *Kim* [91] am Massachusetts Institute of Technology (MIT) entwickelte und nach eigenen Angaben weltweit erste magnetisch geführte Mehrkoordinatenantrieb mit dem Bewegungsfreiheitsgrad  $F = 6$ . Das entwickelte Konzept besteht aus einer Kombination von vier elektrodynamischer Aktoren und vier Halbach-Arrays in einer quadratischen Anordnung (Abbildung 2.7).

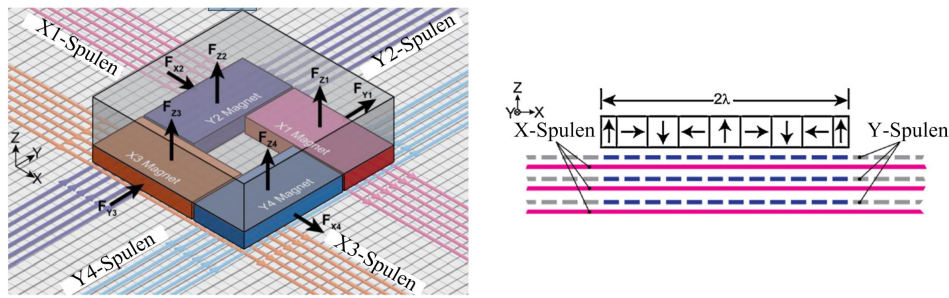
Das System erlaubt einen Bewegungsbereich von  $50 \times 50 \times 0.4 \text{ mm}^3$ . Experimentell wurde ein Positionsrauschen von 5 nm in der  $x$ - und  $y$ -Richtung sowie 30 nm in  $z$ -Richtung erreicht [59]. Nachteilig bei diesem vorgeschlagenen Konzept ist jedoch die relativ kleine Antriebskraft, da nur die obere Spulenseite zur gewünschten Kraftbildung beiträgt, und

der nicht skalierbare Fahrbereich. Um diese beiden Nachteile zu vermeiden, entwickelten *Zhu u. a.* [39, 92] ein Konzept, bei dem quadratische Luftspulen anstatt rechteckiger Luftspulen verwendet werden.

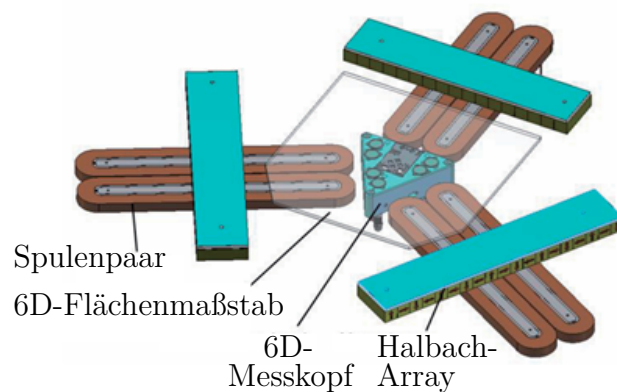
Ein weiteres interessantes Konzept wurde an der TU Eindhoven von *Jansen* [42] und *van Lierop* [40] entwickelt. Dabei wird vorgeschlagen, die rechteckigen Luftspulen im Stator in einem Fischgrätmuster anzuordnen. Im Vergleich zu den quadratischen Luftspulen lassen sich dadurch die Verlustleistung und die Kraft- und Momentenwelligkeit reduzieren [93]. Der Prototyp erlaubt einen Bewegungsbereich von  $230 \times 230 \times 1.5 \text{ mm}^3$ .

Darauf aufbauend wurden von *Rovers* [51] am selben Institut in einer weiteren Forschungsarbeit verschiedene Konzepte auf Basis bewegter Halbbach-Arrays analysiert und vergleichend gegenübergestellt. Das Ziel dieser Untersuchung war ein Alternativkonzept zum aktiven Läufer, das in die Immersionslithografiesysteme TWINSCAN NXT1950i von ASML eingesetzt werden soll. Das Ergebnis dieser Arbeit ist ein planarer Mehrkoordinatenantrieb mit zweilagigen und senkrecht zueinander stehenden Statorspulen und einem 2D-Halbbach Läufer. Durch die senkrechte Anordnung der Spulen kann somit theoretisch eine Entkopplung der Antriebskräfte in der  $x$ - $y$ -Ebene realisiert werden, praktisch erzeugen die Spulenenden jedoch unerwünschte Kräfte in der orthogonalen Richtung [94]. Die Komponenten für den Bau eines Prototyps wurden zwar gefertigt, jedoch wurde die Leistungsfähigkeit des Systems praktisch nicht getestet [51].

*Lu und Usman* [95] bauten einen magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieb, bei dem in einer kompakten Ausführung vier Halbbach-Arrays im Läufer verwendet werden (Abbildung 2.8). Die stromführenden Leiter für die Erzeugung der Antriebs- und Führungskräfte sind im Stator in Form einer 16-lagigen Platine untergebracht. Um die Antriebskräfte in der  $x$ - und  $y$ -Richtung zu entkoppeln, sind jeweils acht Lagen für die senkrecht zueinander stehenden Leiterbahnen in  $x$ - und  $y$ -Richtung vorgesehen [95]. An der Erzeugung der Führungskraft sind gleichzeitig alle Leiterbahnen beteiligt, da das Magnetfeld zwei Feldkomponenten – eine für die Antriebskraft und eine für die Führungskraft – aufweist. Eine Kommutierung, bei der nur die Leiterbahnen bestromt werden, die von den Halbbach-Arrays überdeckt sind, ist in diesem Konzept ebenfalls vorgesehen (Abbildung 2.8). Der aufgebaute Demonstrator besitzt einen Fahrbereich von  $260 \times 60 \times 2.5 \text{ mm}^3$ . Durch eine Erweiterung der Leiterbahnen in der Ebene ist ein unbegrenzter Fahrbereich möglich [95].



**Abbildung 2.8:** Magnetisch geführter Mehrkoordinatenantrieb mit unbegrenztem Fahrbereich (links) und Anordnung der Dauermagnete und aktiven (blau) und inaktiven (grau) Y-Spulen (rechts) (basierend auf [95]).



**Abbildung 2.9:** Magnetisch geführter Mehrkoordinatenantrieb mit drei Halbach-Arrays (basierend auf [96]).

Nachteilig an den Positioniersystemen mit unbegrenztem Fahrbereich ist der fehlende Freiraum zur Implementierung eines Messsystems für die Erfassung der Bewegungsfreiheitsgrade  $z$ ,  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$  des Läufers. Die notwendigen Sensoren müssen immer seitlich platziert werden, wie es z. B. in [95] präsentiert wird. Zur Lösung dieser Problematik wurde von der Firma Physik Instrumente in Kooperation mit dem Institut für Mikroelektronik- und Mechatronik-System (IMMS) ein magnetisch geführtes Positioniersystem entwickelt, bei dem drei eisenlose Spulenpaare sternförmig und drei Halbach-Arrays dreieckförmig angeordnet sind (Abbildung 2.9). Im Zentrum der Anordnung befindet sich der Freiraum für das Messsystem zur Erfassung der Läuferposition. Der Prototyp besitzt einen Bewegungsbereich von  $100 \times 100 \times 0.1 \text{ mm}^3$  und erreicht eine Auflösung von 10 nm [97]. Eine einfache Fahrbereichsvergrößerung ohne eine Zunahme der Läufermasse ist aufgrund der vorgeschlagenen Aktoranordnungen nicht mehr mög-

lich. Ein ähnliches Konzept, das um eine passive Gewichtskraftentlastung erweitert ist, wird von *Zhang u. a.* [88] beschrieben.

Den vielen Vorteilen der Halbach-Arrays in planaren Positioniersystemen stehen jedoch die erhöhten Kosten aufgrund der notwendigen Permanentmagnete gegenüber. Beispielsweise wird für die Realisierung eines magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs mit Halbach-Arrays ein Läufer mit 281 Magneten und ein Stator mit 160 Spulen benötigt [98]. Für jede Spule ist ein eigener Leistungsverstärker vorgesehen. In einem anderen Konzept sind 385 Dauermagnete im Läufer integriert, die zusammen mit 84 Spulen eine Bewegung in allen Freiheitsgraden realisieren [99]. Zusätzlich erhöhen sich die Kosten der Halbach-Arrays noch einmal erheblich, wenn die Magnetisierungsrichtung der einzelnen Dauermagnete weniger als  $90^\circ$  betragen soll, da sogenannte *schräge* Magnetisierungen erheblich aufwändiger und damit kostenintensiver sind.

Da ein ideal sinusförmiger Feldverlauf unterhalb des Läufers und ein feldfreier Bereich oberhalb des Läufers nur theoretisch möglich ist, wenn der Magnetisierungswinkel kontinuierlich rotiert, kann kein ideales Halbach-Array realisiert werden. Bei der praktischen Realisierung existieren neben der Feldgrundwelle somit weitere höhere Feldharmonische [56, 89]. Diese höheren Harmonischen führen zu Kraftschwankungen und wirken sich negativ auf die Positioniergenauigkeit des Systems aus. Durch die von *Usman u. a.* [100] vorgeschlagene Anordnung eines 1-D Halbach-Arrays konnten zwar die Kraftschwankungen um das ca. 10-fache reduziert aber nicht eliminiert werden. Die Reduzierung der höheren Feldharmonischen bei 2-D Halbach-Arrays wird von *Peng und Zhou* [101] untersucht.

Für die Realisierung eines Läufers mit Halbach-Arrays ist ein komplexer mechanischer Aufbau notwendig, da die zwischen den einzelnen Permanentmagneten wirkenden Kräfte den Einbau erschweren [96, 102]

Gegenüber Positioniersystemen mit attraktiver Führung, bei der die Teilsysteme Antrieb und Führung regelungstechnisch getrennt voneinander betrachtet werden können, ist dies bei der Verwendung von Halbach-Arrays nicht mehr möglich. Aufgrund des Feldverlaufs sind die Antriebs- und Führungskräfte sehr stark verkoppelt und positionsabhängig. Dies erfordert komplexe Kommutierungs- und Regelungsalgorithmen [40, 41].



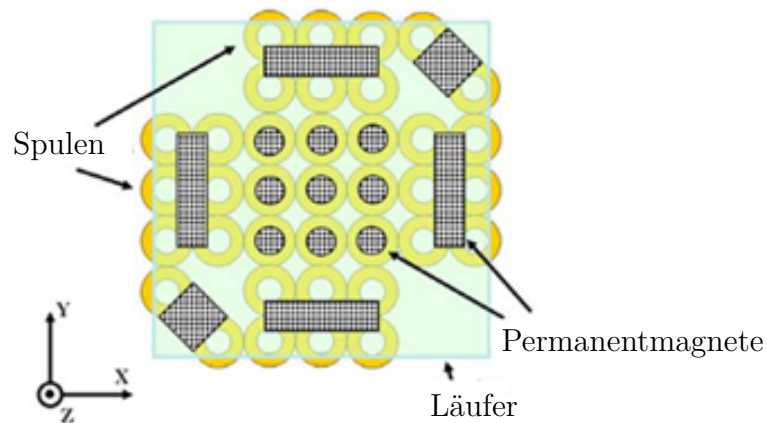
### 2.4.2 Systeme mit einzelnen Permanentmagneten im Läufer

Neben der Möglichkeit Halbach-Arrays im Läufer anzuordnen, gibt es auch die Alternative einzelne Permanentmagnete im Läufer zu integrieren, um ebenfalls auf Basis von abstoßenden Führungskräften planare Positioniersysteme zu realisieren. Von *Verma u. a.* [103] wird ein solches Konzept vorgestellt, dass zur Entwicklung eines magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs insgesamt neun Permanentmagnete und sechs Luftspulen verwendet. Das System ist in der Lage, bei einer Leistungsaufnahme von 1 W eine Last von 0.3 kg zu tragen. Es ermöglicht einen Bewegungsbereich von  $0.3 \times 0.3 \times 0.3 \text{ mm}^3$  bei einer Positionsauflösung kleiner als 5 nm [104]. Die Weiterentwicklung dieses Konzepts wird ebenfalls von *Verma u. a.* [105] vorgestellt und basiert auf einem neuartigen Dual-Aktor, der zur Realisierung eines Mehrkoordinatenantriebs die minimale Anzahl von drei Permanentmagneten im Läufer und nur sechs Luftspulen im Stator benötigt. Darüber hinaus vergrößert sich der Bewegungsbereich auf  $5 \times 5 \times 0.5 \text{ mm}^3$  bei einer Positionsauflösung von 4 nm [104]. Die Anwendbarkeit beider Positioniersysteme für Herstellungs- und Bearbeitungsaufgaben im Nanometerbereich wird in einer weiteren Forschungsarbeit von *Shakir* [106] nachgewiesen.

Eine ähnliche Konstruktion mit einem kleinen Bewegungsbereich basierend auf sechs eisenlosen Permanentmagnetaktoren wird von *Chen u. a.* [107, 108] diskutiert. Eine leichte Abwandlung mit acht eisenlosen Permanentmagnetaktoren wird von *Xu u. a.* [109] beschrieben.

Nachteilig bei diesen Konzepten ist jedoch der kleine und begrenzte Fahrbereich. Eine mögliche Lösung zur Realisierung von magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben mit großem Fahrbereich wird von *Lai u. a.* [110] vorgestellt. Im Stator befinden sich insgesamt 37 runde Luftspulen, die mit den 15 Permanentmagneten im Läufer durch gezielte Ansteuerung der Spulen eine Bewegung des Läufers in sechs Freiheitsgraden kontrollieren (Abbildung 2.10). Die vorgeschlagene Aufbauvariante ermöglicht einen planaren Bewegungsbereich von  $140 \times 140 \text{ mm}^2$ . Erste Ergebnisse am aufgebauten Demonstrator weisen die Funktionsfähigkeit nach [110].

Eine ähnliche Anordnung mit 36 Dauermagneten im Läufer, 25 Luftspulen im Stator und einem Bewegungsbereich  $32 \times 32 \times 1.5 \text{ mm}^3$  wird von *Jung und Baek* [111] präsentiert und diskutiert.



**Abbildung 2.10:** Magnetisch geführter Mehrkoordinatenantrieb mit einzelnen Dauermagneten im Läufer (basierend auf [110]).

Der wesentliche Nachteil elektrodynamischer Führungskräfte besteht in ihrer hohen Verlustleistung und der daraus resultierenden Erwärmung des Systems. Einen Ausweg zur Lösung des Problems zeigen *Perez-Diaz u. a.* [112] und *Valiente-Blanco u. a.* [113] durch die Verwendung von Supraleitern. Den Vorteilen des verlustarmen Betriebs sowie der Tatsache, dass diese Systeme inhärent stabil sind, steht jedoch der entscheidende Nachteil des erhöhten Kühlaufwands und der damit entstehenden Mehrkosten gegenüber.

Weitere verschiedene Aufbauvarianten auf Basis elektrodynamischer Führungskräfte werden von *Berkelman u. a.* [114], *Chen u. a.* [115], *Estevez u. a.* [116] und *Miyasaka u. a.* [117] beschrieben.

## 2.5 Zusammenfassung

Der aktuelle Forschungsstand zeigt, dass magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe mit aktivem und passivem Läufer aufgrund ihrer herausragenden Vorteile seit Jahren von großem Interesse sind.

Neben den bereits vorgestellten magnetisch geführten Positioniersystemen universitärer Einrichtungen integrierte die Firma ASML in dem Immersionslithografiesystem TWINS-CAN NXT1950i einen Mehrkoordinatenantrieb mit aktivem Läufer.

Es werden zur Zeit Forschungsanstrengungen unternommen, um magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe mit passivem Läufer u. a. im Anwendungsgebiet der Halbleiterindustrie zu etablieren [50]. Dabei zeigt sich, dass bei dieser Aufbauvariante repulsive Magnetführungen sich bei Anforderungen hinsichtlich hoher Dynamik, Präzision und Linearität besser eignen als attraktive Magnetführungen. Darüber hinaus ermöglichen sie aufgrund der abstoßenden Führungskräfte einen von oben frei zugänglichen Läufer. Bei Anforderungen hinsichtlich hoher magnetischer Führungskräfte und geringer Wärmeentwicklung in den Spulen, ist der Einsatz von elektromagnetischen Führungsaktoren, die anziehende Reluktanzkräfte erzeugen, besser geeignet.

Eine weitere Diskussion der magnetischen Führungsprinzipien in Bezug auf hochpräzise Positionierungen findet sich in der Dissertation von *Katalenic* [74].

# Kapitel 3

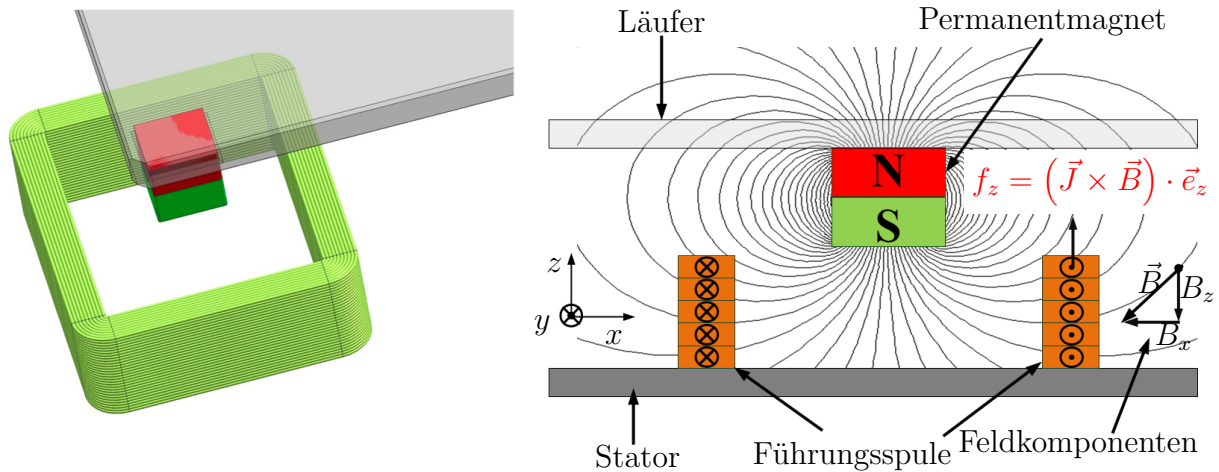
---

## Repulsive Magnetführung

---

Um einen magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieb mit einem von oben frei zugänglichen Läufer zu realisieren, sind Anordnungen mit repulsiven Führungskräften zielführend. Durch die abstoßende Kraftwirkung können alle notwendigen Aktoren und Sensoren unterhalb des Läufers platziert werden, sodass dieser von oben frei zugänglich ist.

Das Ziel dieses Kapitels ist die Beschreibung der Realisierung einer repulsiven Magnetführung. Um dies zu erreichen, wird eine Anordnung bestehend aus einer feststehenden Luftspule und einem beweglichen Permanentmagneten vorgeschlagen. Um die positionsabhängigen Kräfte dieser Anordnung berechnen zu können, werden aufbauend auf das Kraftwirkungsprinzip, welches kurz angeführt wird, neuartige Kraftgleichungen hergeleitet. Auf Basis der entstandenen Kraftgleichungen wird die Geometrie der Magnetführung optimiert, um eine maximale Führungskraft zu erzielen. Zudem sollen die hergeleiteten Kraftgleichungen mit numerischen 3D-FEM-Berechnungen verifiziert werden. Abschließend werden mit einem Funktionsmuster die Ergebnisse nochmals experimentell verifiziert. Im letzten Abschnitt wird eine andere geometrische Anordnung der Magnetführung diskutiert.



**Abbildung 3.1:** Anordnung (links) und Kraftwirkungsprinzip der Magnetführung (rechts).

### 3.1 Funktionsprinzip

Abbildung 3.1 zeigt die Anordnung der Magnetführung sowie den zweidimensionalen (2D) Feldlinienverlauf, bei der ein würfelförmiger Dauermagnet im Läufer und die Führungsspule im Stator integriert sind. Die Führungsspule wird in dieser Anordnung mit einer quadratischen Luftspule realisiert.

Die Feldlinien des Permanentmagneten verlaufen vom Nordpol zum Südpol und durchdringen dabei die stromdurchflossenen Leiter der Führungsspule, sodass diese nach dem elektrodynamischen Prinzip eine Lorentzkraft in Richtung der negativen  $z$ -Achse erfahren. Gemäß des dritten Newton'schen Gesetz (*actio = reactio*) wirkt diese erzeugte Lorentzkraft auch auf den Permanentmagneten, jedoch in entgegengesetzter, d. h. in Richtung der positiven  $z$ -Achse.

Unter Berücksichtigung des dritten Newton'schen Gesetz resultiert somit auf dem Magneten eine Lorentzkraftdichte gemäß [30]

$$\vec{f}_{\text{mag}} = -\vec{f}_{\text{L}} = \vec{J} \times \vec{B}, \quad (3.1)$$

wobei  $\vec{J}$  die Stromdichte in der Luftspule und  $\vec{B}$  die von den Permanentmagneten erzeugte magnetische Flussdichte ist.

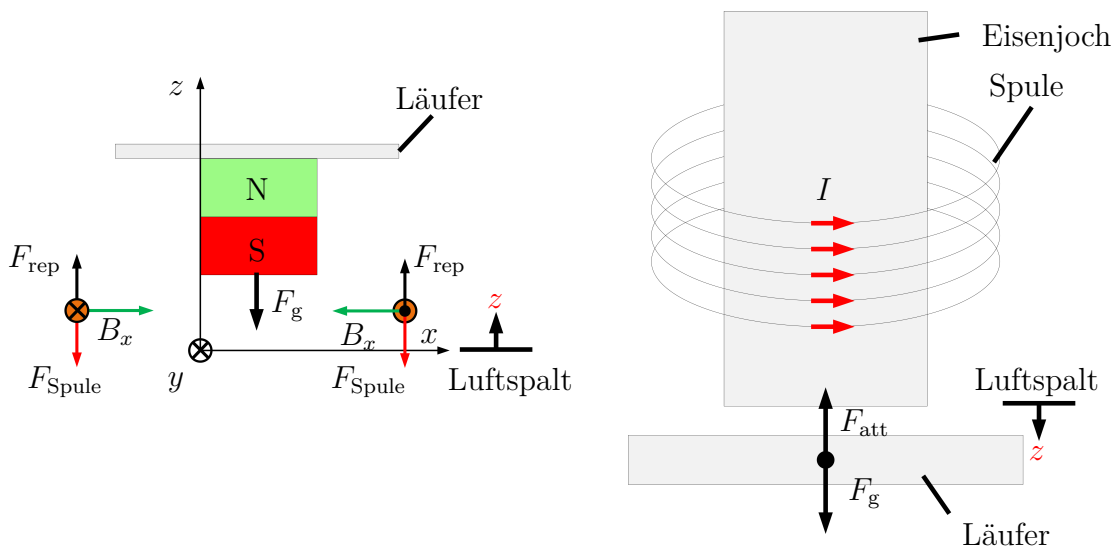
Wird zu Gleichung (3.1) das Volumenintegral gebildet, indem über das Volumen der Spule integriert wird, so resultiert nach Abbildung 3.1 die bekannte Lorentzkraft in der allgemeinen Form

$$\vec{F}_L = \iiint_V \vec{J} \times \vec{B} dV, \quad (3.2)$$

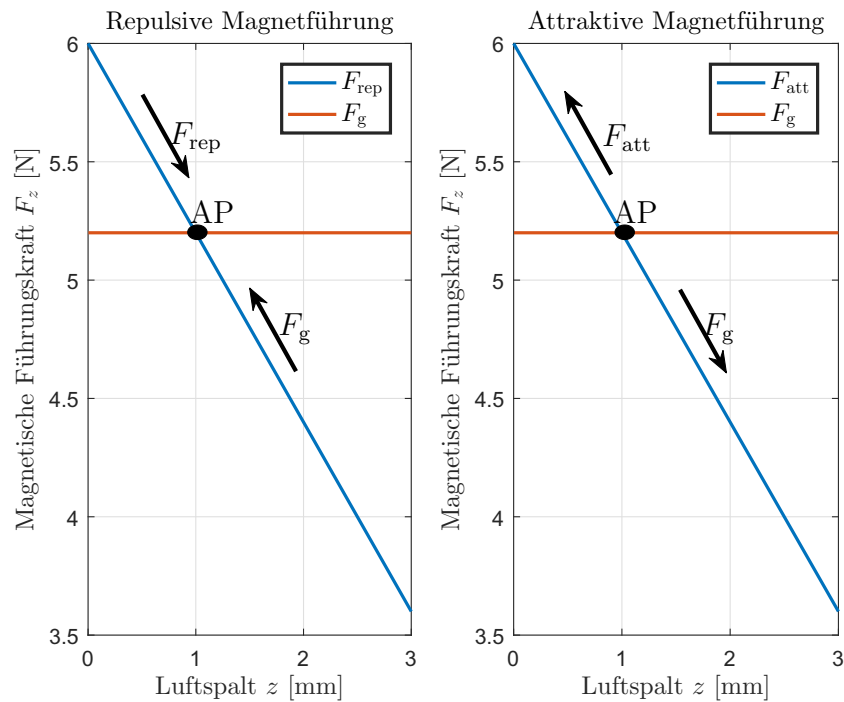
welche die Kraft auf einen stromführenden Leiter im Magnetfeld beschreibt.

Ein großer Vorteil dieser vorgeschlagenen Anordnung, bestehend aus Dauermagnet und Luftspule, ist, dass der Läufer durch dieses Führungsprinzip vom Stator bei entsprechender Stromrichtung abgestoßen werden kann. Im Gegensatz zu attraktiven Magnetführungen, die mit Elektromagneten realisiert werden, ist die Kraftwirkung im Zusammenspiel mit der Gewichtskraft  $F_g$  in Richtung der  $z$ -Achse stabilisierend, sodass Lasten nach dem Verschwinden einer Auslenkung  $\Delta z$  wieder in den Arbeitspunkt zurückkehren.

Unter Zuhilfenahme von Abbildung 3.2 und Abbildung 3.3 verdeutlicht dies folgendes Gedankenexperiment: Der Läufer, auf dem der Dauermagnet befestigt ist, befindet sich bei einem Luftspalt von 1 mm in einer Gleichgewichtslage, in der die repulsive Führungskraft  $F_{\text{rep}}$  die Gewichtskraft  $F_g$  des Läufers kompensiert (Abbildung 3.3 links).



**Abbildung 3.2:** Festlegung der Zählrichtung des Luftspalts bei der repulsiven (links) und attraktiven (rechts) Magnetführung.



**Abbildung 3.3:** Linearisierte Kraft-Weg-Kennlinien bei konstant eingepprägtem Strom. Bei der repulsiven Magnetführung kehrt der schwebende Läufer nach einer kleinen Auslenkung  $\Delta z$  aus dem Arbeitspunkt (AP) in seinen Ausgangspunkt zurück (stabiler AP). Bei der attraktiven Magnetführung kehrt der Läufer nicht mehr in seinem AP zurück (instabiler AP).

Unter der Annahme eines konstant eingepprägten Stroms und einer Auslenkung  $\Delta z$  des Läufers in Richtung abnehmender  $z$ -Werte, d. h. in Richtung kleinerer Luftspalte, wird die repulsive Führungskraft, aufgrund der angenommenen Kraft-Weg-Charakteristik der Magnetführung und der abstoßenden Kraftwirkung, beim Verschwinden der Auslenkung den Läufer in die Gleichgewichtslage zurücktreiben. Wird der Läufer dagegen in Richtung größerer Luftspalte, d. h. größere  $z$ -Werte verschoben, so wird die Gewichtskraft den Läufer zurückführen, bis sich der stabile Arbeitspunkt wieder eingestellt hat. Die Anordnung ist damit aufgrund der repulsiven Führungskraft in  $z$ -Richtung stabil. Bei unerwünschten Verschiebungen in der  $x$ - $y$ -Ebene wirken dagegen Kräfte, die den Magneten weiter aus der Gleichgewichtslage beschleunigen. Damit ist die Anordnung in der  $x$ - $y$ -Ebene instabil.

Bei Elektromagneten, die Reluktanzkräfte generieren, um den Läufer vom Stator anzuziehen, befindet sich der Läufer im labilen Gleichgewicht (Abbildung 3.2 rechts). Un-

ter der Annahme eines konstant eingepprägten Stroms wird der Läufer, aufgrund einer Auslenkung  $\Delta z$ , nun in Richtung kleinerer Luftspalte entlang der  $z$ -Achse verschoben (Abbildung 3.3 rechts). Bei immer kleiner werdenden Luftspalten resultiert aufgrund der größeren Flussdichte auch eine größere Kraft, die letztlich den Läufer weiter in Richtung des Elektromagneten beschleunigt und somit weiter aus der Gleichgewichtslage bzw. dem Arbeitspunkt entfernt. Wird der Läufer in Richtung größerer Luftspalte verschoben, so nimmt die attraktive Führungskraft aufgrund der kleineren Flussdichte ab. Die Magnetführung kann die Gewichtskraft nicht mehr kompensieren, sodass der Läufer fällt. Die Anordnung ist somit entlang der  $z$ -Achse instabil. Dagegen treten bei Verschiebungen des Läufers in der  $x$ - $y$ -Ebene zentrierende Kräfte auf, die den Läufer in die Gleichgewichtslage zurücktreiben.

An dieser Stelle gilt es zu beachten, dass die Zählrichtung des Luftspalts bei attraktiven Magnetführungen entgegengesetzt zu der Zählrichtung des Luftspalts bei repulsiven Magnetführungen ist (Abbildung 3.2). Die für die attraktive Magnetführung angegebene Zählrichtung erfolgt an die von *Kallenbach u. a.* vorgeschlagene Definition zur Festlegung der Zählrichtung bei Elektromagneten [30].

## 3.2 Berechnung der magnetischen Führungskraft

Um die generierten magnetischen Kräfte bei der vorgeschlagenen Aktoranordnung zu ermitteln, werden im Vorfeld des Musterbaus unterschiedliche Varianten mit unterschiedlichen Spulen- und Magnetabmessungen berechnet, um die Anzahl an teuren Versuchsaufbauten und durchzuführenden Versuche zu minimieren. Der Entwicklungsprozess der Magnetführung soll nach VDI 2206 möglichst zeiteffizient und kostengünstig realisiert werden [118].

Um die Lorentzkraft nach Gleichung (3.2) zu berechnen, ist es notwendig, das Magnetfeld, das von den Permanentmagneten erzeugt wird, zu bestimmen. Dabei wird das Magnetfeld mit Hilfe der magnetischen Feldstärke  $\vec{H}$  und der magnetischen Flussdichte  $\vec{B}$  beschrieben. Beide Feldgrößen sind im Vakuum über die magnetische Feldkonstante (Permeabilität)  $\mu_0$  miteinander verknüpft:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}, \quad (3.3)$$



mit  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$ .

Bei Anwesenheit von Materie wird das magnetische Verhalten durch die Beziehung

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{M} + \vec{H}) = \vec{B}_0 + \vec{J}_m \quad (3.4)$$

beschrieben. Dabei kennzeichnet die magnetische Polarisierung  $\vec{J}_m$  den Zuwachs der magnetischen Flussdichte des Materials gegenüber Vakuum [30]. Bei Permanentmagneten ist  $\vec{M}$  bzw.  $\vec{J}_m$  immer vorhanden, auch bei Abwesenheit eines, durch einen Strom hervorgerufenen, äußeren Feldes  $\vec{B}_0 = \mu_0 \cdot \vec{H}$ .

Mit Hilfe der Maxwell'schen Gleichungen in differentieller Form

$$\text{div } \vec{B} = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.5)$$

sowie

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} \quad (3.6)$$

und unter Berücksichtigung der Gleichung (3.4) gibt es zahlreiche analytische und numerische Ansätze, das Magnetfeld des Permanentmagneten zu berechnen, die in den Fachbüchern von *Kallenbach u. a.* [30] und *Furlani* [119] sowie im Artikel von *Curti u. a.* [120] vorgestellt und diskutiert werden.

Mit immer weiter wachsender Rechenleistung sind numerische Berechnungsprogramme, die einfache Bedienoberflächen haben und für die Modellerstellung und -berechnung wenig theoretisches Wissen voraussetzen, für zahlreiche Anwender von großem Interesse. Überdies haben numerische 2D- und 3D-Feldberechnungsprogramme den Vorteil, dass das Magnetfeld und die erzeugten magnetischen Kräfte für beliebig komplizierte Anordnungen von ferromagnetischen Materialien, Permanentmagnete und stromdurchflossenen Spulen sehr genau berechnet werden können.

Diesem Vorteil steht jedoch der Nachteil gegenüber, dass ein Zielkonflikt zwischen der Rechengeschwindigkeit und der Genauigkeit der Ergebnisse existiert und zusätzlich jegliche parametrische Aussagefähigkeit zum System fehlt. Darüber hinaus sind Parameterstudien mit Variation verschiedener physikalischer und geometrischer Parameter und insbesondere die Berechnung und Optimierung von eisenlosen magnetisch geführten Positioniersystemen, die ein extrem feines und dichtes Netz des 3D-Modells benötigen, trotz der hohen Rechenleistung der heutigen Rechner noch immer sehr zeitintensiv. Der

Vorteil von analytischen Berechnungen gegenüber den numerischen Feldberechnungsprogrammen liegt in den sehr geringen Rechenzeiten. Zudem können mit den analytischen Methoden ebenfalls sehr genaue Ergebnisse erzielt werden, wenn z. B. eisenlose Aktoranordnungen mit einfacher geometrischer Form betrachtet werden [121]. Bei Anordnungen mit ferromagnetischen Materialien sind jedoch sehr genaue Rechenergebnisse nicht immer gewährleistet, da die Magnetisierungskennlinien nichtlinear und nicht eindeutig sind [30, 122]

Aus diesen Gründen ist die Ableitung von analytischen oder semi-analytischen Feld- und Kraftgleichungen für immer komplexere elektromagnetische Systeme heute noch eine bewährte Methode zur Bearbeitung zahlreicher Forschungsthemen [50]. In den letzten Jahren entwickelten zahlreiche Autoren analytische Modelle mit dem Ziel, Parameterstudien und Optimierungen von elektromagnetischen Aktoren auf Basis von genauen analytischen Berechnungen zeiteffizient auszuführen [98, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134].

Nennenswerte Arbeiten sind an der TU Eindhoven am Fachgebiet Elektromechnik und Leistungselektronik unter der Leitung von *Prof. Dr. E. Lomonova* entstanden. Dort sind als Alternative zu numerischen Berechnungen u. a. für elektromagnetisch basierende schwingungsisolierende Tische [135], elektromagnetische zylindrische Aktoren [136], eisenlose Mehrkoordinatenantriebe mit Halbach-Arrays [42], Transversalflussmaschinen [137] und eisenbehaltete Mehrkoordinatenantriebe [50], genaue und schnelle analytische dreidimensionale Feld- und Kraftgleichungen entwickelt worden.

Aufgrund der Vorteile der analytischen Verfahren gegenüber den numerischen Verfahren und der recht einfachen Anordnung der hier vorgeschlagenen Magnetführung werden im Rahmen dieser Arbeit einfache und kompakte semi-analytische Gleichungen für die magnetischen Felder und Kräfte hergeleitet. Vorteilhaft ist dieser Ansatz, da neben der erwähnten geringen Rechenzeit, die hergeleiteten Gleichungen zusätzlich den Einfluss verschiedener physikalischer und geometrischer Parameter auf die magnetischen Führungs- und Antriebskräfte aufzeigen können. Numerische Feldberechnungsprogramme zur Berechnung der Felder und Kräfte können ebenso wie Messungen zur Validierung der hergeleiteten Gleichungen verwendet werden.

### 3.3 Magnetfeldberechnung des Permanentmagneten

Die analytische Berechnung des Magnetfeldes wird von zahlreichen Forschergruppen sehr häufig mit Hilfe des magnetischen Vektorpotentials  $\vec{A}$  [138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145] oder durch die Einführung eines magnetischen Skalarpotentials  $\varphi_m$  berechnet [131, 132, 133, 134, 146, 147, 148].

Das magnetische Vektorpotential  $\vec{A}$  wendet die mathematische Operation Rotation auf die felderzeugende Magnetisierung  $\vec{M}$  nach Gleichung (3.4) an, d. h.

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \mu_0 \cdot \vec{\nabla} \times \vec{M}, \quad (3.7)$$

um dann auf Basis von äquivalenten Stromdichten  $\vec{J}_{Pm}$  das Magnetfeld zu bestimmen (Elementarstrommodell (EN: Current Model)).

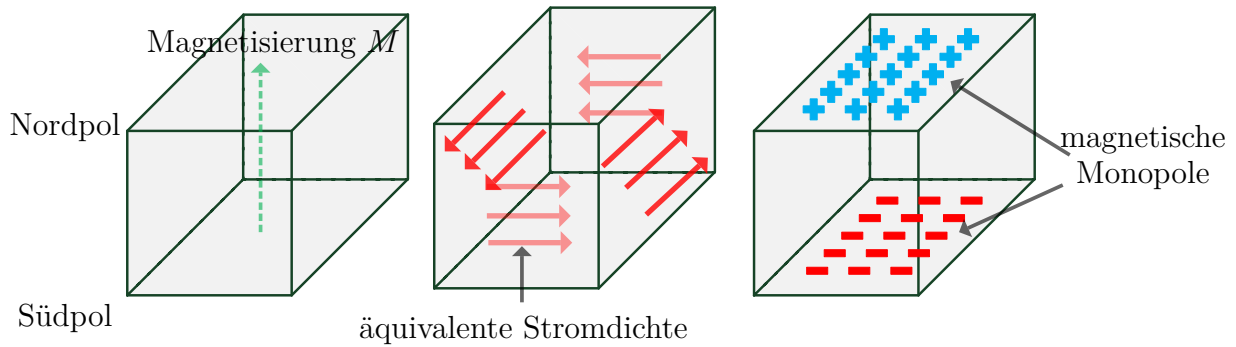
Auf Basis der mathematischen Operation Divergenz, die ebenfalls für stromfreie Gebiete auf der felderzeugenden Magnetisierung  $\vec{M}$  in Gleichung (3.4) angewendet wird, d. h.

$$\mu_0 \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{M} = 0, \quad (3.8)$$

resultiert das magnetische Skalarpotential  $\varphi_m$ , das zu fiktiven magnetischen Monopolen führt, die dann letztlich zur Berechnung des Magnetfeldes herangezogen werden (Magnetladungsmodell (EN: Charge Model)).

In Abbildung 3.4 ist ein homogen magnetisierter Quadermagnet mit konstanter Magnetisierung  $\vec{M}$  und die aus dem magnetischen Vektor- und Skalarpotential abgeleiteten Berechnungsmodelle dargestellt.

Beiden mathematischen Ansätzen ist gemein, dass sie zur Lösung der Gleichungen einen unendlich ausgedehnten Raum mit konstanter Permeabilität voraussetzen. Die Anordnung eines Permanentmagneten in Luft erfüllt diese Voraussetzung nur unter der Bedingung, dass sowohl der Magnet als auch die Luft die gleiche relative magnetische Permeabilität aufweisen. Da die relative magnetische Permeabilität der Luft  $\mu_r = 1$  ist bzw. die Suszeptibilität  $\chi = 0$ , kommen für das Elementarstrommodell und das Magnetladungsmodell nur Ferrite bzw. Seltenerd-Magnete (SmCo, NdFeB) in Frage, da diese eine relative magnetische Permeabilität  $\mu_r \approx 1$  aufweisen [149]. Da der exakte Permeabi-



**Abbildung 3.4:** Elementarstrommodell und Magnetladungsmodell zur Beschreibung des Magnetfeldes eines Permanentmagneten.

litätswert  $\mu_r$  dieser Magnete zwischen 1.05 und 1.1 liegt, resultiert dies in einer geringen Abweichung von den realen Verhältnissen [119].

Numerische Berechnungen mittels der Finite-Elemente-Methode (FEM), die das Magnetfeld eines Permanentmagneten mit seiner exakten relativen magnetischen Permeabilität in der Luft berechnen, zeigen eine gute Übereinstimmung mit den analytischen Berechnungen, welche von einem  $\mu_r = 1$  des Magneten ausgehen [134]. Eigene numerische Berechnungen mit einer Permeabilität  $\mu_r = 1$  und der aus dem Datenblatt des Permanentmagneten entnommenen Entmagnetisierungskennlinie ergaben eine Abweichung von 3%, sodass angenommen werden kann, dass das hier betrachtete Modell die reale Anordnung ausreichend genau nachbildet und der kleine Modellierungsfehler an dieser Stelle in Kauf genommen werden kann [150].

Beide erläuterten Berechnungsmodelle sind gleichwertig und berechnen bei richtiger Anwendung das identische Magnetfeld außerhalb des Permanentmagneten, führen jedoch zu unterschiedlichen Gleichungen [145, 148].

An dieser Stelle ist anzumerken, dass Anordnungen, die gezielt Ferromagnetika zur Führung und Verstärkung des magnetischen Flusses einsetzen oder AlNiCo-Magnete, die eine starke nichtlineare Entmagnetisierungskennlinie besitzen, mit diesen beiden Ansätzen nicht berechenbar sind. Für solche Anordnungen existieren andere Methoden, u. a. die Methode der Spiegelladungen [72, 148, 151].

Zur Berechnung des Magnetfeldes vom Permanentmagneten wird in dieser Arbeit der

Ansatz über das magnetische Skalarpotential  $\varphi_m$  gewählt, da im Vergleich zum magnetischen Vektorpotential  $\vec{A}$  nur eine anstatt drei skalare Funktionen berechnet werden müssen.

Zur Herleitung des magnetischen Skalarpotentials  $\varphi_m$  wird die Gleichung (3.4) in (3.5) eingesetzt:

$$\operatorname{div} \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{\nabla} \cdot (\vec{H} + \vec{M}) = 0. \quad (3.9)$$

Nach Bildung der mathematischen Operation Divergenz auf beiden Seiten folgt somit:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}. \quad (3.10)$$

Unter der Annahme stromfreier Gebiete, d. h.  $\vec{J} = 0$ , vereinfacht sich Gleichung (3.6) zu

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = 0. \quad (3.11)$$

Aus der Vektoranalysis ist allgemein bekannt, dass ein wirbelfreies Vektorfeld  $\vec{X}$  aus dem Gradienten einer skalaren Potentialfunktion  $\varphi$  abgeleitet werden kann [152], sodass, übertragen auf das magnetische Vektorfeld  $\vec{H}$  nach Gleichung (3.11), gilt:

$$\vec{H} = -\operatorname{grad} \varphi_m = -\vec{\nabla} \cdot \varphi_m. \quad (3.12)$$

Das Minuszeichen in der Gleichung hat dabei lediglich *historischen* Charakter und wird per Definition hinzugefügt [153].

Gleichung (3.10) lässt sich mit Gleichung (3.12) zu

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = \vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla} \cdot \varphi_m) = -\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \cdot \varphi_m = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M} \quad (3.13)$$

umformen. Mit Hilfe des Laplace-Operators

$$\Delta = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}, \quad (3.14)$$

das formal als Skalarprodukt des Nabla-Vektors  $\vec{\nabla}$  mit sich selbst aufgefasst werden kann, nimmt Gleichung (3.13) die Form

$$\Delta \varphi_m = \vec{\nabla} \cdot \vec{M} \quad (3.15)$$

an, die in der Literatur auch als Poisson'sche Differentialgleichung bezeichnet wird.

Wird Gleichung (3.15) mit der entsprechenden Poisson'sche Differentialgleichung der Elektrostatik [154]

$$\Delta\varphi_{\text{el}} = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (3.16)$$

verglichen, so kann der Ausdruck  $\rho_{\text{mag}} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$  eingeführt und als eine fiktive magnetische Raumladungsdichte gedeutet werden, die das Magnetfeld des Permanentmagneten erzeugt.

Somit wird Gleichung (3.15) zu

$$\Delta\varphi_{\text{m}} = -\rho_{\text{mag}}, \quad (3.17)$$

die aufgrund der Analogie zur Elektrostatik folgende allgemeine Lösung besitzt [154]:

$$\varphi_{\text{m}} = \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \iiint_V \frac{\rho_{\text{mag}}}{|\vec{r} - \vec{r}_{\text{Q}}|} dV_{\text{Q}}. \quad (3.18)$$

Die Ortsvektoren  $\vec{r}$  und  $\vec{r}_{\text{Q}}$  in Gleichung (3.18) kennzeichnen die Koordinaten, für die das magnetische Potential berechnet werden soll bzw. die Koordinaten, an denen sich der Mittelpunkt des Permanentmagneten befindet. Damit beschreibt  $|\vec{r} - \vec{r}_{\text{Q}}|$  den Abstand zwischen diesen beiden Ortsvektoren. Die Integration erstreckt sich dabei über das Volumenelement  $dV_{\text{Q}} = dx_{\text{Q}} dy_{\text{Q}} dz_{\text{Q}}$  des Permanentmagneten bzw. des Raumes, an dem die Magnetisierung existiert.

Unter Berücksichtigung von Gleichung (3.12) bzw. (3.3) und  $\rho_{\text{mag}} = -\vec{\nabla}_{r_{\text{Q}}} \cdot \vec{M}(\vec{r}_{\text{Q}})$  erhält man somit für die magnetische Feldstärke

$$\vec{H} = -\vec{\nabla}_{\text{r}} \cdot \varphi_{\text{m}} = -\vec{\nabla}_{\text{r}} \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \iiint_V \frac{\rho_{\text{mag}}}{|\vec{r} - \vec{r}_{\text{Q}}|} dV_{\text{Q}} = \vec{\nabla}_{\text{r}} \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \iiint_V \frac{\vec{\nabla}_{r_{\text{Q}}} \cdot \vec{M}(\vec{r}_{\text{Q}})}{|\vec{r} - \vec{r}_{\text{Q}}|} dV_{\text{Q}} \quad (3.19)$$

bzw. für die magnetische Flussdichte

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot \vec{\nabla}_{\text{r}} \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \iiint_V \frac{\vec{\nabla}_{r_{\text{Q}}} \cdot \vec{M}(\vec{r}_{\text{Q}})}{|\vec{r} - \vec{r}_{\text{Q}}|} dV_{\text{Q}}. \quad (3.20)$$

An dieser Stelle ist zu beachten, dass sich in Gleichung (3.20) die Gradientenbildung  $\vec{\nabla}_r$  nur auf die Koordinaten des Ortsvektors  $\vec{r}$  bezieht, weswegen dem Nabla-Operator der Index r hinzugefügt worden ist. Im Integrand bezieht sich die Gradientenbildung auf den Ortsvektor  $\vec{r}_Q$  bzw. an den Koordinaten, an dem die Magnetisierung  $\vec{M}$  existiert. Der Ausdruck  $\vec{M}(\vec{r}_Q)$  soll hervorheben, dass die Magnetisierung nur von dem Ortsvektor  $\vec{r}_Q$  abhängt.

Berücksichtigt man, dass nach den Regeln der Vektoranalysis

$$\operatorname{div}(\varphi \cdot \vec{A}) = \varphi \cdot \operatorname{div}(\vec{A}) + \vec{A} \cdot \operatorname{grad}(\varphi) \quad (3.21)$$

gilt und wendet man dies auf den Integranden aus Gleichung (3.20) an, so erhält man für die magnetische Flussdichte die Beziehung:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \vec{\nabla}_r \cdot \left[ \iiint_V \vec{\nabla}_{r_Q} \cdot \frac{\vec{M}(\vec{r}_Q)}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|} dV_Q - \iiint_V \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|} \vec{\nabla}_{r_Q} \cdot \vec{M}(\vec{r}_Q) dV_Q \right]. \quad (3.22)$$

Durch die Anwendung des Gaußschen Integralsatzes, der in der Vektoranalysis eine Beziehung zwischen einem Oberflächenintegral und einem Volumenintegral herstellt, wird das erste Volumenintegral der rechten Seite der Gleichung (3.22) in ein Oberflächenintegral überführt, sodass sich die magnetische Flussdichte auch zu

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \vec{\nabla}_r \cdot \left[ \oiint_{A_Q} \frac{\vec{M}(\vec{r}_Q) \cdot \vec{n}}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|} dA_Q - \iiint_V \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|} \vec{\nabla}_{r_Q} \cdot \vec{M}(\vec{r}_Q) dV_Q \right] \quad (3.23)$$

schreiben lässt. Die Integration in Gleichung (3.23) erfolgt sowohl über die Magnetoberfläche  $dA_Q = dx_Q dy_Q$  mit einer fiktiven magnetischen Flächenladungsdichte

$$\sigma_m = \vec{M}(\vec{r}_Q) \cdot \vec{n}, \quad (3.24)$$

als auch über das Magnetvolumen  $dV_Q = dx_Q dy_Q dz_Q$  mit einer fiktiven magnetischen Raumladungsdichte entsprechend Gleichung (3.17).

Die in der Praxis häufig auftretende annähernd homogene und konstante Magnetisierung in den Permanentmagneten führt dazu, dass die fiktiven Magnetladungen (oder Magnetdipole) sich im Inneren des Magneten gegenseitig kompensieren. Daher bleiben nur

an den senkrecht zur Magnetisierungsrichtung stehenden Oberflächen fiktive Flächenladungsdichten übrig. Folglich verschwindet das Integral der rechten Seite in Gleichung (3.23) wegen  $\vec{\nabla}_{\vec{r}_Q} \cdot \vec{M}(\vec{r}_Q) = 0$ . Mathematisch betrachtet wird das Magnetfeld somit nur noch von den fiktiven magnetischen Flächenladungsdichten erzeugt.

Dieser Ansatz basiert zwar auf einem physikalisch-mathematischem Modell, hat jedoch keine reale physikalische Bedeutung, da es bis heute nicht möglich ist, Magnetmonopole nachzuweisen bzw. davon ausgegangen wird, dass es keine gibt ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ ) [29, 154].

Wird in Gleichung (3.23) die Gradientenbildung  $\vec{\nabla}_{\vec{r}}$  unter dem Integral vorgenommen und berücksichtigt man ferner die Vektoridentität

$$\vec{\nabla}_{\vec{r}} \cdot \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|} = -\frac{\vec{r} - \vec{r}_Q}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^3}, \quad (3.25)$$

so lässt sich der Ausdruck für die magnetische Flussdichte bei einem homogen magnetisierten Permanentmagneten zu

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \iint_{A_Q} \frac{\vec{M}(\vec{r}_Q) \cdot \vec{n} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_Q)}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^3} dA_Q \quad (3.26)$$

vereinfachen. Der Normalenvektor  $\vec{n}$  in Gleichung (3.26) steht dabei senkrecht auf der Oberfläche der fiktiven magnetischen Ladungen.

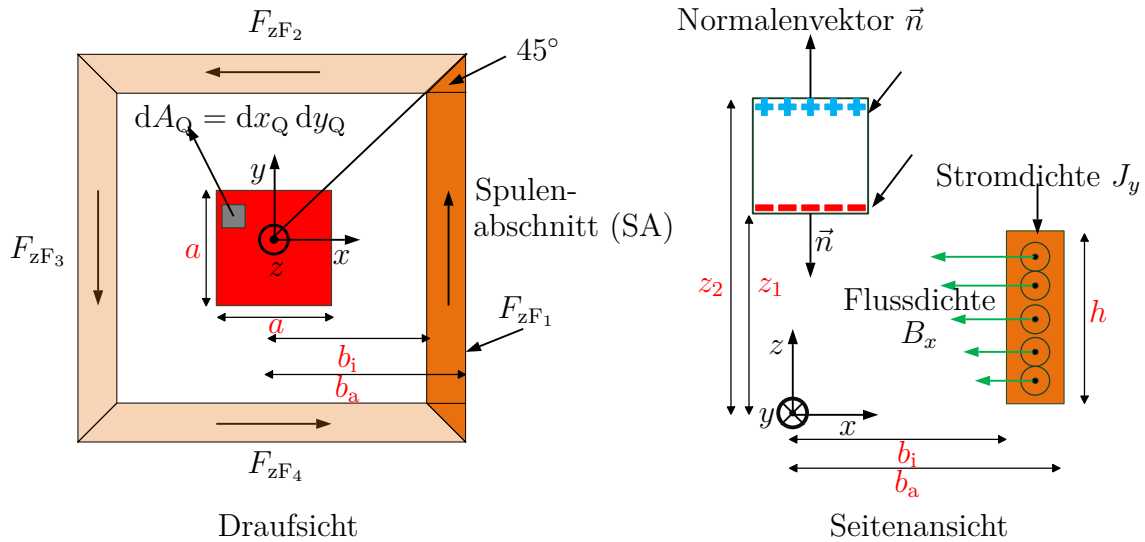
### 3.4 Herleitung der Kraftgleichungen

Wie in Abbildung 3.1 dargestellt, kann die repulsive magnetische Führungskraft durch die Lorentzkraft entsprechend Gleichung (3.2) berechnet werden. Aus der ermittelten Feldgleichung (3.26), die es erlaubt, das Magnetfeld des Permanentmagneten im Raum zu berechnen, kann die Lorentzkraftdichte in der Form

$$\vec{f}_L = \vec{J} \times \vec{B} = \vec{J} \times \left( -\frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \iint_{A_Q} \frac{\vec{M}(\vec{r}_Q) \cdot \vec{n} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_Q)}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^3} dA_Q \right) \quad (3.27)$$

umgeschrieben werden. Verwendet man entsprechend Abbildung 3.5 ein kartesisches Koordinatensystem und befindet sich der Permanentmagnet, der im Läufer integriert





**Abbildung 3.5:** Drauf- und Seitenansicht der quadratischen Führungsspule und des würfelförmigen Magneten zur Definition der Integrationsgrenzen. Die Integrationsgrenzen sind durch eine rote Schrift markiert.

ist, in der Mittelstellung über der quadratischen Führungsspule, d. h. an der Position  $x = y = 0$  mm, so reicht es durch die Symmetrie der Anordnung zunächst aus, die Lorentzkraft nur für einen Spulenabschnitt  $F_{zF_1}$  zu berechnen. Der Index  $zF_1$  bezeichnet die Kraftkomponente entlang der  $z$ -Achse des Spulenabschnitts eins bei der magnetischen Führungsspule. Da alle vier Spulenabschnitte aufgrund der Symmetrie die gleiche magnetische *Teil*-Führungskraft in der  $z$ -Richtung erzeugen, kann entweder die Superposition entsprechend  $F_{zF} = F_{zF_1} + F_{zF_2} + F_{zF_3} + F_{zF_4}$  vorgenommen oder das Ergebnis von  $F_{zF_1}$  mit dem Faktor 4 multipliziert werden, d. h.  $F_{zF} = 4 \cdot F_{zF_1}$ .

Für die Berechnung eines Spulenabschnitts wird ein homogen axial magnetisierter Würfelmagnet betrachtet, dessen Magnetisierung innerhalb des Magneten konstant ist, parallel zur  $z$ -Achse verläuft und außerhalb des Magneten verschwindet (Abbildung 3.5). Das Skalarprodukt in Gleichung (3.27) ergibt sich daher zu

$$\vec{M}(\vec{r}_Q) \cdot \vec{n} = \pm M, \quad (3.28)$$

da bei der angenommenen Magnetisierungsrichtung, entsprechend der Abbildung 3.5, die obere Normale  $\vec{n}$  mit der Richtung der Magnetisierung übereinstimmt, wohingegen die untere Normale antiparallel zur Magnetisierung ist. Auf der oberen Würfelseite entsteht somit eine positive Flächenladungsdichte und auf der unteren entsprechend eine

negative Flächenladungsdichte.

In der Regel wird der Wert der Magnetisierung von Magnetherstellern in den Datenblättern nicht mit angegeben, sodass dieser aus der Entmagnetisierungskennlinie des jeweiligen Permanentmagneten berechnet werden muss. In den Dissertationen von *Lang* [143] und *Marinescu* [148] ist die Vorgehensweise sehr einfach und ausführlich gezeigt, sodass an dieser Stelle die Vorgehensweise nicht weiter ausgeführt wird.

Da zunächst nur die Führungskraft in  $z$ -Richtung gesucht ist, wird für die weitere Rechnung vereinfachend angenommen, dass die magnetische Flussdichte nur eine  $x$ - und die Stromdichte nur eine  $y$ -Komponente hat (Abbildung 3.5). Entsprechend wird angenommen, dass die Komponenten  $B_y$ ,  $B_z$ ,  $J_x$  und  $J_z$  zunächst Null sind.

Das Kreuzprodukt

$$\vec{J} \times \vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ -J_{yF} \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -B_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -J_{yF} \cdot B_x \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

reduziert sich somit nur auf eine Komponente in  $z$ -Richtung. Um die  $x$ -Komponente der magnetischen Flussdichte zu erhalten, wird Gleichung (3.26) unter Berücksichtigung der Gleichung (3.28) mit dem Einheitsvektor in  $x$ -Richtung multipliziert:

$$\begin{aligned} B_x = \vec{B} \cdot \vec{e}_x &= -\frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \oiint_{A_Q} \frac{\vec{M}(\vec{r}_Q) \cdot \vec{n} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_Q)}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^3} \cdot \vec{e}_x \, dA_Q \\ &= \frac{\mu_0 \cdot M}{4 \cdot \pi} \cdot \oiint_{A_Q} \left( \frac{-(x - x_Q)}{(\sqrt{(x - x_Q)^2 + (y - y_Q)^2 + (z - z_2)^2})^3} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(x - x_Q)}{(\sqrt{(x - x_Q)^2 + (y - y_Q)^2 + (z - z_1)^2})^3} \right) dA_Q. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Um eine übersichtliche und kompaktere Schreibweise zu erhalten, wird im Folgenden der vorzeichenbehaftete Integrand in Gleichung (3.30) wie folgt umgeschrieben:

$$\sum_{\beta=1}^2 \frac{-(-1)^\beta \cdot (x - x_Q)}{\left(\sqrt{(x - x_Q)^2 + (y - y_Q)^2 + (z - z_\beta)^2}\right)^3}. \quad (3.31)$$

Zusätzlich wird der Nenner des Integranden in Gleichung (3.30) mit

$$r_\beta = \left(\sqrt{(x - x_Q)^2 + (y - y_Q)^2 + (z - z_\beta)^2}\right)^3 \quad (3.32)$$

abgekürzt.

Wird die  $x$ -Komponente der Flussdichte in das Vektorprodukt  $\vec{J} \times \vec{B}$  eingesetzt und wird dabei über das Volumen der Spule  $dV = dx dy dz$  integriert, so ergibt sich für den Betrag der repulsiven Führungskraft in  $z$ -Richtung unter Beachtung der Integrationsgrenzen:

$$F_{zF_1} = \frac{\mu_0 \cdot M \cdot J_{yF}}{4 \cdot \pi} \cdot \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{b_i}^{b_a} \int_{-x}^x \left[ \sum_{\beta=1}^2 \frac{-(-1)^\beta \cdot (x - x_Q)}{r_\beta} \right] dy dx dz dx_Q dy_Q. \quad (3.33)$$

Die Integrationsgrenzen der einzelnen Integrale können aus Abbildung 3.5 entnommen werden und sind durch eine rote Schrift gekennzeichnet.

Um die gesamte, auf den Magneten wirkende repulsive magnetische Führungskraft in der Mittelstellung des Läufers, d. h. an der Position  $x = y = 0$  mm, zu bestimmen, muss wie bereits erwähnt, Gleichung (3.33) mit dem Faktor 4 multipliziert werden.

Berücksichtigt man ferner, dass die Stromdichte in jedem Spulenabschnitt gleich ist, so gilt:

$$J_F = J_{yF} = \frac{N_F \cdot I_F}{k_{Cu} \cdot (b_a - b_i) \cdot h}, \quad (3.34)$$

wobei  $N_F$  die Anzahl der Windungen der Spule,  $I_F$  der Strom durch die Spule und das Produkt  $(b_a - b_i) \cdot h$  die Wickelfensterfläche der Spule beschreibt. Die reale Ausnutzung des Wickelraums durch die Spule wird durch den Kupferfüllfaktor  $k_{Cu}$  berücksichtigt.

Führt man zusätzlich noch den geometrischen Faktor

$$k = \frac{1}{k_{Cu} \cdot (b_a - b_i) \cdot h} \cdot \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{b_i}^{b_a} \int_{-x}^x \left[ \sum_{\beta=1}^2 \frac{-(-1)^\beta \cdot (x - x_Q)}{r_\beta} \right] dy dx dz dx_Q dy_Q \quad (3.35)$$

ein, dessen Betrag abhängig von der aktuellen Position des Läufers sowie den Abmessungen der Luftspule und des Dauermagneten ist, so lässt sich Gleichung (3.33) zu

$$F_{zF_1} = \frac{\mu_0 \cdot M}{4 \cdot \pi} \cdot (N_F \cdot I_F) \cdot k \quad (3.36)$$

umformen.

Berücksichtigt man weiterhin, dass ein magnetisches Führen des Läufers nur dann möglich ist, wenn die repulsive Führungskraft einen Betrag haben muss, der größer als die Gewichtskraft des Läufers sein muss, d. h.

$$F_{zF} = 4 \cdot F_{zF_1} \geq F_g = m \cdot g \quad (3.37)$$

gelten muss, so lässt sich direkt ableiten, von welchen Faktoren die magnetische Führungskraft beeinflusst werden kann. Die erzielbare repulsive Lorentzkraft hängt linear vom Strom  $I_F$ , der thermisch durch die im ohmschen Widerstand umgesetzte Verlustleistung begrenzt wird und der Windungszahl  $N_F$  ab. Durch diese lineare Abhängigkeit zwischen der Kraft und dem Strom lässt sich eine sehr hohe Positioniergenauigkeit erreichen. Aufgrund der in Gleichung (3.36) auftretenden Remanenzflussdichte bzw. magnetischen Polarisation  $\mu_0 \cdot M$  sind zur Erzielung hoher Führungskräfte Seltenerd-magnete (NdFeB, SmCo) für dieses Konzept derzeit am sinnvollsten, da sie aufgrund der hohen Koerzitivfeldstärke und der hohen Remanenzflussdichte die heute höchsten zur Verfügung stehenden Energiedichten aufweisen, und somit den Ferritmagneten weit überlegen sind. Der Remanenzflussdichte sind derzeit technologische Grenzen gesetzt, höchste Werte werden mit 1.47 T bei kommerziell erwerblichen NdFeB-Magneten vom Grad N52 erreicht [155]. Die Ermittlung der Magnetisierung  $M$  aus dem Datenblatt eines Permanentmagneten wird kurz in der Dissertation von *Lang* [143] bzw. ausführlicher in der Monografie von *Marinescu* [149] beschrieben. Eine weitere Einflussgröße ist der Geometriefaktor  $k$ , der durch die geometrischen Parameter der Spule und des Magneten festgelegt wird. Nach Gleichung (3.37) ist zudem eine möglichst kleine Gewichtskraft der bewegten Masse in Kombination mit einer steifen Konstruktion anzustreben, um

die magnetische Führungskraft bzw. den dazugehörigen notwendigen Strom und damit letztlich die Verlustleistung in der Magnetführung gering zu halten.

Die Berechnung der magnetischen Führungskraft nach Gleichung (3.33) setzt die Position des Läufers an der Stelle  $x = y = 0$  mm voraus. Daher genügt es auch nur einen Spulenabschnitt zu berechnen und das Ergebnis aufgrund der Symmetrie mit dem Faktor 4 zu multiplizieren. Da der Läufer von Mehrkoordinatenantrieben sich jedoch innerhalb des Fahrbereiches in der planaren  $x$ - $y$ -Ebene bewegen muss, ist die magnetische Führungskraft aufgrund des inhomogenen Magnetfeldverlaufs abhängig von den  $x$ - $y$ -Koordinaten bzw. der aktuellen Läuferposition und somit nicht konstant. Für die Berechnung der positionsabhängigen magnetischen Führungskraft müssen somit alle vier einzelne Spulenabschnitte bezogen auf die aktuelle Position  $(x_p, y_p)$  des Läufers betrachtet werden. Die gesamte magnetische Führungskraft wird dann als Superposition der vier einzelnen Spulenabschnitte berechnet. Durch die Einführung einer weiteren Summe lässt sich die magnetische Führungskraft als Funktion der Läuferposition kompakt und übersichtlich wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned}
 F_{zF} = & \frac{\mu_0 \cdot M}{4 \cdot \pi} \cdot J_F \cdot \\
 & \left( \sum_{\alpha=0}^1 \sum_{\beta=1}^2 \int_{-\frac{a}{2}+y_p}^{\frac{a}{2}+y_p} \int_{-\frac{a}{2}+x_p}^{\frac{a}{2}+x_p} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{(1-\alpha) \cdot b_i - \alpha \cdot b_a}^{(1-\alpha) \cdot b_a - \alpha \cdot b_i} \int_{-x}^x \left[ \frac{-(-1)^\beta \cdot (x - x_Q)}{r_\beta} \right] dy dx dz dx_Q dy_Q \right. \\
 & \left. + \sum_{\alpha=0}^1 \sum_{\beta=1}^2 \int_{-\frac{a}{2}+y_p}^{\frac{a}{2}+y_p} \int_{-\frac{a}{2}+x_p}^{\frac{a}{2}+x_p} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{(1-\alpha) \cdot b_i - \alpha \cdot b_a}^{(1-\alpha) \cdot b_a - \alpha \cdot b_i} \int_{-y}^y \left[ \frac{-(-1)^\beta \cdot (y - y_Q)}{r_\beta} \right] dx dy dz dx_Q dy_Q \right). \tag{3.38}
 \end{aligned}$$

Die erste Summe berücksichtigt dabei, dass für die magnetische Führungskraft jeweils zwei Spulenabschnitte in der  $x$ - bzw.  $y$ -Richtung liegen und die zweite Summe berücksichtigt, dass sowohl die positiven als auch negativen Magnetladungen zur Krafterzeugung beitragen.

Diese hergeleitete und kompakte Gleichung ist nur semi-analytisch lösbar, d. h. nach einer analytischen Integration nach  $x$  und  $y$  muss der restliche Ausdruck im letzten Schritt numerisch, z. B. mit Hilfe der MATLAB-Funktion *integral3*, gelöst werden.

## 3.5 Optimierung der magnetischen Führung

Nachdem die Anordnung der Magnetführung festgelegt ist und eine semi-analytische Formel zur Berechnung der magnetischen Führungskraft hergeleitet worden ist, geht es im nächsten Schritt um die Optimierung der Magnetführung. Dabei besteht zunächst die allgemeine Aufgabenstellung der mathematischen Optimierung darin, eine vorgegebene skalare Zielfunktion  $f(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  zu minimieren. Der dazugehörige Parametervektor  $\mathbf{x}$  beinhaltet die Optimierungsvariablen und kann durch zusätzliche Beschränkungen in Form von Gleichungen  $\mathbf{c}(\mathbf{x}) = 0$ ,  $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^m$  und Ungleichungen  $\mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq 0$ ,  $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^p$  beschrieben werden.

Um das Optimierungsproblem kompakter darzustellen, schreibt man dazu auch kurz:

$$\min f(\mathbf{x}) \quad \text{für } \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad (3.39)$$

unter den Nebenbedingungen

$$c_i(\mathbf{x}) = 0, \quad i = 1 \dots m, \quad (3.40)$$

$$h_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad j = 1 \dots p. \quad (3.41)$$

Analog kann dazu auch ein Maximierungsproblem formuliert werden, in dem die Zielfunktion einfach mit  $-1$  multipliziert wird, d. h.

$$\max f(\mathbf{x}) = \min (-f(\mathbf{x})) \quad \text{für } \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad (3.42)$$

Nach der Definition der Zielfunktion und den dazugehörigen Bedingungen erfolgt im nächsten Schritt die Berechnung der optimalen Parameterwerte. Abhängig von den Eigenschaften der Zielfunktion und den Nebenbedingungen gibt es dabei in der mathematischen Optimierung verschiedene Methoden zur Berechnung der optimalen Parameterwerte. Da dies jedoch eine sehr umfangreiche Theorie darstellt und nicht im Fokus dieser Arbeit steht, soll an dieser Stelle nicht auf Details eingegangen werden. Einen ausführlichen Überblick zu dieser Thematik mit den mathematischen Grundlagen findet sich im Lehrbuch von *Benker* [156], für tiefgreifende Erläuterung sei auf die Lehrbücher von *Burkard* [157] und *Papageorgiou* [158] verwiesen.

Als Zielfunktion für die in dieser Arbeit betrachtete Problemstellung wird von der nicht-

linearen Kraftgleichung ausgegangen:

$$F_{zF} = 4 \cdot F_{zF_1} = \frac{\mu_0 \cdot M}{\pi} \cdot J_F \cdot \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{b_i}^{b_a} \int_{-x}^x \left[ \sum_{\beta=1}^2 \frac{-(-1)^\beta \cdot (x - x_Q)}{r_\beta} \right] dy dx dz dx_Q dy_Q. \quad (3.43)$$

Ziel ist es, bei einem vorgegebenen Fahrbereich und einer vorgegebenen konstanten Stromdichte die optimalen Magnet- und Spulenabmessungen zu finden, sodass eine maximale magnetische Führungskraft bzw. Kraft-Strom-Konstante generiert wird.

Betrachtet man Gleichung (3.43) genauer, so erkennt man, dass die magnetische Führungskraft eine Funktion von fünf Optimierungsvariablen ist. Diese sind:

- Spulenhöhe  $h$ ,
- Spulenninnenseite  $b_i$ ,
- Spulenaußenseite  $b_a$ ,
- Kantenlänge des Dauermagneten  $a$  und
- Höhe des Dauermagneten  $h_m$ .

Dabei ist zu beachten, dass für die Optimierungsvariablen sinnvolle physikalische obere und untere Beschränkungen eingeführt werden müssen, sodass der Lösungsraum des Optimierungsproblems zusätzlich eingeschränkt wird. Für die meisten definierten Variablen gilt z. B. aus physikalischen Gründen die Untergrenze Null. Obere Grenzen sind z. B. eine zuvor maximal festgelegte Höhe des Magnetwürfels  $h_m$ , eine maximale Spulenhöhe bzw. -breite oder auch, dass bestimmte Abmessungen sich an technisch verfügbaren Grenzen orientieren (z. B. Magnetabmessungen).

Der planare (quadratische) Fahrbereich wird in dieser Arbeit auf eine theoretische Fläche von  $b_b \times b_b = 60 \times 60 \text{ mm}^2$  festgelegt<sup>2</sup>. Nach einer Vorabschätzung zur Kompensation einer angenommenen Gewichtskraft von  $F_g = 0.5 \text{ kg}$  wird für den Optimierungsprozess

<sup>2</sup>Für den Permanentmagnet muss in Bezug auf die einzelnen Spulenabschnitte ein Aufmaß von mindestens 10 mm vorgesehen werden, da ansonsten neben den Führungskräften starke unerwünschte Antriebskräfte erzeugt werden.

eine konstante Stromdichte in der Spule mit  $J = 833 \text{ kA/m}^2$  und einer Wickelfensterfläche von  $(b_a - b_i) \cdot h = 300 \text{ mm}^2$  festgelegt. Unter Berücksichtigung der folgenden Parametergrenzen

$$0 \text{ mm} < h \leq 60 \text{ mm} \quad (3.44)$$

$$32.5 \text{ mm} \leq b_i \leq 40 \text{ mm} \quad (3.45)$$

$$30 \text{ mm} \leq b_a \leq 50 \text{ mm} \quad (3.46)$$

$$5 \text{ mm} \leq a \leq 20 \text{ mm} \quad (3.47)$$

$$5 \text{ mm} \leq h_m \leq 20 \text{ mm} \quad (3.48)$$

lässt sich das Optimierungsproblem wie folgt formulieren:

$$\max F_z(h, b_i, b_a, h_m, a) \quad \text{für } \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \quad (3.49)$$

unter den Nebenbedingungen

$$c_1 = h \cdot (b_a - b_i) - 300 \text{ mm}^2 = 0 \quad (3.50)$$

$$c_2 = b_i - \frac{a}{2} - \frac{b_b}{2} = 0 \quad (3.51)$$

$$h_1 = (b_a - b_i) < 20 \text{ mm} \quad (3.52)$$

$$h_2 = (b_a - b_i) > 0 \text{ mm}. \quad (3.53)$$

Aufgrund der nichtlinearen Zielfunktion erfolgt die Lösung dieses Optimierungsproblems über die Methoden der nichtlinearen Optimierung. Als geeignete Implementierung in MATLAB hat sich an dieser Stelle die vordefinierte Funktion *fmincon* gezeigt, die die Lösung von nichtlinearen Zielfunktionen mit nichtlinearen Nebenbedingungen erlaubt. Bei der Anwendung wurde die Funktion mit ihren Standardeinstellungen verwendet. Lediglich der interne Algorithmus der *fmincon*-Funktion wurde auf „SQP“, d. h. auf das sequential quadratic programming (SQP-) Verfahren, umgestellt, da dieser sich als besonders schnell erwies. Weitere detaillierte Informationen zur Anwendung von *fmincon* und den dazugehörigen Algorithmen finden sich in der MATLAB-Hilfe [159].

Nach Erstellung des Optimierungsmodells und der Entwicklung eines dazugehörigen MATLAB-Programms wurde die magnetische Führung optimiert. Die gesamte Berechnung benötigt nur 6 Iterationen und dauert unter 10 Sekunden. Eine solch extrem kurze Zeitdauer ist derzeit mit der numerischen Feldberechnung, die zum Teil mehrere Stunden



**Tabelle 3.1:** Geometrieoptimum auf maximale Kraft optimierte Führung.

Bedeutung	Symbol	Wert	Einheit
Spulenhöhe	$h$	28.8	mm
Spulenninnenseite	$b_i$	40	mm
Spulenaußenseite	$b_a$	50	mm
Kantenlänge des Würfels	$a$	20	mm
Höhe des Würfels	$h_m$	20	mm

für den Optimierungsprozess benötigen, nicht zu erreichen. Die Optimierungsergebnisse finden sich in Tabelle 3.1 wieder. Der optimale Wert für die Kraft beträgt  $F_{zF} = 0.45 \text{ N}$ .

Entsprechend Tabelle 3.1 ergibt sich eine maximale Führungskraft bei einem maximalen Magnetvolumen  $V_m = a \cdot a \cdot h_m$ . Mit den Magnetabmessungen ist gleichzeitig die Optimierungsvariable  $b_i$  aufgrund von Gleichung (3.49) festgelegt. Eine Vergrößerung der Spulenhöhe über den in Tabelle 3.1 ermittelten Optimalwert erscheint nicht sinnvoll, da dann der untere Spulenabschnitt aufgrund der gleichzeitigen Abnahme der magnetischen Flussdichte eine kleinere Kraft erzeugt. Mit der Ermittlung der Spulenhöhe und der zusätzlichen Nebenbedingung in Gleichung (3.48) ist die Optimierungsvariable  $b_a$  festgelegt.

Zu beachten ist jedoch, dass bei der hier vorliegenden Optimierung die Kraftdichte, d.h. das Verhältnis der Kraft zum Magnetvolumen nicht mitberücksichtigt bzw. an dieser Stelle nicht weiter untersucht worden ist. Im Rahmen zukünftiger Untersuchungen könnte statt der Maximierung der magnetischen Führungskraft die Kraftdichte maximiert werden, um das optimale Verhältnis von Kraft zu Volumen zu erhalten. Überdies ist es jedoch auch grundsätzlich möglich, Zielfunktionen zur Minimierung der bewegten Masse, um eine hohe Dynamik zu erreichen [33] oder zur Minimierung der Verlustleistung in den Spulen zu definieren [160].

**Tabelle 3.2:** Parameter zur Berechnung der Gleichung (3.38).

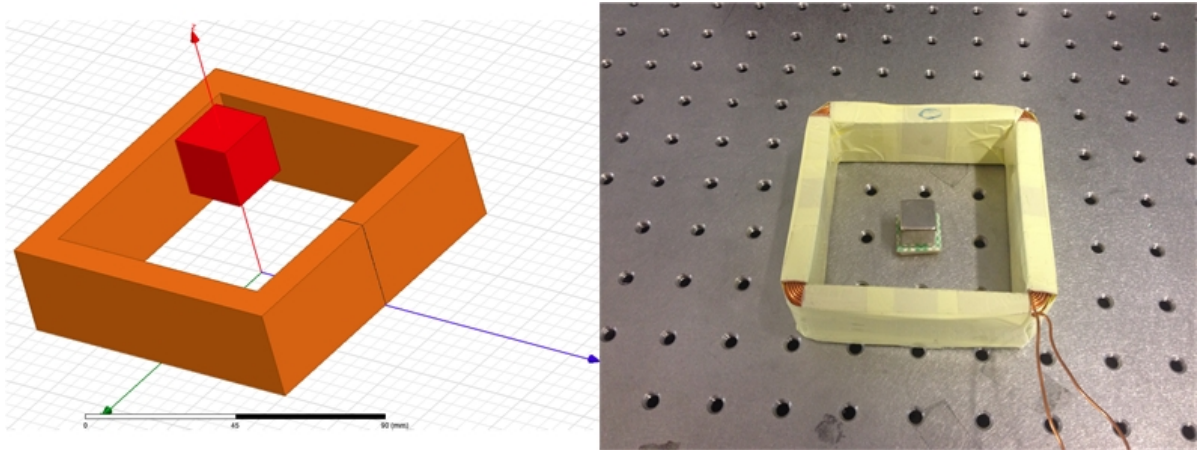
Bedeutung	Symbol	Wert	Einheit
Remanenzflussdichte des Dauermagneten	$\mu_0 \cdot M$	1.44	T
Stromdichte	$J_F$	833	kA/m <sup>2</sup>
Höhe der (fiktiven) neg. Monopole	$z_1$	34	mm
Höhe der (fiktiven) pos. Monopole	$z_2$	54	mm

### 3.6 Verifikation der hergeleiteten Kraftgleichungen

Mit Hilfe der Gleichung (3.38) wurde die magnetische Führungskraft in Abhängigkeit verschiedener Einflussgrößen, sowie der in Tabelle 3.1 und Tabelle 3.2 angegebenen Parameter berechnet. Auf Grundlage dieser Gleichung wurde dazu ein Berechnungsprogramm in MATLAB implementiert, das das Kraftkennfeld der gesamten repulsiven magnetischen Führungskraft in der  $x$ - $y$ -Ebene innerhalb weniger Sekunden berechnet. Zur Verifikation der in dieser Arbeit berechneten Ergebnisse und damit letztlich der hergeleiteten Kraftgleichungen wird zusätzlich eine numerische Berechnung auf Basis der Finiten-Elemente-Methode (FEM) durchgeführt. Bei dem zum Einsatz kommenden Feldberechnungsprogramm handelt es sich um Maxwell 3D. In allen numerischen Berechnungen wurde zu Vergleichszwecken die magnetische Permeabilität des Permanentmagneten mit  $\mu_r = 1$  angenommen.

Neben 3D-FEM wird zur weiteren Verifikation auch ein Funktionsmuster aufgebaut, um die magnetische Kraft messtechnisch zu erfassen. Das Funktionsmuster entspricht dabei dem Ergebnis der Optimierungsrechnungen im vorherigen Abschnitt. Abbildung 3.6 zeigt das in Maxwell 3D erstellte Modell der Magnetführung sowie das Funktionsmuster.

Die mittels des Funktionsmusters experimentell ermittelten Kennlinien wurden mit einer digitalen Waage mit einer Messgenauigkeit von 1 g ermittelt. Auf der Waage ist der Permanentmagnet befestigt, der sich ausgehend von der Mittellage mit 1 mm-Schritten innerhalb des gesamten Fahrbereiches genau befestigen lassen kann. Die magnetische



**Abbildung 3.6:** 3D-FEM-Modell (links) und Funktionsmuster (rechts) zur Berechnung der magnetischen Führungskraft.

Führungsspule ist über eine entsprechende Halterung direkt über den Permanentmagneten positioniert und an einer Konstantstromquelle mit einstellbarer Stromstärke angeschlossen. Wird nun die Führungsspule mit einem Strom durchflossen, so wird durch die Lorentzkraft der Permanentmagnet nach unten gedrückt. Nach Multiplikation der dadurch gemessenen Masse  $m$  mit dem Faktor  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  lässt sich die magnetische Führungskraft ( $F_{zF} = m \cdot g$ ) bestimmen. Abbildung 3.7 zeigt den Versuchsaufbau.

An dieser Stelle ist anzumerken, dass aufgrund der sehr schnellen Berechnung mittels der hergeleiteten Kraftgleichung die Kräfte für jede einzelne Position innerhalb des Fahrbereiches mit einer Schrittweite von  $0.25 \text{ mm}$  berechnet worden sind. Dagegen wurden aufgrund der langen Berechnungsdauer der FEM-Modelle sowie der zeitintensiven Messungen die Kräfte nicht für jede einzelne Position innerhalb des Fahrbereiches berechnet, sondern nur an diskreten Punkten. Die mittels Messung und Berechnung ermittelte lineare Kraft-Strom-Kennlinie der magnetischen Führung zeigt Abbildung 3.8.

Aufgrund der eisenlosen Anordnung der Magnetführung treten weder Hysterese- noch Sättigungserscheinungen und damit kein nichtlineares Verhalten auf. Die Abhängigkeit zwischen der repulsiven Magnetkraft und dem eingprägten Strom ist linear.

Der Einfluss der Höhenkoordinate  $z$  bei konstant bleibenden Strom auf die magnetische Führungskraft ist in Abbildung 3.9 veranschaulicht.

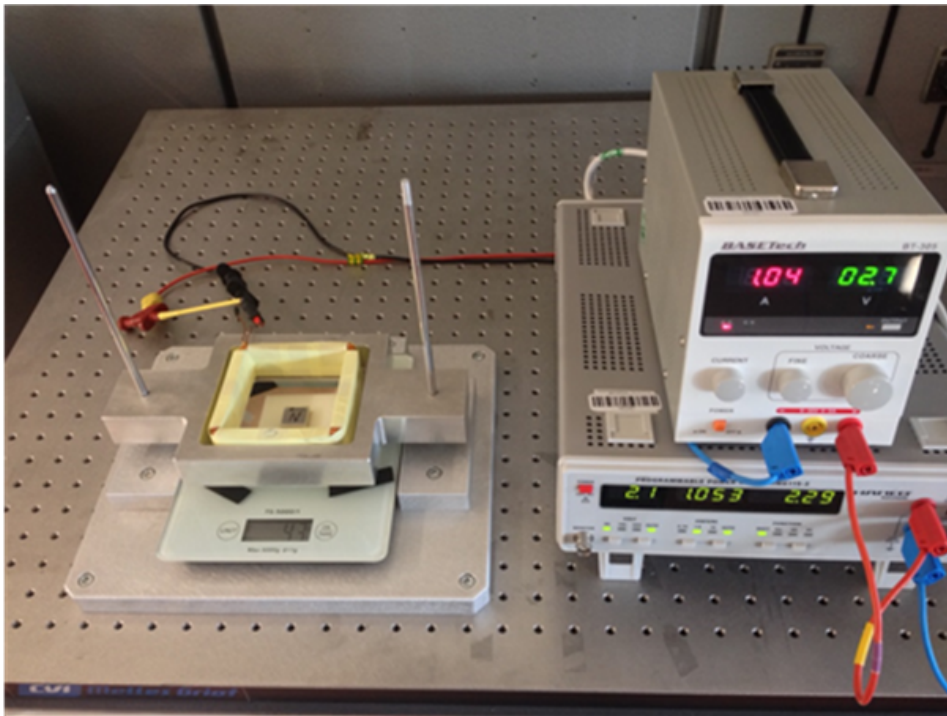


Abbildung 3.7: Versuchsaufbau zur Messung der magnetischen Führungskraft.

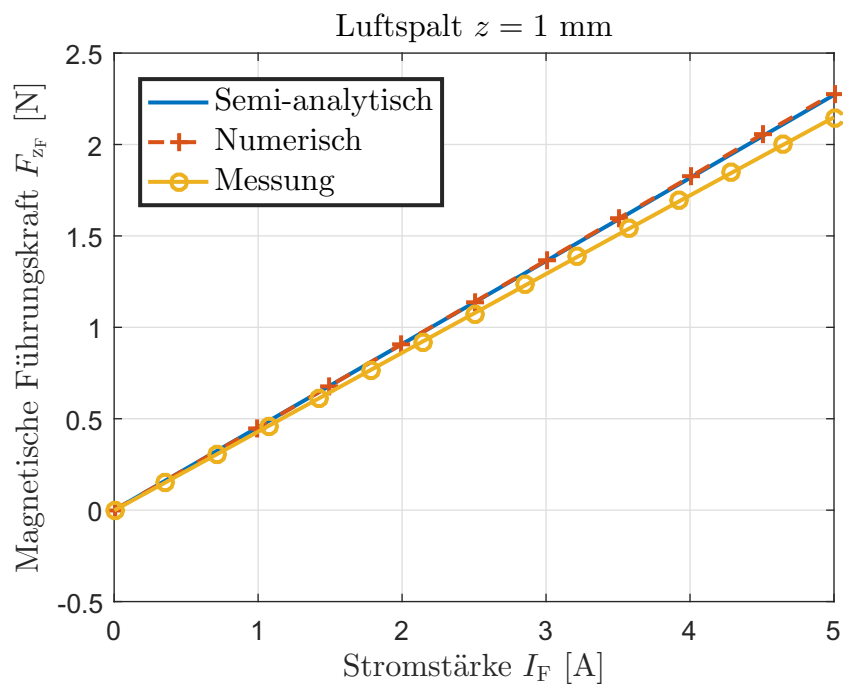
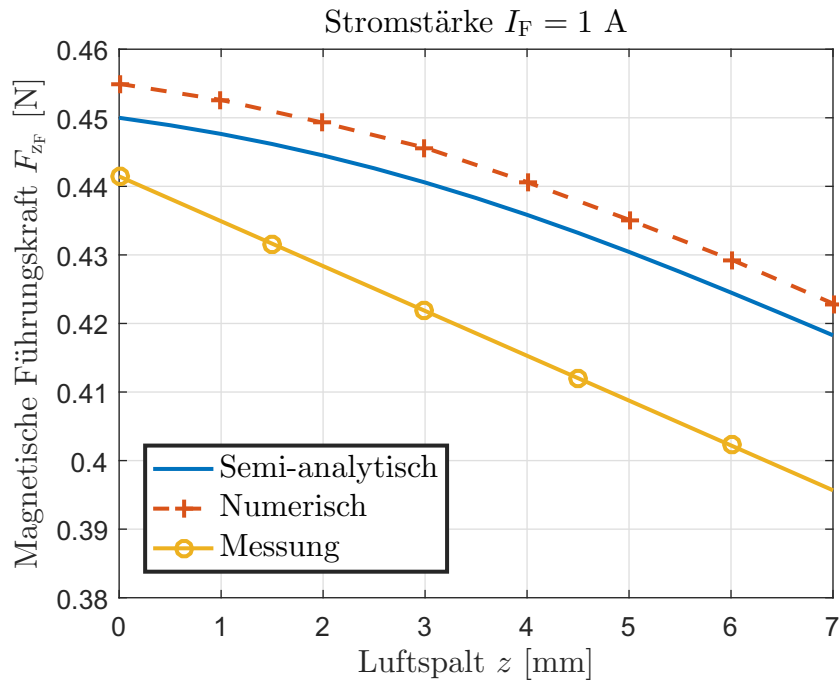


Abbildung 3.8: Ermittelte Kraft-Strom-Kennlinien.

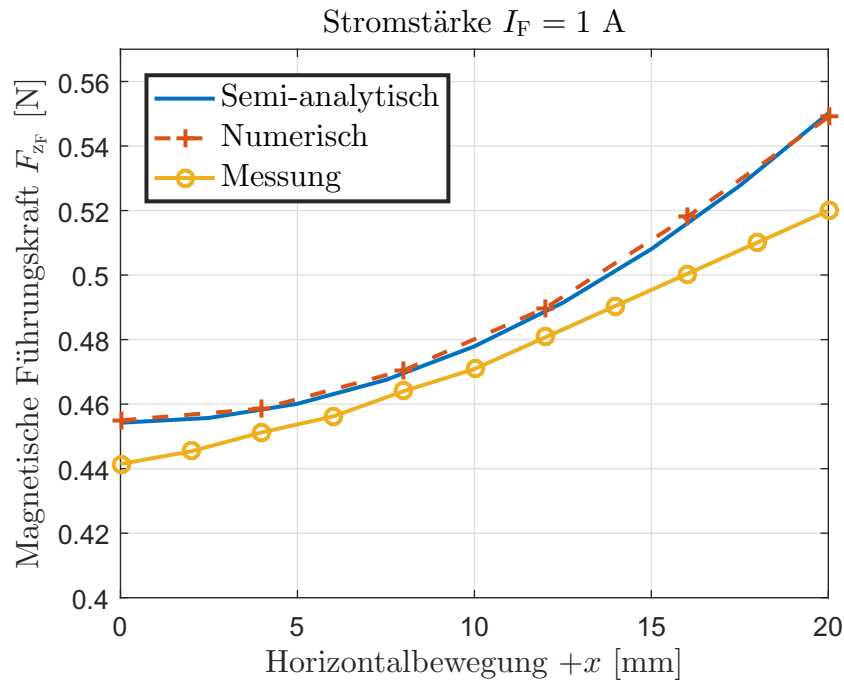


**Abbildung 3.9:** Einfluss der Höhenkoordinate  $z$  auf die magnetische Führungskraft.

Mit zunehmendem Luftspalt, d. h. größeren  $z$ -Werten, nimmt die magnetische Führungskraft leicht ab. Dies hängt damit zusammen, dass mit zunehmendem Luftspalt immer weniger Feldlinien die stromdurchflossenen Leiter der Führungsspule durchdringen bzw. das Feld immer schwächer wird.

In magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben ist aus Effizienzgründen für die Bewegung des Läufers entlang der  $z$ -Koordinate in der Regel nur ein Bewegungsbereich von  $10 \mu\text{m}$  bis  $1 \text{ mm}$  vorgesehen. Im Gegensatz zu Elektromagneten, bei denen eine Luftspaltverkleinerung eine quadratische Erhöhung der Führungskräfte zur Folge hat, kann an dieser Stelle somit angenommen werden, dass die  $z$ -Koordinate keinen wesentlichen Einfluss auf die magnetische Führungskraft hat und folglich nur eine untergeordnete Rolle bei elektrodynamischen Führungen spielt. In Abbildung 3.9 würde sich bei einer Bewegung des Läufers von  $0 \text{ mm}$  bis  $1 \text{ mm}$  die magnetische Führungskraft um vernachlässigbare  $6.5 \text{ mN}$  verringern.

Abbildung 3.10 zeigt den Einfluss der Horizontalbewegung des Magneten in positiver  $x$ -Richtung auf die magnetische Führungskraft.



**Abbildung 3.10:** Einfluss der Horizontalbewegung auf die magnetische Führungskraft.

Mit zunehmender Bewegung des Läufers in Richtung eines Spulenabschnitts nimmt die Feldlinienanzahl durch die stromdurchflossenen Leiter zu, sodass damit auch die magnetische Führungskraft zunimmt. Im Gegensatz zur  $z$ -Koordinate hat die Bewegung entlang der  $x$ - oder  $y$ -Koordinate einen wesentlichen Einfluss auf die magnetische Führungskraft und ist somit nicht vernachlässigbar. Bei einem Positionierschritt des Läufers entlang der  $x$ -Koordinate um 20 mm ändert sich die magnetische Führungskraft um ca. 20 %.

Alle Abbildungen bestätigen, dass die, auf Basis der hergeleiteten Gleichung, berechneten Ergebnisse sehr gut mit den numerischen und gemessenen Werten übereinstimmen, sodass die Gültigkeit der Kraftgleichung nachgewiesen ist. Der maximale Fehler zwischen den numerischen und semi-analytischen Ergebnissen kann mit unter 1 % beziffert werden und ist damit vernachlässigbar. Zwischen den Berechnungen und Messungen ist bei allen Kennlinien der maximale Fehler unter 5 %.

Die Hauptursache für den Fehler ist auf die Berechnung des Magnetfeldes zurückzuführen, da das dort verwendete Berechnungsmodell eine relative magnetische Permeabilität  $\mu_r = 1$  des NdFeB Magneten voraussetzt, was in der Praxis jedoch nicht zutrifft.

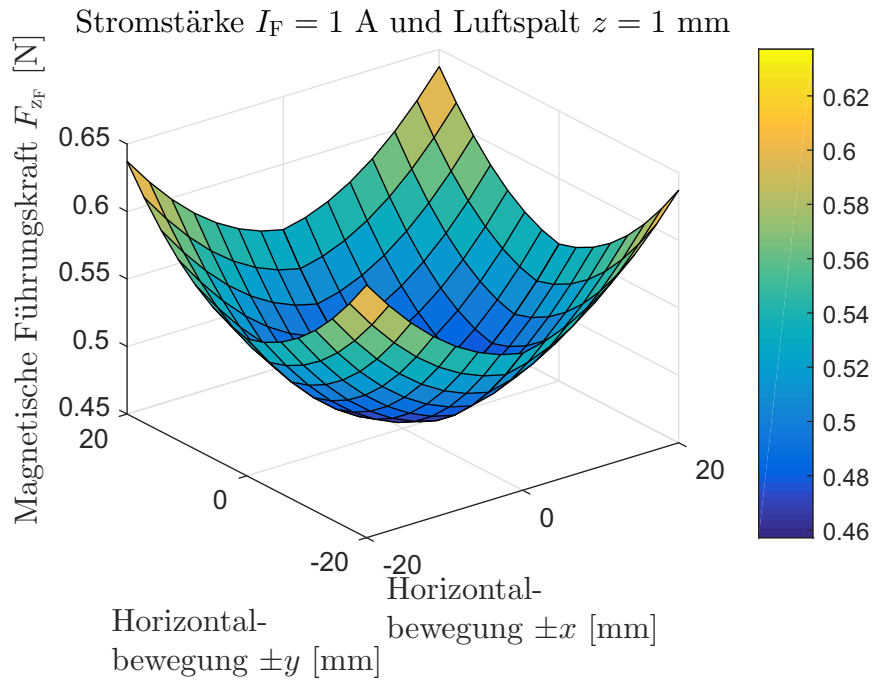
Zusätzlich führen die Toleranzen im Winkel der Magnetisierung dazu, dass nur eine annähernd homogene und konstante Magnetisierung von NdFeB Magneten vorliegt, so dass dies ebenfalls zu einem kleinen Modellierungsfehler führt. Weiterhin tragen die unvermeidbaren fertigungsbedingten Toleranzen des Permanentmagneten und der Spule, Montageungenauigkeiten im Versuchsaufbau sowie die Messabweichungen der zum Einsatz kommenden Messgeräte ebenfalls zur Abweichung bei.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass für die Auslegung und Dimensionierung der vorgeschlagenen Magnetführung Gleichung (3.38) herangezogen werden kann, da es sehr gute Ergebnisse liefert. Mit Hilfe dieser hergeleiteten Gleichungen, auf Basis der hier vorgestellten Theorie, können eisenlose Aktoren, bestehend aus Luftspulen und Dauermagneten, sehr genau und schnell berechnet werden. Eine Anpassung der Gleichungen auf eine andere Magnet- und Spulengeometrie ist ebenso problemlos möglich. Zeitintensive numerische Berechnungen sowie kostspielige experimentelle Versuche zur Untersuchung und Optimierung der vorgeschlagenen Magnetführung sind somit nicht zwingend notwendig. Sie können jedoch bei Bedarf zur Verifikation der Berechnungen bzw. als Vergleichsmöglichkeit sinnvoll sein.

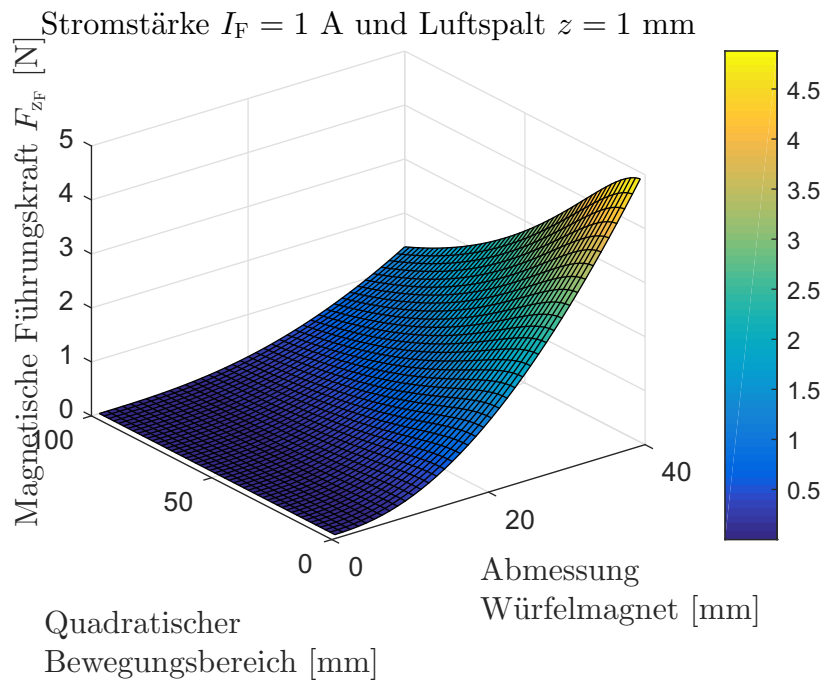
Auf Basis dieser Feststellung kann das Kraftkennfeld der Magnetführung in der planaren  $x$ - $y$ -Ebene mit Hilfe von Gleichung (3.38) sehr schnell und genau berechnet werden (Abbildung 3.11).

Ähnlich wie in Abbildung 3.9 nimmt die magnetische Führungskraft in Richtung der Spulenabschnitte zu. Die kleinste Kraft erfährt der Permanentmagnet an der Position  $x = y = 0$  mm, wohingegen die größte Kraft an den jeweiligen Eckpunkten der quadratisch-förmigen Führungsspule auftritt.

Eine weitere interessante Darstellung ist der prinzipielle Kraftverlauf in Abhängigkeit der Abmessungen eines würfelförmigen Permanentmagneten und des gewünschten Fahrbereiches (Abbildung 3.12). Hieraus ist ersichtlich, dass eine Vergrößerung der Magnetabmessungen bei gleichbleibendem quadratischem Fahrbereich zu höheren magnetischen Führungskräften bzw. eine Vergrößerung des quadratischen Fahrbereiches bei gleichen Magnetabmessungen zu geringeren Führungskräften und damit zu einer höheren Verlustleistung in den Führungsaktoren führt.



**Abbildung 3.11:** Kraftkennfeld der magnetischen Führung.



**Abbildung 3.12:** Kraftkennfeld in Abhängigkeit des Fahrbereichs und der Magnetabmessungen.



### 3.7 Planare Störkraftberechnung

Die vorgeschlagene Anordnung, bestehend aus Permanentmagnet und Führungsspule, zum magnetischen Führen des Läufers generiert nicht nur die gewünschte repulsive Führungskraft, sondern erzeugt auch eine unerwünschte horizontale elektrodynamische Antriebskraft (Störkraft). Diese ist bestrebt, den Läufer aus der Gleichgewichtslage zu treiben. Entsprechend Abbildung 3.1 hat der Verlauf der magnetischen Flussdichte nicht nur eine Komponente in  $x$ -Richtung, sondern auch eine Komponente in  $z$ -Richtung.

Das vom Permanentmagneten generierte magnetische Feld erzeugt mit der eingepprägten Stromdichte in der Spule neben der magnetischen Führungskraft in  $z$ -Richtung auch Störkräfte entlang der  $x$ - und  $y$ -Richtung, die ebenfalls mit Hilfe der Lorentzkraft berechnet werden können. Die Herleitung der Gleichung zur Berechnung der planaren Störkräfte beruht auf der gleichen Vorgehensweise wie die Herleitung zur Berechnung der magnetischen Führungskraft.

Für die Herleitung der Gleichung wird zunächst vereinfachend die Störkraft entlang der  $x$ -Achse für nur einen Spulenabschnitt bei einer konstanten Stromdichte in  $y$ -Richtung bestimmt. Dazu wird die Gleichung (3.26) mit dem Einheitsvektor in  $z$ -Richtung multipliziert

$$B_z = \vec{B} \cdot \vec{e}_z = -\frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \oiint_{A_Q} \frac{\vec{M}(\vec{r}_Q) \cdot \vec{n} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_Q)}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^3} \cdot \vec{e}_z \, dA_Q, \quad (3.54)$$

und nach einer weiteren Umformung in die Form

$$B_z = \frac{\mu_0 \cdot M}{4 \cdot \pi} \cdot \sum_{\beta=1}^2 \oiint_{A_Q} \frac{-(-1)^\beta \cdot (z - z_\beta)}{\left(\sqrt{(x - x_Q)^2 + (y - y_Q)^2 + (z - z_1)^2}\right)^3} \, dA_Q \quad (3.55)$$

gebracht.

Entsprechend des Kreuzproduktes resultiert aufgrund der Feldkomponente in  $z$ -Richtung und der Stromkomponente in  $y$ -Richtung nur eine Lorentzkraft in Richtung der  $x$ -Achse:

$$F_{xF} = \iiint_V J_{yF} \cdot B_z \, dV. \quad (3.56)$$

Berücksichtigt man, dass für die Stromdichte Gleichung (3.34) gilt und zur Krafterzeu-

gung in  $x$ -Richtung nur die Spulenabschnitte eins und drei der Führungsspule beteiligt sind (Abbildung 3.5), so kann die Berechnung der Störkraft  $F_{xF}$  in Abhängigkeit des Fahrbereiches unter den in Abbildung 3.5 gezeigten Integrationsgrenzen ebenfalls auf eine fünffache Integration zurückgeführt werden:

$$F_{xF} = \frac{\mu_0 \cdot M}{4 \cdot \pi} \cdot J_F \cdot \left( \sum_{\alpha=0}^1 \sum_{\beta=1}^2 \int_{-\frac{a}{2}+y_p}^{\frac{a}{2}+y_p} \int_{-\frac{a}{2}+x_p}^{\frac{a}{2}+x_p} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{(1-\alpha) \cdot b_i - \alpha \cdot b_a}^{(1-\alpha) \cdot b_a - \alpha \cdot b_i} \int_{-x}^x \frac{-(-1)^\beta \cdot (z - z_\beta)}{r_\beta} \right) dy dx dz dx_Q dy_Q. \quad (3.57)$$

In analoger Weise erzeugen die Spulenabschnitte SAF<sub>2</sub> und SAF<sub>4</sub> die unerwünschte horizontale Antriebskraft in  $y$ -Richtung, sodass gilt:

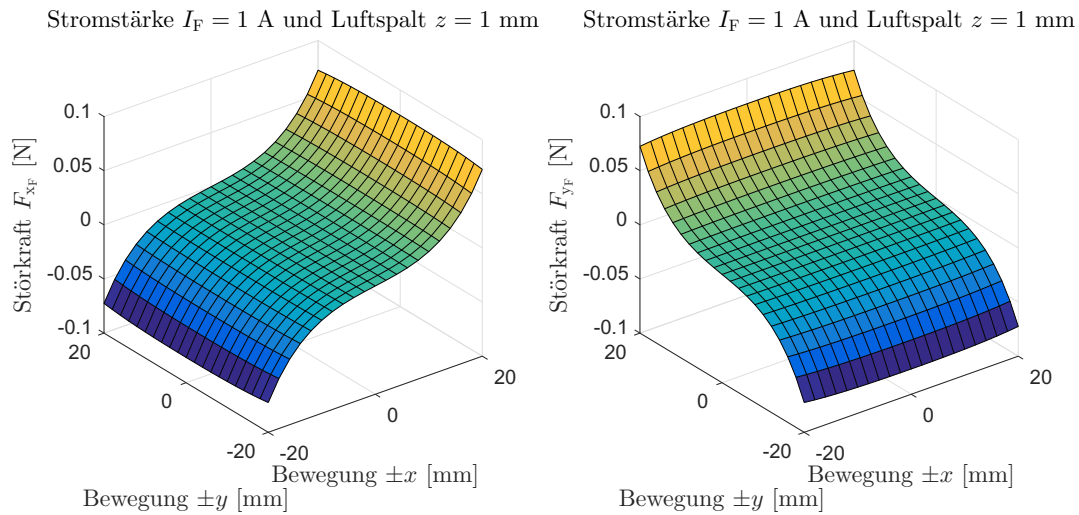
$$F_{yF} = \frac{\mu_0 \cdot M}{4 \cdot \pi} \cdot J_F \cdot \left( \sum_{\alpha=0}^1 \sum_{\beta=1}^2 \int_{-\frac{a}{2}+y_p}^{\frac{a}{2}+y_p} \int_{-\frac{a}{2}+x_p}^{\frac{a}{2}+x_p} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{(1-\alpha) \cdot b_i - \alpha \cdot b_a}^{(1-\alpha) \cdot b_a - \alpha \cdot b_i} \int_{-y}^y \frac{-(-1)^\beta \cdot (z - z_\beta)}{r_\beta} \right) dx dy dz dx_Q dy_Q. \quad (3.58)$$

Der Betrag der gesamten auf den Permanentmagneten wirkenden positionsabhängigen Störkraft kann mit

$$F_{xyF} = \sqrt{F_{xF}^2 + F_{yF}^2} \quad (3.59)$$

berechnet werden, da sowohl die Störkraft  $F_{xF}$  als auch  $F_{yF}$  simultan auf den Magneten bzw. Läufer wirken. Abbildung 3.13 zeigt den Verlauf der planaren Teil-Störkräfte in Abhängigkeit des Fahrbereiches. Abbildung 3.14 zeigt den Verlauf der auf den Dauermagneten gesamten Störkraft.

Ähnlich wie bei der Führungskraft, nimmt die planare Störkraft in zentrierter Lage ihr Minimum ein. Die maximale Kraft wird an den Eckpunkten der Spule generiert. Ein Vergleich mit 3D-FEM Berechnungen zeigt, dass die semi-analytische Berechnung lediglich um maximal 1 % abweicht (Abbildung 3.15).



**Abbildung 3.13:** Positionsabhängige planare Störkräfte.

Der prinzipielle Störkraftverlauf nach Abbildung 3.15 bestätigt, dass die repulsive Führung innerhalb der planaren  $x$ - $y$ -Ebene instabil ist. Bei Bewegung des Läufers bzw. des Permanentmagneten in einer bestimmten Richtung wirkt sofort auch eine Störkraft in derselben Richtung, die bestrebt ist, den Magneten weiter aus dem Zentrum zu treiben. Zusätzlich kann festgestellt werden, dass die Störkräfte ebenfalls linear vom Strom  $I_F$  abhängig sind.

### 3.8 Kraftberechnung einer rotationsymmetrischen Magnetführung

Es wurde zusätzlich untersucht, ob eine andere Spulen- und Magnetgeometrie magnetische Führungskräfte in gleicher Größenordnung erzeugen kann. Dafür wurde im Vergleich zur quadratischen Führungsspule auch eine rotationssymmetrische Spule mit einem zylinderförmigen Permanentmagneten betrachtet (Abbildung 3.16).

Der große Vorteil einer rotationssymmetrischen Anordnung gegenüber der quadratischen Realisierung ist die sehr einfache, und damit relativ kostengünstige, Herstellung. Zur Berechnung der magnetischen Führungskraft wird aufgrund der Geometrie von einem zylindrischen Koordinatensystem ausgegangen, das nur eine Stromkomponente in posi-

Stromstärke  $I_F = 1 \text{ A}$  und Luftspalt  $z = 1 \text{ mm}$

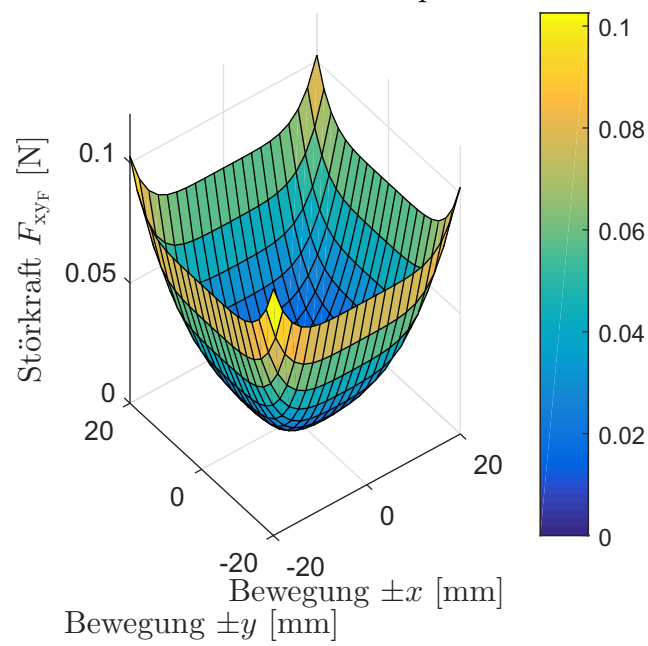


Abbildung 3.14: Positionsabhängige planare Gesamtstörkraft.

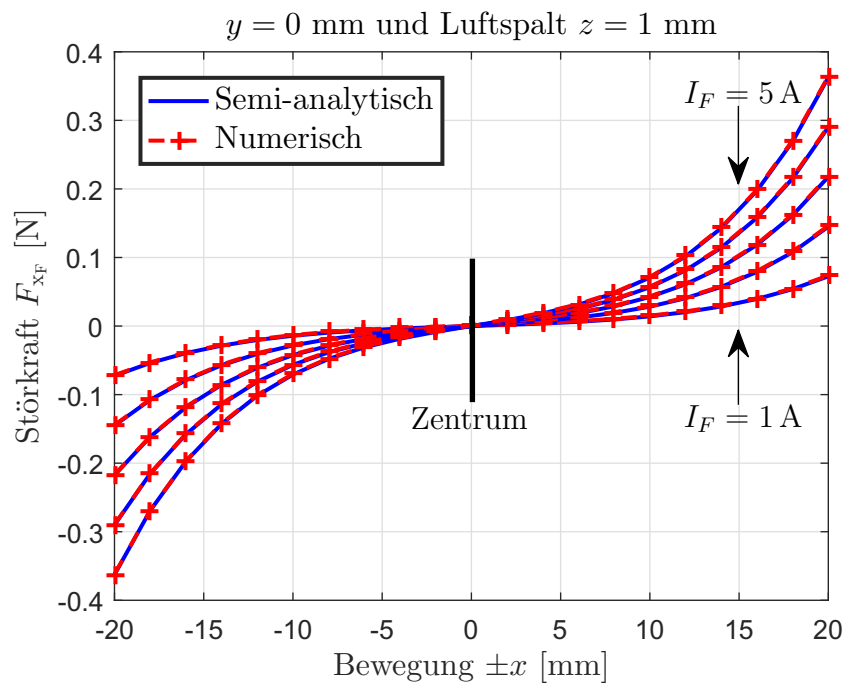
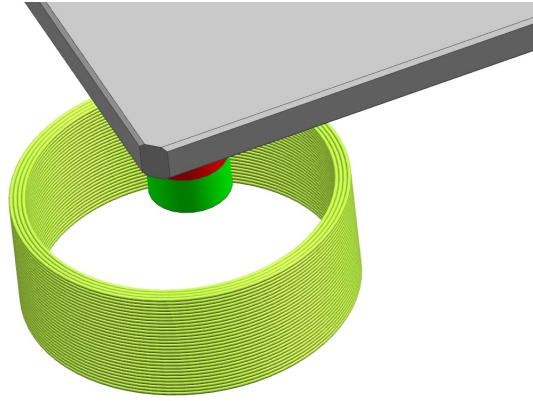


Abbildung 3.15: Positionsabhängige und stromabhängige Störkraft entlang der  $x$ -Koordinate.



**Abbildung 3.16:** Rotationssymmetrische Magnetführung.

tiver zirkularer Richtung  $\vec{e}_\varphi$  und (vereinfacht) nur eine kraftbildende Flusskomponente in negativer radialer Richtung  $\vec{e}_r$  besitzt. Aufgrund des Kreuzproduktes in Gleichung (3.2) existiert damit nur eine Kraftkomponente in Richtung der  $z$ -Achse.

Zur Berechnung des Magnetfeldes wird sowohl von Gleichung (3.23) als auch von einer homogenen Magnetisierung des Permanentmagneten ausgegangen. Da nur die radiale Komponente des Magnetfeldes zur Berechnung der magnetischen Führungskraft notwendig ist, kann die Gradientenbildung  $\vec{\nabla}_r$  vor dem Oberflächenintegral durch eine partielle Ableitung  $\vec{\nabla}_r = \frac{\partial}{\partial r}$  ersetzt werden:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot \iint_{A_Q} \frac{\pm M}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|} dA_Q. \quad (3.60)$$

Der Abstand  $|\vec{r} - \vec{r}_Q|$  beider Ortsvektoren im zylindrischen Koordinatensystem lässt sich, unter Berücksichtigung des Zusammenhangs zwischen Zylinderkoordinaten und kartesischen Koordinaten, mit

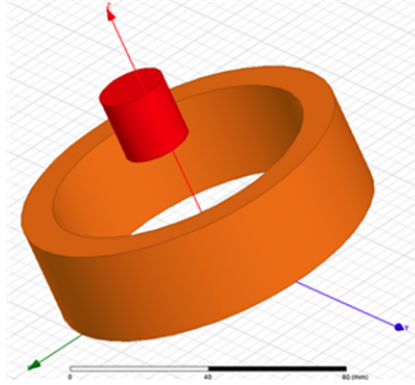
$$r_i = |\vec{r} - \vec{r}_Q| = \sqrt{(r_Q^2 + r_{sp}^2 + 2 \cdot r_{sp} \cdot r_Q \cdot \cos(\varphi_P - \varphi_Q)) + (z - z_Q)^2} \quad (3.61)$$

umschreiben. Ferner gilt für das Volumenelement der Spule

$$dV_{sp} = r_{sp} dr_{sp} d\varphi_{sp} dz \quad (3.62)$$

und für das Flächenelement des Permanentmagneten

$$dA_Q = r_Q dr_Q d\varphi_Q. \quad (3.63)$$



**Abbildung 3.17:** 3D-FEM-Modell der rotationsymmetrischen Magnetführung.

Werden die gewonnenen Beziehungen (3.60) - (3.63) in die Gleichung (3.2) eingesetzt, so kann die Berechnung der magnetische Führungskraft, analog wie im kartesischen Koordinatensystem, auf eine fünffache Integration zurückgeführt werden:

$$F_{zF} = \frac{\mu_0 \cdot M}{4 \cdot \pi} \cdot J_F \cdot \left( \sum_{i=1}^2 \int_0^h \int_0^{2\pi} \int_{b_i}^{b_a} \frac{\partial}{\partial r_{sp}} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_m} \frac{(-1)^{i+1} \cdot r_Q}{r_i} \right) dr_Q d\varphi_Q r_{sp} dr_{sp} d\varphi_{sp} dz. \quad (3.64)$$

Die Integrationsgrenzen und die Parameter in Gleichung (3.64) sind in Tabelle 3.3 aufgelistet. Zur Verifizierung der hergeleiteten Formel wird ebenfalls die Anordnung in Maxwell 3D berechnet. Abbildung 3.17 zeigt das erstellte 3D-FEM-Modell der Anordnung.

Die ermittelten Kraft-Strom-Kennlinien mit Gleichung (3.64) und mittels 3D-FEM sind für den Fall der Mittelstellung des Läufers in Abbildung 3.18 dargestellt.

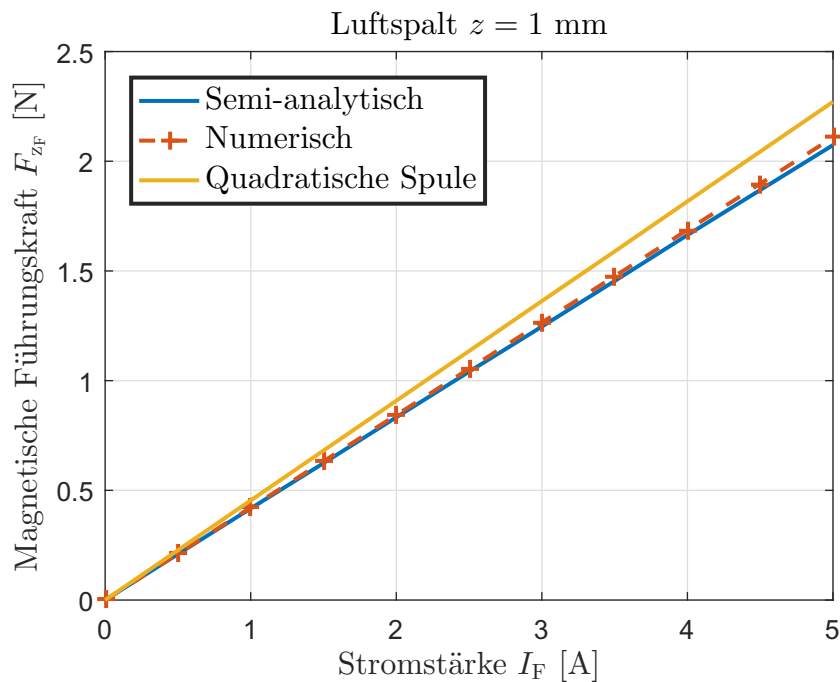
Hierbei kann ebenfalls eine sehr gute Übereinstimmung der berechneten Ergebnisse mit den FEM-Ergebnissen festgestellt werden. Zu Vergleichszwecken wurde die Kraft-Strom-Kennlinie der quadratischen Führungsspule in der Abbildung mit dargestellt. Hier zeigt sich, dass sich unter dem Gesichtspunkt der Herstellungskosten, der Einsatz einer rotationsymmetrischen Spule gegenüber einer quadratischen Spule durchaus rechtfertigen lassen kann, da die quadratische Spule eine um nur ca. 7% höhere magnetische Führungskraft generiert als die rotationsymmetrische Spule.

**Tabelle 3.3:** Parameter zur Berechnung der Gleichung (3.64).

Bedeutung	Symbol	Wert	Einheit
Remanenzflussdichte des Dauermagneten	$\mu_0 \cdot M$	1.44	T
Stromdichte	$J_F$	833	kA/m <sup>2</sup>
Höhe der (fiktiven) neg. Monopole	$z_1$	34	mm
Höhe der (fiktiven) pos. Monopole	$z_2$	54	mm
Höhe der Spule	$h$	30	mm
Radius des Magneten	$r_m$	10	mm
Innenradius der Spule	$b_i$	40	mm
Außenradius der Spule	$b_a$	50	mm

Jedoch muss beachtet werden, dass der Bewegungsbereich der rotationssymmetrischen Spule nicht mehr quadratisch, sondern kreisförmig ist. Zusätzlich ist ein quadratischer Bewegungsbereich in der Größenordnung, wie es mit Hilfe einer quadratischen Führungsspule realisiert werden kann, bei einer rotationssymmetrischen Anordnung nicht mehr möglich und kann nur mit einer Vergrößerung der Spule erreicht werden. Dies jedoch führt zu erhöhten Abmessungen des Aktors, verringerten Führungskräften und erhöhter Verlustleistung in der Spule. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit die Magnetführung mit einer quadratischen Führungsspule realisiert.

Eine weitere Diskussion zu rotationssymmetrischen Magnetführungen sowie die Herleitung der positionsabhängigen Kraftgleichungen findet sich im Artikel von *Lahdo u. a.* [121]. In diesem Artikel wurde gezeigt, dass die numerische Verifizierung der Kraftgleichungen mit 3D-FEM zu einem Fehler unter 1 % und die messtechnische Verifizierung zu einem maximalen Fehler von 6 % führt [121].



**Abbildung 3.18:** Kraft-Strom-Kennlinie der rotationssymmetrischen Magnetführung.

### 3.9 Zusammenfassung

Um ein magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieb mit einem von oben frei zugänglichen Läufer zu realisieren wurde, wurde in diesem Kapitel eine repulsive Magnetführung, bestehend aus einer quadratischen Luftspule im Stator und einem würfelförmigen Dauermagneten im Läufer, vorgeschlagen. Nachdem das Prinzip der Krafterzeugung erklärt wurde, erfolgte im Anschluss die Herleitung neuartiger Kraftgleichungen. Diese Kraftgleichungen waren Basis für die Optimierung der Geometrie zur Erzielung einer maximalen Führungskraft.

Die auf Basis der Kraftgleichungen berechneten Ergebnisse wurden mittels 3D-FEM-Berechnungen (maximaler Fehler 1 %) und den Messungen (maximaler Fehler 5 %) verifiziert und zeigten eine sehr gute Übereinstimmung. Die Hauptursache für den Fehler zwischen den Messungen und der Berechnungen ist auf die Berechnung des Magnetfelds zurückzuführen, da bei den Berechnungen von einer relativen magnetischen Permeabilität  $\mu_r = 1$  des NdFeB Magneten ausgegangen wird. In der Realität liegt der Wert der relativen magnetischen Permeabilität zwischen 1.05 und 1.1.



Anschließend wurde gezeigt, dass die Magnetführung nicht nur eine gewünschte Kraft in  $z$ -Richtung erzeugt, sondern auch unerwünschte Kraftkomponenten in der  $x$ - und  $y$ -Richtung besitzt. Die semi-analytische Berechnung dieser Kraftkomponenten und die Verifizierung mittels 3D-FEM-Berechnungen (maximaler Fehler 1 %) zeigten ebenfalls eine sehr gute Übereinstimmung.

Abschließend wurde im letzten Abschnitt eine rotationssymmetrische Magnetführung untersucht. Es wurden auch für diese Anordnung Kraftgleichungen hergeleitet und mittels 3D-FEM-Berechnungen verifiziert. Es zeigt sich ebenfalls ein maximaler Fehler von 1 %. Zudem zeigte sich, dass die quadratische Führungsspule eine um nur ca. 7 % höhere Führungskraft erzeugt als die rotationssymmetrische Luftspule.

Die hier vorgestellte Theorie zur Berechnung der Felder und Kräfte ist prinzipiell auch auf andere eisenlose Spulen- und Magnetgeometrien anwendbar.

# Kapitel 4

---

## Erweiterung der Magnetführung zu einem 2D-Aktor

---

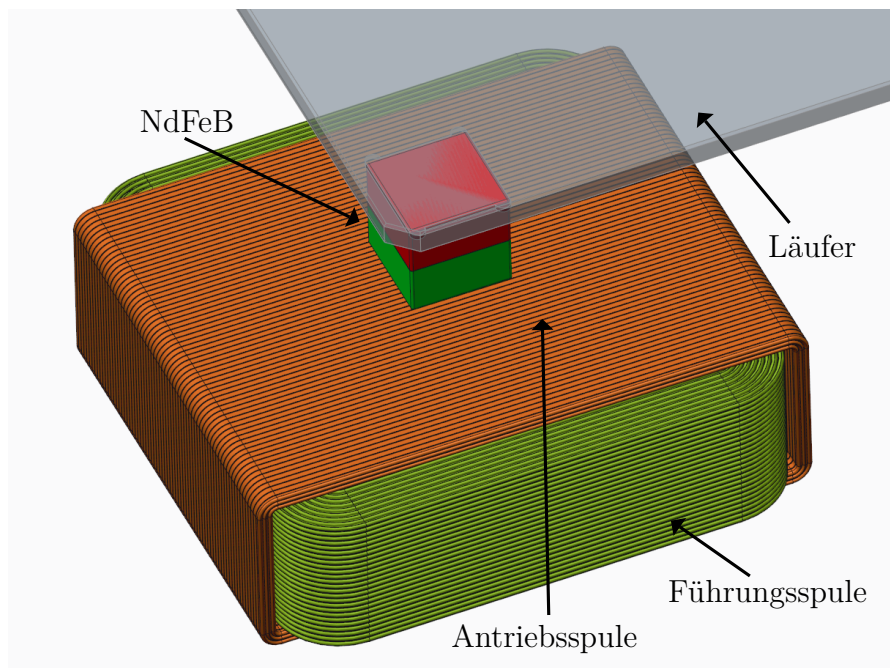
Wie im voranstehenden Kapitel gezeigt, erzeugt die hier vorgeschlagene repulsive Magnetführung nicht nur eine gewünschte Führungskraft, sondern auch unerwünschte Antriebskräfte. Daher verfolgt dieses Kapitel das Ziel, die Führungsspule um eine weitere Antriebsspule zu einem 2D-Aktor zu erweitern. Die Antriebsspule muss die unerwünschten Kraftkomponenten der Führungsspule kompensieren. Um die positionsabhängigen Antriebskräfte zwischen der Antriebsspule und dem Permanentmagneten zu ermitteln, werden Kraftgleichungen hergeleitet und numerisch mittels 3D-FEM-Berechnungen verifiziert. Anschließend wird die Superposition der Antriebs- und Führungskräfte untersucht, um die gesamte auf einem Permanentmagneten wirkende Kraft zu ermitteln, die bei gleichzeitiger Bestromung beider Spulen wirkt. Abschließend erfolgt eine Diskussion, inwieweit ein Halbach-Array für die hier vorgeschlagene Spulenkonfiguration geeignet ist.

### 4.1 2D-Aktor

Aufgrund der planaren Antriebskräfte, die durch den inhomogenen Feldlinienverlauf des Permanentmagneten mit der stromdurchflossenen Führungsspule erzeugt werden, und

daher als unerwünschte Störkräfte aufzufassen sind, weist die vorgeschlagene Magnetführung innerhalb der  $x$ - $y$ -Ebene ein *instabiles* Verhalten auf. Diese Instabilität ist aufgrund des *Earnshaw*-Theorems unvermeidbar [161]. Aus diesem Theorem lässt sich ableiten, dass, bei Abwesenheit von diamagnetischen und supraleitenden Materialien, ein stabiles Schweben in allen sechs Freiheitsgraden allein mit einem Permanentmagnet und einer gleichstromdurchflossenen Spule nicht möglich ist. Eine Beschreibung des Theorems in Bezug auf magnetische Felder findet sich in [143]. Weitere Stabilitätsuntersuchungen beim magnetischen Schweben sind in der Monografie von *Jung* [162] beschrieben.

Zur Stabilisierung der magnetischen Führung ist daher ein weiterer Aktor notwendig, der zum einen die instabile planare Antriebskraft kompensiert und zum anderen zusätzlich noch den Läufer gezielt in der  $x$ - $y$ -Ebene positionieren kann [163]. Eine kompakte Möglichkeit ist die Verwendung einer rechteckigen Antriebsspule, in der im Inneren zusätzlich die quadratische Führungsspule integriert ist. Abbildung 4.1 zeigt die vorgeschlagene Spulenkonfiguration zur gleichzeitigen Erzeugung einer Antriebs- und einer Führungskraft.



**Abbildung 4.1:** 2D-Aktor zur simultanen Erzeugung einer Antriebs- und Führungskraft.

Diese geschickte Anordnung beider Spulen zu einem 2D-Aktor hat den Vorteil, dass neben der Kompaktheit des Moduls nur ein Permanentmagnet notwendig ist, um die Antriebs- und Führungskraft zu generieren. Dies führt neben Kostenersparnissen hinsichtlich des Magnetmaterials auch zur Reduzierung der bewegenden Eigenmasse des Läufers, was sich wiederum günstig sowohl auf die Verlustleistung als auch die Dynamik des gesamten Systems auswirkt.

## 4.2 Berechnung der magnetischen Antriebskraft

Analog zu der Führungsspule werden in der Antriebsspule die Antriebskräfte entsprechend des elektrodynamischen Kraftprinzips (Lorentzkraft) erzeugt. Dies verdeutlicht Abbildung 4.2. Die  $z$ -Komponente des Magnetfeldes erzeugt mit der Stromkomponente der Antriebsspule in  $y$ -Richtung eine Antriebskraft in  $x$ -Richtung.

Ähnlich wie bei der Führungsspule wird zur Berechnung der Antriebskraft, vereinfachend die Antriebsspule in vier Spulenabschnitte zerlegt (Abbildung 4.3).

Im Gegensatz zur Führungsspule gibt es bei der Antriebsspule zwei wesentliche Unterschiede, die bei einer Auslegung entsprechend berücksichtigt werden müssen:

1. Während die Führungsspule die Gewichtskraft des Läufers einschließlich eines zu positionierenden Objekts kompensieren muss, gilt es bei der Antriebsspule nur die planaren Störkräfte von der Führungsspule zu kompensieren. Diese sind jedoch wesentlich kleiner als die Gewichtskraft, sodass die Antriebsspule keine hohen Kräfte wie die Führungsspule realisieren muss, um ein stabiles Bewegen in der horizontalen Ebene zu ermöglichen.
2. Anders als bei der Führungsspule erzeugen die verschiedenen Spulenabschnitte nicht die gewünschte Kraft in gleicher Richtung, sondern kompensieren sich zum Teil.

Gemäß Abbildung 4.3 erzeugt lediglich der vom Permanentmagneten überdeckte Spulenabschnitt  $F_{xA_2}$  eine Antriebskraft in gewünschter Richtung, wohingegen die Spulenabschnitte  $F_{xA_1}$ ,  $F_{xA_3}$  und  $F_{xA_4}$  eine Antriebskraft in entgegengesetzter Richtung erzeugen.

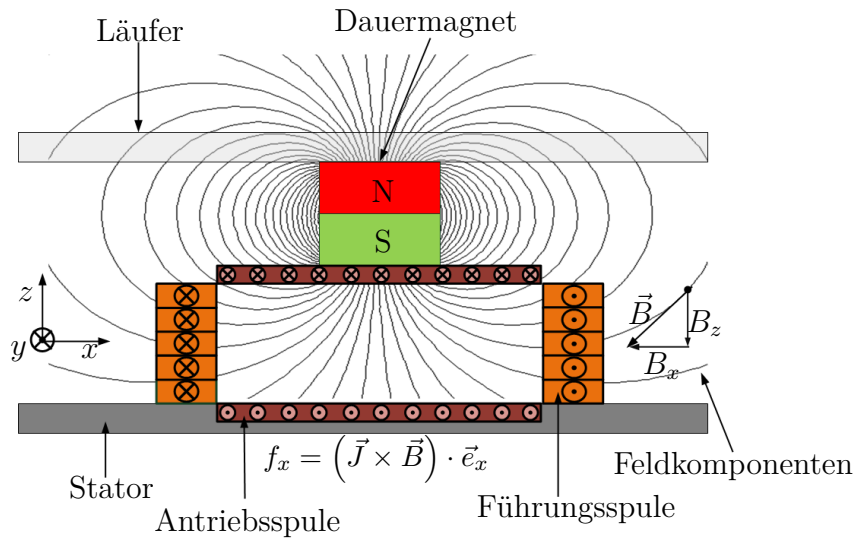


Abbildung 4.2: Kraftwirkungsprinzip bei der Antriebsspole.

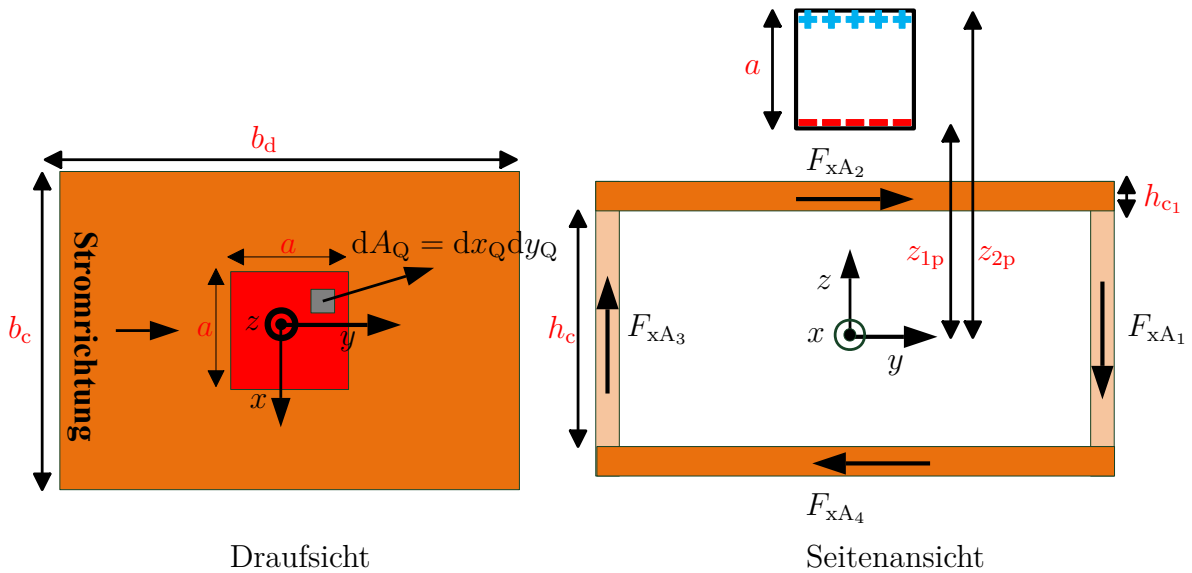


Abbildung 4.3: Drauf- und Seitenansicht der rechteckigen Antriebsspole zur Definition der Integrationsgrenzen für die Antriebskraftberechnung. Die Integrationsgrenzen sind durch eine rote Schrift markiert.

Für die resultierende Antriebskraft gilt:

$$F_{xA} = F_{xA2} - F_{xA4} - F_{xA13}, \tag{4.1}$$

wobei

$$F_{xA_{13}} = F_{xA_1} + F_{xA_3} \quad (4.2)$$

ist.

Entsprechend den Abbildungen 4.2 und 4.3 wird zur Berechnung der Antriebskraft in  $x$ -Richtung die Flussdichtekomponenten in  $y$ - und  $z$ -Richtung benötigt. Unter Berücksichtigung von Gleichung (3.28) wird Gleichung (3.26) mit den jeweiligen Einheitsvektoren multipliziert:

$$B_y = \vec{B} \cdot \vec{e}_y = \frac{\mu_0 \cdot M}{4 \cdot \pi} \cdot \oiint_{A_Q} \sum_{\beta=1}^2 \left[ \frac{-(-1)^\beta \cdot (y - y_Q)}{r_\beta} \right] dA_Q \quad (4.3)$$

und

$$B_z = \vec{B} \cdot \vec{e}_z = \frac{\mu_0 \cdot M}{4 \cdot \pi} \cdot \oiint_{A_Q} \sum_{\beta=1}^2 \left[ \frac{-(-1)^\beta \cdot (z - z_{\beta P})}{r_\beta} \right] dA_Q. \quad (4.4)$$

Berücksichtigt man ferner, dass die Stromdichte in der Antriebsspule in jedem Spulenabschnitt gleich ist, so gilt:

$$J_A = \frac{N_A \cdot I_A}{k_{Cu} \cdot b_c \cdot h_{c1}}, \quad (4.5)$$

wobei  $N_A$  die Anzahl der Windungen der Antriebsspule,  $I_A$  der Strom durch die Spule und das Produkt  $b_c \cdot h_{c1}$  die Wickelfensterfläche der Spule beschreibt. Die reale Ausnutzung des Wickelraums wird durch den Kupferfüllfaktor  $k_{Cu}$  erfasst.

Auf Basis der Gleichungen (4.3) - (4.5) werden die Formeln zur Berechnung der einzelnen Antriebskräfte hergeleitet. Da die Vorgehensweise analog zu der Herleitung der Führungskräfte ist, werden an dieser Stelle nur die Endformeln angegeben:

$$\begin{aligned}
F_{xA2} &= \frac{\mu_0 \cdot M}{4 \cdot \pi} \cdot J_A \\
&\cdot \int_{-a/2+y_p}^{a/2+y_p} \int_{-a/2+x_p}^{a/2+x_p} \int_{\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}+h_{c1}} \int_{-\frac{b_c}{2}}^{\frac{b_c}{2}} \int_{-\frac{b_d}{2}}^{\frac{b_d}{2}} \sum_{\beta=1}^2 \left[ \frac{-(-1)^\beta \cdot (z - z_{\beta p})}{r^\beta} \right] dy dx dz dx_Q dy_Q,
\end{aligned} \tag{4.6}$$

$$\begin{aligned}
F_{xA4} &= \frac{\mu_0 \cdot M}{4 \cdot \pi} \cdot J_A \\
&\cdot \int_{-a/2+y_p}^{a/2+y_p} \int_{-a/2+x_p}^{a/2+x_p} \int_{-(\frac{h_c}{2}+h_{c1})}^{-\frac{h_c}{2}} \int_{-\frac{b_c}{2}}^{\frac{b_c}{2}} \int_{-\frac{b_d}{2}}^{\frac{b_d}{2}} \sum_{\beta=1}^2 \left[ \frac{-(-1)^\beta \cdot (z - z_{\beta p})}{r^\beta} \right] dy dx dz dx_Q dy_Q,
\end{aligned} \tag{4.7}$$

$$\begin{aligned}
F_{xA13} &= \frac{\mu_0 \cdot M}{4 \cdot \pi} \cdot J_A \\
&\cdot \sum_{\alpha=0}^1 \sum_{\beta=1}^2 \int_{-a/2+y_p}^{a/2+y_p} \int_{-a/2+x_p}^{a/2+x_p} \int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}} \int_{(1-\alpha)(\frac{b_d}{2}-h_{c1})-\alpha\frac{b_d}{2}}^{(1-\alpha)\frac{b_d}{2}-\alpha(\frac{b_d}{2}-h_{c1})} \int_{-\frac{b_c}{2}}^{\frac{b_c}{2}} \left[ \frac{-(-1)^\beta \cdot (y - y_Q)}{r^\beta} \right] \\
&dx dy dz dx_Q dy_Q.
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Anhand dieser Formeln und der in Tabelle 4.1 angegebenen Parameter wurde das Kraftkennfeld der magnetischen Antriebskraft berechnet (Abbildung 4.4).

Genau wie bei der Magnetführung sind die hier erzeugten Kräfte im Zentrum minimal und nehmen mit zunehmendem Abstand vom Zentrum zu.

Da eine Messeinrichtung zur präzisen Messung dieser kleinen Kräfte nicht vorhanden ist, werden zur Verifizierung der hergeleiteten Gleichungen FEM-Berechnungen durchgeführt. Dazu wird der Antriebsaktor in einem 3D-FEM-Modell erstellt (Abbildung 4.5).

Die Berechnungen der Kraft-Weg-Kennlinie anhand der Formeln sowie mittels 3D-FEM sind in Abbildung 4.6 gegenübergestellt.

Der Zusammenhang zwischen dem eingprägten Strom in der Spule und der daraus re-

**Tabelle 4.1:** Parameter zur Berechnung der Antriebskraft nach Gleichung (4.1).

Bedeutung	Symbol	Wert	Einheit
Remanenzflussdichte des Dauermagneten	$\mu_0 \cdot M$	1.44	T
Stromdichte	$J_A$	833	kA/m <sup>2</sup>
Höhe der (fiktiven) neg. Monopole	$z_{1p}$	19	mm
Höhe der (fiktiven) pos. Monopole	$z_{2p}$	39	mm
Höhe der seitlichen Spulenabschnitte	$h_c$	30	mm
Höhe des Spulenabschnitts oben & unten	$h_{c1}$	3	mm
Breite der Spule	$b_c$	80	mm
Tiefe der Spule	$b_a$	110	mm
Kantenlänge des Würfels	$a$	20	mm

sultierenden Antriebskraft ist linear. Dies verdeutlicht Abbildung 4.7.

Abbildung 4.8 veranschaulicht den Einfluss des Luftspalts  $z$  bei einem konstant eingepprägten Strom auf die elektrodynamische Antriebskraft.

Grundsätzlich zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den semi-analytischen und numerischen Berechnungen. Der maximale Fehler kann mit unter 1 % beziffert werden. Weiterhin ist festzustellen, dass die Führungsspule und die Antriebsspule ähnliche Eigenschaften aufweisen. Sowohl die Antriebs- als auch Führungsspule zeigen ein lineares Verhalten zwischen den eingepprägten Strömen und den daraus resultierenden Antriebs- und Führungskräften. Während die Bewegung des Läufers entlang der  $z$ -Koordinate im Bereich von 10  $\mu\text{m}$  bis 1 mm keinen wesentlichen Einfluss auf die Antriebs- und Führungskräfte hat, ergeben sich bei einer Horizontalbewegung des Läufers erhöhte Antriebs- und Führungskräfte. Die hergeleiteten Gleichungen ermöglichen ebenfalls einen Einblick in die physikalischen Vorgänge des Antriebsaktors und können dem Verständnis dienen.



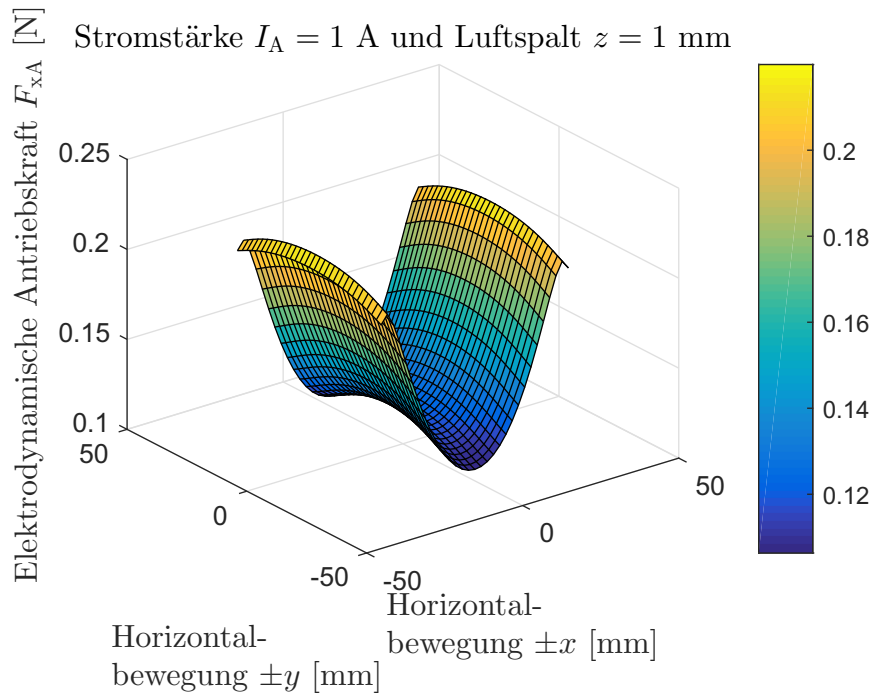


Abbildung 4.4: Positionsabhängige Antriebskraft.

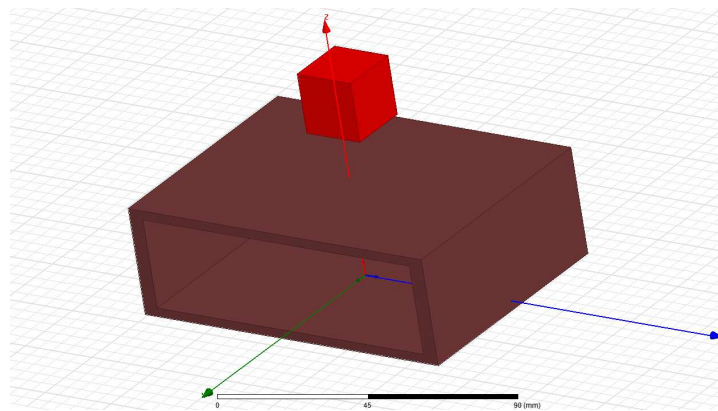
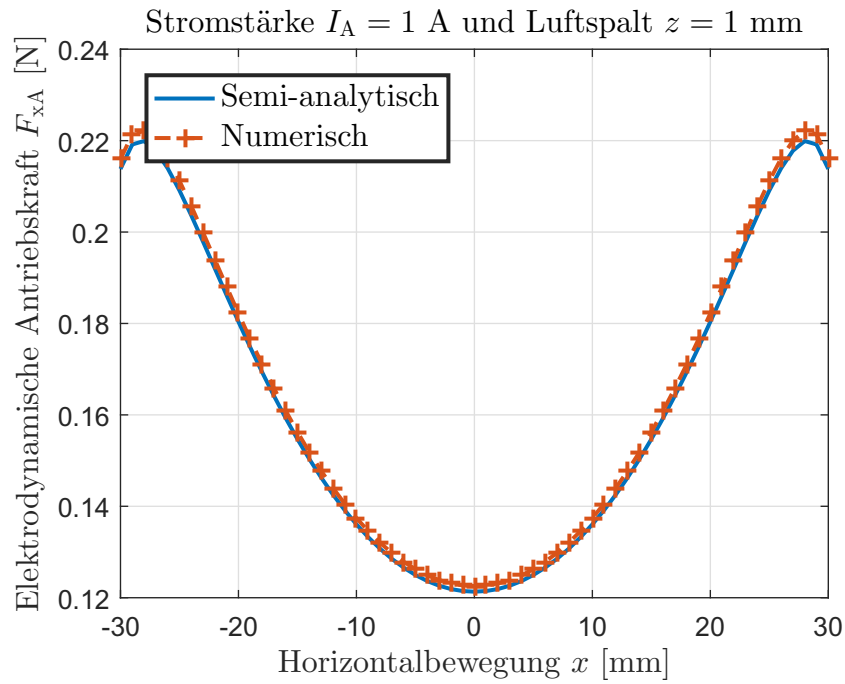
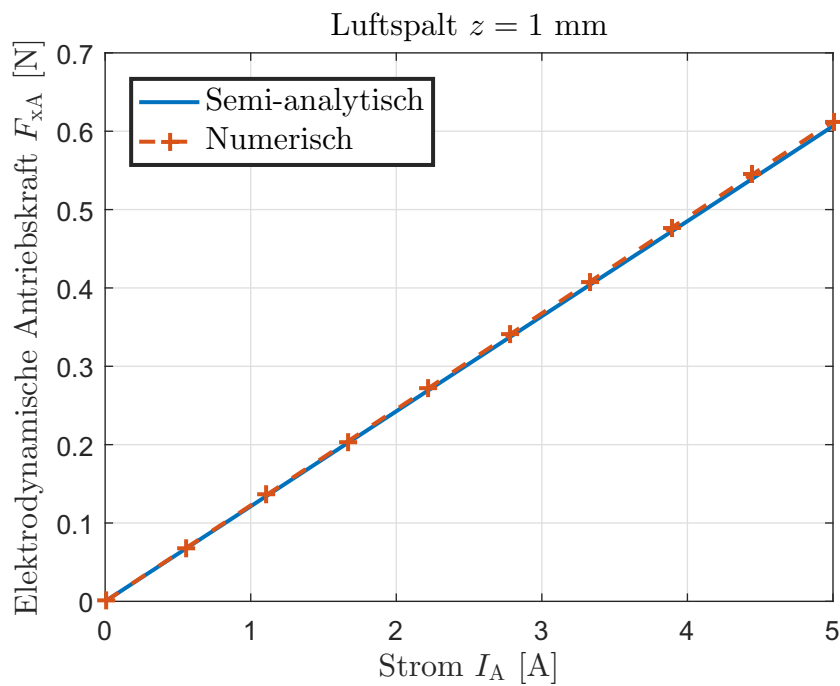


Abbildung 4.5: 3D-FEM-Modell der Antriebsspule.



**Abbildung 4.6:** Einfluss der Horizontalbewegung in  $x$ -Richtung auf die Antriebskraft  $F_{xA}$ .



**Abbildung 4.7:** Ermittelte Kraft-Strom-Kennlinien.

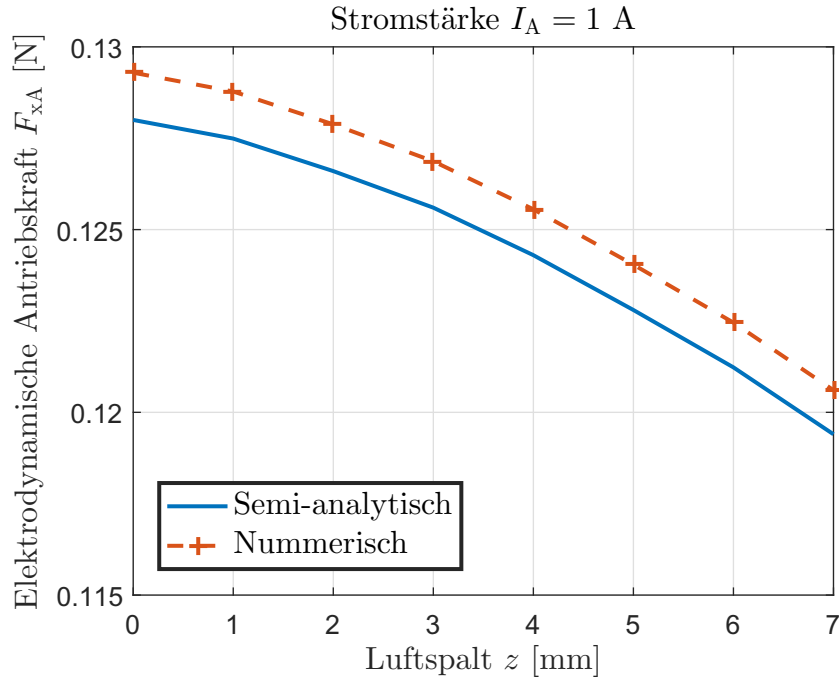


Abbildung 4.8: Einfluss der Höhenkoordinate  $z$  auf die Antriebskraft  $F_{xA}$ .

### 4.3 Berechnung der vertikalen Störkraft

Ähnlich wie die magnetische Führungsspule erzeugt die Antriebsspule nicht nur eine gewünschte Antriebskraft in der horizontalen Ebene, sondern auch eine weitere unerwünschte Kraftkomponente in der vertikalen Ebene.

Abbildung 4.2 liefert die Erklärung für die Generierung der vertikalen Störkraft. Aufgrund der Stromdichte in  $y$ -Richtung und der  $x$ -Komponente der magnetischen Flussdichte erzeugen die Spulenabschnitte  $F_{xA_2}$  und  $F_{xA_4}$  eine Kraft in  $z$ -Richtung. Die Berechnung dieser Kraftkomponente erfolgt analog wie in den vorherigen Kapiteln gezeigt. Daher wird an dieser Stelle nur die Endformel aufgeführt:

$$\begin{aligned}
 F_{zx} = & \frac{\mu_0 \cdot M}{4 \cdot \pi} \cdot J_A \\
 & \cdot \sum_{\alpha=0}^1 \sum_{\beta=1}^2 \int_{-a/2+y_p}^{a/2+y_p} \int_{-a/2+x_p}^{a/2+x_p} \int_{(1-\alpha)\frac{h_c}{2}-\alpha(\frac{h_c}{2}+h_{c1})}^{(1-\alpha)(\frac{h_c}{2}+h_{c1})-\alpha\frac{h_c}{2}} \int_{-\frac{b_c}{2}}^{\frac{b_c}{2}} \int_{-\frac{b_d}{2}}^{\frac{b_d}{2}} \left[ \frac{-(-1)^\beta \cdot (x - x_Q)}{r_\beta} \right] \\
 & \cdot dy \, dx \, dz \, dx_Q \, dy_Q.
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

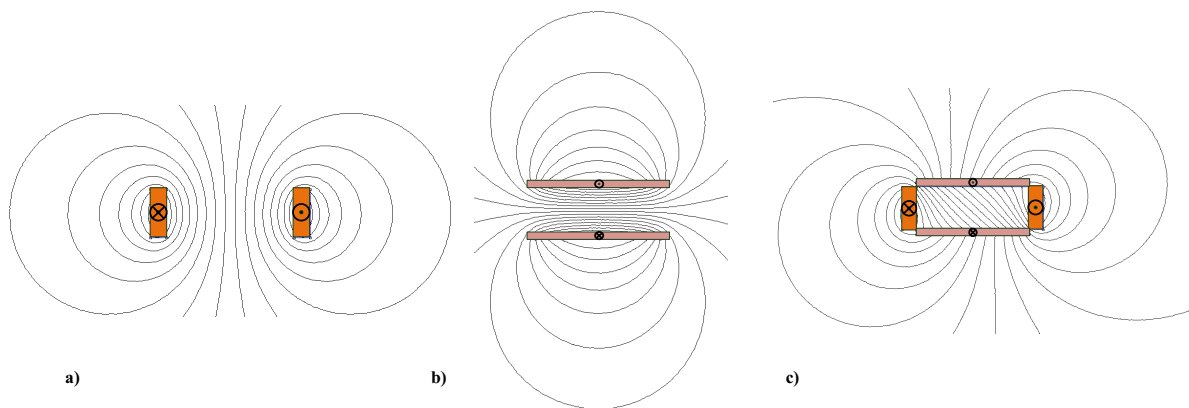
Die Verifizierung dieser Gleichung erfolgte bereits in [164]. Dort wurde die semi-analytisch ermittelte Kraft-Weg-Kennlinie den Ergebnissen der FEM-Berechnungen gegenübergestellt. Dabei konnte die maximale Abweichung zwischen den ermittelten Kennlinien ebenfalls mit 1 % beziffert werden.

## 4.4 Superposition der Antriebs- und Führungskräfte

In den bisher vorgestellten Untersuchungen wurden die auf den Magneten wirkenden Kräfte der Antriebs- und Führungsspule jeweils einzeln betrachtet. Im realen Betrieb sind jedoch beide Spulen gleichzeitig stromdurchflossen, sodass es zu einer elektromagnetischen Wechselwirkung kommt und damit einhergehend zu einer Feldveränderung.

Abbildung 4.9 zeigt die prinzipiellen 2D-Feldverläufe der Antriebs- und Führungsspule sowie die elektromagnetische Kopplung bei simultaner Bestromung beider Spulen.

In diesem Zusammenhang wird im Folgenden die gesamte auf den Magneten wirkende Kraft in  $z$ -Richtung, bei gleichzeitiger Bestromung der Antriebs- und Führungsspule, ermittelt. Dazu werden die Teilkräfte in  $z$ -Richtung einzeln gemessen und anschließend addiert. Anschließend erfolgt die Messung der gesamten auf den Magneten in  $z$ -Richtung wirkenden Kraft, d. h. bei gleichzeitiger Bestromung beider Spulen. Das für diese Untersuchung notwendige 3D-FEM-Modell und Funktionsmuster für die Berechnungen bzw.



**Abbildung 4.9:** Feldverlauf der Führungsspule (a), der Antriebsspule (b) sowie der resultierende Feldverlauf beider Spulen (c).

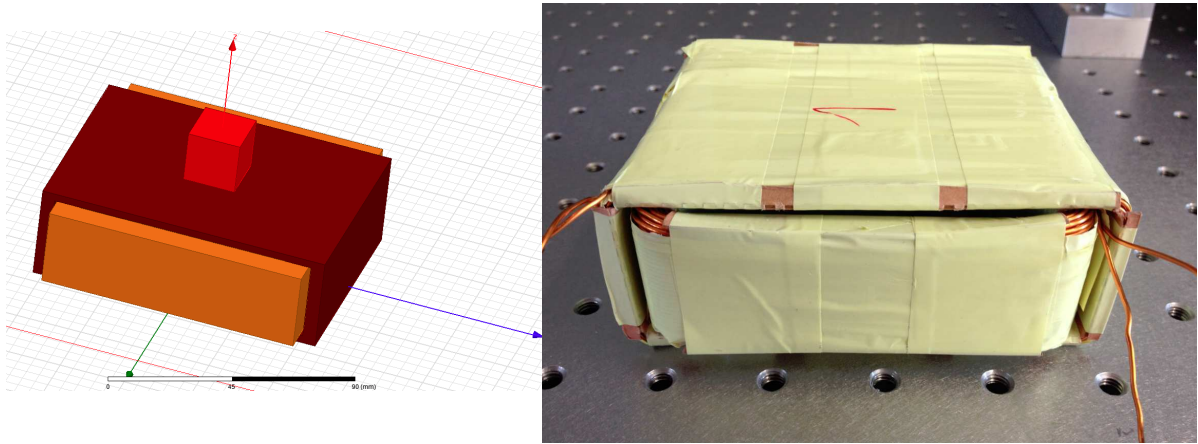


Abbildung 4.10: 3D-FEM-Modell (links) und Funktionsmuster (rechts) des 2D-Aktors.

Messungen der Kraftkomponenten zeigt Abbildung 4.10.

Die Auswirkungen auf den Kraft-Weg-Verlauf bei eindimensionaler Bewegung des Läufers und simultaner Bestromung beider Spulen ist in Abbildung 4.11 zu sehen.

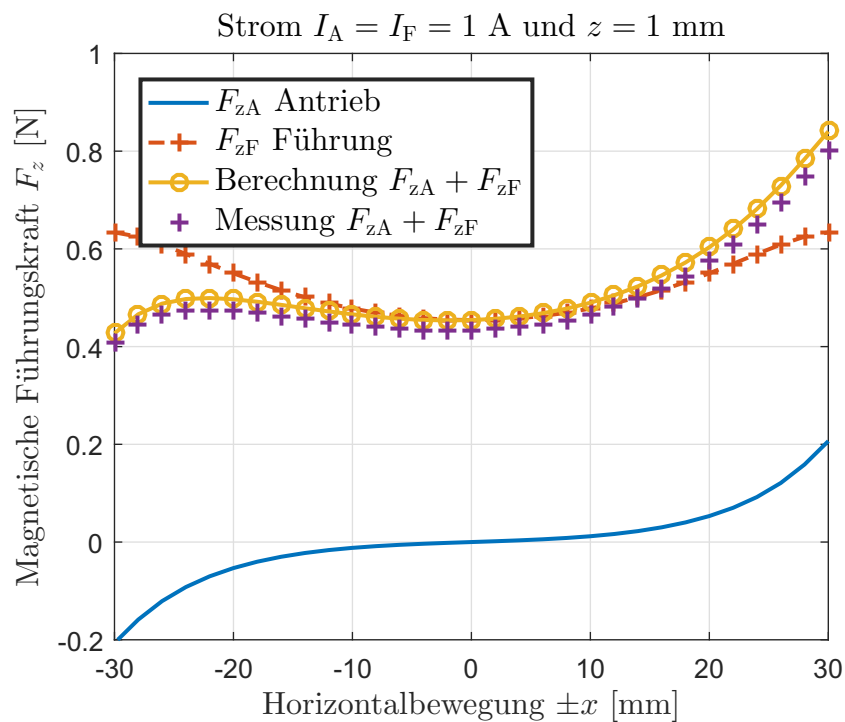


Abbildung 4.11: Superposition der Antriebs- und Führungskräfte.

Hierbei wird deutlich, dass die vom Antriebsaktor unerwünscht auftretende Komponente in  $z$ -Richtung nur an den Rändern der Führungsspule einen nennenswerten Einfluss auf die magnetische Führungskraft hat. Im Bereich  $x \in [-25 \text{ mm} \dots +25 \text{ mm}]$  ist die Verkopplung zwischen den Spulen jedoch sehr gering. Sind alle störenden Kraftanteile im 2D-Aktor für alle Positionen identifiziert, kann dies bei einer späteren Regelung des Positionierantriebs als eine Störgröße im Regelkreis berücksichtigt werden. Alternativ kann durch regelungstechnische Maßnahmen, z. B. mittels einer Vorsteuerung, die Verkopplung zwischen Antriebs- und Führungsspule vermindert bzw. eliminiert werden [41, 104, 105]. Weiterhin kann festgestellt werden, dass das Überlagerungsprinzip für den 2D-Aktor konsequent anwendbar ist, d. h. die Kräfte der einzelnen Aktoren können zu einer Gesamtkraft summiert werden.

## 4.5 Halbach-Array für den 2D-Aktor

Prinzipiell kann statt ein einzelner Permanentmagnet auch ein Halbach-Array im Läufer integriert werden, um mit der vorgeschlagenen Spulenkonfiguration die Antriebs- und Führungskraft zu erzeugen. Im Artikel von *Lahdo u. a.* [164] wird jedoch anhand analytischer und numerischer Berechnungen nachgewiesen, dass ein Halbach-Array bei gleicher Masse und Abmessung wie die eines einzelnen Permanentmagneten nur sehr geringe Führungskräfte erzeugen kann. Ein einzelner Permanentmagnet erzeugt hingegen eine um den Faktor 4.6 höhere Führungskraft. Eine anschauliche Erklärung für die Erzeugung dieser geringen Führungskraft liefert das 2D-Feldlinienbild eines Halbach-Arrays im Kapitel Stand der Technik (Abbildung 1.2). Hierbei ist ersichtlich, dass nahezu der gesamte magnetische Fluss sich unmittelbar unter dem Halbach-Array konzentriert. Da aufgrund dieser Feldverteilung jedoch kaum Feldlinien die seitlich angeordneten stromdurchflossenen Leiter der magnetischen Führungsspule durchdringen, kann keine ausreichende magnetische Führungskraft für die hier vorgeschlagene Spulenanordnung erzeugt werden.

Diese Feststellung kann generell auf alle Konzepte mit Halbach-Anordnungen übertragen werden, bei der der Bewegungsbereich des Läufers im *Inneren* einer Spule definiert ist.

## 4.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wird die repulsive Magnetführung um eine weitere Antriebsspule zu einem 2D-Aktor erweitert, um die unerwünschten planaren Störkräfte der Führungsspule zu kompensieren. Für eine kompakte Bauweise wird die Führungsspule in die Antriebsspule integriert. Mit dem 2D-Aktor können simultan zwei orthogonale Kräfte, die auf dem Permanentmagneten wirken, erzeugt werden.

Die hergeleiteten positionsabhängigen Kraftgleichungen für die Berechnung der Kraftkomponenten der Antriebsspule wurden mittels 3D-FEM-Berechnungen verifiziert. Es wurde gezeigt, dass der maximale Fehler 1 % ist.

Zudem zeigt sich, dass bei einer gleichzeitigen Bestromung der Antriebs- und Führungsspule die Verkopplung zwischen den beiden Spulen gering ist. Am Beispiel der gesamten auf dem Permanentmagneten wirkenden Kraft in  $z$ -Richtung wurde gezeigt, dass die Kraftkomponente in  $z$ -Richtung der Antriebsspule innerhalb des Fahrbereichs keinen nennenswerten Einfluss auf die magnetische Führungskraft hat.

Abschließend wurde dargestellt, dass Halbach-Anordnungen für den hier vorgeschlagenen 2D-Aktor nicht geeignet sind, da der magnetische Fluss sich unmittelbar unter dem Halbach-Array fokussiert. Im Gegensatz zu einem einzelnen Permanentmagneten durchdringen die Feldlinien des Halbach-Arrays die seitlich angeordneten stromdurchflossenen Leiter der Führungsspule kaum, sodass keine ausreichende Kraft für den hier vorgestellten 2D-Aktor erzeugt werden kann.

# Kapitel 5

---

## Realisierung eines magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs

---

In Abhängigkeit der technischen Anforderungen können auf Basis des in Kapitel 4 vorgestellten 2D-Aktors verschiedene Lösungsvarianten für Mehrkoordinatenantriebe auch bei höchsten Anforderungen an die Präzision entwickelt werden. Um einen magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieb mit einem Bewegungsfreiheitsgrad  $F = 6$  zu realisieren, werden in diesem Kapitel zwei mögliche konstruktive Anordnungen des 2D-Aktors erarbeitet. Danach soll ein allgemeiner Überblick über die zum Einsatz kommenden Messsysteme zu magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben gegeben und eine Anordnung des Messsystems für den in dieser Arbeit realisierten magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieb vorgestellt werden. Der letzte Abschnitt dient dazu, den Aufbau einer Leistungsendstufe zu beschreiben.

### 5.1 Anordnung des 2D-Aktors

Magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe sind integrierte Positioniersysteme, die eine präzise räumliche Bewegung des Läufers mit einem Bewegungsfreiheitsgrad  $F = 6$  ermöglichen. Die Mindestanzahl an Aktoren in diesen Positioniersystemen wird durch die Anzahl der Bewegungsfreiheiten bestimmt. Somit sind in magnetisch geführten Mehrko-



ordinatenantrieben mindestens sechs Aktoren zur räumlichen Positionierung eines Läufers notwendig. Die drei Freiheitsgrade  $(z, \varphi_x, \varphi_y)$ , d. h. die Translationsbewegung entlang der  $z$ -Achse sowie die Rotationsbewegung um die  $x$ - und  $y$ -Achse, werden mit Hilfe der aktiven Magnetführung gesperrt. Die restlichen drei Freiheitsgrade  $(x, y, \varphi_z)$ , d. h. die Translationsbewegung entlang der  $x$ - und  $y$ -Achse sowie die Drehung um die  $z$ -Achse, werden mit den linearen Antriebsaktoren aktiv beeinflusst.

Durch die Besonderheit, dass die aktive Magnetführung nicht nur die drei Freiheitsgrade  $(z, \varphi_x, \varphi_y)$  sperren kann, sondern auch mit einer entsprechenden Regelung in genau diesen Freiheitsgraden eine Bewegung realisieren kann, ist eine räumliche Positionierung des Läufers in sechs Freiheitsgraden möglich.

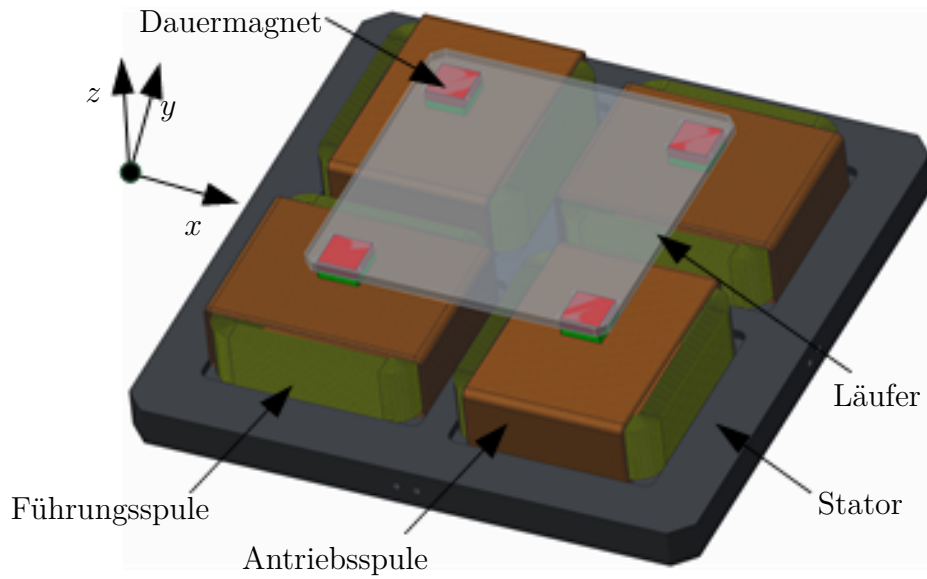
Grundsätzlich muss bei jeder Aufbauvariante berücksichtigt werden, dass die magnetische Führung keine Verdreh Sperre um die  $z$ -Achse erzeugen kann, da die repulsiven Führungskräfte normal zur horizontalen Ebene wirken. Daher dürfen sich bei allen möglichen Konstruktionen die Kraftwirkungslinien der Antriebsaktoren nicht alle in einem einzigen Punkt schneiden, da sonst kein Drehmoment um die  $z$ -Achse generiert werden kann. Entsprechend gilt auch, dass die Kraftwirkungslinien aller Führungsaktoren sich nicht in einem einzigen Punkt schneiden dürfen, da sonst kein Drehmoment um die  $x$ - und  $y$ -Achse erzeugt werden kann.

### 5.1.1 Quadratische Anordnung des 2D-Aktors

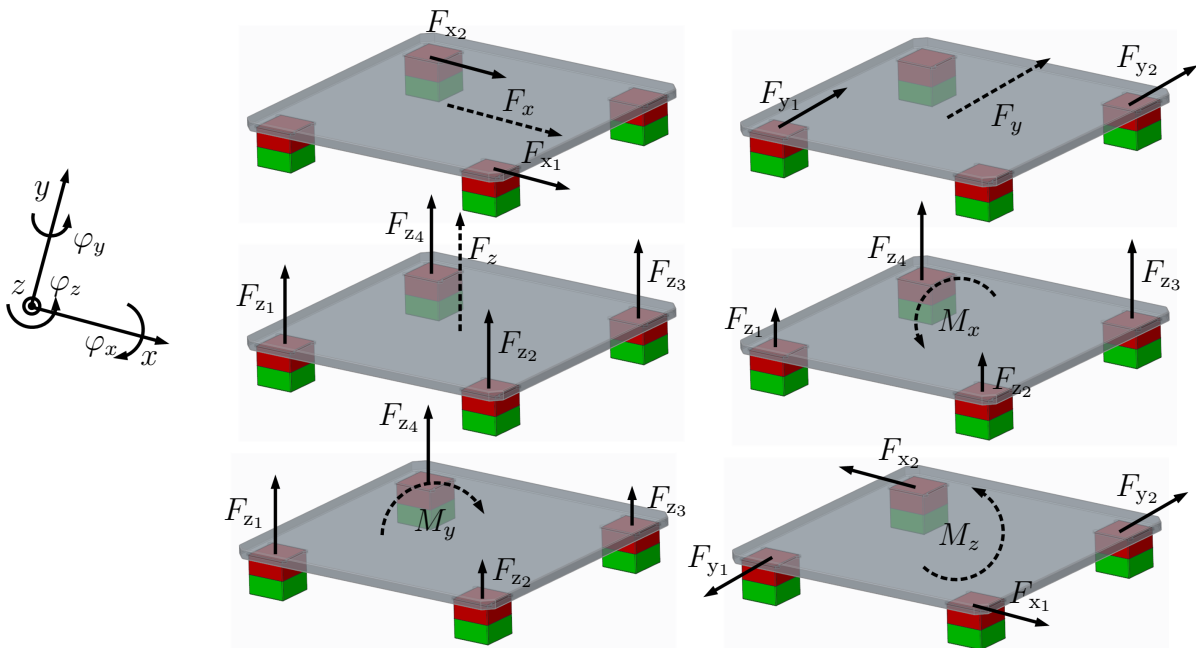
Durch eine quadratische Anordnung von vier 2D-Aktoren in einer rechteckigen Form lässt sich ein magnetisch geführter Mehrkoordinatenantrieb realisieren. Abbildung 5.1 gibt einen konstruktiven Überblick über den Aufbau des Systems. Der Stator besteht aus insgesamt acht Luftspulen zur Erzeugung der Antriebs- und Führungskräfte. Für die Bewegung des Läufers in der  $x$ - und  $y$ -Ebene sind jeweils zwei Antriebsspulen zuständig, die um  $90^\circ$  zueinander versetzt angeordnet sind. Zum Abstoßen des Läufers vom Stator in  $z$ -Richtung dienen alle vier Führungsspulen.

Der Mehrkoordinatenantrieb kann den Läufer in sechs Freiheitsgraden bewegen, wobei im Wesentlichen die drei Bewegungsfreiheiten  $(x, y, \varphi_z)$  durch die Antriebsspulen beeinflusst werden, die übrigen drei Bewegungsfreiheiten  $(z, \varphi_x, \varphi_y)$  durch die Führungsspulen.

Abbildung 5.2 veranschaulicht die Bewegung des Läufers in den sechs Freiheitsgraden.



**Abbildung 5.1:** Magnetisch geführter Mehrkoordinatenantrieb bestehend aus vier 2D-Aktoren.



**Abbildung 5.2:** Bewegung des Läufers in sechs Freiheitsgraden.

Ist beispielsweise eine Bewegung nur in Richtung der  $x$ -Achse notwendig, so werden die elektrodynamischen Antriebskräfte  $F_{x_1}$  und  $F_{x_2}$  generiert. Eine positive Drehung um die  $x$ -Achse erfordert die Erzeugung aller Führungskräfte, wobei jedoch die Kräfte  $F_{z_1}$  und  $F_{z_2}$  betragsmäßig kleiner sein müssen als  $F_{z_3}$  und  $F_{z_4}$ . Durch eine geeignete Ansteuerung der Spulen nach Abbildung 5.2 können somit alle Bewegungsfreiheiten des Läufers realisiert werden.

Die in dieser Arbeit vorgeschlagene neuartige Anordnung der eisenlosen Spulen zu einem 2D-Aktor erlaubt die Superposition der Antriebs- und Führungskräfte. Dies ermöglicht eine Vereinfachung und Implementierung der Regelalgorithmen, da theoretisch keine Verkoppelungen zwischen den Antriebs- und Führungskräften existiert. Da sowohl der Läufer als auch der Stator des Mehrkoordinatenantriebs eisenlos ausgeführt sind, existieren keine Anziehungskräfte zwischen dem Stator und dem Läufer, noch entstehen Wirbelströme, die sich negativ auf die Dynamik des Systems auswirken. Im Gegensatz zu Elektromagneten sind mit diesen eisenlosen Führungsspulen, bedingt durch die kleinen Induktivitäten, kurze Stromanstiegszeiten und damit hochdynamische Regelungen möglich. Hystereseeffekte im Kraft- und Stromverlauf, die zu einer erhöhten Regelungskomplexität führen, treten in diesem System ebenfalls nicht auf.

Ein weiterer wesentlicher Vorteil gegenüber den aus der Literatur bekannten Lösungen ist, dass lediglich vier Permanentmagnete im Läufer benötigt werden. Dies ermöglicht eine einfache und kostengünstige Realisierung des Läufers – im Gegensatz zu Halbach-Arrays ist ein relativ teurer und mechanisch komplexer Aufbau nicht notwendig. Durch den Verzicht von ferromagnetischen Materialien und Halbach-Arrays im Läufer ist somit eine leichte und steife Konstruktion möglich, die höchsten dynamischen Ansprüchen genügt.

Gegenüber den Varianten mit Elektromagneten und Halbach-Arrays zeichnet sich dieses Konzept durch eine vereinfachte kompakte Konstruktion, einem von oben frei zugänglichen passiven Läufer in Kombination mit entkoppelten Antriebs- und Führungskräften aus. Im Vergleich zu anderen Konzepten mit einzelnen Dauermagneten kann es große Bewegungsbereiche – bei einer minimalen Anzahl an Dauermagneten – realisieren.

### 5.1.2 Dreieckige Anordnung des 2D-Aktors

Eine kostengünstigere Anordnung, mit der ein Läufer in sechs Bewegungsfreiheitsgraden räumlich positioniert werden kann, besteht aus drei 2D-Aktoren, die in einer Ebene im Dreieck angeordnet sind [36, 165]. Dieses Konzept benötigt für die Bewegung eines Läufers in sechs Freiheitsgraden die minimale Anzahl von Hardwarekomponenten und lediglich drei 2D-Aktoren und drei Permanentmagnete. Zudem ist eine einfachere und kompaktere Konstruktion des Antriebs mit einer geringeren Läufermasse möglich. Grundsätzlicher Nachteil aller dreieckförmigen Anordnungen ist die aufgrund der verkoppelten Antriebskräfte nichtlineare Kraftgenerierung in der  $x$ - $y$ -Ebene, die komplexere Regelungsalgorithmen und eine leistungsfähige Reglerhardware erfordert. Zudem eliminieren sich die Antriebskräfte in der  $x$ - $y$ -Ebene teilweise gegeneinander, sodass die resultierenden Antriebskräfte insgesamt geringer sind [36].

Abhängig von den technischen Anforderungen und der Applikation kann nach Bedarf die dreieckige- oder die quadratische Anordnung realisiert werden. Aufgrund der erhöhten Komplexität des mathematischen Modells und des entsprechend höheren Rechenaufwands für die notwendige Positionsregelung sowie der geringeren Antriebskräfte bei der dreieckigen Anordnung wird in dieser Arbeit das Konzept mit der quadratischen (symmetrischen) Anordnung realisiert.

## 5.2 Messsysteme in magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben

Maßgebend für die Präzision eines magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs ist die Qualität der Regelung. Die Regelung kann jedoch nicht genauer sein, als die ihr zur Verfügung gestellten Messdaten. Rauscharme und präzise Sensoren stellen somit eine wesentliche Voraussetzung für den Entwurf von hochpräzisen magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben dar – sind gleichzeitig aber ein wesentlicher Kostentreiber in diesen Systemen. Für magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe mit passivem Läufer und dem Bewegungsfreiheitsgrad  $F = 6$  ist ein berührungsloses Messsystem notwendig, um die räumliche Position des Läufers zu ermitteln.

### 5.2.1 Auswahl der Messsysteme in magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben

Bei Forschungsarbeiten an magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben, die Positioniergenauigkeiten bis in den Nanometerbereich nachweisen sollen, müssen kapazitive Sensoren, Laserinterferometer oder eine Kombination aus beiden verwendet werden [38]. Diese Sensoren erreichen derzeit die höchsten Auflösungen bis in den Pikometerbereich. Da magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe aus Effizienzgründen häufig mit einem maximalen Bewegungsbereich von 1 mm in vertikaler Richtung betrieben werden, kommen zur Erfassung der drei Freiheitsgrade ( $z, \varphi_x, \varphi_y$ ) kapazitive Sensoren zum Einsatz, weil diese höchste Auflösungen nur bei einem kleinen Messbereich garantieren. Für die hochpräzise Erfassung der Freiheitsgrade ( $x, y, \varphi_z$ ) werden in der Regel Laserinterferometer verwendet, da sie neben hervorragender Auflösung bei einem sehr großen Messbereich auch vakuumtauglich sind. Allerdings sind diese Sensoren aufgrund einer möglichen Ablenkung des Messstrahls sehr empfindlich auf Verdrehungen, sodass häufig der Verdrehwinkel  $\varphi_z \ll 1$  rad ist. Aufbauvarianten, die solche hochpräzisen Messsysteme implementiert haben, um magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe mit Positioniergenauigkeiten im Nanometerbereich zu entwickeln, sind u. a. in [34, 38, 91, 106] beschrieben.

Andere berührungslose Messsysteme auf Basis des Hall-Effekts, Wirbelstromprinzips, optischer Triangulation oder hochauflösender Kameras werden ebenfalls in magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben eingesetzt. Gegenüber Laserinterferometern und kapazitiven Sensoren sind diese wesentlich kostengünstiger, erlauben jedoch meistens nur Auflösungen im Mikrometerbereich.

Bei Forschungsarbeiten, die das Ziel verfolgen, die Funktionalität neuartiger Aufbauvarianten nachzuweisen, stellen diese Messsysteme die erste Wahl dar. Magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe auf Basis dieser kostengünstigen Messprinzipien sind in [68, 69, 95, 107, 109, 166] erläutert.

Für eine genaue Beschreibung der verschiedenen Messprinzipien sei auf die einschlägige Literatur verwiesen. Einen guten Überblick zur Auswahl der verschiedenen Messsysteme für einen Mehrkoordinatenantrieb liefert *Kovalev* [36]. Ein noch tieferer Einblick zur Funktionsweise und Auswahl von Messsystemen, die sich für die Anwendung in Präzisionsantrieben eignen, findet sich in der Monografie von *Fleming und Leang* [167] sowie

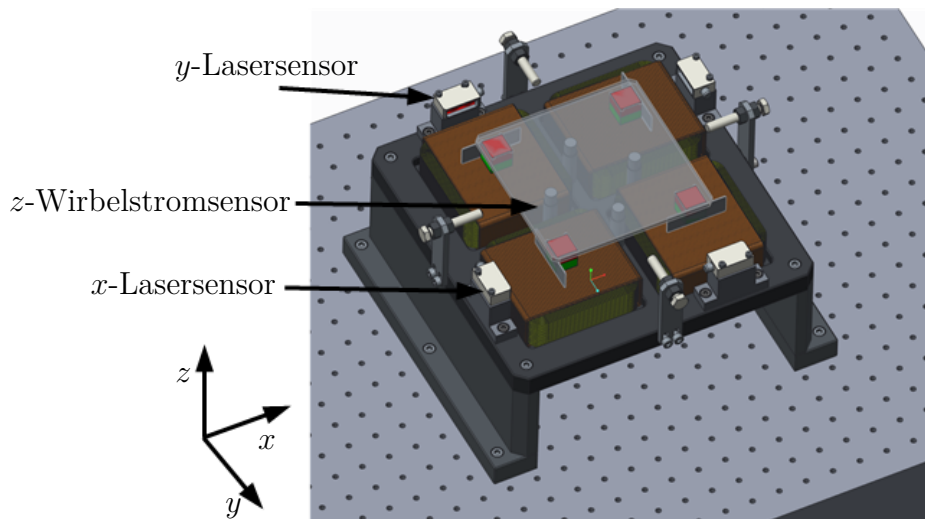
in den Fachartikeln von *Smith u. a.* [168] und *Fleming* [13].

### 5.2.2 Anordnung des Messsystems zur Erfassung der sechs Freiheitsgrade

Grundsätzlich ist die Mindestanzahl der Sensoren durch die zu erfassenden Freiheitsgrade festgelegt. Da der Läufer eines magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs sich insgesamt in sechs Koordinaten bewegen kann, sind mindestens sechs Sensoren notwendig. Wird eine redundante Messung angestrebt, d. h. werden mehr Sensoren als notwendig eingesetzt, so können die zusätzlichen Sensoren zur Mittelwertbildung für die jeweiligen Messungen genutzt werden. Diese Redundanz der Sensorik verbessert die Auflösung und verringert das Messrauschen.

Für den in dieser Arbeit vorgestellte Mehrkoordinatenantrieb ist es wichtig, dass die eingesetzten Sensoren statorseitig angebracht werden. Eine läuferseitige Anordnung der Sensoren würde elektrische Zuleitungen zum Läufer benötigen, die sich negativ auf die Bewegungsfreiheit des Läufers auswirken können.

Abbildung 5.3 zeigt die konstruktive Anordnung der Sensoren, die eine Erfassung aller Freiheitsgrade garantiert.



**Abbildung 5.3:** Anordnung der Sensoren im Mehrkoordinatenantrieb.

Für die Erfassung des Luftspaltes entlang der  $z$ -Koordinate werden vier baugleiche Wirbelstromsensoren des Typs eddyNCDT-3001 des Herstellers Micro-Epsilon verwendet. Der Messbereich dieser Sensoren liegt zwischen 0.4 – 4 mm bei einer Auflösung von 4  $\mu\text{m}$ . Wie später noch gezeigt wird, können aus den Positionsdaten dieser vier Sensoren die drei Bewegungsfreiheitsgrade  $(z, \varphi_x, \varphi_y)$  mit Hilfe einer Transformationsmatrix berechnet werden.

Für die Messung der  $x$ - und  $y$ -Koordinaten kommen vier baugleiche optische Abstandssensoren nach dem Triangulationsprinzip zum Einsatz. Das Modell FT-25-RA des Herstellers SensoPart erlaubt einen Messbereich von 20 – 80 mm bei einer Auflösung von 120  $\mu\text{m}$ . Jeweils zwei Sensoren messen die  $x$ - und  $y$ -Koordinate. Aus diesen Messungen können die restlichen Freiheitsgrade  $(x, y, \varphi_z)$  ermittelt werden.

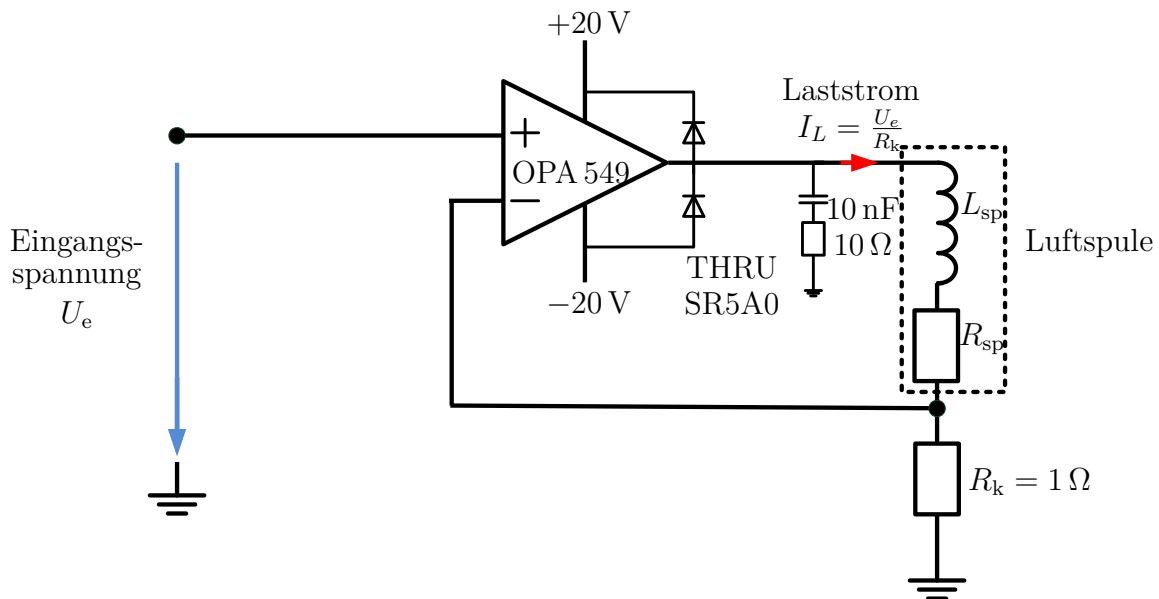
Da diese Arbeit das primäre Ziel verfolgt, die Funktionalität des neuartigen Konzepts nachzuweisen, stellen diese kostengünstigen Sensoren mit ihren Messbereichen und Auflösungen die erste Wahl dar.

## 5.3 Leistungsstellglieder

In einem Regelkreis sind Leistungsstellglieder notwendig, um die vom Regler ausgegebenen Steuergrößen möglichst verzerrungsfrei und ohne Verluste zu verstärken. Diese verstärkten Signale werden dann als elektrische Größen den Aktoren zugeführt.

Pulsweitenmodulierte Leistungsstellglieder zeichnen sich durch geringe Verlustleistungen im Betrieb aus, sind jedoch für eine hochpräzise Positionierung nur bedingt geeignet. Aufgrund des getakteten Betriebs entsteht eine Stromwelligkeit und damit verbunden eine Kraftwelligkeit, die sich negativ auf die Positioniergenauigkeit auswirkt. Dieser Nachteil relativiert sich zwar, wenn die bewegte Masse mehrere Kilogramm wiegt und die PWM-Frequenz genügend hoch ist ( $> 20 \text{ kHz}$ ). Welligkeiten im Kraftverlauf mit hohen PWM-Frequenzen führen dann nicht mehr zu nennenswerten Positionsschwingungen, da sich die Massenträgheit dämpfend auswirkt [38].

Für kleine zu bewegende Massen ( $< 1 \text{ kg}$ ) sind analoge stromeinprägende Leistungsstellglieder besser geeignet für den Betrieb magnetisch geführter Mehrkoordinatenantriebe.



**Abbildung 5.4:** Aufbau der analogen Leistungsstufe mit Stromeinprägung.

Die eingepprägten Ströme besitzen keine Welligkeit im Stromverlauf und sind daher für eine hochpräzise Positionierung sehr gut geeignet. Der Nachteil der hohen Verlustleistung während des Betriebs wird in Kauf genommen. Solche Endstufen mit Stromeinprägung kommen für den Betrieb magnetisch geführter Mehrkoordinatenantriebe häufig zum Einsatz und sind u. a. in [38, 59, 69] beschrieben.

Die in dieser Arbeit eingesetzten analogen Leistungsstufen mit Stromeinprägung besitzen den in Abbildung 5.4 gezeigten Aufbau.

Die Endstufen basieren auf dem Operationsverstärker OPA549 von Texas Instruments. Eigene Versuchsreihen an einer Testschaltung zeigten, dass der Operationsverstärker mit externer Belüftung einen Dauerstrom von  $\pm 5$  A bei einer Betriebsspannung von  $\pm 20$  V liefern kann. Der Verstärkungsfaktor, der über den Widerstand  $R_k$  eingestellt werden kann, wird auf den Wert  $k = 1$  festgelegt, d. h.  $R_k = 1 \Omega$ . Somit entspricht der eingepprägte Strom durch die Spule wegen  $I_L = U_e/R_k$  direkt der angelegten Spannung.



## 5.4 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird ein magnetisch geführter Mehrkoordinatenantrieb mit dem Bewegungsfreiheitsgrad  $F = 6$  durch eine quadratische Anordnung von vier 2D-Aktoren realisiert. Das Konzept zeichnet sich durch entkoppelte Antriebs- und Führungskräfte in Kombination mit einem von oben freien Läufer aus. Gegenüber der dreieckigen Anordnungen sind zudem die Antriebskräfte entlang der  $x$ - und  $y$ -Richtung entkoppelt, was zu einer Reduzierung der Komplexität des mathematischen Modells führt.

Da das Ziel verfolgt wird, die Funktionalität des neuartigen Konzepts nachzuweisen, kommen für die Positionsmessung jeweils vier Wirbelstromsensoren für die Bewegung des Läufers entlang der  $z$ -Koordinate und vier optische Sensoren für die Bewegung des Läufers entlang der  $x$ - und  $y$ -Koordinate zum Einsatz. Durch die Anordnung dieser acht Sensoren im Stator können alle Freiheitsgrade des Läufers erfasst werden.

Da pulsweitenmodulierte Leistungsstellglieder aufgrund des getakteten Betriebs zu einer Kraftwelligkeit führen, erfolgt die Ansteuerung der einzelnen Spulen über im Zuge dieser Arbeit entwickelte analoge Leistungsstufen mit Stromeinprägung.

# Kapitel 6

---

## Modellbildung des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs

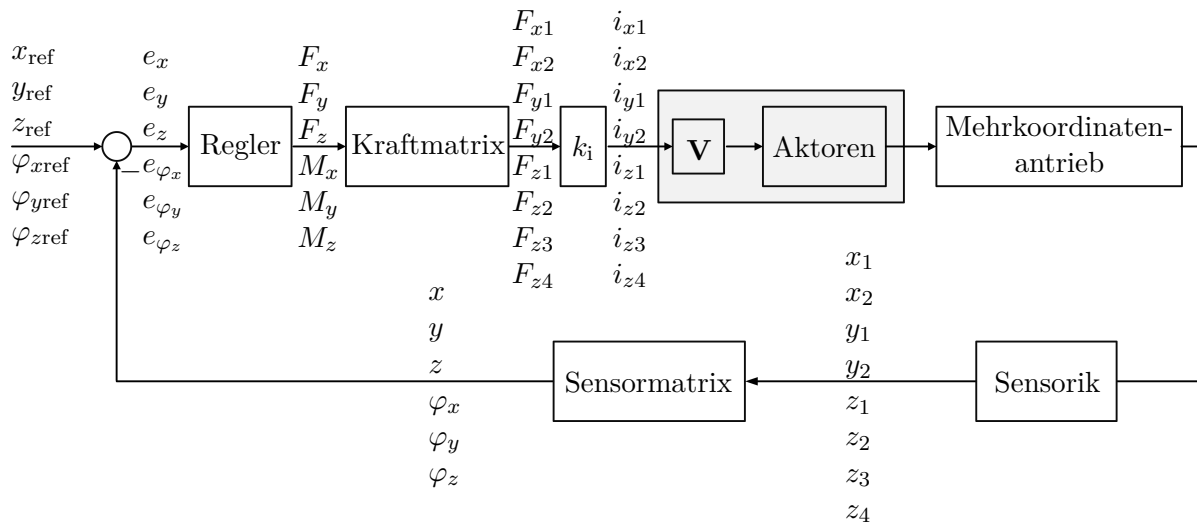
---

Die Leistungsfähigkeit von magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben wird im Wesentlichen – neben der Sensorik – von den implementierten Regelalgorithmen bestimmt. Voraussetzung für die Lösung regelungstechnischer Probleme und die Anwendung zahlreicher Regelungsansätze ist ein geeignetes Regelstreckenmodell.

Daher soll im Rahmen der Modellbildung das dynamische Verhalten des in Kapitel 5 vorgestellten Mehrkoordinatenantriebs mathematisch beschrieben werden. Dazu soll zunächst die Grundstruktur des Regelkreises des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs eingeführt werden. Im Anschluss sollen die einzelnen Teilsysteme des Regelkreises modelliert werden, sodass ein Gesamtmodell entsteht, das zur Untersuchung geeigneter Regelungsalgorithmen dient.

### 6.1 Grundstruktur des Regelkreises

Die Struktur des Regelkreises des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs mit dem Bewegungsfreiheitsgrad  $F = 6$  ist in Abbildung 6.1 dargestellt und basiert auf der allgemeinen Struktur eines Standardregelkreises [169, 170, 171]. Die Regelung des Mehr-



**Abbildung 6.1:** Grundstruktur des Regelkreises des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs mit dem Bewegungsfreiheitsgrad  $F = 6$ .

koordinatenantriebs hat die Aufgabe, ein stabiles Positionieren des Läufers in den sechs Bewegungsfreiheiten zu realisieren.

Entsprechend Abbildung 5.2 wird die Läuferposition durch die sechs globalen Koordinaten  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$  und  $\varphi_z$  beschrieben. Die zum Einsatz kommenden acht Sensoren messen jedoch nur Positionsänderungen entlang der  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Achse (Abbildung 5.3). Daher muss entsprechend Abbildung 6.1 die lokale Messwerterfassung nachfolgend mit Hilfe einer Sensormatrix in den sechs globalen Koordinaten (Ist-Werte) umgerechnet werden. Diese werden dann mit den globalen Referenzwerten verglichen. Die Differenz der einzelnen Koordinaten wird dem Regler zugeführt. Da die Regelung in globalen Koordinaten erfolgt, sind die Ausgangsgrößen des Reglers globale Stellgrößen. Nachfolgend muss daher eine Kraftkopplung realisiert werden, um die von der Regelung ausgegebenen sechs Stellgrößen in acht lokale Kräfte, entsprechend der Anzahl der Aktoren, umzurechnen. Dies erfolgt über die Kraftmatrix.

Durch die Kraft-Strom-Faktoren  $k_i$  werden die lokalen Kräfte in Ströme umgerechnet. Diese Ströme werden dann durch die Leistungsendstufen entsprechend dem Faktor  $\mathbf{V}$  verstärkt und an die Antriebs- und Führungsaktoren weitergeleitet.

Die dadurch erzeugten Kräfte beschleunigen den Läufer, sodass sich seine Istposition erneut ändert. Diese Änderung wird wiederum über die Sensoren erfasst, sodass ein er-

neuter Eingriff über die Stellgrößen des Reglers erfolgt, bis die Regelabweichungen in den einzelnen Koordinaten eliminiert ist.

Für die Modellierung sind die Regelstrecke, d.h. der schwebende Läufer des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs, die Sensorik, die Aktorik und die entsprechenden Transformationsmatrizen wichtig, die nachfolgend genauer beschrieben werden.

## 6.2 Dynamisches Verhalten der mechanischen Strecke

Die mechanische Modellierung des schwebenden Läufers kann zunächst unabhängig von der Anordnung der Sensoren und Aktoren durchgeführt werden. Im Vergleich zu Positionierantrieben mit mechanischen Führungen benötigen magnetisch geführte Systeme keine komplexen nichtlinearen Reibmodelle [172]. Nichtlinearitäten wie die positionsabhängigen Antriebs- und Führungskräfte können bei einem robust ausgelegten Regler zunächst vernachlässigt werden [38]. Hinsichtlich des Reglerentwurfs entstehen somit einfachere Streckenmodelle.

Unter der Voraussetzung einer hohen mechanischen Steifigkeit wird der Läufer des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs als starrer Körper betrachtet. Da die erste Eigenresonanzfrequenz des Läufers bei Verwendung von Aluminium als Werkstoff bei 480 Hz liegt und eine Biegeschwingung darstellt und somit oberhalb der Bandbreite des geregelten Systems liegt, ist diese Annahme ausreichend [173]. Für die Regelung magnetisch geführter Mehrkoordinatenantriebe wird in den meisten Fällen eine Bandbreite von 100 Hz angestrebt [38].

Gemäß der Grundgesetze der Mechanik besitzt der im Raum freibewegliche Läufer des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs sechs Freiheitsgrade, denen als Bewegungsmöglichkeit drei Translationen entlang der  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Achse und drei Rotationen um die  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Achse entsprechen.

Für die folgenden Bewegungsgleichungen wird angenommen, dass der Schwerpunkt des symmetrisch aufgebauten Läufers mit dem Bezugspunkt zusammenfällt. Die Koordinatenachsen entsprechen aufgrund der Symmetrie den Hauptträgheitsachsen. Zudem wird angenommen, dass der in dieser Arbeit vorgestellte magnetisch geführte Mehrkoordi-

natenantrieb aufgrund der Anordnung Antriebs- und Führungsspulen vernachlässigbare Verkoppelungen zwischen den einzelnen Bewegungsfreiheitsgraden aufweist, so dass die Bewegungsgleichungen der einzelnen Koordinaten im Wesentlichen entkoppelt voneinander dargestellt werden können.

Unter diesen Annahmen lässt sich die Bewegung entlang der  $z$ -Achse mit Hilfe des zweiten Newton'schen Gesetzes wie folgt beschreiben:

$$F_z(t) = m \cdot \ddot{z}(t), \quad (6.1)$$

mit  $F_z(t)$  als resultierende Gesamtkraft entlang der  $z$ -Achse und  $m$  als die zu beschleunigende Masse. Die Steifigkeit als auch die Dämpfung werden aufgrund des schwebenden Läufers vernachlässigt.

Für die Rotation um die  $z$ -Achse kann das dynamische Verhalten ebenfalls mit Hilfe des zweiten Newton'schen Gesetzes beschrieben werden:

$$M_z(t) = J_z \cdot \ddot{\varphi}_z(t), \quad (6.2)$$

mit  $M_z(t)$  als Drehmoment um die  $z$ -Achse und  $J_z$  als Trägheitsmoment des Läufers bezüglich der  $z$ -Achse.

Für die Modellierung des Gesamtsystems in MATLAB-SIMULINK sind die Übertragungsfunktionen notwendig. Folglich erhält man durch eine Laplace-Transformation der beiden Bewegungsgleichungen (6.1) und (6.2) die entsprechenden Übertragungsfunktionen:

$$G_z(s) = \frac{Z(s)}{F_z(s)} = \frac{1}{ms^2}, \quad (6.3)$$

$$G_{\varphi z}(s) = \frac{\Phi_z(s)}{M_z(s)} = \frac{1}{J_z s^2}. \quad (6.4)$$

Analog können die Übertragungsfunktionen für die restlichen Bewegungsfreiheitsgrade abgeleitet werden:

$$G_x(s) = \frac{X(s)}{F_x(s)} = \frac{1}{ms^2}, \quad (6.5)$$

$$G_{\varphi x}(s) = \frac{\Phi_x(s)}{M_x(s)} = \frac{1}{J_x s^2}, \quad (6.6)$$

$$G_y(s) = \frac{Y(s)}{F_y(s)} = \frac{1}{m \cdot s^2}, \quad (6.7)$$

$$G_{\varphi y}(s) = \frac{\Phi_y(s)}{M_y(s)} = \frac{1}{J_y s^2}. \quad (6.8)$$

Für die im Schwerpunkt des Läufers hergeleiteten Bewegungsgleichungen werden als Parameter die Gesamtmasse sowie die Trägheitsmomente bezüglich der  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Achsen benötigt. Dabei setzen sich die Trägheitsmomente aus den Trägheitsmomenten der einzelnen Bauteile und deren Steineranteil bezüglich des Schwerpunkts zusammen [173]. Deviationsmomente werden aufgrund des symmetrischen Aufbaus des Läufers und dem ausgewählten Bezugspunkt im Schwerpunkt vernachlässigt [173]. Die analytisch berechneten und mittels des Programms ANSYS numerisch verifizierten Parameterwerte für die Bewegungsgleichungen sind in Tabelle 6.1 dargestellt.

Das Gesamtstreckenmodell des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs wird aufgrund der Entkoppelung der Bewegungsfreiheitsgrade auf sechs SISO-Regelstrecken reduziert, für die jeweils ein eigener Regler implementiert wird. Wie in Kapitel 7 noch gezeigt wird, ist dieses Modell für die simulative Reglerauslegung und der erfolgreichen Inbetriebnahme des Systems am Prüfstand ausreichend.

**Tabelle 6.1:** Ermittelte Parameter für die Bewegungsgleichungen.

Bedeutung	Symbol	Wert	Einheit
Masse	$m$	0.468	kg
Trägheitsmoment $x$ -Achse	$J_x$	$1.304 \cdot 10^{-3}$	kgm <sup>2</sup>
Trägheitsmoment $y$ -Achse	$J_y$	$1.304 \cdot 10^{-3}$	kgm <sup>2</sup>
Trägheitsmoment $z$ -Achse	$J_z$	$2.569 \cdot 10^{-3}$	kgm <sup>2</sup>

## 6.3 Herleitung der Transformationsmatrizen

Durch die Sensor- und Aktoranordnung des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs sind Transformationsmatrizen notwendig, die lokale Größen in globale Größen umrechnen und umgekehrt. Nachfolgend werden die Sensor- und Kraftmatrizen sowie deren Inverse hergeleitet.

### 6.3.1 Herleitung der Sensormatrix

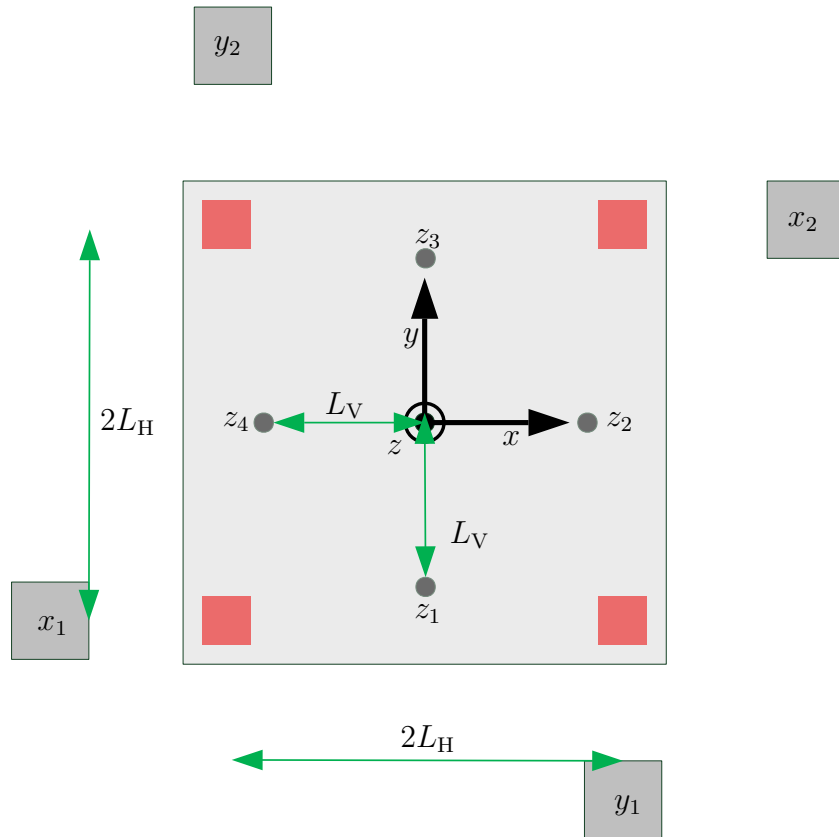
Die Überführung des Gesamtstreckenmodells des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs in sechs einzelne SISO-Regelstrecken ermöglicht eine entkoppelte Regelung der einzelnen Bewegungsfreiheitsgrade. Entsprechend ist eine Messwerterfassung der globalen Koordinaten  $(x, y, z, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z)$  erforderlich, da diese die Bewegung des Schwerpunkts beschreiben und zugleich die Regelgrößen der einzelnen Regler darstellen. Die in Kapitel 5 bereits diskutierte und in Abbildung 6.2 gezeigte Auswahl und Anordnung der Sensoren erlaubt hingegen nur eine Messwerterfassung der lokalen Koordinaten  $(z_1, z_2, z_3, z_4, x_1, x_2, y_1, y_2)$ . Dementsprechend müssen die gemessenen lokalen Werte in die globalen Koordinaten umgerechnet werden. Die Umrechnung kann aus den geometrischen Beziehungen zwischen der Position der Sensoren und der Position des Schwerpunkts ermittelt werden (Abbildung 6.2).

Die vier Wirbelstromsensoren sind unterhalb des Läufers angebracht und liefern lokale Messwerte  $(z_1, z_2, z_3, z_4)$  in positiver  $z$ -Richtung. Die optischen Sensoren sind seitlich angebracht und bestimmen die lokale Verschiebung  $(x_1, x_2, y_1, y_2)$  des Läufers in der  $x$ - und  $y$ -Achse. Der Koordinatenursprung des Koordinatensystems fällt mit dem Schwerpunkt des Läufers zusammen.

Unter der Annahme sehr kleiner Winkel, d. h.  $\varphi_x \ll 1$  rad und  $\varphi_y \ll 1$  rad, sodass  $\sin(\varphi) = \tan(\varphi) \approx \varphi$  und  $\cos(\varphi) \approx 1$  gilt, können die drei globalen Koordinaten  $(z, \varphi_x, \varphi_y)$  wie folgt berechnet werden<sup>3</sup>:

$$z = \frac{1}{4} \cdot (z_1 + z_2 + z_3 + z_4), \quad (6.9)$$

<sup>3</sup>Diese Einschränkung ist insofern zulässig, da die eingesetzten Sensoren empfindlich auf Verkippungen reagieren, sodass während des Betriebs die Rotationswinkel  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$  und  $\varphi_z$  des Läufers sehr klein sind.



**Abbildung 6.2:** Anordnung der Sensoren zur Bestimmung der Läuferposition.

$$\varphi_x = -\frac{1}{2 \cdot L_v} \cdot z_1 + \frac{1}{2 \cdot L_v} \cdot z_3, \quad (6.10)$$

$$\varphi_y = -\frac{1}{2 \cdot L_v} \cdot z_2 + \frac{1}{2 \cdot L_v} \cdot z_4. \quad (6.11)$$

Die Konstante  $L_v = 40 \text{ mm}$  kennzeichnet dabei den Abstand der einzelnen Sensoren zum Koordinatenursprung des Bezugssystems.

In Matrixform lassen sich Gleichungen (6.9) - (6.11) wie folgt angeben:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{pmatrix}}_{q_v} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2 \cdot L_v} & 0 & \frac{1}{2 \cdot L_v} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2 \cdot L_v} & 0 & \frac{1}{2 \cdot L_v} \end{pmatrix}}_{T_v} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{pmatrix}}_{z_v}. \quad (6.12)$$



Für die simulative Untersuchung des Systems ist eine Rücktransformationsmatrix notwendig, die die globalen Koordinaten in die lokalen Koordinaten umrechnet. Da die  $(3 \times 4)$ -Transformationsmatrix  $\mathbf{T}_v$  nicht den vollen Rang bzw. keine quadratische Form besitzt, ist eine direkte Invertierung nicht möglich. Dies ist insbesondere immer dann der Fall, wenn die Messwerterfassung überbestimmt ist, d. h. die Anzahl der verwendeten Sensoren größer als die Anzahl der zu erfassenden Bewegungsfreiheitsgrade ist. Die Berechnung dieses Problems erfolgt standardmäßig im Sinne der Methode der kleinsten Fehlerquadrate mit der rechten Moore-Penrose-Pseudoinversen [114, 174, 175, 176, 177]. Für die Beschreibung der Methode der kleinsten Fehlerquadrate sei auf [178] verwiesen. Für die Berechnung der lokalen Messwerte aus den globalen Koordinaten gilt somit:

$$\mathbf{T}_v^+ \mathbf{q}_v = \mathbf{z}_v \quad \text{mit} \quad (6.13)$$

$$\mathbf{T}_v^+ = \mathbf{T}_v^T \cdot (\mathbf{T}_v \cdot \mathbf{T}_v^T)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -L_v & 0 \\ 1 & 0 & -L_v \\ 1 & L_v & 0 \\ 1 & 0 & L_v \end{pmatrix}. \quad (6.14)$$

Äquivalent zur Berechnung der drei globalen Koordinaten  $(z, \varphi_x, \varphi_y)$  erfolgen die Sensorgleichungen für die drei globalen Koordinaten  $(x, y, \varphi_z)$  unter der Annahme  $\varphi_z \ll 1$  rad:

$$x = \frac{1}{2} \cdot (x_1 - x_2), \quad (6.15)$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot (y_1 - y_2), \quad (6.16)$$

$$\varphi_z = \frac{1}{4 \cdot L_H} \cdot (y_1 + y_2 + x_1 + x_2). \quad (6.17)$$

Die Konstante  $L_H = 64.1$  mm kennzeichnet den Abstand zweier Sensoren, die entlang der gleichen Koordinate messen.

In Matrixschreibweise lassen sich die Beziehungen zwischen den Messwerten der optischen Sensoren und den globalen Koordinaten  $(x, y, \varphi_z)$  wie folgt angeben:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ \varphi_z \end{pmatrix}}_{\mathbf{q}_H} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4 \cdot L_H} & \frac{1}{4 \cdot L_H} & \frac{1}{4 \cdot L_H} & \frac{1}{4 \cdot L_H} \end{pmatrix}}_{\mathbf{T}_H} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}}_{\mathbf{z}_H}. \quad (6.18)$$

Zur Rücktransformation der Matrix  $\mathbf{T}_H$  existiert, wie bei der Transformationsmatrix  $\mathbf{T}_v$ , aufgrund der Redundanz der eingesetzten optischen Sensoren keine eindeutige Lösung. Die Überbestimmtheit wird daher ebenfalls mit Hilfe der Moore-Penrose-Pseudoinversen gelöst:

$$\mathbf{T}_H^+ = \mathbf{T}_H^T \cdot (\mathbf{T}_H \cdot \mathbf{T}_H^T)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & L_H \\ -1 & 0 & L_H \\ 0 & 1 & L_H \\ 0 & -1 & L_H \end{pmatrix}. \quad (6.19)$$

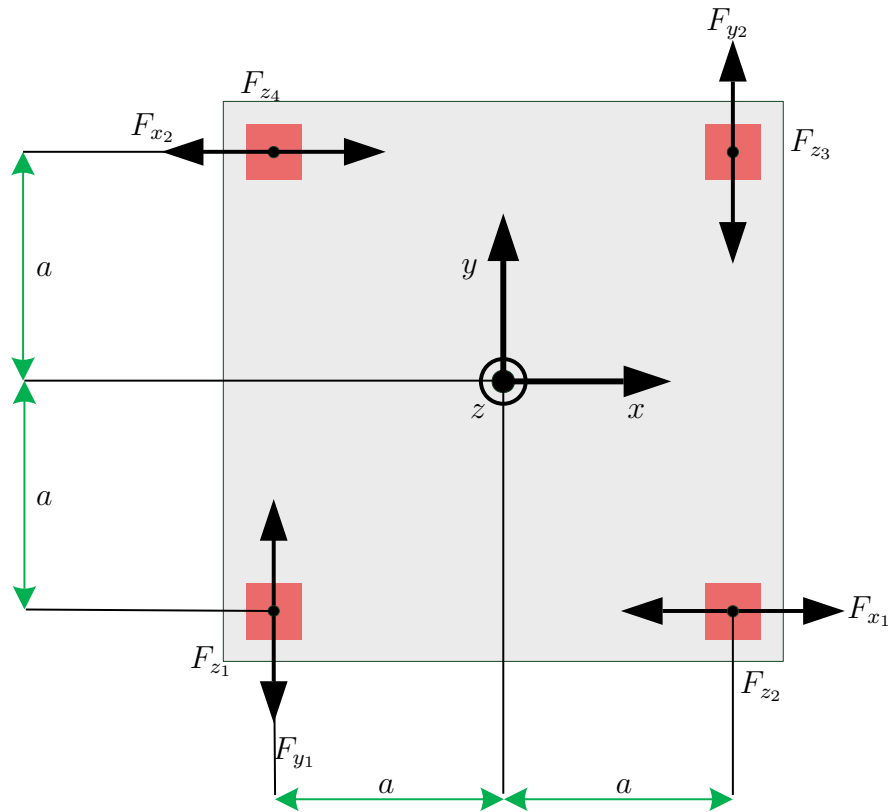
Somit können mit Hilfe der ermittelten Transformationsmatrizen die globalen Koordinaten aus den gemessenen (lokalen) Werten der Sensoren bestimmt werden und umgekehrt.

### 6.3.2 Herleitung der Kraftmatrix

Aus den gemessenen Werten der Sensoren können die globalen Koordinaten berechnet werden. Die Regelung des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs erfolgt in diesen sechs globalen Koordinaten. In genau diesen Koordinaten werden dann von den Reglern sechs globale Größen ( $F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$ ) als Stellgrößen ausgegeben. Diese globalen Stellgrößen müssen nachfolgend direkt – entsprechend der Anzahl der Aktoren – in acht lokale Stellgrößen umgerechnet werden.

Abbildung 6.3 zeigt die allgemeine Lage der Kraftwirkungen der einzelnen Aktoren im Läufer.

Für die Herleitung der Transformationsmatrix wird vereinfachend angenommen, dass die erzeugten Kräfte der Aktoren nicht flächenförmig, sondern punktförmig wirken. Darüber hinaus soll das Bezugssystem mit dem Schwerpunkt des Läufers zusammenfallen. Durch die orthogonale Anordnung der Spulen zu einem 2D-Aktor werden die vertikalen und horizontal wirkenden Kräfte getrennt betrachtet.



**Abbildung 6.3:** Wirkungslinien der einzelnen Antriebs- und Führungskräfte im Läufer. Das Bezugssystem fällt mit dem Schwerpunkt des Läufers zusammen.

Für den Zusammenhang zwischen den vier (vertikalen) magnetischen Führungskräften ( $F_{z1}, F_{z2}, F_{z3}, F_{z4}$ ) und den global wirkenden Größen am Schwerpunkt ( $F_z, M_x, M_y$ ) können folgende Beziehungen abgeleitet werden:

$$F_z = F_{z1} + F_{z2} + F_{z3} + F_{z4}, \quad (6.20)$$

$$M_x = a \cdot (-F_{z1} - F_{z2} + F_{z3} + F_{z4}), \quad (6.21)$$

$$M_y = a \cdot (F_{z1} - F_{z2} - F_{z3} + F_{z4}), \quad (6.22)$$

wobei der Faktor  $a = 40 \text{ mm}$  der senkrechte Abstand der Wirklinie der Kraft vom Drehpunkt ist.

In Matrixschreibweise lassen sich diese Beziehungen wie folgt angeben:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} F_z \\ M_x \\ M_y \end{pmatrix}}_{\mathbf{F}_V} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -a & -a & a & a \\ a & -a & -a & a \end{pmatrix}}_{\mathbf{T}_{FV}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} F_{z_1} \\ F_{z_2} \\ F_{z_3} \\ F_{z_4} \end{pmatrix}}_{\mathbf{F}_{iV}}. \quad (6.23)$$

Damit die vom Regler ausgegebenen globalen Stellgrößen in die lokalen Kräfte umgerechnet werden können, muss die Inverse von  $\mathbf{T}_{FV}$  gebildet werden. Aufgrund der größeren Zahl der Aktoren gegenüber den Freiheitsgraden ist das System jedoch überbestimmt und die Matrix  $\mathbf{T}_{FV}$  nicht quadratisch. Daher muss, ähnlich wie die Sensormatrix, die Moore-Penrose-Pseudoinverse  $\mathbf{T}_{FV}^+$  gemäß

$$\mathbf{T}_{FV}^+ = \mathbf{T}_{FV}^T \cdot (\mathbf{T}_{FV}^T \cdot \mathbf{T}_{FV})^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4 \cdot a} & \frac{1}{4 \cdot a} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4 \cdot a} & -\frac{1}{4 \cdot a} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4 \cdot a} & -\frac{1}{4 \cdot a} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4 \cdot a} & \frac{1}{4 \cdot a} \end{pmatrix} \quad (6.24)$$

gebildet werden.

Mit den vier (horizontalen) Antriebskräften können die globalen Stellgrößen am Schwerpunkt ( $F_x, F_y, M_z$ ) wie folgt berechnet werden:

$$F_x = F_{x1} + F_{x2}, \quad (6.25)$$

$$F_y = F_{y1} + F_{y2}, \quad (6.26)$$

$$M_z = a \cdot (-F_{y1} + F_{y2} + F_{x1} - F_{x2}). \quad (6.27)$$

In Matrixform ergibt sich:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z \end{pmatrix}}_{\mathbf{F}_H} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ a & -a & -a & a \end{pmatrix}}_{\mathbf{T}_{FH}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} F_{x1} \\ F_{x2} \\ F_{y1} \\ F_{y2} \end{pmatrix}}_{\mathbf{F}_{iH}}. \quad (6.28)$$

In analoger Weise zu  $\mathbf{T}_{FV}$  ergibt sich für die Matrix  $\mathbf{T}_{FH}$  folgende Moore-Penrose-

Pseudoinverse:

$$\mathbf{T}_{\mathbf{FH}}^+ = \mathbf{T}_{\mathbf{FH}}^T \cdot (\mathbf{T}_{\mathbf{FH}}^T \cdot \mathbf{T}_{\mathbf{FH}})^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4 \cdot a} \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{4 \cdot a} \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4 \cdot a} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4 \cdot a} \end{pmatrix}. \quad (6.29)$$

Mit Hilfe der Kraftmatrizen  $\mathbf{T}_{\mathbf{FH}}$  und  $\mathbf{T}_{\mathbf{FH}}^T$  bzw. deren Moore-Penrose-Pseudoinverse können nun die Kopplungen zwischen den einzelnen lokal wirkenden Kräften und den im Schwerpunkt globalen Stellgrößen beschrieben werden.

## 6.4 Dynamisches Verhalten der Sensorik

Die Position des betrachteten Mehrkoordinatenantriebs wird mit Wirbelstromsensoren und optischen Sensoren erfasst.

Die Sensoren können schnelle Änderungen der Messgröße nur bis zu einer im Datenblatt angegebenen Grenzfrequenz erfassen. Da die Grenzfrequenz der Wirbelstromsensoren bei 5 kHz liegt und bei den optischen Sensoren bei 1 kHz, kann das Verhalten der Sensoren durch ein proportionales Übertragungsverhalten mit einer Verzögerung erster Ordnung entsprechend der Gleichungen (6.30) und (6.31) modelliert werden.

$$G_{zS}(s) = \frac{1}{1 + T_z s}, \quad (6.30)$$

$$G_{xyS}(s) = \frac{1}{1 + T_{xy} s}, \quad (6.31)$$

mit  $T_z = 0.2 \text{ ms}$  und  $T_{xy} = 1 \text{ ms}$ .

Neben der begrenzten Dynamik der Sensoren sind die analogen Sensorsignale zudem rauschbehaftet. In schnellen Regelkreisen, die proportionale (P-Anteil) und differenzierende Regleranteile (D-Anteil) verwenden, wird das Rauschen dadurch verstärkt. Erfolgt die Parametrierung des Reglers ohne Berücksichtigung des Messrauschens, so funktioniert der Regler in der Simulation zuverlässig. Bei der Inbetriebnahme am Prüfstand kann aufgrund des auftretenden Rauschens das Stellsignal des Reglers so stark verrauscht sein, dass es zu Stabilitätsproblemen bis hin zur Instabilität des Regelkreises kommen

kann [38]. Um den Einfluss des Messrauschens auf bestimmte Reglerparameter so gering wie möglich zu halten und um mögliche Stabilitätsprobleme zu vermeiden, kann daher der Einfluss des Messrauschens durch additives weißes Rauschen mitmodelliert werden.

## 6.5 Anti-Aliasing-Filter

Die analogen Sensorsignale werden mit Hilfe von Analog-Digital-Wandlern (AD-Wandler) bei einer Abtastfrequenz von 1 kHz in digitale Signale umgewandelt. Da die kontinuierlichen Sensorsignale signifikante Anteile mit einer höheren Frequenz als die Abtastfrequenz der AD-Wandler enthalten, tritt bei der Abtastung der unerwünschte Aliasingeffekt auf. Nach der Abtastung der Signale kann folglich nicht mehr zwischen den durch den Aliasingeffekt entstandenen und den wirklich vorhandenen Frequenzen unterschieden werden.

Um diesen unerwünschten Effekt zu vermeiden, muss das Abtasttheorem von Shannon eingehalten werden, wonach man mindestens doppelt so schnell wie die höchste in einem Signal enthaltene Frequenz abtasten muss. Nur unter dieser Voraussetzung kann die im Signal enthaltene Information vollständig rekonstruiert werden. Zur Unterdrückung bestimmter Frequenzkomponenten in den Sensorsignalen können Anti-Aliasing-Filter vor den AD-Wandler platziert werden. Um das Abtasttheorem einzuhalten, muss die Grenzfrequenz dieser Filter unter der halben Abtastfrequenz (1 kHz) liegen. In der Praxis setzt man Grenzfrequenzen an, die um den Faktor 3 bis 10 niedriger sind als die Abtastfrequenz. Im Gegensatz zum Abtasttheorem sind diese Faktoren jedoch theoretisch nicht begründet.

Die Anti-Aliasing-Filter werden in dieser Arbeit durch RC-Tiefpässe erster Ordnung ( $PT_1$ -Glieder) mit einer Grenzfrequenz von 100 Hz realisiert und liegen somit weit unterhalb der Abtastfrequenz (1 kHz). Abbildung 6.4 zeigt den gemessenen Frequenzgang des Tiefpassfilters.

Frequenzkomponenten unterhalb der Tiefpassgrenzfrequenz (100 Hz) werden annähernd ungedämpft durchgelassen, wohingegen die Signalanteile mit höheren Frequenzen entsprechend stärker unterdrückt werden. Das dynamische Verhalten des Tiefpassfilters kann mit der Übertragungsfunktion

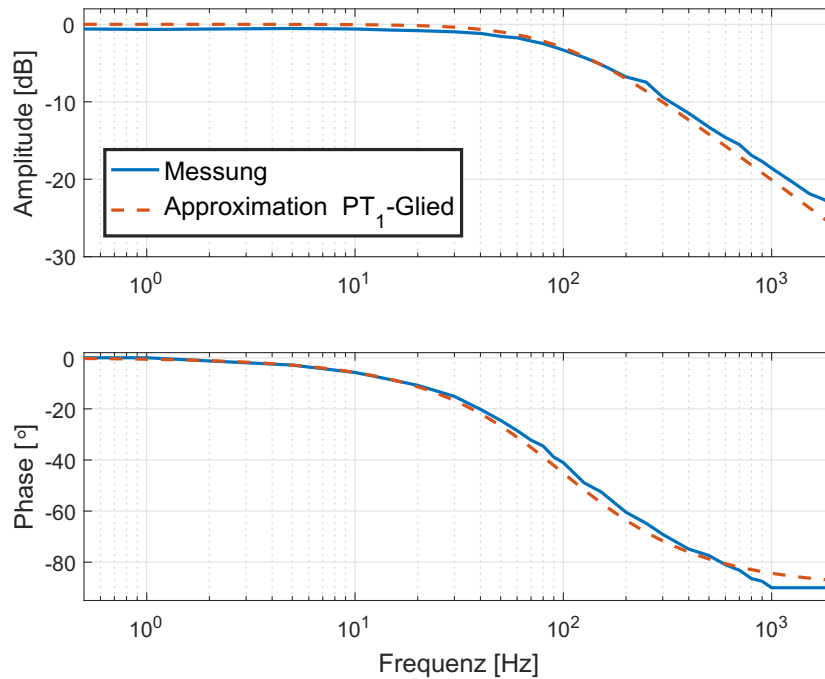


Abbildung 6.4: Frequenzgang des Anti-Aliasing-Filter.

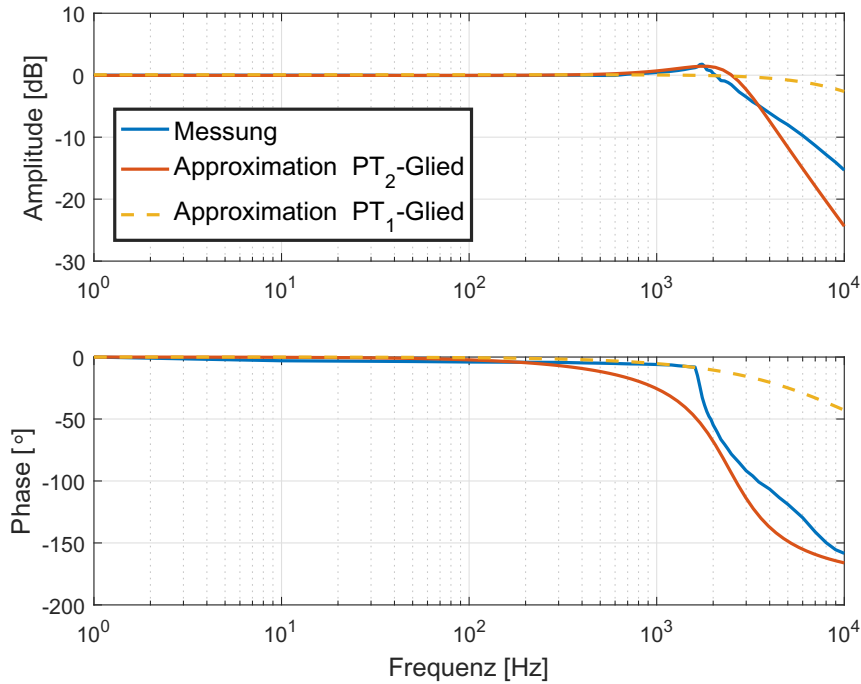
$$G_F(s) = \frac{1}{1 + T_F s} \quad (6.32)$$

und der Zeitkonstante  $T_F = 1.6$  ms berechnet werden.

## 6.6 Dynamisches Verhalten des Aktorsystems

Um das Übertragungsverhalten des in Kapitel 5 beschriebenen Stromverstärkers mit den angeschlossenen Antriebs- und Führungsspulen zu ermitteln, werden die Amplituden- und Phasengänge gemessen.

Die Messung wurde mit einem Funktionsgenerator (Modell HM8011) und einem digitalen Oszilloskop (Modell LeCroy WaveJet 354) durchgeführt. Mit dem Funktionsgenerator wurde eine Soll-Sinusspannung mit Frequenzen zwischen 1 Hz bis 20 kHz und einer Amplitude von 100 mV als Eingangsspannung der Leistungsendstufe zugeführt. Die 100 mV der Eingangsspannung entsprechen aufgrund des Verstärkungsfaktors  $k = 1$



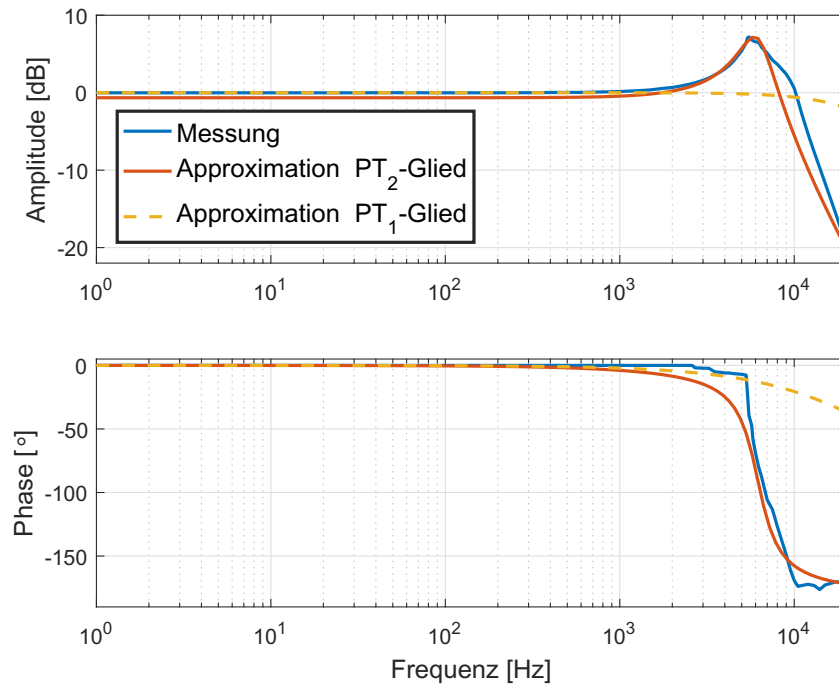
**Abbildung 6.5:** Frequenzgänge des Leistungsverstärkers mit angeschlossener Führungsspule.

einem Strom von 100 mA. Der Ist-Stromverlauf wurde indirekt mit Hilfe einer Spannungsmessung über den Widerstands  $R_k$  ermittelt. Der Leistungsverstärker wird mit einer positiven Betriebsspannung von 20 V versorgt. Da die magnetische Führung nur mit Gleichstrom versorgt werden muss, ist die negative Betriebsspannung auf Masse gelegt. Abbildung 6.5 zeigt das dynamische Verhalten des Leistungsstellglieds mit der angeschlossenen Führungsspule.

Der gemessene Amplitudengang zeigt dabei einen typischen Verlauf eines Verzögerungsglieds zweiter Ordnung mit leichter Resonanzüberhöhung. Von daher ist es möglich, diesen Verlauf als ein  $PT_2$ -Glied zu approximieren [179]. Die Parameter für das  $PT_2$ -Glied können mittels einer Systemidentifikation in MATLAB anhand der Messdaten schnell ermittelt werden. Die dazugehörige Übertragungsfunktion lautet:

$$G_{V_z}(s) = \frac{1}{1.7 \cdot 10^{-7} s^2 + 395 \cdot 10^{-6} s + 1}. \quad (6.33)$$





**Abbildung 6.6:** Frequenzgänge des Leistungsverstärkers mit angeschlossener Antriebspule.

Der simulierte Verlauf des  $PT_2$ -Glieds zeigt eine hinreichend gute Übereinstimmung zu den gemessenen Werten. Nichtsdestotrotz ist es ausreichend, die Dynamik des Leistungsstellglieds durch ein  $PT_1$ -Glied mit einem Verstärkungsfaktor von 1 und einer Zeitkonstante von  $T_{Vz} = 0.1 \text{ ms}$  zu beschreiben:

$$G_{Vz}(s) = \frac{1}{1 + T_{Vz}s}. \quad (6.34)$$

Der hierbei auftretende Modellierungsfehler ist vernachlässigbar, da die Bandbreiten des geschlossenen Regelkreises deutlich unter 1 kHz liegen und somit weit unterhalb der Resonanzfrequenz (1.75 kHz) liegen. Somit kann das  $PT_1$ -Glied genutzt werden, um das dynamische Verhalten zu simulieren.

Im Vergleich zur Führungsspule benötigt die Antriebsspule einen Wechselstrom. Daher wurde die negative Betriebsspannung mit  $-20 \text{ V}$  versorgt. Abbildung 6.6 zeigt das dynamische Verhalten des Leistungsstellglieds bei angeschlossener Antriebsspule.

Aufgrund der nahezu gleichen Eigenschaften zwischen Antriebs- und Führungsspule kann

das dynamische Verhalten durch ein  $PT_2$ -Glied beschrieben werden. Die mittels MATLAB ermittelte Übertragungsfunktion lautet:

$$G_{V_{xy}}(s) = \frac{0.92}{2.622 \cdot 10^{-8}s^2 + 6.68 \cdot 10^{-5}s + 1}. \quad (6.35)$$

Aus regelungstechnischer Sicht ist es jedoch ausreichend, das dynamische Verhalten ebenfalls als ein  $PT_1$ -Glied mit einer Zeitkonstante von  $T_{V_{xy}} = 0.035$  ms zu approximieren:

$$G_{V_{xy}}(s) = \frac{1}{1 + T_{V_{xy}}s}. \quad (6.36)$$

Anzumerken ist, dass die Bandbreite der Endstufen mit den angeschlossenen Luftspulen zum einen von der Höhe der Betriebsspannung als auch der Aussteuerung abhängen. Je größer die Spannung und je kleiner die Aussteuerung, desto größer ist die Bandbreite.

## 6.7 Modellerweiterungen

Das in den vorherigen Abschnitten beschriebene Modell kann als Basismodell verstanden werden, da es sich für die simulative Reglerauslegung und der erfolgreichen Inbetriebnahme des Systems am Prüfstand als ausreichend erwies.

Die Modellierungstiefe und damit die Genauigkeit des Basismodells kann jedoch noch weiter erhöht werden. Beispielsweise können

- die positionsabhängigen Antriebs- und Führungskräfte,
- oder die Stellgrößenbeschränkung der Leistungsstellglieder,
- oder die elektro-magneto-mechanische Wechselwirkung zwischen den Antriebs- und Führungsaktoren,
- oder auch die Abtastrate  $T_A$  der AD- und DA-Wandler (da sie die Dynamik des Gesamtsystems wesentlich beeinflusst)

mit berücksichtigt werden.

Je nach Anforderungen kann somit das Modell um zusätzliche physikalische Effekte

erweitert werden.

Für die erste Untersuchung geeigneter Regelungsansätze ist die in Abbildung 6.1 gezeigte Grundstruktur des Regelkreises in SIMULINK, der Simulationsumgebung von MATLAB, implementiert worden.

## 6.8 Zusammenfassung

Für die Modellierung des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs wurden die Teilmodelle der Mechanik, Sensorik, Aktorik und die entsprechenden Transformationsmatrizen abgeleitet.

Die Regelstrecke wurde aufgrund geringer Verkopplungen der einzelnen Freiheitsgrade als entkoppeltes Modell angenommen. Da die Bandbreite magnetisch geführter Mehrkoordinatenantriebe in der Regel bei 100 Hz liegt, wurde das dynamische Verhalten der Sensorik sowie der Aktorik durch ein proportionales Verhalten mit einer Verzögerung erster Ordnung modelliert.

Da die Anzahl der Sensoren und Aktoren größer als die zu erfassenden und zu beeinflussenden Bewegungsfreiheitsgrade ist, existiert für die Sensor- und Kraftmatrix keine direkte Inverse. Daher werden die Matrizen mit Hilfe der Moore-Penrose-Inversen invertiert.

Die in Abbildung 6.1 gezeigte Grundstruktur ist in SIMULINK, der Simulationsumgebung von MATLAB, implementiert worden. Das Gesamtmodell bildet die Ausgangsbasis für die Anwendung verschiedener Regelungskonzepte. Die Eigenschaften des geschlossenen Kreises können somit vorab simulativ untersucht und bewertet werden.

# Kapitel 7

---

## Regelung des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs

---

Das wichtigste Ziel der Regelung ist die Stabilisierung der instabilen Regelstrecke. Daher soll, nachdem im vorhergehenden Kapitel ein Basismodell erstellt worden ist, in diesem Kapitel ein Regler simulativ und experimentell implementiert werden. Für diese Problemstellung werden zwei aus der Literatur bekannte Regler verwendet. Diese sind die PID-Regelung und die Zustandsregelung.

### 7.1 Regelung magnetisch geführter Positioniersysteme

Aufgrund der positionsabhängigen Kräfte sind magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe nichtlinear. Zudem sind sie inhärent instabil, sodass für eine Inbetriebnahme und eine Positionierung des Läufers in allen Bewegungsfreiheitsgraden eine Regelung in den sechs globalen Koordinaten notwendig ist [59, 85, 143].

Für die Inbetriebnahme dieser Systeme können dabei Regelungskonzepte basierend auf einfachen linearen Reglern bis hin zu komplexeren nichtlinearen Reglern implementiert werden [38]. Beispielsweise entwarf *Verma* [104] für einen magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieb eine Regelungsstruktur bestehend aus sechs entkoppelten Lead-Lag-

Reglern. Mit diesem relativ einfachen Regelungsansatz konnte sowohl die Funktionsfähigkeit des Mehrkoordinatenantriebs nachgewiesen als auch eine Positionierung im Nanometerbereich erreicht werden. Um die statischen und dynamischen Eigenschaften des Systems zu verbessern, wurde zudem ein Mehrgrößen-LQ-Regler (LQR)<sup>4</sup> implementiert.

In der Literatur befassen sich zahlreiche Fachbeiträge mit verschiedenen Regelungsansätzen, wie z. B. Lead-Lag und PID-Regler [180, 181, 182], Optimalregler [183, 184], robuste Regler [185, 186, 187], nichtlineare Regler [188, 189, 190] und adaptive Regler [191, 192, 193], um sowohl die Stabilisierung als auch die statischen und dynamischen Eigenschaften dieser komplexen Systeme zu verbessern. Eine sehr gute und ausführliche Erläuterung der verschiedenen Ansätze zur Regelung des magnetischen Schwebens mit zahlreicher weiterführender Literatur findet sich in der Dissertation von *Volkert* [38].

## 7.2 Globale Regelungsstruktur

Die Regelung eines magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs stellt ein hochgradig gekoppeltes Mehrgrößenproblem dar. Ein großer Vorteil des in dieser Arbeit beschriebenen Mehrkoordinatenantriebs ist, dass die Teilsysteme Planarantrieb und magnetische Führung für die Reglerauslegung getrennt betrachtet werden können. Dies ist aufgrund der Anordnung der einzelnen Aktoren und Sensoren möglich, da

1. die Kräfte der Antriebs- und Führungsspulen orthogonal zu einander wirken und
2. die Wirbelstromsensoren und die optischen Sensoren ebenfalls senkrecht zueinander messen.

Darüber hinaus werden bei der Reglerauslegung weitere Annahmen und Vereinfachungen getroffen:

- Positionsunabhängige, d. h. konstante Kraft-Strom-Faktoren für die Antriebs- und Führungsspulen.
- Vernachlässigung des Einflusses einer Positionsänderung in den globalen Koordinaten  $(z, \varphi_x, \varphi_y)$  auf die lokalen Messwerte der optischen Abstandssensoren, da diese auf Verkippungen empfindlich reagieren.

---

<sup>4</sup>Für den linear-quadratischen Regler (LQR) wird auch der Begriff Riccati-Regler verwendet.

- Vernachlässigung der elektro-magnetischen Wechselwirkung zwischen den einzelnen Führungsspulen<sup>5</sup>.
- Die zwar vorhandenen, jedoch geringen Verkopplungen zwischen den einzelnen Freiheitsgraden werden als Störgrößen auf die einzelnen Regelkreise betrachtet.
- Die durch die Antriebs- und Führungsspulen unerwünschten Kraftanteile in orthogonaler Richtung werden ebenfalls als Störgrößen betrachtet.

Für präzise Positioniervorgänge müssen bei einem magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieb alle sechs Bewegungsfreiheiten des Läufers im Raum geregelt werden. Die eingesetzten Sensoren erfassen jedoch nur lokale Positionsänderungen entlang der  $x$ -,  $y$ -, und  $z$ -Achsen. Daher müssen diese noch entsprechend der Gleichungen (6.12) und (6.18) in die sechs globalen Koordinaten umgerechnet werden. Die Regelung erfolgt dann in genau diesen globalen Koordinaten. Nachfolgend müssen jedoch die von den Reglern ermittelten globalen Stellgrößen in die lokalen Stellgrößen mit Hilfe der Gleichungen (6.24) und (6.29) umgerechnet werden. Diese Krafrücktransformation ist zwingend notwendig, um die notwendigen Ströme für die einzelnen Aktoren zu bestimmen.

Die in Abbildung 6.1 gezeigte Grundstruktur des Regelkreises bildet die Grundlage für den simulativen Entwurf verschiedener Reglertypen. Primäres Ziel der an diesem vereinfachten Regelstreckenmodell entworfenen Regler ist die Stabilität des geschlossenen Regelkreises, trotz der im realen Betrieb auftretenden Nichtlinearitäten und Modellunsicherheiten, zu gewährleisten.

Die Regelung der Magnetführung erfolgt in dieser Arbeit mit drei entkoppelten zeitdiskreten PID-Regler. Darüber hinaus wird eine integrierende Zustandsrückführung als weiterführendes Regelungskonzept vorgestellt. Im Anschluss daran erfolgt die Reglerparametrierung für den Planarantrieb.

---

<sup>5</sup>In den Untersuchungen von *Lahdo u. a.* [165] wurde gezeigt, dass der Kraft-Strom-Faktor  $k_i$  bei gleichzeitiger Bestromung aller Führungsspulen aufgrund der dadurch entstehenden Wechselwirkungen um ca. 15% geringer wird.

## 7.3 Regelung der Magnetführung mit PID-Regler

Das grundlegende Ziel der Regelung ist es, den Läufer, trotz der Einwirkung von Störgrößen, in einem stabilen Schwebezustand, d. h. mit möglichst geringer Abweichung zur gewünschten Sollposition  $(z, \varphi_x, \varphi_y)$ , zu halten.

Für die Regelung der Magnetführung wird zunächst ein PID-Regler implementiert, da dieser eine relativ einfache Struktur mit nur drei Parametern besitzt. Überdies besitzt der PID-Regler für viele Aufgaben gute Regeleigenschaften und lässt sich leicht auf einen Prozessrechner realisieren.

### 7.3.1 Zeitdiskrete Realisierung der PID-Regler

In *Lahdo u. a.* [194] wurde gezeigt, dass drei einfache zeitdiskrete PD-Regler, deren Parameter durch Vorgabe der Pole des geschlossenen Regelkreises ermittelt wurden, bereits ausreichen, um den Läufer stabil zu positionieren. Jedoch kommt es aufgrund des fehlenden I-Anteils zu einer großen Regelabweichung.

Für die Regelung der drei globalen Koordinaten  $(z, \varphi_x, \varphi_y)$  kommen daher drei entkoppelte PID-Regler zum Einsatz, da durch den hinzugenommenen I-Anteil die stationären Regelabweichungen eliminiert werden können.

Die Übertragungsfunktion eines PID-Reglers lautet [179]

$$G_{\text{PID}}(s) = k_{\text{P}} + \frac{k_{\text{I}}}{s} + \frac{k_{\text{D}}s}{T_{\text{I}}s + 1}. \quad (7.1)$$

Da der D-Anteil des Reglers technisch nicht realisierbar ist, wird dieser durch ein  $DT_1$ -Glied ersetzt [179]. Durch das  $DT_1$ -Glied wurde eine bessere Rauschunterdrückung erreicht, sodass sich die Stabilität und Robustheit des geschlossenen Regelkreises verbessert. Dies konnte am Prüfstand nachgewiesen werden.

Für die Implementierung des Reglers auf einen echtzeitfähigen Prozessrechner wird die Übertragungsfunktion des PID-Reglers mithilfe der  $z$ -Transformation in einen diskreten Algorithmus umgewandelt. Entsprechend der Empfehlungen von *Unbehauen* [195] wird der I-Anteil mittels der Tustin-Formel

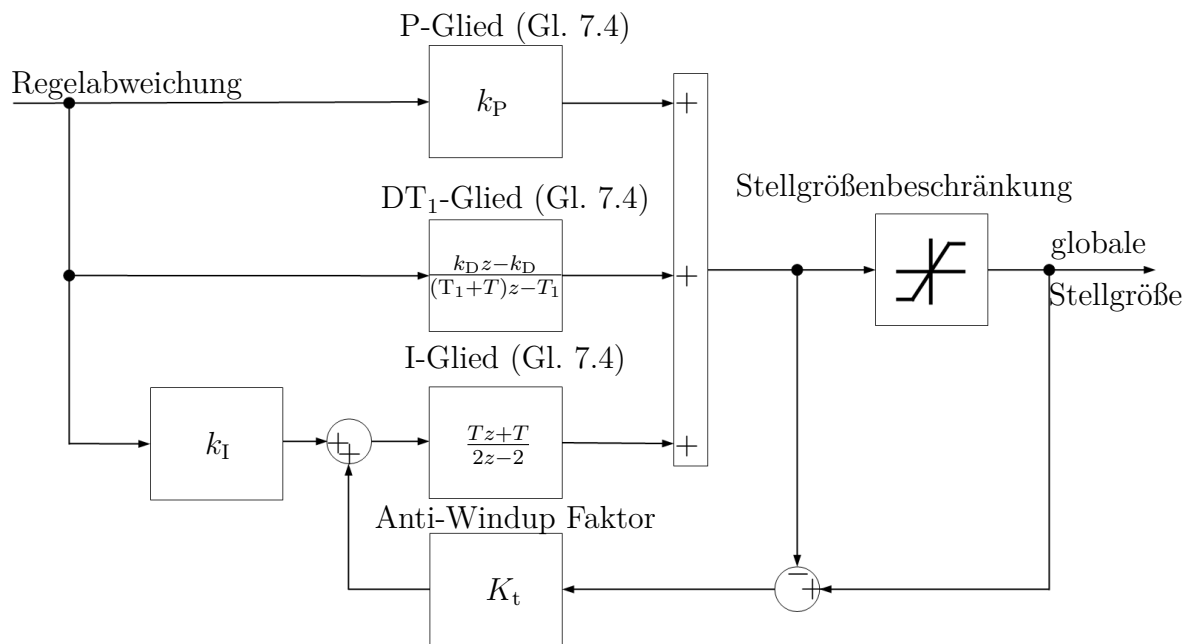


Abbildung 7.1: Grundstruktur des PID-Reglers mit Anti-Windup.

$$s \approx \frac{2}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1} \quad (7.2)$$

realisiert. Für die Realisierung des D-Anteils empfiehlt *Unbehauen* [195] die Substitutionsbeziehung

$$s \approx \frac{z-1}{Tz}, \quad (7.3)$$

wobei  $T$  die Abtastrate des Reglers ist. Insgesamt erhält man für den PID-Regler die  $z$ -Übertragungsfunktion

$$G_{\text{PID}}(z) = k_P + k_I \frac{Tz + T}{2z - 2} + \frac{k_D(z - 1)}{T_1(z - 1) + Tz}. \quad (7.4)$$

Abbildung 7.1 zeigt die in MATLAB/SIMULINK implementierte Grundstruktur des PID-Reglers.

Da alle implementierten Regler ein Integralanteil besitzen, muss ein möglicher Windup-Effekt vermieden werden [196]. Bei den verwendeten Stellgliedern des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs existiert eine Beschränkung der Stellgröße, da die maximale Leistung der Stellglieder endlich ist. Überschreitet nun die Stellgröße diese Beschrän-



kung, d.h. die Stellglieder sind in Sättigung, so ist der gesamte Regelkreis nichtlinear [197]. Aufgrund der Sättigung der Stellglieder hat eine Veränderung des Regelfehlers zunächst keine Änderung des Stellsignals zur Folge. Dies führt wiederum dazu, dass der Integralanteil weiter wächst, bis die Regelabweichung ihr Vorzeichen wechselt. In der Literatur wird dieses Verhalten als Windup bezeichnet [197]. Sofern die Stellgröße den Sättigungsbereich verlässt, muss der hohe Integralanteil zunächst abgebaut werden, was zu erhöhtem Überschwingen oder zur Instabilität des Regelkreises führen kann [197]. Daher wird mit jedem PID-Regler ein Anti-Windup implementiert, um eine Übersteuerung der Stellgröße zu unterbinden. Der Anti-Windup-Faktor für ein PID-Regler in parallel Form kann mit  $K_t = \frac{1}{\sqrt{k_D/k_I}}$  berechnet werden [198]. Der in Abbildung 7.1 gezeigte Anti-Windup verhindert, dass der Integrator weiter integriert, obwohl bereits das Maximum der Stellgröße erreicht ist. Ansonsten würde der Reglerausgang trotz veränderten Vorzeichens der Reglerdifferenz auf dem Maximum stehen bleiben, bis der I-Anteil wieder entsprechend abgebaut ist. Eine ausführliche Erläuterung zu diesem Verfahren findet sich in [198].

An dieser Stelle sei angemerkt, dass zur Vermeidung des Windup-Effekts zahlreiche Verfahren existieren, sodass an dieser Stelle auf die einschlägige Literatur verwiesen wird [196, 197, 199, 200, 201]. Ein guter Überblick mit weiterführender Literatur findet sich auch in der Dissertation von *Ortseifen* [202].

### 7.3.2 Bestimmung der Reglerparameter

Für die Bestimmung der Reglerparameter in Gleichung (7.4) können die bekannten Entwurfsverfahren im Frequenzbereich, wie z. B. das symmetrische Optimum, Wurzelortskurvenverfahren oder durch Vorgabe der Pole des geschlossenen Regelkreises, eingesetzt werden. Nachteilig bei diesen Verfahren ist jedoch, dass die Stellgrößenbegrenzung, die in der realen Strecke aufgrund der endlichen Leistung der Endstufen vorhanden ist, nicht mit in die Berechnungen einbezogen werden kann. Die Stellgrößenbegrenzung bestimmt jedoch maßgeblich die Qualität der Regelung, da durch die Begrenzung die Regelgröße nicht beliebig schnell der Sollgröße folgen kann. Kommt es darüber hinaus zu einer Stellgrößenbegrenzung, so wird der gesamte Regelkreis nichtlinear und gegebenenfalls instabil. In der Praxis führt dies dann häufig zu einer manuellen Feineinstellung des Reglers, bis sich das gewünschte Zeitverhalten der Regelstrecke bei einer vorgegebenen Stellgrößenbegrenzung einstellt. Dies ist jedoch mit einem großen Zeitaufwand verbunden und garantiert nicht immer die optimale Parameterkombination. Die Entwicklung

von Regelverfahren, die eine Stellgrößenbeschränkung explizit beim Reglerentwurf berücksichtigen ist ein eigenes Forschungsthema und wird u. a. von *Kefferpütz* [203] und *Lens* [204] untersucht.

Eine bessere und einfachere Möglichkeit zur Bestimmung der Parameter der PID-Regler besteht in der Definition eines Gütekriteriums, das die Reglerdynamik für das Erreichen des Regelziels unter Berücksichtigung der Stellgrößenbegrenzung berücksichtigt [169, 205]. Numerische Minimumsuchverfahren, wie z. B. die MATLAB-Funktionen *fminsearch* und *fmincon*, sind dann in der Lage, das Minimum der Gütefunktion zu suchen und zu finden. Ein weit verbreitetes Kriterium für die Gütebewertung eines geschlossenen Regelkreises ist die zeitbeschwerte quadratische Regelfläche, bei der sowohl der integrierte Zeitverlauf der Regelungsabweichung als auch die Zeitdauer zur Bestimmung der Reglerparameter herangezogen wird:

$$I = \int_0^{\infty} e^2(t) \cdot t \, dt = \min. \quad (7.5)$$

Ziel ist es, Reglerparameter zu finden, die die Regelabweichungen möglichst schnell verringern, ohne dabei die Stellgrößenbegrenzungen zu überschreiten.

Zur Ermittlung der Reglerparameter wurde in MATLAB/SIMULINK ein nichtlineares Simulationsmodell entsprechend der Grundstruktur des Regelkreises aus Abbildung 6.1 aufgebaut, das drei entkoppelte PID-Regler für die Regelgrößen  $(z, \varphi_x, \varphi_y)$  nach Gleichung (7.4) enthält. Darüber hinaus enthält das Modell die Begrenzungen für die Regelgrößen sowie die dazugehörigen Stellgrößenbegrenzungen (Tabelle 7.1).

Durch die Berücksichtigung der Nichtlinearitäten wird sowohl die Robustheit als auch die Genauigkeit der Regelung erhöht, da die Kräfte und Ströme somit immer im zulässigen Bereich liegen. Anschließend erfolgte unter Berücksichtigung des in Gleichung (7.5) definierten Gütekriteriums die Optimierung des Regelkreises mit Hilfe der MATLAB-Funktion *fmincon*. Dabei wurden für jeden Regler nur der proportionale, integrale und differenzierende Anteil optimiert. Die Zeitkonstante des differenzierenden Anteils wurde bei allen drei Reglern empirisch ermittelt. Die Zeitkonstante wurde zu  $T_1 = 10 \text{ ms}$  festgelegt und folglich nicht optimiert. Die durch die Optimierungsrechnung ermittelten Reglerparameter für die Sprunghöhen  $z = 2 \text{ mm}$  sowie  $\varphi_x = \varphi_y = 10 \text{ mrad}$  sind in Tabelle 7.2 dargestellt.

**Tabelle 7.1:** Werte für die Stellgrößenbegrenzung der drei PID-Regler.

Regelgröße	Stellgröße	Minimal	Maximal	Einheit
$z$	$F_z$	0	5.9	N
$\varphi_x$	$M_x$	-0.3	0.3	Nm
$\varphi_y$	$M_y$	-0.3	0.3	Nm

**Tabelle 7.2:** Durch die Optimierung ermittelte Parameter der drei PID-Regler.

P-Anteil	I-Anteil	D-Anteil
$k_{P_z} = 1992.3 \text{ kg/s}^2$	$k_{I_z} = 15786.5 \text{ kg/s}^3$	$k_{D_z} = 50.1 \text{ kg/s}$
$k_{P_{\varphi_x}} = 1.197 \text{ kgm}^2 / (\text{s}^2\text{rad})$	$k_{I_{\varphi_x}} = 46.42 \text{ kgm}^2 / (\text{s}^3\text{rad})$	$k_{D_{\varphi_x}} = 0.116 \text{ kgm}^2 / (\text{srad})$
$k_{P_{\varphi_y}} = 1.197 \text{ kgm}^2 / (\text{s}^2\text{rad})$	$k_{I_{\varphi_y}} = 46.42 \text{ kgm}^2 / (\text{s}^3\text{rad})$	$k_{D_{\varphi_y}} = 0.116 \text{ kgm}^2 / (\text{srad})$

Für weiterführende Informationen zur Ermittlung der optimalen Einstellwerte eines Reglers nach verschiedenen Integralkriterien in MATLAB-SIMULINK sei auf [205] verwiesen.

Die simulativen und experimentell ermittelten Ergebnisse mit den PID-Reglern werden im nachfolgenden Abschnitt vorgestellt.

## 7.4 Entwurf einer Zustandsregelung mit integrierender Rückführung für die Magnetführung

Wenn hohe dynamische Anforderungen mit PID-Reglern nicht erfüllt werden können bzw. hohe Anforderungen an die Regelgüte erfüllt werden müssen, werden häufig Zustandsregelungen verwendet [177]. Insbesondere bei magnetisch geführten Systemen bietet sich die Zustandsraumdarstellung sowohl bei der Beschreibung des Mehrgrößensys-

tems als auch bei der Reglerauslegung an [26, 206]. Als weiterführendes Regelungskonzept wird daher neben den zeitdiskreten PID-Reglern auch ein Zustandsregler mit integrierender Rückführung implementiert.

Dieser Regelungsansatz führt alle Zustandsvariablen über eine proportionale Verstärkung auf den Eingang zurück und gestattet somit eine unmittelbare Stabilisierung der instabilen Regelstrecke. Der zusätzliche I-Anteil soll, genau wie beim PID-Regler, bleibende Regelabweichungen verhindern.

Aufgrund der Vernachlässigung der geringen Verkopplungen zwischen den einzelnen Freiheiten wird für jede globale Regelgröße ein eigener Zustandsregler entworfen.

### 7.4.1 Zustandsraumdarstellung der Magnetführung

Voraussetzung für den Entwurf einer Zustandsregelung ist eine geeignete Darstellung der Regelstrecke im Zustandsraum. Unter den in Abschnitt 6.2 getroffenen Annahmen, bildet die Bewegungsgleichung  $F_z(t) = m \cdot \ddot{z}(t)$  für den Bewegungsfreiheitsgrad entlang der globalen  $z$ -Achse den Ausgangspunkt. Mit der Kraft  $F_z(t)$  als Eingangsgröße des Systems sowie der Position  $x_{1z}(t) = z(t)$  und der Geschwindigkeit  $x_{2z}(t) = \dot{z}(t) = v_z(t)$  als Zustandsgrößen, lauten die Zustandsgleichungen:

$$\dot{x}_{1z}(t) = x_{2z}(t), \quad (7.6)$$

$$\dot{x}_{2z}(t) = \frac{1}{m} \cdot F_z(t). \quad (7.7)$$

In Matrixschreibweise lautet die Zustandsraumdarstellung:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_{1z}(t) \\ \dot{x}_{2z}(t) \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_z(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_z} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} x_{1z}(t) \\ x_{2z}(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_z(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}_z} \cdot F_z(t), \quad (7.8)$$

$$y_z(t) = \mathbf{c}_z^T \cdot \mathbf{x}_z(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{1z}(t) \\ x_{2z}(t) \end{bmatrix}. \quad (7.9)$$

Dabei wurde in Gleichung (7.9) angenommen, dass das System nicht sprungfähig ist, d. h. die Durchschaltmatrix  $\mathbf{D}_z$ , die eine direkte Wirkung des Eingangs auf den Ausgang ermöglicht, ist Null. Für die weitere Berechnung wird angenommen, dass es sich grund-

sätzlich um ein zeitinvariantes System mit konzentrierten Parametern handelt, sodass von nun an eine zeitlose Darstellung erfolgt.

Leitet man die Zustandsgleichungen für die Freiheiten  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$  in analoger Weise her und fasst die einzelnen Zustandsmatrizen und -vektoren zusammen, so lässt sich die allgemeine Zustandsraumdarstellung für die Magnetführung wie folgt angeben:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_z \\ \dot{\mathbf{x}}_{\varphi_x} \\ \dot{\mathbf{x}}_{\varphi_y} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_F} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_z & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & \mathbf{A}_{\varphi_x} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & \mathbf{A}_{\varphi_y} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_F} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_z \\ \mathbf{x}_{\varphi_x} \\ \mathbf{x}_{\varphi_y} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_F} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{b}_z & 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 1} & \mathbf{b}_{\varphi_x} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} & \mathbf{b}_{\varphi_y} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_F} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} F_z(t) \\ M_x(t) \\ M_y(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}_F}, \quad (7.10)$$

$$\mathbf{y}_F = \mathbf{C}_F^T \cdot \mathbf{x}_F = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_z^T & 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} & \mathbf{c}_{\varphi_x}^T & 0_{1 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & \mathbf{c}_{\varphi_y}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_z \\ \mathbf{x}_{\varphi_x} \\ \mathbf{x}_{\varphi_y} \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

mit  $0_{i \times j}$  ( $i \neq j$ ,  $i, j \in \mathbb{N}$ ) als Nullvektor und  $0_{i \times i}$  ( $i = j$ ,  $i, j \in \mathbb{N}$ ) als Nullmatrix sowie

die Zustandsvektoren der Einzelachsen  $\dot{\mathbf{x}}_{\varphi_x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{1\varphi_x} \\ \dot{x}_{2\varphi_x} \end{bmatrix}$ ,  $\dot{\mathbf{x}}_{\varphi_y} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{1\varphi_y} \\ \dot{x}_{2\varphi_y} \end{bmatrix}$ ,

Systemmatrizen der Einzelachsen  $\mathbf{A}_{\varphi_x} = \mathbf{A}_{\varphi_y} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,

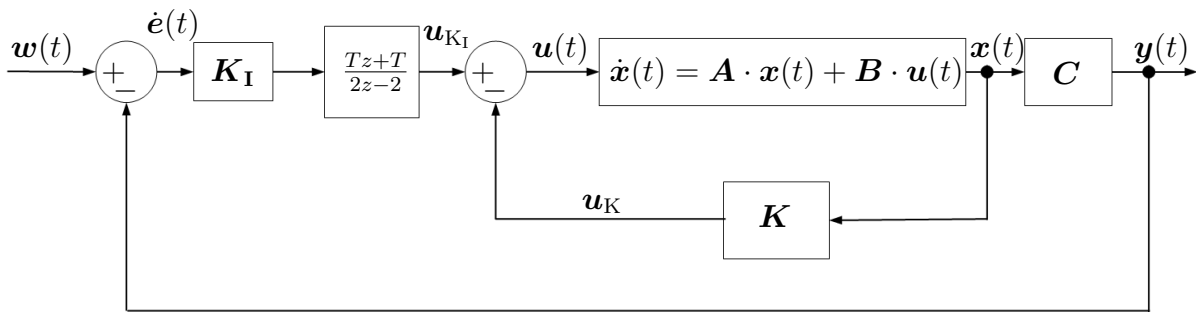
Eingangsvektoren der Einzelachsen  $\mathbf{b}_{\varphi_x} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_x} \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{b}_{\varphi_y} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_y} \end{bmatrix}$ ,

Ausgangsvektoren der Einzelachsen  $\mathbf{c}_{\varphi_x}^T = \mathbf{c}_{\varphi_y}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,

und  $\mathbf{u}_F = \begin{bmatrix} F_z(t) & M_x(t) & M_y(t) \end{bmatrix}^T$  als Eingangsgrößen des Systems.

Aufgrund der Diagonalform der Systemmatrix  $\mathbf{A}_F$  und der Eingangsmatrix  $\mathbf{B}_F$  sind die Zustandsvektoren unter den getroffenen Annahmen voneinander entkoppelt und können folglich getrennt geregelt werden. Sind Verkopplungen zwischen den Freiheitsgraden vorhanden, wie es z. B. im realen Betrieb vorkommt, so entstehen Elemente in der Nebendiagonalen der Systemmatrix  $\mathbf{A}_F$  und der Eingangsmatrix  $\mathbf{B}_F$ , die ungleich Null sind, d. h.  $A_{i \times j} = B_{i \times j} \neq 0$  für  $i \neq j$  und  $i, j \in \mathbb{N}$ .

Da für die Magnetführung ein Zustandsregler entworfen werden soll, muss die Steuerbarkeit der Regelstrecke anhand der Gleichung (7.10) untersucht werden. Sofern die Re-



**Abbildung 7.2:** Grundstruktur des Zustandsreglers mit integrierender Rückführung.

gestrecke nicht steuerbar ist, existieren Zustände, auf die die Stellgröße keinen Einfluss hat. Folglich kann kein Regler diesen Zuständen eine gewünschte Dynamik einprägen. Die Überprüfung der Steuerbarkeit kann mit der Steuerbarkeitsmatrix

$$\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_F & \mathbf{A}_F \cdot \mathbf{B}_F & \mathbf{A}_F^2 \cdot \mathbf{B}_F & \dots & \mathbf{A}_F^{n-1} \cdot \mathbf{B}_F \end{bmatrix}, \quad \dim(\mathbf{S}_1) = [n \times (nm)] \quad (7.12)$$

erfolgen [195]. Wenn die Regelstrecke vollständig steuerbar ist, dann gilt

$$\det(\mathbf{S}_1) \neq 0, \quad \text{d. h. } \text{rang}(\mathbf{S}_1) = n. \quad (7.13)$$

Die Überprüfung der Steuerbarkeit der Magnetführung lässt sich schnell durchführen, z. B. mit dem MATLAB-Befehl `ctrb`.

## 7.4.2 Parameterbestimmung mittels Polvorgabe

Die Grundidee eines Zustandsreglers ist es, die Zustände eines Systems gewichtet über eine Verstärkungsmatrix  $\mathbf{K}$  rückzukoppeln. Da jedoch eine Zustandsregelung konstante Störungen oder Parameteränderungen nicht vollständig ausregeln kann, wird diese um einen I-Anteil ergänzt. Die Grundstruktur dieses Ansatzes ist in Abbildung 7.2 zu sehen.

Für die Bestimmung der Reglerparameter kann das Verfahren der Polzuweisung angewendet werden [207, 208]<sup>6</sup>. Mit diesem Entwurfsverfahren können instabile Regelstrecken durch die gewünschte Polverschiebung stabilisiert werden. Zudem kann der Regelstrecke ein definiertes dynamisches Verhalten im Rahmen der Stellgrößenbeschränkung aufgeprägt werden.

<sup>6</sup>Der Reglerentwurf nach dem Verfahren der Polzuweisung wurde erstmals von *Rosenbrock* im Jahr 1962 beschrieben [209].

Die Regelstrecke mit dem Zustandsregler kann durch die folgenden Differentialgleichungssysteme beschrieben werden:

$$\dot{\mathbf{x}}_{\text{F}} = \mathbf{A}_{\text{F}} \cdot \mathbf{x}_{\text{F}} + \mathbf{B}_{\text{F}} \cdot \mathbf{u}_{\text{F}} \quad (7.14)$$

$$\mathbf{y}_{\text{F}} = \mathbf{C}_{\text{F}}^T \cdot \mathbf{x}_{\text{F}}. \quad (7.15)$$

Durch den hinzugenommenen I-Anteil gilt für die Stellgröße  $\mathbf{u}_{\text{F}}$ :

$$\mathbf{u}_{\text{F}} = -\mathbf{K}_{\text{F}} \cdot \mathbf{x}_{\text{F}} + \mathbf{K}_{\text{IF}} \cdot \mathbf{e}_{\text{F}} = -[\mathbf{K}_{\text{F}} \quad -\mathbf{K}_{\text{IF}}] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\text{F}} \\ \mathbf{e}_{\text{F}} \end{bmatrix} \quad (7.16)$$

Für  $\mathbf{w}(t) = 0$  und unter Berücksichtigung, dass, entsprechend Abbildung 7.2, für die neu definierte Zustandsvariable  $\dot{\mathbf{e}}(t) = -\mathbf{y}(t) = -\mathbf{c} \cdot \mathbf{x}(t)$  gilt, erhält man die Zustandsraumdarstellung der erweiterten Regelstrecke wie folgt:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{\text{F}} \\ \dot{\mathbf{e}}_{\text{F}} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_{\text{FI}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{F}} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \mathbf{C}_{\text{F}}^T & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{\text{FI}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\text{F}} \\ \mathbf{e}_{\text{F}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{\text{FI}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\text{F}} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{\text{FI}}} \cdot \mathbf{u}_{\text{F}}. \quad (7.17)$$

Setzt man Gleichung (7.16) in (7.17) ein, so kann das Zustandsraummodell mit dem Integralregler wie folgt abgeleitet werden:

$$\dot{\mathbf{x}}_{\text{FI}} = (\mathbf{A}_{\text{FI}} - \mathbf{B}_{\text{FI}} \cdot \mathbf{K}_{\text{FI}}) \cdot \mathbf{x}_{\text{FI}}, \quad (7.18)$$

wobei für  $\mathbf{K}_{\text{FI}} = [\mathbf{K}_{\text{F}} \quad -\mathbf{K}_{\text{IF}}]$  gilt.

Die Gesamtverstärkungsmatrix  $\mathbf{K}_{\text{FI}}$  lässt sich durch Vorgabe der Polstellen berechnen. Da in den meisten Fällen eine analytische Berechnung nicht möglich ist, wird in MATLAB durch den Befehl *place*<sup>7</sup> die Gesamtverstärkungsmatrix  $\mathbf{K}_{\text{FI}}$  numerisch berechnet.

Durch den überlagerten Integralregler für jeden einzelnen Bewegungsfreiheitsgrad müssen statt zwei nun drei Pole pro Freiheitsgrad vorgegeben werden. Idealerweise liegen diese drei vorgegebenen Pole pro Freiheitsgrad sehr weit links der imaginären Achse, um eine möglichst große Bandbreite des geregelten Systems zu erreichen. Eine solch hohe Dynamik wird meistens durch hohe Stellimpulse realisiert, die zur Sättigung der

<sup>7</sup>Der Befehl implementiert die von *Kautzy u. a.* vorgeschlagene Methode zur numerischen Berechnung der Reglermatrix [210].

**Tabelle 7.3:** Polstellen zur Ermittlung der Gesamtverstärkungsmatrix  $\mathbf{K}_{\text{FI}}$ .

Freiheitsgrad	1. Polstelle	2. Polstelle	3. Polstelle	Einheit
$z$	$p_1 = -12.5 + j4$	$p_2 = -12.5 - j4$	$p_3 = -125$	1/s
$\varphi_x$	$p_1 = -12.5 + j4$	$p_2 = -12.5 - j4$	$p_3 = -125$	1/s
$\varphi_y$	$p_1 = -15 + j4.8$	$p_2 = -15 - j4.8$	$p_3 = -150$	1/s

Leistungsstellglieder führen können und somit gegebenenfalls zu Stabilitätsproblemen des Systems. Zudem können diese hochdynamisch eingestellten Regler eine zu geringe Robustheit gegenüber Modellfehlern wegen der möglichen Anregung hoher Frequenzen aufweisen. Aus diesen Gründen ist der mögliche sinnvolle Bereich der Polkonfigurationen begrenzt.

Durch die in Gleichung (7.17) ermittelten Matrizen  $\mathbf{A}_{\text{FI}}$  und  $\mathbf{B}_{\text{FI}}$  sowie die in Tabelle 7.3 angegebenen Polstellen kann die Gesamtverstärkungsmatrix  $\mathbf{K}_{\text{FI}}$  mittels des *place*-Befehls numerisch berechnet werden. Die in Tabelle 7.3 angegebenen Polstellen wurden dabei empirisch als optimale Einstellung ermittelt, da mit diesen Pollagen sowohl die Regelstrecke stabilisiert als auch die Begrenzung der Stellgröße nicht überschritten wird.

Nachteilig beim Einsatz von Zustandsreglern ist, dass bei der realen Implementierung auf einen Prozessrechner alle Zustände erfasst bzw. vorliegen müssen, was einen hohen messtechnischen Aufwand erfordert. Darüber hinaus kann auch der Fall eintreten, dass gewisse Zustände überhaupt nicht messtechnisch erfassbar sind. Die zum Einsatz kommenden Wirbelstromsensoren erlauben nur die Ermittlung der drei globalen Koordinaten  $(z, \varphi_x, \varphi_y)$ . Da jedoch für die Zustandsregelung auch Informationen über die dazugehörigen Geschwindigkeiten  $(\dot{z}, \dot{\varphi}_x, \dot{\varphi}_y)$  vorliegen müssen, werden diese nicht gemessenen Zustandsgrößen mittels eines Zustandsbeobachters geschätzt.

Voraussetzung für den Entwurf eines Zustandsbeobachters ist die Beobachtbarkeit der Regelstrecke. Dazu muss die Beobachtbarkeitsmatrix

$$\mathbf{S}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_F & \mathbf{C}_F \cdot \mathbf{A}_F & \mathbf{C}_F \cdot \mathbf{A}_F^2 & \dots & \mathbf{C}_F \cdot \mathbf{A}_F^{n-1} \end{bmatrix}^T, \quad \dim(\mathbf{S}_2) = [(nm) \times n] \quad (7.19)$$



gebildet werden [195]. Wenn

$$\det(\mathbf{S}_2) \neq 0, \quad \text{d. h. } \text{rang}(\mathbf{S}_2) = n \quad (7.20)$$

gilt, ist das System vollständig beobachtbar. Dieser Nachweis kann ebenfalls schnell erbracht werden, z. B. mit dem MATLAB-Befehl *obsv*.

In dieser Arbeit kommt für die Rekonstruktion von Zustandsgrößen ein Zustandsbeobachter nach dem Luenberger-Prinzip zum Einsatz. Die Vorgehensweise der Zustandsbeobachtung nach dem Luenberger-Prinzip ist ausführlich in vielen Fachbüchern der Regelungstechnik beschrieben, u. a. in den Monografien von *Föllinger* [207], *Unbehauen* [195] und *Lutz* [177], sodass an dieser Stelle nicht weiter darauf eingegangen wird.

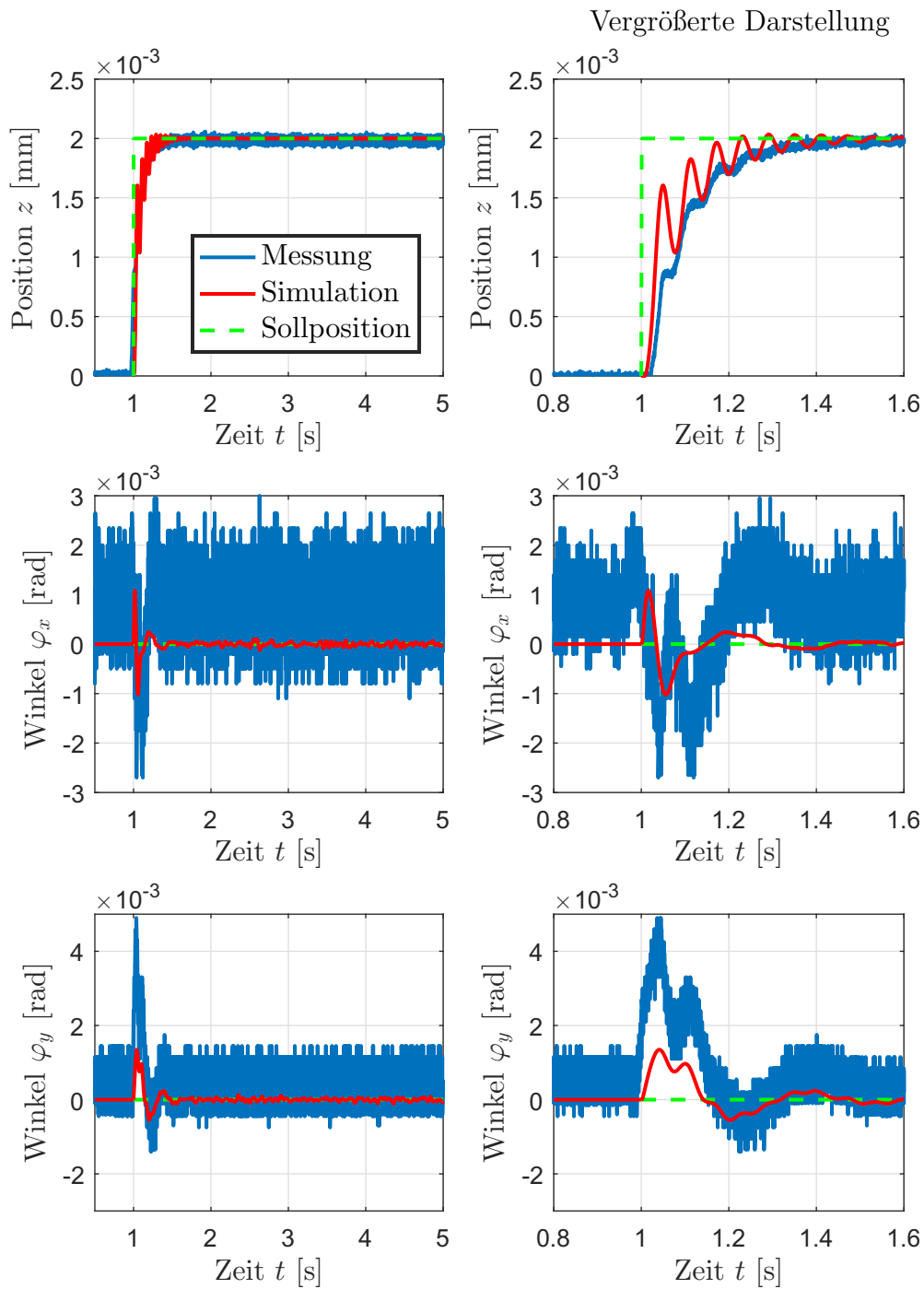
Weiterführende Literatur zur Zustandsregelung als auch zur PID-Regelung findet sich in [171, 179, 195, 196, 197, 198, 205, 208, 211]

### 7.4.3 Simulative und experimentelle Anwendung der Regler

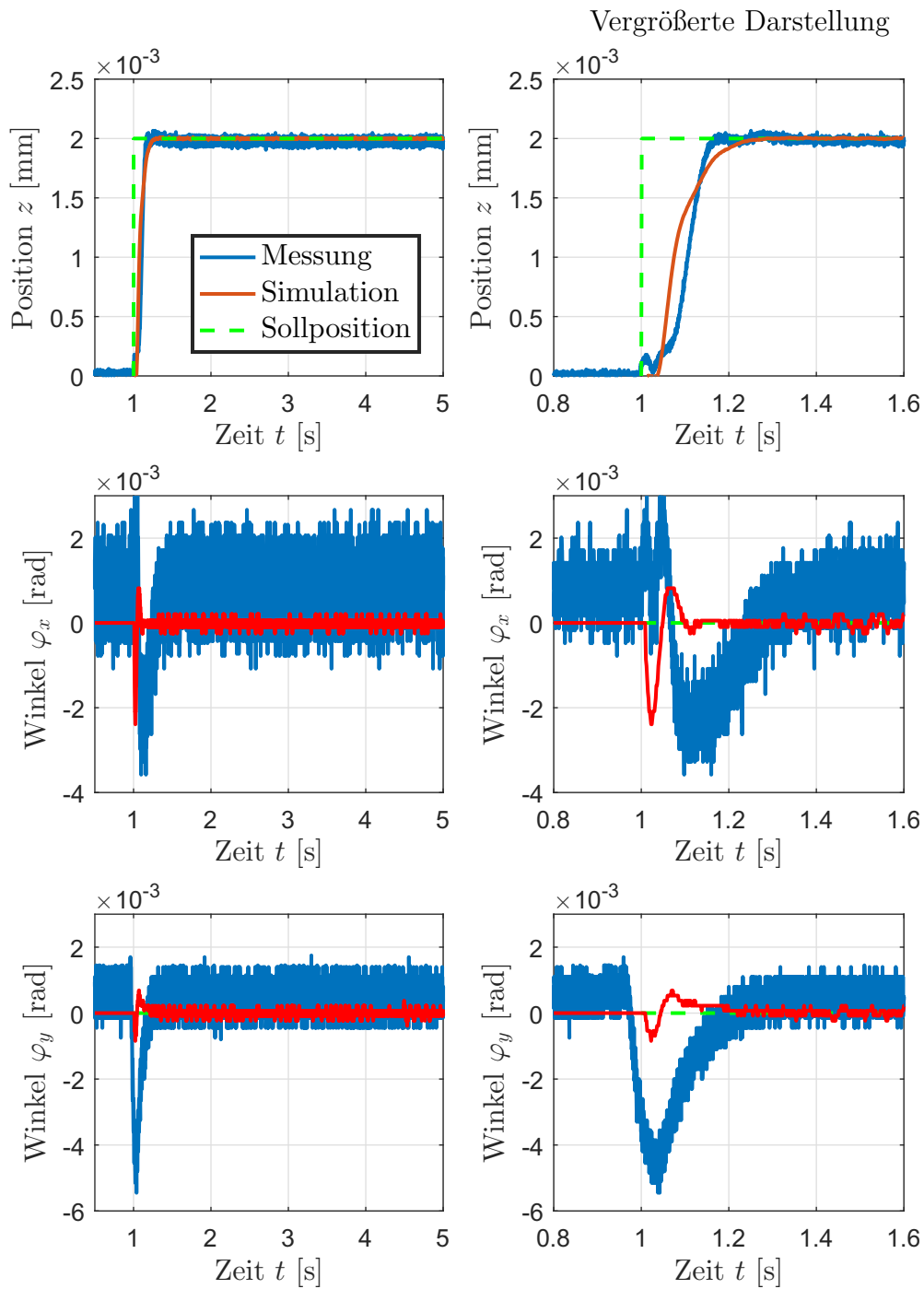
Mit dem PID-Regler und dem Zustandsregler mit I-Anteil stehen zwei verschiedene Regelungsansätze zur Regelung der Magnetführung zur Verfügung.

Anhand des in Kapitel 6 vorgestellten Basismodells wurden die jeweiligen Reglerparameter ausgelegt. Darüber hinaus wurde mit den selben Parametern die Magnetführung experimentell in Betrieb genommen. Die Führungsgröße war für beide Reglertypen identisch und wurde so gewählt, dass nach 1 s ein Anhebevorgang des Läufers auf eine stationäre Schwebehöhe von 2 mm erfolgt. Zeitgleich gilt für die Rotationswinkel  $\varphi_x = \varphi_y = 0$  rad. Für diesen Positioniervorgang befindet sich der Läufer in der Mittelstellung, d. h. an der Position  $x = y = 0$  mm. Der Planarantrieb wird nicht im Betrieb genommen. Damit der Läufer während der Positionierung entlang der  $z$ -Achse keine ungewollte Bewegung in den Koordinaten  $x, y$  und  $\varphi_z$  durchführt, wird dieser an den Ecken des Läufers mit elastischem Klebeband fixiert, sodass nur eine Bewegung entlang der  $z$ -Achse möglich ist. Die Abbildungen 7.3 und 7.4 zeigen dazu die simulierten und gemessenen Sprungantworten.

Es zeigt sich, dass die nichtlineare Regelstrecke sowohl in der Simulation als auch am realen Prüfstand mit beiden Reglertypen stabilisiert werden kann. Der simulierte Verlauf zeigt eine hinreichend gute Übereinstimmung zum gemessenen Verlauf. Die Gründe der



**Abbildung 7.3:** Gemessene und simulierte Sprungantworten bei Verwendung des PID-Reglers.



**Abbildung 7.4:** Gemessene und simulierte Sprungantworten bei Verwendung des Zustandsreglers.

Abweichung liegen u. a. in der nichtlinearen elektromagnetischen Kopplung zwischen den einzelnen Führungsspulen. Zudem existieren zwischen den Bewegungen in den Freiheiten  $z$ ,  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$  Wechselwirkungen, die in der Modellbildung nicht mit berücksichtigt worden sind sowie die Abweichungen der Deviationsmomente, die in der Realität ungleich Null sind. Überdies ist das exakte Rauschverhalten der Sensoren nicht präzise genug in der Simulation mit berücksichtigt. Nichtsdestotrotz zeigt der Vergleich zwischen den simulierten und gemessenen Resultaten, dass die sinnvollen Einstellwerte der Regler mit dem in Kapitel 6 gezeigten Basismodell abgeschätzt werden können.

Betrachtet man die Sprungantworten entlang der  $z$ -Achse, so zeigt sich, dass der Zustandsregler schneller als der PID-Regler die Sollposition erreicht. Während die Einschwingzeit mit dem PID-Regler 430 ms beträgt, beträgt sie beim Zustandsregler nur 216 ms. Weiterhin zeigt sich, dass der PID-Regler bis zum Erreichen des stationären Zustands zu Schwingungen neigt, wohingegen der Zustandsregler ein ruhigeres Verhalten mit geringerer Schwingungsneigung aufweist. Das dynamische Verhalten der Magnetführung kann durch die Zustandsregelung weiter verbessert werden, wenn statt der empirisch ermittelten Polfestlegung die Optimalregelung berücksichtigt wird [208].

Für den Anwender stehen mit der PID-Regelung und der Zustandsregelung zwei verschiedene Regelkonzepte zur Verfügung, die je nach Anforderung an das dynamische Verhalten verwendet werden können [26, 206]. Da die Stabilisierung der Regelstrecke das primäre Ziel war und mit beiden Ansätzen erreicht worden ist, erfolgte an dieser Stelle kein Reglervergleich anhand der Kenngrößen wie z. B. Anstiegszeit, Überschwingweite oder der bleibenden Regeldifferenz, da diese Optimierungsgrößen anwendungsspezifisch festgelegt werden. Dies könnte im Rahmen zukünftiger Arbeiten durchgeführt werden. Um die statischen und dynamischen Eigenschaften des Systems weiter zu verbessern, könnten auch andere Regelungsansätze wie z. B. die robuste Regelung [208] oder die nichtlineare Regelung [177, 197] untersucht werden.

## 7.5 Regelung des Planarantriebs

Da bei magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben keine mechanische Verdrehsperrre vorhanden ist, kommt es beim Anheben des Läufers aus der Ruheposition zu ungewollten Verdrehungen um die  $z$ -Achse, die zur Instabilität des gesamten Regelkreises führt.

Erst durch eine entsprechende Regelung des Planarantriebs ist ein freies Schweben des Läufers möglich, da die vier Antriebsaktoren die Generierung eines Drehmoments  $M_z$  ermöglichen und somit ungewollte Verdrehungen auf  $\varphi_z = 0$  rad ausregeln können. Darüber hinaus hat die Regelung des Planarantriebs die Aufgabe, den Läufer, trotz auftretender Störgrößen, in den Koordinaten  $x, y$  und  $\varphi_z$  stabil zu positionieren.

Da die Regelung der Magnetführung mit einem Zustandsregler ein ruhigeres Verhalten mit geringerer Schwingneigung aufweist, wird für den Planarantrieb ebenfalls eine integrierende Zustandsregelung implementiert. Die Reglereinstellung erfolgt ebenfalls durch Polvorgabe.

Bei der Herleitung der Zustandsgleichungen für den Planarantrieb wird ähnlich vorgegangen wie es in Abschnitt 7.4 aufgezeigt ist, sodass an dieser Stelle die allgemeine Zustandsdarstellung für den Planarantrieb direkt angegeben wird:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_x \\ \dot{\mathbf{x}}_y \\ \dot{\mathbf{x}}_{\varphi_z} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_A} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_x & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & \mathbf{A}_y & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & \mathbf{A}_{\varphi_z} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_A} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_x \\ \mathbf{x}_y \\ \mathbf{x}_{\varphi_z} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_A} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{b}_x & 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 1} & \mathbf{b}_y & 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} & \mathbf{b}_{\varphi_z} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_A} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \\ M_z(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}_A}, \quad (7.21)$$

$$\mathbf{y}_A = \mathbf{C}_A^T \cdot \mathbf{x}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_x^T & 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} & \mathbf{c}_y^T & 0_{1 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & \mathbf{c}_{\varphi_z}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_x \\ \mathbf{x}_y \\ \mathbf{x}_{\varphi_z} \end{bmatrix}, \quad (7.22)$$

mit  $0_{i \times j}$  ( $i \neq j$ ,  $i, j \in \mathbb{N}$ ) als Nullvektor und mit  $0_{i \times j}$  ( $i = j$ ,  $i, j \in \mathbb{N}$ ) als Nullmatrix sowie

die Zustandsvektoren der Einzelachsen  $\dot{\mathbf{x}}_x = \begin{bmatrix} \dot{x}_{1x} \\ \dot{x}_{2x} \end{bmatrix}$ ,  $\dot{\mathbf{x}}_y = \begin{bmatrix} \dot{x}_{1y} \\ \dot{x}_{2y} \end{bmatrix}$  und  $\dot{\mathbf{x}}_{\varphi_z} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{1\varphi_z} \\ \dot{x}_{2\varphi_z} \end{bmatrix}$ ,

Systemmatrizen der Einzelachsen  $\mathbf{A}_x = \mathbf{A}_y = \mathbf{A}_{\varphi_z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,

Eingangsvektoren der Einzelachsen  $\mathbf{b}_x = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{b}_y = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{b}_{\varphi_z} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_z} \end{bmatrix}$ ,

Ausgangsvektoren der Einzelachsen  $\mathbf{c}_x^T = \mathbf{c}_y^T = \mathbf{c}_{\varphi_z}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,

und  $\mathbf{u}_A = \begin{bmatrix} F_x(t) & F_y(t) & M_z(t) \end{bmatrix}^T$  als Eingangsgrößen des Systems.

**Tabelle 7.4:** Polstellen zur Ermittlung der Gesamtverstärkungsmatrix  $\mathbf{K}_{AI}$ .

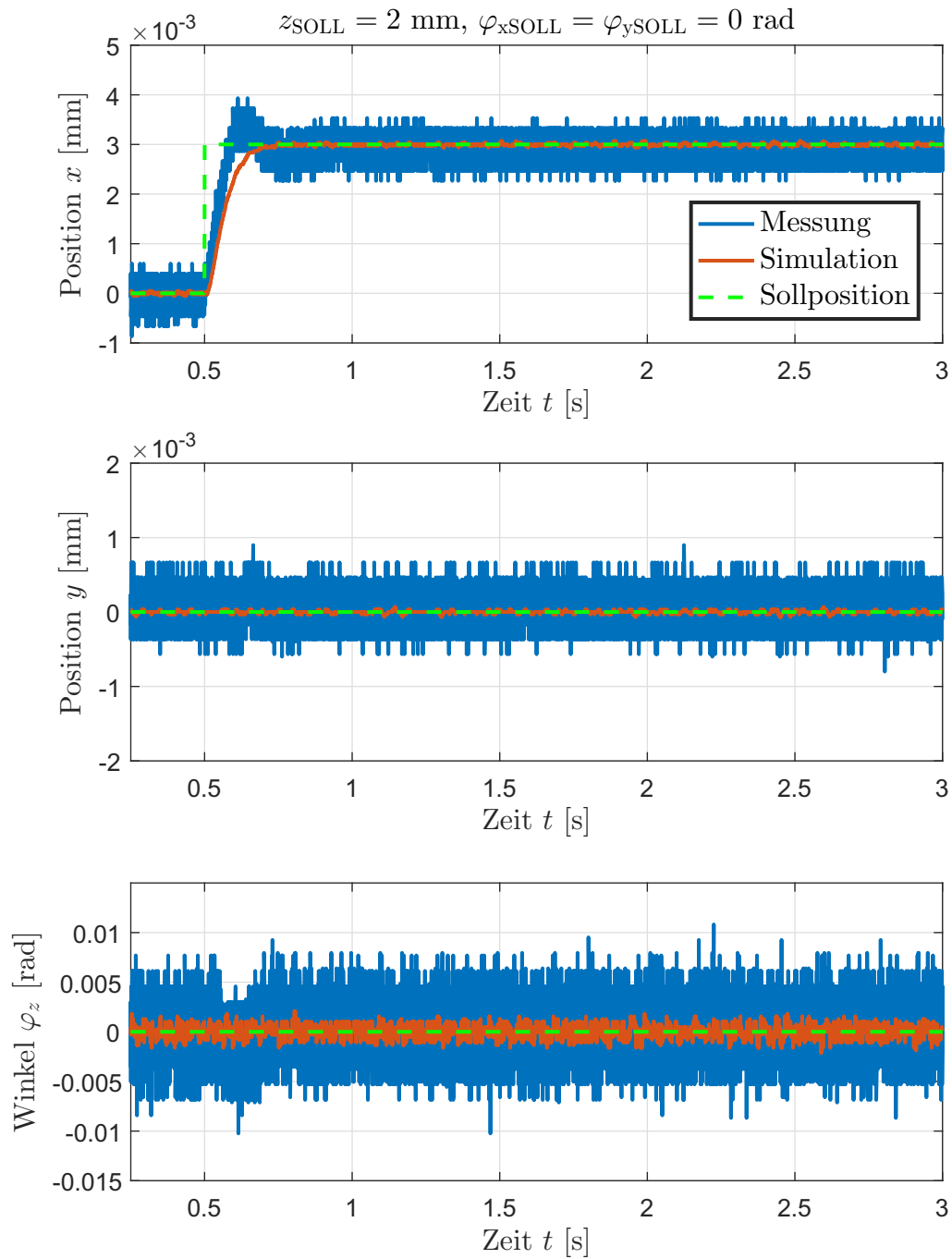
Freiheitsgrad	1. Polstelle	2. Polstelle	3. Polstelle	Einheit
$x$	$p_1 = -10.5 + j2.5$	$p_2 = -10.5 - j2.5$	$p_3 = -73.5$	1/s
$y$	$p_1 = -10.5 + j2.5$	$p_2 = -10.5 - j2.5$	$p_3 = -73.5$	1/s
$\varphi_z$	$p_1 = -9.5 + j2.2$	$p_2 = -9.5 - j2.2$	$p_3 = -61$	1/s

Basierend auf Gleichung (7.14) - (7.18) kann in analoger Weise eine Gesamtverstärkungsmatrix  $\mathbf{K}_{AI}$  für den Planarantrieb durch Vorgabe der Polstellen berechnet werden. Durch die empirisch ermittelten und in Tabelle 7.4 angegebenen Polstellen kann die Gesamtverstärkungsmatrix  $\mathbf{K}_{AI}$  mittels des MATLAB-Befehls *place* numerisch berechnet werden.

Mit den berechneten Reglerparametern wurde eine Sprungantwort mit einer Sprunghöhe von 3 mm entlang der  $x$ -Achse simuliert und gemessen. Bei dieser Sprungantwort wurde zeitgleich die Magnetführung in Betrieb genommen, da ansonsten aufgrund der Reibungskräfte zwischen dem Läufer und dem Stator der Planarantrieb keine ausreichend hohen Antriebskräfte zur Bewegung des Läufers in der  $x$ - $y$ -Ebene erzeugen kann. Für diesen Positioniervorgang wurden die Sollwerte  $z_{\text{Soll}} = 2$  mm sowie  $\varphi_{x\text{Soll}} = \varphi_{y\text{Soll}} = 0$  rad eingestellt. Abbildung 7.5 zeigt die simulierten und gemessenen Verläufe.

Mit den berechneten Parametern für die Zustandsregler entsteht sowohl in der Simulation als auch am Prüfstand ein stabiler Regelkreis in den drei Freiheitsgraden  $x$ ,  $y$  und  $\varphi_z$ . Die Sollposition wird innerhalb von 163 ms erreicht. Die Gründe für die Abweichung zwischen der gemessenen und berechneten Sprungantwort sind die gleichen, die bereits im Abschnitt 7.4 diskutiert worden sind. Insbesondere macht sich das nur unzureichend berücksichtigte Sensorrauschen der optischen Sensoren bemerkbar. Überdies sind die planaren Störkräfte der Magnetführung, die bei Bewegung des Läufers aus dem Zentrum heraus entstehen, ebenfalls nicht im Modell berücksichtigt. Jedoch zeigt sich, dass der Zustandsregler in der Lage ist, den Einfluss externer Störkräfte auszugleichen. Sinnvolle Einstellwerte können mit diesem einfach gehaltenen Modell abgeschätzt werden.

Um eine genauere Modellbildung zu erreichen, ist ein interessanter Ansatzpunkt für wei-



**Abbildung 7.5:** Gemessene und simulierte Sprungantwort bei einem Positionierschritt entlang der  $x$ -Achse.

tergehende Arbeiten die Anwendung von Identifikationsverfahren für dieses nichtlineare verkoppelte Mehrgrößensystem. Die identifizierten nichtlinearen Systemmodelle könnten dann im Reglerentwurf direkt berücksichtigt werden. Interessante Arbeiten hinsichtlich einer Systemidentifikation von magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieben sind in den Dissertationen von *Shakir* [106] und *Kuo* [85] beschrieben. Weiterführende Literatur zur Systemidentifikation findet sich in der Monografie von *Zhu* [212] sowie im Artikel bei *Shardt u.a.* mit entsprechender Literaturliste [213].

## 7.6 Zusammenfassung

Für die Regelung des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs wurden die beiden Teilsysteme Planarantrieb und Magnetführung getrennt von einander betrachtet, da die Kräfte orthogonal zu einander wirken.

Für die Regelung der Magnetführung wurde ein zeitdiskreter PID-Regler eingesetzt. Als weiterführendes Regelungskonzept wurde auch ein Zustandsregler mit integrierender Rückführung implementiert. Grundsätzlich zeigt sich, dass mit beiden Regelungsansätzen die Magnetführung sowohl in der Simulation als auch am Prüfstand stabilisiert werden kann. Zudem zeigt sich, dass der Zustandsreglers gegenüber dem PID-Regler ungefähr doppelt so schnell ist und zu einem ruhigeren Verhalten mit geringerer Schwingungsneigung führt.

Für die Regelung des Planarantriebs wurde daher ebenfalls die Zustandsregelung implementiert. Es wurde gezeigt, dass der Regler sowohl in der Simulation als auch am Prüfstand die Regelstrecke stabilisieren kann.

Es lässt sich feststellen, dass zwar mit dem Simulationsmodell die Einstellwerte der Reglerparameter abgeschätzt werden können, jedoch es Abweichungen zwischen der Simulation und der Messung gibt. Um eine genauere Modellbildung zu erreichen, ist ein interessanter Ansatzpunkt für weitergehende Arbeiten die Anwendung von Identifikationsverfahren für den magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieb. Zudem könnte die Untersuchung weiterer Regelungsansätze zur Verbesserung der statischen und dynamischen Eigenschaften des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs Gegenstand zukünftiger Arbeiten sein.



# Kapitel 8

---

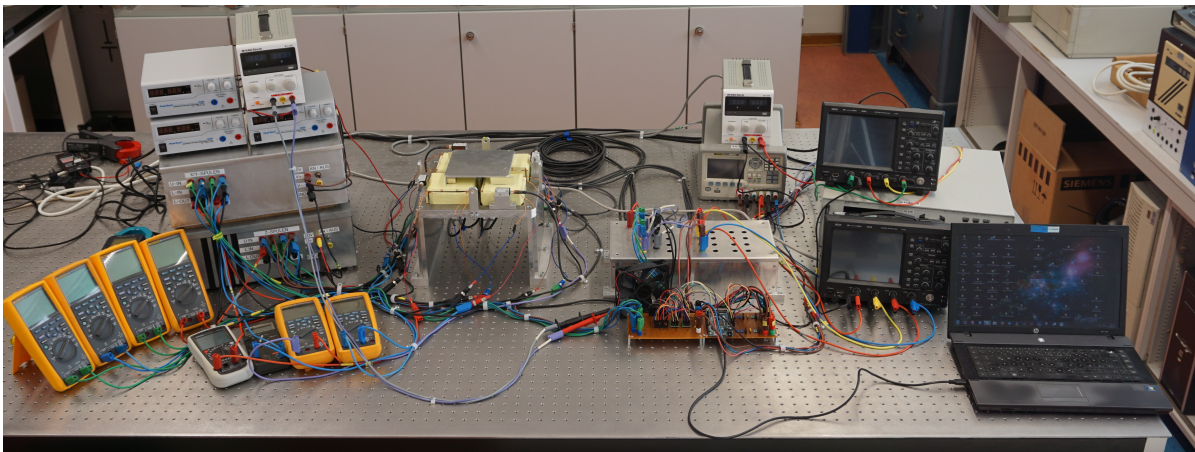
## Funktionsmuster und Messungen

---

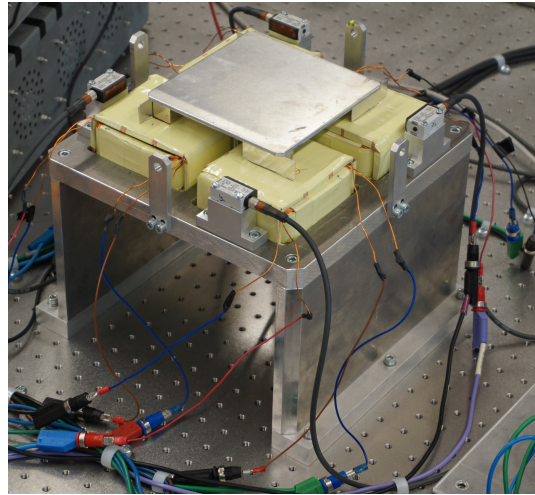
Da die vorliegende Arbeit das Ziel verfolgt, die Funktionsfähigkeit des neuartigen magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs nachzuweisen, soll im Labor ein Prüfstand aufgebaut werden, an dem experimentelle Versuche durchgeführt werden.

### 8.1 Gesamtaufbau des Systems

Abbildung 8.1 veranschaulicht den im Labor aufgebauten Prüfstand.



**Abbildung 8.1:** Gesamtaufbau des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs.



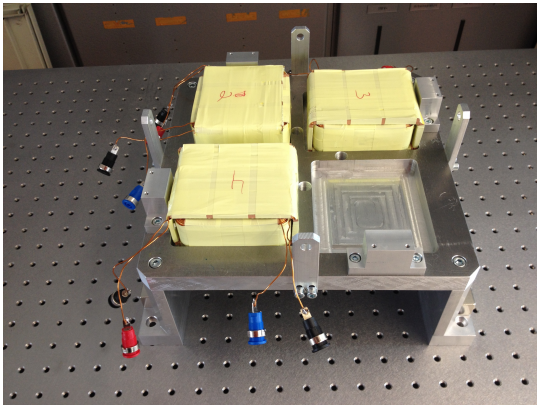
**Abbildung 8.2:** Vergrößerte Darstellung des Mehrkoordinatenantriebs.

Eine vergrößerte Darstellung des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs zeigt Abbildung 8.2.

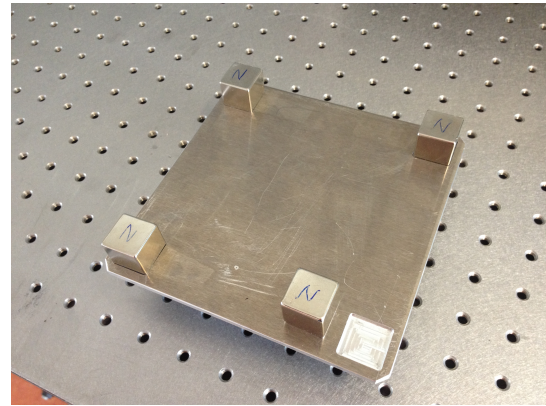
Das Funktionsmuster ermöglicht einen Bewegungsbereich von  $50 \times 50 \times 2 \text{ mm}^3$ . Überdies wird der Mehrkoordinatenantrieb während der Versuchsdurchführungen auf einem schwingungs isolierten Tisch befestigt, um unerwünschte Schwingungen zu vermeiden.

Der Stator besitzt vier Nuten, in denen die Spulen eingelassen werden (Abbildung 8.3). Um Anziehungskräfte zwischen den beweglichen und den feststehenden Komponenten zu vermeiden, ist dieser aus dem Werkstoff Aluminium gefertigt. Der Läufer des Mehrkoordinatenantriebs besitzt keine mechanischen und elektrischen Zuleitungen zum Stator, sodass eine Reibungs- und Verschleißfreiheit gegeben ist. Er besteht aus einer quadratischen Aluminiumplatte, in der vier N52 NdFeB Permanentmagnete, mit den Abmessungen  $20 \times 20 \times 20 \text{ mm}^3$  integriert sind (Abbildung 8.4). Die Masse des Läufers beträgt 0.468 kg, wobei davon die Masse der vier Permanentmagnete 0.24 kg beträgt.

Da zunächst ein Funktionsnachweis des hier vorgeschlagenen Konzepts im Vordergrund steht, kommt für die Regelung des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs ein kostengünstiges und echtzeitfähiges SainSmart-DUE zum Einsatz. Es basiert auf der SAM3X8E ARM Cortex-M3 CPU von Atmel. Auf diesem Microcontroller-Board ist zudem ein 10 Bit AD-Wandler mit bis zu 12 Kanälen zum Einlesen der analogen Sensor-signale vorhanden. Die Stellsignale für die Aktoren werden über einen externen achtka-



**Abbildung 8.3:** Stator des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs.



**Abbildung 8.4:** Läufer des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs.

naligen 12 Bit DA-Wandler (AD5724AREZ) des Herstellers Analog Devices ausgegeben. Die Kommunikation erfolgt über eine SPI-Schnittstelle. Die eingesetzte Hardware erlaubt eine echtzeitfähige Regelung des Mehrkoordinatenantriebs in den sechs Bewegungsfreiheiten.

Die Codegenerierung auf die Zielhardware für die Verarbeitung der Messsignale als auch für die Zustandsregelung des Gesamtsystems mit zwei Luenberger-Beobachter erfolgte direkt mit Hilfe eines MATLAB/SIMULINK-Modells. Für die zeitdiskrete Regelung als auch die Messsignalverarbeitung wurde eine Abtastzeit von 1.3 ms gewählt. Eine Echtzeitregelung durch eine weitere Verringerung der Abtastzeit ist aufgrund der begrenzten Rechenleistung nicht möglich.

Die Messung, Visualisierung und Speicherung der Sensorsignale erfolgte mit einem digitalen Oszilloskopen (Modell LeCroy WaveJet 354).

## 8.2 Führungsregelung

Für die Regelung der magnetischen Führung als auch für den Planarantrieb wurde die Zustandsregelung mit integrierender Rückführung auf die Zielhardware implementiert. Für die im Folgenden gezeigten experimentellen Messungen muss berücksichtigt werden, dass das Läuferverhalten sowohl von den implementierten Reglern und den Reglerpara-

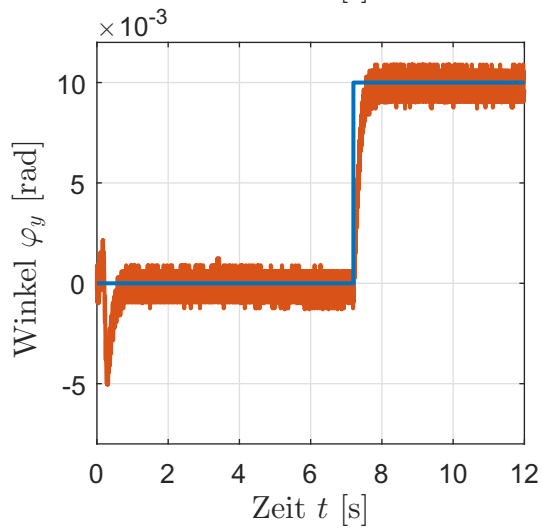
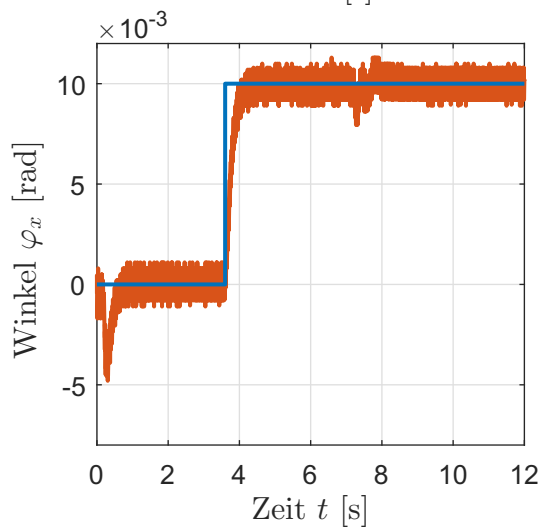
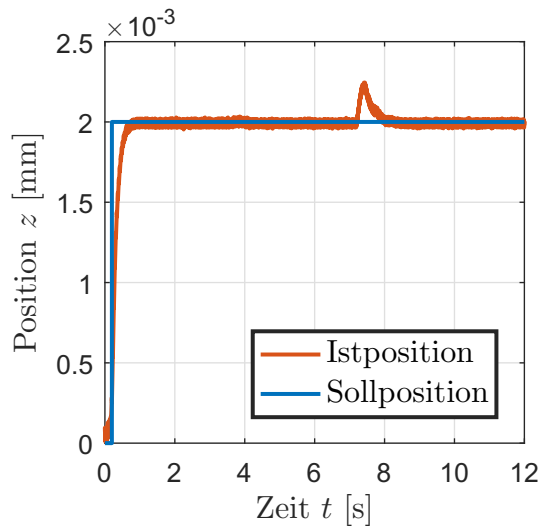
metern, den eingesetzten Sensoren als auch der Regelungshardware stark abhängig ist.

Das Führungsverhalten des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs kann durch die Sprungantwort in den drei Freiheitsgraden  $z$ ,  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$  beschrieben werden (Abbildung 8.5). Der Läufer befand sich während der Messungen in zentrierter Lage, d. h. an der Position  $x = y = 0$  mm. Dabei zeigen sich zwischen den Bewegungen in den drei Freiheitsgraden kaum Wechselwirkungen. Dies ist insbesondere bei der Sprungantwortfolge zu sehen, da während der Bewegung des Läufers entlang der  $z$ -Koordinate die rotatorischen Freiheitsgrade  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$  kaum Auslenkungen um die Sollposition erfahren (Abbildung 8.6). Die Einschwingzeit für die  $\varphi_x$ - und  $\varphi_y$ -Koordinate beträgt 312 ms bzw. 342 ms. Die Regelabweichungen in den einzelnen Freiheitsgraden können beseitigt werden. Die gemessene Verlustleistung in den einzelnen Führungsspulen beträgt  $P_v = I_F^2 \cdot R_F \approx (2.8 \text{ A})^2 \cdot 2 \Omega = 15.68 \text{ W}$ , sodass die Magnetführung für den Betrieb insgesamt  $P_F = 4 \cdot P_v = 62.72 \text{ W}$  benötigt.

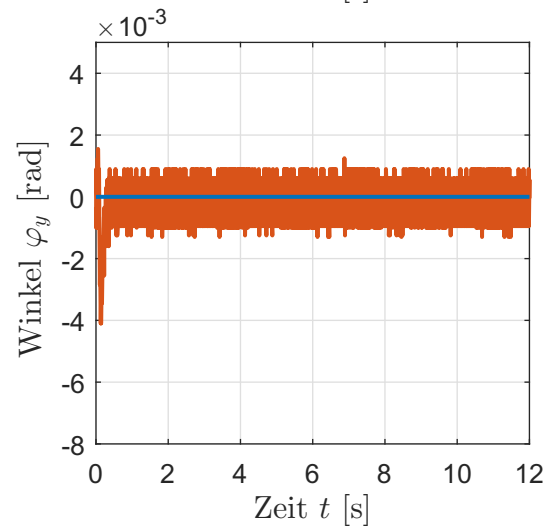
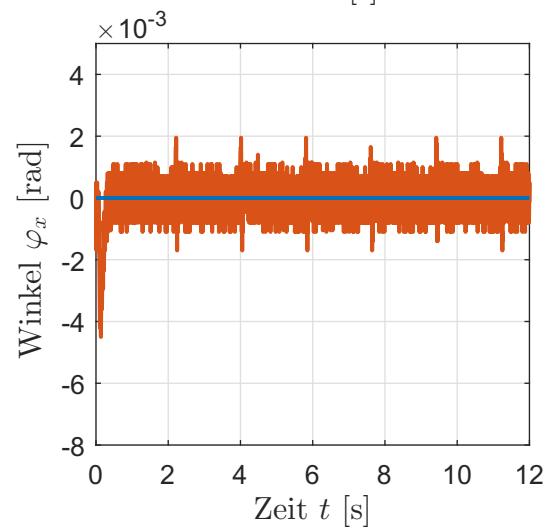
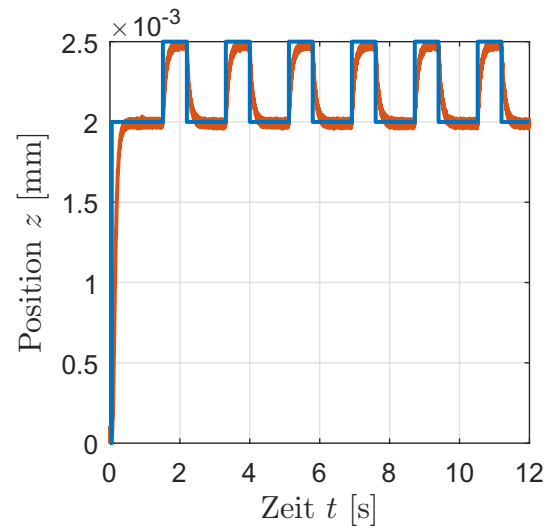
Eine Auswertung der in Abbildung 8.7 dargestellten Signalverläufe in MATLAB zeigt, dass das Positionsrauschen eine Standardabweichung von  $\sigma_z = 8.2 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_{\varphi_x} = 287 \mu\text{rad}$  und  $\sigma_{\varphi_y} = 271 \mu\text{rad}$  besitzt und somit im Bereich der Sensorauflösung ist. Eine Verringerung des Positionsrauschens kann nur durch Sensoren besserer Auflösung erzielt werden, wie es z. B. in der Arbeit von Volkert [38] gezeigt worden ist. Dort konnte die Standardabweichung durch den Austausch der Wirbelstromsensoren mit Laserinterferometer auf ein Fünfzehntel verringert werden.

Das Störverhalten der Magnetführung wird durch eine fallende Kupferplatte auf den schwebenden Läufer untersucht. Die Fallhöhe beträgt ca. 1 cm. Die Masse der Kupferplatte beträgt jeweils ca. 66 g und 31 g, sodass sich wegen  $F = m \cdot g$  Störkräfte von 0.64 N und 0.31 N ergeben. Abbildung 8.8 und Abbildung 8.9 zeigen den zeitlichen Verlauf der drei Bewegungsfreiheiten  $z$ ,  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$  bei auftretenden Störkräften.

Es zeigt sich, dass die auftretende Störung unmittelbaren Einfluss auf alle drei Freiheitsgrade hat. Durch die stärkere Störkraft ist eine größere Auslenkung des Läufers aus der Sollposition festzustellen. Dennoch können die sich daraus ergebenden Positionsabweichungen nach 105 ms bzw. 353 ms korrigiert werden. Die Standardabweichungen betragen wie im ungestörten Fall  $\sigma_z = 8.2 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_{\varphi_x} = 287 \mu\text{rad}$  und  $\sigma_{\varphi_y} = 271 \mu\text{rad}$ . Der Einfluss der Störkraft kann somit durch den I-Anteil in der Regelung kompensiert werden, die Positionsfehler können eliminiert werden. Solange die maximale Führungskraft nicht überschritten wird, besitzt die Magnetführung eine unendliche statische Steifigkeit.



**Abbildung 8.5:** Sprungantwort in den Koordinaten  $z$ ,  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$ .



**Abbildung 8.6:** Sprungantwortfolge in den Koordinaten  $z$ ,  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$ .

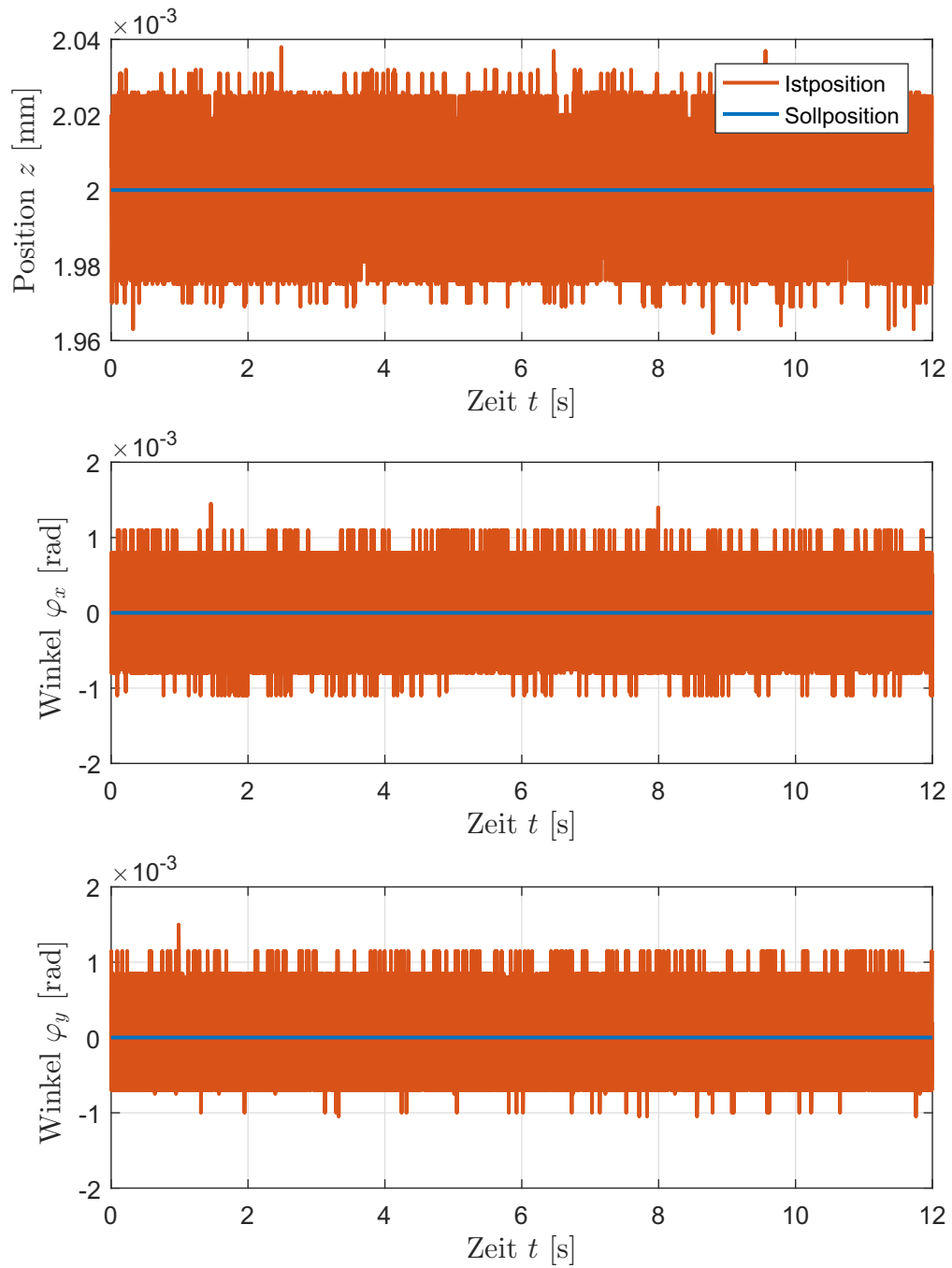
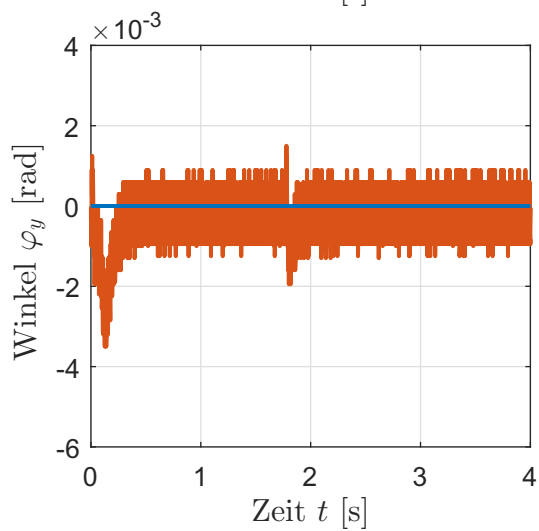
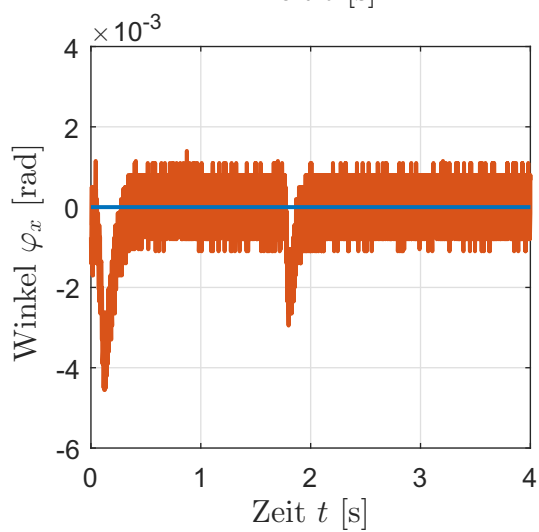
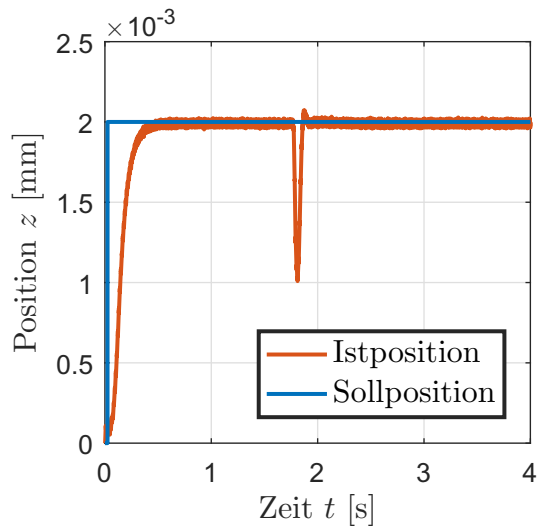
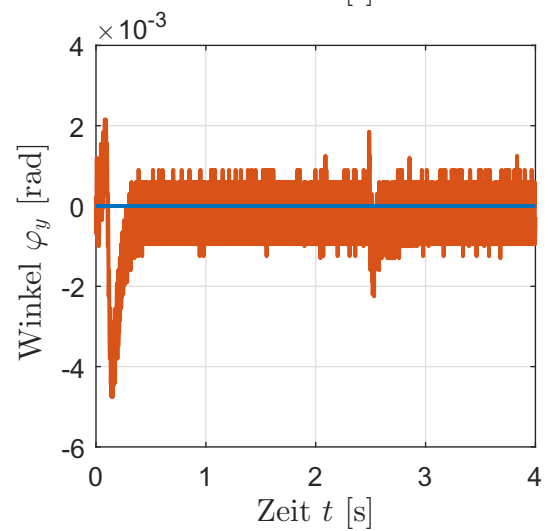
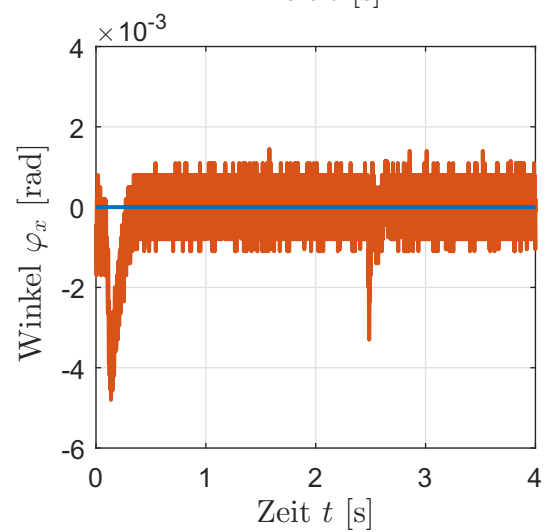
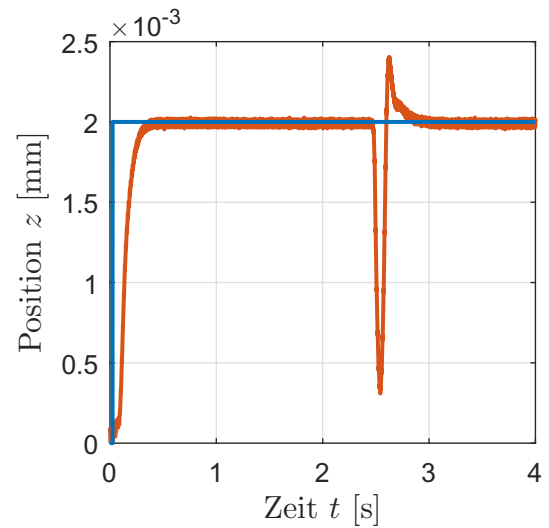


Abbildung 8.7: Positionsrauschen in  $z$ ,  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$ .



**Abbildung 8.8:** Antwortverhalten durch Auftreten einer Störkraft (0.31 N).



**Abbildung 8.9:** Antwortverhalten durch Auftreten einer Störkraft (0.64 N).

## 8.3 Antriebsregelung

Das Führungsverhalten des Planarantriebs kann durch die Sprungantwort in den Freiheitsgraden  $x, y$  und  $\varphi_z$  beschrieben werden. Bevor die Sprungantworten des Planarantriebs gemessen werden können, wird der zentrierte Läufer zuvor auf eine stationäre Schwebeposition mit den Sollwerten  $z = 2\text{ mm}$ ,  $\varphi_x = 0\text{ rad}$  und  $\varphi_y = 0\text{ rad}$  gebracht. Anschließend erfolgen horizontale Positionierschritte aus der zentrierten Lage heraus. Abbildung 8.10 zeigt die gemessenen Sprungantworten, nachdem der Läufer die Zielpositionen  $x_{\text{Soll}} = 10\text{ mm}$ ,  $y_{\text{Soll}} = 10\text{ mm}$  und  $\varphi_{z\text{Soll}} = 10\text{ mrad}$  nacheinander anfährt.

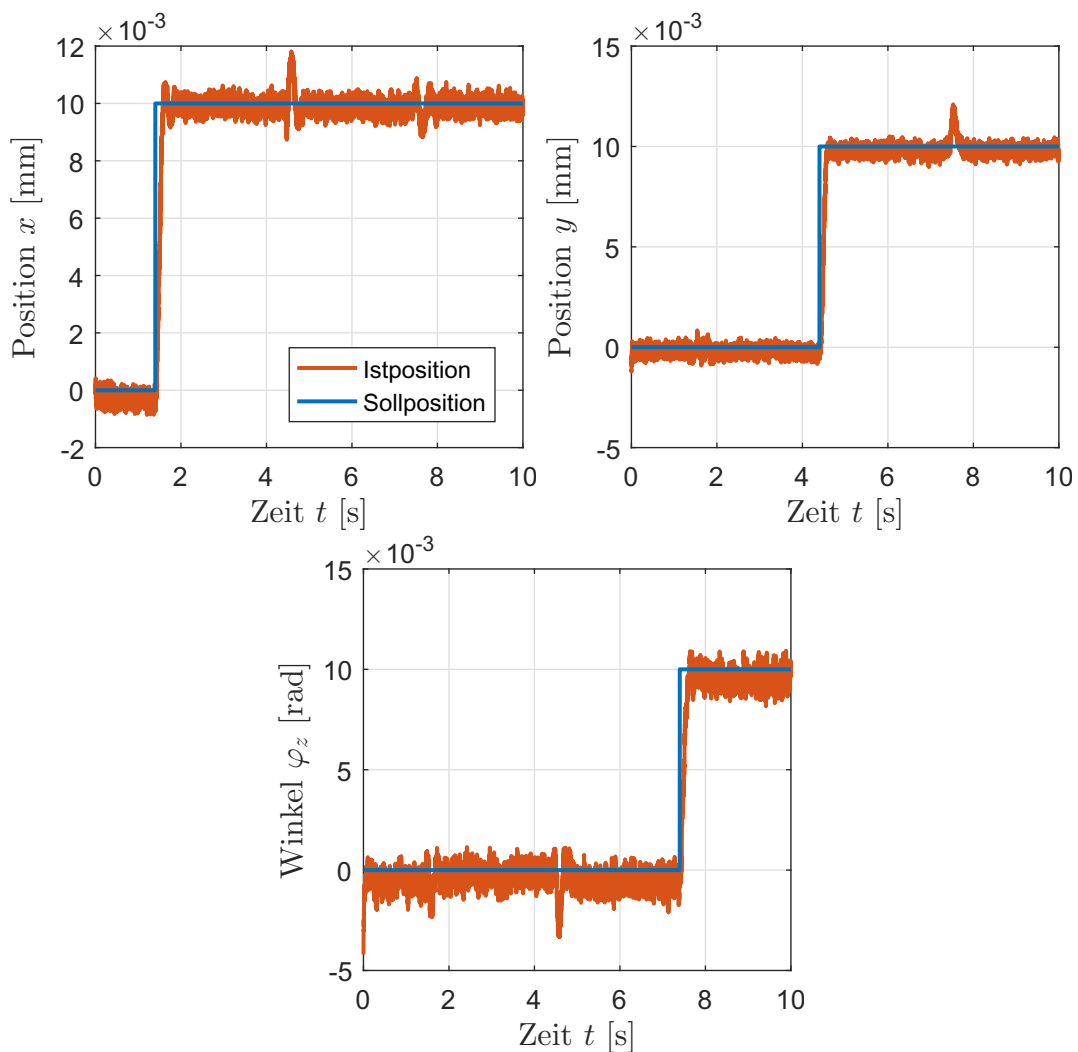
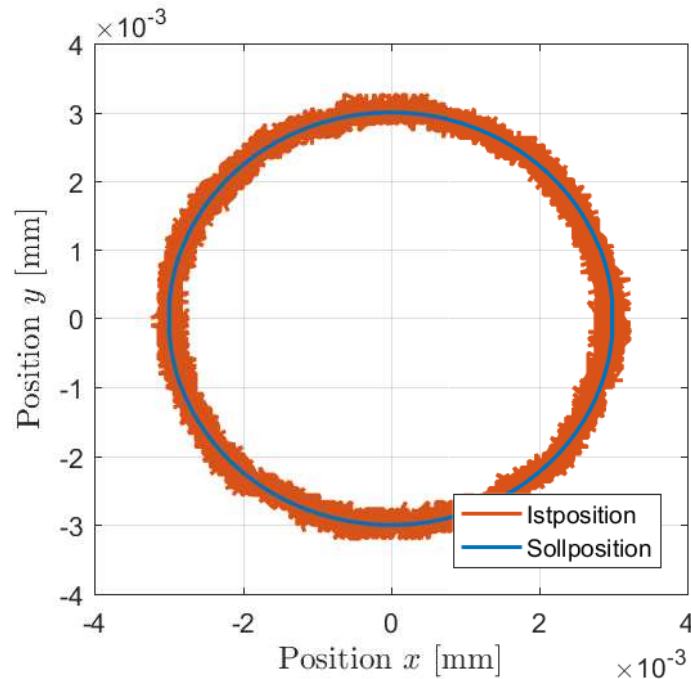


Abbildung 8.10: Sprungantwort in den Koordinaten  $x, y$  und  $\varphi_z$ .



Die Regelabweichungen können in allen drei Freiheitsgraden eliminiert werden. Die Einstellzeit zum Erreichen der Zielpositionen beträgt für die  $x$ - und  $y$ -Koordinate 425 ms und 266 ms sowie 362 ms für die  $\varphi_z$ -Koordinate. Im zentrierten Zustand, d. h. an der Position  $x = y = 0$  mm und  $\varphi_z = 0$  rad, beträgt die gemessene Gesamtverlustleistung in den vier Antriebsspulen  $P_A \approx 2.45$  W. Diese geringe Verlustleistung ist damit begründet, dass die planaren Störkräfte durch die Führungsspule sehr klein sind und folglich nur kleine Antriebskräfte zur Kompensation der Störkräfte benötigt werden.

Häufig müssen magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe verschiedene Trajektorien innerhalb der  $x$ - $y$ -Ebene abfahren. Anhand einer beispielhaften kreisförmigen Solltrajektorie mit einem Durchmesser von 6 mm zeigt Abbildung 8.11, dass der Planarantrieb in der Lage ist, vorgegebene Trajektorien korrekt abzufahren.



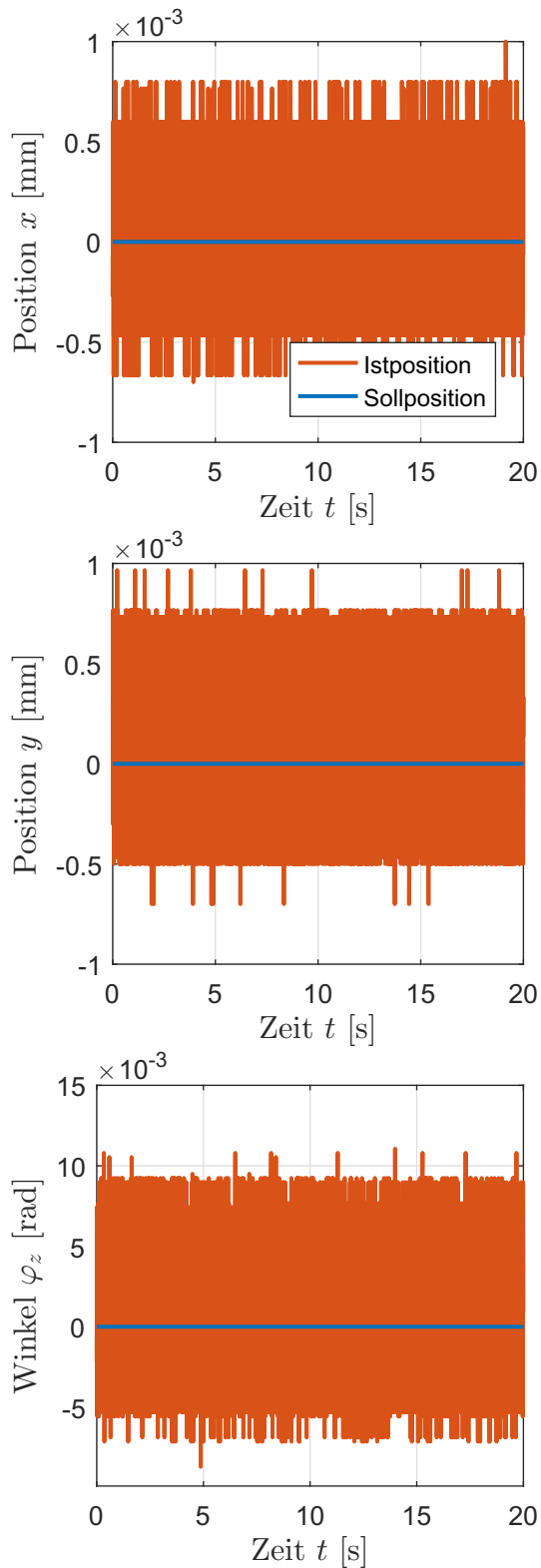
**Abbildung 8.11:** Kreisförmige Bewegung des Läufers.

Abbildung 8.12 zeigt die gemessene Unsicherheit des Planarantriebs für einen Zeitraum von 20 s, nachdem der Läufer in zentrierter Lage im stationären Schwebezustand positioniert ist. Das Positionsrauschen in diesen Freiheitsgraden besitzt eine Standardabweichung von  $\sigma_x = 193$   $\mu\text{m}$ ,  $\sigma_y = 178$   $\mu\text{m}$  und  $\sigma_{\varphi_z} = 2.2$  mrad.

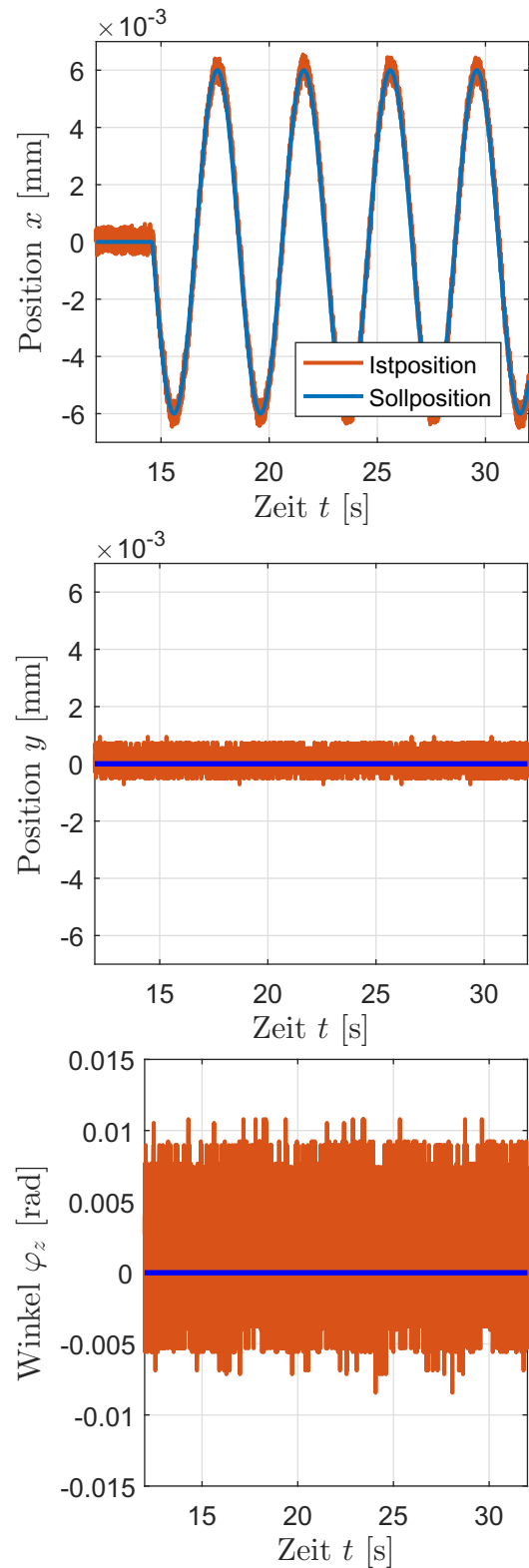
Generell zeigen sich kaum Wechselwirkungen zwischen den Bewegungsfreiheitsgraden  $x, y$  und  $\varphi_z$ . Dies bestätigt Abbildung 8.13, nach der sich der Sollwert in der  $x$ -Koordinate kontinuierlich sinusförmig ändert, während die Sollwerte für  $y$  und  $\varphi_z$  jeweils Null sind.

Um den Einfluss des Planarantriebs auf die Magnetführung aufzuzeigen, werden die Koordinaten  $z, \varphi_x$  und  $\varphi_y$  gemessen, während der Läufer sich kontinuierlich entlang der  $x$ -Koordinate bewegt (Abbildung 8.14). Dabei wurde zunächst in zentrierter Lage der Läufer auf die Sollwerte  $z_{\text{Soll}} = 1 \text{ mm}$  und  $\varphi_x = \varphi_y = 0 \text{ rad}$  positioniert. Nach 10.6 s begann sich der Läufer aus der zentrierten Lage heraus zu bewegen. Es kann trotz der positionsabhängigen Führungskräfte und der Wechselwirkung zwischen den Antriebs- und Führungsaktoren die gewünschte Position stabil gehalten werden. Die Standardabweichungen des Positionsrauschens in den Bewegungsfreiheiten  $z, \varphi_x$  und  $\varphi_y$  bleibt in der gleichen Größenordnung wie zuvor ermittelt.

Die gegenseitige Beeinflussung der beiden Teilsysteme Antriebe und Führung wirken jeweils als Störgrößen auf die einzelnen Regelkreise. Bei einer entsprechenden Identifizierung dieser Störgrößen kann deren Einfluss z. B. durch eine Vorsteuerung verringert bzw. eliminiert werden. In der Arbeit von Volkert [38] konnte beispielsweise der Antriebseinfluss auf die Magnetführung durch eine Vorsteuerung auf 60% reduziert werden. Diese Option für den hier vorgestellten magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieb kann als Ausblick für weitere Untersuchungen betrachtet werden.



**Abbildung 8.12:** Positionsrauschen in den Koordinaten  $x, y$  und  $\varphi_z$ .



**Abbildung 8.13:** Kopplungsverhalten in den Koordinaten  $x, y$  und  $\varphi_z$ .

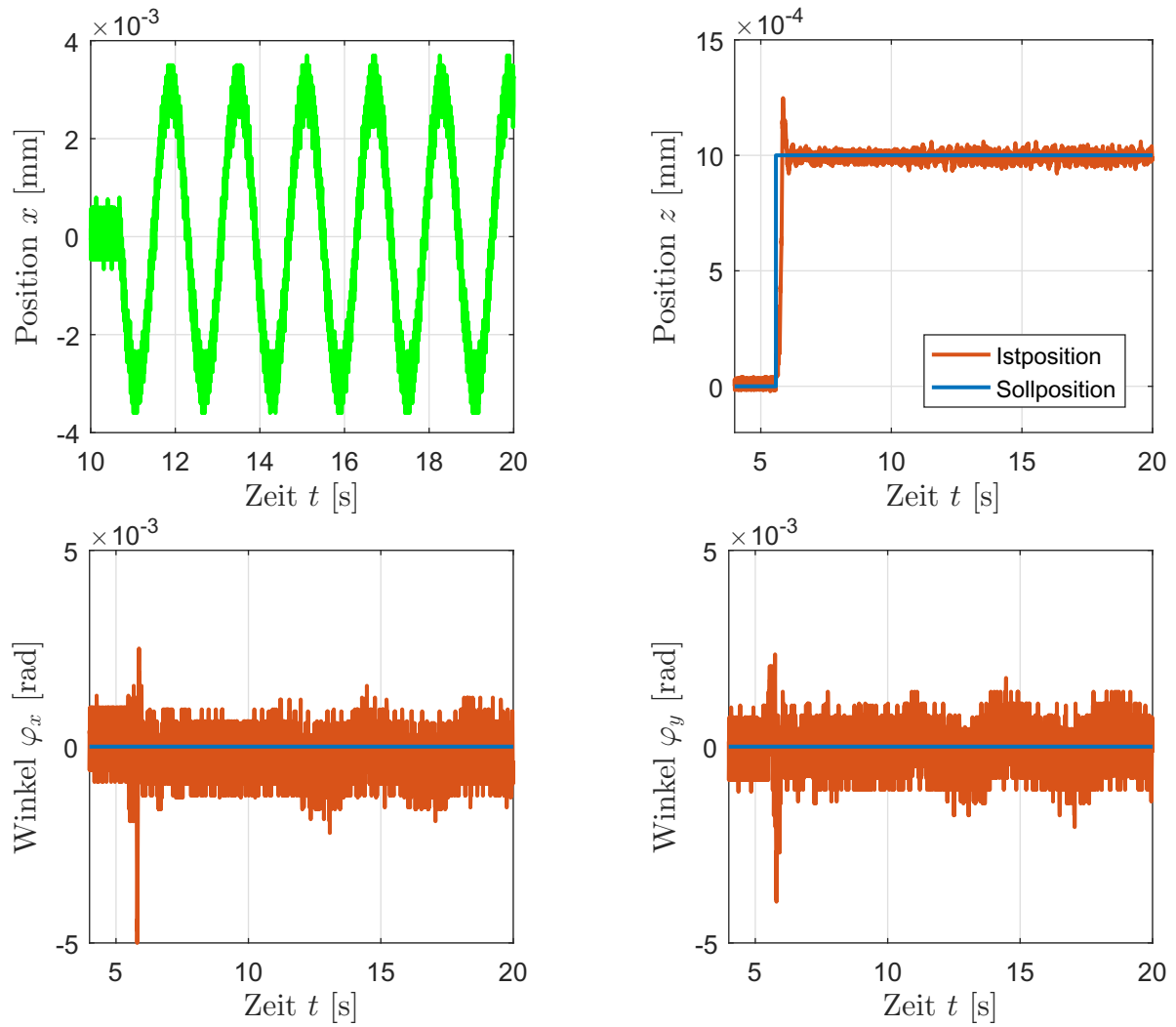


Abbildung 8.14: Einfluss des Planarantriebs auf die Magnetführung.

## 8.4 Zusammenfassung

Nachdem der aufgebaute Prüfstand für den Nachweis der Funktionsfähigkeit beschrieben worden ist, wurde das Führungsverhalten der Magnetführung durch eine Sprungantwort dargestellt. Es konnte gezeigt werden, dass ein stabiler Schwebezustand erreicht werden kann und die Verkopplung zwischen den Freiheitsgraden  $z$ ,  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$  gering ist. Zudem konnte gezeigt werden, dass die Regelung den Einfluss von Störgrößen neutralisieren kann. In allen Messungen lag die Standardabweichung des Positionsrauschens bei  $\sigma_z = 8.2 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_{\varphi_x} = 287 \mu\text{rad}$  und  $\sigma_{\varphi_y} = 271 \mu\text{rad}$  und somit im Bereich der Messsystemauflösung.

Das Führungsverhalten des Planarantriebs wurde ebenfalls durch eine Sprungantwort beschrieben. Auch hier konnte gezeigt werden, dass die Zielpositionen erreicht werden und der Planarantrieb geringe Verkopplungen zwischen den Freiheitsgraden  $x$ ,  $y$  und  $\varphi_z$  aufweist. Zudem konnte der Planarantrieb eine vorgegebene kreisförmige Solltrajektorie korrekt abfahren. In allen Messungen lag die Standardabweichung des Positionsrauschens bei  $\sigma_x = 193 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_y = 178 \mu\text{m}$  und  $\sigma_{\varphi_z} = 2.2 \text{ mrad}$ .

Abschließend wurde gezeigt, dass trotz der positionsabhängigen Antriebs- und Führungskräfte, der Einfluss des Planarantriebs auf die Magnetführung gering ist.

# Kapitel 9

---

## Zusammenfassung und Ausblick

---

### Zusammenfassung

Die in den modernen Produktionsanlagen eingesetzten integrierten Mehrkoordinatenantriebe müssen höchste Anforderungen hinsichtlich Dynamik, Präzision und Vakuumtauglichkeit erfüllen.

Diese hohen Anforderungen können durch magnetisch geführte Mehrkoordinatenantriebe mit einem Bewegungsfreiheitsgrad  $F = 6$  erfüllt werden. Aufgrund des Funktionsprinzips zeichnen sich diese Mehrkoordinatenantriebe durch Reibungsfreiheit und höchste Dynamik aus. Überdies kann mit einer entsprechenden Regelung in den sechs Bewegungsfreiheitsgraden eine Positioniergenauigkeit im Bereich der Messsystemauflösung erreicht werden.

Ausgehend vom Stand der Technik war das Ziel der Arbeit, einen neuartigen magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieb mit dem Bewegungsfreiheitsgrad  $F = 6$  zu entwickeln. Im Gegensatz zu den bekannten Lösungen, die Elektromagnete oder Halbach-Arrays einsetzen, zeichnet sich dieser Mehrkoordinatenantrieb durch eine vereinfachte Konstruktion, einem großen Fahrbereich, einem von oben frei zugänglichen passiven Läufer sowie entkoppelte Antriebs- und Führungskräfte aus. Darüber hinaus sind aufgrund der symmetrischen Anordnung der Antriebsaktoren die Antriebskräfte in der  $x$ - und  $y$ -Achse ebenfalls voneinander entkoppelt.

Einen Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit bildet die semi-analytische Kraftberechnung der Antriebs- und Führungsaktoren. Mit dem Magnetladungsmodell zur Berechnung des Magnetfeldes eines Permanentmagneten und der Lorentzkraft werden die Kraftgleichungen der Antriebs- und Führungsaktoren hergeleitet. Mit diesen Kraftgleichungen ist es möglich, positionsabhängige Kräfte als auch eine geometrische Optimierung der Aktoren mit MATLAB zeiteffizient zu berechnen. Eine Verifizierung der Kraftgleichung mittels 3D-FEM und einem Funktionsmuster zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit einem maximalen Fehler unter 1% zwischen den numerischen und semi-analytischen Ergebnissen sowie einem maximalen Fehler unter 5% zwischen den Berechnungen und den Messungen.

Aufgrund der inhärenten Instabilität magnetisch geführter Systeme wird das dynamische Verhalten vor der Inbetriebnahme modelliert. Dabei wird das Gesamtstreckenmodell des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs aufgrund der entkoppelten Bewegungsfreiheitsgrade auf sechs einzelne SISO-Regelstrecken reduziert, für die jeweils ein Regler implementiert wird. Erste simulative und messtechnische Untersuchungen zeigen, dass der implementierte Zustandsregler mit integrierender Rückführung ungefähr doppelt so schnell ist wie ein zeitdiskreter PID-Regler. Zudem zeigt der Zustandsregler ein ruhigeres Verhalten mit geringerer Schwingungsneigung.

Da der Funktionsnachweis des vorgeschlagenen Konzepts im Fokus dieser Arbeit steht, wird abschließend ein Funktionsmuster mit einem Bewegungsbereich von  $50 \times 50 \times 2 \text{ mm}^3$  aufgebaut und in Betrieb genommen. Sowohl für den Antrieb als auch für die Magnetführung wird der Zustandsregler mit integrierender Rückführung und Beobachter auf eine kostengünstige Echtzeithardware implementiert. Erste experimentelle Untersuchungen zeigen, dass das System stabilisiert und der Läufer in den sechs Bewegungsfreiheitsgraden positioniert werden kann. Mit den eingesetzten Wirbelstromsensoren betragen die Standardabweichungen des Positionsrauschens in den Koordinaten  $z$ ,  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$  jeweils  $\sigma_z = 8.2 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_{\varphi_x} = 287 \mu\text{rad}$  und  $\sigma_{\varphi_y} = 271 \mu\text{rad}$ . Durch die optischen Sensoren zur Messung der Bewegungen in den Koordinaten  $x, y$  und  $\varphi_z$  kann eine Standardabweichung von  $\sigma_x = 193 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_y = 178 \mu\text{m}$  und  $\sigma_{\varphi_z} = 2.2 \text{ mrad}$  erreicht werden. Zudem kann die Regelung den Einfluss auftretender Störgrößen neutralisieren und der Läufer kann vorgegebene Trajektorien korrekt abfahren.

## Ausblick

Mit dem in dieser Arbeit vorgestellten, neu entwickelten magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieb können weiterführende Untersuchungen angedacht werden. Dazu gehören:

**Magnetische Hybridführung:** Während des Betriebs des magnetisch geführten Mehrkoordinatenantriebs muss die Magnetführung permanent bestromt werden. Da die dadurch erzeugte Verlustleistung unerwünscht ist, insbesondere für einen möglichen Betrieb dieser Positioniersysteme im Vakuum, muss diese erheblich reduziert bzw. idealerweise vermieden werden. Einen möglichen Ausweg bietet die Integration eines weiteren Permanentmagneten in die Führungsspule. Dabei kann der Permanentmagnet im Stator derart ausgelegt werden, dass die Gewichtskraft des Läufers passiv kompensiert werden kann. Dies führt neben einer erheblichen Verringerung der Verlustleistung auch zu einer vernachlässigbaren Erwärmung des Systems. Überdies könnten dadurch kostengünstigere Leistungsverstärker eingesetzt werden. Mögliche Hybridführungsstrukturen basierend auf abstoßenden Kräften findet sich in den Artikeln von *Zhang u. a.* [53, 88]. Nachteilig bei der magnetischen Hybridführung ist sowohl der erhöhte Fertigungsaufwand als auch die höheren Kosten für die zusätzlichen Permanentmagnete.

**Antriebsaktoren:** Die in dieser Arbeit zum Einsatz kommenden Antriebsaktoren haben den Nachteil, dass lediglich ein kleiner Spulenabschnitt, der vom Permanentmagneten überdeckt ist, zur gewünschten Kraftbildung beiträgt. Alle anderen Spulenabschnitte erzeugen ebenfalls eine Kraft, die jedoch der gewünschten Krafrichtung entgegengesetzt ist. Denkbar ist es, die Antriebsspule durch Leiterbahnen zu ersetzen, die auf der Führungsspule aufliegen. Eine mögliche Variante mit entsprechender Kommutierung wird von *Lu u. a.* [95] vorgestellt.

**Sensorik:** Für eine nanometergenaue Positionierung des Läufers müssen die derzeit zum Einsatz kommenden Sensoren am Prüfstand durch hochpräzise Sensoren mit entsprechender Auflösung und geringerem Rauschen ausgetauscht werden. Dabei können z. B. Laserinterferometer für die Messung der  $x$ -,  $y$ - und  $\varphi_z$ -Koordinaten und/oder kapazitive Sensoren für die Messung der  $z$ -,  $\varphi_x$ - und  $\varphi_y$ -Koordinaten eingesetzt werden.

**Regelung:** Das Potential magnetisch geführter Mehrkoordinatenantriebe kann erst mit entsprechenden Reglerstrukturen und -parametrierungen voll ausgeschöpft werden.



---

Um eine wesentlich bessere Regelgüte zu erhalten, sollte die derzeitige Echtzeitreglerhardware mit einer minimalen Taktzeit von 1.3 ms durch eine leistungsfähigere Hardware ersetzt werden. Zudem können weitere Reglerstrukturen wie z. B. nichtlineare Regler (Entwurf mittels exakter Linearisierung) und Optimalregler mit entsprechenden Vorsteuerungen auf ihre Anwendbarkeit überprüft werden.

---

# Literaturverzeichnis

---

- [1] R.-H. M. Schmidt. Ultra-precision engineering in lithographic exposure equipment for the semiconductor industry. *Philosophical transactions. Series A, Mathematical, physical, and engineering sciences*, 370(1973):3950–3972, 2012.
- [2] ASML Holding N.V. <https://www.asml.com/twinscan/kr/s6717>. Online aufgerufen am 18.02.2018.
- [3] H. Butler. Position Control in Lithographic Equipment. *IEEE Control Systems*, 31(5):28–47, 2011.
- [4] A. Emami-Naeini und D. de Roover. Control in Semiconductor Wafer Manufacturing. *47th IEEE Conference on Decision and Control*, 2008.
- [5] J. B. Wronosky, T. G. Smith, M. J. Craig, B. R. Sturgis, J. R. Darnold, D. K. Werling, M. A. Kincy, D. A. Tichenor, M. E. Williams und P. M. Bischoff. Wafer and Reticle Positioning System for the Extreme Ultraviolet Lithography Engineering Test Stand. *SPIE Proceedings Emerging Lithographic Technologies IV*, pages 829–839, 2000.
- [6] E. Eleftheriou. Nanopositioning for Storage Applications. *Annual Reviews in Control*, 36(2):244–254, 2012.
- [7] M. Maroufi, A. G. Fowler und S. O. R. Moheimani. MEMS for Nanopositioning: Design and Applications. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 26(3):469–500, 2017.
- [8] M. Sitti. Survey of Nanomanipulation Systems. *1st IEEE Conference on Nanotechnology*, 2001.

- [9] N. Tan, C. Clévy und N. Chaillet. Calibration of Nanopositioning Stages. *Micro-machines*, 6(12):1856–1875, 2015.
- [10] T. J. Teo, V. P. Bui, G. Yang und I.-M. Chen. Millimeters-Stroke Nanopositioning Actuator With High Positioning and Thermal Stability. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(6):2813–2823, 2015.
- [11] H. Ding und Z. Xiong. Motion stages for Electronic Packaging Design and Control. *IEEE Robot. Automat. Mag. (IEEE Robotics and Automation Magazine)*, 13(4):51–61, 2006.
- [12] P. Schellekens, N. Rosielle, H. Vermeulen, M. Vermeulen, S. Wetzels und W. Pril. Design for Precision: Current Status and Trends. *CIRP Annals*, 47(2):557–586, 1998.
- [13] A. J. Fleming und K. K. Leang. *Design, Modeling and Control of Nanopositioning Systems*. Springer International Publishing, 2014.
- [14] G.-Y. Gu, L.-M. Zhu, C.-Y. Su, H. Ding und S. Fatikow. Modeling and Control of Piezo-Actuated Nanopositioning Stages: A Survey. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 13(1):313–332, 2016.
- [15] S. Devasia, E. Eleftheriou und S. O. R. Moheimani. A Survey of Control Issues in Nanopositioning. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 15(5):802–823, 2007.
- [16] M. Torralba, M. Valenzuela, J. A. Yagüe-Fabra, J. A. Albajez und J. J. Aguilar. Large range nanopositioning stage design: A three-layer and two-stage platform. *Measurement*, 89:55–71, 2016.
- [17] F. G. Balzer. *Entwicklung und Untersuchungen zur 3-D-Nanopositioniertechnik in großen Bewegungsbereichen*. Technische Universität Ilmenau, Dissertation, 2015.
- [18] Y. Liu, J. A. Schäfer und G. Jäger. Materials, Bearings, and Lubricants for Nanopositioning (Materialien, Lager und Schmiermittel für Nanopositionierung). *tm – Technisches Messen*, 73(9):316, 2006.
- [19] S. Zschäck, S. Hesse, A. Amthor, M. Katzschmann, C. Schäffel und C. Ament. Vergleich der Scan-Performance bei Nanopositioniersystemen mit großem Bewegungsbereich. *tm – Technisches Messen*, 81(6), 2014.

- 
- [20] A. Amthor. *Modellbasierte Regelung von Nanopositionier- und Nanomeßmaschinen*. Nr. 1179, Fortschritt-Berichte VDI. Reihe 8, Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik. VDI, Dissertation, 2010.
- [21] A. Amthor, S. Zschäck und C. Ament. Friction compensation for Nanopositioning and Nanomeasuring Machines. *11th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control (AMC)*, 2010.
- [22] T. Sattel, R. Volkert, S. Hesse und C. Schäffel. Planar Magnetic Drives and Bearings for Multi-Axis Nanopositioning Machines with Large Travel Ranges. *Actuator 10*, pages 276–279, 2010.
- [23] H. Kayapinar. *Aerodynamischer Mehrkoordinatenantrieb für Desktop-Werkzeugmaschinen*. Berichte aus dem IFW. PZH-Verl., TEWISS - Technik und Wissen GmbH, Dissertation, 2015.
- [24] A. T. A. Peijnenburg, J. P. M. Vermeulen und J. van Eijk. Magnetic levitation systems compared to conventional bearing systems. *Microelectronic Engineering*, 83(4-9):1372–1375, 2006.
- [25] R. Volkert, T. Ströhla, E. Weißenborn und T. Bertram. Entwurf und Erprobung neuartiger Reglerstrukturen für einen magnetisch geführten Mehrkoordinatenantrieb unter Echtzeitbedingungen. *50. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium, Ilmenau*, 2005.
- [26] G. Schweitzer, A. Traxler und H. Bleuler. *Magnetlager: Grundlagen, Eigenschaften und Anwendungen berührungsfreier, elektromagnetischer Lager*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 1993.
- [27] W. Amrhein, W. Gruber, W. Bauer und M. Reisinger. Magnetic Levitation Systems for Cost-Sensitive Applications—Some Design Aspects. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 52(5):3739–3752, 2016.
- [28] H. Lan, Y. Ding, H. Liu und B. Lu. Review of the wafer stage for nanoimprint lithography. *Microelectronic Engineering*, 84(4):684–688, 2007.
- [29] A. Binder. *Elektrische Maschinen und Antriebe: Grundlagen, Betriebsverhalten*. VDI-Buch. Springer, Berlin, Heidelberg, 2012.

- [30] E. Kallenbach, R. Eick, P. Quendt, T. Ströhla, K. Feindt, M. Kallenbach und O. Radler. *Elektromagnete: Grundlagen, Berechnung, Entwurf und Anwendung*. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 4., überarbeitete und erweiterte Auflage, 2012.
- [31] K. S. Jung und Y. S. Baek. Characteristics comparison of planar stages using repulsive and attractive type of surface actuator principle. *Sensors and Actuators A: Physical*, 117(1):173–182, 2005.
- [32] M. H. Kim, J.-H. Jeong, H. Y. Kim und D. G. Gweon. A six-degree-of-freedom magnetic levitation fine stage for a high-precision and high-acceleration dual-servo stage. *Smart Materials and Structures*, 24(10):1 – 13, 2015.
- [33] N. H. Vrijsen, J. W. Jansen und E. A. Lomonova. Comparison of linear voice coil and reluctance actuators for high-precision applications. *IEEE 14th International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE/PEMC 2010)*, 2010.
- [34] H. Zhu, C. K. Pang und T. J. Teo. Analysis and control of a 6 DOF maglev positioning system with characteristics of end-effects and eddy current damping. *Mechatronics*, 47:183–194, 2017.
- [35] Y. Xu, Q. Cui, R. Kan, H. Bleuler und J. Zhou. Realization of a Diamagnetically Levitating Rotor Driven by Electrostatic Field. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22(5):2387–2391, 2017.
- [36] S. Kovalev. *Magnetisch geführter Mehrkoordinaten-Präzisionsantrieb*. Technische Universität Ilmenau, Dissertation, 2001.
- [37] D. L. Trumper. Levitation Linear Motors for Precision Positioning. *IEEJ Transactions on Industry Applications*, 126(10):1345–1351, 2006.
- [38] R. Volkert. *Regelung der Luftspatllänge von Elektromagneten für Nanopositioniersysteme mit magnetischer Führung*. Technische Universität Ilmenau, Dissertation, 2014.
- [39] H. Zhu, T. J. Teo und C. K. Pang. Conceptual Design and Modeling of a Six Degrees-of-Freedom Unlimited Stroke Magnetically Levitated Positioner. In *2014 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pages 1569–1574. IEEE, 2014.

- [40] C. M. M. van Lierop. *Magnetically Levitated Planar Actuator with Moving Magnets: Dynamics, Commutation and Control Design*. Technische Universiteit Eindhoven, Dissertation, 2008.
- [41] C. M. M. van Lierop, J. W. Jansen, A. Damen, E. A. Lomonova, P. P. J. van den Bosch und A. J. A. Vandenput. Model-Based Commutation of a Long-Stroke Magnetically Levitated Linear Actuator. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 45(6):1982–1990, 2009.
- [42] J. W. Jansen. *Magnetically levitated planar actuator with moving magnets: Electro-mechanical analysis and design*. Technische Universiteit Eindhoven, Dissertation, 2007.
- [43] T. Hu und W.-J. Kim. Extended Range Six-DOF High-Precision Positioner for Wafer Processing. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 11(6):682–689, 2006.
- [44] T. Hu. *DESIGN AND CONTROL OF 6-DEGREE-OF-FREEDOM LEVITATED POSITIONER WITH HIGH PRECISION*. Texas A & M University, Dissertation, 2005.
- [45] V. H. Nguyen und W.-J. Kim. A Two-Phase Framework for Linear Permanent-Magnet Machines and Multi-Axis Stages With Magnetic Levitation. *ASME 2014 Dynamic Systems and Control Conference*, 2014.
- [46] V. H. Nguyen und W.-J. Kim. Parameter Identification for Nanopositioning of a 6-Axis Maglev Stage with Moving Lorentz Coils. In *2016 IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, pages 657–662. IEEE, 2016.
- [47] Ir. J. C. Compter. Electro-dynamic planar motor. *Precision Engineering*, 28(2):171–180, 2004.
- [48] L. Guo, H. Zhang, M. Galea, J. Li, W. Lu und C. Gerada. Analysis and Design of a Magnetically Levitated Planar Motor With Novel Multilayer Windings. *IEEE Transactions on Magnetics*, 51(8):1–9, 2015.
- [49] Y. Zhu, S. Zhang, H. Mu, K. Yang und W. Yin. Augmentation of Propulsion Based on Coil Array Commutation for Magnetically Levitated Stage. *IEEE Transactions on Magnetics*, 48(1):31–37, 2012.

- 
- [50] K. J. W. Pluk. *Hybrid 3-D Electromagnetic Modeling: The Challenge of Magnetic Shielding of a Planar Actuator*. Technische Universiteit Eindhoven, Dissertation, 2015.
- [51] J. M. M. Rovers. *Multiphysical modeling of high-precision electromechanical devices: towards nanometer-accurate planar motors*. Technische Universiteit Eindhoven, Dissertation, Eindhoven, 2013.
- [52] H.-D. Stölting. *Handbuch elektrische Kleinantriebe: Mit 31 Tabellen*. Hanser, München and Wien, 2., aktualisierte aufl. edition, 2002.
- [53] H. Zhang, B. Kou, Y. Jin und H. Zhang. Modeling and Analysis of a New Cylindrical Magnetic Levitation Gravity Compensator with Low Stiffness for the 6-DOF Fine Stage. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, pages 3629 – 3639, 2014.
- [54] F. M. Carter, D. N. Galburt und S. Roux. Levitated reticle-masking blade stage. *Patent US7372548 B2*, 2008.
- [55] A. J. Hazelton. Wafer stage operable in a vacuum environment. *Patent US20050168076*, 2007.
- [56] J. M. M. Rovers, J. W. Jansen und E. A. Lomonova. Multiphysical Analysis of Moving-Magnet Planar Motor Topologies. *IEEE Transactions on Magnetics*, 49(12):5730–5741, 2013.
- [57] A. J. A. Vandenput, E. A. Lomonova, J. Makarovic, S. A. J. Hol, A. Lebedev und J. W. Jansen. Novel Types of the Multi-Degrees-of-Freedom Electromagnetic Actuators. In *International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, 2006. SPEEDAM 2006*, pages 1056–1062. IEEE, 2006.
- [58] C. Schäffel, M. Katzschmann, H.-U. Mohr, R. Glöss, C. Rudolf, C. Mock und C. Walenda. 6D planar Magnetic Levitation System - PIMag 6D. *Mechanical Engineering Journal*, 3(1):15–00111–15–00111, 2016.
- [59] W.-J. Kim. *High-Precision Planar Magnetic Levitation*. Massachusetts Institute of Technology, Dissertation, 1997.
- [60] ASML Holding N.V. Lithographic projection apparatus and positioning system. *Patent EP1243969 A1*, 2002.

- 
- [61] J. C. Compter, P. C. M. Frissen und J. van Eijk. Displacement Device. *Patent US 2008/0203828 A1*, 2008.
- [62] D. Galburt, F. Carter und S. Roux. System, method, and apparatus for a magnetically levitated and driven reticle-masking blade stage mechanism. *Patent US20040239283 A1*, 2004.
- [63] R. Volkert, J. Zentner und E. Kallenbach. Untersuchungen zur hochpräzisen Luftspaltregelung eines Elektromagneten. *Innovative Klein- und Mikroantriebstechnik*, 2007.
- [64] J. Choi, J. Park und Y. Baek. Design and Experimental Validation of Performance for a Maglev Moving-Magnet-Type Synchronous PM Planar Motor. In *INTERMAG 2006 - IEEE International Magnetics Conference*, page 191, 2006.
- [65] M. Büchenschütz und T. Sattel. Electrodynamic Magnetic Bearing Similar to an Halbach Array Towards Zero Power Gravity Compensation for High Precision Machines. *Actuator 14*, pages 185–188, 2014.
- [66] M. Büchenschütz, C. Greiner-Petter und T. Sattel. Konzepte kombinierter magnetischer Führungen und Linearmotoren für planare Nanopositioniermaschinen großer Bewegungsbereiche: Conceptual design of combined electromagnetic guidance and linear drives for planar nanopositioning machines for large travelling range. In *Fachtagung Mechatronik 2015: Dortmund (12.03.-13.03.2015): Tagungsband*, pages 337–342. 2015.
- [67] M. Büchenschütz, T. Sattel und B. K. Moore. Vorrichtung zur magnetischen Führung von Körpern. *Patent DE102013001009 A1*, 2014.
- [68] L. Molenaar. *A novel Planar Magnetic Bearing and Motor Configuration applied in a Positioning Stage*. TU Delft, Dissertation, 2000.
- [69] D. A. H. Laro. *Mechatronic Design of an Electromagnetically Levitated Linear Positioning System using Novel Multi-DoF Actuators*. TU Delft, Dissertation, 2009.
- [70] A. de Klerk, G. Angelis und J. van Eijk. Design of a next generation 6 dof stage for scanning application in vacuum with nanometer accuracy and mgauss magnetic stray field. *Proceedings of the 19th ASPE Annual Meeting*, pages 60–63.



- [71] T. Ströhla, O. Radler, R. Volkert und V. Zöppig. HYSTERESIS COMPENSATION OF ELECTROMAGNETS. In *Mechatronische Systeme - Entwurf, Anwendungen und Perspektiven : Tagungsband REMUS '06 ; Internationale Konferenz*, pages 65–70. 2006.
- [72] N. N. H. Vrijssen. *Magnetic Hysteresis Phenomena in Electromagnetic Actuation Systems*. Technische Universiteit Eindhoven, Dissertation, 2014.
- [73] R. Volkert, O. Radler, E. Weißenborn, T. Ströhla und V. Zöppig. Position Controller with Hysteresis Compensation for Magnetic Bearings. *10th International Symposium on Magnetic*, 2006.
- [74] A. Katalenic. *Control of Reluctance Actuators for High-Precision Positioning*. Technische Universiteit Eindhoven, Dissertation, 2013.
- [75] I. MacKenzie und D. Trumper. Real-time Hysteresis Modeling of a Reluctance Actuator Using a Sheared-Hysteresis-Model Observer. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, pages 4–16, 2016.
- [76] P. Yadmellat und M. R. Kermani. Adaptive Control of a Hysteretic Magnetorheological Robot Actuator. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 21(3):1336–1344, 2016.
- [77] A. Katalenic, H. Butler und P. P. J. van den Bosch. High-Precision Force Control of Short-Stroke Reluctance Actuators with an Air Gap Observer. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 21(5):2431–2439, 2016.
- [78] F. Auer. *Combined Electromagnetic Suspension and Propulsion for Positioning with Sub-Micrometerr Accuracy*. TU Delft, Dissertation, 1995.
- [79] S. Basovich, S. A. Arogeti, Y. Menaker und Z. Brand. Magnetically Levitated Six-DOF Precision Positioning Stage With Uncertain Payload. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 21(2):660–673, 2016.
- [80] R. Deng, J. W. Spronck, A. T. Ruiz und R. M. Schmidt. 2-DoF magnetic actuator for a 6-DoF stage with long-stroke gravity compensation. *European Society for Precision Engineering and Nanotechnology (euspen)*, 2013.
- [81] A. Toma. ACTIVE MAGNETIC GRAVITY COMPENSATORS ENABLING SEMICONDUCTOR MANUFACTURING EQUIPMENT. *American Society for Precision Engineering (ASPE)*, 2013.

- [82] H. Gutierrez und L. Fevre. Design and Construction of a 6-DOF Positioning System with Long Range in X Y and Nanometer Resolution using Magnetic Servo-Levitation. *American Society for Precision Engineering (ASPE)*, 2004.
- [83] L. Jabben. *Mechatronic Design of a Magnetically Suspended Rotating Platform*. TU Delft, Dissertation, 2007.
- [84] K. S. Jung und Y. S. Baek. Precision stage using a non-contact planar actuator based on magnetic suspension technology. *Mechatronics*, 13(8-9):981–999, 2003.
- [85] S.-K. Kuo. *DEVELOPMENT OF A MAGNETIC SUSPENSION STAGE AND ITS APPLICATIONS IN NANO-IMPRINTING AND NANO-METROLOGY*. The Ohio State University, Dissertation, 2003.
- [86] A. V. Lebedev, E. A. Lomonova, P. G. van Leuven, J. Steinberg und D. A. H. Laro. Analysis and initial synthesis of a novel linear actuator with active magnetic suspension. In *IEEE Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting*, pages 2111–2118.
- [87] J.-W. Jeon, M. Caraianni, H.-S. Oh und S.-S. Kim. Experiments of a Novel Magnetic Levitation Stage for Wide Area Movements. *Journal of Electrical Engineering and Technology*, 7(4):558–563, 2012.
- [88] H. Zhang, B. Kou, H. Zhang und Y. Jin. A Three Degree-of-Freedom Short-Stroke Lorentz-Force-Driven Planar Motor Using a Halbach Permanent Magnet Array with Unequal Thickness. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, pages 3640 – 3650, 2014.
- [89] D. L. Trumper, M. E. Williams und T. H. Nguyen. Magnet arrays for Synchronous Machines. In *Conference Record of the 1993 IEEE Industry Applications Conference Twenty-Eighth IAS Annual Meeting*, pages 9–18. IEEE, 1993.
- [90] J. Boisclair, P.-L. Richard, T. Laliberte und C. Gosselin. Gravity Compensation of Robotic Manipulators Using Cylindrical Halbach Arrays. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22(1):457–464, 2017.
- [91] W.-J. Kim und D. L. Trumper. High-precision magnetic levitation stage for photolithography. *Precision Engineering*, 22(2):66–77, 1998.

- [92] H. Zhu, T. J. Teo und C. K. Pang. Design and Modeling of a Six-Degree-of-Freedom Magnetically Levitated Positioner Using Square Coils and 1-D Halbach Arrays. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64(1):440–450, 2017.
- [93] J. W. Jansen, C. M. M. van Lierop, E. A. Lomonova und A. J. A. Vandenput. Magnetically Levitated Planar Actuator With Moving Magnets. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 44(4):1108–1115, 2008.
- [94] J. M. M. Rovers, J. W. Jansen und E. A. Lomonova. Design and measurements of the Double Layer Planar Motor. In *2013 International Electric Machines & Drives Conference*, pages 204–211. IEEE, 2013.
- [95] X. Lu und I.-U.-R. Usman. 6D direct-drive technology for planar motion stages. *CIRP Annals*, 61(1):359–362, 2012.
- [96] C. Schäffel, M. Katzschnmann, H.-U. Mohr, R. Glöess, C. Rudolf, C. Mock und C. Walenda. Magnetic levitating system with 6 dof. *Innovative Small Drives and Micro-Motor Systems, 9. GMM/ETG Symposium*, 2013.
- [97] C. Rudolf, C. Mock, C. Walenda, R. Glöss, R. Liang, C. Schäffel, M. Katzschnmann und H.-U. Mohr. 6D Magnetic Levitation Positioning System with Compact Integrated 6D Sensor. *12th EUSPEN International Conference*, 2012.
- [98] J. W. Jansen, J. P. C. Smeets, T. T. Overboom, J. M. M. Rovers und E. A. Lomonova. Overview of Analytical Models for the Design of Linear and Planar Motors. *IEEE Transactions on Magnetics*, 50(11):1–7, 2014.
- [99] J. M. M. Rovers, J. Achterberg, M. J. C. Ronde, J. W. Jansen, J. C. Compter, E. A. Lomonova, C. M. M. van Lierop und M. J. G. van den Molengraft. The deformation of the moving magnet plate of a commutated magnetically levitated planar actuator. *Mechatronics*, 23(2):233–239, 2013.
- [100] I.-U.-R. Usman und X. Lu. Force Ripple Attenuation of 6-DOF Direct Drive Permanent Magnet Planar Levitating Synchronous Motors. *IEEE Transactions on Magnetics*, 51(12):1–8, 2015.
- [101] J. Peng und Y. Zhou. Modeling and Analysis of a New 2-D Halbach Array for Magnetically Levitated Planar Motor. *IEEE Transactions on Magnetics*, 49(1):618–627, 2013.

- 
- [102] Y.-M. Choi, M. G. Lee, D.-G. Gweon und J. Jeong. A new magnetic bearing using Halbach magnet arrays for a magnetic levitation stage. *The Review of scientific instruments*, 80(4):045106, 2009.
- [103] S. Verma und W.-J. Kim. Fabrication and Control of a 6-DOF Magnetic Levitation Stage with Nanopositioning Capability. In *American Control Conference, 2004. Proceedings of the 2004.*
- [104] S. Verma. *DEVELOPMENT OF NOVEL HIGH-PERFORMANCE SIX-AXIS MAGNETICALLY LEVITATED INSTRUMENTS FOR NANOSCALE APPLICATIONS*. Texas A & M University, Dissertation, 2005.
- [105] S. Verma, H. Shakir und W.-J. Kim. Novel Electromagnetic Actuation Scheme for Multiaxis Nanopositioning. *IEEE Transactions on Magnetics*, 42(8):2052–2062, 2006.
- [106] H. Shakir. *CONTROL STRATEGIES AND MOTION PLANNING FOR NANOPOSITIONING APPLICATIONS WITH MULTI AXIS MAGNETIC-LEVITATION INSTRUMENTS*. Texas A & M University, Dissertation, 2007.
- [107] M.-Y. Chen, T.-B. Lin, S.-K. Hung und L.-C. Fu. Design and Experiment of a Macro–Micro Planar Maglev Positioning System. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 59(11):4128–4139, 2012.
- [108] M.-Y. Chen, T.-B. Lin, M.-C. Shiu und L.-C. Fu. Novel Design of a 6-DOF Planar Maglev Positioning System. In *Proceedings 2003 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM 2003)*, pages 290–295, 2003.
- [109] F. Xu, X. Xu und M. Chen. Prototype of 6-DOF Magnetically Levitated Stage Based on Single Axis Lorentz force Actuator. *Journal of Electrical Engineering and Technology*, 11(5):1216–1228, 2016.
- [110] Y.-C. Lai, Y.-L. Lee und J.-Y. Yen. Design and Servo Control of a Single-Deck Planar Maglev Stage. *IEEE Transactions on Magnetics*, 43(6):2600–2602, 2007.
- [111] K. S. Jung und Y. S. Baek. Study on a Novel Contact-Free Planar System Using Direct Drive DC Coils and Permanent Magnets. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 7(1):35–43, 2002.

- 
- [112] J. L. Perez-Diaz, I. Valiente-Blanco, E. Diez-Jimenez und J. Sanchez-Garcia-Casarrubios. Superconducting Noncontact Device for Precision Positioning in Cryogenic Environments. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 19(2):598–605, 2014.
- [113] I. Valiente-Blanco, E. Diez-Jimenez, J. Sanchez-Garcia-Casarrubios und J. L. Perez-Diaz. Improving Resolution and Run Outs of a Superconducting Noncontact Device for Precision Positioning. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(4):1992–1996, 2015.
- [114] P. Berkelman und M. Dzadovsky. Magnetic Levitation Over Large Translation and Rotation Ranges in All Directions. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 18(1):44–52, 2013.
- [115] M.-Y. Chen, T.-B. Lin, S.-G. Huang und L.-C. Fu. Design and Experiment of a Novel Precise Maglev Positioning System. In *Proceedings of 2003 IEEE Conference on Control Applications, 2003. CCA 2003*, pages 1233–1238. IEEE, 2003.
- [116] P. Estevez, A. Mulder und R. H. Munnig Schmidt. 6-DoF miniature maglev positioning stage for application in haptic micro-manipulation. *Mechatronics*, 22(7):1015–1022, 2012.
- [117] M. Miyasaka und P. Berkelman. Magnetic levitation with unlimited omnidirectional rotation range. *Mechatronics*, 24(3):252–264, 2014.
- [118] Norm VDI-Richtlinie 2206 Juni 2004. *Richtlinie VDI 2206 - Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme*. Berlin : Beuth Verlag.
- [119] E. P. Furlani. *Permanent Magnet and Electromechanical Devices: Materials, Analysis, and Applications*. Academic Press series in electromagnetism. Academic, San Diego, 2009.
- [120] M. Curti, J. J. H. Paulides und E. A. Lomonova. An Overview of Analytical Methods for Magnetic Field Computation. In *2015 Tenth International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER)*, pages 1–7, 2015.
- [121] M. Lahdo, T. Ströhla und S. Kovalev. Semi-Analytical 3D Force Calculation of an Ironless Cylindrical Permanent Magnet Actuator for Magnetic Levitation Systems. *Applied Computational Electromagnetics Society journal*, akzeptiert, wird veröffentlicht.

- [122] J. P. C. Smeets, T. T. Overboom, J. W. Jansen und E. A. Lomonova. Three-Dimensional Analytical Modeling Technique of Electromagnetic Fields of Air-Cored Coils Surrounded by Different Ferromagnetic Boundaries. *IEEE Transactions on Magnetics*, 49(12):5698–5708, 2013.
- [123] H.-S. Cho und H.-K. Jung. Analysis and Design of Synchronous Permanent-Magnet Planar Motors. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 17(4):492–499, 2002.
- [124] H. Jiang, X. Huang, G. Zhou, Y. Wang und Z. Wang. Analytical Force Calculations for High-Precision Planar Actuator With Halbach Magnet Array. *IEEE Transactions on Magnetics*, 45(10):4543–4546, 2009.
- [125] W. Min, N. Zhang, Y. Zhu, B. Chen, G. Duan, J. Hu und W. Yin. Analysis and Optimization of a New 2-D Magnet Array for Planar Motor. *IEEE Transactions on Magnetics*, 46(5):1167–1171, 2010.
- [126] J. J. Perez-Loya und U. Lundin. Optimization of Force Between Cylindrical Permanent Magnets. *IEEE Magnetics Letters*, 5:1–4, 2014.
- [127] W. Robertson, B. Cazzolato und A. Zander. Axial Force Between a Thick Coil and a Cylindrical Permanent Magnet: Optimizing the Geometry of an Electromagnetic Actuator. *IEEE Transactions on Magnetics*, 48(9):2479–2487, 2012.
- [128] T. J. Teo, I.-M. Chen, G. Yang und W. Lin. Magnetic field modeling of a dual-magnet configuration. *Journal of Applied Physics*, 102(7):074924, 2007.
- [129] D. Vokoun, M. Beleggia, L. Heller und P. Sittner. Magnetostatic interactions and forces between cylindrical permanent magnets. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 321(22):3758–3763, 2009.
- [130] L. Yan, D. Liu, Z. Jiao, C.-Y. Chen und I.-M. Chen. Magnetic field modeling based on geometrical equivalence principle for spherical actuator with cylindrical shaped magnet poles. *Aerospace Science and Technology*, 49:17–25, 2016.
- [131] E. P. Furlani. A Formula for the Levitation Force between Magnetic Disks. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(6):4165–4169, 1993.
- [132] J. L. G. Janssen, J. J. H. Paulides und E. A. Lomonova. STUDY OF MAGNETIC GRAVITY COMPENSATOR TOPOLOGIES USING AN ABSTRACTION

- IN THE ANALYTICAL INTERACTION EQUATIONS. *Progress In Electromagnetics Research*, 128:75–90, 2012.
- [133] R. Ravaut, G. Lemarquand und V. Lemarquand. Force and Stiffness of Passive Magnetic Bearings Using Permanent Magnets. Part 1: Axial Magnetization. *IEEE Transactions on Magnetics*, 45(7):2996–3002, 2009.
- [134] J. M. M. Rovers, J. W. Jansen und E. A. Lomonova. Analytical Calculation of the Force Between a Rectangular Coil and a Cuboidal Permanent Magnet. *IEEE Transactions on Magnetics*, 46(6):1656–1659, 2010.
- [135] J. L. G. Janssen. *Extended Analytical Charge Modeling for Permanent-Magnet Based Devices: Practical Application to the Interactions in a Vibration Isolation System*. Technische Universiteit Eindhoven, Dissertation, 2011.
- [136] K. K. J. Meessen. *Electromagnetic Fields and Interactions in 3D Cylindrical Structures: Modeling and Application*. Technische Universiteit Eindhoven, Dissertation, 2012.
- [137] M. F. J. Kremers. *Analytical design of a transverse flux machine*. Technische Universiteit Eindhoven, Dissertation, 2016.
- [138] D. L. Trumper, W.-J. Kim und M. E. Williams. Design and Analysis Framework for Linear Permanent-Magnet Machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 32(2):371–379, 1996.
- [139] S. Enemark und I. F. Santos. Nonlinear dynamic behaviour of a rotor–foundation system coupled through passive magnetic bearings with magnetic anisotropy – Theory and experiment. *Journal of Sound and Vibration*, 363:407–427, 2016.
- [140] Y.-J. Ge, C.-Y. Nie und Q. Xin. A THREE DIMENSIONAL ANALYTICAL CALCULATION OF THE AIR-GAP MAGNETIC FIELD AND TORQUE OF COAXIAL MAGNETIC GEARS. *Progress In Electromagnetics Research*, 131:391–407, 2012.
- [141] S. A. J. Hol, E. Lomonova und A. J. A. Vandenput. Design of a magnetic gravity compensation system. *Precision Engineering*, 30(3):265–273, 2006.
- [142] M. U. Khan, N. Bencheikh, C. Prella, F. Lamarque, T. Beutel und S. Buttgenbach. A Long Stroke Electromagnetic XY Positioning Stage for Micro Applications. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 17(5):866–875, 2012.

- [143] M. Lang. *Berechnung und Optimierung von passiven permanentmagnetischen Lagern für rotierende Maschinen*. Technische Universität Berlin, Dissertation, 2003.
- [144] K. J. Meessen, J. J. H. Paulides und E. A. Lomonova. Analysis and design of a slotless tubular permanent magnet actuator for high acceleration applications. *Journal of Applied Physics*, 105(7):07F110, 2009.
- [145] R. Ravaut, G. Lemarquand, S. Babic, V. Lemarquand und C. Akyel. Cylindrical Magnets and Coils: Fields, Forces, and Inductances. *IEEE Transactions on Magnetics*, 46(9):3585–3590, 2010.
- [146] J. de Boeij, E. Lomonova und A. Vandenput. Modeling Ironless Permanent-Magnet Planar Actuator Structures. *IEEE Transactions on Magnetics*, 42(8):2009–2016, 2006.
- [147] W.-J. Kim und B. C. Murphy. Development of a Novel Direct-Drive Tubular Linear Brushless Permanent-Magnet Motor. In *38th IAS Annual Meeting on Conference Record of the Industry Applications Conference, 2003*, pages 1664–1671. IEEE, 2003.
- [148] M. Marinescu. *Analytische Berechnungen und Modellvorstellungen für Systeme mit Dauermagneten und Eisen*. Technische Universität Braunschweig, Dissertation, 1980.
- [149] M. Marinescu. *Elektrische und magnetische Felder: Eine praxisorientierte Einführung*. Springer, Berlin, 3., bearb. Auflage, 2012.
- [150] M. Lahdo, T. Ströhla und S. Kovalev. A Novel Low-Power Dual Actuator for High-Precision Magnetic Levitation Systems. *Actuator 16*, pages 392–395, 2016.
- [151] G. Jungmayr, E. Marth, W. Amrhein, H.-J. Berroth und F. Jeske. Analytical Stiffness Calculation for Permanent Magnetic Bearings With Soft Magnetic Materials. *IEEE Transactions on Magnetics*, 50(8):1–8, 2014.
- [152] S. Blume. *Theorie elektromagnetischer Felder*. ELTEX. Hüthig, Heidelberg, 3., überarb. Aufl., 1991.
- [153] A. J. Schwab. *Begriffswelt der Feldtheorie: Praxisnahe, anschauliche Einführung*. Springer Berlin Heidelberg, 6., unveränderte Auflage, 2002.



- 
- [154] G. Lehner. *Elektromagnetische Feldtheorie: Für Ingenieure und Physiker*. SpringerLink : Bücher. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2010.
- [155] Vacuumschmelze Broschüre. Selten-erd-dauermagnete vacodym. Whitepaper, 2018.
- [156] H. Benker. *Mathematische Optimierung mit Computeralgebrasystemen: Einführung für Ingenieure, Naturwissenschaftler und Wirtschaftswissenschaftler unter Anwendung von MATHEMATICA, MAPLE, MATHCAD, MATLAB und EXCEL*. Springer, Berlin, 1., softcover reprint of the original 1st ed. 2003 edition, 2012.
- [157] R. E. Burkard und U. Zimmermann. *Einführung in die Mathematische Optimierung*. Springer-Lehrbuch. Springer Berlin, 1., Auflage, 2012.
- [158] M. Papageorgiou, M. Leibold und M. Buss. *Optimierung*. Springer Berlin Heidelberg, 4., korr. Aufl., 2015.
- [159] MATLAB. Maltab help documentation. In *fmincon*. 2016.
- [160] J. de Boeij, E. A. Lomonova und A. J. A. Vandenput. Optimization of Contactless Planar Actuator With Manipulator. *IEEE Transactions on Magnetics*, 44(6):1118–1121, 2008.
- [161] S. Earnshaw. *On the Nature of the Molecular Forces which regulate the Constitution of the Luminiferous Ether*, volume 7 of *Camb. Phil. Soc. trans.* Cambridge, 1839.
- [162] V. Jung. *Magnetisches Schweben*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1988.
- [163] M. Lahdo, T. Ströhla und S. Kovalev. A Lorentz Actuator For High-Precision Magnetically Levitated Planar Systems. In *2017 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, pages 264–269. IEEE, 2017.
- [164] M. Lahdo, T. Ströhla und S. Kovalev. Design and Analysis of a Linear Actuator for Contactless Positioning Systems. In *2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, pages 421–426. IEEE, 2017.
- [165] M. Lahdo, T. Ströhla und S. Kovalev. Magnetically Levitated Planar Positioning Systems Based on Lorentz Forces. In *2017 11th International Symposium on Linear Drives for Industry Applications (LDIA)*, pages 1–6. IEEE, 2017.

- [166] H. Yu und W.-J. Kim. A Compact Hall-Effect-Sensing 6-DOF Precision Positioner. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 15(6):982–985, 2010.
- [167] A. J. Fleming. A review of nanometer resolution position sensors: Operation and performance. *Sensors and Actuators A: Physical*, 190:106–126, 2013.
- [168] S. T. Smith und R. M. Seugling. Sensor and actuator considerations for precision, small machines. *Precision Engineering*, 30(3):245–264, 2006.
- [169] Y. Shardt, Y. Zhao, F. Qi, K. Lee, X. Yu, B. Huang und S. Shah. Determining The State of a Process Control System: Current Trends and Future Challenges. *Canadian Journal of Chemical Engineerubg Practice*, pages 217–245, 2012.
- [170] Y. A. Shardt. *Data Quality Assessment for Closed-Loop System Identification and Forecasting with Application to Soft Sensors*. University of Alberta, Dissertation, 2012.
- [171] T. E. Marlin. *Process Control: Designing Processes and Control Systems for Dynamic Performance*. Mcgraw-Hill Higher Education; Auflage: 2, 2000.
- [172] M. A. A. Shoukat Choudhury, N. F. Thornhill und S. L. Shah. Modelling valve stiction. *Control Engineering Practice*, pages 641—658, 2005.
- [173] F. Baumgärtner und T. Guhl. CAD Modellierung und Simulation eines Läufers. *Projektarbeit an der technischen Hochschule Mittelhessen, Fachbereich Informationstechnik-Elektrotechnik-Mechatronik*, 05.09.2016.
- [174] Y.-M. Choi und D.-G. Gweon. A High-Precision Dual-Servo Stage Using Halbach Linear Active Magnetic Bearings. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 16(5):925–931, 2011.
- [175] M.-Y. Chen, S.-C. Huang, S.-K. Hung und L.-C. Fu. Design and Implementation of a New Six-DOF Maglev Positioner With a Fluid Bearing. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 16(3):449–458, 2011.
- [176] O. Petzold. *Modellbildung und Untersuchung eines magnetisch gelagerten Rundtisches*. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Dissertation, 2006.
- [177] W. Lutz und H. Wendt. *Taschenbuch der Regelungstechnik*. Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 6., erw. Aufl., 2005.

- [178] Y. A. Shardt. *Statistics for Chemical and Process Engineers: A Modern Approach*. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2015.
- [179] J. Lunze. *Regelungstechnik 1: Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. Springer Berlin Heidelberg, 5., überarb. Aufl., 2016, 5., überarb. Aufl. 2016 edition, 2014.
- [180] H. Yu and W.-J. Kim. Controller Design and Implementation of Six-Degree-Of-Freedom Magnetically Levitated Positioning System with High Precision. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 222(8):745–756, 2008.
- [181] V. H. Nguyen und W.-J. Kim. Two-Phase Lorentz Coils and Linear Halbach Array for Multiaxis Precision-Positioning Stages With Magnetic Levitation. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22(6):2662–2672, 2017.
- [182] S. Verma, W.-J. Kim und J. Gu. Six-Axis Nanopositioning Device With Precision Magnetic Levitation Technology. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 9(2):384–391, 2004.
- [183] J. C. Silva-Rivas und W.-J. Kim. Multivariable Control and Optimization of a Compact 6-DOF Precision Positioner With Hybrid  $H_2/H_\infty$  and Digital Filtering. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 21(5):1641–1651, 2013.
- [184] H. Shakir und W.-J. Kim. Nanoscale Path Planning and Motion Control with Maglev Positioners. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 11(5):625–633, 2006.
- [185] K. Treichel, R. Al Azrak, J. Reger und K. Wulff. Robust Output Feedback Trajectory Tracking Control of an Electrodynamic Planar Motion Stage for Precision Positioning. In *2013 18th International Conference on Methods & Models in Automation & Robotics (MMAR)*, pages 57–62. IEEE, 2013.
- [186] A. Javadi, G. Alizadeh, A. R. Ghiasi und S. Pezeshki. Robust Control of Electromagnetic Levitation System. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 25(5):527–536, 2014.
- [187] X. Shan, S.-K. Kuo, J. Zhang und C.-H. Menq. Ultra Precision Motion Control of a Multiple Degrees of Freedom Magnetic Suspension Stage. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 7(1):67–78, 2002.

- [188] C. Fulford, M. Maggiore und J. Apkarian. Control of a 5DOF Magnetically Levitated Positioning Stage. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 17(4):844–852, 2009.
- [189] H. M. Gutierrez und P. I. Ro. Magnetic Servo Levitation by Sliding-Mode Control of Nonaffine Systems With Algebraic Input Invertibility. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 52(5):1449–1455, 2005.
- [190] S. Mittal und C.-H. Menq. Precision Motion Control of a Magnetic Suspension Actuator Using a Robust Nonlinear Compensation Scheme. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2(4):268–280, 1997.
- [191] S.-K. Kuo, X. Shan und C.-H. Menq. Large Travel Ultra Precision  $x - y - \theta$  Motion Control of a Magnetic-Suspension Stage. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 8(3):334–341, 2003.
- [192] B. Hunnekens, A. Di Dino, N. van de Wouw, N. van Dijk und H. Nijmeijer. Extremum-Seeking Control for the Adaptive Design of Variable Gain Controllers. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 23(3):1041–1051, 2015.
- [193] M.-Y. Chen, M.-J. Wang und L.-C. Fu. Modeling and Controller Design of a Maglev Guiding System for Application in Precision Positioning. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 50(3):493–506, 2003.
- [194] M. Lahdo, T. Ströhla und S. Kovalev. A Novel High-Precision Magnetic Levitation System. *IKMT 2015 - 10. ETG/GMM-Fachtagung Innovative Klein- und Mikroantriebstechnik*, 2015.
- [195] H. Unbehauen. *Regelungstechnik: Zustandsregelungen, digitale und nichtlineare Regelsysteme*. 2, Ed. 9, Braunschweig, Vieweg, 9., durchges. und korr. Aufl., 2007.
- [196] D. E. Seborg, T. F. Edgar, D. A. Mellichamp und F. J. Doyle. *Process Dynamics and Control*. (3rd ed.). Hoboken, New Jersey, United States of America: John Wiley & Sons Ltd; Auflage: 3, 2011.
- [197] J. Adamy. *Nichtlineare Systeme und Regelungen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. Springer Vieweg, Berlin, 2. Auflage, 2014.
- [198] K. J. Aström und T. Hägglund. *PID controllers: theory, design, and tuning*. Instrument Society of America, Research Triangle Park, NC, 2. Auflage, 1995.

- [199] A. Visioli. Modified anti-windup scheme for PID controllers. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, 150(1):49–54, 2003.
- [200] P. Hippe. *Windup in Control: Its Effects and Their Prevention*. Springer-Verlag London. Springer-Verlag London, Berlin, 2. Auflage, 2006.
- [201] P. Youbin, D. Vrancic und R. Hanus. Anti-Windup, Bumpless, and Conditioned Transfer Techniques for PID Controllers. *IEEE Control Systems*, 16(4):48–57, 1996.
- [202] A. Ortseifen. *Entwurf von modellbasierten Anti-Windup-Methoden für Systeme mit Stellbegrenzungen*. Nr. 1225, Fortschritt-Berichte VDI. Reihe 8, Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik. VDI, Dissertation, 2012.
- [203] K. Kefferpütz. *Regelungen für Systeme unter Stellgrößen- und Stellratenbeschränkungen*. Nr. 1217, Fortschritt-Berichte VDI. Reihe 8, Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik. VDI, Dissertation, 2012.
- [204] H. Lens. *Schnelle Regelung mit Ausgangsrückführung für Systeme mit Stellgrößenbeschränkungen*. Nr. 1167, Fortschritt-Berichte VDI. Reihe 8, Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik. VDI, Dissertation, 2009.
- [205] D. Xue, Y. Chen und D. P. Atherton. *Linear Feedback Control: Analysis and Design with MATLAB (Advances in Design and Control)*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2008.
- [206] E. H. Maslen und G. Schweitzer. *Magnetic Bearings: Theory, Design, and Application to Rotating Machinery*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2009.
- [207] O. Föllinger, F. Dörrscheidt und M. Klittich. *Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. Hüthig, Heidelberg, 8., überarb. Aufl., 1994.
- [208] J. Lunze. *Regelungstechnik 2: Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung*. Springer-Link: Bücher. Springer Berlin Heidelberg, 9., überarb. Auflage, 2016.
- [209] H. H. Rosenbrock. Distinctive Problems of Process Control. *Chemical Engineering Progress* 58, pages 43–50, 1962.
- [210] J. Kautsky, N. K. Nichols und P. van Dooren. Robust pole assignment in linear state feedback. *International Journal of Control*, 41(5):1129–1155, 1985.

- 
- [211] H. Unbehauen. *Regelungstechnik I: Klassische Verfahren zur Analyse und Synthese linearer kontinuierlicher Regelsysteme, Fuzzy-Regelsysteme*. Vieweg+Teubner Verlag | Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, Wiesbaden, 2008.
- [212] Y. Zhu. *Multivariable System Identification For Process Control*. Oxford, United Kingdom: Elsevier Science Ltd. 1st edition, 2001.
- [213] Y. A. Shardt und B. Huang. Closed-loop Identification with Routine Operating Data: Effect of Time Delay and Sampling Time. *Journal of Process Control*, 21(7):997—1010, 2011.

---

# A. MATLAB-Funktionen

---

In diesem Kapitel werden abschließend die verwendeten MATLAB-Befehle kurz erläutert. Für weiterführende Informationen wird auf die MATLAB-Hilfe der einzelnen Funktionen verwiesen.

*ctrb*: Der Steuerbarkeitstest eines Zustandsmodells wird mit dem Befehl *ctrb* durchgeführt. Dabei wird aus der Systemmatrix  $\mathbf{A}$  und der Eingangsmatrix  $\mathbf{B}$  die Steuerbarkeitsmatrix nach Kalman berechnet.

*fmincon*: Die Funktion *fmincon* erlaubt die Minimierung einer nichtlinearen Zielfunktion unter Nebenbedingungen. Hierzu wird häufig das Newton-Verfahren in der abgewandelten Form des SQP-Verfahrens (quadratische Approximation aufgrund der Nebenbedingungen) verwendet.

*integral3*: Der Befehl führt die numerische dreidimensionale Integration über Normalgebiete durch. Der MATLAB-Funktion als Parameter die integrierende Funktion als auch die dazugehörigen Integrationsgrenzen übergeben.

*obsv*: Der Beobachtbarkeitstest eines Zustandsmodells wird mit dem Befehl *obsv* durchgeführt. Dabei wird aus der Systemmatrix  $\mathbf{A}$  und der Ausgangsmatrix  $\mathbf{C}$  die Beobachtbarkeitsmatrix nach Kalman berechnet.

*place*: Die Rückführmatrix  $\mathbf{K}$  eines Zustandsreglers wird mit dem Befehl *place* ermittelt. Dabei erfolgt in MATLAB die Berechnung anhand der Systemmatrix  $\mathbf{A}$ , der Eingangsmatrix  $\mathbf{B}$  und die im Vektor  $\mathbf{p}$  gewünschten Polstellen.