

小数の除法の意味の拡張を図る学習指導に関する一考察

—第5学年における数直線の活用—

矢部 敏昭*¹・溝口 達也*¹・栗岡 玲子*²・児島 幹夫*³

A Study on the Extension of the Meaning of Division with Decimals —Practical Use of A Number Line in the 5th Grade—

YABE Toshiaki*¹, MIZOGUCHI Tatsuya*¹, KURIOKA Reiko*² and KOJIMA Mikio*³

I. はじめに

1. 問題の所在

21世紀を指向したこれからの算数・数学教育において、今日、子どもたちに求められている資質と能力の1つは、問題解決にあたって既得の知識や技能、数学的な見方や考え方を駆使して筋道を立てて考える力であり、その育成である。そして、そのためには自ら予想した結論に向けて自ら筋道を立てることや、その解決に向けた筋道の正しさを保証する数学的な概念・原理や法則に着目して、根拠を追究していくことが必要なものと思われる。しかしながら、「数と計算」領域に絞ってみても、子どもの実態として、「計算はできるが、計算の意味が説明できない」とか、「解決の過程を説明できない」「問題の構造をつかんで演算決定をすることができない」といった傾向が少なからず見られる。

言い換えれば、数が拡張されるに伴って演算の意味理解や意味の拡張を図る学習指導が従来に増して重視されなければならないと考える。また、その具体的な指導においては子ども自身が既習の内容をもとに新たな意味や見方・考え方を発見し、その根拠を明確にしていく学習の展開が求められるものと考えられる。

そこで、解決の過程を重視し、演算決定能力を育てるために、数直線を活用することを考えた。子どもたちが既習事項を駆使して演算を決定していく根拠として、「数直線」が極めて有効な道具であると考えられる。なぜならば、数直線は数（実数まで）を表象する唯一の数学的モデルだからである。従って、数直線の構造を考え利用することによって、演算決定の理由や演算の意味理解が得られ易く、さらには演算の意味の拡張を図ることができる。と考える。

以上の考えにより、四則計算の中でも特に子どもたちにとってその意味理解が困難と言われているわり算の意味理解や意味の拡張を図る学習指導の在り方について考えることにした。

本研究の視点は以下の通りである。

- ・数直線が立式の根拠となり得るか。
- ・数直線を活用して演算決定することができるか。
- ・数直線を根拠として、既習事項を駆使して計算の方法を発見できるか。

- ・数直線を活用して、意味の拡張を図ることができるか。
- また、その際の具体的な課題として次の点が挙げられる。
- ・数直線のかき方をどのように指導していくか。
- ・数直線をどのように見ていくか。
- ・数直線がかけたとしても、立式にすぐ結びつくわけではない。何を根拠としているか。
- ・「意味の拡張を図る」とは、具体的にどういうことか。
- ・除法を乗法の逆算として考えていくことができるか。また、そのためにはどういう指導が必要か。

2. 先行研究の分析

数直線を活用した乗法や除法の演算決定、意味理解・意味の拡張を図る指導を考えたとき、まず数直線の役割について、中村亨史(1999)は、乗除法の指導における数直線の教育的役割として、次の5つを挙げている。

- ①立式の根拠となる数直線
- ②意味を拡張する数直線
- ③計算の仕方を導きだす数直線
- ④積・商の大きさを見積る数直線
- ⑤乗除法を統一する数直線

さらに、「小数の乗法の割合による意味づけ」の中で、小数の乗除法を数直線で表現しようとするのは、これを割合によって意味づける(基準量×割合)ことが前提となっていると述べ、その際次の2点を問題として指摘している。

- ・小数の乗除で意味の拡張を子どもが意識していない。
- ・割合の見方そのものが子どもにとって難しい。

そして、その改善の方策として

- ・子どもに意味の拡張を意識させるためには、「言葉の式」に頼って立式せず、数直線を立式の根拠とする。
- ・小数の乗法の意味を割合で捉えさせるためには、1とみる見方や比例する数量の関係を明確に意識させる。
- ・1とみる見方や倍の見方は、小数÷整数=小数等の指導の中で積極的に取り扱う。

という3点を提示している。

また、白井一之他(1997)は、「乗法・除法の演算決定に有効にはたらく数直線の指導」の中で、数直線を読み取る目を養うことで次のような有用性があることを指摘している。

- ・数が小数・分数に拡張されても、数量の関係が捉えやすい。
- ・数直線に表すことによって、答えや結果の見通しができる。
- ・比例関係をもとにすれば、演算決定が正しくできる。
- ・立式の根拠を正しく説明したり、検証したりできる。

*1 教科教育講座(数学教育学) Mathematics Education, Department of Curriculum and Instruction

*2 鳥取市立日進小学校 Nissin Elementary School, Tottori-shi

*3 気高町立宝木小学校 Hogi Elementary School, Ketaka-gun

キーワード：意味の拡張 数直線 見積り

そして、数直線による演算決定を子どもができるまでの段階を5つに分け、段階に応じて指導していくことによって、活用が可能になることを提言している。

以上のような先行研究に学びながら、5年のわり算（整数・小数÷小数）の指導の在り方を数直線を活用して考えていくことにした。その際、数直線の見方を大切にし、特に、1となる量を意識せず、問題にある2量の関係をとらえることによって、演算決定をしたり、答えの見積りや立式の根拠を探ったりすることを考えていくことにした。

II. 研究の目的と方法

1. 研究の目的

本研究は、次のような仮説を立て、これを検証することを目的とする。

仮説1： 数直線を活用することによって、解の存在が明らかになり、見積りがしやすく、それを立式に生かすことができる。

仮説2： 数直線を活用することによって、立式の根拠が明らかになり演算決定しやすいく。

また、実践にあたっては数直線に対する次の見方を期待するものである。

- ・乗法の逆算として、除法をとらえる。
- ・1あたりの量を必要としないで、数直線上の2量の関係を読み取る。

このような数直線の見方・読み取り方ができれば、数直線を活用していくことによって演算決定ができ、その根拠も説明できると考える。また、除法の意味理解や意味の拡張を図る上でも有効であると考えられる。そして、子どもたちは、自分の力で問題解決をし、その根拠を説明したり、計算方法を発見したりすることが可能になるものと考えるのである。

2. 研究の方法

(1) わり算に関する子どもの有するイメージに関する調査と分析
研究を進めるにあたって、子どもがわり算をどうイメージしているのかをとらえておくことによって、授業実践の中で問題の所在が明らかになると考え、アンケートを実施し分析をした。対象は、小学校4年生から6年生までの児童とし、式から問題文を作る形式で調査を実施した。

(2) 数直線に関する理論的研究
数直線を活用していくためには、数直線の見方・読み取り方が大切である。そこで、以下の視点から考察するものとした。

- ・数直線による四則演算の表現
- ・数直線の有用性
- ・数直線の見方
- ・数直線を作り出す過程の重視（線分図から数直線へ）と問題点
- ・数直線を活用しての見積り、解の存在

(3) 授業実践

5年生の「小数のわり算」の授業実践を中心に、わり算の意味理解をどう図っていくか、数直線の活用を図って考えていくことにした。また、具体的な授業の中で整数から小数・分数へとどう意味の拡張を図る学習指導をしていくのか、前後の関係もとらえていくことにした。

- ①学習指導案の検討
- ②授業分析

- 論点・見積りは立式に生かされたか。
- ・数直線が立式の根拠になり得たか。

③評価問題の分析

(4) 「わり算」に関する他学年との一貫性

授業実践から、3年生から数直線を導入して指導し活用していくことも考えられる。そこで、上記のような論点で「小数のわり算」を指導していくとき、他学年ではどのような指導をしていけばよいか考えていく。

- ①小学校3年生において
- ②小学校4年生において
- ③小学校5年生「小数のかけ算」において
- ④小学校6年生において
- ⑤中学校において

本稿では、特に上述の(2)及び(3)に焦点を当てるため、(1)及び(4)については省略するものである。

III. 数直線に関する理論的研究

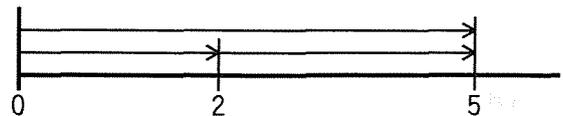
ここでは、数直線を有効に活用していくために、その有用性や実践上の問題点について検討していく。

1. 数直線による四則演算の表現

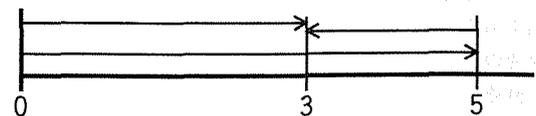
四則演算の説明具は、演算及び問題場面、数の種類によって異なる。一般的には、テープ図や線分図が中心であるが、分数の乗除の場合には面積図が用いられることもある。しかし、それぞれの特徴を生かして実際に学習指導を進める中で、四則演算の表現に関する一貫性という問題点が指摘される。

そこで、まず数直線による四則演算の表現について検討する。数直線は、原点からの距離が数の大きさを表し、点が数を表す。数直線を有効に活用するためには、四則演算について学習する前に、数を数直線上に位置づけなければならない。さらに、数を整数から分数、小数へと拡張するにしたがって、整数と整数の間の点にも数があり、大きさがあるという意識を育てることが必要である。このような意識を育てつつ、次のように四則演算を表現できる数直線を、各学年の内容に応じて一貫して活用していくものである。

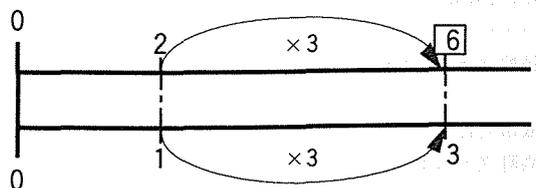
(1) 加法 $2 + 3 = 5$



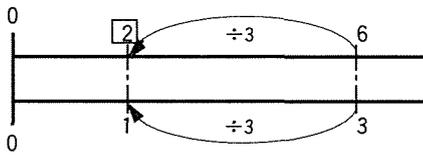
(2) 減法 $5 - 2 = 3$



(3) 乗法 $2 \times 3 = 6$



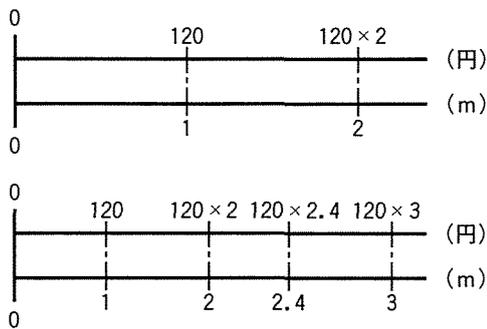
(4) 除法 $6 \div 3 = 2$



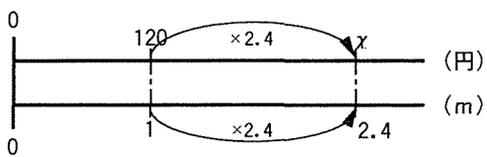
2. 数直線の有用性

数直線を活用した学習指導、とりわけ乗法・除法の意味づけや演算決定の場面における有効性については、第1章で述べたように、これまでも多くの指摘がなされている。具体的には、意味の拡張が図られる『小数のかけ算・わり算（5年生）』の指導でこれらの指摘を有効に生かすことが考えられる。

例えば「1mが120円のリボンが2.4mでは何円か」という問題では、既習の同数累加と呼ばれるかけ算の意味をあてはめることができなくなり、その意味を拡張していくことが必要となる。そこで「数直線の2にあたる場所は120の2倍で 120×2 、3にあたる場所は120の3倍で 120×3 、同じように、2.4にあたる場所は120の2.4倍で 120×2.4 とする」という意味づけを行う。



即ち、数直線によって「整数倍のかけ算と同じ倍の関係」を小数の場合にも見い出そうとするものである。これは、数直線が2量の比例関係をモデル化したものであると同時に、数直線上に必ず解が存在するという特徴に基づくものである。

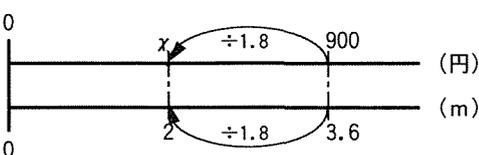


次項以降はこれら数直線の有用性に着目するとともに、実践上の諸問題についても検討を加え、より効果的な学習指導について考察する。

3. 数直線の見方

先行研究における実践事例では、前項で例示したように1あたり量を求める問題がほとんどである。確かに倍関係をとらえることは容易であるが、いつも基準になる1が示されているのは一般的とはいえない。

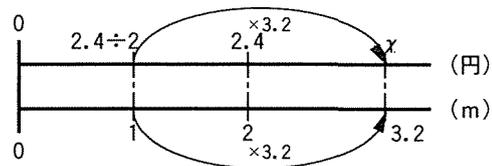
例えば「3.6mが900円のリボンが2mでは何円か」という問題場면을数直線に示すと次のようになる。



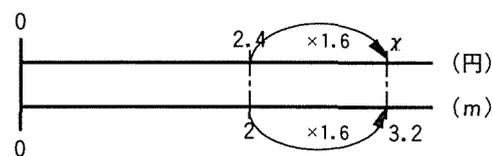
このように、どのような2量の間にも比例関係を見いだすこ

とは望ましい数直線の見方として求められるところではあるが、いずれかの数を基準として倍関係をとらえさせる指導の難しさが実践上の問題の一つとして挙げられる。

しかし、我々は敢えて次のような問題場面を通して、数直線上に比例関係を見いだす力を育てる指導を試みることにした。即ち、『小数のかけ算』の導入から1あたり量を示さずに、一般的な2量の間に倍関係を見出す学習経験を積み重ねようとするものである。具体的には「2mが2.4kgの鉄の棒が3.2mでは何kgか」というような問題である。子どもたちは、次のように数直線を用いて考えることになる。



当然、次のように1あたり量を求めようとする子どもも少なからずいると予想される。しかしながら、我々の育てたいのは「2を基準とすると3.2はその1.6倍だからxも2.4の1.6倍である」とする数直線の見方である。両者を比較し、それぞれのよさについて検討するなかで、必ずしも1を基準としなくても2量の比例関係がとらえられる見方のよさを強調して取り上げるものである。



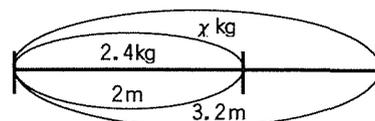
4. 数直線の導入

数直線を演算決定の根拠として活用することを目指して、5年生より以前の学年から段階的に数直線の指導を行っていくことは、実践研究の一つのあり方であろう。そのような指導の一貫性や可能性については、後述するものとする。

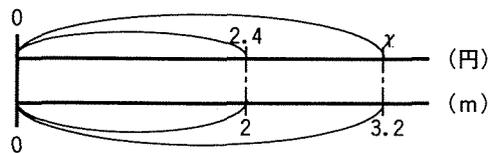
しかし、一般的にはそのように意図的・計画的に指導を積み上げて『小数のかけ算・わり算』の単元を迎える場合は多くない。その際、これまで立式の根拠として用いてこなかった数直線について、その導入のあり方をどうするかということも実践上の問題として挙げられる。

我々は、前項で示したような数直線を、5年生で新しく導入するにあたり、子どもにとってどれほどの抵抗があるかを検討してみた。

先に示した問題場面で数直線を用いない場合、例えば次のような線分図で表すことが考えられる。



線分図は、特に加減法に関連して問題に示された数量の関係を表すのに適しているが、数直線の中にも線分図で表現される要素は十分読み取ることができる。また、2つの数量の対応関係をとらえて線分図が描けるのであれば、数直線を描くことは全く新しいことではないと考える。

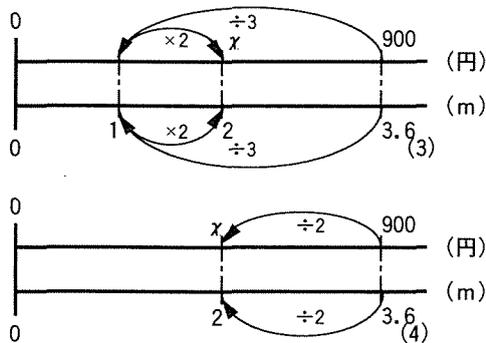


さらに、線分図では不十分とされる特に乗除法に関する演算決定の根拠としての有用性に着目したとき、また、後の学年への発展性を見通すとき、即座には困難でも、『小数のかけ算』で数直線を導入し、『小数のかけ算・わり算』の単元全体を通してその活用を図る展開を試みることにした。

5. 数直線による見積り

前述したように、数直線は2量の比例関係をモデル化したものであると同時に、数直線上に必ず解が存在するという特徴も持っている。即ち、子どもが問題解決に取り組む際に、「おそらく、答えはこれくらいになるだろう」と見積りの活動が期待できるのである。

例えば「3.6mが900円のリボンが2mでは何円か」という問題場面では、次のような見積りが予想される（詳細については次章の学習過程を参照）。



このように、数直線を活用して結果を見積りの活動は、そのみに止まることなく、演算決定への示唆を与えることにもなっているのである。立式の手立てや根拠として数直線を活用する立場からいえば、むしろ後者の役割を重視していかなくてはならないと考える。

即ち、数直線を描くことによって解の存在が数直線上で明確になり、それを見積りの活動を学習過程に位置づけることによって、解のおよその大きさや範囲だけでなく、解を求める方法が見い出せるのである。我々は、その点にも着目して学習を展開することとした。

IV. 小学校5学年における「小数のわり算」の授業実践

子どもたちは、前単元「小数のかけ算」の授業において初めて、見積りや立式の根拠として数直線を積極的に生かした学習を経験してきている。「小数のかけ算」の学習を踏まえ、この「小数のわり算」の学習に取り組んだ。

1. 授業の実践にあたって

(1) 学習問題

子どもたちへの実態調査と分析により、問題場面の設定において留意すべき事項として、次の2点が明らかになっている。

- ① 1あたり量をもとめることが問題の解決にならない場面を想定することが望ましいこと。
- ② 児童が用いる量体系のほとんどは、「長さ」「重さ」「かさ」「金額」であり、授業においては、こうした児童の慣

れ親しんだ量体系を用いることが望ましいこと。
これら2点を踏まえ、授業における問題を次のように設定した。

3.6mが900円のテープがあります。
このテープ2mでは、何円でしょうか。

さらに、見積りや立式の根拠として数直線を活用していく過程を大切にしていくという理由から、立式までを本時の学習過程として計画し、答えを求める活動は次時の学習として本時の問題を次のように設定した。

「3.6mが900円のテープがあります。
このテープ2mでは、何円でしょうか。」
を求めるための式を考えよう。

(2) 学習の展開

子どもたちの見積りの様相をみることによって、数量の関係をどう捉えているかを掴むことができ、さらに、学習の方向性がみえてくると考えた。そこで、見積りの様相によって子どもたちを3グループに分けて、それぞれに具体的な支援と手立てを考えることにした。

- A 3.6mと900円という2つの量の関係を捉え、見積っている子どもたち
- B 1mがいくらになるかを考え、見積っている子どもたち
- C 見積ることができない子どもたち

Aの子どもたちは、3.6mを4mとみなしたり、2mをおよそ1.8mと考え、3.6mの半分とみなしたりすることによって見積っていきと考えた。これらの子どもたちは、1となる量を意識せず、問題文中の2量の関係を捉えることにより、立式していくことができている。これらは、私たちが期待している考え方であり、数直線を活用しながら、この考え方を推し進めていくよう支援を行っていくべきものである。

Bの子どもたちは、3.6mを3mとみなすことによって見積っていきと考えた。この考え方は、本研究の中で、私たちが期待している考え方とは異なるが、この考え方は否定されるものではなく、話し合いの中で1あたりの量を捉えることによさにも触れていくこととなる。もちろん、時間が許せば、期待すべき2量の関係から立式していく考え方ができないかと助言していくこととなる。

Cの子どもたちは、見積ることができない子どもたちであり、学習においては、2量の関係で立式できるように、助言していくこととなる。

(3) 適用題による評価

学習問題においては、実態調査に基づき、長さや金額という量体系で場面を設定した。適用題においては学習問題の場合と同様に、子どもたちが慣れ親しんでいる量体系という観点から、長さや重さを用いる場面として設定した。

また、見積りの段階から2量の関係で立式しようと試みている子どもたちに対しては、与えられた式に対する問題場面を想起させるという形式で、本時の学習の定着を評価することとし、次のような適用題を設定した。

A問題

5 mで800 gのはり金があります。…
800÷2.5の式で答えが求まるような問題を作りたい
と思います。上の問題のつづきを考えてください。

B問題

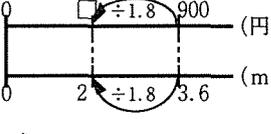
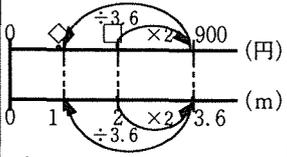
5 mが800 gのはり金があります。このはり金2 mの
重さはいくらになるでしょう。

1あたり量を求めることによって立式しようと試みている子どもたちに対しては、次のような適用題を設定した。

2つの適用題とも、数直線をかくことを促し、後で子どもたちの理解の程度を捉える手段とした。また、子どもたちの取り組んだ結果は、次時の学習の中で扱うこととした。

(4) 本時の学習過程

- ・本時目標 除数が小数の場合の場面を、見積もりを生かし、数直線を活用して考え立式できる。
- ・学習過程

	学習の流れ	支援	評価		
つかむ	1 場面を把握する。	・具体物を用いて話し、場面の把握を容易にしたい。			
	「3.6mが900円のテープがあります。このテープ2mでは何円でしょうか。」 を求めるための式を考えよう。				
取り組む	2 それぞれで取り組む。 ・答えを見積もる。 (①) 3.6mを3mと見なし、1mあたりの値段を求めてから2mのおよその値段を求める。 $900 \div 3 = 300$ $300 \times 2 = 600$ (②の1) 3.6mをおよそ4mと見なし、 $4 \div 2 = 2$ $900 \div 2 = 450$ (②の2) 2mをおよそ1.8mと見なし、3.6mの半分だからと考えて、2mのおよその値段を求める。 $3.6 \div 2 = 1.8$ $900 \div 2 = 450$ ・見積もりを生かし立式する。 ①の見積もりより $900 \div 3.6 \times 2$ ②の見積もりより $3.6 \div 2 = 1.8$ $900 \div 1.8$ ・式の根拠を数直線を活用して考える。	・見積もりの様子により支援を行っていく。 ・小数のかけ算での学習をもとに見積もりを生かしたり、数直線を活用したりして取り組ませていきたい。 ・1.8で割ることの根拠として、4年生での学習(じゅんにもどす考え方)を生かして考えさせたい。	<p>A 群</p> <p>②の見積もりを生かして取り組むことができる子供たち</p> <p>②の見積もりを生かし立式したり数直線を用いて説明したりできるように促す。</p> <p>(状況により) ①の見積もりを生かした考え方についても考えるように助言する。</p> <p>②と①のそれぞれのよさについて比較助言する。</p>	<p>B 群</p> <p>①の見積もりを生かして取り組むことができる子供たち</p> <p>①の見積もりを生かして立式したり数直線を用いて説明したりすることを促すとともに他の考え方(②)はないかを、前単元を想起させて考えさせる。</p> <p>(状況により) ②の見積もりを生かした考え方についても考えるように助言する。</p>	<p>C 群</p> <p>見積もりができない子供たち</p> <p>②の考え方について前単元を想起させながら考えさせる。</p> <p>人数が多い場合には、学習の広場(小集団指導)で助言する。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>ノート1冊の値段 6をかける ↑↓ 6でわる ノート6冊の値段</p> </div>
繰り返す	3 みんなで話し合い考えを深める。 ・見積もりをもとに数直線を書き式の根拠について話し合う。	<p>(①を生かしている子供たち)</p>  <p><式> $3.6 \div 2 = 1.8$ $900 \div 1.8$</p> <p>(②を生かしている子供たち)</p>  <p><式> $900 \div 3.6 \times 2$</p>	・見積もりを生かして立式したり、数直線を用いて根拠を説明したりしようとしているか。		

振 り 返 る	<p>・①と②の式のそれぞれのよさについて話し合う。</p> <p>① まず1mあたりの値段を求めるので比較的わかりやすい。</p> <p>② 問題文中の要素だけで答えを求めることができる。</p>	<p>・①と②の式については優劣を決めるのではなく、それぞれのよさを感じさせたい。ただし、②の考え方の数学的な価値の高さ(1mあたりを求めなくてもより少ない要素でより簡潔に答えを求めることができること)については必ず触れておきたい。</p>	<p>・1mあたりを求めなくてもすむ簡潔さをよさとして発言できるように促す。</p>	<p>・1mあたりを求めることにより、わかりやすいという観点で発言できるように促す。</p>	・問題場面と数直線と式が、互いに矛盾なく成立しているか。
4 本時の学習を振り返る。	<p>・適用題に取り組む。</p>	<p>・A問題、B問題とも②の考え方をを用いて取り組むように話す。</p> <p>・数直線を用いることを話す。</p>	<p>・子供たちがそれぞれ判断し、ABそれぞれの問題に取り組むように促す。</p> <p>・当初より②の考え方の子供たちにはA問題に取り組むように促す。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="778 786 1034 987" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>A問題</p> <p>5mで800gのはり金があります。</p> <p>800÷2.5の式で答えが求まるような問題を作りましょう。</p> </div> <div data-bbox="1066 786 1321 987" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>B問題</p> <p>5mで800gのはり金があります。</p> <p>このはり金2mの重さはいくらになるでしょう。</p> </div> </div> <p>・A問題とB問題については、次時の評価問題として取り扱う。</p>		

2. 授業の記録 ～概略～

問題の提示『3.6mが900円のテープがあります。

このテープ2mでは、いくらになるでしょう。』

T 1. 立式まで取り組みましょう。時間は10分です。
(C. 考え中)

T 2. 後5分くらいです。立式ができている人がたくさんいますが、何でその式ができたか、友達に説明できるようにしておきましょう。

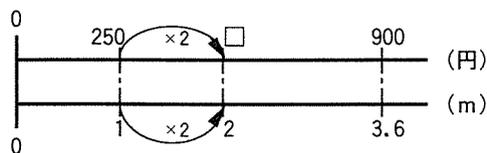
T 3. 2通りの見積もりから数直線を考えているようです。
1mあたりを見つけて取り組んだ人？

C 1. 見積もりは、600円くらいです。わけは、3.6mを3mくらいと見て、1mの値段を求めます。それから、2倍をします。

だから、式は、 $90 \div 3.6 = 25$ 。 25×2 です。

T 4. もう少し詳しく説明できる人？

C 2. 私は、数直線を使います。(①)

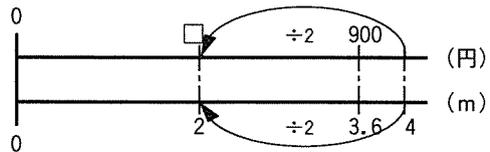


1mの値段を求める式が、 $900 \div 3.6 = 25$ です。
2mの値段は、 25×2 です。

T 5. $900 \div 3.6 = \square$ ←ここはまだ習っていないので分からないとしても式はいいですか？

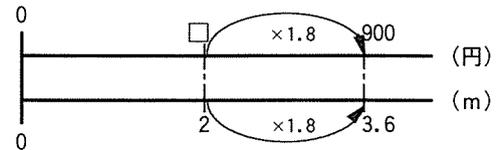
T 6. もう一つのやり方を言える人？

C 1. (見積もり)約450円と見積もりました。
わけは、3.6m→4mと見て、 $4 \div 2 = 2$ mです。
だから、 $900 \div 2 = 450$ で、450円くらいです。



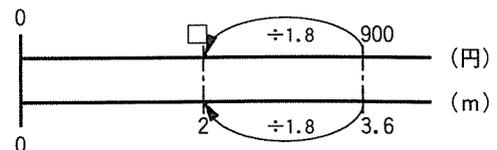
T 7. 続けて言える人は？

C 2. 式は、 $3.6 \div 2 = 1.8$ $900 \div 1.8$ としました。(②)
次に数直線を書きます。



$3.6 \div 2$ は、3.6mが2mの何倍かを求めるものです。
1.8倍なので下も1.8倍です。だから、 $900 \div 1.8$ 。

C 3. $3.6 \div 2 = 1.8$ 。だから、代金も $\div 1.8$ になるので、 $900 \div 1.8$ で答えが求まると思います。



T 8. それでは、①と②をもう一度考えましょう。

どちらにも“よさ”があると思います。①の“よさ”が言える人？

C 1. ①は速くできないけど、わかりやすい
C 2. 詳しくできる

T 9. では、②のやり方は？

C 1. 無駄な数字を使っていない

- C2. ①は1mの値段がでてくるけど、②は分かっている数字だけなので速くできる
- T10. ②の方は、1mの値段を求めなくてもいい“よさ”があるね。これは小数のかけ算の時にも考えたね。
- T11. では、問題をやりましょう。
最初から②でできた人は(問題)Aをやってください。
- T12. 今、みんなが取り組んでいる問題の話し合いは明日にします。終わらしましょう。

3. 授業の分析

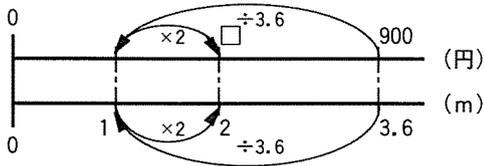
授業の分析にあたって、研究の仮説をもとに次の2点にほって考えるとともに、適用題の分析も試みた。

- 仮説1：見積りは、立式に生かされたか
仮説2：数直線が立式の根拠となり得たか

(1) 見積りは、立式に生かされたか

見積りが立式に生かされた様相は、下記の通りであった。

- 1) 1mあたりの値段を基にした見積り
(見積り 600円) < 5名 >
3.6m → 3m
 $900 \div 3 = 300$ (1mあたりの値段)
 $300 \times 2 = 600$ (2mの値段)



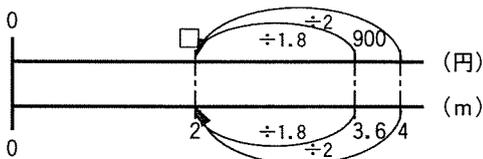
- (見積り 500円) < 2名 >
3.6m → 4m 900円 → 1000円
 $1000 \div 4 = 250$ (1mあたり)
 $250 \times 2 = 500$

これらから、

- 1mあたりの値段をもとめ、 $900 \div 3.6 = \square$
2mなので2倍して $\square \times 2$
または、1つの式にまとめて、 $900 \div 3.6 \times 2$
と、立式している。

2) 2量の関係を基にした見積り

- (見積り 450円) < 9名 >
3.6m → 4m
 $4 \div 2 = 2$ (4mは2mの2倍である。)
代金も2倍になっているから、
 $900 \div 2 = 450$

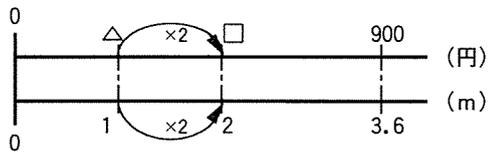


- この考えをもとに、3.6mが2mの何倍になるかを求め、
 $3.6 \div 2 = 1.8$
(3.6mは、2mの1.8倍である。)
 $900 \div 1.8$
と立式している。

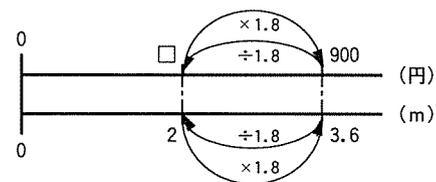
数直線を利用することにより、数量の関係が明示されるため、解の存在が明らかになるとともに数量の関係がとらえやすくなり、見積りしやすくなっている。さらに、答えの見積りをする場合、なぜ、そのような見積りになったのか、その根拠を明示することにより、見積りを立式に生かして考えられるようになっているといえる。

(2) 数直線が、立式の根拠となり得たか

- 1) 1mあたりの値段を基にした立式
1mの値段を求める式が $900 \div 3.6 = \Delta$
2mは、1mの2倍なので、 $\Delta \times 2$



2) 2量の関係を基にした立式



「 $3.6 \div 2$ は、3.6mが2mの何倍かを求めるものです。1.8倍だから、下(代金)も1.8倍になっています。だから、代金も、 $\div 1.8$ になるので、 $900 \div 1.8$ で答えが求まると思います。」という、子どもの発言にみられるように、数直線上に表された数量の関係、すなわち、3.6mと2mとの関係は、1.8倍になっていることから、その逆算として、 $3.6 \text{ m} \div 1.8$ が、2mになることを見だし、代金も同様にして求められることを導き出し、 $900 \div 1.8$ の立式へと結びつけている。

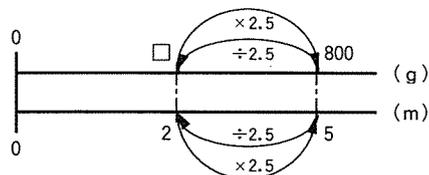
以上のように、子どもたちは、数直線を積極的に活用し、数直線上に示されている数量の関係を的確にとらえ、立式に結びつけようとしていることが分かる。また、数直線に示された矢印の関係から、除法を乗法の逆算として考えて立式へ結びつけていることも分かる。すなわち、子どもたちは、数直線を立式の根拠として活用し、除法の意味の拡張を図っているものと考えられる。

(3) 適用題の評価

適用題 A
5mが800gのはり金があります。…
 $800 \div 2.5$ の式で答えが求まるような問題を作りたいと思います。上の問題の続きを考えましょう。そして、数直線をかき、式を立てましょう。

1) 「2.5」を2量の関係でとらえられた子ども

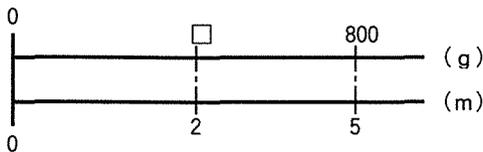
- ① 2mでは、何gでしょう。 < 6名 >
 $5 \div 2 = 2.5$ $800 \div 2.5$



- ② 12.5mでは、何gでしょう <1名・誤答>
2.5を5mと□mとの関係で考えることはできたが、5の2.5倍を考え、12.5mを導き出し、かけ算の考え方になっている。
- ③ 9.5mでは、何gでしょう。<1名・誤答>
2.5を5mと□mとの関係で考えることはできたが、5の2.5倍を考えた。しかし、計算をまちがえ、9.5mを導き出してしまった。
 $9.5 \div 5 = 1.9$
 $800 \div 1.9$

2) 「2.5」を2量の関係ととらえられなかった子ども

- ① 2.5mでは、何gでしょう。<9名・誤答>
「2.5」を2量の関係と考えられなかったため、2.5mとそのまま利用している。



- ② 数直線はかこうとしているが、作問・立式に結びつかなかった。<1名>

なお、はじめ2.5mと考えたが、数直線をかいて考えるうち、2.5が2量の関係を示していることに気づき、考え直すとしていた子どもも数名いた。数直線は、子どもたちが考えていく上で、重要な手がかりになっていることが推測される。

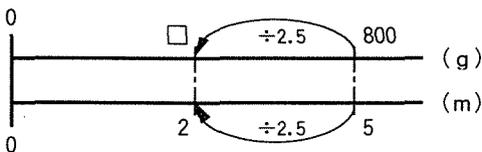
適用題 B

「5mで800gのはり金があります。
このはり金2mの重さは、いくらになるでしょう。」

- ③ 数直線で表し、立式。 <7名>

$$5 \div 2 = 2.5$$

$$800 \div 2.5$$

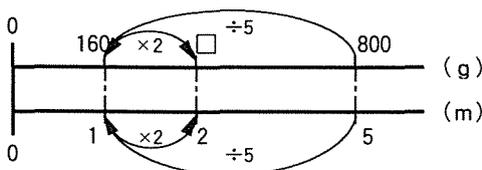


- ④ 数直線で表したが、立式できず。<1名>

- ⑤ 1mあたりの重さをだしてから、
2mの重さをだしている。<2名>

$$800 \div 5 = 160$$

$$160 \times 2 = 320$$



導入の問題では、1mあたりの値段を考えて立式していた子どもたちのうち、7名の子どもが2量の関係をもとに立式している。このことから、本学習を通して、数量を2量の関係でとらえるよさを理解したと思われる。

以上のことから、数直線を活用することにより、必ずしも1あたり量を基準としなくても、2量の関係をもとに除法の場面を立式できることを、子どもたちは、おおむね理解したと思われる。

V. 研究の結論

1. 本研究から得られた結論

本研究の目的は、仮説1「数直線を活用することにより、解の存在が明らかになり、見積りがしやすく、それを立式に生かすことができる」と仮説2「数直線を活用することによって、立式の根拠が明らかになり演算決定しやすい」について検証することであった。仮説1については、4.3.(1)の授業の分析で議論したように、数直線を活用することによって、数量の関係をとらえやすくなり、解の存在を明確にすることが検証できた。

仮説2については、4.3.(2)の授業の分析で議論したように、数直線の構造を的確にとらえることによって、立式の根拠となっていることが、子どもの発言や子どもが表した数直線から明らかである。

2. 残された課題

仮説1について、子どもたちは数直線の中に解を位置づけ、数量の関係をとらえ直し表現していることは推測できたが、数直線をかくことで見積りに生かされていたかどうかは、子どものノートの観察のみで明らかにすることができなかった。

確かに、見積りもは立式に生かされ、また数直線は立式の根拠になり得たが、数直線を見積りに生かす指導について、子どもの思考過程において数直線がどのように見積りに活用されていくかを含めて追究していくことが、残された課題である。

引用・参考文献

- 中村亨史. (1999). 乗除法の指導における数直線の教育的役割. 杉山吉茂先生ご退官記念論文集編集委員会(編著). 新しい算数・数学教育の実践をめざして: 杉山吉茂先生ご退官記念論文集. 東洋館出版社. pp. 87-65
- 中村亨史. (1996). 小数の乗法の割合による意味づけ. 日本数学教育学会誌・算数教育, 第78巻, 第10号, pp.279-285.
- 白井一之他. (1997). 乗法・除法の演算決定に有効にはたらく数直線の指導. 日本数学教育学会誌算数教育, 第79巻, 第6号, pp.191-196
- 日野圭子. (1993). 小数の乗法の学習における子どものインフォーマルな方法についての一考察. 「数学教育学の進歩」. 東洋館出版. pp.283-301
- 伊藤説明. (1987). 算数科・新しい問題解決の指導. 東洋館出版. pp.68-77.

研究同人

- 矢部 敏昭 (鳥取大学教授) 溝口 達也 (鳥取大学講師)
湯口 秀之 (鳥取市立湖南小) 竹内 泰二 (鳥取市立湖南小)
横山ひとみ (気高町立瑞穂小) 高田 啓子 (鳥取市立美保南小)
林 学 (国府町立宮ノ下小) 栗岡 玲子 (鳥取市立日進小)
河原 和秀 (鳥取市立津ノ井小) 中村 玲子 (鳥取市立岩倉小)
杉谷 一司 (鳥取市立久松小) 姫田 恭江 (鳥取大学附属小)
児島 幹夫 (気高町立宝木小) 大西 泰博 (岩美町立本庄小)
島崎 輝夫 (鳥取大学附属小) 依藤 雅司 (若桜町立若桜小)
加藤 典子 (鳥取市立富桑小) 山村 裕二 (鳥取大学大学院)