

# CONHECIMENTOS DE PROFESSORES SOBRE PROBABILIDADE: INTERPRETAÇÃO DAS RESPOSTAS A UMA ATIVIDADE COM EVENTOS INDEPENDENTES

## TEACHERS' KNOWLEDGE ON PROBABILITY: INTERPRETATION OF THE ANSWERS TO AN ACTIVITY WITH INDEPENDENT EVENTS

Maria Gracilene de Carvalho Pinheiro, Angélica da Fontoura Garcia Silva, Rosana Nogueira Lima  
Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN (Brasil).  
[gracilenepinheiro@gmail.com](mailto:gracilenepinheiro@gmail.com), [angelicafontoura@gmail.com](mailto:angelicafontoura@gmail.com), [rosananlima@gmail.com](mailto:rosananlima@gmail.com)

### Resumo

Este texto traz discussões e reflexões a respeito de evidências do conhecimento de professores, que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, relativos à Probabilidade, explicitados a partir da resolução de uma situação na qual estavam envolvidas variáveis aleatórias discretas. Objetivou-se olhar para as estratégias adotadas pelos professores ao analisarem a possibilidade de uma associação entre duas variáveis apresentada numa tabela de dupla entrada. Em termos de resultados, observou-se que os argumentos dos professores relembram que eles possuíam e faziam uso de ideias intuitivas de probabilidade condicional; e que, em alguns casos, essas ideias estavam caracterizadas sobretudo por opiniões pessoais, levando-os às vezes a uma avaliação equivocada da associação, como discute Chapman e Chapman.

**Palavras-chave:** ensino de probabilidade, tabela de contingência, conhecimento dos professores

### Abstract

This paper shows discussions and reflections about the evidence of mathematics teachers' knowledge with respect to Probability, in the first years of elementary education, all of which is explained from the solution of a situation involving discrete random variables. This study is aimed at analyzing the strategies adopted by the teachers to examine the possibility of an association between two variables presented in a table of double entry. The results showed that teachers' arguments revealed that they had and put into practice intuitive ideas of conditional probability; and, in some cases, these ideas were characterized mainly by personal opinions, leading them, sometimes, to a mistaken assessment of the association, as discussed by Chapman and Chapman.

**Key-words:** probability teaching, contingency table, teachers' knowledge

## ■ Introdução

Este estudo é parte de um projeto de investigação de doutorado que está buscando perceber implicações de um curso de formação continuada para o Desenvolvimento Profissional Docente. Participam dessa investigação professores da rede estadual de ensino de São Paulo – Brasil, que ministram aulas de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Apresentamos, nesta comunicação, os resultados suscitados a partir da análise das respostas dos professores a uma atividade por meio da qual são explorados conceitos ligados à Probabilidade. A atividade traz uma situação representada numa tabela de contingência contendo eventos independentes.

A relevância deste estudo centra-se nas discussões referentes às questões ligadas ao ensino e à aprendizagem das ideias que sustentam o conceito de Probabilidade, visto que investigadores em Educação Matemática têm assinalado que os professores possuem pouco conhecimento e/ou domínio, tanto em relação à compreensão do conceito – Conhecimento do conteúdo – quanto ao ensino – Conhecimento Pedagógico.

Tal problemática está sendo discutida, sobretudo, em razão da importância em iniciar o estudo de noções ligadas à Probabilidade e à Estatística ainda nos primeiros anos de escolarização, exigindo do professor conhecimentos para o ensino. Dias (2004, p. 144), por exemplo, aponta duas dificuldades pedagógicas que os professores enfrentam quanto ao desenvolvimento desse ensino: a primeira refere-se à novidade que a sua inserção representa, pois “obriga” o professor a quebrar hábitos, sendo forçado a buscar novas informações e atividades para serem desenvolvidas em sala de aula; a segunda dificuldade está relacionada à insuficiência e/ou à inexistência de formação específica para desenvolver o ensino de Probabilidade.

A esse respeito, Batanero, Godino e Roa (2004) argumentam, com base em experiência em cursos de formação de professores para o ensino primário e secundário, que os professores de Matemática não possuem formação específica na educação estatística e que essa é a realidade de muitos países. Os estudos de Campos e Pietropaolo (2013) corroboram com essas pesquisas, à medida que defendem haver necessidade de avanços no que se refere aos conhecimentos do conteúdo e pedagógico do conteúdo para o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental ao mesmo tempo em que defendem investimentos em cursos de formação inicial e continuada para professores. Nessa direção, Batanero (2013) argumenta que a formação do professor é a chave para o sucesso da proposta de ensino de Probabilidade na escola e que ela deve contemplar o estudo do raciocínio das crianças a respeito do assunto.

## ■ Fundamentação teórica

A pesquisa, em desenvolvimento, está apoiada, em relação à Probabilidade, em Nunes, Bryant, Evans e Barros (2011), que discutem a compreensão de demandas cognitivas, cuja abordagem se relaciona às ideias que formam o conceito de Probabilidade: entendimento da aleatoriedade; elaboração do espaço amostral; comparação e quantificação de probabilidades; e o entendimento da correlação. Buscamos apoio teórico também em Godino, Batanero e Cañizares (1996), que expõem diferentes concepções de Probabilidade; e Gal (2005) sobre o Letramento Probabilístico. Esse autor propôs um modelo teórico formado por cinco componentes cognitivos e três componentes disposicionais que devem ser trabalhados pelo professor com seus alunos, com vistas a propiciar o desenvolvimento do letramento probabilístico.

Em relação à formação e às questões pedagógicas para o ensino, nossa investigação está pautada nos estudos de Ball, Thames e Phelps (2008), que discutem categorias de análise para o Conhecimento do Conteúdo Específico e Conhecimento do Conteúdo Pedagógico; e em Serrazina (2013), que trata do objeto da reflexão e o relaciona com o conhecimento.

Particularmente, no que se refere aos resultados apresentados nesta publicação, buscamos em Nunes et al. (2011) e em Cañadas, Batanero, Contreras e Arteaga (2011) fundamentação para discutir a compreensão dos professores a respeito da correlação a partir da análise da associação entre as variáveis apresentadas em uma tabela de dupla entrada.

A compreensão da associação é adquirida apenas quando se tem a compreensão do conceito de probabilidade (Inhelder; Piaget, 1955).

As tabelas de dupla entrada ou tabelas de contingência se constituem como um recurso que pode auxiliar profissionais de diferentes áreas na tomada de decisões.

Em investigações sobre problemas de Probabilidade, Nunes e Bryant (2011) discutem que entre a certeza de eventos determinados e a incerteza de eventos aleatórios existem associações significativas entre eventos e que essas associações pertencem ao mundo das correlações; e ainda que, embora essas (as correlações) não possam levar à certeza, elas podem ser muito úteis em situações do dia a dia e nas ciências, pois do ponto de vista do raciocínio correlacional:

Se não há nenhuma relação entre dois eventos, A e B, ainda é possível que possam ocorrer em conjunto por acaso. O objetivo de uma análise da correlação entre dois eventos é estabelecer se eles co-ocorrem com mais frequência do que seria de esperar por acaso. (Nunes e Bryant, 2011, p. 5).

Esses mesmos autores apoiados em Ross e Cousins, (1993), afirmam que o raciocínio correlacional exige o reconhecimento de que as relações entre as variáveis não são absolutas, mas existem em graus, por isso envolvem raciocínio probabilístico. Assim, o grau de relacionamento entre duas variáveis pode ser determinado pelas frequências relativas nas tabelas de dupla entrada.

## ■ Metodologia

As informações coletadas para análise foram produzidas a partir de uma situação, por meio da qual é possível explorar a compreensão da correlação. Assim, nela buscamos investigar as estratégias adotadas pelos professores quando analisam a possibilidade ou não de uma associação entre duas variáveis apresentada numa tabela de dupla entrada contendo eventos independentes – Figura 1.

**Questão:** Observe a seguinte tabela de dupla entrada:

	<i>Pessoas que tem alergias de pele (A)</i>	<i>Pessoas que não tem alergias de pele (B)</i>
<i>Pessoas que fazem exercício regularmente (X)</i>	2	10
<i>Pessoas que não fazem muito exercício (Y)</i>	15	3

Usando **apenas** as informações da tabela, você acha que existe uma relação entre não fazer exercícios e ter alergias?

Sim  Não

Explique, **usando apenas as informações da tabela**, por que você pensa assim.

**Figura 1:** Protocolo da atividade  
**Fonte:** Acervo dos pesquisadores

Essa situação foi apresentada com base em Nunes e Bryant (2011), na oficina “*A classificação de respostas abertas em pesquisa*” desenvolvido no ano de 2012, em visita deles ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirantes – UNIBAN - SP

A situação propõe que os professores façam uma análise, com base nas informações contidas na tabela (número de pessoas que têm ou não alergia de pele e número de pessoas que fazem ou não fazem exercício regularmente), sobre a existência de uma relação entre a ocorrência do evento “não fazer exercício (Y) e ter alergia de pele (A); e em seguida, explicita, também com base nas informações da tabela, qual foi a sua estratégia de resolução.

### ■ Análise dos resultados

Nunes e Bryant (2011) discutiram essa atividade com base nos níveis de dificuldades observados por Pérez Echeverría (1990) e na classificação apresentada por Batanero, Estepa, Godino e Green (1996).

Para a análise dos resultados desta investigação, visitamos os estudos desses investigadores e constatamos que Pérez Echeverría (1990) fez um levantamento de pesquisas, anteriores à sua, sobre as estratégias de raciocínio de associações e as classificou em cinco níveis de dificuldade:

- Nível 1: usa somente uma célula, usualmente (a)
- Nível 2: Compara (a) com (b) ou (a) com (c)
- Nível 3: Compara (a) com (b) e (a) com (c)
- Nível 4: Usa as quatro células, fazendo comparações aditivas
- Nível 5: Usa as quatro células, fazendo comparações multiplicativas.

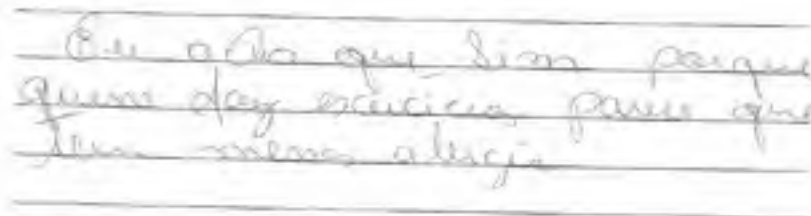
Constatamos também que Estepa (1993) e Estepa e Batanero (1995) realizaram um estudo sobre as estratégias de estudantes e as descreveram em categorias: estratégias corretas, estratégias parcialmente corretas e estratégias erradas.

Olhamos, sobretudo, para as estratégias consideradas corretas: (E1) comparar todas as distribuições de frequência relativa condicional de uma variável para os diferentes valores da outra variável; (E2) comparar todas as frequências relativas condicionadas de uma variável para um único valor da outra variável com a frequência marginal da primeira variável e (E3) comparação de possibilidades para e contra B em cada valor de A.

Visitando também os estudos de Chapman e Chapman (1969), pudemos observar que eles nos alertam que muitas pessoas formam suas próprias teorias sobre a relação entre variáveis apresentadas em uma tabela de contingência, o que, segundo os autores, as impedem de avaliar corretamente a associação. Assim, a análise da questão pode envolver diferentes ideias ou relações: comparação de quantidades absolutas; razão; e correlação.

O argumento fundamentado na comparação de quantidades pode-se considerar, por exemplo, que a maioria das pessoas que tem alergia – 15 – não fazem exercícios; o fundamentado na análise das razões pode considerar, por exemplo: para as pessoas que fazem exercícios regularmente, o acometimento de alergia é de 1 a cada 5 pessoas; já para as pessoas que não fazem muito exercício a razão é inversa ou seja, 5 alérgicos para cada pessoa que não tem alergia; este argumento é fortemente baseado na ideia de proporcionalidade (nesse caso, há uma relação de proporcionalidade); já o argumento fundamentado na ideia de correlação, pode considerar, por exemplo, que os dois eventos – praticar exercícios regularmente e ter alergia de pele – são eventos independentes.

Em relação aos resultados do nosso estudo observamos que treze professores responderam afirmativamente, considerando haver uma relação entre não fazer exercícios físicos regularmente e ter alergias de pele. As justificativas desses professores a essa afirmação, de maneira geral, apresentam argumentos apoiados na ideia de quantidade, como por exemplo, a Professora Safira, que com base na quantidade, analisou a situação qualitativamente – Figura 2.



**Figura 2:** Protocolos exemplares – Professora Safira  
**Fonte:** Acervo das pesquisadoras

Inferimos que a Professora Safira comparou apenas as duas células da tabela; ou observou as quatro células e fez comparações aditivas; fundamentados nas discussões de Estepa e Batanero (1995), deduzimos ainda que a estratégia da professora consistiu em fazer a comparação da frequência absoluta de uma variável para os diferentes valores de outra variável ao invés da frequência relativa.

A Professora Opala – Figura 3 –, embora também não tenha formalizado o seu raciocínio, apresenta indícios de que analisou a associação por meio da frequência relativa, ou seja, comparou todas as distribuições de frequência relativa condicional de uma variável para os diferentes valores da outra variável – Estepa e Batanero (1995).

Porque está demonstrando na tabela que pessoas que praticam algum exercício físico tem menos possibilidade de ter uma alergia e vice-versa.

Figura 3: Protocolo Exemplar – Professora Opala  
Fonte: Acervo das pesquisadoras

Outra possibilidade é que ela tenha se apoiado na ideia de razão; nesse caso, inferimos que ela usou intuitivamente as quatro células da tabela para elaborar o seu argumento.

Assim, observamos que os professores, de maneira geral, fizeram associações por meio da comparação entre quantidades absolutas (maior, menor, mais, menos) – “Porque a **quantidade** de pessoas que tem alergia e não fazem exercícios é **maior** do que qualquer outra informação da tabela”. (Grifos nosso) –; outros fizeram associações com o uso de comparações baseadas na ideia intuitiva de razão.

A professora Esmeralda – Figura 4 – fez uso de apenas uma célula, aquela que tem a maior frequência: “É provável haver relação”.

	Pessoas que tem alergias de pele	Pessoas que não tem alergias de pele
Pessoas que fazem exercício regularmente	2	10
Pessoas que não fazem muito exercício	15	3

Figura 4: Protocolo Exemplar – Professora Esmeralda  
Fonte: Acervo das pesquisadoras

Ainda em relação à estratégia adotada pela professora Esmeralda, inferimos que talvez seja um reflexo do que normalmente é solicitado em atividades contendo tabelas; nas quais é solicitado apenas a identificação de um dado quantitativamente, apresentadas para alunos dos anos iniciais.

Essa atividade pode explorar a ideia de aleatoriedade que já vinha sendo discutida ao longo da formação e que se constitui como primeira demanda cognitiva para compreender a correlação (Nunes e Bryant, 2011); algumas análises poderiam ter sido feitas, como por exemplo: se uma pessoa que faz exercício regularmente for escolhida aleatoriamente, qual seria a probabilidade de a pessoa ter alergia de pele ou não ter alergia de pele; ou ainda qual a probabilidade de a pessoa escolhida fazer exercício regularmente, sendo que tem alergia de pele; ou ter alergia de pele, dado que faz exercício regularmente; entre outras análises.

Dentre os seis professores que afirmaram não haver relação entre as variáveis da tabela, as Professoras Topázio, Lapis Lazúli e Água Marinha apontam indícios de que fizeram o uso da comparação da proporção (percentagem) de pessoas que não fazem muito exercício e que tem alergia de pele (15/17, aproximadamente 89%) à percentagem de pessoas que não fazem muito exercício e o número total (15/18; 83%)

	Pessoas que tem alergias de pele	Pessoas que não tem alergias de pele
Pessoas que fazem exercício regularmente	2	10
Pessoas que não fazem muito exercício	15	3

Usando apenas as informações da tabela, você acha que existe uma relação entre não fazer exercícios e ter alergias?

Sim  Não

Quando se trata de não fazer exercícios e ter alergias, não há uma relação direta. Apenas a tabela mostra os dados.

**Figura 5:** Protocolo Exemplar – Professoras Topázio, Lapis Lazúli e Água Marinha  
**Fonte:** Acervo das pesquisadoras

### ■ Conclusões

A análise mostrou que as justificativas dos professores apresentaram argumentos apoiados na comparação de quantidades absolutas e alguns, apoiados na ideia de razão.

Diante de tais constatações, observamos que os argumentos apresentados pelos professores evidenciaram que seus conhecimentos sobre associação entre as variáveis poderiam estar apoiados, inicialmente, em ideias intuitivas, caracterizadas por opiniões pessoais, mas também que eles possuíam ideias intuitivas de probabilidade condicional no contexto de análise de tabela de dupla entrada ou tabela de contingência.

Para analisar associações, é preciso estabelecer quais são os casos possíveis e quais são os casos que confirmam ou vão contra a hipótese de uma associação entre as variáveis (Nunes e Bryant, 2011). Embora isso não tenha ocorrido explicitamente, julgamos que os professores apresentaram ideias favoráveis à compreensão de conceitos envolvidos no raciocínio correlacional: eventos aleatórios e não aleatórios; espaço amostral; raciocínio proposicional (busca de informações relevantes reação às contradições); quantificação das probabilidades; e compreensão de relações inversas.

### ■ Agradecimento

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

### ■ Referências

Ball, D., Thames, M. H., e Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes it Special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407.

- Batanero, C. (2013). La Comprensión de La Probabilidad em los niños: ¿Qué podemos aprender de La investigación? En J. A. Ferenandes, P. F. Correia, M. H. Martinho, F. Viseu, (EDS.). *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*. (pp. 1-13). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho. Recuperado el 10 de maio de 2017 de <http://www.ugr.es/~batanero/pages/formacionprofesores.html>.
- Batanero, C., Godino, J. D. e Roa, R. (2004). Training Teachers to Teach Probability. *Journal of Statistics Education*, 12, (1), 1-15. Recuperado el 23 de fevereiro de 2018 de <https://tandfonline.com/loi/ujse20>.
- Bryant, P., Nunes, T., Evans, D., Gottardis, L. e Terlektsi, M. E. (2011). *Teaching primary school children about probability. Teacher Handbook*.
- Campos, T. M. M. e Pietropaolo, R. C. (2013). Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais. In R. Borba e C. Monteiro (Orgs.), *Processos de ensino e aprendizagem em Educação Matemática*. Capítulo 2, (pp. 55-91), Recife: Universidade Federal de Pernambuco-UFPE.
- Cañadas, G., Batanero, C., Contreras, J. M. e Arteaga, P. (2011). Estrategias en el estudio de la asociación en tablas de contingencia por estudiantes de psicología. *Educación Matemática*, 23(2), 5-31. México ago. versión impresa ISSN 1665-5826. Recuperado el 12 de maio de 2017 de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-58262011000200002](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262011000200002).
- Chapman, L. J. e J. P. Chapman (1969). Illusory correlation as an obstacle to the use of valid Psychodiagnostic signs, *Journal of Abnormal Psychology*, 74, 271-280.
- Dias, A. L. B. (2004). *Projeto Gestar: ensino de probabilidade*. Brasília: MEC.
- Estepa, A. (1993), *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de ordenadores*. Tesis Doctoral, Universidad de Granada.
- Estepa Castro, A. e Batanero Bernabeu, M. C. (1995). Concepciones Iniciales sobre la Asociación Estadística. *Enseñanza de Las Ciencias*, 13(2), 155-170.
- Gal, I. (2005). *Exploring probability in school: Challeges for teachingand learning*. 39-63 p.
- Godino, J. D., Batanero, C. e Cañizares, M. J. (1996). *Azar y Probabilidad*. España: Editorial Síntesis.
- Inhelder, B. y J. Piaget (1955). *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*, París, Presses Universitaires de France.
- Nunes, T., Bryant, P. (2011). Understanding risk and uncertainty: the importance of correlations. *EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 2 (2), 1-24. Recuperado el 12 de janeiro de 2018 de <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/issue/view/143>.
- Pérez Echeverría, M. P. (1990). *Psicología del razonamiento probabilístico*, Madrid, Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid.
- Ross, J.A. and Cousins, J. B. (1993). Enhancing secondary school students' acquisition of correlational reasoning skills. *Research in Science and Technological Education*, 11(2), 191–205.
- Serrazina, M. (2013). O Programa de Formação Continuada em Matemática para professores do 1.º ciclo e a melhoria do ensino da Matemática. *Da Investigação às Práticas*, 3(2), 75-97. Recuperado el 15 de setembro de 2014 de <http://www.eselx.ipl.pt/cied/publicacoes/>.