

# 算数教育における概念形成とその支援に関する一考察

## - 授業観察を通じた子どもの活動をもとに -

岩崎 有子

指導教官：矢部敏昭

### ・研究の目的と方法

本研究は，算数教育において子どもの概念形成はどのようになされているのか，子どもが概念形成していく上で，教師はどのような支援をしていくことが必要となるのかについて考察することを目的とする。

研究の方法は，まず，概念形成に関わる活動についてスケンプの文献を読み，どのような活動によって概念形成がなされていくのかについて明らかにする。そして，その活動が実際の授業のどこに見られるのかを考え，子どもの発言・活動，教師の支援という2点から学習指導における考察の視点の設定をする。そして，実際に授業観察を行い，どのように概念形成がなされているのか，第3章で設定した視点から考察する。また，授業全体の流れの中での子どもの様子，個別の子どもの様子から教師の支援を考えるために，一斉学習での観察と抽出児を取り上げてのインタビューを行うものとする。最後に，授業観察を通して見出せた，教師の支援で考えていかなければならないことについてまとめる。

### ・本論文の構成

#### 第1章 はじめに

- 1-1 研究の動機
- 1-2 研究の目的と方法
  - 1-2-1 研究の目的
  - 1-2-2 研究の方法

#### 第2章 概念形成過程にみられる諸活動

- 2-1 概念とは
- 2-2 抽象行為と分類の活動
- 2-2 命名
- 2-3 概念の伝達の活動

#### 第3章 学習指導における考察の視点の設定

- 3-1 子どもの発言・活動から
- 3-2 教師の支援から

#### 第4章 授業観察を通じた概念形成について

### の考察

#### 4-1 「台形の面積」の授業を通して

- 4-1-1 既習の面積の概念
- 4-1-2 授業観察記録
  - 子どもの自力解決の様相 -
- 4-1-3 考察

- (1) 子どもの発言・活動から
- (2) 教師の支援から

#### 4-2 「等しい分数」の授業を通して

- 4-2-1 既習の分数の概念
- 4-2-2 授業観察記録
  - 子どもの自力解決の様相 -
- 4-2-3 考察

- (1) 子どもの発言・活動から
- (2) 教師の支援から

#### 4-3 抽出児の概念形成の様相

### 第5章 本研究のまとめと課題

- 5-1 本研究のまとめ
- 5-2 今後の課題

### 引用・参考文献

(1ページ40字×36行，33ページ)

### ・研究の概要

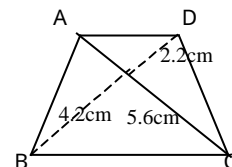
#### 3.1 「台形の面積」の授業分析

C<sub>1</sub> 三角形ABCと三角形ACDにわけて

三角形ACDは  $5.6 \times 2.2 \div 2 = 6.16$

三角形ABCは  $5.6 \times 4.2 \div 2 = 11.76$

$6.16 + 11.76 = 17.96$  になります

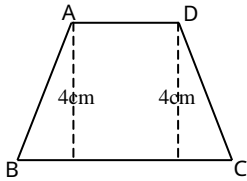


C<sub>2</sub> 似ているのだけどBDに対角線を引いて

1-1 三角形ABDと三角形DBCを求めてたしました

C<sub>3</sub> AとDから辺BCに垂線を引いて  
長方形AEFDをつくります

長方形 A E F D は  $3 \times 4 = 12$   
 三角形 A B C は  $2 \times 4 \div 2 = 4$   
 三角形 D F C は  $1 \times 4 \div 2 = 2$   
 それをたして  $12 + 4 + 2 = 18$

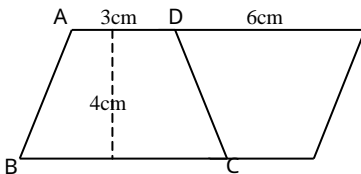


C<sub>4</sub> 合同な台形をくっつけると平行四辺形になります

だから底辺と上の辺の長さをたして  
×高さの半分で

(底辺 + 上の辺) × 高さ ÷ 2

= (6 + 3) × 4 ÷ 2 = 18 になるとおもいます



C<sub>5</sub> 台形を囲むように長方形を作ると

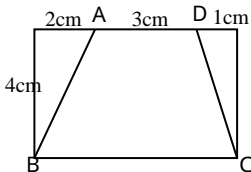
$6 \times 4 = 24$

三角形 A E B は  $2 \times 4 \div 2 = 4$

三角形 D C F は  $1 \times 4 \div 2 = 2$

となつて引く部分は  $4 + 2 = 6$

$24 - 6 = 18$

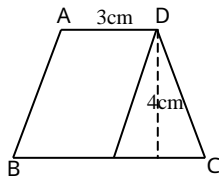


C<sub>6</sub> 台形の中に平行四辺形を作ると

平行四辺形の面積は  $3 \times 4 = 12$

三角形の部分は  $3 \times 4 \div 2 = 6$

$12 + 6 = 18$

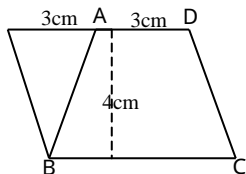


C<sub>7</sub> 台形の外に平行四辺形を作ると

平行四辺形は  $6 \times 4 = 24$

いらぬ三角形の部分は  $3 \times 4 \div 2 = 6$

$24 - 6 = 18$



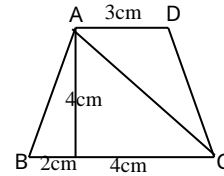
C<sub>8</sub> 三角形を三つ作って

三角形 A B E は  $2 \times 4 \div 2 = 4$

三角形 A E C は  $4 \times 4 \div 2 = 8$

三角形 A C D は  $3 \times 4 \div 2 = 6$

それをたして  $4 + 8 + 6 = 18$



### 3.2 考察

(1) 子どもの発言・活動から

C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>の考え方を見てみると、台形を二つの三角形に分け、それぞれの三角形を公式を用いて求めるという方法である。これは、四角形や平行四辺形の面積の学習の際、二つの三角形に分けて求めることができたことからその場合と同じ方法を利用したと考えられる。しかし、それぞれの三角形を別々に見ていて、共通の高さを見ることができずにいる。三つの三角形に分けて考えているC<sub>8</sub>は、一見C<sub>1</sub> C<sub>2</sub>より手際が悪いように思われるが、三つの三角形に共通の高さを見出すことができている。つまり、C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>8</sub>を見比べてみると、台形を四角形のクラスに分類し、四角形の面積の場合に用いた三角形の集まりであるという見方をし、それぞれの三角形を公式の利用から求めることはできている。しかし、三角形の高さについての概念理解に違いがあるのではないだろうか。C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>は三角形が複数個あるときなど場面に依りて高さを自由にとることができていないと考えられる。台形A B C Dの高さを三角形の高さであると見ることができているC<sub>8</sub>の方が、状況に応じた柔軟な見方ができていると思われる。

C<sub>3</sub>, C<sub>6</sub>は台形を長方形、三角形、平行四辺形に分割し、異なる図形を合わせたものと見ている。補助線を引き、分割してそれぞれの面積を合わせたものととらえており、分割してできた長方形、三角形、平行四辺形を、公式を利用して求めている。これも、今までに学習した、補助線を引けば違う図形を作ることができるという認識からきたものと思われる。

C<sub>5</sub>, C<sub>7</sub>は示された台形を既習の図形の一部と見たり、いらぬ部分の面積を差し引くという考え方である。これも、長方形、三角形、平行四辺形の公式を利用することができている。

つまり、C<sub>3</sub>, C<sub>5</sub>, C<sub>6</sub>, C<sub>7</sub>は学習していない図形を、補助線を加えることで今までに習

った図形に見立てることができるという認識を持ち、このような扱いを行っていると考えられる。しかし、新しい台形の面積の公式を導き出すという方向へは思考が進んでいないと思われる。

$C_4$ の導き出した(底辺+上の辺)×高さ÷2という式は平行四辺形の面積を求め、台形を二つ合わせたので一つ分は平行四辺形の半分となり÷2としているのであって、台形の求積公式を作り上げようとしているとは考えにくい。 $C_6$ や $C_7$ と同じように平行四辺形をもとに考えていて、それがたまたま台形の求積公式に対応したのだと考えられる。

つまり、 $C_1$ から $C_8$ の子どもの発言・活動から既知の概念についてまとめると、 $C_4$ 以外からは三角形の求積公式の概念が、 $C_3$ 、 $C_5$ からは長方形の求積公式の概念、 $C_4$ 、 $C_6$ 、 $C_7$ からは平行四辺形の求積公式の概念が理解されていると読み取ることができ、補助線を使うことから違う図形に見立てることができるという概念からそれぞれの観点で違う図形を作り上げ、台形の面積を求めるために活用することができる段階になっていることが分かる。

## (2) 教師の支援から

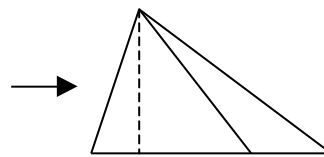
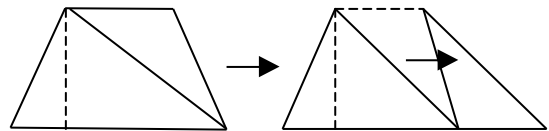
なぜ $C_1$ 、 $C_2$ は三角形の高さを自由に見るまでに達していないのであろうか。教科書で高さの学習の内容を振り返ってみると、教科書で例に挙げられている三角形はどれも一辺が底にあり、 $C_1$ の用いた図の三角形ACDや、 $C_2$ の用いた図の三角形ABDのような三角形は例に挙げられていない。だから、いつも見ている三角形をひっくり返した逆三角形だから底辺と高さをうまくとることができなかつたのだろうか。しかし、底辺を底以外に定めて高さをとる練習はできているはずである。実際に $C_1$ も $C_2$ も逆三角形でも高さをとることはできている。ここで足りていないと思われるのは、底辺が底にない時で、しかも三角形の外側に高さをとる場合である。このようなことから $C_1$ 、 $C_2$ は三角形の中にある高さにしか目をつけることができなかつたのではないだろうか。

三角形の高さの概念を形成するとき、このような具体例を十分に扱い、いろいろな見方であらえさせることが様々な状況に対応する高さの理解につながっていたのではないだろうか。

授業で教師は、公式の形になった $C_4$ の(底辺+上の辺)×高さ÷2から(上底+下底)×

高さ÷2をうちだし、他の考え方も式を変形すると同じようになりそうだという流れでまとめていた。教師は既知の概念を用いたそれぞれの考え方を台形の求積公式に結び付けていかなければならないが、式の操作だけで(上底+下底)×高さ÷2を導き出してよいのだろうか。例えば、 $C_8$ の場合なら次のように式と図を結び付けて公式へと導くことができるのではないだろうか。

$$\begin{aligned} & (2 \times 4 \div 2) + (4 \times 4 \div 2) + (3 \times 4 \div 2) \\ & = \{(2+4) \times 4 \div 2\} + (3 \times 4 \div 2) \\ & \dots (\text{図} - 9) \\ & = (6 \times 4 \div 2) + (3 \times 4 \div 2) \dots \\ & = (6+3) \times 4 \div 2 \dots \end{aligned}$$



(図 - 9)

しかし、 $C_5$ の式を台形の求積公式に変形すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} & 6 \times 4 - (2 \times 4 \div 2 + 1 \times 4 \div 2) \\ & = 6 \times 4 - \{(2+1) \times 4 \div 2\} \\ & = 6 \times 4 - (3 \times 4 \div 2) \\ & = 6 \times 4 \times 2 \div 2 - 3 \times 4 \div 2 \\ & = (12 - 3) \times 4 \div 2 \\ & = 9 \times 4 \div 2 \\ & = (3+6) \times 4 \div 2 \end{aligned}$$

これは図と結びつけて説明するのは困難である。

具体的な図を用いて台形の面積を求めることから、式を操作し一番まとまった形(公式)を導き出す、つまり一般化していく部分は子どもが受け入れに抵抗を持ちやすい部分だと思われる。しかし、先ほど挙げた $C_8$ や $C_5$ の式変形のように、図と結びつけて説明できそうであるものや無理に図で考えようとするほうが理解しにくくなるものがある。このことから、何でも具体的な事物を示すほうが理解しやすいとはいきれないのではないかと考える。具体的な図

から考えることから、一般的な式の扱いへ飛躍しても子どもが受け入れることができる時期というものがあるのではないかと感じた。教師はそのようなことも考慮して、あえて図を結びつけようとはせず、それぞれの子どもの考え方から得られた式の変形を行ったのではないかと考える。

また、教師の言葉がけについては、どの意見に対しても、子どもが発表で言ったことを繰り返すというものであった。これは、教師が違う方向から思考させるためのきっかけを与えたり、説明を行ったりするのではなく、あくまでも子ども同士のやりとりから何かを考え出したり発見したりすることを大切にするという教師の思いがあったからだろう。しかし、この支援では、台形の面積の公式をただ覚えて利用するにすぎず、概念形成という面では不十分である子どもも多いのではないかと思われた。

### ・研究の結果

概念の伝達で例を挙げる方法と定義や説明を用いるという方法の2つを取り上げ、子どもの概念形成について考察してきた。その2つの方法をもとに、実際の授業を観察した中でさらに考えていかなければならないことが見出された。

まず、2つの方法を組み込む時期である。台形の授業の分析でも述べたように、たくさんの考え方を挙げるとどうしても今までの図の説明ではすべてつなぎきれない部分が出てくることがある。実際の授業では、教師は無理やり具体例に結びつけるのではなく、例の中から共通性のある部分を示し、感覚的に式で考えてもよいという方向に向ける思考の流れを作ることが必要なのではないだろうか。

次に、一般化するのが早いことである。1つの問題から公式を導き出し、それを使用することができていれば理解したと思ってしまいがちである。等しい分数の授業でも、等しい分数の作り方を見つけ、その方法を使えるようになっているが、分数そのものと結びついている子どもは少なかった。できていても概念形成がなされているとはいえないのである。いくつもの問題を通して「この場合はそうなる」から「いつもそうなりそうだ」という思考の流れによって徐々に概念は形成されていくものであると考える。具体例から公式や定義への一方通行にならないように繰り返し考えることが強固な概念形成となるのではないだろうか。

また、具体例についてであるが、具体例を挙げるだけでは満足してはいけない。何を視点として子どもがその事例を見ているのか、本当に形成させたい概念のためのよい具体例であったのか再検討することが必要であると考えられる。

最後に、教師の言葉がけについてである。学習指導を考察する視点でも述べたように、教師の支援からは教師の言葉がけについてもみていこうと思っていた。しかし、私が観察を行った授業では、友達の考えが読めるか、友達の意見が理解できるかなど、子供が多様な見方ができることを大切にしていたように思われる。自分でその共通点などを見出し、つながりを読み取る子どももいるかもしれないが、様々な考え方がばらばらのままで、教師のまとめからどれがいいのか判断し、その方法を覚えてしまう子どもも多いのではないだろうか。子ども同士のやりとりで解決していくことで、達成感や次の課題への期待や意欲を引き出せるかもしれないが、その後には概念形成という面で十分でない部分があることを考えていかなければならない。

本研究では十分に行うことができなかったことを課題として以下に示す。

主として、スケンプの文献をもとに概念形成のための活動として「抽象行為」「分類」「命名」「概念の伝達」を挙げ考察していたが、他の文献などからも概念形成の他の活動が考えられるのではないだろうか。

授業観察では、2つの授業を選んでその時間の概念形成を分析していったが、単元全体を通して子どもの概念形成の過程を観察して、段階的な概念形成の様子を分析することも必要ではないかと思われる。また、その考察は全体的な子どもへの支援から分析したが、教師が一人一人個別にかける言葉を見ていけばもっと深い分析と違った側面・視点からの考察ができるのではないだろうか。

### 主要引用・参考文献

- ・「数学学習の心理」R.R スケンプ 新曜社  
1973.10.5
- ・「教科書 算数3年」(啓林館)  
平成12年度版
- ・「教科書 算数4年」(啓林館)  
平成12年度版
- ・「教科書 算数5年」(啓林館)  
平成12年度版