ISSN 1881-6134

鳥取大学数学教育研究

Tottori Journal for Research in Mathematics Education

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

算数の学習指導における図の役割

安井 紗笑　*Saemi Yasui*

vol.13, no.8
Mar. 2011

鳥取大学 数学教育学研究室

目次

第 1 章

研究の目的と方法

本章では，研究の目的と方法を述べる．

1.1 では，本研究の動機を述べる．1.2 では本研究の目的と方法を述べる．

第１章　研究の目的と方法

1.1　研究の動機

算数・数学教育の問題解決における図の役割については，これまでにもいくつかの研究(例えば，布川,2000;Van Essen, G.& Hamaker, C,1990)によって述べられ，学習場面においても様々な図が使われている．

しかし，問題解決の現状を見ると，筆者が実際に体験したように，自分の把握した状況を図にかいて操作することができなかったり，図が提供されても活用することができなかったりしている．子どもが普段の学習の中で，実際に図を使って解決を行う場面としては，例えば文章問題が挙げられる．文章問題は，子どもが今後そのような場面に，もしくはそれと類似した場面に遭遇する可能性のある，生活と密接したものが題材となっている．このような文章問題を解決できること，解決しようとすることは，生活場面における様々な疑問や問題を，探求しようとする力に繋がっていくと考える．そこで，筆者は，問題を解決する際のひとつの拠り所として，適切な図をかけることが解決の態度を変容させるのではないかと考えた．

だが，ひとことで図と言っても，学校教育で指導されている図には，テープ図や線分図等に始まり，教科書や問題集に掲載されている絵やおはじき図と様々なものがある．それらの中から，実際に学習指導が行われている図は，やはり解決に有効で指導すべき理由があると考えられる．そこで，学校教育の初期の段階で学習されるため，今後の問題解決にも大きく影響を与えると考えられる，テープ図に焦点を当てて研究を行う必要があると考えた．テープ図は具体的な操作と関連が深い反面，子どもにとってテープ図の学習には抽象化の大きな困難も伴う．そこで，テープ図の役割を明らかにしていくとともに，その有効性が十分に発揮されるためのテープ図の導入について，明らかにしていくことが求められる．

1.2　研究の目的と方法

本研究においては，まず，問題解決におけるテープ図の活用に関して，実際にどのような問題があるのかを明らかにする必要がある．そこで，筆者が実際に遭遇した事例の分析を行い，課題点を導出する(第

2 章).

また，算数の学習では，式や記号による表現のほかに，絵や図による表現，言葉による表現など多様な表現が用いられる．このように多様な表現の中において，図とは，特にテープ図とは，どのような位置づけにあるのか示す必要がある．そこで，先行研究を参考に基礎的な考察を行う．そして，その考察とともに，テープ図の特性についても明らかにしていく(第 3 章).

次に，導出した課題についてそれぞれ検討を行う．

導出した課題については第 2 章で詳述するが，概ね以下の 2 点について検討する．

(1)テープ図導入場面における授業設計(課題Ⅰ，課題Ⅱに相当)

(2)テープ図の学習が問題解決の態度に与える影響(課題Ⅲに相当)

(1)に関しては, 教科書分析と先行研究から理論的枠組を構築していく(第 4 章)．教科書比較では，現在の学習指導でテープ図の導入が実際どのように行われているか調べるために, 平成23年度版の教科書，計 6 社を比較し，分析を行う．先行研究の検討では，テープ図の表現方法について考察する．

(2)に関しては, まだテープ図を学習していない小学校第 1 学年の児童を対象に面接調査を行う(第 5 章)．これにより，テープ図の学習が児童にどのような変化をもたらすのか明らかにしていく．

＜本論文の章構成＞

第 2 章　事例を通した研究課題の導出

課題Ⅰ：ひき算の問題を対象としたテープ図導入授業はどうあるべきか

課題Ⅱ：児童の発想を基にしたテープ図の指導とはどのようなものか

課題Ⅲ：テープ図の学習が問題解決の態度を変容させ得るか

第 3 章　図に関する基礎的考察

中原(1995)の先行研究における図の捉え方，テープ図の捉え方における考察.

第 4 章　テープ図導入場面における授業設計

教科書比較，先行研究の検討から行った授業設計.

(課題Ⅰ・Ⅱに相当)

第 5 章　テープ図の学習が問題解決の態度に与える影響に関する考察

面接調査によって分析した，テープ図が与える影響に関する考察.（課題Ⅲに相当)

第 2 章

事例を通した研究課題の導出

本章では，公立Ｙ小学校での問題解決時における観察事例を取り上げ，図の役割に関する研究課題を導出することを目的とする．

2.1 では，Ｙ小学校の児童の事例を紹介する．2.2 では，事例における児童の思考過程を解釈するために枠組みを構築する．2.3 では，枠組みに沿って解釈した思考過程の中から，研究課題を導出する．2.4 では，導出された研究課題の吟味を通して算数の学習指導における図の役割に関する問題点を指摘する．

第 2 章　事例を通した研究課題の導出

2.1　小学校第 2 学年の児童における問題解決の事例

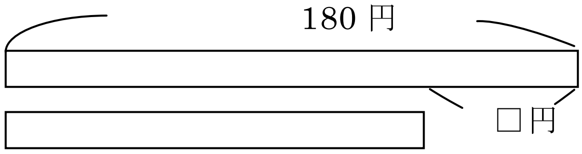
2.1.1　本事例の概要

Y 小学校では基礎学力の定着を目的として，2，3 年生を対象に算数の学習時間を放課後に設けている．希望者による参加のため，そこに来ている児童の学力は様々である．10～15 名の児童に対して基礎学力定着支援員が 2 名という構成で行われ，大学からも学生が支援員として派遣され，現職の教員とペアを組んで指導にあたる．児童は，算数のプリントを各自のペースで進め，支援員が机間指導の中で助言や丸つけ等の支援を行う．

本事例は，筆者が支援員として第 2 学年の児童と関わった時のことである．机間指導をする中で，解答欄に空白部分が見られた児童に支援を行った．その際の問いかけと児童の反応を順に見ていく．

2.1.2 問題と児童の反応

問：お菓子を買いに行くと 180 円のチョコレートがありました．
　キャラメルはチョコレートより 50 円安いそうです．次の問題に答えましょう．
①下の図の□に数字を書きましょう．
②キャラメルは何円になるでしょうか．



しき

答え(　　　　　　　　　)

児童は，②の問いに関しては解決し答えを出していたのだが，①の問いに対しては空白のままであった．そこで以下のような問いかけを行った．

01 指導者：「答えが出ているのなら，ここのしかくも埋められるね．」
02 児童　：空白に②の答えとして求めた 130 を入れる．
03 指導者：「図をもう一度よく見てみて．ここが 180 円だから，チョコレートのお金を表わしているよね．それじゃあ，ここは？(空白で示されている部分を指しながら)」
04 児童　：「キャラメル．」
05 指導者：「それじゃあここは？(下のテープ図全体を指しながら)」
06 児童　：「・・・．」

この問題は元からテープ図が用意されており，また問①と問②に分けて問題が段階的に設定されていることから見ても，必ずテープ図を利用して問題を解決しなければならないように意図されている．Y 小学校で採用している K 社の教科書を見ると，第 2 学年にテープ図導入の単元が設定されている．教科書に沿った学習がされていたのであれば，児童はテープ図の学習を終えているはずである．そのため，本稿ではテープ図の学習を終えていると想定し考察をしていく．

はじめに，この問題の限界について述べておく．このテープ図が問題の構造を明確にし，立式の手がかりとなる役割を果たしている場合，これは解決者の学習段階に合った問題であったと言えよう．だが，今回事例に挙げた児童のように図を利用せずに立式した場合，問①の穴埋めは機械的なものになってしまう．つまり，この問題は様々な解決の様相のすべてを対象としているとは言えないだろう．

2.2　解釈枠組みにおける事例の構築

ここで，児童の反応から思考過程を解釈していく．しかし，実際の児童の思考過程を断定することはできない．そこで，複数通りの解釈が考えられるが，何通りの解釈が妥当であるかを明らかにするため，解釈の枠組みを構築する必要がある．以下，枠組みを構築し，それに沿って解釈を進めていく．

2.2.1 枠組みの構築

児童の思考過程を解釈するにあたり，図 1-1 のようにまとめ，考察していく．

本事例における問題場面には，テープ図が用意されている．つまり，

この問題にあたる前の基礎知識として,「テープ図の機能を理解しているかどうか」という点が,児童の思考過程を解釈する上でひとつの手がかりとなる．また,「演算決定を正しく行おうとしているかどうか」という点が問題解決の思考過程を分析する上で基本的な要素となる．

そこで，本稿においては,「テープ図の機能の理解」と「演算決定における態度」の二点を軸として，3 通りの解釈にそれぞれ分けて考察していく．

この 2 軸を設定する理由は以下の通りである．「テープ図の機能」に関しては，児童がなぜ問題①の解答欄に 130 と入れ(02 児童)，その解答欄が示すものとして「キャラメル」と答えたのか(04 児童)が明らかになると考えたからである．また,「演算決定における態度」に関しては，問題に取り組む姿勢を明確にすることで，児童の解決に意図や根拠があったかどうかを明らかにすることができると考えたためである．

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="2">テープ図の機能</td></tr>
<tr><td>理解している</td><td>理解していない</td></tr>
<tr><td rowspan="2">演算決定における態度</td><td>正しく行おうとしている</td><td>A
(解釈①)</td><td>B
(解釈②)</td></tr>
<tr><td>正しく行おうとしていない</td><td colspan="2">C　(解釈③)</td></tr>
</table>

＜図 2-1　児童の思考過程の枠組み＞

先に挙げた 2 軸で枠組みを構築した場合，マトリックスは本来 4 つとなる．だが，本稿では A，B，C の 3 つを対象として考察する．

テープ図の機能の理解を考慮に入れずに，A とした理由は，問題に取り組む姿勢として，正しい答えを導こうという態度がないのであれば，テープ図の機能を理解しているかどうかに関わらず，それ以上の分析には及ばないと考えるためである．またその場合，導いた数値が正答であったとしても，逆に誤答であったとしても同じように言うことができると考える．

以上よりＡ・Ｂ・Ｃの３通りを同定する．

A：演算決定を正しく行おうとしており，かつ，テープ図の機能を理解している場合である．この分類に該当する思考過程を解釈①とする．

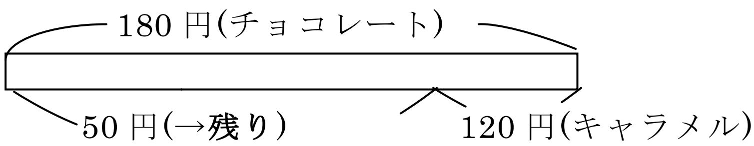
B：演算決定を正しく行おうとしているが，テープ図の機能が理解できておらず，問題解決にテープ図が活用できなかった場合である．この分類に該当する思考過程を解釈②とする．

C：テープ図の機能を理解しているかどうかに関わらず，演算決定を正しく行おうという態度に欠けると解釈した場合である．この分類に該当する思考過程を解釈③とする．

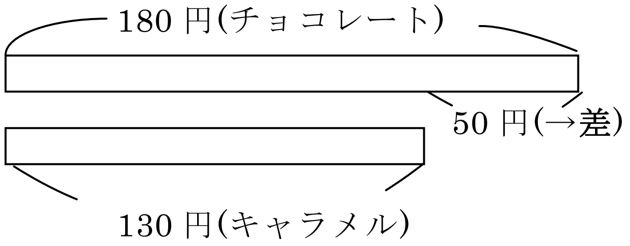
2.2.2 思考過程の解釈

解釈①

A の場合，児童はテープ図の意味を理解しており〔テープ図の機能の理解〕，また問題文も正しく読解していた〔演算決定の態度〕と捉えることができる．ただ，児童が捉えたテープ図(図 2-2)と問題が意図していたテープ図(図 2-3)が違うものであったと解釈することができる．そして A の場合は，チョコレートとキャラメルの 2 本を使って表されているテープ図を，上の 1 本だけのテープ図(図 2-2)として捉えていたと予測される．つまり，チョコレートの金額でもある 180 円分のテープがあり，それを差額とキャラメル分の金額にわけた 1 本のテープ図として考えていたため，下の 2 本目のテープ図が何を表わしているのかという問いに答えることができなかったのである．



＜図 2-2　1 本のテープ図＞



＜図 2-3　2 本のテープ図＞

ここで，1 本のテープ図の場合(図 2-2)では，50 円を表わす部分は 180 円から 130 円を差し引いた「残り」と理解される．それに対して 2 本の場合(図 2-3)では，50 円を表わす部分は 180 円と 120 円の「差」と理解される．このとき，残りを求める演算を求残と呼び，差を求める演算を求差と呼ぶ．

このような 1 本と 2 本のテープ図の特徴を踏まえ，児童が図を 1 本で表わした理由としては次のことが考えられる．児童は，結果的に式から図という流れで問題に取り組んだ．180－50＝130 というひき算の式から真っ先に連想されるのは求残のひき算である．もし，児童が 1 本でかくテープ図を経験したことがある場合，これらのことが要因となり 1 本のテープ図で関係を表わそうとしたと考えることができる．

解釈②

B の場合，児童はイメージとして問題の構造を把握している〔演算決定の態度〕が，それが今回の図とリンクしておらず〔テープ図の機能の理解〕，テープ図の表現としてうまく活用することができていなかったといえる．既習であるテープ図の長さで量を表わすという見方ができておらず〔テープ図の機能の理解〕，また□は答えを埋める場所という認識が児童にあったため，問題①に対する問いかけ(01 指導者)に「130」と答えた(02 児童)のであろう．しかし，今回のようにテープ図を用いなくても数量関係が明らかにされていたのであれば，この図は必要なかったといえる．

解釈③

C の場合，問題文を読解せずに，そこから数値のみを取り上げ，関係を完全に把握することなく立式したといえる〔演算決定の態度〕．テープ図の使い方を理解していたとしても，数量関係を把握していな

かったため，テープ図を用いて関係を問うても答えることができなかったのである．そして，児童は演算決定の根拠の必要性を感じていなかったため〔演算決定の態度〕，問題文に返って考えたり，図を使って構造を明らかにしようとしたりしなかった．そのため，児童はテープ図に目を向けることなく立式したと捉えることができ，今回のテープ図は児童にとって意味をもつものにならなかったといえる．

2.3　事例の考察に基づく研究課題の導出

2.3.1 テープ図を媒介としたひき算の統合

事例の小学校で採用されているK社の教科書から，テープ図が導入される単元を見ると，問題は全て求差の足し算・ひき算となっている．また，図には2本のテープ図が使われている．児童が何らかの方法で1本のテープ図を経験していたのであれば，無意識のうちに，「求差＝2本のテープ図」「求残＝1本のテープ図」という認識になったのかもしれない．

そこで筆者は，1本のテープ図と2本のテープ図との統合を図り，テープ図導入の場面で，求差の問題と求残の問題の両方を教材とすべきであると考える．同様の主張として，伊藤(2008)は，求残も求差も同じ図で表示し，同じ操作で処理されることで，どちらも同じひき算として統合されると述べている．ひき算の問題場面におけるテープ図の活用に，どのような問題を設定し，どのようなテープ図で指導していくのか検討する必要があるように思う．そこでひき算の問題を対象としたテープ図の学習を考察していきたい．

課題Ⅰ：ひき算の問題を対象としたテープ図の導入授業は
どうあるべきか

2.3.2 問題解決に有効な図

解釈①，②，③のいずれについても言えることは，用意された図を形式的に利用するのでは，その図は問題解決に有効に活用されないということである．つまり，自分の考えが表現され，その情報を読み取ったり，操作できたりする図でなければならない．

そこで，筆者は，児童の考えが表された自由につくった素朴な絵や図も重要であると考える．しかし，実際にその図が問題解決に有効と

なるよう，表現のしかたを指導していかなければならないと考える．

課題Ⅱ：児童の発想を基にしたテープ図の指導はどのようなものか

2.3.3 演算決定の態度と図の関係

まず，解釈③から導かれることとして，演算決定を正しく行おうという態度に欠けた様相であるならば，式の根拠を明らかにしながら問題を解決していくという態度を育てる必要がある．問題の構造や式の根拠を明らかにしようとすることは，結果的に図を使った問題解決につながるのではないだろうか．土居下,他(4 名)(1986)らの先行研究では，次のような主張がされている．低レベルにある児童には正しい絵図や線分図をかけるようにすれば立式できるようになり，高レベルにある児童についても，複雑な問題になるほど見通しを立てることが困難になるという事実より，正しい絵図・線分図をかく能力を身につけさせることが必要である．つまり，問題解決に有効な図を経験することが，問題解決に取り組む態度を変容させ，正しい解決に繋がるという仮説をたてることができる．

課題Ⅲ：テープ図の学習が問題解決の態度を変容させ得るか

2.4　研究課題の吟味

本章では，事例の解釈を通して考察を進め，課題を導出した．それらの課題を俯瞰すると，算数の学習指導における図の役割に関して次のようなことが指摘される．

(１)まず，テープ図が導入される学習における問題点についてである．本事例の児童のように，既習であるはずのテープ図を問題解決に活用することができない学習者がいることから，テープ図の学習指導に問題があると捉えることができる．そこでの児童の困難点は，今まで自分で表現していた絵や図を，テープの長さで示す表現にしなければならないという大きな変化にある．また，そのテープ図を利用する問題がひき算を対象としていた場合，求差の問題も求残の問題も同じテープ図で表現することができるということを指導しておかなければ本事例の解釈①のように混乱を招くことになる．よって，この二点

を含めたテープ図導入場面の授業を設計していく必要がある．上記考察においては，課題Ⅰと課題Ⅱがこれに相当する．

（2)次に，テープ図を使うことが問題の構造把握を助けることは既に明らかであるが，テープ図が，学習者の問題解決における態度を変容させるという仮説を立てることができた．見通しが持てずに解決への意欲をなくしてしまう児童や，たとえ解答できたとしても，いたずらに数を並べただけの児童が，テープ図の学習によって何らかの変容を遂げるのではないかと考える．そこで，この仮説を実証していく必要がある．上記考察においては，課題Ⅲがこれに相当する．

第 2 章の要約

本章では，公立Ｙ小学校で筆者が偶然的に遭遇したテープ図を使った問題解決における事例から研究課題を明らかにした．事例から枠組みを構築し，思考過程の解釈を行った．その結果，導出された研究課題は以下の通りである．

課題Ⅰ：ひき算の問題を対象としたテープ図の導入授業はどうあるべきか
課題Ⅱ：児童の発想を基にしたテープ図の指導はどのようなものか
課題Ⅲ：テープ図の学習が問題解決の態度を変容させ得るか

以上の 3 つの課題を踏まえ，研究を行っていく．

課題Ⅰに関しては，求残のひき算も求差のひき算も同じテープ図で表わすことで，どちらも同じひき算として統合されるという考えから，ひき算の問題場面の問題設定と，テープ図の表現を検討していかなければならない．また，課題Ⅱでは，ただ与えられただけの図では児童はうまく活用することができない．そのため，テープ図の指導では，児童の思考を反映した図を扱っていかなければならない．この課題Ⅰと課題Ⅱに関しては，テープ図導入場面の授業設計を行うことで，考察していく．

課題Ⅲに関しては，問題解決に有効な図であるテープ図を経験することが，解決に取り組む態度を変容させ，正しい解決に繋がるという仮説をたてた．この課題に関しては，調査によって明らかにしていく必要がある．

第 3 章

図に関する基礎的考察

本章では,「算数・数学教育における構成的アプローチ」(中原.1995)について分析し，算数の学習における表現に関して，テープ図がどのような位置づけにあるのか明らかにすることを目的とする.

3.1 では，中原(1995)の先行研究における図の捉え方を示す．3.2 では，それらの先行研究の分類を再構成し，図における価値を見出すことで，テープ図にはどのような価値のあるのか考察していく.

第 3 章 図に関する基礎的考察

算数の学習では，式や記号による表現のほかに，絵や図による表現，言葉による表現など多様な表現が用いられる．このように多様な表現を，適時利用していくことで数学的な概念に多方向から迫っていくことができる．第 3 章では，このような多様な表現を体系化した「算数・数学教育における構成的アプローチ」(中原.1995)について分析し，算数の学習における表現の役割と図的表現の中のテープ図の位置づけについて考察する．

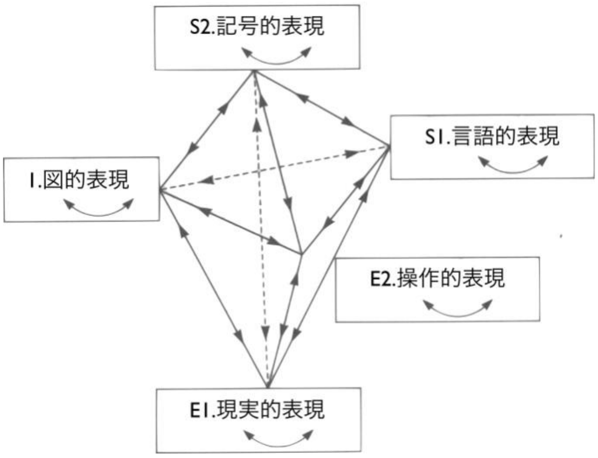
3.1 先行研究における図の捉え方

中原氏は，数学教育において授業の中に現れる表現様式を次の 5 つに分類している．

〈現実的表現：E1〉	実世界の状況，実物による表現．具体物や実物による実験などはここに含める．
〈操作的表現：E2〉	具体的な操作的活動による表現．人工的加工，モデル化が行われている具体物，教具等に動的操作を施すことによる表現．
〈図的表現：I〉	絵，図，グラフ等による表現．
〈言語的表現：S1〉	日本では日本語，米国・英国では英語など，各国の日常言語を用いた表現．また，その省略的表現．
〈記号的表現：S2〉	数字，文字，演算記号，関係記号など数学的記号を用いた表現．

注)ここでいう E は Enactive Representation(行動的表象)，I は Iconic Representation(映像的表象)，S は Symbolic Representation（記号的表象）を表している．

中原氏は，これらの表現様式からなる表現体系を，E→I→S の認知発達の順序性と相互変換性とに着目して，図のように表した．下から上へ，の流れが表現様式の抽象性，記号性の順序を示している．また，図を教科書や黒板などにかかれたものすべてを含むだけでなく，教具や実物などによる表現，実験等も含めることとしている．つまり，視覚的に得られる情報全てを対象としている．



＜図 3-1 数学教育における表現体系＞

3.1.1 図的表現の分類

中原氏はまた，５つの表現様式のうちの図的表現についても，その指示対象や使用目的に応じた整理分類を行い類型化した．このうち，情景図，場面図，手続き図，構造図，概念図，法則・関係図は学習指導の方法上において用いられる性格のもの(メタ的表現)であり，表し方も様々である．一方，グラフ図，図形図は，学習の対象となる性格のもの(対象的表現)であり，表し方は数学で定まっていることが多いとしている．

筆者が本研究で対象とするテープ図は，中原氏の分類からすると，I6. 法則・関係図にわけられる．

＜表 3-2＞

I1.	情景図………現実的情景，状況を表す図
I2.	場面図………算数・数学的場面を表す図
I3.	手続き図……操作や計算などの手続きを表す図
I4.	構造図………場面や問題などの構造を表す図
I5.	概念図………算数・数学の概念を表す図
I6.	法則・関係図…算数・数学の法則，関係を表す図
I7.	グラフ図……各種のグラフを表す図
I8.	図形図………各種の図形を表す図

＜表 3-3　図的表現の類型＞

- 図的表現
  - メタ的表現
    - 代理的図的表現
      - 情景図
      - 場面図
    - 中核的図的表現
      - 方法図
        - 手続き図
        - 構造図
      - 内容図
        - 概念図
        - 法則・関係図
  - 対象的表現
    - グラフ図
    - 図形図

3.1.2 図的表現の特性

また，中原氏は図的表現の基本的特性を検討し，基本的特性(記号的特性)と，そこから導かれる導出的特性(認知的－機能的特性)に整理，分類している．

＜基本的特性＞

形相性…2 次元空間における形や位置，つながりを活用することができる

自由性…どんな記号を使うか，どう使うかに制約が無く多様性がある

類似性…図的表現はそれが表しているものとの間に自然的，類似的関係がある

視覚性…視覚に訴えて表現内容を正確に伝達できる

上記で示した，形相性は図的表現がつくられる基本的対象に，また自由性と類似性は図的表現がつくられる基本的方法に，そして視覚性は図的表現の基本的伝達手段に関わる特性である．

＜導出的特性＞

直感性…直感的に，感覚的に知覚がなされる

イメージ性…イメージを喚起させたり，イメージを形成するのに適している

全体性…全体から部分へという認知が一般になされる

構造性…数量関係を統合的，構造的に表すことができる
同時性…見る順序性が示されていない
個人性…個人的な思考を個人的な方法で表現することができる
非聴伝性…聴覚での伝達を困難とする

このように，中原氏は，これらの特性は図的表現を用いる上で基盤となるものであるとし，それぞれを考慮することで効果的な学習指導を行えるとしている．また，これらの図的表現の特性はテープ図に当てはめて考えてみることもできる．だが，自由性に関しては，テープ図は，既にある程度完成されたものであるため，それに伴い，制約も発生してくると考えられる．

3.1.3 図的表現の活用原理

中原氏は，図的表現の活用に際してその特性を十分に生かす必要があることを示し，図的表現をその役割に着目して次のように分類している．

A. 現実的状況と学習内容の関連を図る・・・情景図，場面図
B. 問題解決の手がかり，方法を示す・・・・手続き図，構造図
C. 学習内容を効果的に示す・・・・・・・概念図，法則・関係図

そして，A は図的表現の現実的表現の代理的機能であり，また B もそれを第一に担っているのは，操作的表現であり，図的表現が果たすべき固有で重要な役割は C であるとしている．したがって，中原は，直感性－イメージ性，全体性－構造性をとりわけ重視すべきであると主張している．

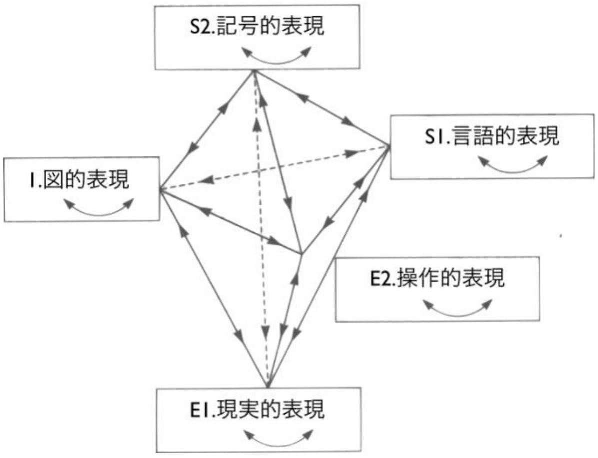
このような役割を踏まえ，中原氏は次の 5 つの活用原理を構築した．

効果性の原理…基本的特性や導出的特性を発揮し，学習内容を効果的に表現すること
道具性の原理…教師ではなく生徒が，図的表現を思考の道具として活用すること
適切性の原理…学習内容や生徒の実態に応じて，図的表現の特性を生かせるように適切に使いわけること
比喩性の原理…比喩と同様の性格があることを踏まえ活用すること
準備性の原理…図的表現の情報を理解するためには，素地的準備的な指導が必要であり，それをしながら使用することが重要であること

このように，中原氏の図的表現の特性や役割をふまえた原理は，学習過程を前提としながら，図的表現を効果的に活用する必要性が示されている.

3.2 先行研究の検討

3.2.1 中原氏による「数学教育における表現体系」に関する考察



＜図 3-1 数学教育における表現体系＞

中原氏は, E→I→S の認知発達の順序性と相互変換性とに着目して，図 3 - 1 のように表した．その中で下から上へ，の流れが表現様式の抽象性，記号性の順序を示すこととしている.

しかし，この表現体系は E→I→S の順を表してはいるが，実際の学習指導の立場に立った分類とはいえない．なぜなら，中原(1995)の表現体系には，最終的な指導目標として記号的表現につなげるためには,それぞれの表現にどのような価値があるのか，また，問題解決の手がかりになり得るのかという視点が組み込まれていないからである．つまり，児童が問題を解決していこうとする中で，意味のある表現はどれなのか，解決に必要とされるのかということを明らかにする分類を行うべきである.

そこで, 中原(1995)による「数学教育における表現体系」をもとにし，学習指導の視点から考察していく.

まず,「現実的表現」と「操作的表現」については，中原氏は以下のように示している.

＜現実的表現＞

“以下のことを実際に卵を使って示した表現.

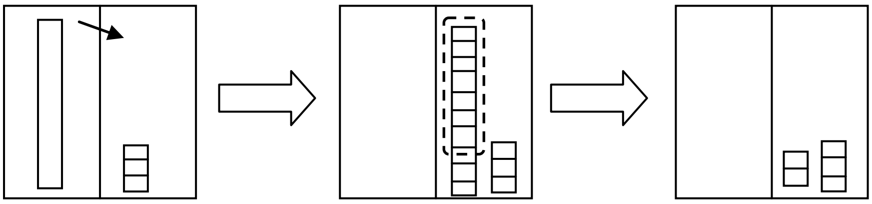
「卵が 10 こ入りのパック 1 つと，ばらで 3 こ，全部で 13 こある.

これから 8 こ使うと何こ残るでしょう．10 こ入りのパックから 8 こ使って残りが 2 こ．その 2 こと 3 ことを一緒にして，残りは全部で 5 こ.」”（中原.1995）

＜操作的表現＞

“実際にタイルによって，次の図に示すような操作を行う.”

（中原.1995）



これらの表現は，具体物と抽象物という違いはあるものの，実際にものを動かしてその過程を捉える表現である．中原は卵とタイルの表現を違うものと見なし分類を行っている．しかし，それらの表現が実際に解決に有効であるかという視点で見ると，学習者がこれらの表現に違いを見出すとは考えにくい．対象とする学習者がたとえ小学校第１学年の児童であったとしても，卵をタイルやおはじきにかえて考えることは可能である．実際の学習場面でも，問題文の具体物を用意した授業はほとんど行われず，操作の対象となるものはタイルやおはじきである．そのため，これらの表現に違いを求める必要性が考えにくい．よって，「現実的表現」を「操作的表現」に統合し，分類を行っていく．

次に「言語的表現」について考察する．中原氏は「言語的表現」について以下のように示している．

＜言語的表現＞

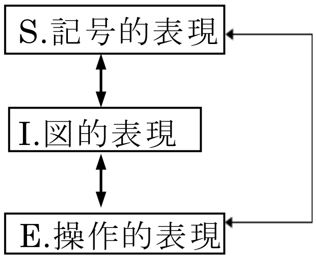
“13 から 8 を引く．このとき，3 から 8 は引けないので 13 を 10 と 3 に分け 10 から 8 を引いて残りが 2．その 2 と 3 とを加えて，答えは 5．またはこれらの省略表現.”（中原.1995）

「言語的表現」は「記号的表現」を日常言語によって説明した表現と考えられる．しかし，その全ては「記号的表現」に表されており，「記号的表現」がされた後にあえて「言語的表現」にする必要性は感じられにくい．また，他者に考えを伝える際にはこの表現も必要とさ

れるかもしれないが，今回は解決の手がかりになるかどうかという視点で分類を行うため，このことは考慮に入れない．よって，筆者の分類においては「言語的表現」は取り上げないこととする．

また，筆者が研究の対象とするテープ図が含まれる図的表現に関しては，中原氏も述べるように，問題解決の手がかりになる必要なものであると考える．それは，操作的表現から記号的表現に変換を行う際に具体から抽象へと思考を深める手助けとなるからである．

以上のように考察を加えることで，中原氏の「数学教育における表現体系」の図を次のように捉えなおし，図 3-4 のように示すことができた．



＜図 3-4　安井による数学教育における表現体系＞

中原氏が, E→I→S の認知発達の順序性と相互変換性とに着目して，図 3 - 1 のように表したように，下から上への流れが表現の抽象性を表すこととする．表現様式間の矢印は，表現様式の変換を表わすものである．中原氏の表現体系(図 3-1)は，表現の抽象性という視点でそれぞれの項目を採用しているが，筆者の表現体系では，実際の問題解決を想定し，どのような表現が使われているのかという視点で項目を採用した．つまり，記号的表現につなげるために必要と考えられるものを体系化した．

3.2.2 中原氏による「図的表現の分類」に関する考察

次に，テープ図を含む図的表現に関する考察を行う．この考察では，価値のある図とはどのような図であるのか，を明らかにおしていくことを通して，本論文の研究対象であるテープ図が，問題解決に有効であることを示していく．

そこで，中原氏の図的表現の類型(表 3 - 3)を参考に，検討を行う．

＜表 3-3　図的表現の類型＞

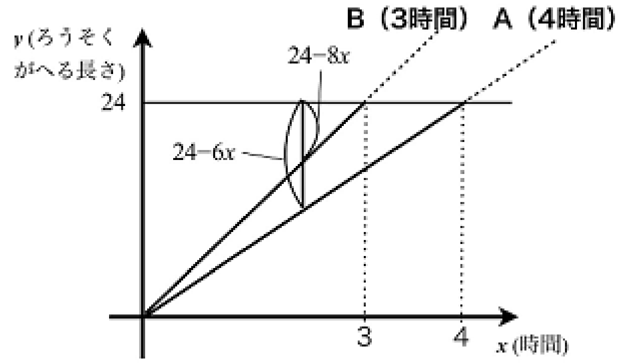
- 図的表現
  - メタ的表現
    - 代理的図的表現
      - 情景図
      - 場面図
    - 中核的図的表現
      - 方法図
        - 手続き図
        - 構造図
      - 内容図
        - 概念図
        - 法則・関係図
  - 対象的表現
    - グラフ図
    - 図形図

まず，最初の類型化の視点として，対象表記とメタ表記の区別がされている．これは，学習の対象となる表記―対象表記―と学習指導の方法上において用いられる表記―メタ表記―との区別である．中原氏の分類では，I1.～I6.はメタ表記的性格をもっており，I7.～I8.は対象表記的性格をもっている，としている．

だが，筆者は I7.グラフ図においても I8.図形図においても「メタ表記的性格」を持つ場合も存在すると考える．グラフ図に関しては，例えば次のような問題例が考えられる．

問：4 時間で燃え尽きるろうそく A と 3 時間で燃え尽きるろうそく B がある．A と B のろうそくの長さは，ともに 24 ㎝とする． このろうそくを 2 本同時に点火したとき，A のろうそくの長さが B のろうそくの長さの 2 倍になるのは何時間後になるでしょう．

この問題を解決する際に，問題文から直接立式する場合も考えられるが，2 本の 1 次関数のグラフをかいて関係を読み取り立式する場合も考えられる(図 3-5)．ここにおいては，グラフ図も学習指導の方法上用いられる「メタ的表現」の図に分類することが可能ではないだろうか．



A：$y = 6x$　　B：$y = 8x$

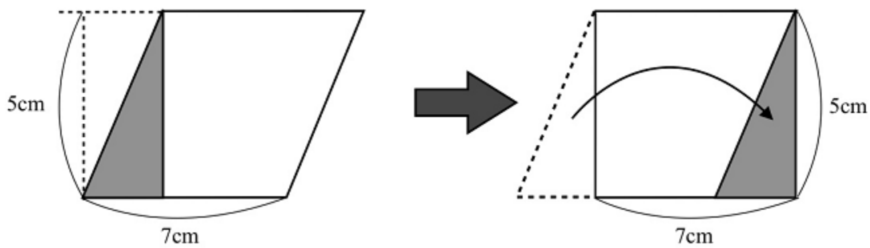
$$2(24 - 8x) = 24 - 6x$$
$$48 - 16x = 24 - 6x$$
$$10x = 24$$
$$x = \frac{12}{5}$$

＜図 3-5　グラフ図の「メタ的表現」例＞

また，図形図においては次のような問題例が考えられる．

> 問：底辺が 7 cm で高さ 5cm の平行四辺形がある．
> 　　面積を求めなさい．

この問題でも，実際に作図をして操作を加えたりしながら面積を求める場合(図 3-6)においては，その図形図は，「メタ的表現」であると捉えることが可能である．



＜図 3-6　図形図の「メタ的表現」例＞

図的表現の中には，確かに「対象的表現」に分類される図もある．しかし，中原氏が分類したように，すべてのグラフ図と図形図が「対象的表現」であるとは言い切ることはできない．そこで，「対象的表現」と「メタ的表現」を明確に区別することはできないと判断するこ

とができる．

次に，「代理的図的表現」と「中核的図的表現」の分類がある．中原氏は，「代理的図的表現」は，導入において現実的状況と学習内容とを結びつけることが基本的な役割となり，「中核的図的表現」は，問題の解決方法や学習内容を効果的に表現することがその基本的な役割になると述べている．筆者の問題解決の場面を見据えた視点においても，このような分類が実際の学習指導において意味のある分類であると捉えているため，この区別は必要であると判断できる．つまり，現実的状況と問題場面を結び付けることができる図や，問題解決の手がかりとなり学習内容を効果的に表わすことができる図を指導する価値のある図と考える．同じように，「方法図」・「内容図」についても，子どもがかいた図がどのような思考過程を表しているのかを読み取り支援を考えていく上で必要な分類だと考える．だが，「代理的図的表現」が題意を把握する役割を果たし，「方法図」が問題解決の際の手がかりになる役割を果たすのであれば，問題解決の流れとその際の目的に沿って，解決を実行する役割を果たす項目が自然と出てくる．そこで，概念や法則の意味内容を表すとされる「内容図」を解決の実行においてかかれる図と読みかえて分類していく．

以上のように中原氏の示す「図的表現の分類」を修正・総合していくと以下のように示すことができる(表 3-7).

＜表 3-7　安井による図的表現の類型＞

図的表現
- 場面の把握における図 [代理的図的表現]
- 解決の手がかりとなる図 [方法図]
- 解決を実行する図 [内容図]

ここで，それぞれの項目にどのような図が分類されるのかということが問題となってくる．中原氏は I1.～I8.(表 3-2)の 8 つに図が区別されると捉え，分類を行っている．筆者は，表された図がひとつの項目にしか分類されないとは考えていない．つまり，図には多様な意味や

目的が含まれており，学習者が図をかいている最中にもそれは変化するものであると考える．そこで，I1.～I8.を筆者の分類に入れることはせず，どれもが入り得ると理解する．

しかし，どの図も同程度の価値を持っているとは限らない．この分類(表 3-7)を使って述べると，場面把握にも役立ち，解決の手がかりになり，解決の実行にも利用される図が，子どもに指導すべき価値のある図である．

筆者は数直線や線分図が，数量関係を十分に表現することが可能で，どの場面においても有効に利用される図であると考える．そして，線分図の抽象度を下げることでより困難をより少なくしたテープ図も，同じように言えると考える．テープ図は問題解決のどの場面においても有効な手立てであり，児童が学習する価値のある図であるという示唆が得られた．

第 3 章の要約

第 3 章では，中原(1995)の先行研究をもとに図に関する基礎的考察を行った．中原(1995)の分類を，解決の手がかりになるかどうかという視点で修正・統合しなおした．それによって，絵や図における様々な表現の中からどのようなものが価値のある図と言えるのか明らかにした．それが以下に示す類型である．

＜表 3-7　　安井による図的表現の類型＞

図的表現

- 場面の把握における図
  [代理的図的表現]
- 解決の手がかりとなる図
  [方法図]
- 解決を実行する図
  [内容図]

これによって，場面の把握における図，解決の手がかりとなる図，解決を実行する図にあてはまる図が価値ある図ということができた．このように分類を行うことで，テープ図はこの 3 つの要素の全てに当てはまる，子どもに指導すべき価値のある図であることが明らかとなった．

第 4 章

テープ図導入場面における授業設計

本章では，テープ図導入場面における授業設計を行う．

4.1 では, 現在の学習指導の実態を把握するために平成 23 年度版の教科書を比較し，問題点を明らかにした．4.2 では，伊藤(2008)の主張を前提として，求差と求残，たし算とひき算のそれぞれを比較しながらどのようなテープ図の表現を指導すべきか考察した. 4.3 では 4.1, 4.2 の検討から方針を定め，テープ図導入場面の授業設計を行った.

第 4 章　テープ図導入場面における授業設計

4.1　テープ図導入場面における教科書比較

現在の学習指導では，テープ図の導入が実際にどのように行われているのか明らかにするため，平成 23 年度版の教科書，計 6 社において，教科書比較を行った．

比較の着眼点として，次のような観点から分析を行う．1 点目は，どの学年のどの単元でテープ図が学習されているのかという点である．2 点目は，そこで用いられている問題が，たし算・求残・求差のどれにあたるのか，またどの順で用いられているのかという点である．3 点目は，テープ図の表現方法が 1 本でされているのか，2 本でされているのかという点である．そして 4 点目は，テープ図の表現に至るまでの過程はどのような図が示されているのかという点である．

4.1.1　テープ図導入場面における問題設定

比較の結果，全社において第 2 学年でテープ図が導入されていた．また，学校図書以外の 5 社では，テープ図のための単元が設定されていた．

まず，啓林館と日本文教出版では，2 位数＋1 位数の問題で導入がされている．だが，2 位数＋1 位数の演算は 1 年生の段階の既習事項となっている．学校図書では，単元「計算のしかたを考えよう」において，2 位数＋2 位数の問題を扱っている．ここでは，まだ完全な形のテープ図は導入されていないが，テープ図によって演算決定を行い，計算のしかたを考える活動となっている．テープ図の学習は，本来問題を解く中で行うべきである．それは，テープ図は，問題解決のためのひとつの手段であって，テープ図をかくこと自体を目的としてはならないからである．しかし，もし子どもがテープ図の必要性を全く感じることなく問題を解決し，その上でテープ図の指導を行うというのであれば，それはテープ図のための学習になってしまい，実際の問題解決に活かすことができないのではないだろうか．

また，大日本図書と東京書籍では，テープ図の表現方法を教えるために，まず，未知数を求めさせる問題ではなく，状況を挙げてテープ図を導入している．しかし，ここでもまた，子ども自身，実際にテープ図が必要となる困難な問題に直面していないため，テープ図が有効

であるということが理解できずに，書き方のみの理解にとどまってしまうのである．

また，その点を改善し，ある程度の困難を感じる問題場面を設定していた教科書もある．教育出版では，たし算の問題に逆思考を取り入れ，演算決定の難しい場面を取り入れている．しかし，逆思考たし算の問題は，「はじめの数」が求める未知数となる．テープ図は確かに関係を把握することに利用できるが，導入の最初の問題において，いきなり分からない数を□として図に表わすという操作は，この学年の子どもにとってはまだ，抵抗の感じるものかもしれない．

さらに，たし算と求残の問題は全社で扱われているが，テープ図と併せて求差の問題を扱っているのは，3 社であった．そして他の 3 社にも共通して言えることは，たし算と求残は 1 本のテープ図で表現され，求差は 2 本のテープ図として区別して表現されているということである．第 1 学年では，求残も求差も同じひき算として見ることができると学習している．それに対し，テープ図では別の表現となっているのである．テープ図においても，同じとみることができるという学習がされなければ，統合されたとは言えないのではないだろうか．

4.1.2　テープ図の表現方法に関する考察

教科書では，たし算(1)・ひき算(1)の単元においてテープ図を挿絵などによって掲載しているところはないが，今後テープ図の表現に発展しそうなブロック図やおはじき図は挿絵に使用されている．それらのおはじき図は抽象度が低く，児童の発想と近い図であると言える．また，教科書においてテープ図導入場面を見ると，おはじきで表わすより簡単であるという理由で，テープ図の表現に移行を促している教科書もある．しかし，今まで子どもたちが使ってきた身近で扱いやすいおはじき図やブロック図から見慣れないテープ図に移行するというのは，簡単なものではない．つまり，おはじき図やブロック図にはないテープ図のよさを子ども自身が感じられなければならない．そこで数図ブロックやおはじきなどの図とテープ図の違いを明らかにする必要がある．違いを読み取る視点として，3.2.2 で述べた，「場面の把握における図」，「解決の手がかりとなる図」，「解決を実行する図」の分類に沿って検討を行った．

＜おはじきとテープ図の違い＞

「場面の把握における図」	：かき方の問題ともなるが，テープ図の方がより整理されていて関係が見出しやすい．テープ図は大きい数でも表わすことができる．
「解決の手がかりとなる図」	：テープ図ははじめから未知数として求める数を表現することもできる．
「解決を実行する図」	：おはじきは数える対象であり，テープ図はそこから演算を決定をする対象となる．

このように，違いはいくつか考えられるが，決定的な違いは「解決を実行する図」における数える対象であることと，演算決定をする対象であることの違いであると筆者は考える．

先にも述べたように，おはじきは数量を表わしており，数えることで数の大きさを把握する．それに対して，テープ図は全体と部分の関係を表わし，演算を決定することができる．つまり，おはじき図の場合，数えることですでに求めたい数量を把握できてしまうため，立式し演算することの意味が見えづらくなってしまうのである．加減の演算がまだ定着していない段階においては，数えることによって演算の方法を身につけることも大切である．しかし，今後も加法や減法の必要な場面が出てくるたびに，数えることで答えを求めるのでは，処理しきれない状況も発生する．つまり，数えて答えを求める次の段階として，1 位数の加減法の答えをある程度記憶して答えを求める，というものがある．この段階にあるのならば，ここで学習させるべきことは，演算決定の根拠を持っているかということであると考える．

4.2 先行研究からみるテープ図の表現

4.2.1 求差と求残の統合に関する先行研究

4.1.1 で述べたように，求差と求残がひとつのテープ図で表現されることが両者の統合を図ることにつながる．同じ主張が伊藤(2008)によってもされている．

$a+b=c$　あるいは

$c-b=a$　または　$c-a=b$

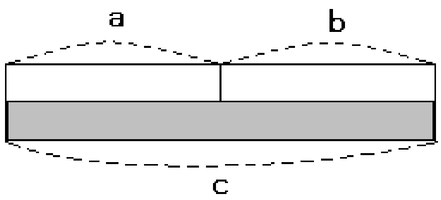
という関係式をテープ図で表現するとき，次のような基本的なルールを決める．

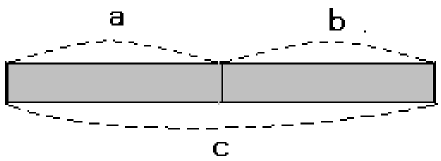
・a,b,c という三つの数それぞれをテープ図で表現する．

・それらを足したり引いたりする操作をテープをつなげたり，切り取ったりすることで表現する．

・等号が成り立つことを同じ長さで表現する．

これらに従えば，上の等式は次のように表わされる．

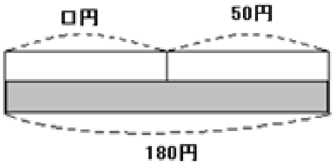




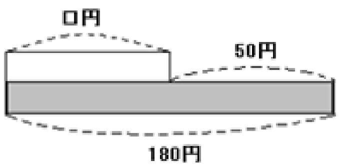
2 本のテープ図に対して 1 本のテープ図は，a + b のテープ(上側)と，それに等しい c のテープ(下側)とを一つで両方を表現することによって，つまり，c のテープを a + b のテープに重ねることで等しいということを表現すると同時に，c のテープを書く手間を省くのである．

この図をもとにして，ひき算 $c-b=a$ を考える．求残を 1 本のテープ図で表す場合，c が表示されると，減数である b は別に表示するのではなく，c の中から b にあたる大きさを取り除くという操作を示し，それによって残った数を調べると，それが求める a である．求残では，この操作でよさそうだが，求差の場合はうまくいかない．なぜなら，求差の場合，被減数と減数をそれぞれ表示，それらを比較してその違いを求めるからである．このやり方では求差と求残は別々の表示になってしまう．

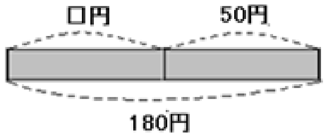
すなわち，求差も求残も同じ 2 本のテープ図で表し，同じ操作で処理されることで，どちらも同じひき算として統合されるのである．



＜図4-1　テープ図Ⅰ＞



＜図4-2　テープ図Ⅱ＞



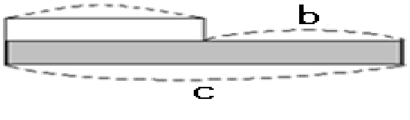
＜図4-3　テープ図Ⅲ＞

このように，テープ図の表現としては上の 3 種類が考えられるが，伊藤(2008)の主張を前提にすると，テープ図Ⅲ(図 4-3)は除外することができる．そして，テープ図Ⅰ(図 4-1)やテープ図Ⅱ(図 4-2)のような 2 本のテープ図で表すべきであるということが示されている．またテープ図Ⅰ(図 4-1)からは，□＋50＝180 のたし算が立式しやすく，テープ図Ⅱ(図 4-2)からは，180－50＝□のひき算が立式しやすい．しかし，この 2 つの表現もひとつに統合させることで以下に述べるように，そこにたし算とひき算の逆演算の関係を捉えることができるのではないかと考える．

4.2.2　テープ図から見た求差と求残の統合

まず，求差と求残を検討する．伊藤(2008)の主張にあるように，テープ図は求差も求残も同じ 2 本の図で表し，同じ操作で処理されることで，どちらも同じひき算として統合される．しかし，求残は 1 本のテープ図の方が実際の状況と近いものである．そのため，テープ図導入の場面で，最初に求残の問題を対象とすると，テープ図は 1 本でかくものであるという認識になる可能性が考えられ，ひき算では，求差から導入すべきであると考える．求差から求残という順序で問題を設定していくことで，求残の際に児童が 1 本のテープ図で表したとしても，同じひき算だから同じように処理するという理由で 2 本に統合することができる．

4.2.3　テープ図から見たたし算とひき算の統合



＜図 4-4　テープ図Ⅱ´＞

次に，たし算とひき算の問題をどのように扱うべきか検討していく．たし算とひき算は逆演算の関係にある．つまり，a と b は c の部分で

あり，a は b と c によって，b は a と c によって，また c は a と b によって表現されることに変わりはない. テープ図Ⅰ(図 4-1)を解決者がかいたとき，最も考えやすい式は□＋50＝180 である．それは，上と下のテープの両端がそろっていて同じ長さで表現された図となっているため，上のテープ＝下のテープと読み取りやすいからである．次に，テープ図Ⅱ(図 4-2)では，テープ図Ⅰのように□円と 50 円が一続きで表わされておらず，50 円が 180 円に含まれると捉えられることができ，180－50＝□のひき算を立式しやすい．しかし，図 4-2 は図 4-1 の 50 円にあたるテープを抽象化した, 質的には同じものと見ることができる．質的には同じと言えるが，この 2 つの表現もひとつに統合させることで，そこにたし算とひき算の逆演算の関係を捉えることができると考える．そこで筆者は，導入の場面においては、すべての数量がそれぞれのテープで表わされている図 4-1 を使うべきであると考えた.

そして, ひき算の問題でテープ図Ⅰ(図 4-1)を使った場合，たとえ最初に読み取った演算がたし算であったとしても，式での移行ではなく，図を見て自然に移行の形にすることが可能であると考える．このような活動を通しても，ひき算とたし算の関係を捉えることができる.

また，こうしてテープ図Ⅰ(図 4-1)の 3 つのテープを使ったテープ図を導入するのであれば，ひき算に先行して，式が読み取りやすいたし算の問題から扱うべきであると考える.

4.3　授業設計

4.3.1　授業設計の方針

4 章においてこれまで述べてきたことをまとめて，授業設計の方針を明確にする.

1)テープ図の表現方法や約束事を教える必要はあるが，問題解決のためのテープ図ということを前提とした導入.

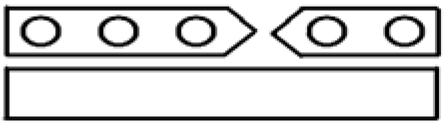
2) おはじき図とテープ図を活用した段階的な指導.

3)たし算，求差，求残の順で扱われ，3 つのテープで表現されるテープ図を使った指導.

この 3 点から授業を検討していく.

まず，数えることの重要性を認めた上で，立式し演算することの必要性を感じられるよう，演算を初めて学習する第 1 学年，たし算(1)・ひき算(1)の単元において，テープ図を導入すべきであると考える．そ

こで，数える機能と演算決定の根拠となる機能が段階に応じて読み取れるような,テープ図とおはじき図の中間的な図(図 4-5)を扱うべきであると考えた．以後，この中間的な図を前テープ図と呼ぶこととする．



＜図 4-5　合併のたし算における前テープ図＞

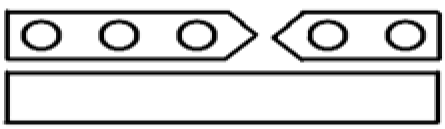
前テープ図では，○がおはじきの役割を果たし，数えることで数量関係を把握することができるようになっている．また，テープそのものが数量の 2 や 3 を表わし，テープの尖った部分が合併や増加の意味を表現し，演算決定を促すものとなっている．さらに，2 本目の全体を表わすテープ図によって演算の答え，つまり，＝5 が示されているのである．

このような，中間的な図を経験することは，おはじき図からテープ図への抽象化の困難を減少させると考える．また，児童の思考の段階に応じて見るポイントが変わってくるため，児童の発想に基づいたものであると言える(課題Ⅱ)．また，前テープ図においても先に述べたように，たし算，求差のひき算，求残のひき算の順で，演算の学習とともに指導を行うのが望ましいと考える．

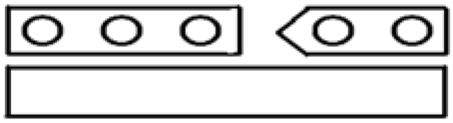
4.3.2 単元「たし算(1)」におけるテープ図の導入場面の授業設計

これまでに述べたように，たし算(1)から前テープ図を通して，テープ図の導入を行っていく．たし算(1)において合併と増加をテープ図や式を通して同じたし算に統合することが，課題Ⅲで挙げた，求差と求残のひき算を統合する素地となる．

本節においては，子どもたちが，たし算（1）で前テープ図を初めて学習する，第 1 次・第 1 時の授業における問題と児童の活動を検討する．



＜図4-5　合併のたし算における前テープ図＞



＜図4-6　増加のたし算における前テープ図＞

単元　たし算(1)

指導計画(全 6 時間)

第 1 次　あわせていくつ

　第 1 時　合わせる場面を理解し，たし算の式の意味と書き方を知る

　第 2 時　図を見ながら演算決定をして答えを求めることができる

第 2 次　ふえるといくつ

　第 1 時　増加する場面を理解し，合併の場面と同じように式に表わすことができることを知る

　第 2 時　図を見ながら演算決定をして答えを求めることができる

第 3 次　たし算名人

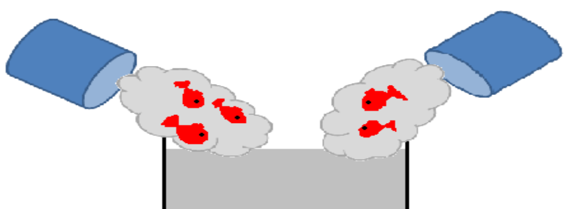
　第 1 時　たし算カードを使って 1 位数＋1 位数を正確に計算する

第 4 次　合併と増加

　第 1 時　問題と図と式を関連づけながら，合併と増加が同じたし算であることを確認する

本時（1 次・1 時）の問題と期待される活動

問題：あわせてなんこになるかな．いろいろなやりかたであらわしてみよう．（絵を見て）



＜ 図 4-7　テープ図導入の問題場面＞

活動Ｃ　おはじきを操作し表現する

活動Ｂ　おはじきを図に表わして表現する

活動Ａ　前テープ図によって表現を整理し，たし算の意味付けを行いそれらを式で表現する

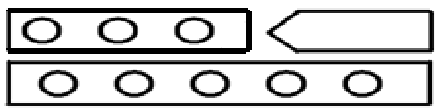
「たし算（1)」の第 1 次・第 1 時においては，演算自体がまだ学習されていない子どもたちに式で表わすことの必要性を感じられるようにしたいと考える．そこで，活動Ｃでは，実際に半具体物を数える活動を通して場面を把握し，数量の関係を確認できるようにする．この活動には，実際に 2 と 3 で 5 になることを身をもって感じることができるよさがある．しかし，おはじきの操作後が示すものは結果のみであるため，活動Ｂでは，操作のあとを残すことで，どのような操作が行われたのか見直すことができるようにする．活動Ｂに困難を持つ子どもには，矢印などを加えながら，実際の操作と対応させるよう支援を行う．また，活動Ａにおいては，活動Ｂの図を整理して前テープ図の形に整えていく．ここで，下の全体を表わすテープを示し，求める答えはどのような部分であるのかということを認識させたいと考える．全体を表わすテープの登場によって，たし算の意味付けを行う．そこから，数えるのではなく，演算によっても答えを求めることができることを知り，立式につなげていく．また，立式したものを，再度前テープ図にもどって確認することで，式と前テープ図との対応を関係づけられるようにする．

ここで，活動Ａ・Ｂ・Ｃであげた以外にも，「5」と最初から数字を使って表現する活動や，絵をかいて表現する活動も予想される．だが，前テープ図を使って演算決定が行われるためには，先にあげた活動

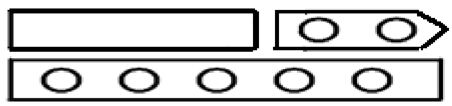
A・B・Cが必要であると考えられるため，この 3 つの活動を期待される活動として挙げた．

4.3.3　単元「ひき算(1)」におけるテープ図の導入場面の授業設計

ひき算の学習では，たし算の学習を基にひき算の意味付けを行っていく．たし算の学習と同じように，前テープ図において数える活動を経て，演算を決定し演算を行えるようにする．そして，求差と求残がそれぞれ理解された後にテープ図を通して求差と求残の統合を図っていく．本節では，ひき算（1）の第 1 次・第 1 時に焦点を当てて問題と児童の活動を検討する．



<図4-8　求差のひき算における前テープ図>



<図4-9　求残のひき算における前テープ図>

単元　ひき算(1)

指導計画(全 6 時間)

第 1 次　ちがいはいくつ

第 1 時　差を求める場面を理解し，ひき算の式の意味と書き方を知る

第 2 時　図を見ながら演算決定をして答えを求めることができる

第 2 次　のこりはいくつ

第 1 時　残りを求める場面を理解し，求差の場面と同じように式に表わすことができることを知る

第 2 時　図を見ながら演算決定をして答えを求めることができる

第 3 次　ひき算名人

第 1 時　ひき算カードを使って 1 位数－1 位数を正確に計算する

第 4 次　求差と求残

第 1 時　問題と図と式を関連づけながら，求差と求残が同じひき算であることを確認する．

本時(1 次・1 時)の問題と期待される活動

問題：おとこのこが 4 人，おんなのこが 7 人います．
どちらがなん人おおいか，いろいろなやり方であらわしてみよう．

活動Ｃ　おはじきを操作することで場面を把握する

活動Ｂ　おはじきを図に表わして操作の方法を見直す

活動Ａ　前テープ図を用いて立式する

「ひき算（1)」の第 1 次・第 1 時では，たし算における前テープ図の使い方は既習であるため，そのことを活用しひき算の意味付けを行っていく．活動Ｃでは，半具体物を操作することで，場面を把握し，数量の関係を確認する．たし算の時とは異なり，2 つの要素が異種な数量であるため，男の子を表わすおはじきと女の子を表わすおはじきの端と端をそろえることで，1 対 1 対応の数量関係見ることができているか評価することができる．しかし，おはじきが示すものは結果のみであるため，活動Ｂでは，1 対 1 対応の関係をおはじき図に加えて表わすことで，操作のあとを残す．さらに，活動Ｂのおはじき図では，そこから演算が見えにくいため，活動Ａにおいて前テープ図を用いて式につなげていくようにする．下の全体を表わすテープが分からないときがたし算であったのに対し，上の部分を表わすテープが分からないときは既習のたし算の式でかくこともできる（4+□=7）が，ひき算の式にすることもできる（7-4=□）ことに気づくようにする．そうすることで，ひき算をたし算と関連付けて捉えながら，立式につなげることができる．

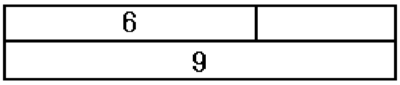
4.3.4　単元「ひき算(1)」の求差と求残の統合場面における授業設計

本節では，ひき算（1）の第 4 次・第 1 時の問題と児童の活動を検討する．この学習では，求差と求残を，問題場面は異なっていいても

どちらも同じテープ図や式で表わすことができることが理解できるように問題を設定する．

本時(1 次・1 時)の問題と期待される活動

問題：どんなお話ができるか，かんがえてみよう．



活動Ｂ　求差の問題または求残の問題をつくる

活動Ａ　求差・求残両方の問題をつくる

第 4 次・第 1 時において，ひき算の統合を行うとともに，テープ図も前テープ図から演算決定を行うためのものへと変えていく．そのため，前テープ図には記していた，おはじきを示す○や動きを表わす尖った部分は省略する．その代わりに数量を表わすために数字を加える．児童にとっては初めてのものに見えるかもしれないが，○が数字になったことがわかれば，今までと同じテープ図と捉えることができると考える．さらに，児童がつくったストーリーに沿って，何が 6 個で何が 9 個なのか，ということもテープ図に書き加えるよう指導する．例えば，[ケーキが 9 個とお皿が 6 枚あります．お皿は何枚足らないでしょう]という話を考えたとするとテープ図に「ケーキ」や「お皿」と書きこんでいくことで，与えられた図から，自分で考えた図に児童自身の考えが変わっていくことが期待される．

第 4 章の要約

第 4 章では，テープ図の導入授業について検討した．

まず，平成 23 年度版の教科書，計 6 社のテープ図が導入されている部分の比較を行うことで，テープ図導入場面における学習指導の現状を明らかにした．そこから示された改善点は，以下の 3 点である．

1)演算決定のためのテープ図であることを意識できる問題設定にすべきである．

2)求差と求残におけるテープ図を統一し，同じひき算であるということが感じられる表現方法にすべきである．

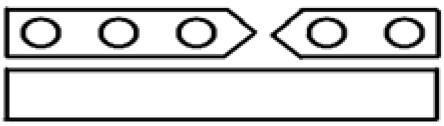
3) 第 1 学年の単元「たし算(1)」「ひき算(1)」において，演算決定の根拠になり，立式にそのままつながるテープ図を導入すべきである．

次に，伊藤(2008)の主張をもとにテープ図の表現方法について考察した．そして，以下の 2 点が明らかとなった．

1)求差と求残は同じ 2 本のテープ図を使って統合すべきである．

2)たし算においても求差や求残のひき算と同じテープ図を使うことで，そこに逆演算の関係をみることができる．

以上の考察を方針にして，テープ図導入場面の授業設計を行った．導入授業は第 1 学年で設計したため，数えることの重要性も加味しながら，おはじきとテープ図の中間的な図，前テープ図を提案し，授業を設計した．



＜合併のたし算における前テープ図＞

第 5 章

テープ図の学習が問題解決の態度に与える影響に関する考察

本章では，テープ図の学習が問題解決の態度に影響を与えるのかを考察するために調査を行った．

5.1 では，調査の概要を述べる．5.2 では，調査を行った結果を被験者ごとに記述する．5.3 では，結果を受けて分析を行う．5.4 では，研究課題の視点から分析結果の考察を行う．

5.1　調査の概要

5.1.1　調査目的

テープ図の学習と問題解決の態度との関係を明らかにするために調査を実施する．そして，テープ図の学習が問題解決の態度にどのような影響を与えるのか示していくことを目的とする．

5.1.2　調査期間及び調査対象

平成 22 年 12 月 1～3 日に鳥取市内公立小学校の第 1 学年児童 4 名を対象とし面接調査を行う．鳥取県が扱う教科書では，第 2 学年でテープ図が導入されている．このため, 2 学年を対象とした場合，テープ図の学習がすでに終了し，テープ図学習前の様子を記録することができないため，第 1 学年の児童を対象に調査を行うこととした．また対象者は，担任教師に依頼し，学習の習熟度が偏らないように計 4 名を抽出した．

5.1.3　調査方法

テープ図を学習する前後の問題解決にあたる様子を記録しその変化を追う．調査は，抽出児童と 1 対 1 で約 15 分間行う．1 問目は逆思考の問題を出題し，現段階の問題解決にあたる態度がどのようなものか調査する．解決後に 1 問目の問題を使って，テープ図の指導を行う．そして，評価問題として 2 問目を出題する．解決の様子や解決後のやりとりを記録し分析することで，問題解決にあたる態度がどのように変化したのか調査する．

データ収集は，調査者と被験者のやりとりをボイスレコーダー1 台で録音し，被験者の解決過程をデジタルカメラ 1 台で記録する．

5.1.4　調査問題

問題は，テープ図の必要性が感じられるようにするためにも，児童にとってある程度の困難を感じるものとする．授業では，繰り下がりのあるひき算の学習を終え, かくれた数を考える活動(□のある計算)も少しずつ行っている．そこで調査問題は，逆思考のひき算とした．問題①をはじめに行い，問題①の解決後にテープ図を導入する．その後，問題②の解決に取り組む．問題②は，問題①の解決の様子を見て調査者が選択する．調査問題と問題②における選択基準(表 5-1)は次の通りである．

問題①　(テープ図導入前)
ドーナツが 8 こあります．なんこかもらったのでぜんぶで 14 こになりました．なんこもらったでしょう．

問題②
こうえんで友だちが 9 人あそんでいます．あとから何人か来たので 17 人になりました．何人来たでしょう．

問題②´
こうえんで友だちが何人かあそんでいます．あとから 9 人来たので 17 人になりました．はじめに何人いましたか．

＜表 5-1　問題②における選択基準＞

	問題②の選択	
	問題②	問題②´
問題①の解決の様子	・解決が困難で手がつけられない場合． ・演算決定を行うことができていない場合． (解答例：8＋14＝22, 8－14＝6)	・正しく解答できた場合． ・計算は間違っているが正しく演算決定している場合．

5.2 調査の結果

調査によって次のような結果が得られた．

＜Case1：りえの場合＞

りえは，問題①において，式を 8+14=6 と表わし(©1/06R)，6 という答えを求めることはできていた．だが，その式から見ても，答えの6 が演算によって出されたものではないということがわかる．そこで，テープ図の表現を指導した(©1/11I～60R)．はじめは，テープ図から 8+5=15 という式を立て(©1/52R)，理解できていない様子であったが，立てた式のそれぞれの要素とテープ図との対応を整理していくことで(©1/55I～56R)，8+14=6(©1/06R)としていた式を 8+6=14(©1/58R)と正しく立式し直した．さらにその次の段階として，問題からテープ図をつくり出す指導を行った(©1/59I～52R)．また，りえが立式したものは全てたし算の式であったため(©1/06R,52R,58R,44R,52R)，テープ図からは，ひき算も読みとることができることを指導した(©1/55I～58R)．

そして，りえは，問題①の解決で演算決定ができていなかったため，2 問目の問題に問題②を出題した．問題②では，テープ図を見ながら，9＋8＝17 と等号関係の成り立った立式行った．

＜Case2：たくやの場合＞

たくやは，問題①において，まず 8＋5＝14(©2/04T)と立式した．見直すよう声をかけると，自分で計算間違いに気付き，8＋6＝14(©2/08T)と式を書きなおした．

そこでテープ図の表現を指導した(©2/09I～80T)．テープ図によって式の説明を求めると，たくやは混乱した様子で 8-6=14 と答えた(©2/16T)．そのため，調査者が表現の方法を説明し直すと，6 個のドーナツに相当するテープを選び(©2/26T)，テープの両端をそろえようとする発言がみられた(©2/27I～34T)．さらに，その次の段階としてテープ図をつくり出す指導を行った(©2/37I～26T)．また，テープ図は，たし算もひき算も読み取ることができることを指導した(©2/65I～80T)．

問題①では計算間違いはあったものの，たくやは，数量関係を把握できていると判断し問題②´を出題した．問題②´では，問題文を読んでも手がつけられず，解決が止まってしまった．しかし，困難な問題にも，積極的にテープ図を使って解決しようとする態度が見られた(©2/82T)．その後，調査者とともにテープ図を操作し，関係把握を行った．そして，9＋8＝17 と立式した．

＜Case3：えいたの場合＞

えいたは，問題①においてまず，8+14=という式を書き始め(©3/06C)，その演算の答えを求めるために数図ブロックを操作した(©3/06C)．操作をする中で，8+14= という式に疑問を感じ，14-8=6の式に行きついた(©3/08C)．このような様相から，えいたは繰り上がりのあるたし算の演算が十分に身についておらず，問題の数量関係を把握するためには，具体物等を使った操作を必要としていることがわかる．

そして，テープ図の表現を指導した(©3/20I～59C)．2 本のテープの端を揃えて並べ，何個もらったかを表わすテープはどの長さのものがいいか尋ねたところ(©3/28I)，ドーナツ 6 個分に相当するテープを指差した．(©3/51C)．そして，8 を表わすテープとたして，14 を表わすテープと同じ長さにならなければいけないことを示す発言をした(©3/55C,55C)．さらにその次の段階として，問題からテープ図をつくり出す指導を行った(©3/58I～49C)．また，テープ図からは，たし算も読みとることができることを指導した(©3/50I～57C)．

問題①において，数図ブロックを使っていたものの演算決定を正しく行い解決していたため，2 問目では問題②´を出題した．問題②´における解決では，はじめ 7+9=17 と表わし(©3/65C)，数図ブロックの操作によって 10+7=17 と計算をやり直した(©3/67C)．そこで，テープ図を使った説明を求めると(©3/68I)，立式の間違いに気付き(©3/69C)，数図ブロックを使って計算を確認した(©3/70C)．そして，8+9=17 と表わした(©3/75C)．

＜Case4：なおの場合＞

なおは，問題①において 14－8＝6 と立式し(©4/04N)，正しい解決をした．そこでテープ図の指導を行った(©4/09I～54N)．立式の説明をテープ図でするよう求めると，演算の方法を述べた(©4/10N)．そこで調査者とともに，テープ図を操作しながら理解を深めていった．はじめは，理解で来ていない様子だったが，6 個のドーナツに相当するテープを選ぶことができた(©4/18N)．さらにその次の段階として，問題からテープ図をつくり出す指導を行った(©4/29I～54N)．

問題①において，なおは，正しく立式し解答していたため，2 問目では問題②´を出題した．問題②´では，テープ図を使うことなく 9＋8＝17 と立式し(©4/58N)，この問題においても困難なく解決を行っ

た．しかし，求めたかった数はどれなのか尋ねると混乱した様子であったため(©4/59I～62N)，テープ図を使って再度整理し直した．すると，求めたい数が演算の答えとなる，17－9=8 という式を立式することができた(©4/76N)．

以上のような結果を表にまとめると次のように示される．

＜表 5-2　調査の結果＞

		1 問目	2 問目
Case1 りえ	式	8＋14＝6	9＋8＝17　(問題②)
	様子	答えは出ているが式が成り立っていない．	テープ図を見ながら，等号の成り立った立式を行う．
Case2 たくや	式	8＋5＝14 ⇒ 8＋6＝14	9＋8＝17　(問題②´)
	様子	計算間違いはあったが，演算決定はできている．	手がつけられず，調査者とともにテープ図を操作し解答する．
Case3 えいた	式	8+14=　⇒ 14－8=6	7+9=17 ⇒ 10+7=17 ⇒ 8+9=17　(問題②´)
	様子	数図ブロックで計算をしながら立式を行う．	数図ブロックを使って演算，テープ図を使って演算決定する．
Case4 なお	式	14－8＝6	9＋8＝17 ⇒ 17－9＝8　(問題②´)
	様子	困難なく解決を行う．	困難なく解決を行う．テープ図によって式をもうひとつ立てる．

※ ( )の中の©は，Case の略．

©1 は Case1，©2 は Case2，©3 は Case3，©4 は Case4 とする．

5.3 調査の分析

5.3.1 Case1 における分析：テープ図によって演算に裏付けされた解決をすることができた場合

この問題においては，通常，問題から立式をして，答えを求めるという過程がある．問題から立式を行う過程には演算決定が行われ，式から答えの数を求める過程には演算が行われる．

りえは，問題①において，式を 8+14=6 と表わし(©1/06R)，6 という答えを求めることはできていた．だが，その式から見ても，答えの 6 が演算によって出されたものではないということがわかる．つまり，数えることによって 6 を導きだし，その後から問題に出てくる 8 と 14 を使って立式したと予想される．このように，問題から答え，そして式へ戻るという流れで解決を進めていったとすると，演算決定をして演算を行う過程は省略されている．また，8+14=6 の等式が成り立っていないことから，演算を見直す作業は行われなかったこともわかる．しかし，数えることが答えの決定的な根拠とならないものもあり，演算を行って答えを求めようという態度は必要なものである．たとえ，りえのように演算を行う前に答えが分かったとしても，それが答えとなる式はどのようなものか，その式は問題場面から導き出せるのか，とその答えの根拠を求めるという態度も必要であると考えられる．

そして，テープ図の学習の結果，問題②の解決では 9＋8＝17 と正しい演算の立式を行った(©1/62R)．この立式は 8 を求めるための式ではないことから，問題②に関してもりえは，数えることによって 8 を導いたのかもしれない．そうだとしても，等式が成り立っており，数えるだけでなく，演算によっても裏付けされた答えであるということが言える．りえは，解決の際にテープ図を操作することはなかったが時折テープ図を見て確認するしぐさが見られた(©1/62R)．つまり，テープ図の両端をそろえることで等号を意味する表現が，=の前と後ろは同じ数量になるという意識を高めたと考えることができる．また，テープ図との対応を尋ねると(©1/67I,69I)，すぐに答えることができていたため(©1/68R,70R)，テープ図によって関係を把握し，立式に根拠を持っていたことがわかる．

5.3.2 Case2 における分析：テープ図を手段として困難な問題にも積極的に取り組もうとした場合

たくやは，問題①において，まず 8＋5＝14(©2/04T)と立式した．

見直すよう声をかけると，自分で計算間違いに気付き，8＋6＝14(©2/08T)と式を書きなおした．

そこでテープ図の表現を指導した(©2/09I～80T)．たくやは，その活動からテープ図が理解できたと判断し問題②´を出題したが，2 問目は，問題①より難しい問題に設定したため，解決が困難で手を止めてしまった．調査者とともにテープ図を操作すると理解を示している様子が見られたが，支援がないと自分ひとりでは操作できなかった．つまり，テープ図を自分から積極的に使えるようになるには，やはりある程度テープ図の経験を積んでいくことが必要となる．

5.3.3 Case3 における分析:テープ図が演算決定のきっかけとなった場合

えいたは，問題①において数図ブロックを操作した(©3/06C)結果，14-8=6 と立式した(©3/08C)．このような様相から，C は繰り上がりのあるたし算の演算が十分に身についておらず，問題の数量関係を把握するためには，具体物等を使った操作を必要としていることがわかる．つまり，C にとっては，数図ブロックが演算を行う手段であり，演算決定の手段であったことがわかる．

演算に関しては，2 位数+1 位数程度の計算であれば，多くの経験を積んでいくことで，数図ブロックを使わなくても暗算でできるようになると考える．しかし，テープ図は数える対象ではなく，演算の対象であるため，まずはある程度の演算能力が求められる．その素地があってこそ，テープ図は問題解決に有効に働く．また，数量関係を把握するために，その手段としてテープ図があるということを知ることで，ブロック図よりその関係を簡潔に表わすことができると考える．

そこで，テープ図の表現を指導した結果(©3/20I～59C)，問題②´の解決では，はじめ 7+9=17 と表わし(©3/65C)，数図ブロックの操作によって 10+7=17 と計算をやり直した(©3/67C)．そこで，テープ図を使った説明を求めると(©3/68I)，立式の間違いに気付き(©3/69C)，数図ブロックを使って確認した(©3/70C)．そして，正しい計算式の 8+9=17 を求めることができた(©3/75C)．1 度目の数図ブロックの操作では，演算にのみに注意が向けられており，2 度目の数図ブロックの操作では，演算決定も含めて式を考えていたことがわかる．その演算決定がどうかということに注意を向けるきっかけとなったのがテープ図であった．テープ図によって演算決定がされたかどうかは断定できないが，テープ図によって数量関係を整理し，式を見直すことが

できた．

5.3.4 Case4 における分析：テープ図を必要としなかった場合

なおは，問題①において 14-8＝6 と立式し(©4/04N)，正しい解決をした．

そこでテープ図の指導を行い(©4/09I～54N)，問題②´では，テープ図を操作したりせずに 9＋8＝17 と立式した．問題①ではひき算であったのに対し，問題②´では問題の難易度が上がったこともあるかもしれないが，ひき算の立式(©4/04N)から，たし算への立式(©4/58N)に変化が見られた．解決の中でテープ図を使う様子は記録できなかったが，テープ図を学習することにより，たし算とひき算の相互関係をそこにみることができるようになった可能性もあると考え，求めたかった数はどれなのか尋ねた．すると，混乱した様子であった(©4/59I～62N)ため，そこまでの深い理解には及ばなかったのかもしれない．だが，テープ図を使って再度整理し直すことで，求めたい数が演算の答えとなる，17－9=8 という式を立式することができた(©4/76N)．なおにとって問題①においても問題②においても，解決に困難を感じなかったことが予想される．その場合，テープ図のよさを感じることができないため，実際に自分から問題解決に活用しようとすることができなかった．

5.4 研究課題における調査の考察

本調査は，テープ図を使えるようになることで問題解決の態度が変わるのではないかという仮説のもと実施した．Case1 のりえに関しては，テープ図を使うことによって，演算自体を見直すことができるようになり，その活動を通して演算決定の根拠を探ろうとする態度が身に付いた．Case2 のたくやは，テープ図を自分ひとりで操作し，活用することはできなかった．だが，困難な問題に対しても，テープ図という解決の手段を得たことで，積極的に取り組もうという姿勢が見られた．Case3 のえいたに関しては，数図ブロックの操作をすることで，演算していたが，そのことが演算決定へ注意を向けにくくしていた．それが，演算決定の手段としてのテープ図を学習することで，問題と式が対応しているかどうか，問題を分析して考えることができるようになった．だが，演算決定を行うことの前段階として，演算がある程度身についていなくてはいけないということが言える．

このように，テープ図を使えるようになることで，3 人の被験者に

はそれぞれ問題解決に変化が見られた．しかし，それらの変化を同じように，同等の価値として評価すべきではない．そこで，その変化に応じて，テープ図の学習によって目指すべき，3 つの水準を定めることができた．Case2 からは，困難な問題に積極的に取り組む態度，Case3 からは，問題を分析しようとする態度，Case1 からは，根拠を持って解決を行う態度が導かれた．それらは，以下のようにそれぞれを水準 3，水準 2，水準 1 として図に示すことができる(図 5-3)．

水準１　根拠を持って解決を行う態度

↑

水準 2　問題を分析しようとする態度

↑

水準 3　困難な問題に積極的に取り組む態度

＜図 5-3　テープ図の学習によって得られる態度の水準＞

今回の調査では，Case2 のたくやは水準 3 まで，Case3 のえいたは水準 2 まで, Case1 のりえは水準 1 まで高めることができた. そして，本来ならば，テープ図の学習によって，この道筋をたどって水準 1 まで高めることができるということが言える．テープ図の学習においては，この水準を基準として，児童の問題解決に対する態度を評価し，高めていくことができる．しかし，今回の調査では，被験者の全員を水準の 1 まで高めることはできなかった．つまり，水準をあげていくには，それに応じた支援が必要となってくるのである．

また，調査の分析の結果，テープ図の表現を理解し活用できるようになれば，問題解決にあたる態度も変容することがと言えた．具体的には，次のようなことが示された．今回の被験者は小学校第 1 学年であったこともあり，まだ，演算があっているかどうかということに注意が向けられがちであった．テープ図の学習を通して，演算決定にも注意して考えようという態度が，見直すという活動によって見られた．つまり，テープ図は，彼らにとっては見直しや確認を促すものであったかもしれないが，これが，演算決定を行うきっかけになったと言える．

しかし，Case2 のたくやに関しては，テープ図を理解しきれておらず，解決に利用することが難しかった．学習指導において，テープ図を問題に応じて操作できるようになるには，テープ図を見たり使ったりする経験を積んでいくことが必要であることが示された．

さらに，Case4 のなおに関しては，調査問題の設定が合っておらず，演算決定に困難がなかったため，テープ図の有効性を感じることができなかった．そのため，態度の変容はみられなかった．つまり，子どもの理解にテープ図が必要となるような問題場面でテープ図を指導していく必要があることがわかる．しかし，子どもの理解にも個人差があるため，早い段階でテープ図を導入することが，どの子どもにもテープ図のよさを感じさせることにつながると考える．なおの解決においては，テープ図が問題解決の態度を変容させたとは判断できない．だが，それぞれ調査の内容を改善することにより，また違ったデータが得られると考える．

本調査では，被験者はまだ，テープ図を自ら積極的に活用することはできないが，テープ図を使って問題解決をする経験をくり返し重ねていくことによって使いこなせるようになると考える．このように，本調査では，短時間でテープ図の導入を行ったため，被験者にテープ図が確実に定着したとは言えない．さらに，その短時間のテープ図指導においても，的確な指導ではなかったため改善する必要がある．本調査では，テープ図の学習が演算決定の態度を変容させるという結果とともに，以上のような点が課題として挙げられた．

第 5 章の要約

第 5 章では，テープ図の学習が問題解決の態度を変容させるのではないかという仮定のもと調査を行った．調査ではテープ図をまだ学習していない児童を被験者に，テープ図導入前と導入後における問題解決の態度で変容が見られるか記録した．そして，その調査結果をもとに，問題解決の態度の分析を行った．

その結果，テープ図の学習によって目指すべき，3 つの水準を定めることができた．

水準 1　根拠を持って解決を行う態度

⇧

水準 2　問題を分析しようとする態度

⇧

水準 3　困難な問題に積極的に取り組む態度

＜図 5-3　テープ図の学習によって得られる態度の水準＞

テープ図の学習においては，この水準を基準として，児童の問題解決に対する態度を評価し，高めていくことができる．

また，被験者が 1 年生ということもあり，テープ図導入前は，演算があっているかどうかということに注意が向けられがちであったが，テープ図の学習を通して，演算決定にも注意して考えようという態度が見られた．つまり，テープ図は，彼らにとって，演算決定を行うきっかけになったと言える．

しかし，本調査ではテープ図を児童自らが，積極的に演算決定を行うひとつの手段として活用するまでには至らなかった．この改善点として，テープ図を見たり使ったりする学習を多く経験すべきということが挙げられる．このように，テープ図導入における示唆も明らかとなった．

第 6 章

本研究の結論と今後の課題

6.1 本研究の結論

6.2 今後の課題

本章では，本研究の結論と今後の課題を述べる．
6.1 では，研究によって得られた成果とその意義について明らかにする．また，6.2 では，本研究の残された課題について述べる．

6.1 本研究の結論

本研究では，第 2 章における研究課題の導出によって 3 点の研究課題が明らかとなった．これらを考察していくことで，本研究の目的が達成される．

【研究課題 Ⅰ】

ひき算の問題を対象としたテープ図の導入授業はどうあるべきか

【研究課題 Ⅱ】

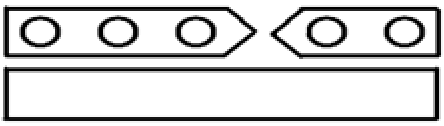
児童の発想をもとにしたテープ図の指導はどのようなものか

研究課題Ⅰに関しては，平成 23 年度版の教科書を比較し，また伊藤(2008)の先行研究を参考に考察を行った．

まず，ひき算を対象としたときのテープ図の表現方法について述べる．考察の結果，テープ図は求差も求残も同じ 2 本の図で表し，同じ操作で処理されることで，どちらも同じひき算として，統合されるべきであることが示された．

次に求差と求残のどちらから導入すべきであるかという問題がある．実際のところ，求残は，1 本のテープ図の方が実際の状況と近いものである．そのため，テープ図導入の場面で，最初に求残の問題を対象とすると，テープ図は 1 本でかくものであるという認識になる可能性が考えられ，求差から導入すべきであると考える．求差から求残という順序で問題を設定していくことで，求残の際に児童が 1 本のテープ図で表したとしても，同じひき算だから同じように処理するという理由で 2 本に統合することができる．

研究課題Ⅱに関しては，テープ図は実際の操作と関係が深い反面，児童が実際に学習する際には，抽象化の困難が生じる．そこで，数える機能と演算決定の根拠となる機能が段階に応じて読み取れるような，テープ図とおはじき図の中間的な前テープ図を提案した(図 4-5).



＜図 4-5　合併のたし算における前テープ図＞

前テープ図では，○がおはじきの役割を果たし，数えることで数量関係を把握することができるようになっている．また，テープそのものが数量の 2 や 3 を表わし，テープの尖った部分が合併や増加の意味

を表現し，演算決定を促すものとなっている．さらに，2 本目の全体を表わすテープ図によって演算の答え，つまり，＝5 が示されているのである．

このような，中間的な図をテープ図導入場面の学習で経験することは，おはじき図からテープ図への抽象化の困難を減少させると考える．また，児童の思考の段階に応じて見るポイントが変わってくるため，児童の発想に基づいたものであると言える．

また，教科書比較や伊藤(2008)の主張を考察した結果，テープ図導入場面の授業設計に関して明らかになった点が他にもあった．

○演算決定のためのテープ図であることを意識できる問題設定にすべきである．

○ 第 1 学年の単元「たし算(1)」「ひき算(1)」において，演算決定の根拠になり，立式にそのままつながるテープ図を導入すべきである．

○たし算においても求差や求残のひき算と同じテープ図を使うことで，そこに逆演算の関係をみることができる．

以上の考察を方針にして，テープ図導入場面の授業設計を行うことができた．

【研究課題 Ⅲ】

テープ図の学習が問題解決の態度を変容させ得るか

研究課題Ⅲに関しては，第 5 章の調査によって分析を行った．その

結果，テープ図の学習によって目指すべき水準を得ることができた．

水準１　根拠を持って解決を行う態度

水準２　問題を分析しようとする態度

水準３　困難な問題に積極的に取り組む態度

＜図 5-3　テープ図の学習によって得られる態度の水準＞

テープ図の学習においては，この水準を基準として，児童の問題解決に対する態度を評価し，高めていくことができる．

また，本調査における考察の結果，テープ図を使えるようになることで，問題から数値をいたずらに並べて立式するのではなく，演算決定に根拠を持って立式しようという態度が身に付いたと言える．面接調査では，被験者が 1 年生ということもあり，テープ図導入前は，演算があっているかどうかということに注意が向けられがちであったが，テープ図の学習を通して，演算決定にも注意して考えようという態度が見られた．

6.2 今後の課題

本研究では，テープ図の特性を明らかにし，またその特性を踏まえた上でテープ図導入の授業設計を行った．しかし，設計した授業については，実践することができていない．実際に，前テープ図が児童に思考に合ったものとなっているのか，第 1 学年からの導入によって困難とされる点は他にないのか等，授業によって検証することができていない．また，その授業における支援を考えることができていない．そこで，今後の課題として，支援を検討し，実践を行うことによって本論における主張を検証していく必要がある．

引用及び参考文献

土居下晃宏・志水廣・植岡利之・一崎満夫（1986）. 問題解決における方略の指導―絵や図についての児童の実態調査と実践―. 日本数学教育学会誌　算数教育, 68(4), 18-22.

廣井弘敏（2002）. 算数の問題解決における図による問題把握を促す教師の支援について.上越数学教育研究, 113-124.

伊藤説朗（2008）. 算数科の未来型学力＝思考力・表現力を育てる授業, 明治図書, 98-104.

川又由香（2006）. 図的表現を活用した算数授業に関する研究, 新潟大学修士論文

菊池光司（1996）. 算数の問題解決における図的表現の働きに関する研究. 日本数学教育学会誌, 78(12), 334-339.

中原忠男（1995）. 算数・数学教育における構成的アプローチの研究, 聖文社

布川和彦（2000）. 数学的問題解決における図と情報の生成. 上越数学教育研究, 15, 9-18.

Van　Essen, G.& Hamaker, C(1990). Using selfgenerated drawings to solve arithmetic word problems. *The journal of educational research,* 83(６), 301-312.

資料

資料 4-1　教科書分析

＜教育出版＞

学年	2 年　下
単元	図をつかって考えよう
問題	＜たし算＞ チョコレートが何こかありました．6 こ食べたのでのこりが 5 こになりました． はじめにチョコレートは何こあったでしょうか． ＜求残＞ バスに 12 人のっています．とちゅうで何人かのってきたので，ぜんぶで 28 人になりました．とちゅうでのってきたのは何人でしょうか．
テープ図	1 本　数図ブロックからテープ図への導入

＜大日本図書＞

学年	2 年　下
単元	図にあらわして考えよう　(たし算とひき算のかんけい)
問題	＜演算目的でない(たし算，求残)＞ つぎのことを図としきにあらわしましょう． 男の子が 9 人，女の子が 12 人います．合わせて 21 人です． ➔テープ図を見てそれぞれを求める 3 種類の式を立式させる　(総数→男の子→女の子) ＜求残＞ きのうペットボトルを 12 こあつめました．きょうも何こかあつめたので，合わせて 30 こになりました．きょうあつめたペットボトルはなんこでしょう．
テープ図	1 本　〇からテープ図への導入

＜東京書籍＞

学年	2年　上	2年　上	2年　下
単元	たし算のしかたを考えよう ひき算のしかたを考えよう	ひっ算のしかたを考えよう	図をつかって考えよう
問題	＜たし算＞ 本はぜんぶで何冊ありますか. ずかん 17 さつ ものがたり 24 さつ ＜求残＞ ゆきさんのクラスには，本がぜんぶで 41 さつあります．今, 15 さつのこっています．かし出し中の本は何さつですか.	＜たし算＞ まみさんのクラスでは，きのうまでにメダルを 83 こ作りました. 今日は，46 こ作りました. メダルは, ぜんぶで何こできましたか. ＜求残＞ メダルをぜんぶで 129 こ作りました．53 こくばると，のこりは何こですか.	＜演算目的でない(たし算,求残)＞ 赤い色紙と青い色紙があります. ぜんぶで 60 まいです．そのうち，赤い色紙は 35 まいで, 青い色紙は 25 まいです．このことを図にあらわしましょう. ➔それぞれを求める 3 種類の式を立式させる　(総数→赤い色紙→青い色紙) ＜求残＞ みかんが 15 こあります. 何こか買ってきたので, ぜんぶで 32 こになりました. 買ってきたみかんは何こですか.
テープ図	1本	1本	1本

＜啓林館＞

学年	2 年　上	2 年　下
単元	たし算とひき算のひっ算 (図をつかって)	ちがいをみて
問題	＜たし算＞ 赤いばらの花が 12 こ，白いばらの花が 5 こさいています． あわせて何こさいていますか． ＜求残＞ 色紙を 17 まいもっています． 9 まいつかうと何まいのこりますか．	＜求差＞ ねこが 15 ひきいます．ねこは，いぬより 4 匹多いそうです．いぬは何びきいますか．
テープ図	1 本　数図ブロックから テープ図への導入	2 本

＜日本文教出版＞

学年	2 年　上	2 年　下
単元	図をつかって考えよう	図やしきをつかって考えよう (たすのかなひくのかな)
問題	＜たし算＞ ビー玉を，あおいさんは 15 こ，弟は 7 こもっています．ビー玉はぜんぶで何こありますか． ＜求残＞ 35 cm のリボンがあります．20 cmつかうと，のこりは何cmですか．	＜求残＞ カードを 12 まいもっていました．妹に何まいかあげたので，8 まいになりました． あげたのは何まいですか． ＜たし算＞ 子どもが何人かあそんでいました．4 人帰ったので 9 人になりました．はじめに何人いましたか． ＜求差＞

		青い色紙は 30 まいで，赤い色紙より 12 まい多いです．赤い色紙は何まいですか．
テープ図	1 本　〇から〇とテープへ． そしてテープ図への導入	求残・たし算：1 本 求差　　　　：2 本

＜学校図書＞

学年	2 年　上	2 年　上	2 年　上
単元	計算のしかたを考えよう	たし算のひっ算 ひき算のひっ算	たし算とひき算
問題	＜たし算＞ だいきさんが 12 こ，あおいさんが 23 こ，キャラメルをもっています． キャラメルは，ぜんぶで何こあるでしょうか． ＜求残＞ みえ子さんはクッキーを 25 こ作りました． そのうち，13 こをけんじさんにあげました．クッキーは，何このこっているでしょうか．	＜たし算＞ 1 年生 13 人と 2 年生 24 人が，いっしょにバスで遠足に行きます．バスは 40 人のりです．ぜんいんが 1 台にのれるでしょうか． ＜求残＞ さとしさんたちは，いちごを 38 こつみました． そのうち，12 こ食べました．いちごは何このこっているでしょうか．	＜たし算＞ 青い色紙が 38 まい，赤い色紙が 63 まいあります．色紙はぜんぶで何まいあるでしょうか． ＜求差＞ どちらが何まい多いでしょうか． ＜求残＞ 赤い色紙を 25 まいつかいます．赤い色紙は，何まいのこるでしょうか．
テープ図	1 本	1 本	たし算・求残：1 本 求差　　　：2 本

資料 5-1　テープ図の学習が問題解決の態度に与える影響に関する調査のプロトコル：Case1

Case1　　　　　　　　　R：被験者 りえ　　I：調査者

プロトコル	様子
01I　それでは問題を読んでみましょう．	
02R　ドーナツが 8 個あります．何個かもらったので全部で 14 個になりました．何個もらったでしょう．	
03I　できそうかな．	
04R　うーん，ちょっと難しそう．	
05I　そうだね．でも，ちょっと頑張って考えてみようか．	
06R　うん．	06R「8+14=6」とかく．
07I　できたかな．	
08R　うん，できた．	
09I　8 たす 14 は 6，どう？バッチリかな．	
10R　うん．	
11I　じゃあね，りえさんは今までブロックとかで，たし算やひき算を考えてきたと思うんだけど，ちょっと今度こうゆうのでやってみようと思うんだ．	
12R　うん．	
13I　じゃあ最初の文を読んでみてください．	
14R　ドーナツが 8 個あります．	
15I　じゃあこれドーナツなんだけど，今ここ何個あるかな．	15I 青色のテープを提示する．
16R　8 個．	
17I　8 個あった？これが最初のドーナツが 8 個あります，です．じゃあ次の文章を読んでください．	
18R　何個かもらったので全部で 14 個になりました．何個もらったでしょう．	
19I　うん．この 8 個から，何個かもらった	

んだって．何個かわかりません．そしたら全部で何個になったんだっけ？	
20R　6 個？あ，えーっと 14 個？	
21I　うん，そうだね．最初に 8 個ありました．何個かもらいました．何個かわかんないね．こんだけもらったら，14 個になりました．じゃあこれ何個あるかな？	21I　黄色のテープを提示する．
22R　全部？	
23I　うん．	
24R　1，2，3，・・・12，13，14．	
25I　14 個あった？うん，最初に 8 個あって，何個かもらって，14 個になったんだって．それじゃあ，このテープの絵を見て，式つくれるかな？	
26R　うーん．わからない．	
27I　わからない？　ここに 14 個あるよね．で，最初に 8 個あったんだって．じゃあこの 14 個の内の 8 個は最初からあった 8 個だよね．	
28R　うん．	
29I　あとから，こんだけもらったんだって．こんだけもらったら 14 個とぴったり重なるね．	
30R　うん．	
31I　じゃあ，最初に 8 個あって，このもらった数を足したら 14 個になるっていうのは分かるかな？ほら，8 ともらった数で，14 と同じ大きさになるね．これで式できるかな．	
32R　うーん．	32R　「8+5=13」とかく．
33I　この 5 はなんの 5 かな？	
34R　これ．	34R　青のテープを指差す．
35I　じゃあ 8 たすここをしたらどこになればいいのかな？	

36R　ここ？　14 だ.	36R 黄色のテープを指差す.
37I　じゃあ，この式はどうしたらいい？	
38R　8 たす 6？	38R 「8+6=14」とかく.
39I　うん，そうだね．5 を 6 に変えたら 14 になったね. それじゃあもうひとつ問題を出します. ここ今 8 個だよね？じゃあこの 8 個を 9 個にします. テープも変えなきゃいけないんだけど，どのテープが変わるかな.	39R 問題の 8 を 9 に変える.
40R　これかな.	40R 青のテープを指差す.
41I　そうそう．じゃあ 9 個だったら，ちょっと数が違うから，もうドーナツの絵は描かずに，これをペラッてめくってここ 9 ってかいておこうか.	
42R　9.	42R 青のテープの裏に「9」とかく.
43I　じゃあこのテープは 9 個を表わします. 9 個あって，何個かもらったので 14 個になりました. この式かけるかな？	
44R　うん.	44R 「9+5=14」とかく.
45I　うん，そうそう．正解．よくできたね. それじゃあもうひとつ出すよ.	
46R　うん.	
47I　じゃあ今度はここを変えちゃいます.	47R 問題の 14 を 12 に変える.
48R　12？	
49I　そう，12 です．ここは 9 のままね．じゃあ，テープはどこが変わる？	
50R　ここが 12？	50R 黄色のテープの裏に「12」とかく.
51I　うん 12．じゃあこのテープを見てもうひとつ式をつくってみてください.	
52R　はーい.	52R「9+3=12」とかく.
53I　うん，そうです．あってます．すごいね，よくできたね．じゃあこのテープ見てこんな風にたし算できるようになったよね．でもね，この計算すると	

き, はじめは 3 って分かんなかったよね？どうやってこの 3 出したの？ 54R　えっと，頭で考えてやった. 55I　じゃあさ，この 3 出すときに，こっち見て．12 から 9 を引いたら 3 が出るのわかるかな？ 56R　うん. 57I　じゃあ，このテープの絵を見てたし算の式と，もうひとつ，ひき算の式をかいてみようか. 58R　ひき算？ 59I　うん，その通りです．じゃあもう，このテープの絵, 自分で使えそうかな？ 60R　うん，できそう. 61I　よし，じゃあ最後にこの問題をやってみようか. 62R　たし算？9 あって, 63I　できたかな？これで大丈夫？ 64R　うん. 65I　じゃあ, このテープを使って, R さんの考えを教えてくれるかな？ 66R　えっと, これが 9 でこれが 8 としたら, で，1 と 9 で 10 だけえ，8 の中から 1 とったら 7 になるけえ，10 と 7 で 17 ってした. 67I　うんうん，なるほど．じゃあ 17 はこのテープで言ったらそれになるのかな？ 68R　これ. 69I　それ？うん, そうだね. これが 17 だね. じゃああとから来た人は, どのテープかな. 70R　これ.	58R「12-9=3」とかく. 62R テープ図を見る. 「9+8=17」とかく. 68R 黄色のテープを指差す. 70R 赤色のテープを指差す.

資料 5-2　テープ図の学習が問題解決の態度に与える影響に関する調査のプロトコル：Case2

Case2　　　　　　　　　　　　R：被験者 たくや　　I：調査者

プロトコル	様子
01I　じゃあ，問題を読んでみてください．	
02T　ドーナツが 8 個あります．何個かもらったので全部で 14 個になりました．何個もらったでしょう．	
03I　はい，じゃあ頑張ってやってみようか．	
04T　うーん．	04T 「8+5=14」とかく．
05I　本当に 8+5 が 14 になっているかもう一回考えてみて．	
06T　あ，6 だ．	
07I　答え，何個もらいましたか	
08T　6 個．	08T 「8+6=14 こたえ 6 こ」とかく．
09I　8+6=14 っていうのをこの 2 本のテープを使ってちょっと先生に説明してみてくれるかな	
10T　8 個あって，買い物に行って，14 個買ってきたら，合わせて 6．	
11I　うん．8 個あって…	
12T　8 と 14 を合わせる	
13I　うん．8 と 14 を合わせる．8 と 14 を合わせると計算は何になるかな．どういう式になるかな．	
14T　あ，ひき算．	
15I　ひき算になった？	
16T　ひき算だから．	16T「8-6=14」とかく．
17I　8-6=14 どう？	
18T　2 だ．	
19I　そうだね．なんかおかしいね．	
20T　たすのかな．	
21I　うん．今，この問題は何個もらってきたかが教えてほしいんだよね．何個も	

らってきたのかな．2 個？ 22T　ううん，6 個． 23I　6 個もらってきたんだよね．じゃあ，6 個のテープをもうひとつ加えようかな．今これ 8 個だよね．こっちは？ 24T　14 個． 25I　うん，14 個だね．じゃあ，6 個のテープってどれがいいと思う？ 26T　これがいい． 27I　これ？どうしてこれがいいと思う？ 28T　こんなかに 6 個入りそう． 29I　入りそう．うんうん．じゃあ，8 個あります．それでたくやさんが選んでくれたこれ．何個かもらったので，全部で 14 個になりました．じゃあもらってきたのが，これだったらどう？ 30T　あ，これかなあ． 31I　どう？ 32T　これだけだ．この中じゃ 6 個も入らないよ． 33I　入らないよね．たくやさんが言ってくれたみたいに，この長さで 14 個なんだもんね．じゃあもし，こっちのテープだったら？ 34T　なんか，ちょっとすぎてる．14 個になんないかなあ． 35I　うん，じゃあ最初に選んだこのテープがちょうど 14 個になりそうかな？ 36T　うん． 37I　それじゃあ，もうひとつ．この数字を変えちゃいます．じゃーん． 38T　9 個だ． 39I　うん，最初にあったドーナツが 9 個になります． 40T　うん．	 26T 青のテープを指差す．

41I　じゃあこっち見て．今ここにドーナツ何個あったんだっけ．	
42T　8 個．	
43I　うん．でもここを 9 個にしないといけないからひっくり返して，これを 9 にしちゃおう．でもそしたら，これ 9 ってわかんないから，ここに 9 ってかいとこっか．	
44T　うん．	44T 赤のテープの裏に 9 とかく．
45I　それじゃあ，このテープを見て，この青いテープ，何個もらったかがわかるには，どんな計算がいいかな．	
46T　たし算？	
47I　ちょっと書いてみて．	
48T　ひき算かな．これひき算になるの？	48T 「8+」とかく．
49I　うん，ちょっとやってみて．	
50T　ここが 6 だから，どっちだろ．こっちかな．両方かいてみよう．	
51I　書きやすいのから書いてみたらいいよ．	
52T　たし算．ここが，さっきよりもいっこ多いけえ，ここがいっこ減る．	52T 「9+5=14」とかく．
53I　あ，そうだね．9 たす 5 は 14．じゃあ 5 っていうのはこの中でどこになる？	
54T　これ．	54T 青のテープを指差す．
55I　うん，そうだね．この青のテープが 5 のことだね．じゃあさ，もうひとつ出すよ．今度はこの 14 個が 12 個になります．	
56T　12 だ．	
57I　だから，このテープは，	
58T　消えちゃう．	
59I　消えて，どうすればいいかな．	
60T　ここが 12．	60T 黄色のテープの裏に 12 とかく．
61I　うん，ここが 12 になります．じゃあい	

くよ．ドーナツが 9 個あります．何個かもらったので，全部で，	
62T　12 個．	
63I　12 個になります．今度この青のテープは何になるかな．	
64T　3．	64T 「9+3=12」とかく．
65I　うん，そうそう．バッチリだね．じゃあね，今，たし算で式を考えてくれたんだけど，たくやさんは 9 たす 3 の計算をする前に，この青のテープが何になるか分かってるよね．3 ってわかってたよね．それじゃあ，ここを出す式ももうひとつ考えてみようか．	
66T　だったら，ここをここにやればいい．だけえ，12 ひく 9 とか．	66T「9+3」の「3」を指差し，「=」のあとにもってくる．
67I　そうそう．そっちでもできるね．この青がわかんない時は，この黄色ひく赤したらいいんだよね．じゃあもし，黄色がわかんないときは，どういう計算したらいい？	
68T　じゃあ，ここ，赤のやつと，今の青のやつをたす？	
69I　うん．この黄色テープがわかんないときは，赤たす，	
70T　青．	
71I　をすればいいんだね．じゃあ赤が分かんない時は？	
72T　だったら，反対にこの青と黄色をたす？	
73I　たしたらどうなる？	
74T　こんなに長くなる．だから，青をこの黄色の上において，残りをたす？	
75I　残りって何？	
76T　ここ．	76T 黄の青と重ならない部分を指差
77I　こっからここ？うん，なるほど．じゃ	

あ，赤を知りたいときは黄色ひく青をしたら出る？	す．
78T　黄色ひく青．	
79I　だってね，赤と青で黄色にぴったり重なるでしょ．ってことは，黄色から，青の部分を取っちゃったら，赤が残るよね．	
80T　うん．	
81I　うん．でね，こうゆうのをテープの図っていうの．たくやさんはよくこのテープの図がわかってるみたいだから，最後にもうひとつ問題を出します．これ，ちょっとここに置いとくから，次にこの問題をやってみてください．これ使ってみてもいいよ．	
82T　はじめに何人いますか．公園で友だちが何人か遊んでいます．後から 9 人来たので全部で 17 人になりました．はじめに何人いましたか．だったら，9 人並べて，これから 9 減って，だったら，はじめに何人かいて，9 人来ました．で，だったら，9 ひくなんかをすればいいんか．9 から，あ，じゃあこれいらない？え？・・・	82T　テープを操作しようとするが，うまくいかず止まってしまう．
83I　じゃあ，これなんにする？	83I　黄色のテープを指差す．
84T　17．	
85I　じゃあ 17 って書いておこうか．	
86T　で，え？	86T　黄色のテープに「17」とかく．
87I　じゃあ，この 9 人来たのでっていうのはどれにする？	
88T　これかな．	88T　赤のテープを指差す．
89I　うん，これにしようか．じゃあ，何人か遊んでいますってゆうのは？	
90T　これ．	90T　青のテープを指差す．
91I　これはどこに置くの？	

92T　こう．	
93I　うん，じゃあ？	
94T　何人か遊んでいます，だったら，ここが公園で，9 人来て，17 人になりました．ってゆうことは，9 たすなんかをすればいい．あれ？ひくかな？9 たす….違うなあ．ここが違う．17 たすにしたらここを超えちゃう．だけえ，じゃあここは 8 だ．ここが 17．こたえは，17．	T94 「17+9=」とかく． 94T「8+9=17　こたえ 17 とかく．
95I　うん，できたかな．	
96T　うん．	
97I　じゃあ，もういっかい，どうやって考えたかをこれを使って教えてみてくれる？	
98T　えっと，これが 8 で，8 人遊んで，9 人来て，17 人になった．だけえ，これとこれをたし算したらいい．	

資料 5-3　テープ図の学習が問題解決の態度に与える影響に関する調査のプロトコル：Case3

Case3　　　　　　　　　R：被験者 えいた　　I：調査者

プロトコル	調査者の行為及び被験者の所作
01I　じゃあ問題を読んでみましょう． 02E　ドーナツが 8 個あります．何個，何個もらったので全部で 14 個になりました．何個もらったでしょう． 03I　うん，ドーナツが 8 個あります．何個かもらったので全部で 14 個になりました．何個もらったでしょう．解けそうかな？ 04E　うーん． 05I　やってみようか． 06E　数図ブロック使ってもいいですか？ 07I　どうぞ．	06E 「8+14=」と書き，数図ブロックを操作する．
08E　なんか多いなあ．ひき算？ 09E　できた． 10I　できましたか？14 ひく 8 は 6，うん，よくできましたね．これで大丈夫そうかな？バッチリ？ 11E　うん．	08E 「8+14=」を消して，「14-8=6」に書きなおす．
12I　うん，そうそう正解です．あってます．じゃあこの問題できたからもうひとつ問題を出すよ．ドーナツが最初 8 個だったよね．それが，9 個でした．ドーナツが 9 個あります．何個かもらったので全部で 14 個になりました．何個もらったでしょう． 13E　7 個． 14I　7 個？どんな風に考えたのかな？ちょっと書いてみようか． 15E　ここでいいですか？	12I 問題の 8 を 9 に変える．

16I うん，いいよ．	
17E えっと．	17E 「14-8=7」と書く．
18I うん，この 9 はこの式の中でどこにいったのかな？	
19E あっ，間違えてた．	19E 「14-9=7」に書きなおす．
20I 気付いたかな．そうそう．よくわかってるね． 今度はここ．ここの数も変わります．ドーナツが 9 個あります．何個かもらったので全部で 12 個になりました．何個もらったでしょう．これは，どんな風になるかな．	20I 問題の 14 を 12 に変える．
21E わかった．	21E 「12-9=3」と書く．
22I すごいね，よくわかってるね．すばらしい．それじゃあ，これをペロッてめくっといて，これ最初の問題で考えてね．ここ 8 個と 14 個ね．で，このときにドーナツが 8 個あります．全部で 14 個あります．じゃあ，このテープを使って，えいたさんが考えたことを先生に説明できるかな．	22I 青のテープ(ドーナツが 8 個かかれたものと黄色のテープ(ドーナツが 14 個かかれたもの)を出す．
23E こっちに書くんですか？	
24I うん，これを使って言葉で教えてくれる？	
25E えー・・・．	25E 黙り込んでしまう．
26I ちょっと難しいかな．	
27E うん．	
28I じゃあ，一緒にやってみようか．いくよ，ドーナツが 8 個あります．何個かもらったんだよね．何個かまだわかんないけど，何個かもらったら全部で 14 個になりました．で，このもらった数をえいたさんは 6 って答えてくれました．じゃあ，もらったドーナツの数って，この 3 つのテープの中でどれがいいと思う？	28I 6 に相当する赤いテープと，それより短いテープ，長いテープの 3 つの長さのテープを提示する．
29E 長さが違う．	

30I　うん，長さが違うんだけど，どの長さがいいかな？	
31E　これ？	31E 赤のテープを選び並べる.
32I　これ？うん，あ，こっちとぴったりになるね．じゃあ，どうしてこっちのふたつのテープじゃだめなのかな.	
33E　これじゃあ，足りないし，こっちだったらちょっと長いから.	
34I　ちょっと長いね．長かったらだめなの？	
35E　ここの線に合わなくなるから.	
36I　そうだよね，ここまでで 14 個なんだもんね．これだったら 15 個とか 16 個とかになっちゃうもんね.	
37E　うん，そう.	
38I　でも，この赤のテープだったらぴったり 14 個になるね．そう，だから，この赤のテープが一番よさそうだね．じゃあ，次にやった問題で，ドーナツが全部で 9 個あります，だったら，どのテープが 9 個になるのかな.	
39E　これ.	39E 青のテープを指差す.
40I　そうだね．でも今これドーナツが 8 個書いちゃってあるから，じゃあクルッて返して，でもそしたらドーナツかいてないね．これで 9 個ってわかるかな？	
41E　わかんない.	
42I　よね．じゃあここに 9 って書いとこうか.	
43E　ここ？	43E 青のテープを裏返して「9」とかく.
44I　うん，それで何個かもらったので 12 個になりました．12 個のテープはどれですか？	
45E　これ.	
46I　うん，でも今ドーナツが,	
47E　14 個.	
48I　そうそう，だから？	
49E　こっち向けて 12 ってかく.	49E 黄色のテープを裏返して
50I　うん，そうだね．かいとこうか.	

そしたら，んーとね，えいたさんはひき算でこのテープを表わしてくれたよね．じゃあ，たし算でも表わせるってわかるかな．	「12」とかく．
51E　うん．	
52I　じゃあ，どのテープたすどのテープにすればいいかな．	
53E　今がひき算だから・・・，	53E 黙り込んでしまう．
54I　うん，えいたさんはね，黄色ひく青は赤ってしてくれたよね．ここがわかんない時はそれでいいんだよね．じゃあ，ここがわかんない時はどうすればいい？	
55E　うーん・・・，9 たす 5？	
56I　5 っていうのはどのテープのこと？	
57E　これ？	57E 赤のテープを指差す．
58I　うん，そうだね，青のテープたす赤のテープが黄色のテープになるんだよね．すごい，よくわかってきたね．じゃあ，もうえいたさんは，このテープの使い方わかったかな？	
59E　うん，たぶんできる．	
60I　お，すごいねー．じゃあ，このテープちょっとここに置いておくから，もうひとつ問題をやってみようか．これで最後です．読んでみようか．	
61E　公園で友だちが何人か遊んでいます．後から 9 人来たので全部で 17 人になりました．はじめに何人いましたか．	
62I　うん，やってみようか．もし，使いたかったらこっち使って考えてみてもいいよ．	
63E　うん，できた．	63E「7+9=17　こたえ 17 人」とかく．
64I　できましたか？7 たす 9 は 17．最後に見直しておこうか．これ合ってるかな．	
65E　なんか変だな．数図ブロック使っていいですか？	65E 数図ブロックを操作する．

66I　うん，いいよ．	
67E　できました．	67E　「10+7=17 こたえ17人」と書きなおす．
68I　よし，それじゃあこれをさっきのテープで説明できるかな？	
69E　うん．これが10で，あれっ？なんか違う．9だ．あれ？	
70I　数図ブロック使ってもいいよ．	70E　数図ブロックを操作する．
71E　こうかな．	
72I　うん．	
73E　できた．	73E　「8+9=17」と書きなおす．
74I　じゃあ，はじめにいたのは何人だったのかな？	
75E　8人？	

資料 5-4　テープ図の学習が問題解決の態度に与える影響に関する調査のプロトコル：Case4

Case4　　　　　　R：被験者 なお　　Ｉ：調査者

プロトコル	調査者の行為及び被験者の所作
01I　はい，じゃあ問題を読んでください． 02N　ドーナツが 8 個あります．何個かもらったので全部で 14 個になりました．何個もらったでしょう． 03I　うん，解けそうかな？	
04N　全部でだから，8 たす，えーっと，14 ひく 8 は． えっと．んで 6．	04N 「14-8=6」とかく．
05I　答えは？何個でしたか？ 06N　6．簡単だった． 07I　簡単だった？すごいなあ．じゃあね，14 ひく 8 は 6 って答えてもらったんだけど，じゃあ，今ドーナツがここに 8 個あります．何個かもらったので全部で何個になったんだっけ？ 08N　14 個． 09I　14 個になったんだよね．じゃあこのふたつのドーナツがかいてあるテープを使って，N くんの考えを説明してくれるかな？ 10N　うーん，僕は 10 から 8 をひいて 2，2 と 4 で 6 って計算した． 11I　うんうん，そうやって計算したんだ．ドーナツが 8 個あります．何個かもらって，全部で 14 個になったんだよね．じゃあ，この何個かもらってっていうドーナツのテープも用意してきたんだけど，何個もらったか最初はわかんないよね．じゃあ，どのテープがいいと思う？この中で．	
12N　これ．	12N 青のテープと

13I　これ？これがよさそう？どうしてこれがよさそう？ 14N　うーん，たぶん，たぶんやっぱ，これとこれ同じだからさ，たぶん．8 個ありそうだから． 15I　この中に 8 個入ってそう？うんうん．でも答え 6 個になったんだよね？ 16N　あれ，じゃあ違うかな． 17I　うん，どれがいいかな． 18N　これ． 19I　これにする？これだったらどうかな． 20N　6 個入ってると思う． 21I　6 個入ってると思う？じゃあこれだったら？ 22N　いや，4 個くらいかな． 23I　4 個くらいかなぁ．うん，そうそう．これだったらちょっと短いよね．これとこの 3 つのどれかを合わせたら全部で何個になればいいんだっけ？ 24N　全部合わせたら 14 個． 25I　うん，この青とこのどれかで 14 個になればいいんだよね． 26N　うん． 27I　じゃあ，この選んでくれた赤をこうやって合わせると，これとこの赤のテープで 14 個とぴったりの大きさになるね．だから，これが一番よさそうだね． 28N　うんうん． 29I　じゃ次に，ドーナツが最初ここに 8 個あったよね．これを 9 個に変えちゃいます．そしたら，このテープでは，どれを 9 個に変えればいいかな？ 30N　たぶん，これ．これをちょっと長くすればいい． 31I　これ？これを長くすればいい？	同じ長さのテープを指差す． 18N 赤のテープを指差す．

32N うん．	
33I そしたらこれとこれはこのままでいいかな？	
34N うん．	
35I じゃあね，これが 9 個のときの式を考えてくれるかな．	
36N 14 ひく 9 が．	36N 「14-9=5」とかく．
37I じゃあ，もうひとつ問題を．この全部で 14 個ってところが 12 個になります．何個もらったでしょう．じゃあ，これ式かける？	
38N 12 ひく．	38N 「12-9=3」とかく．
39I うん，あってます．計算得意だね．じゃあ，一番最初は，ドーナツが 8 個あって何個かもらって 14 個になりました．だったんだよね？これの数を両方変えちゃいます．だったら，ドーナツの 8 個のところが 9 個になります．なので，このテープをこっち向けて，そしたらドーナツが何個かわかんないから 9 って書いとこうか．	
40N うん．	40N 青のテープの裏に 9 とかく．
41I それで，何個かもらったので全部で 12 個になりました．じゃあどのテープを 12 個にしようか？	
42N ここ 9 でしょ？だったら，ここをもうちょっとのばしたら 12 になる．	42N 青のテープを伸ばすようなしぐさをする．
43I ここ？じゃあこっからここまでで 12 になるってこと？	
44N うん．	
45I そしたら，ここは何個分になればいいのかな？	
46N 3．	
47I うん，3 だね．そうゆう風に書きなおしちゃってもいいし，これをこのまま使うと，これを 9 で，これを 3 にしたら，これが何になる？この黄色のテープは？	

48N　13．あ，12 個． 49I　うん，そう．12 個になるね．じゃあここに 12 って書いておこうか．うん，この 12 から 9 をひきます．この 9 の部分をひくから，この 3 っていう部分のテープが残るんだね．こうやって，このテープは数字を変えても使うことができます．じゃあ，2 個目の 14 ひく 9 は 5 をこのテープで説明するには，どうやったらいいかわかるかな．どれを 14 にする？ 50N　このテープを 5 個にして，こっちのテープを 9 個にする． 51I　うんうん，そうだね．そしたら 14 は？ 52N　これ． 53I　そうだね．そしたらこのとき，このテープは 12 じゃなくて，14 になるんだよね． 54N　うん． 55I　すごいすごい．よくわかってるね．それじゃあ，このテープをこっちに置いとくから，2 問目をやってもらいます．これが最後の問題だからね．はい．読んでみようか． 56N　公園で友だちが何人か遊んでいます．あとから 9 人来たので全部で 17 人になりました．はじめに何人いましたか． 57I　うん，やってみようか．	
58N　17 で，9．8 か． 59I　では，はじめに何人いましたか． 60N　はじめ？何人かだからわからないなあ． 61I　じゃあこの式は何を出したのかな？ 62N　違うかな，違うかなあ．やっぱ． 63I　じゃあこのテープで考えてみようか．じゃあ，その全部で 17 人はどれにしようか．	58N「9+8=17」とかく．
64N　17？これ？ 65I　うん，じゃあそれにしようか．じゃあ 17 ってかいとこうか．	64N 黄テープを指差す．

66N　うん． 67I　今度，その黄色のテープは 17 になります．それで，はじめ友だちが何人か遊んでいます．9 人来たので 17 人になりました．じゃあ，どっちをどのテープにしようか．	66N 黄テープに「17」とかく．
68N　こっち？ 69I　こっちをどのテープにする？ 70N　9 にする． 71I　じゃあ，こっちは 9 じゃないから，これバツしてこっちに 9 ってかいておこうか．	68N 赤テープを指差す．
72N　9． 73I　そしたら，このテープが何人かわかんないんだよね．それで，このテープの数が知りたい．じゃあ，なおさんは答えが 17 になるような式を立ててくれました．そしたらこの 8 っていうのはどのテープになるのかな． 74N　これが 8 になる． 75I　これが 8？うん，そうだね．だったら，この 8 が答えになるような式ももうひとつ作れるかな．このテープを見て．	72N 赤テープに 9 とかく．
76N　8？17 ひく 9 か． 77I　うん，そうだね，じゃあはじめに何人いましたか． 78N　8 人？ 79I　そうですね．そう．こっちの式でも，8 って出してるんだけど，この「=」のあとを 8 にするには，この 9 をひいたひき算がいいみたいだね． 80N　うん．	76N 「17-9=8」とかく．

謝辞

本研究を進めるにあたり，これまで多くの方々にご指導いただき，また支えていただいたことに深く感謝の意を表します．

指導教官の溝口達也先生には，本当に多くのことを教わりました．算数・数学の話や研究の方法だけでなく，ものの見方や考え方，教育に携わるものにとって必要な姿勢をも学ばせていただきました．ゼミの時間には，何も知らない私に研究のやり方を一から教えていただき，それは算数教育だけでなく，他の分野でも通用するものであったと今になって思います．特に，何に関しても「その通りだ」と受け入れてしまいがちな私に，そのままを捉えるのではなく，どうしてそうなのか，と批判的な目で見ることの必要性も教わったことは，大きな財産となりました．これからも教育者として，当たり前だと思っていることも，少し批判的に考えることで，今まで見えなかった裏側にも目を向けていきたいです．また，「研究は厳しく，人間関係は温かく」という言葉通り，先生はもちろんのこと，先輩の方々にも本当によくしていただきました．すばらしい先輩方に囲まれ，支えあう関係づくりがあったのも，溝口先生のお人柄があってのことだと思います．溝口先生との出会いによって，学ばせていただいたことは，これからの教師生活に大きな影響を与えるものとなりました．深く感謝しています．

また，矢部敏昭先生にも，講義や卒業論文中間発表会の際にご指導いただき，本当に感謝しています．研究に行き詰まり，不安を感じていたときも矢部先生の学びへの姿勢を見て，勇気づけられました．矢部先生のどんなことも楽しい発見に変えていくお話は，いつもとても新鮮なものでした．私は，そこから学び続けることのおもしろさを教わり，教育現場に出てからは，矢部先生のように，子どもたちにそのおもしろさを身をもって感じてもらえるような，教育者になりたいと思うようになりました．どんな時も温かく見守ってくださったこと，大変感謝しております．

そして，お忙しい時期であったにも関わらず，本研究に協力していただいた小学校の校長先生をはじめ，第 1 学年担任の先生，1 年生の児童の皆さんには，深く感謝を申し上げます．本研究の調査において理解を示していただき，快く協力してくださったおかげで，この論文を完成させることができました．本当にありがとうございます．

また，研究室のメンバーにも恵まれました．昨年度卒業された先輩

方の，田中光一さん，尾崎正和さん，山中法子さん，常友愛子さんには，本当によくしていただきました．ひたむきに研究に向かう先輩方の姿を見て，わからないことは恥ずかしいことだと感じていた私に，わからない所がどこなのかを，明らかにしていくことの大切さを学びました．内地留学の國政裕恵先生には，貴重な実際の現場の様子を教えていただき，学生の私にとっては大変勉強になりました．内地留学を終えられた後も，私たちのことを気にかけてくださっていたこと，本当に嬉しかったです．深く感謝しております．さらに，早田透さん，前田静香さん，池田和彌さん，下尾祐太さんにも感謝申し上げます．研究に対して，ご指導いただいただけでなく，精神的に苦しいときも支えていただきました．些細な疑問にも快く答えてくださり，また，ときには研究の道しるべとなってくださいました．研究に行き詰ることも多かったこの1年間に支えてくださったこと,感謝しております．また，夏合宿で多くの先輩・先生方からご助言やご指摘をしていただきました．ありがとうございました．同級生の柏木美穂さん，小村亮さん，日野治樹さんには，よき仲間として，時にはよきライバルとして共に励まし，喜び合う関係をつくることができました．このような環境の中で研究することができたことを，とても幸いに思っております．ありがとうございます．そして，後輩である，朝岡卓哉さん，尾崎いづみさん，玉川奈緒さん，谷秋沙さんには，卒業論文中間発表会等，様々な場面でいつも的確に動いてくださり，お世話になることが多くありました．深く感謝しています．

　このように，多くの方々に支えられ，この論文を完成させることができました．すばらしい環境の中で学べたことを大変幸いに思っております．これから教育現場に出た後も，今までの大学生活で学んだことを活かして頑張っていきたいと思います．心から感謝申し上げます．

　最後に，どんな時も自分のやりたいことをさせてもらい，応援し続けてくれた家族に感謝申し上げます．これからは，教育現場において，熱心に研究し続け，周囲を支えられる人になれるよう，励んでいきたいと思います．

平成22年1月31日
安井紗笑

鳥取大学数学教育研究　　**ISSN 1881–6134**

Site URL：http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

投稿規定

- 本誌は，次の稿を対象とします。
  - 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文，またはその抜粋・要約・抄録
  - 算数・数学教育に係わる，理論的，実践的研究論文／報告
  - 鳥取大学，および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
  - その他，算数・数学教育に係わる各種の情報提供
- 投稿は，どなたでもできます。投稿された原稿は，編集委員による審査を経て，採択が決定された後，随時オンライン上に公開されます。
- 投稿は，編集委員まで，e-mailの添付書類として下さい。その際，ファイル形式は，PDFとします。
- 投稿書式は，バックナンバー（vol.9 以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551　鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX　0857-31-5101（溝口）

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/