ISSN 1881–6134

鳥取大学数学教育研究

Tottori Journal for Research in Mathematics Education

www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/journal.html

生徒の思考力を育てる問題設定のあり方

–方程式の指導計画の再構成を通して–

山本 靖

vol.11, no.2

Oct. 2008

鳥取大学 数学教育学研究室

生徒の思考力を育てる問題設定のあり方

－方程式の指導計画の再構成を通して－

鳥取県　中部中学校数学教育　第２研究グループ
東伯郡湯梨浜町立東郷中学校　山本　靖

1 主題設定の理由

鳥取県中部中学校数学教育第 2 研究グループは、東郷中学校、北溟中学校、北条中学校の 3 校で構成されている。それぞれの学校で生徒の実態に違いがあるが、共通することがある。それは、知識理解に比べ思考力や表現力が十分には伸びていないということである。表に示した数値は，鳥取県基礎学力調査の観点別正答率である。鳥取県全体の数値であるが、第 2 研究グループの学校にも同じ傾向が見られた。

鳥取県基礎学力調査結果（ペーパーテスト）平成 18 年実施　中 2（数字は正答率%）＊1）

	関心意欲態度	思考力	表現処理	知識理解
県全体	58.5	57.1	53.5	62.2

知識理解に比べ思考力や表現力が伸びていない原因の一つとして、知識を教える授業が多く生徒が考える授業が少なかったことがあげられる。

この課題を解決するには生徒に考えさせる授業を行わなければならない。そのためには、思考力を伸ばすという視点での単元を見通した指導計画の作成と毎時間の授業設計が必要である。とくに、授業での問題設定をどうするかが大切であると考えた。研究主題を「生徒の思考力を育てる問題設定のあり方」としたのはこのような理由からである。

2 研究の仮説と方法

＜仮説＞

単元の「全ての授業の目標・問題・中心となる考え・主たる数学的活動を明確にした単元の指導計画を作成し、問題解決的な授業を継続して行うことで生徒の思考力を伸ばせる」という仮説を立てた。

＜方法＞

上記の仮説は、教師の授業力が高まることが生徒の思考力を伸ばすことにつながるという考え方が前提となっている。そのため、「①単元の指導計画の再構成、②問題解決的な授業設計、③授業研究会の実施、④成果と課題を次へつなげる」という①～④の研究サイクルをチームで実践した。

3 研究の内容

（１）単元の構成＊2）

単元の指導計画には、全授業の目標・問題・中心となる考え・主たる数学的活動を明記した。これによって１時間１時間の授業のねらいが明確になり、同時に、各時間のつながりを意識した指導が可能になる。単元の指導計画を作成するときに工夫したことは次の 2 つである。

①　問題設定の工夫＊3）

毎時間の授業の中心となる問題について工夫吟味し、できる限り次の条件を満たす問題にした。

・複数の解き方がある問題　　・発展性のある問題　　・適度な困難のある問題

・問題解決の過程で概念や原理などを獲得できる問題

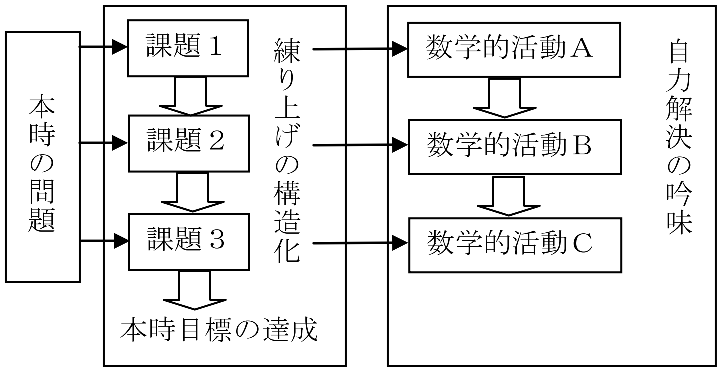
② 問題の配列の工夫

1 時間毎の授業のつながりや深まりを考慮し、題材やテーマに視点をおいた配列ではなく、生徒に身につけさせたい力（思考力）に視点をおいた配列をした。

（２）問題解決的な授業設計＊4)

授業を「問題の提示」「自力解決」「集団での練り上げ」の３段階で構成し、生徒の自力解決を促す支援を行った。

「問題解決の授業設計」



（３）研究授業及び授業研究会の実施

単元の中の１時間について研究授業及び授業研究会を行ない、単元構成・授業設計・生徒への支援等が適切であったかを協議した。この（１）～（３）を「一次方程式」と「連立方程式」の２単元で実施。

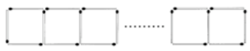
（４）チームとしての研究

単元構成や授業設計を話し合ったチームは鳥取県中部中学校数学教育第２研究グループ（中部中学校教育振興会主催)、及び、鳥取県中部地区教科別研究チーム（鳥取県教育委員会中部教育局主催）であった。その活動の概略をあげておく。

19,6,22	【第２グループ研】研究テーマの設定
19,7,27	【第２グループ研】研究内容の決定
19,10,2	【教科別研究チーム】一次方程式の単元構成・指導案の検討
19,10,20	【教科別研究チーム】一次方程式の指導案の検討
19,10,31	★研究授業（1 回目）「一次方程式」、授業研究会
20,1,24	【第２グループ研】研究授業（1 回目）のまとめと連立方程式の単元構成の準備
20,2,22	【第２グループ研】連立方程式の単元構成の検討
20,5,18	【第２グループ研】連立方程式の単元構成・指導案の検討
20,5,30	【第２グループ研】連立方程式の単元構成・指導案の検討（鳥取大学にて）
20,6,4	【第２グループ研】連立方程式の指導案の検討
20,6,19	【第２グループ研】連立方程式の指導案の検討（鳥取大学にて）
20,6,21	【第２グループ研】連立方程式の指導案の検討
20,6,26	★研究授業（2 回目）「連立方程式」、授業研究会
20,7,23	【第２グループ研】中四国大会発表原稿の検討
20,7,25	【第２グループ研】中四国大会発表ＰＰの検討
20,7,28	【第２グループ研】中四国大会発表原稿とＰＰの仮完成
20,7,29	鳥取県中学校数学教育研究大会にて中四国大会のプレ発表
20,8,8	【第２グループ研】中四国大会発表に向けての打ち合わせ
20,8,22	中国・四国数学教育研究大会発表

4 具体的な研究内容

（１） 指導計画（一次方程式）

時	学習内容	本時の目標	中心となる考え	問　題	主たる算数的・数学的活動
第一次	方程式とその解	方程式とその解の意味を理解し、自分なりの方法で問題を解くことができる。	○全単元「文字の式」のまとめの問題からのつながり ・正方形を n 個つくるとき，マッチ棒の数を n を用いた式で表す。 →マッチ棒の数から正方形の数を求める。 数量の関係を等式で表し、文字にあてはめる数を工夫して求める。	マッチ棒を次の図のように並べ、正方形を作るとマッチ棒を 46 本使った。このときの正方形の数を求めよ。 	A、絵や表を書いて解く。 B、正方形の数を x として等式をつくり問題を解く。 C、他の図形で考える。
第二次 1	等式の性質	等式の性質を見出すことができる。	解法の模索から，等式の性質の意味およびそのよさに気づく。 等式の性質を“天びん”のつりあいに置き換えて考え、その操作をもとにして x の値を求める。	次の方程式を、カードを使って解きなさい。 （１） $3x = x+6$ （２） $2x+4 = x+6$ （３） $4x+1 = x+7$	○等式の性質に気づき，カードを操作しながら，問題を解決する。
第二次 2	方程式の解き方と解	等式の性質を使って方程式を解くことができる。	４つある等式の性質から１つを使って解を導く。 等式の性質を利用して x にあてはまる数を求める。	次の方程式を、等式の性質を使って解きなさい。 （１） $x-5=-1$ （２） $x+13=8$ （３） $\dfrac{x}{4}=-3$ （４） $-\dfrac{3}{5}x=-6$ （５） $-7x=14$	○等式の性質を使って，x にあてはまる数を求める。
第三次 1	方程式の解き方	等式の性質と移項の関係を理解し、移項によって方程式を解くことができる。	形式的な処理の仕方（移項）を活用する。 等式の性質から導き出された「移項」の考え方を利用して、より効率的に方程式を解くことができる。	次の方程式を解きなさい。 （１） $8x=5x-21$ （２） $7x-2=6+3x$	○移項の際に，符号が変わることに留意して方程式を解く。

第三次２	（ ）のある方程式の解き方	かっこのある方程式を解くことができる。	（ ）を含む方程式に発展 →移項の前に分配法則の活用 分配法則と方程式を解く手順を使って、より効率的にかつ正確に方程式を解くことができる。	次の方程式を解きなさい。 $7(x-5)=9x+1$	○かけ忘れに注意しながら分配法則を使って（ ）をはずす。その後，移項することにより解を求める。
第三次３	複雑な方程式の解き方	小数や大きな数をふくむ方程式を工夫して解くことができる。	小数や大きな数をふくむ方程式に発展 →等式の性質を使いながら $ax=b$ の形に 複雑な方程式を計算法則と方程式を解く手順を使って、より効率的にかつ正確に方程式を解くことができる。	次の方程式を解きなさい。 (1) $0.15x+0.1=0.3x-2$ (2) $80x=240(x-2)$	○等式の性質を使いながら，$ax=b$ の形にする。
第三次４	複雑な方程式の解き方	分数をふくむ方程式を工夫して解くことができる。	分数をふくむ方程式に発展 →等式の性質を使いながら $ax=b$ の形に 複雑な方程式を計算法則と方程式を解く手順を使って、より効率的にかつ正確に方程式を解くことができる。	次の方程式を解きなさい。 (1) ① $2x-\frac{1}{3}=1$ ② $2x=\frac{1}{2}x+1$ (2) $\frac{x+1}{2}=\frac{1}{5}x+2$	○等式の性質を使いながら，$ax=b$ の形にする。
第四次１	方程式の利用（年齢の問題）～方程式の利用のよさ	・いろいろな方法で問題を解決しようとする。 ・年齢に関する問題で、数量関係に着目して方程式をつくる手順を理解する。 ・方程式の解の	どんな場面で，方程式を活用するのだろう？ 表で解決しようとすると手間がかかる →方程式が利用できるのでは… 方程式を利用して問題を解決する必然性及びそのよさを理解する。	現在先生は 42 歳、石田さんは 12 歳である。先生の年齢が石田さんの年齢の 3 倍になるのは何年後か。また、4 倍になるのは、2 倍になるのは何年後か。 注）5 倍になるのは 4.5 年前となるが、このような場合は除外して考える。	A、数をあてはめたり、表を書くなど自分なりの方法で解く。 B、方程式をつくりその解を求めることで問題を解決する。 C、□倍の□の数と、問題の解の存在の関係を調べる。

		意味を問題に即して理解する。 X＝3（3年後） X＝−2（2 年前）	Xのおき方が２通りある問題に… ※一方をXとおくと，他方はXを用いた式で表すことができる。（この考え方を大事にしたい）		
第四次 ２	方程式の利用（つるかめ算）～求める量が２つある課題	求めるものが 2 つある問題で、何を X とするかを決めて方程式をつくり、問題を解決することができる。(個数)	求める量が２つある課題設定の中で、未知数X のおき方を考え、問題を解決する。 ・解決が２段階になるように問題を設定。 ・図を活用することにより，数量関係を把握する。	鶴と亀があわせて 25 匹いて、足の数は全部で 72 本である。鶴と亀はそれぞれ何匹いるか。	A、数をあてはめたり、表を書くなど自分なりの方法で解く。 B、鶴または亀の数を X として方程式をつくり、問題を解決する。 C、方程式を使って問題を解決することのよさを考える。
第四次 ３	方程式の利用（過不足の問題）～設定条件を大事にした問題解決	過不足が生じる問題で、何を X とするかを決めて方程式をつくり、問題を解決することができる。	過不足の問題を題材として、問題の設定条件から、よりよい解決方法を探る。 “解を吟味する”ことの意味を考える問題設定。	生徒が長いすに座るのに、1 脚に 4 人ずつ座ると 60 人の生徒が座れない。1 脚に 6 人ずつ座ると、24 人分の空席ができる。全員がうまく座るにはどうしたらよいだろう。	A、長いすの数を X とおいて方程式をつくり、長いすの数と生徒数を求める。 B、長いすの数と生徒数のどちらか一方を X として方程式をつくり、生徒の人数と長いすの数を求め、問題の条件に適する答えを求める。 C、問題解決の過程で導き出された式について考察する。
第四次 ４	方程式の利用（はじきの問題）～解の吟味	・速さに関する問題を、方程式を利用して解くことができる。 ・方程式の解が問題の答えになるか吟味する方法を考えることができる。	問題の設定条件から、よりよい解決方法を探るとともに、解の吟味を行う。	弟が２㎞離れた駅に向かって家を出た。10 分経って、姉が自転車で同じ道を追いかけた。弟は分速 80m、姉は分速 240m で進む。 （１）姉は出発して何分後に弟に追いつくか求めよ。 （２）（１）で求めた答えが正しいことを確かめるにはどうしたらよいか考えなさ	A、距離と時間のどちらかを X として、方程式を利用して解く。 B、（１）の答えが正しいことを、追いついた場所を求めて確かめる。 C、姉の出発時間と答えの存在との関係を調べる。

			苦手な分野（割合）を題材にして，前時までの解決方法を活用して問題解決に挑む。	い。 （3）姉が弟に追いつくためには、姉は何分まで遅れてよいか。	
第四次 5	方程式の利用（割合%の問題）～問題解決を通して、数学的な意味（割合・濃度%の意味）を探る。	・解決方法が複数ある問題（濃度に関する問題）を自分なりに工夫して解決しようとする。	課題を解決することを通して、割合・濃度%についてより本質的な理解を深める。	20%の食塩水が 200g ある。濃度を 50%にするにはどうしたらよいだろうか。	A、場面から自分なりに工夫して問題を解く。 B、方程式を使って、工夫して問題を解く。（食塩水を加える、水を蒸発させる、濃い食塩水を加える。） C、濃い食塩水を加える場合、濃度と食塩水の量との関係を考察する。

（２）研究授業指導案（一次方程式）

第１学年　数学科学習指導案

１．単元名　　　「方程式」

２．本時の目標（第四次・第３時）
過不足が生じる問題で、何を x とするかを決めて方程式をつくり、問題を解決することができる。

３．本時の期待される数学的活動
A、長いすの数を x とおいて方程式をつくり、生徒の人数と長いすの数を求める。
B、長いすの数と生徒数のどちらか一方を x として方程式をつくり、生徒の人数と長いすの数を求め、条件に適する答えを求める。
C、問題解決の過程で導かれた式について考察する。

４．本時の学習過程
活　期待される数学的活動　　支　教師の支援　　意　支援の意図　　評　評価

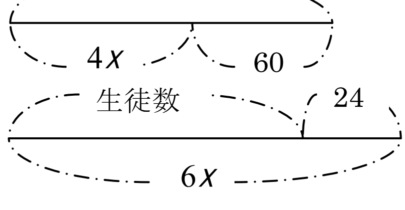
【問題の提示】

生徒が長いすに座るのに、1 脚に 4 人ずつ座ると 60 人の生徒が座れない。1 脚に 6 人ずつ座ると 24 人分の空席ができる。全員がうまく座るにはどうしたらよいだろう。

○何が分からないのだろう。何が分かれば問題が解けるだろうか。
・生徒の人数と長いすの数が分かれば、問題が解決できる。
○座れない、空席ができる・・・前に似た問題があった。（教科書Ｐ66）
○何を x とすればよいだろう。
意　問題場面を把握する過程で、分からない数量が 2 つあり、その数量を求める必要性があることに気づかせたい。また、分からない数量のどちらか一方を x とすることで立式ができるという手がかりをもたせたい。特に、長いすの数を x とおくと既習事項を利用して解くことができるという見通しを持たせたい。さらに、長いすの数を x とおくと整数での方程式ができるが、生徒の人数を x とおくと式をつくるのが難しくなり、方程式も分数になりそうだということも考えさせたい。

【自力解決 A】
活　長いすの数を x とおいて方程式をつくり、生徒の人数と長いすの数を求める。

（図）



活１　図をかいて数量の関係を見つける。
・1 脚に 4 人ずつ座ると 60 人が座れない。
・1 脚に 6 人ずつ座ると 24 人分の空席ができる。
支　図をかいてみよう。座れないということは、
「生徒数」と「席の数」のどちらが多いということだろう。
意　これによって＋60、－24 になることに気づかせたい。
支　図の中に同じ数量はないだろうか。

意　生徒数が同じことから、生徒数を２通りの式で表わすという方程式の立式へと導きたい。

活２　長いすの数を x とおいて方程式をつくり、生徒の人数と長いすの数を求める。

・生徒数は同じだから、長いすの数を x とすると、$4x+60=6x-24$
　これを解いて $x=42$、生徒数は $4\times42+60=228$（人）、又は $6\times42-24=228$（人）

評　方程式を使って、生徒数といすの数を求めることができたか。〔ノート〕

支　全員がうまく座るにはどうしたらよいだろう。例えば、５人ずつ座るとどうなるだろう。

意　５人だと 18 人座れないことから、５人がけと６人がけの２通りの座り方で全員がうまく座れるという見通しを持たせたい。

【自力解決 B】

活　長いすの数と生徒数のどちらか一方を x として方程式をつくり、生徒の人数と長いすの数を求め、条件に適する答えを求める。

活１　まず、長いすの数と生徒数を求める。

①長いすの数を x とおいて考える。
　生徒数は同じだから、長いすの数を x とすると、$4x+60=6x-24$
　これを解いて $x=42$、生徒数は、$4\times42+60=228$（人）

支　生徒数を x とおいて解くことはできないだろうか。

意　分からない数量のどちらを x とおいても、方程式を使って問題が解けることを分からせたい。

②生徒数を x とおいて考える。

長いすの数は同じだから、生徒数を x とおくと、$\dfrac{x-60}{4}=\dfrac{x+24}{6}$

これを解いて $x=228$、長いすの数は　$(228-60)\div4=42$（脚）

活２　次に、全員が座る座り方を求める。

③５人ずつ座ると、$5\times42=210$　$228-210=18$、よって 18 人座れない。
だから、６人がけを 18 脚にすればよい。５人がけは 24 脚になる。

支　５人ずつ座るいすを x 個として方程式ができないだろうか。

意　５人と６人の２通りの座り方で全員が座れることから、方程式を立式して解けることに気づかせたい。

④５人ずつ座るいすを x 個とすると、６人ずつ座るいすは $42-x$ 個と表せる。
全員で 228 人だから、$5x+6(42-x)=228$　これを解いて $x=24$
よって、５人ずつ座るいすを 24 個、６人ずつ座るいすを 18 個とするとよい。

支　５人ずつ座るとどうなるだろう。

$\boxed{\text{意}}$ 5人ずつ座ると18人すわれないという考え方でも解けることに気づかせたい。

$\boxed{\text{評}}$ 方程式を使って問題を解決することができたか。〔ノート〕
$\boxed{\text{活１}}$は①②のどちらか、$\boxed{\text{活２}}$は③④の両方に取り組めたか。

$\boxed{\text{支}}$ 5人ずつ座ると18人座れないことから、長いすの数を x とすると生徒数はどう表わせるだろう。

$\boxed{\text{支}}$ 長いすの数を x とすると生徒数を表わす式が3通りあるね。

①$4x+60$ ②$6x-24$ ③$5x+18$

①と②で方程式をつくると長いすの数が求まった。他の組み合わせで方程式をつくって解くと、どうだろうか。

$\boxed{\text{支}}$ 生徒数を表わす３つの式をノートに重ねて書いてみよう。何か言えることはないだろうか。

$\boxed{\text{意}}$ ３つの式の意味を生徒に追求させたい。

【自力解決 C】

$\boxed{\text{活}}$ 問題解決の過程で導き出された式について考察する。

$\boxed{\text{活１}}$ ３つの式 ①$4x+60$ ②$6x-24$ ③$5x+18$ から 2 つの式を選択して方程式をつくって解く。

①＝②から $4x+60=6x-24$
①＝③から $4x+60=5x+18$
②＝③から $6x-24=5x+18$

○３つのうち、どの２つで方程式をつくっても解は $x=42$ になる。

$\boxed{\text{活２}}$ 式をノートに重ねて書いて、イスに座る人数と過不足の人数との関係を見出す。

・6人ずつかけると24人空席になる・・生徒数＝$6x-24$
・5人ずつかけると18人すわれない・・生徒数＝$5x+18$
・4人ずつかけると60人すわれない・・生徒数＝$4x+60$
・3人ずつ・・・

○いすに座る人数が減ると、過不足を表す数の部分が42ずつ増える。42はいすの数。

【集団による課題の検討】

$\boxed{\text{活１}}$ どのように方程式をつくり、問題を解いたかを話し合う。

(1)生徒数と長いすの数を求める。

①長いすの数を x とおいて方程式をつくり、生徒の人数と長いすの数を求める。

・図をかいて数量の関係を見つける。
1脚に4人ずつ座ると60人の生徒が座れないので、生徒数＝$4x+60$

1 脚に 6 人ずつ座ると 24 人分の空席ができるので、生徒数＝6 x－24
生徒数は同じだから、長いすの数を x とすると、4 x＋60＝6 x－24
これを解いて x＝42　　生徒数は、4×42＋60＝228（人）

②生徒数を x とおいて方程式をつくり、生徒の人数と長いすの数を求める。

・長いすの数は同じだから、生徒数を x とおくと、$\dfrac{x-60}{4}=\dfrac{x+24}{6}$

これを解いて x＝228　よって、長いすの数は　(228－60)÷4＝42（脚）

(2)全員がうまく座る座り方を求める。

③5 人ずつ座ると、5×42＝210　228－210＝18　だから、18 人座れない。
だから 6 人がけを 18 脚にすればよい。5 人がけは 24 脚になる。

④5 人ずつ座るいすを x 個とすると、6 人ずつ座るいすは 42－ x 個と表せる。
全員で 228 人だから、$5x+6(42-x)=228$　これを解いて $x=24$
よって、5 人ずつ座るいすを 24 個、6 人ずつ座るいすを 18 個とするとよい。

＊分からない数量が 2 つある問題では、何を x とするかにより 2 通りの解き方がある。
＊分からない 2 つの数量の一方を x とすると、もう一方の数量についての式を考えれば立式できる。

活２　問題解決の過程で導き出された式について話し合う。

(3)問題解決の過程で導き出された3つの式 ①4 x＋60 ②6 x－24 ③5 x＋18 について考察する。

支　３つのうち、どの２つで方程式をつくっても解は x＝４２になる。なぜだろう。
＊３つの式が同じ問題場面において、いすの数を x として生徒数を表わした式だから。

支　いすに座る人数が減るにしたがって、過不足を表す数の部分が 42 ずつ増える。42 はいすの数。42 ずつ増えるのはどういうことだろう。

・6 人ずつかけると　24 人空席になる・・生徒数＝$6x-24$
・5 人ずつかけると　18 人すわれない・・生徒数＝$5x+18$
・4 人ずつかけると　60 人すわれない・・生徒数＝$4x+60$
・3 人ずつかけると 102 人すわれない・・生徒数＝$3x+102$
・2 人ずつかけると 144 人すわれない・・生徒数＝$2x+144$
・1 人ずつかけると 186 人すわれない・・生徒数＝ $x+186$
・0 人ずつかけると 228 人すわれない・・生徒数＝ $0+228$

＊いすに座る人数を 1 人ずつ減らすと、いすの数と同じ人数が立つことになる。だから、座れなくなる人数が 42 人ずつ増える。このように考えて、いすに座る人数を減らしていき 0 人にすると、数の部分は 228 になる。つまり、生徒数は 228 人である。

（３）指導案改定案（一次方程式）

第１学年　数学科学習指導案（改定案）

改定部分のみ記述する。また、学習過程は練り上げの構想のみ記述する。

３．本時の期待される数学的活動

A、改定前と同じ。

B、改定前と同じ。

C、条件を変えて問題をつくり考える。

４．本時の学習過程

【問題の提示】

生徒が長いすに座るのに、1 脚に 4 人ずつ座ると 60 人の生徒が座れない。1 脚に 6 人ずつ座ると 24 人分の空席ができる。全員がうまく座るにはどうしたらよいだろう。

【練り上げの構想】

（１）　どの数量に着目すれば方程式を活用して解決できるだろう。

①長いすの数を x 脚とすると、生徒数に着目して、$4x+60=6x-24$

これを解いて $x=42$

長いすの数は 42 脚

生徒数は $4\times42+60=228$ 人

②生徒数を x とすると、長いすの数に着目して、　$\dfrac{x-60}{4}=\dfrac{x+24}{6}$

これを解いて $x=228$　生徒数は 228 人

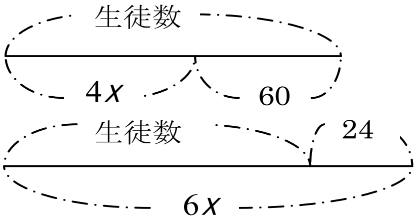
長いすの数は（228－60）÷4＝42 脚

（２）なぜ、どちらの方法でも解けたのだろう。

①長いすが何人がけでも、そこにいる生徒の数は変わらないので

4 人のときの生徒数＝6 人のときの生徒数

で方程式をつくった。



①その場にある長いすの数は変わらないので

4 人のときの長いすの数＝6 人のときの長いすの数

で方程式をつくった。

$x-60$ は 4 人がけで長いす全部に座っている人数で、$x+24$ は 6 人がけで座れる定員の数を表している。

（３）分からない数量が 2 つある場合、どちらの数量に着目しても、等しい関係を見つければ方程式がつくれる。

そして、どちらでも解けるけど、長いすの数を x とした方が計算は簡単である。立式するときに後の展開を考えると簡単な手順を選べる。また、別の方法で確かめができる。

（４）条件を変えて解いた人はいないかな。

（４）指導計画（連立方程式）

時	学習内容	本時の目標	中心となる考え	問　題	主たる算数的・数学的活動
第一次	連立方程式とその解	連立方程式とその解の意味を理解し、自分なりの方法で問題を解くことができる。	一次方程式からのつながり ・3 人の班の数を x として一次方程式で解く。 ・3 人の班の数を x、5 人の班の数を y として方程式をつくると・・・。 数量の関係を等式で表し、文字にあてはめる数を工夫して求める。 解法の模索から，連立方程式の意味およびそのよさに気づく。	東郷中学校の 2 年生 189 人が 50 の事業所に分かれて職場体験をすることになり、3 人，4 人，5 人の班を合わせて 50 個つくることになった。4 人の班が 15 個あるとすると 3 人と 5 人の班の数を求めよ。	A、絵や表を書いて、適当にあてはめて解く。 B、3 人の班の数を x として一次方程式をつくり問題を解く。 C、3 人の班の数を x，5 人の班の数を y として等式をつくり等式にあてはまる x， y を求めて問題を解く。
第二次 1	連立方程式の解き方 （加減法）	連立方程式から、文字が 1 つの方程式を導く方法を見出すことができる。	積み算の計算方法 をもとに、連立方程式の一方の文字を消去して一次方程式にして問題を解く。 文字の係数がちがう場合に工夫して文字の一方を消去する。	桃 3 個とすいか 1 個の代金は 1400 円、桃 1 個とすいか 1 個の代金は 1000 である。桃 1 個、すいか 1 個の値段を求めよ。	○共通部分を取り除くことで桃の値段を求める。
第二次 2	連立方程式の解き方 （加減法）	加減法により、どちらか一方の文字を消去して連立方程式を解くことができる。	加減法によって連立方程式を解く。 y＝のような場合は代入することで、文字の一方を消去できる。	次の連立方程式を解け。 （1） $\begin{cases} x+2y=4 \\ 2x+3y=5 \end{cases}$ （2） $\begin{cases} 4x+7y=-2 \\ 6x-5y=28 \end{cases}$	○加減法によって簡単な連立方程式を解く。
第二次 3	連立方程式の解き方 （代入法）	代入法により、どちらか一方の文字を消去して連立方程式を解くことができる。	代入法によって連立方程式を解く。	次の連立方程式を解け。 （1） $\begin{cases} y=x-2 \\ 3x+2y=11 \end{cases}$ （2） $\begin{cases} x=-3y+2 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$	○代入法によって簡単な連立方程式を解く。

第二次 4	（　）のある連立方程式の解き方	かっこのある連立方程式を解くことができる。	（　）を含む方程式に発展 →移項の前に分配法則の活用 分配法則と方程式を解く手順を使って、より効率的にかつ正確に方程式を解くことができる。	次の連立方程式を解け。 $\begin{cases} x-y=4 \\ 2x=3(1-y) \end{cases}$	○まず（　）をはずす。その後，移項して文字の位置をそろえて加減法、又は、代入法により解を求める。
第二次 5	複雑な方程式の解き方	小数や分数をふくむ方程式を工夫して解くことができる。	小数や分数をふくむ方程式に発展 →等式の性質を使い、係数を整数にする。 複雑な方程式を計算法則と方程式を解く手順を使って、より効率的にかつ正確に方程式を解くことができる。	次の連立方程式を解け。 （１）$\begin{cases} x=2y+5 \\ \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=2 \end{cases}$ （２）$\begin{cases} 0.7x-0.2y=4 \\ x-4y=2 \end{cases}$	○係数を整数にして連立方程式を解く。
第三次 1	連立方程式の利用（鶴亀算）～連立方程式の利用のよさ	・いろいろな方法で問題を解決しようとする。 ・鶴亀算で、数量関係に着目して連立方程式をつくる手順を理解する。	表や一次方程式だと面倒だ。 連立方程式で解いてみよう。 連立方程式を利用して問題を解決する必然性及びそのよさを理解する。	ツルとカメを合わせて頭の数が 35 頭、足の数が 94 本である。ツルは何羽、カメは何匹いるか求めよ。	A、数をあてはめる、表を書く、一次方程式で解くなど自分なりの方法で解く。 B、連立方程式をつくりその解を求めることで問題を解決する。 C．連立方程式で問題を解決することのよさを考える。
第三次 2	方程式の利用（入館料）～解決が 2 段階になっている課題～	数量関係に着目して連立方程式をつくる手順に慣れ、問題の問うているものを求める。	・解決が２段階になるように問題を設定。 ・解が複数あり、手順よく調べてゆく手続きを学ぶ。 解決が 2 段階になっている問題で、問題の問うているものを手順よく調べ、問題を解決する。	ある博物館の入館料は、大人 2 人と中学生 1 人で 1900 円、大人 1 人と中学生 2 人で 1400 円である。入館料がちょうど 4000 円になるのは、大人何人、中学生何人のときか求めよ。	A、数をあてはめる、又は、表を書くなど自分なりの方法で解く。 B、大人の入場料を x、中学生の入館料を y として方程式をつくり、それぞれの入館料を求める。 C、ちょうど 4000 円になる組み合わせを手順よく求める。

第三次 3	方程式の利用（速さの問題）～x，yのおき方が２通りある問題。～	速さの問題で、何をx，yとするかを決めて連立方程式をつくり、問題を解決することができる。	x，yのおき方が２通りある問題に… ※距離をx，yとおく方法と，時間をx，yとおく方法の２通りある。 表を活用することで数量関係を把握する。 速さの問題を題材として、複数の解決方法を探る。 解決が２段階になっている問題。 問題場面を読みとりどう立式するかを考える。	全長が 14 ㎞のコースを、スタートからＡ地点までは自転車で進みＡ地点から先は自転車を降りて走る。自転車では時速 20 ㎞、降りてからは時速 10 ㎞で走るとスタートからゴールまで１時間かかった。自転車で走った道のりと時間、走った道のりと時間を求めなさい。	Ａ、何をx，yとするかを決めて連立方程式をつくり、問題を解決する。 Ｂ、距離、又は時間をx，yとおく２通りの方法で連立方程式をつくり問題を解決する。 Ｃ、問題の条件を変えて問いてみる。
第三次 4	方程式の利用（速さの問題）～	・問題の設定場面を読みとり、何を。何をx，yとするかを決めて連立方程式をつくり、問題を解決することができる。	問題の設定場面を読みとり、よりよい解決方法を探る。 苦手な分野（割合）を題材にして，前時までの解決方法を活用して、問題解決に挑む。	ある列車が 1260m の鉄橋を渡りはじめてから渡り終わるまでに 60 秒かかった。また、この列車が 2010m のトンネルに入りはじめてから出てしまうまでに 90 秒かかった。この列車が 1010m の鉄橋を渡りはじめてから渡り終わるまでに何秒かかるか求めよ。	Ａ、列車の速さと長さが分かれば問題は解決することから、列車の速さと長さを連立方程式を使って求める。 Ｂ、連立方程式で求めた列車の速さと長さを使って問題を解決する。 Ｃ、問題解決の過程で導き出された式について考察する。
第三次 5	方程式の利用（割合%の問題）～問題解決を通して、数学的な意味（割合の意味）を探る。	・解決方法が複数ある問題（割合に関する問題）を自分なりに工夫して解決しようとする。	課題を解決することを通して、割合についてより本質的な理解を深める。 現実の問題の解決に数学を活用するとはどのようなことであろうか。	ある工場で、先月は製品ＡとＢをあわせて。1000 個つくった。今月は先月と比べて、Ａを 10%少なく、Ｂを 20%多くつくったところ、80 個増え 1080 個になった。今月の製品 A,B の個数をそれぞれ求めよ。	Ａ、先月のＡ, Ｂの個数をx，yとおいて連立方程式をつくり、問題を解決する。 Ｂ、先月と今月の製品の数、製品の増加量の２つに目をつけて複数の解き方で問題を解決する。 Ｃ、問題解決の過程で導き出された式について考察する。

第三次 6	方程式の利用（経営戦略）	・現実の事象を考察することを通して、意志決定の根拠に数学を利用する。	・問題場面を把握し、より現実味のある工夫した経営戦略を考察する。（単価、売上数、売上総額を設定という次の行動を考える。）	ジュース 1000 杯分、たこ焼き 400 パック分で仕入れ値に 160000 円かかりました。 水郷祭では、ジュースを150 円、たこ焼きを 400 円で売ることにしました。 水郷祭 1 日目はジュースが 200 杯、たこ焼きが 100 パックしか売れず、売り上げは 70000 円でした。 幸い 2 日目の天気予報は晴れで、気温も高くなるそうです。 さて、みなさんだったら明日、どのように商売をしますか。	A、場面から具体的な数をあてはめて経営計画を立てる。 B、連立方程式や二元一次方程式を利用するなど、数量の関係（単価、売上数、売上金額）に着目して経営計画を立てる。 C、より現実に即した経営戦略を工夫する。

（５）研究授業指導案（連立方程式）

第 2 学年　数学科学習指導案

１．単元名　　　「連立方程式」

２．本時の目標

屋台の経営戦略を考える場面において、既知の数学的知識（連立方程式も含む）を活用して、自分なりの経営戦略をつくることができる。

３．本時の期待される数学的活動

A、具体的な数をあてはめることで、経営戦略をつくる。
B、数量の関係（単価、売上数、売上金額）に着目して経営戦略をつくる。
C、より現実に即した経営戦略を工夫する。

４．本時の学習過程

活　期待される数学的活動　　支　教師の支援　　意　支援の意図　　評　評価

【問題の提示】湯梨浜町では、毎年 7 月 19、20 日に水郷祭が行われます。浪人踊り、綱引き、東郷湖からの花火などたくさんの催し物があります。会場の児童公園には屋台もたくさん出店され、毎年大賑わいです。
さて、あるグループがジュースとたこ焼きの屋台を出店しました。
ジュースを 1000 杯分（1 杯 80 円）たこ焼きは 400 個分（1 パック 200 円）仕入れて、仕入れ値は 160000 円でした。水郷祭では、ジュースを 1 杯 150 円、たこ焼きを 1 個 400 円で売ります。ところが、水郷祭 1 日目は天気が悪くて、ジュースが 200 杯、たこ焼きが 100 個しか売れず、売り上

げは 70000 円でした。幸い 2 日目の天気予報は晴れで、気温も高くなるそうです。
さて、みなさんだったら明日儲けるためにどのような経営戦略を立てますか。

支 どれくらい儲けたい？ どうしたら売れる？
天気や気温を考えると？ 自分が屋台を経営するつもりで。
意 生徒との話し合いの中で、次のようなことを確認していく。
・いろいろなアイデアの中で自分がやりたいものを決める。
①値段を下げる・上げる ②セット価格 ③タイムサービス
・最低でも 90000 円利益を上げないと赤字になる。
・在庫の上限はジュース 800 杯、たこ焼き 300 個。
・単価、売上個数、売上金額などは自分で決めてよい。

【自力解決 A】**具体的な数をあてはめて経営戦略をつくる。**
活 **単価、売上数を決めて、売上金額を設定する。**
◎単価を変えないで、売り上げ数を伸ばそう。
ジュース 150 円×500 杯、たこ焼き 400 円×200 パックで売上金額は 155000 円
150×500＋400×200＝155000 （65000 円の利益）
◎売上を伸ばすために、ジュースの値段を安くしてたくさん売ろう。
ジュース 140 円×700 杯、たこ焼き 400 円×200 パックで売上金額は 178000 円
140×700＋400×200＝178000 （88000 円の利益）
ジュース 130 円×800 杯、たこ焼き 400 円×200 パックで売上金額は 178000 円
130×800＋400×200＝184000 （94000 円の利益）
支 どうやったら売上金額の設定が高くなったのだろう。
意 単価を安くしてもたくさん売れば儲かることが式からわかることに気付かせたい。
評 自分なりに経営戦略をつくることができたか。

支 商売する人の立場として、いくら儲けたい・これくらいの値段で売りたいという目標を先に決めて戦略を立てる方法はどうだろう。
意 数量の関係に着目させ、式を利用して問題を解決させたい。

【自力解決 B】**数量の関係（単価、売上数、売上金額）に着目して経営戦略をつくる。**
活 B1 **単価、売上金額を決めて、売上個数を設定する。**
◎<u>単価を下げる①</u>
ジュースを 100 円で x 杯、たこ焼きを 350 円で y 個、売上金額は 150000 円。

$$100x+350y=150000$$

ジュース（ x 杯）	800	750	700	650	600	550
たこ焼き（ y 個）	200	(214)	(228)	(242)	(257)	(271)

〔答〕ジュースを 800 杯、たこ焼きを 200 個で、売上金額は 150000 円。
他にもたくさんある。

支 もう一つの条件を設定することで、もう一つ式ができないだろうか。
意 単価と個数を決めると、売り方が一通りに決まることに気付かせたい。

◎<u>単価を下げる②</u>

ジュースを 130 円で x杯、たこ焼きを 350 円で y個、xと y合わせて 800 個売る、売上金額は 150000 円。

$$\begin{cases} x+y=800 \\ 100x+350y=150000 \end{cases} \quad \rightarrow \quad x=520,\quad y=280$$

〔答〕ジュースを 520 杯、たこ焼きを 280 個で、売上金額は 150000 円。

活 B2　**売上個数、売上金額を決めて、単価を設定する。**

◎<u>単価を下げる</u>

ジュース x円で 700 杯、たこ焼きを y円で 200 個、売上金額は 160000 円。

$700x+200y=160000$

ジュース（x円）	150	140	130	120	110	100
たこ焼き（y円）	275	310	345	380	415	450

〔答〕ジュース 140 円、たこ焼き 310 円で目標を達成できる。

活 B3　**セット価格をつくる。**

ジュースとたこ焼きで 550 円→500 円として、100 セット売る。

ジュースを 150 円で x杯、たこ焼きを 400 円で y個、売上金額は 160000 円。

xと y合わせて何個売れるかな、

$150x+400y+500\times100=150000 \quad \rightarrow \quad 150x+400y=100000$

ジュース（x杯）	600	550	500	450	400	350
たこ焼き（y個）	25	(44)	(63)	(82)	100	(119)

〔答〕ジュース 500 杯、たこ焼き 63 個で目標を達成できる。

評　数量の関係に着目して、自分なりに経営戦略をつくることができたか。

支　晴れたら人はジュースとたこ焼きとどっちを買うかな。

意　天気や気温、心理等も考慮し、より現実味のある戦略を考えさせる。

【自力解決 C】**より現実に即した経営戦略を工夫する。**

活　気温が上がるから、ジュースは値下げしなくても売れる。たこ焼きはかなり値下げしてでも売ってしまった方が得だ。

ジュースを 150 円で x杯、たこ焼きは 300 円で y個、売上金額は 170000 円とする。これで 2 日間の利益は 80000 円となる。

$150x+300y=170000$

ジュース（x円）	800	750	700	650	600	550
たこ焼き（y円）	(167)	(192)	(216)	(241)	(267)	(292)

〔答〕ジュースが 800 杯（在庫の全て）売れると、たこ焼きが 167 個で目標達成。

評　より現実に即した経営戦略を工夫してつくることができたか。

【集団による課題の検討】

活１　似た戦略ごとにグループをつくり、その中で現実感のあるもの、経営戦略に工夫をこらしたものをグループの代表として発表する。（ホワイトボードを利用）

活２　出された目標設定について次のような観点で話し合う。

①それぞれの案のメリットとデメリットは何か。

②現実的に妥当な数字かどうか。

活３　どの考え方であっても、ジュースとたこ焼きの単価と売上数、売上金額の関係を式に表すと二元一次方程式になっている。

$ax+by=c$・・・①

①で、a,b,x,yを決めてc（売上金額）を求めたのが自力解決A

a,b,cを決めてx,y（個数）を求めたのが自力解決B1①

x,y,cを決めてa,b（単価）を求めたのが自力解決B2

これに条件を増やすと、次の連立方程式になる。自力解決B1②

$$\begin{cases} x+y=d & \cdot\cdot① \\ ax+by=c & \cdot\cdot② \end{cases}$$

左の式で、a,b,c,dの値を設定すればx,yの値がいろいろつくれる。これによって自分が意図する戦略を練ることができる。

活４　現実の生活の中で、行動を決定する根拠に数学が活用できる場面があることを知る。

○見通し→利益はおよそいくら　○数量の関係を表現する→方程式ができる

5 研究会で明らかになった課題と次への手立て

（１）第１回研究授業「一次方程式」

①問題の設定はよいが、練り上げを見通した問題の提示や支援ができなかった。

→　問題の提示、又は支援の場面で、「どの数量に着目すれば方程式が利用できる？」と言えばもっと生徒は活動できた。

②問題を提示し、生徒が解いたものをとり上げるのではなく・・・。

→　授業設計の手順　①練り上げの構想（まず、これをしっかりと）

②問題提示　③自力解決　④支援

③良い問題を準備するだけでは生徒の思考力は伸びない。良い問題だったからこそ、指導における不十分なものが見えてきた。

（２）第２回研究授業「連立方程式」

①問題設定、問題の提示はよかったが、生徒への支援が的確でなかった。

→　「式で」「連立方程式で」という支援をすれば、二元一次方程式の形につなげられた。

→　自力解決での生徒の思考を正確に把握できていなかったことも支援の不十分な理由。

②再度、練り上げの構想の難しさを感じた。そのためにも、さらなる教材研究が必要である。

→　豊かな数学の世界に、生徒をどのような道筋でつれていくのか。

③思考力や活用力を伸ばすには条件を少なくして、自由度のある問題を。

6 まとめ

（1）生徒の姿（アンケートより）

【質問】これまでと比べて考える力がついてきたと思いますか。

ア	そう思う	14 人
イ	どちらかというとそう思う	30 人
ウ	どちらかというとそう思わない	6 人
エ	そう思わない	4 人

（2）教師の感想

「生徒の問題へのくいつきがよかった。」「困難のある問題を投げ出さず解いていくようになってきた。」という感想をいただいた。教師からの感想に前向きなものが多かったというのは事実である。

（3）成果

①授業設計で何をすればよいかがわかってきた。

問題設定は大切。練り上げの構想・問題の提示・自力解決への支援もセットで構成。

②良い問題は日常生活の中にある。

日常の中にあるものをいかに数学の世界に引き込んでいけるか。

③チームの力の大きさ。

一緒に考えてくれる仲間の存在（ちがう視点での解決策や問題点の指摘）は大きい。

④なぜそれを学ぶのかを意識するようになった。

なぜ連立方程式を学ぶのか。（教材研究で）

（4）課題

①単元構成に膨大な時間がかかる

→　教師の実践の交流、チームでの取り組みで解決できる。

②「練り上げの構想」の難しさ

→　充分な教材研究が必要。

③生徒に考える技法を計画的に身につけさせる

→　自力解決での考える技法「図をかいて、簡単な数にして、条件を変えて、見通しを立てて･･･」を身につけさせる必要がある。そのためにも、日々の授業での積み上げが必要。

（5）結論

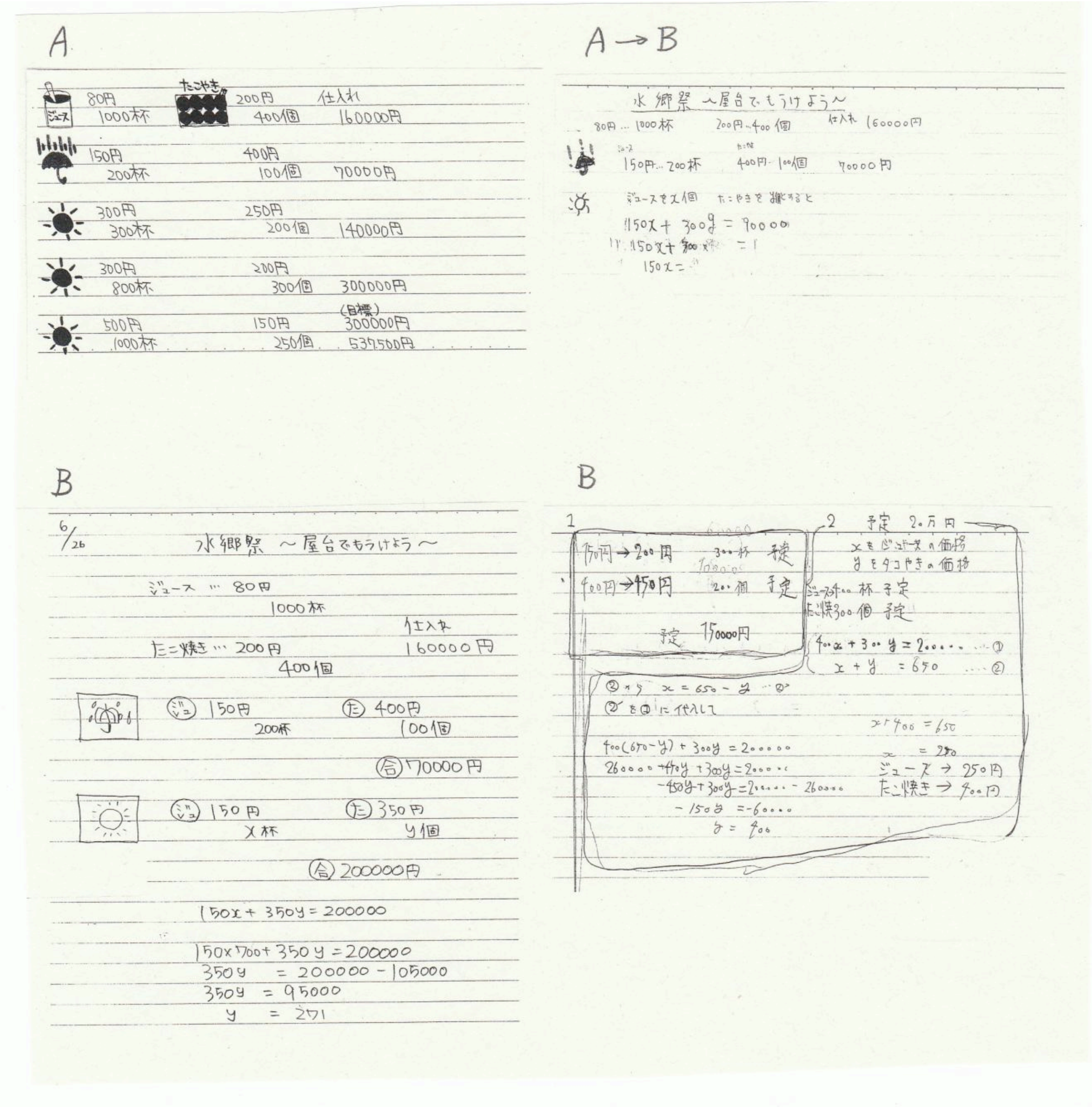
生徒の思考力を伸ばすには

①よい問題設定は必要（複数の解法・発展性・適度な困難・生徒自身が条件設定）

②同時に、授業設計が大切。練り上げの構想・問題の提示・自力解決への支援も

③教師の指導力の向上

7 補足（生徒のノート）



参考文献　＊１）鳥取県基礎学力調査結果より

＊２）「算数・数学学習指導論」溝口達也　2007 年 10 月 1 日　P61

＊３）「問題解決と評価」溝口達也　2005 年 9 年 20 日　P24

＊４）「算数・数学学習指導論」溝口達也　2007 年 10 月 1 日　P43

鳥取大学数学教育研究　　**ISSN 1881–6134**

Site URL：http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/journal.html

投稿規定

❖ 本誌は，次の稿を対象とします。

- 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文，またはその抜粋・要約・抄録
- 算数・数学教育に係わる，理論的，実践的研究論文／報告
- 鳥取大学，および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
- その他，算数・数学教育に係わる各種の情報提供

❖ 投稿は，どなたでもできます。投稿された原稿は，編集委員による審査を経て，採択が決定された後，随時オンライン上に公開されます。

❖ 投稿は，編集委員まで，e-mailの添付書類として下さい。その際，ファイル形式は，PDFとします。

❖ 投稿書式は，バックナンバー（vol.9 以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551　鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX　0857-31-5101（溝口）

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/