

# 数学教育学における協同的問題解決の学習（第3次研究）

－学習過程の構築と評価の対象の転換－

矢部 敏昭・山脇 雅也・河上 英仁・藤田 綾

地域学論集（鳥取大学地域学部紀要）第12巻 第1号 抜刷

REGIONAL STUDIES (TOTTORI UNIVERSITY JOURNAL OF THE FACULTY OF REGIONAL SCIENCES) Vol.12 / No.1

平成 27 年 8 月 21 日 発行 August 21, 2015



# 数学教育学における協同的問題解決の学習（第3次研究）

## —学習過程の構築と評価の対象の転換—

矢部敏昭\*・山脇雅也\*\*・河上英仁\*\*\*・藤田綾\*\*\*\*

A research on Cooperative Problem Solving Learning in Mathematics Education  
: Construction Learning Processes and Object of Evaluation

YABE Toshiaki\*, YAMAWAKI Masaya\*\*, KAWAKAMI Hidehito\*\*\*, FUJITA Aya\*\*\*\*

キーワード : 学習過程, 問題の構成, 解決と結果の議論, 活用と評価, 評価の対象

Key Words : Learning Processes, Construction Problem, Discussion of procedure and result  
Applied and evaluation

### I. 学習過程の実証的検討に向けて

算数・数学の学習を通して児童・生徒（学習者）に獲得し身に付けることを期待する知識をはじめ、数学的表現や処理、数学的態度は単にそれを知っている、できるというものではなく、状況に応じて次の行動を促すものであり、発展性を内蔵しながらも未来を志向し未知の世界へ誘うものであることは、前論文において述べた通りである。また、学校教育で展開される実際の学習（コマの授業）は連続した一連の過程（プロセス）である。今日の授業研究会で授業をもとに研究討議される際には、一般に算数・数学の問題解決の過程に即した授業討議が多い。また、教材研究に基づいた授業構成とその展開の議論においても学習の過程に分けて検討されることが多い。なぜならば、算数・数学の授業を構想するに当たっては、一般的にG. ポリア(1945)氏が主張する4つの過程（問題の理解、解決の立案、解決の実行、振り返り）で構成される<sup>1)</sup>からである。本稿で取り上げる学習過程は、前者の主張とは異なり、拙著(2010)が提案する5つの学習過程<sup>2)</sup>に基づくものである。この5つの学習過程においては、特に新たに設定した3つの過程（問題の構成、用いた手続きと結果の議論、活用と評価）に焦点を当て、協同的問題解決の実際の学習に基づく検討を行うものである。なぜならば、前者が主張する問題解決の学習過程は、“人はいかに問題を解決するか”に着目している一方、本稿で主張する問題解決の過程は、“人はいかに学ぶのか”に着目するとともに、学習者の学びの主体性と分かり方の多様性を重視し、これまでの多くの授業実践と授業研究を踏まえ構築した学習過程だからである。

#### 1. 学習の過程とは

前述した通り、問題解決の学習過程は一連のプロセスであり、学習者の問題解決行動は決して学習過程毎に分断され展開されるものでない。しかし、各過程の数学教育的な価値や良き問題解決者の行動の様相を詳しく観ていくために、あえて学習過程を過程毎に分けて分析するものである。

---

\*鳥取大学地域学部地域教育学科 \*\*鳥取大学附属中学校教諭

\*\*\*鳥取大学大学院地域学研究科教育専攻2年生 \*\*\*\*鳥取市立浜坂小学校講師

算数・数学の学習における問題解決の過程は、日常の事象から算数・数学の問題へと作り上げ、算数・数学の学習を通して解決された結果は再び日常の事象の解釈へとつながると言われている

(図-1)。算数・数学の問題へと作り上げる過程では、理想化や条件の設定等を踏まえて数理化され、算数・数学の問題として定式化される。一度解決された問題の結果や解決に用いた手続きは、新たな場面や問題に適用され応用されることを通して、数理的な処理のよさや簡潔・明瞭で、一般的な表現としてその適用範囲を広げるのである。これら一連の問題解決の行動が人間の思考様式であり、かつ、その方法は発見的(heuristic method)であるとも言われている。本稿では、算数・数学の内容を「実質」と呼び、人間の思考を「形式」と呼ぶことが許されるならば、協同的問題解決の学習はこれら実質と形式の両者を統合した学びの様式であると言え、算数・数学の本性と人間の学習を結び付けた学習様式が協同的問題解決ととらえるものである。

また、科学としての算数・数学の位置づけを考えるならば、その1つは論証的推論であり証明が挙げられよう。他の科学や学問に活用される事柄は正しさが保証され、厳格さを持たなければならぬことはもちろんである。しかし、算数・数学教育としての算数・数学の学習を考えるならば、学習者に身に付けてほしい思考の方法は、証明する以前に先ず必要な“推測を構成”する仕方であると考える。つまり、前述した論証的推論と補完的な関係にあり、かつ、対照的な役割を果たす蓋然的推論を学習の過程に位置づけることが必要であり、算数・数学の学習を通してある規則を発見し、あるいは、あるきまりやパターンを見つげるところの、物事の見方・考え方や予測・推測の仕方を学ぶことの重要性を主張するものである。G. ポリア氏は、「製作途上の数学は、他の任意の製作途上の人間の知識によく似ている」と指摘し、「もし、数学の学習がなんらか数学の発明を反映するものならば、それは推測に対し、蓋然的推論に対し余地を持たなければなりません<sup>3)</sup>」とも述べる。“製作途上の数学”を“作り上げる算数・数学”と解釈するならば、算数・数学の学習過程は、まさに学習者と教師によって展開され、その学ぶ過程では議論の余地が必要な推測を構成し、幾度もの試行が為され、また試行錯誤を何度となく繰り返しながらも厳密な証明へとつながるものとする。

言い換えれば、本稿で提案する学習過程はまさに学ぶ過程で議論が必要な対話の位置づけであり、何度となく繰り返される幾度もの試行が学習者自身の手によって展開される発見の過程を重視する学びである。そして、この発見の過程が学習者の主体性に基づき集団を構成し、学習者同士の対話と数学的活動によって展開されるならば、協同的学びと呼ぶに値するものとする。したがって、この考え方に立つならば、算数・数学の学習の成果は、学習者が“何を発見したか”ではなく、その何を“どのように発見したか”、あるいは、“発見の過程で何を考え、どのように試行をしたか”なのである。学習の成果である評価の対象が、何を学んだかという結果ではなく、いかに学んだかの過程に目を向けていくことの意味でもある。協同的問題解決の学習は、正しさを保証する論証的推論の重要性を否定しているものではなく、その重要性を増し証明の必要性を高めるためにも、証明する事柄の発見の過程を重視するのである。私たちが事象について学ぶ新しい事柄は、どんな事柄であっても常に蓋然的推論を含むものだからである。以下に示す実践的事例は“人はいかに学ぶのか”を位置づけた学習過程である。



図-1

## 2. 協同的問題解決が持つ特徴的な学習過程

拙著(2010)は、新時代における問題解決の学習過程として、以下に挙げる5つの過程を第5回東アジア数学教育国際学会で提出した。5つの学習過程とは、問題の構成、解決の見通しと遂行（この過程は、さらに2つに分類し、解決の見通しと解決の遂行である）、解決と用いた手続きの共有、解決と手続きの議論、そして、活用と評価である。詳しくは、先行研究を参照されたい。本稿では、第1及び第2の過程について次章において実証的事例を取り上げて検討するものであるが、特徴的な学習過程については、ここで明記するものである。

特徴としての第1の過程は「問題の構成」の過程である。この過程は、学習者にとって問題の状況(situation)に出会い、既知の数量の分析を通して未知の数量及び数量関係を導き出し、算数・数学の問題として定式化する算数・数学的活動である。教師が提示する問題をただ単に理解するのではなく、算数・数学の問題は既習の問題をもとにいかにより作られるかを学ぶとともに、作り上げられた問題に対して学習者の学ぶ必然性と未知への喚起をねらいとするものである。なぜならば、学習者の主体的・能動的学びは学ぶ必要性なくして起こり得ないと考えるからである。また、算数・数学の学習を通して良き問題解決者に育てるべく、その資質・能力の1つとして、将来において自ら算数・数学の問題を作ることのできる人間をめざすからである。特徴としての第2の過程は「解決の見通しと遂行」の過程である。この過程は、従来から多くの実践者によって指摘され、問題を解くことの多くは“どのような計画を立てたらよいか”が最重要課題である。言い換えれば、解決の見通しはいかに立てられるかであり、学習者にとって思考をめぐらす過程であると言えるのである。問題の条件に着目し、解の存在と大きさを見積もるために時に条件を減らしたり、時に数値を変えたりする算数・数学的活動が必要である。数量形を概数・概算、概量、概形でとらえて解の存在と大きさを見積もり、あるいは解の範囲を推測するのである。つまり、この過程は解の存在と大きさを見積もることを通して解決の方法を見通し、学ぶ意欲の喚起と推測の構成をねらいとするものである。特徴としての第3の過程は「結果と手続きの議論」の過程である。この過程は、学習集団全体で共有された算数・数学的な表現や処理、数学的な見方・考え方が、どのような具体的な場面で活用することができるかを思考するとともに、実際に用いる過程である。学習を通して獲得し身に付ける知識や技能は活用されてはじめてその価値やよさが感得されよう。言い換えれば、これからの次代の学ぶ力は、どれだけ多くの知識を持っているかという知識の量の多さを持って学ぶ力とするものではなく、実際の問題や日常生活において使うことのできる知識や表現・技能であり、生きて働く知識(viable knowledge)をもって学ぶ力とする学力観の転換を意味する。そして、この活用する活動の場面がこの過程であり、かつ、本時間の学修<sup>註1)</sup>の評価の過程にもなり得るのである。つまり、本過程は共有された知識や技能・表現を活用することを通して、学びに値する算数・数学的な価値やよさの鑑賞をねらいとするものである。

## II. 実践事例にみる学習過程の位置づけ

### 1. 授業構成案(事例1)の作成に当たって

#### 1.1 発見を生む数学的活動の創出

本事例は、中学校第1学年に位置づけ、解決に向けたある数学的推測を構成する活動の展開である。実際の問題解決においては証明まで必要であり、次学年以降の内容を踏まえれば第2学年の「証明」、さらに第3学年の「円の性質」、とりわけ円周角の定理と中心角の定理が必要となる。授業

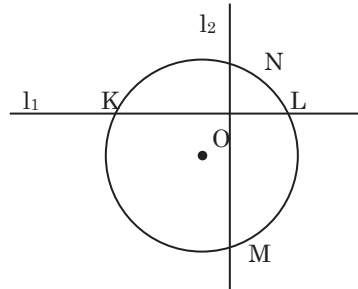
実施日は2014.6.10-11であり,第1学年A,B,C,D学級,授業者は山脇雅也教諭である。

本事例の問題と,解決に向けた推測の構成と証明は以下の通りである。

1.1.1 本時の問題

【問題】

円Oの内部で直交する2直線 $l_1, l_2$ が,円Oと交わる点を,それぞれK,L,M,Nとすると,弧KMと弧LNの長さの和を調べよう。



1.1.2 期待する数学的推測

【数学的推測1】2直線 $l_1, l_2$ を動的にみた証明

$l_1, l_2$ がそれぞれ $l_1', l_2'$ に移動したと考え、  
 $NN' = MM' = x$   $KK' = LL' = y$  とすると、

$$L'N' = NL - (x + y)$$

$$K'M' = KM + (x + y)$$

弧KMと弧LNの長さの和を調べるので、

$$L'N' + K'M' = \{NL - (x + y)\} + \{KM + (x + y)\} \\ = NL + KM$$

よって、弧KMと弧LNの長さの和は移動しても常に変わることがわかる。

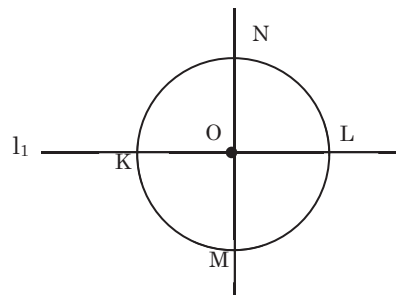
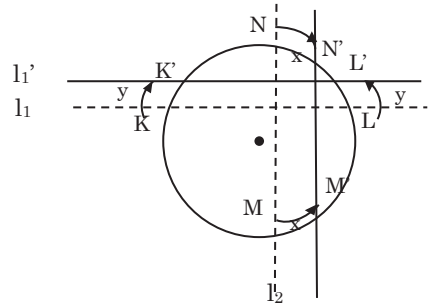
また、 $l_1, l_2$ の交点が円Oの中心を通るとき、

$$NL + KM = KN + LM$$

よって円Oの直径をRとすると、

$$NL + KM = \frac{R\pi}{2}$$

したがって、弧KMと弧LNの長さの和は常に $\frac{R\pi}{2}$ となる。



【数学的推測2】円周角と中心角の関係を用いた証明

$l_1, l_2$ の交点をPとする。

弧LNの円周角をx

弧KMの円周角をyとする。

$\triangle NKP$ に着目すると、

$$\angle NPK = 90^\circ \text{より} (\because l_1 \perp l_2)$$

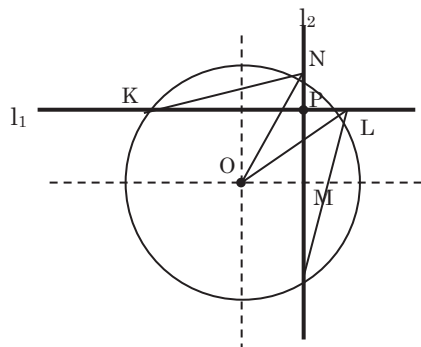
$$x + y = 90^\circ \text{ --- ①}$$

また、弧LNと弧KMの中心角はそれぞれ

$$2x, 2y \text{ となるので、①より } 2x + 2y = 180^\circ$$

中心角の和が $180^\circ$ となるので、

弧LNと弧KMの長さの和は円Oの半周分である。



よって、円 O の直径を R とすると、弧 LN + 弧 KM =  $\frac{R\pi}{2}$

円 O の中心 O で直交する直線  $l_1'$ ,  $l_2'$  と円 O の円周上の交点をそれぞれ K', L', M', N' とする  
 円 O の中心 O で直交する直線  $l_1$ ,  $l_2$  と円 O の円周上の交点をそれぞれ K, L, M, N とする。

L, N, K, M と中心 O をそれぞれ直線で結ぶ。

まず、 $\angle KLO = \angle LOL'$  (∵ 錯角)  
 $\angle OLK = \angle OKL$  (∵ 二等辺三角形の底角)  
 $\angle OKL = \angle KOK'$  (∵ 錯角) — ①

つぎに、  
 $\angle MNO = \angle NON'$  (∵ 錯角)  
 $\angle ONM = \angle OMN$  (∵ 二等辺三角形の底角)  
 $\angle OMN = \angle MOM'$  (∵ 錯角) — ②

また、

$\angle N'OL' = 90^\circ$ ,  $\angle K'OM' = 90^\circ$

よって、それぞれ弧 LN と弧 KM について

$\angle NOL = 90^\circ - (\angle LOL' + \angle NON')$  — ③  $\angle KOM = 90^\circ + (\angle MOM' + \angle KOK')$  — ④

①②より、

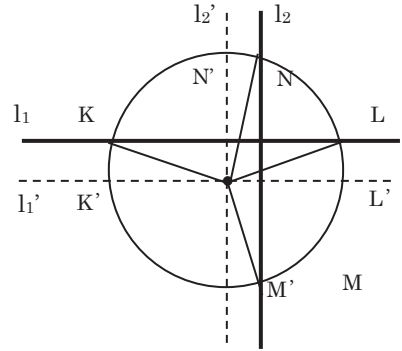
$\angle NOL = 90^\circ - (\angle KOK' + \angle MOM')$  — ③'

③④より、

$\angle NOL + \angle KOM = 90^\circ - (\angle KOK' + \angle MOM') + 90^\circ + (\angle MOM' + \angle KOK') = 180^\circ$

よって、中心角の和が  $180^\circ$  となるので、弧 LN と弧 KM の長さの和は

円 O の半周分である。ゆえに、 $\frac{R\pi}{2}$  となる。

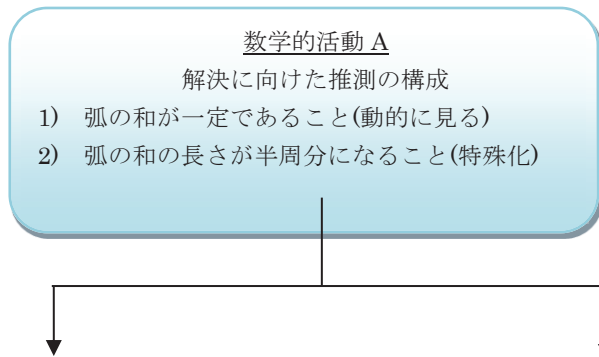


### 1.2 数学的活動の水準（3水準の設定）

数学的活動A：「弧の和が一定になるのではないか」、「弧の和はどれくらいになるのだろうか」といった解決に向けた推測を構成する活動

数学的活動B：「弧の和が円周の 1/2 になるのではないか」と推測を構成し、それを特殊な場合について図的に表現する活動

数学的活動C：「弧の和が円周の 1/2 になるのではないか」と推測を構成し、それを多様な場合について図を動的に表現する活動



**数学的活動 B**

円周角と中心角の関係を用いた場合

**【数学的原理・法則】**

- ・円周角の定理
- ・三角形の内角の和が  $180^\circ$  であること

**数学的活動 C**

中心角の性質を用いた場合

**【数学的原理・法則】**

- ・中心角の性質
- ・錯角

**2. 実際の生徒の推測の様相**

蓋然的推論に焦点を当てた学び合い(対話)の様相を分析するに当たっては、前論文でも用いたミーティングレコーダーを使い、生徒間の対話とその映像を録画した<sup>4)</sup>ものである。また、分析の視点は第1次研究により提出した“他者との学びが起きる状況”<sup>5)</sup>と、拙著の提案する各学習過程における数学的活動である。

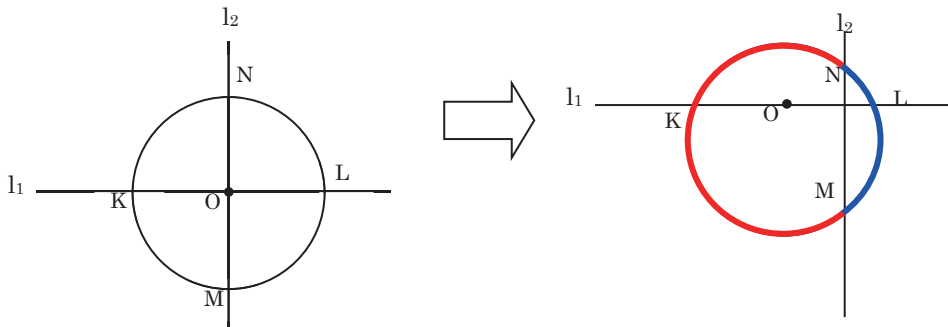
生徒間の推測の様相は、以下の様相が観察された。

**2.1 生徒間の推測と数学的活動の様相**

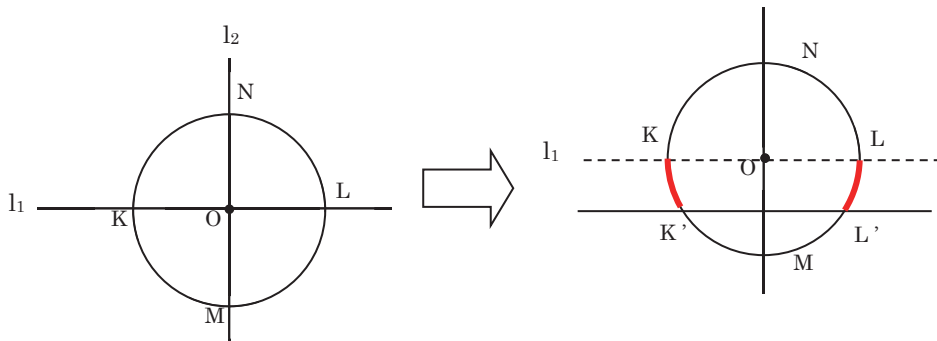
本時の学習は、問題の解決に向けた数学的な予測や推測を構成する活動が主となる数学的活動であった。生徒間の数学的予測及び推測の様相は大きく5つの分類できた。

**2.1.1 推測の様相 1**

$l_1, l_2$ の交点が円Oの中心を通るとき  $LN+KM=KN+LM$  となることから、「弧の和は円の半周分になるのではないか」と推測し、また、 $l_2$ (2直線の一方)を動かしても  $KM=KN, NL=ML$  であることから「弧の和が一定になるのではないか」という推測を構成している。

**2.1.2 推測の様相 2**

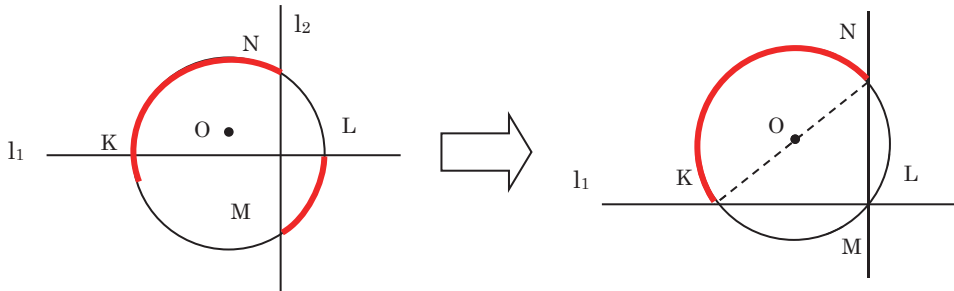
$l_1, l_2$ の交点が円Oの中心を通るとき  $LN+KM=KN+LM$  となることから、「弧の和は円の半周分になるのではないか」と推測し、 $l_1$ (2直線の一方)を動かすとそれぞれ同じ長さだけ移動したことになるので「弧の和が一定になるのではないか」という推測を構成している。





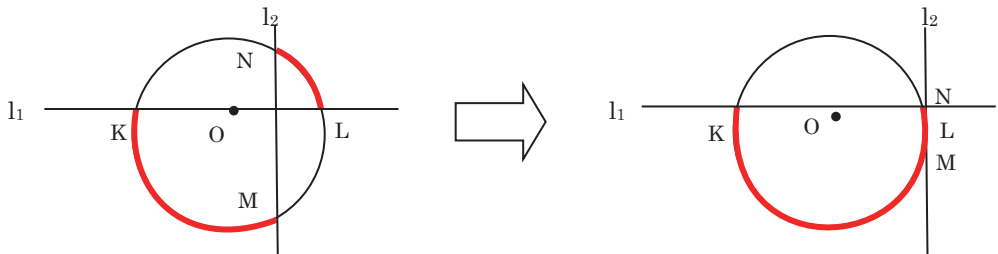
### 2.1.3 推測の様相3

$l_1$ ,  $l_2$  の交点が円  $O$  の円周上で直交するとき, 向かい合う弧の一方は 0 となりもう一方は半円のようになることから, 「弧の和は円の半周分になるのではないか」という推測を構成する。



### 2.1.4 推測の様相4

$l_1$  が円  $O$  の中心を通り 2 直線が円  $O$  の内部で直交する状態から,  $l_1$  と  $l_2$  の交点が周上にある状態へ  $l_2$  を動かしていくと, 弧の一方の長さは 0 となりもう一方は半円になるので, 「弧の和は円の半周分になるのではないか」という推測を構成する。



### 2.1.5 推測の様相5

$l_1$ ,  $l_2$  をそれぞれ移動させたときの円周の増減に着目する。

$l_1$ ,  $l_2$  がそれぞれ  $l_1'$ ,  $l_2'$  に移動したと考え,

$NN' = MM' = x$   $KK' = LL' = y$  とすると

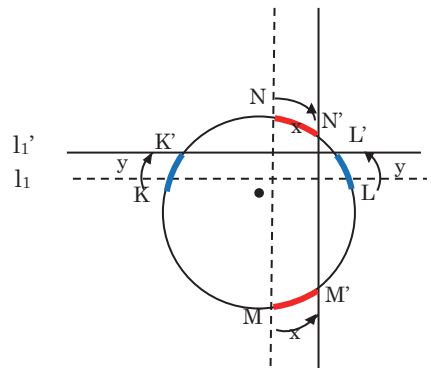
$$L'N' = NL - (x + y)$$

$$K'M' = KM + (x + y)$$

弧  $KM$  と弧  $LN$  の長さの和は

$$\begin{aligned} L'N' + K'M' &= \{NL - (x + y)\} + \{KM + (x + y)\} \\ &= LN + KM \end{aligned}$$

よって, 「弧の和が一定になるのではないか」という推測が構成される。



## 2.2 数学的推測の様相の分析

上記の観察された5つの数学的推測の様相は、大きく「弧の和が一定であること」に関する様相(様相 1,2,5)と「弧の和が円周の  $1/2$  になること」に関する様相(様相 3,4)に分けられる。また、垂直に交わる2直線 11,12 の一方を動かすことによって推測の信頼性を高めようとする活動は様相 2,3,4 である。垂直に交わる2直線を2本とも動かすことによって推測の信頼性を高め、説明しようとする活動は様相 5 である。さらに、様相 3 は円の直径を1辺とする三角形の性質(直角三角形になること)より説明しようとする活動は、G. ポリア氏の言葉をかりれば極端な特殊化と言えよう。

数学的推測を構成するためには、問題の条件に対する吟味と分析が必要である。生徒間の対話を分析する中では、問題の構成の過程で指摘した通り、1) 既知の数量への着目、2) 条件をよむ(条件の吟味)、3) 未知の数量のよみをみることができたものである。また、2.1.1 の推測の様相 1 の対話では、2直線が円の中心を通る場合の活動後、一人の生徒が“円の中心を通らない場合はどうなるのか?”と、疑問を投げかけるところから対話が起こった。この状況は、協同的な学びが解決の行き詰まりを契機に“疑問(未知への喚起)”から発せられたことは、まさに学び手の主体性から対話が起こったものであり、学習集団が学習者の主体性によって構成されたと解釈できる。

## 3. 授業構成案(事例2)の作成に当たって

### 3.1 問題の構成と活用を生み出す算数的活動

本事例は、小学校第4学年に位置づけられている「面積」単元の面積の求め方の工夫である。正方形と長方形の求積の学習後の内容であり、複合図形の求積を分割・補完の考えに気付き、簡潔・明瞭に処理することである。「問題の構成」の過程では、以下に示す8個の複合図形を提示して教材の必然性(学習者の側からは考える必要性)と未知への喚起を期待し、学習者と教師が一緒になって本時の問題を作り上げることを意図したものである。

また、集団による結果と用いた手続きの共有後では、解決に用いた考え方と方法を駆使する算数的活動を位置づけるとともに、目的に応じた数学的な見方・考え方と処理を活かした「活用と評価」の過程を位置づけたものである。授業実施日は2014.9.19であり、授業者は河上英仁教諭である。

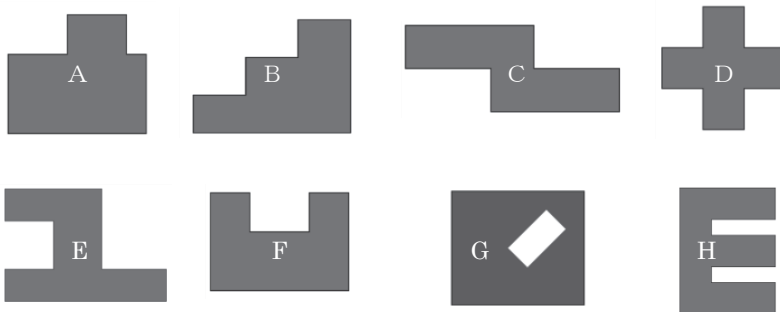
### 3.2 問題の構成と活用の過程における学習指導案

以下では、教師の発問や解説をT、学習者の反応をCで表すものである。

#### 3.2.1 問題の構成の過程

T1: これらの図形の面積は求められますか。

—問題状況の提示—

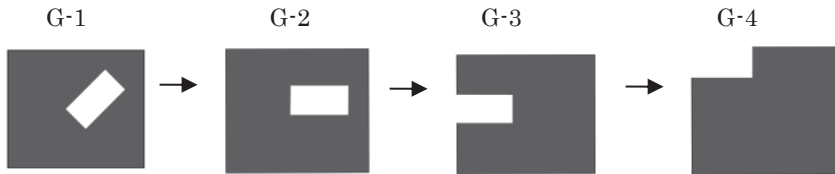


C1: ええっ、無理ですよ。

C2: できるかなあ。

C3: 長方形の面積の公式を使えばできるかも…。

T2: この図形の面積が求められそうか考えよう。



— 四角形の内部にある小さな四角形を、順に移動させて本時の考える問題へと作り上げる —

T3: この図形の面積は本当に求められるでしょうか。

求め方を考えましょう。

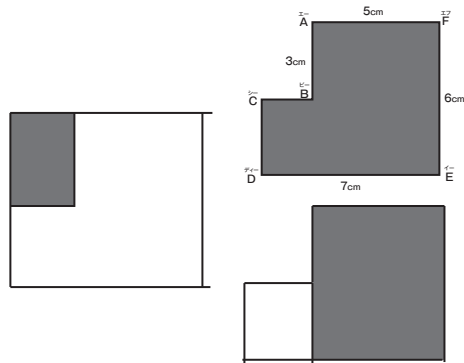
### 3.2.2 解決の見通しの過程

T1: 面積はおおよそどれくらいでしょう。

C1:  $6 \times 7 = 42$ ,  $42\text{cm}^2$  より小さい

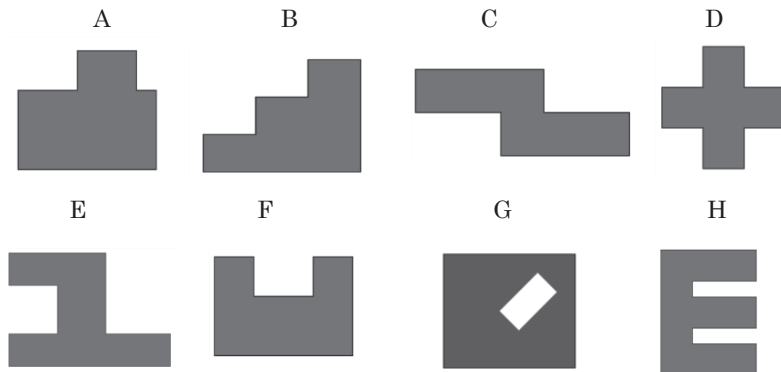
C2:  $6 \times 5 = 30$ ,  $30\text{cm}^2$  より大きい

C3:  $30\text{cm}^2$  から  $42\text{cm}^2$  の間になると思う

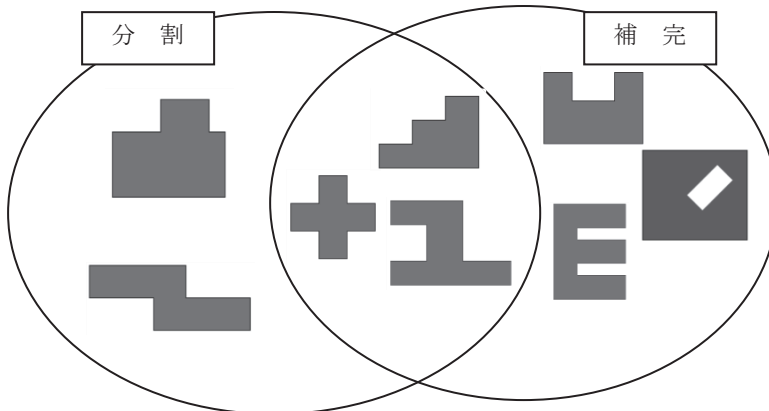


### 3.2.3 活用と評価の過程

T1: 下の形の面積はどちらの方法で求めたらよいでしょう。



- C1: 分割して求める形は A,B,C かな C2: 全体から引くのは F,G,H かな  
 C3: B や D は両方で求められる C4: ……………  
 T2: 求め方を分類して整理しましょう。



### 3.3 学習過程の位置づけに関する考察

#### 3.3.1 問題の構成の過程について

問題の状況において、子どもたちは様々な形に出会うとともに、これら8個の形の中から多くの子どもたちはGの形が難しいとロク々に言い出した。そこで、Gの形を取り上げて指導案の通りに、内部にある四角形を順に移動しながら本時の問題へと作り上げた。G-1からG-2への移動によってできた形については“難しい”と子どもたちはロク々に言う。G-3からG-4の形では、“できるかも知れない”、“頑張ればできるかな”と言い出した。

なぜ子どもたちはGの形が難しいと言ったのかである。面積を求める部分に着目すると、この形は既習の図の組み合わせではなく、どのような分割をしても正方形や長方形に帰着できないと考えたのであろう。つまり、子どもたちが学んできた図形は常にいくつかの図形(正方形や長方形)の組み合わせであり、求積しない部分への視点の変更はなかったからと推察される。教師がGの形の内部にある長方形をG-1からG-2に移動させたとき、子どもたちは内部の長方形が動くとは想像しておらず、子どもたちの驚きは観察を通して観ることができた。算数・数学の問題はいかに作られるかに関して、本導入の展開は図形に対する見方・考え方を広げる機会になったと判断するものである。また、本時においては子どもたちにとって問題の構成過程を知ることが、形や図形がいかに組み合わせられて作られているかを知る機会になったものと考えられる。例えば、Bの形は全体の長方形から左上の階段状の形を取り除いた図形と判断できる。さらに、Dの形は正方形から四隅の正方形を取り除いた形と観ることもできるのである。

#### 3.3.2 解決の見通しの過程について

これからの算数・数学の学習を構想するとき、解決の計画を立てる能力は今まで以上に重要視されるものでありたい。なぜならば、未知の問題や課題と出会ったとき、私たちは先ずこの問題には解(答え)が存在するのか、もし答えがあるならばそれはどの位の大きさになるのかは必要な考え方であり学びであると思われるからである。従来の算数・数学の学習においては提示された問題に答えがあることは疑う余地もなく、また答えのある問題のみを扱ってきた経緯がある。算数・数学の学習が、実践的課題としてその多くが問題を解くことに重点が置かれ、問題

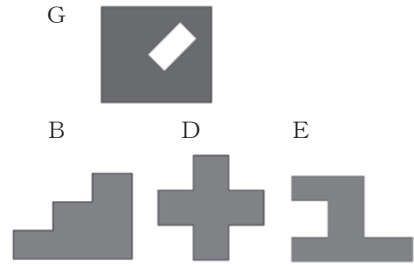
の解決それ自体が自己目的化されてきたことは、今日においても指摘できよう。日々の1コマ1コマの授業において、“問題をいかに解くか”から、1つの問題を通じて“いかに考え、どのように学ぶか”への転換が求められるところである。言い換えれば、算数・数学の学習を通じて子どもたちを計算器に育てる時代から、数量化された情報に基づき具体的な課題を設定したり、問題状況から問題を作り上げたりすることが重視される時代への転換と言えよう。つまり、算数・数学的に考えること自体を重視していくことが必要なものと考えるのである。

### 3.3.3 活用と評価の過程について

本時の学習のねらいは、子どもたちにとって複雑な複合図形の求積を工夫して求めるとともに、そこで作り上げた数学的な表現や求積に用いた数学的な見方・考え方を、新たな複合図形に関して目的に応じて使い分けられることができるかである。つまり、“知り、わかった知識”から“使える知識”への獲得がねらいである。

取り上げた8個の図形に対して、解決と結果の議論の過程ではただ単に「分割」と「補完」の方法があることへの理解に留まらず、求積方法の簡潔さや明瞭さに着目した検討や対話の成果としての数学的な態度が、この「活用と評価」の過程に現れるのである。

問題の構成の過程で取り上げた図形Gは、指導者の意図では補完に分類したが、実際の授業では共通の集合に含まれた。なぜならば、内部の長方形をそのままで求積するならば補完に含まれ、移動してL字型に帰着するならば分割に含まれるからである。言い換えれば、このような対話が子どもたち自身によって議論されたことは、単なる“知り、わかった”知識から状況に応じて“使える”知識を身に付けたものと判断できよう。



また、図形B, D, Eに関していずれも求積方法で可能であることが議論され、必要に応じて表される式を検討の対象とした集団による話し合いの様相には、本過程の「質」の高さを指摘することができるのである。

学習者が“何を発見し、問題が解けたか”かではなく、その何を“いかに発見し、どのように解決したか”への着目は、評価の対象を結果から過程に移すことであり、その発見の過程や解決の過程は学習者同士の対話の様相や解決の仕方の様相が重要となる。つまり、どんな疑問や問いが学習者の側に浮かび上がり、その疑問や問いをいかに対話を通じて克服していくかが、考えるあるいは考え合うということであり、また学ぶあるいは学び合うということであろう。言い換えれば、協同的問題解決の学習の評価は、その対象を“結果”から“過程”へと移していくことが求められるとともに、“人はいかに学ぶか”に対応した評価となり得ると考えるものであり、今後求められる新しい評価の在り方と言えよう。

本研究は、科学研究費助成事業(学術研究助成基金)の基盤研究(C)、課題番号 26381205, 研究題目「数学教育学における協同的問題解決の学習に関する基礎的研究」、研究期間：平成26年度から平成28年度による研究成果の一端である。

註1 学修：本論文では、通常の授業を「学習」と呼び、学修と区別するものである。

ここで用いる「学修」は、1コマの授業において新たに“何を知り、学んだか”，ではなく、学習者自身が“何を身に付けたか”，新たな適用題や問題において“使えるまでの知識、技能・表現”になり獲得したかを意味するものである。

#### 引用・参考文献

- 1) 1957 G.Poly 「How to Solve It」—A New Aspect of Mathematical Method—,Second Edition Copyright By Princeton University Press.
- 2) 2010 Toshiaki Yabe 「Process of Problem Solving Learning in New Era—Focus on “Academic Skills”— 5<sup>th</sup> East Asia Regional Conference on mathematics Education [EARCOME 5]. In Search of Excellence in Mathematics Education.18-22 August 2010.
- 3) 1959 G.Poly 「Mathematics and Plausible Reasoning」 Vol 1.Induction and Analogy in Mathematics. Original English-language edition published by Princeton University Press.  
「数学における発見はいかになされるか」帰納と類比,序文 1-4. 柴垣和三雄訳. 丸善株式会社.
- 4) 2015 矢部敏昭他「数学教育学における協同的問題解決の学習(第2次研究)—協同的な学びの「対話の様相」に焦点を当てて—」地域学論集,第11巻第3号,2015.3,171-179.
- 5) 2013 矢部敏昭他「数学教育学における協同的な問題解決の学習—集団を基本とした学びの様式の転換—」地域学論集,第10巻第2号,2013.12,83-90.
- 6) 2015 藤田綾「数学教育における協同的問題解決の学習に関する基礎的研究」鳥取大学大学院地域学研究科修士論文,2015.1.20
- 7) 2007 岩崎秀樹「数学教育学の成立と展望」,ミネルヴァ書房,第2章「今日の数学教育課題」51-86
- 8) 2014 矢部敏昭「協同的問題解決の学習—集団を基本とした学びの様式の転換—,新しい算数研究,東洋館出版社,2014.9,4-7.
- 9) 2011 Alan J.Bishop 「数学的文化化」,湊三郎訳,教育出版.

(2015年6月5日受付,2015年6月11日受理)