

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS VERBALES DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN EN ESTUDIANTES CON DISCAPACIDAD VISUAL

ADDITION AND SUBTRACTION WORD PROBLEM SOLVING IN STUDENTS WITH IMPAIRED VISION

Jaime Fonseca González, Álvaro Eliécer Ramón Losada
Universidad Distrital Francisco José de Caldas. (Colombia)
jaimejaimef@hotmail.com, aeramonl@correo.udistrital.edu.co

Resumen

Se realizó una investigación con el objetivo de identificar estrategias de resolución de problemas verbales de adición y sustracción de estudiantes con discapacidad visual. El estudio es de tipo cualitativo-descriptivo con técnica de estudio de caso. Los datos se recolectaron con una entrevista semi-estructurada que incluyó problemas verbales de adición y sustracción en los tipos: cambio, combinación, comparación e igualación; se aplicó a tres estudiantes con los criterios de inclusión de tener discapacidad visual desde su nacimiento y estar en grados sexto o séptimo. Entre los resultados se encuentra que los estudiantes con déficit cognitivo leve privilegian el contexto como medio para identificar la operación a realizar y el conteo como estrategia de solución, mientras que los estudiantes sin déficit cognitivo leve privilegian como estrategias de solución: el modelado directo con los dedos y el conteo.

Palabras clave: discapacidad visual, problemas verbales, estrategias

Abstract

This research is aimed at identifying strategies for solving addition and subtraction word problems of students with impaired vision. This is a qualitative-descriptive research which involves the case study method. The data were collected through a semi-structured interview which included addition and subtraction word problems: change, combination, comparison and equalization. The sample included three students who had, as inclusion criteria, to suffer impaired vision from birth and to be studying in sixth or seventh grade. The findings show that the students with minor-cognitive impairment give high priority to the context as an aid for identifying the required operation, and they prioritize counting as a strategy for problem solving. Meanwhile, the students without minor-cognitive impairment give high priority to direct modeling, by using fingers and counting, as strategies for problem solving.

Key words: impaired vision, word problems, strategies

■ Introducción

Una institución de educación básica y media desarrolla procesos de educación inclusiva con estudiantes con discapacidad visual. Para apoyar este proceso y formar profesores inclusivos, un programa de formación de profesores de matemáticas desarrolla trabajos de grado en modalidad de pasantía con sus estudiantes. Los pasantes identifican diferencias y similitudes en la resolución de problemas de estudiantes videntes y con discapacidad visual, aunque la documentación sobre los últimos es escasa. Así, se ha propuesto desarrollar una serie de estudios sobre la resolución de problemas en estudiantes con discapacidad visual, iniciando con la identificación de estrategias de resolución problemas verbales de adición y sustracción, por cuanto hacen parte de en una amplia gama de problemas de matemáticas. Esta información permitirá planear intervenciones de educación inclusiva desde el conocimiento de las habilidades de estudiantes visualmente diversos.

Indagación bibliográfica. -Son diversas las formas de clasificación a problemas aditivos que se encuentran la literatura. Neshor y Katriel (1977) propone una clasificación por criterios sintácticos en los que considera el número de palabras del enunciado, el orden de los enunciados, el tipo de vocabulario. Vergnaud (1982) propone una clasificación por la estructura de las cantidades y la relación o transformación entre ellas. Heller y Greeno (1978) proponen clasificaciones semánticas y los problemas de cambio, combinación y comparación, con variaciones según la ubicación de la incógnita y si la operación es de incremento o decremento. Carpenter y Moser (1983, citados en Bermejo, Lago & Rodríguez, 1998) proponen las categorías de cambio, comparación, combinación e igualación. Bermejo, Lago y Rodríguez (1998) siguen las dos últimas propuestas citadas y proponen estudiar la adición y sustracción mediante problemas verbales, entendidos como “situaciones matemáticas con un alto grado de significación, que el niño se plantea frecuentemente en su vida cotidiana y extra-escolar” (Bermejo, Lago & Rodríguez, 1998, p.2). Su clasificación dispone de cinco tipos de problemas verbales y cada uno de estos alberga tres variaciones según la ubicación de la incógnita:

- 1) Problemas de Cambio: situaciones dinámicas que implican una acción que modifica una cantidad inicial. En estos, se denomina comienzo a la cantidad inicial, antes del cambio; cambio a la cantidad que modifica el comienzo; y resultado a la cantidad final, posterior al cambio. Así la ubicación de la incógnita puede ser en el comienzo, el cambio o el resultado.
- 2) Combinación: situaciones que involucran dos cantidades comprendidas como cardinales de conjuntos disyuntos se unen para formar uno solo. Cada una de las dos cantidades se denominan parte 1 y parte 2, mientras que el cardinal del conjunto unión se denomina conjunto total. Si bien en esta situación, las partes 1 y 2 pueden ser conmutativas, se identifican cambios en la comprensión y acción de los estudiantes cuando la incógnita se ubica en la primera o segunda parte. Este tipo de situaciones se pueden clasificar según el lugar de la incógnita que puede estar en la parte 1, la parte 2 o el conjunto total.
- 3) Comparación: situaciones en las que comparan dos cantidades entre sí, correspondiendo la tercera a la diferencia entre las dos iniciales. Las dos cantidades dadas, que son cardinales de conjuntos disyuntos, se denominan comparación y referente. La diferencia es dada por la relación “A (comparación) es n más que el B (referente)” y expresa la diferencia entre comparación y el referente. La connotación de comparación o referente es relativa a la relación de comparación, según sea la comparación tantas más o menos que el referente. Estas situaciones pueden tener la incógnita en el:
 - a) referente: situaciones en las que es dada la comparación y la diferencia entre la comparación y el referente. La incógnita es el cardinal de un conjunto de referencia.
 - b) diferencia: situaciones en las que se dan la comparación y el referente, mientras que la incógnita se sitúa en la diferencia entre la comparación y el referente (tantos más o menos es el primero que el segundo).

- c) comparación: situaciones en las que se indica la diferencia entre la comparación y el referente, así como este último. La incógnita es el cardinal del conjunto de comparación.
- 4) Igualación: situaciones en las que se dan dos cantidades y la tercera representa lo que le falta a una para ser igual que la otra. Son situaciones similares a las de comparación, pero la relación entre las dos cantidades es estrictamente de igualación y no de orden de manera general. En estas situaciones intervienen tres cantidades: cantidad de referencia, cantidad comparada y cantidad diferencia. La diferencia es la cantidad que se requiere para que la cantidad de referencia sea igual a la cantidad comparada. Las variaciones del problema son:
 - a) Igualar al conjunto desconocido: se da una cantidad y la diferencia con la que igualaría a una tercera cantidad desconocida. Esta última es la incógnita
 - b) Igualación desconocida: se dan dos cantidades y la incógnita es la cantidad que aumentada o disminuida de la primera hace que se iguale a la segunda.
 - c) Igualar a conjunto desconocido: se da una cantidad de referencia y una diferencia con la que igualaría a una cantidad desconocida. Esta última es la incógnita del problema.
- 5) Relacional: situaciones en las que se da una cantidad que expresa la relación entre otras dos desconocidas; una de estas últimas se modifica según un segundo dato y el resultado expresa la nueva relación entre las dos cantidades desconocidas. Según la ubicación de la incógnita, los problemas pueden ser del tipo:
 - a) Comparación inicial desconocida: la cantidad relacional inicial es desconocida. Se da una cantidad que modifica la cantidad relacional y la nueva cantidad relacional.
 - b) Cambio desconocido. Se da la cantidad relacional antes y después de una situación que cambia esta cantidad relacional. La incógnita es la cantidad que provocó el cambio.
 - c) Relacional 3. Comparación final desconocida. Se da la cantidad relacional inicial y el cambio sobre una de las cantidades desconocidas. La incógnita es la cantidad relacional final después del cambio.

Por otro lado, Carpenter y Moser (1984, citados por Bermejo, Lago & Rodríguez, 1998) estudiaron estrategias de resolución de problemas verbales de adición y sustracciones y establecieron cuatro estrategias:

- 1) modelado directo: se representan las cantidades mediante objetos para luego juntarlas o contarlas.
- 2) transición modelado directo-estrategia de conteo: se reconocen actividades asociadas a añadir y añadir hasta (en el caso de la adición) y quitar, quitar de, o emparejamiento (en el caso de la sustracción).
- 3) conteo: no requieren de la representación física de los conjuntos, sino de acciones de conteo sobre las cantidades dadas en el problema.
- 4) hechos numéricos: se aplican reglas que los estudiantes conocen de memoria o infieren mediante otras ya conocidas.

Método.- Es un estudio cualitativo, descriptivo, con método de estudio de caso. La información se recolectó con una entrevista semi-estructurada. La muestra observada fueron cinco estudiantes con discapacidad visual que cursan sexto y séptimo con edades entre los 12 y 14 años. La selección de muestra se realizó con la técnica participantes voluntarios. Los criterios de inclusión son: la discapacidad de nacimiento y cursar grados sexto o séptimo; bajo este criterio de inclusión se encuentran estudiantes con diagnóstico de déficit cognitivo leve. La información se recolectó en ambiente de laboratorio y con consentimiento informado de los padres.

La entrevista semi-estructurada se compuso de 12 problemas verbales de adición de los tipos cambio, combinación, comparación e igualación. Los problemas de tipo relacional no se contemplaron por demandar más tiempo del permitido por los padres que fue una sesión de no más de 1,5 horas. Hubo una entrevista semi-estructurada con situaciones similares a la primera pero variando únicamente el tamaño de las cantidades que estuvo disponible para aquellos casos en los que el entrevistador tiene necesidad de aplicar otro problema del mismo tipo para verificar una observación o conjetura. Además, los estudiantes dispusieron de un sorobán, un conjunto de dados y una caja

mackinder por si deseaban realizar alguna modelación del problema. Los problemas de la entrevista semi-estructurada fueron:

- 1) Problemas de cambio:
 - Con incógnita en el resultado: Carlos tenía 19 libros y en una rifa ganó otros 7 ¿cuántos libros tiene ahora?
 - Con incógnita en el cambio: Paola tenía 25 láminas y su papá le regalo otras. Ahora tiene 38 láminas ¿cuántas láminas le regaló su papá?
 - Con incógnita en el comienzo: José tenía algunos colores y su tía le regaló otros 13 colores. Ahora José tiene 27 colores ¿cuántos colores tenía José?
- 2) Problemas de combinación:
 - Con incógnita en el conjunto total: Manuel tiene 27 tapas de gaseosa y Juana 16 ¿cuántas tapas tienen entre los dos?
 - Con incógnita en la segunda parte: Camila tiene 13 muñecas y Laura tiene algunas otras muñecas. Si entre las dos tienen 27 muñecas ¿cuántas muñecas tiene Laura?
 - Con incógnita en la primera parte: Felipe tiene algunas manillas y su primo tiene otras 9 manillas. Si entre los dos tienen 22 manillas ¿cuántas manillas tiene Felipe?
- 3) Problemas de comparación:
 - Con incógnita en la comparación: Paula tiene 15 cuadernos. Si paula tiene 6 cuadernos más que Diego ¿cuántos cuadernos tiene Diego?
 - Con incógnita en la diferencia: Mauro tiene 11 monedas y Cristian tiene otras 7 ¿cuántas monedas tiene mauro más que Cristian?
 - Con incógnita en el referente: Michael tiene 7 años. Wendy tiene 8 años más que Michael. ¿cuántos años tiene Wendy?

Es de aclarar que después de la aplicación del instrumento, los investigadores recomendamos emplear un mismo contexto y unos mismos nombres de personas, pues los estudiantes con discapacidad visual deben retener estos datos en su mente y al variarlos con tanta frecuencia se confunden al momento de comunicar sus soluciones.

■ Resultados

Para este artículo se presentan los resultados de tres casos:

- 1) Estudiante de 12 años que cursa 6° grado, con ceguera total de nacimiento. A los tres años inició estudios en centro especializado de educación para ciego y se incorporó a institución educativa regular desde los 8 años en tercer grado.
- 2) Estudiante de 14 años que cursa 7° grado y tiene diagnóstico de déficit cognitivo leve. Inició su educación en centro especializado de educación para ciegos y continuó en educación inclusiva desde los 8 años.
- 3) Estudiante de 14 años que cursa 7° grado y tiene diagnóstico de déficit cognitivo leve. A los 6 años inició su educación en centro especializado de educación para ciego y a los 8 se incorporó a una institución educativa regular.

Los resultados obtenidos del estudio de caso se organizan según el diagnóstico de déficit cognitivo leve. Para cada grupo se presentan las estrategias de resolución de problemas verbales por tipo.

Estudiantes con ceguera total de nacimiento y déficit cognitivo leve. Las estrategias de resolución consisten en identificar elementos del contexto que le sugieran la operación a realizar y el cálculo lo realizan mentalmente; así,

la estrategia es de tipo conteo. Cuando no es clara la operación a realizar, justifican solo el cálculo, mientras que sobre operación elegida solo indican que pensaron que lo podía hacer así. En la justificación de la solución, repiten los datos y hacen énfasis en el significado y que es con cierta operación con la que podrían resolver el problema.

Problemas de cambio. En los problemas con incógnita en el resultado, ambos estudiantes asociaron acertadamente con la elección de la adición entre el comienzo y el cambio. Cuando se les pregunta por la elección de la adición repiten el dato de la ganancia y hacen énfasis en esto, lo que sugiere que es el contexto un indicador para la elección de la operación. En los problemas con incógnita en el cambio sugieren incorrectamente que la situación se resuelve con una adición entre el comienzo y el cambio, quizá por referirse al contexto en el que el cambio es provocado por recibir una cierta cantidad; en las respuestas de ambas estudiantes, es notorio que eliminan la magnitud y sus argumentos se reducen a los cálculos numéricos, lo que es contrario al tipo de problema anterior en el que aciertan en la elección y argumentan con el contexto y la magnitud. En los problemas con incógnita en el comienzo, emplean una estrategia de conteo por completado desde el comienzo hasta el resultado, de modo que el conteo lo relaciona acertadamente con la diferencia; así, el argumento de solución es por verificación de que el comienzo sumado al cambio le da el resultado.

Problemas de combinación. Los problemas con incógnita en el conjunto total, suelen ser problemas muy usuales en la enseñanza y el aprendizaje de la adicción, por lo que los estudiantes asocian el contexto con la adición y los resuelven con éxito. Los problemas con incógnita en la parte 2 son relacionados incorrectamente con la suma de la parte 1 y el conjunto total; los estudiantes presentan la dificultad de comprender las expresiones verbales de incógnita como dato, por lo que la frase “una cierta cantidad” es comprendida como cantidad a la que le puede asignar un valor deseado por el resolutor o como una cantidad que toma el mismo valor que la parte 2.

Problemas de comparación. En los problemas con incógnita en el referente, los estudiantes asocian acertadamente la situación con una suma, aunque no expresan las razones de esta asociación. A la diferencia no le asignan una magnitud, sino que sabe que al sumarlo con la comparación obtiene el referente. En los problemas con incógnita en el referente cambian la incógnita del problema y el contexto, reduciéndolo a un problema de combinación con incógnita en el conjunto total, por lo que es resuelto incorrectamente.

Estudiantes con ceguera total de nacimiento y sin déficit cognitivo leve. Estos estudiantes hacen una representación mental de las cantidades de la situación, identifican la operación a realizar y la ejecutan mentalmente. De este modo acuden a estrategias de modelado directo y cálculo mental. Cuando se les solicita justificar la respuesta, acuden a conjuntos discretos para modelar, pero no cuentan, sino que identifican la relación y hacen el cálculo mentalmente o por hecho numéricos conocidos.

Problemas de cambio. En los problemas con incógnita en el resultado asocia la solución con una adición entre la cantidad inicial y el cambio; como las cantidades son pequeñas, la estrategia empleada es de hechos numéricos, en tanto reconocen que el resultado ya es conocido. En los problemas con incógnita en el cambio asocian la solución con la sustracción de la cantidad inicial al resultado y reconoce que la diferencia refiere a la cantidad de cambio; los estudiantes realizan una modelación con los dedos y realizan conteo con ellos (primero representa el resultado y a este le descuenta el inicio). En los problemas con incógnita en el comienzo asocian la solución con una sustracción e identifican que el resultado es consecuencia del cambio, por lo que deshacen el cambio sustrayendo la cantidad de cambio del resultado; la estrategia de resolución es transición modelado directo y estrategias de conteo, pues al explicar la resolución del problema realiza la representación de las cantidades con objetos y las ideas mentales de estas.

Problemas de combinación. En los problemas con incógnita en el conjunto total, la estudiante relaciona la solución con una adición, en tanto identifica las dos partes y al juntarlas determina el conjunto total; la estrategia consiste en representar las cantidades con los dedos y en juntar sus dedos mediante el conteo, por lo que se ubica en el tipo estrategia de conteo y modelado directo. En los problemas con incógnita en la segunda parte, se asocia la solución

a una sustracción, en tanto identifica que tiene un conjunto total y una de las partes que lo componen. Así, sustrae la parte 2 dada por el problema al conjunto total para obtener la parte 1, por lo que su estrategia es de transición modelado directo – conteo.

Problemas de comparación. En los problemas con incógnita en la comparación, la estudiante relaciona la solución con una adición entre el referente y la diferencia, en tanto identifica que esta última está determinada por la comparación; emplea estrategias de conteo mediante el uso de los dedos para resolver la situación. En los problemas con incógnita en el referente, la estudiante asocia la solución con una sustracción entre la comparación y la diferencia, pues este último indica que la comparación es mayor que la diferencia. En los problemas con incógnita en la diferencia, asocia la solución con una sustracción, reconociendo dos cantidades y que una es mayor que la otra; mediante estrategia de conteo, realiza una sustracción entre las dos cantidades dadas y valida su respuesta haciendo una sustracción entre la cantidad mayor y el resultado obtenido; dicho resultado lo suma a la cantidad menor del problema.

■ Conclusiones

En los estudiantes con ceguera total y déficit cognitivo leve se observa un dominio de los problemas de cambio con incógnita en el final, los problemas de combinación con incógnita en el conjunto total y en los de comparación con incógnita en la comparación. La estrategia de resolución parte de identificar la operación a realizar mediante el reconocimiento del contexto; luego identifican las cantidades a operar y el cálculo lo realizan por estrategia de conteo. Tienen especial dificultad para comprender los problemas que incluyen una incógnita en el primer sumando, por cuando no disponen comprensiones para frases como “tiene una cierta cantidad”, comprendiéndola como que puede asignarle una cantidad cualquiera o igual al segundo sumando. En los estudiantes con ceguera total y sin déficit cognitivo leve se reconoce un dominio de los problemas verbales de todos los tipos y sus variaciones.

La estrategia de solución supera la relación contexto-operación y se emplea un modelado directo con los dedos o en la mente que les permite identificar la operación a realizar. El cálculo de la solución emplea la estrategia de conteo en tres variaciones: el conteo por cálculo mental para los problemas de cambio con incógnita en el final, los problemas de combinación con incógnita en el conjunto total y en los de comparación con incógnita en la comparación; en los problemas con incógnita en el primer sumando, el conteo se realiza desde una cantidad hasta llegar a la otra que puede ser un dato dado por el problema. También se emplea el conteo para encontrar una solución por tanteo, subitización o hechos numéricos conocido, de modo que tal dato cumple las condiciones del problema.

■ Referencias bibliográficas

- Bermejo, V., Lago, M.O., Rodríguez, P. (1998). Aprendizaje de la adición y sustracción. Secuenciación de los problemas verbales según su dificultad. *Revista de Psicología General y Aplicada* 51(3-4), 533-552.
- Nesher, P., Katriel, T. (1977). A semantic analysis of addition and subtraction word problems in arithmetic. *Educational Studies in Mathematics* 8(3), 251-269.
- Riley, M., Greeno J., Heller, J. (1983). Development of children's Problem-Solving Ability in Arithmetic. En H. Ginsburg (Eds), *The Development of Mathematical Thinking*. (pp. 153-196). Estados Unidos: Pittsburgh University.
- Vergnaud, G. (1991/2000). El niño, las matemáticas y la realidad. México: Editorial Trillas.