卒業論文要約【鳥取大学数学教育研究，第 6 号，2004】

算数・数学学習における基礎・基本に焦点を当てた問題解決能力に関する研究

― 授業観察を通して ―

上崎　怜子
指導教官：矢部敏昭

Ⅰ．研究の目的と方法

本研究の目的は、一般に言われるところの学力について検討し、算数・数学学習における基礎・基本とは何かを明らかにし、問題解決においてどのように用いられているかを考察するものである。

したがって、本研究の方法としては、第一に教育学で言われるところの学力について高久清吉氏の「教授学」を取り上げて検討する。第二に、算数・数学学習における基礎・基本について杉山吉茂氏の文献をもとに、とりわけ、よむ力、かく力、考える力に着目して考察する。第三には、第二の方法によって導かれたよむ力、かく力、考える力について授業観察の考察を通して、その具体化を図るとともに問題解決過程における基礎・基本の役割を明らかにするものである。

Ⅱ．本論文の構成

（1 ページ４０字×４０行,75 ページ）

Ⅲ．研究の概要

本研究は、授業観察を通して数学的な見方・考え方,態度と表現・処理を捉え、算数・数学における基礎・基本とは何かを明らかにし、基礎・基本について、よむ力、かく力、考える力に着目して考察するものである

3-2.2　数学的な見方・考え方、態度と表現・処理

○ 授業観察日時・・・11 月 21 日 5 限 5－1

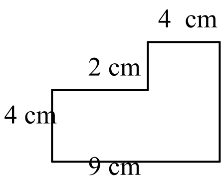
○ 本時の内容・・・面積

○ 本時の展開

＜課題提示＞

面積をつかって

【問題】

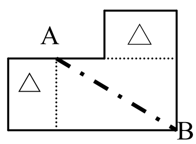


左図に 1 本だけ直線をひいて、面積を半分（$22cm^2$）にしよう。

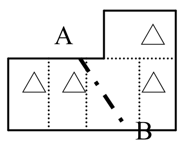
○児童の様相　（破線(……)は児童がかいた補助線,(- ・ -)は面積を半分にする直線）

【集団解決】

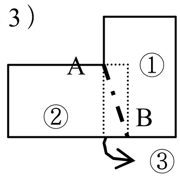
（S 1）



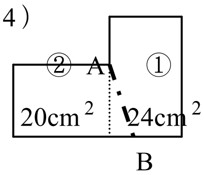
（S 2）



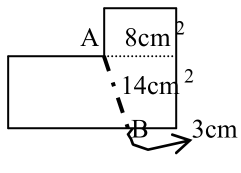
（S 3）



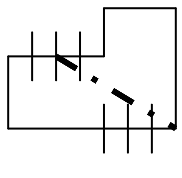
（S 4）



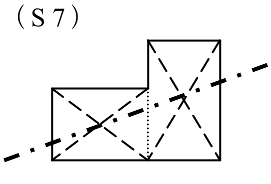
（S 5）



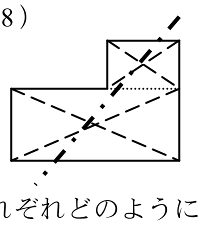
（S 6）



（S 7）



（S 8）



上述した 8 つの様相はそれぞれどのように問題解決に取り組んだかを説明する。

（S 1）は△の面積（2×4）に着目して、これと同じ面積をさがし、L 字型の面積からひくことによって長方形を作り出し、作り出された長方形を半分にすることによって問題解決を行っている。つまり A～B に引いた直線が面積を半分する直線になる。

（S 2）は（S 1）と同様にまず、2×4 の面積○の部分に着目し、これと同じ面積を元の図形から（S 1）より多くひき、残った長方形の面積を半分にするものである。

（S 3）は L 字型の内部に同面積の長方形①,②を作ると、重なり③が生じるのでこの面積を半分するという考え方である。

（S 4)は L 字型を 2 つの長方形①と②に分け、それぞれの面積を比べると①の方が 4 cm^2 大きいので、同面積にするために必要な 2 cm^2 の面積を三角形に着目して作り出し問題解決を行った。

（S 5）はまず、8 cm^2 を求めて、残りの面積を作り出す際に（S 4）が三角形に着目したところを台形に着目する。

（S 6）は 22 cm^2 の面積を図形を 1 つずつ左側から作っていく。その際に、考え方としては作り出される図形の高さが 4 cm と一定であることより、(上底＋下底）＝11 になる組み合わせを探して、台形の面積の考え方を基に問題解決を行った。

（S 7）は、L 字型の図形を 2 つの長方形に分けて、長方形に帰着し、対角線で面積を半分にするという考え方である。

長方形ならば、対角線によって面積を半分にすることができるという考え方を使っている。この考え方を使ったものがさらに（S 8）で、（S 8）は 2 つの長方形に分ける際の分け方が（S 7）と異なるものである。

これらの様相を数学的な表現・処理から、数学的な見方・考え方をみると、表現・処理は異なるが、同じ数学的な見方・考え方を捉えることができる。数学的な見方・考え方を分類すると表 1 のようになり、4 つの数学的な見方・考え方を指摘することができる。

	数学的な見方・考え方	数学的な表現・処理
S１	長方形に帰着できれば、１本の対角線によって面積を半分にできる。	長方形に帰着する際、1組の同面積の図形を元の図形からひき、長方形を得る。
S２	長方形に帰着できれば、１本の対角線によって面積を半分にできる。	長方形に帰着する際、2組の同面積の図形を元の図形からひき、長方形を得る。
S３	長方形に帰着できれば、１本の対角線によって面積を半分にできる。	同面積の長方形をＬ字型の図形の中にとり、重なった部分から長方形を得る。
S４	元の図形を２つに分け、足らない面積を補う。	足らない面積を補う際に、三角形に着目する
S５	元の図形を２つに分け、足らない面積を補う。	足らない面積を補う際に、台形に着目する。
S６	求積公式を基にして 22㎝^{2} になるような上底と下底を探す。	（上底＋下底）＝11 の組を作る。 Ex）（3＋8），（4.5＋6.5）…
S７	元のＬ字型の図形を２つ長方形に分け、対角線によって面積を半分にする。	２つの長方形に分ける際に左右隣り合う長方形に分ける。
S８	元のＬ字型の図形を２つ長方形に分け、対角線によって面積を半分にする。	２つの長方形に分ける際に上下隣り合う長方形に分ける。

表１　様相の分類　－数学的見方・考え方－

（S１）と（S２）は長方形に帰着する際、同面積の図形を元の図形から引く個数に違いが見られるものの、L 字型の面積の内部に共通の長方形を見いだし、長方形、正方形に帰着できれば、1 本の対角線で面積を半分にすることができるという考え方は同じであり、また、（S３）も（S１）（Ｓ２）とは表現・処理が異なるものの数学的な見方･考え方は同じであると捉えることができる。

（S４）と（S５）は、足らない面積を補う際の着目する図形が異なるが、L 字型の図形のでっぱっている部分を２つの長方形に分けて、足らないものを補っており、図形に依存させて、まず図形を２分し、２つの面積の差に着目して、差が等しくなるように調整するという数学的な見方･考え方は同じである。

（Ｓ６）は、表現・処理として（上底＋下底）＝11 になる組をつくり、求積公式を基にして考えている。

（S７）と（S８）は長方形に分ける際の分け方に違いが見られるものの、２つの長方形に分けて、それぞれの面積を対角線で半分にするという数学的な見方・考え方同じである。

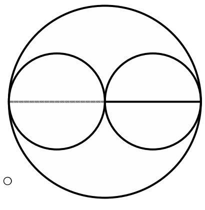
この表からは、一方では子どもの様相を４つの数学的な見方･考え方に分類することができ、他方では（S１）から（S８）は与えられた図形の性質からすべて既習事項を基にして考えていると捉えることもできると考える。

4 -1.2　よむ力、かく力、考える力への着目

よむ力、かく力、考える力について例を挙げて考える。

【例】

右のような直径10ｍの公園の中にまるい池が２つある。（２つの円の大きさは同じで、３つの円は接する。）公園の外周とそれぞれの池の外周を歩くと何ｍ歩くことになるでしょう。



公園の外周･･･10×3.14
池の外周･･･5×3.14＋5×3.14
　　　　　　＝（5＋5）×3.14
　　　　　　＝10×3.14
歩く距離･･･10×3.14＋10×3.14
　　　　　　＝20×3.14
　　　　　　＝10×3.14×2
よって、答え 20×3.14m となる。

このような計算によって、20×3.14 と答えを出すことができる。しかし、この問題には答えを以外に、問題解決過程においてよむ力、かく力、考える力があると考える。まず、式を変形するかく力である。この式を変形するかく力は、2 つの池の外周を求める際に見られる。2 つの池の外周は、5×3.14＋5×3.14 で求めることができるが、この式を変形すると（5＋5）×3.14＝10×3.14 となり、つまり、これは計算の法則を使って式を統合していく表現・処理する力、かく力であると考える。また、（5＋5）×3.14 は何を意味しているかを考えると（5＋5）＝10 なので、2 つの円が接している大きい円の直径であることが分かる。10×3.14 という式から、直径 5m の 2 つの円の周の和は直径 10m の円周であることがよみとれ、2 つの池の外周は、公園の外周に等しいとよみとれる。これが式をよむ力であると考える。最後に、考える力であるが、2 つの池の外周が公園の外周に等しくなることから、大きな円の中にある小さな円は大きな円の中に存在し接するという条件を変えなければどのような状態で存在してもよいのではないかと考えを発展させる力であると考える。つまり、中の円は、円の大きさが同じでなくても、2 つでなくてもよいと考えることである。どのような状態が考えられるか、図 1 に表わす。

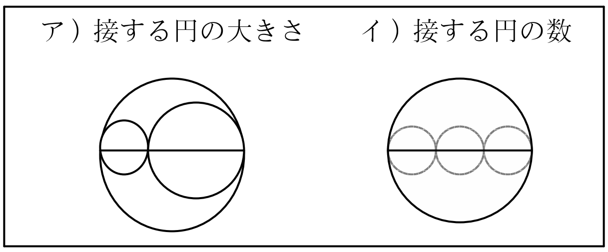


図１　考えの発展

アは接する円の大きさが異なる場合で、イは接する円の数が 3 つの場合である。このように中にある円の大きさは同じでなくてもいいし、円の数は 2 つでなくていいことが分かる。これは、中の円の大小･数を発展する考える力であると見ることができる。よって、この問題からは、式を変形するかく力、式をよむ力、大小・数を発展する考える力をとらえることができる。これらのかく力、よむ力、考える力は、発展を導くような力であり、算数・数学の基礎・基本の力であると考える。

Ⅳ．研究の結果

以上のことより、本研究では算数･数学の力について次のように考えた。与えられた問題を基に、図や式で表現したり、図と式を結びつけて表現したりという力自体が算数の基礎的な力と呼べるのではないだろうか。確かに、算数のことばである式に表現できることは数･量の関係を簡潔、明瞭、しかも一般的に表現したものであるが、そこに至るまでに自分で考えて図やことばを用い、それらを操作して表現すること自体が学ぶ力と捉えられると考える。算数における学ぶ力、基礎・基本とは、自力解決において子ども達が考えを表現した図や式、操作を集団の中で多様な子ども達と意味を明確にしたり、よりよい図にしたり、法則等を用いてよりよい式にしていく。このような見方･考え方、表現･処理も算数の学ぶ力、基礎・基本であると捉えた。また、基礎･基本の役割とはより広い範囲、より高いレベルの内容を学ぶ可能性を開くことではないかと考えた。

主要引用・参考文献

・高久　清吉．教授学－教科教育学の構造－．協同出版
・杉山吉茂.「式をよむ」ことについて．学芸大数学教育研究　第２号．(1990)．pp．17－25
・矢部　敏昭.「四則演算の基礎の確実な定着『特殊』と『一般』」新しい算数研究．No．387 4 月号．(2003)．pp．6－9