

## ウェーブレット解析の各種乱流データへの適用

林 農・原 豊・田中 敦・熊原 啓作<sup>\*1</sup>・小幡 文雄<sup>\*2</sup>・若 良二<sup>\*3</sup>  
鳥取大学工学部応用数理工学科・<sup>\*1</sup>知能情報工学科・<sup>\*2</sup>機械工学科・  
<sup>\*3</sup>鳥取大学教育学部

**Application of Wavelet Analysis to Turbulent Flows**  
Tutomu HAYASHI, Yutaka HARA, Atsushi TANAKA,  
Keisaku KUMAHARA<sup>\*1</sup>, Fumio OBATA<sup>\*2</sup> and Ryoji WAKA<sup>\*3</sup>

Department of Applied Mathematics and Physics, Faculty of Engineering  
Tottori University, Tottori, 680-8552 Japan  
E-mail: hayashi@damp.tottori-u.ac.jp

<sup>\*1</sup>Department of Information and Knowledge Engineering

<sup>\*2</sup>Department of Mechanical Engineering

<sup>\*3</sup>Faculty of Education

Tottori University, Tottori, 680-0945 Japan

**Abstract:** Wavelet analysis was applied to several kinds of turbulent flow data measured in a star conduit, in a turbulent boundary layer and in a wake behind a square pillar, in addition to chatter vibration signals of a boring bar with the active damping system. B-spline wavelet was used because of its high frequency resolution compared with Haar or Daubechies wavelets. Wavelet analysis made clear the origins and their behavior of certain Fourier frequency components of turbulent flow data.

**Key words:** Wavelet transform, Spline wavelet, Turbulent flow, Star conduit, Boundary layer, Wake, Chatter vibration

### 1. はじめに

ウェーブレット解析[1]は1982年にフランス人の石油探査技師 Morlet が人工地震の反射波の解析に用いたのをきっかけとして近年、情報圧縮、画像処理などの様々な分野において応用され始めている[2]。その中で、ウェーブレットを用いた信号解析も応用例の1つである。

信号解析の手段としてしばしば用いられる高速フーリエ変換(FFT)は信号のパワースペクトルを与えるが、ウェーブレット変換はパワースペクトルを時間軸方向に展開した結果を与える解析方法である。すなわちウェーブレット変換は時間周波数解析の一手法である。本研究ではウェーブレット変換の流体解析への適用における有用性を調べることを目的とし、ウェーブレット解析を種々の乱流データお

よび他分野の例として機械加工に伴うびびり振動データに対して適用し、本解析法の利点、問題点などを検討した。

### 2. ウェーブレット変換 [1]

ウェーブレット解析では、ある局在する関数  $\psi(t)$  (マザーウェーブレット) を時間軸方向に伸縮と平行移動させることにより、信号  $f(t)$  から局所的に  $\psi(t)$  と相似な部分を抽出する。連続ウェーブレット変換は一般に次式で定義される。

$$(W\psi f)(b, a) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{|a|}} \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} f(t) dt \quad (1)$$

ここで  $a$  は伸縮の、 $b$  は平行移動のパラメータである。横軸に時間 ( $b$ )、縦軸に周波数 ( $1/a$ ) をとって

\* 1 平成10年10月1日より放送大学  
The University of the Air,  
Wakaba 2-11, Mihama-ku, Chiba, 261-8586 Japan

各座標  $(b, 1/a)$  における式(1)の値を計算し表示すると、信号の周波数分布の時間変化を表すウェーブレット変換図が得られる。しかし一般に時間と周波数は不確定性関係にあり、同時に両者を正確に決定できない。また、実際に解析すべき実験データは離散値で与えられることが多いことや、式(1)の計算は時間がかかるなどの理由により、座標  $(b, 1/a)$  を  $(2^j k, 2^j)$  と置いて離散化したウェーブレット変換が用いられることが多い。ただし、 $j, k$  はともに整数であり、特に  $j$  はレベルと呼ばれる。離散ウェーブレット変換  $(W_\phi f)(2^j k, 2^j)$  を  $d_k^{(j)}$  と書けば、式(1)は次式となる。

$$d_k^{(j)} = 2^j \int_{-\infty}^{\infty} \psi(2^j t - k) f(t) dt \quad (2)$$

離散ウェーブレット解析では、解析すべき信号  $f(t)$  はトゥースケール関係と呼ばれる次の関係、

$$\phi(t) = \sum_k p_k \phi(2t - k) \quad (3)$$

を満たす関数  $\phi(t)$  (スケーリング関数) を用いて、

$$f_j(t) = \sum_k c_k^{(j)} \phi(2^j t - k) \quad (4)$$

と近似される。ここで数列  $\{c_k^{(j)}\}$  はレベル  $j$  の近似関数  $f_j(t)$  の展開係数である。離散ウェーブレット変換ではあるレベルの数列  $\{c_k^{(j)}\}$  からレベルを1つ下げた数列  $\{c_k^{(j-1)}\}$  と  $\{d_k^{(j-1)}\}$  を求める操作を繰り返し行う。これを分解アルゴリズムと言い、一般的に、

$$c_k^{(j-1)} = \frac{1}{2} \sum_l g_{2k-l} c_l^{(j)} \quad (5)$$

$$d_k^{(j-1)} = \frac{1}{2} \sum_l h_{2k-l} c_l^{(j)} \quad (6)$$

と表される。ここで数列  $\{g_k\}$ ,  $\{h_k\}$  は分解数列と呼ばれ、トゥースケール関係(3)に基づいて得られる。以下に本研究で使用した離散ウェーブレットにつ

いて述べる。

## 2.1 Haar ウェーブレット

Haarのマザーウェーブレット  $\phi(t)$  およびスケーリング関数  $\psi(t)$  の形状を図1に示す。図1に示すようにHaarウェーブレットは最も簡単な直交ウェーブレットであるが、不連続である。Haarウェーブレットの場合、分解数列の0でない成分は、

$$g_0 = g_{-1} = 1, \quad h_0 = h_{-1} = 1 \quad (7)$$

である。離散データ  $f(n)$ ,  $n=1, 2, \dots, L$  に対してレベル  $j=0$  の近似関数  $f_0(t)$  の展開数列  $\{c_k^{(0)}\}$  を

$$c_k^{(0)} = f(k) \quad (8)$$

とおく。

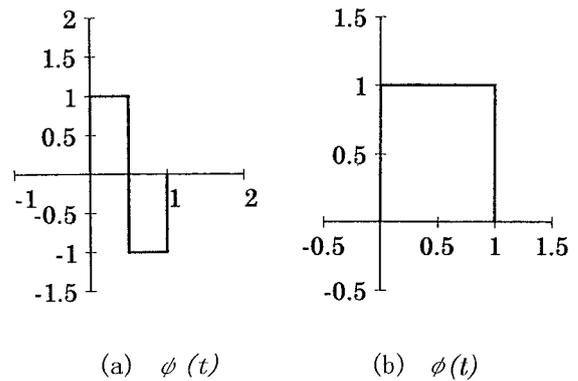


図1 Haarの(a)マザーウェーブレットと(b)スケーリング関数

## 2.2 Daubechies ウェーブレット

Daubechies ウェーブレットは連続的な形状を持った直交ウェーブレットである。Daubechiesのマザーウェーブレットおよびスケーリング関数は両関数の直交条件とウェーブレットの  $N-1$  次までのモーメントが0という条件から求められる。図2および図3に本研究で用いた  $N=2$  と  $N=6$  の場合のDaubechies ウェーブレットの形状を示す。次数  $N$  が大きくなると滑らかさは増すが、波形は複

雑であり、対称性も欠けている。Daubechiesウェーブレットにおいては、与えられた離散データ  $f(n)$ ,  $n=1, 2, \dots, L$  に対して周期的境界条件  $f(n+L)=f(n)$  を仮定する時、レベル  $j=0$  の近似関数  $f_0(t)$  の展開数列  $\{c_k^{(0)}\}$  は、

$$c_k^{(0)} = \frac{1}{L} \sum_{m=1}^L \hat{c}_m^{(0)} e^{2\pi i(k-1)(m-1)/L} \quad (9)$$

$$\hat{c}_m^{(0)} = \frac{\hat{f}(m)}{\hat{\phi}(m-1)} \quad (10)$$

で求められる。ここで記号  $\hat{\phantom{x}}$  は離散フーリエ変換を表す。また表1、表2に計算に用いた分解数列の値を示す。

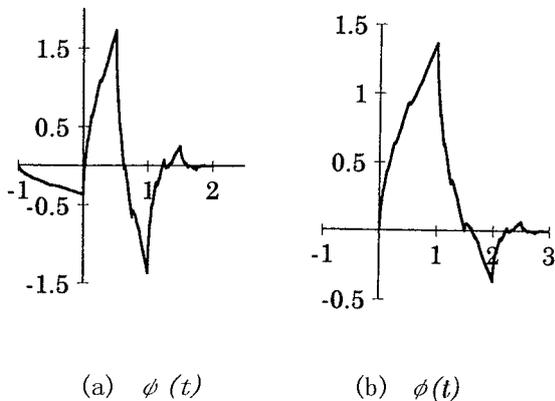


図2 Daubechies (N=2) の (a) マザーウェーブレットと (b) スケーリング関数

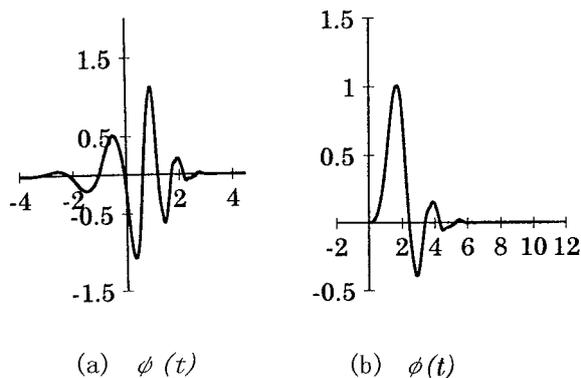


図3 Daubechies (N=6) の (a) マザーウェーブレットと (b) スケーリング関数

## 2.3 スプラインウェーブレット

スプラインウェーブレットはHaarやDaubechiesのような直交性は持たないが、対称性を持ち滑らかな関数である  $m$  階のカーディナルBスプライン曲線をスケーリング関数として構成される。図4と図5に2階および4階Bスプラインウェーブレットの形状を示す。離散データ  $f(n)$ ,  $n=1, 2, \dots, L$  が与えられたとき、レベル  $j=0$  の近似関数  $f_0(t)$  の展開数列  $\{c_k^{(0)}\}$  は、2階Bスプラインウェーブレットにおいては

$$c_k^{(0)} = f(k+1) \quad (11)$$

で与えられ、4階Bスプラインウェーブレットでは次式で求められる。

$$c_k^{(0)} = \sum_l f(l) \beta_{k+2-l}^{(4)} \quad (12)$$

表1 Daubechies (N=2) の分解数列

$g_k$ & $h_k$	values
$g_0 = -h_{-1}$	0.6830127
$g_{-1} = h_0$	1.1830127
$g_{-2} = -h_1$	0.3169873
$g_{-3} = h_2$	-0.1830127

表2 Daubechies (N=6) の分解数列

$g_k$ & $h_k$	values
$g_0 = -h_{-1}$	0.1577424
$g_{-1} = h_0$	0.6995038
$g_{-2} = -h_1$	1.0622638
$g_{-3} = h_2$	0.4458313
$g_{-4} = -h_3$	-0.3199866
$g_{-5} = h_4$	-0.1835181
$g_{-6} = -h_5$	0.13788812
$g_{-7} = h_6$	0.03892321
$g_{-8} = -h_7$	-0.04466375
$g_{-9} = h_8$	0.0007832512
$g_{-10} = -h_9$	0.006756062
$g_{-11} = h_{10}$	-0.001523534

ただし、

$$\beta_k^{(4)} = \begin{cases} \sqrt{3}(\sqrt{3}-2)^{|k|} & , |k| \leq 5 \\ 0 & , |k| > 5 \end{cases} \quad (13)$$

である。表3、表4にスプラインウェーブレット変換の計算に使用した分解数列の値を示す。

### 3. 異なるウェーブレットによる変換結果の比較

2章で示した5種類のウェーブレット変換を、最も基本的であると考えられる正弦関数の信号に対して施した結果を図6に示す。用いた正弦関数

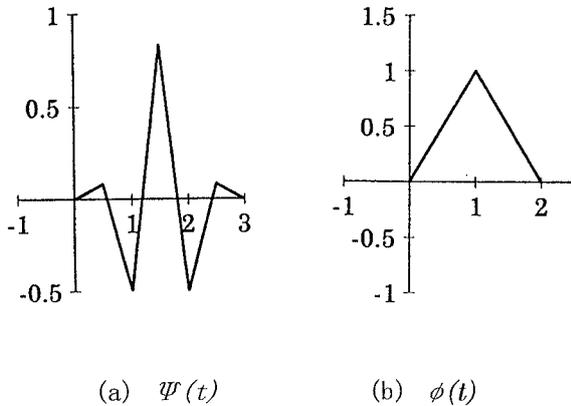


図4 2階Bスプラインの(a)マザーウェーブレットと(b)スケーリング関数

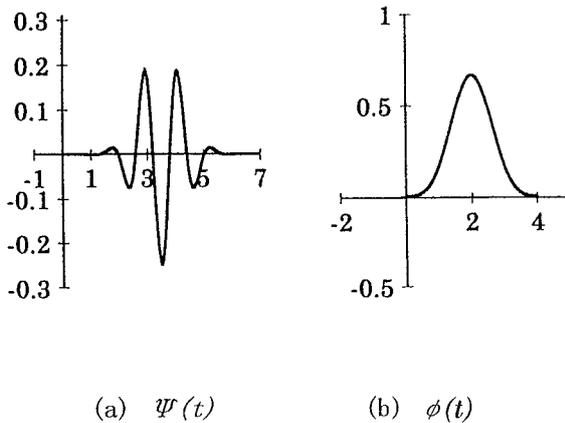


図5 4階Bスプラインの(a)マザーウェーブレットと(b)スケーリング関数

表3 2階Bスプラインの分解数列

$g_k$	values	$h_k$	values
$g_{-7} = g_5$	0.01036297	$h_{-7} = h_3$	-0.062177826
$g_{-6} = g_4$	0.06217783	$h_{-6} = h_2$	0.124355653
$g_{-5} = g_3$	0.064954576	$h_{-5} = h_1$	0.1698729811
$g_{-4} = g_2$	-0.16987298	$h_{-4} = h_0$	-0.4641016151
$g_{-3} = g_1$	-0.23205081	$h_{-3} = h_{-1}$	-0.6339745962
$g_{-2} = g_0$	0.633974596	$h_{-2}$	1.732050808
$g_{-1}$	1.3660254	—	—

表4 4階Bスプラインの分解数列

$g_k$	values	$h_k$	values
$g_{21} = g_{-25}$	$-5.38320 \times 10^{-7}$	$h_{15} = h_{-25}$	$2.71313 \times 10^{-3}$
$g_{20} = g_{-24}$	$-6.67516 \times 10^{-5}$	$h_{14} = h_{-24}$	$-1.08525 \times 10^{-2}$
$g_{19} = g_{-23}$	$-9.01758 \times 10^{-4}$	$h_{13} = h_{-23}$	$1.12102 \times 10^{-2}$
$g_{18} = g_{-22}$	$-4.13018 \times 10^{-3}$	$h_{12} = h_{-22}$	$9.42190 \times 10^{-3}$
$g_{17} = g_{-21}$	$-8.26459 \times 10^{-3}$	$h_{11} = h_{-21}$	$-1.82296 \times 10^{-2}$
$g_{16} = g_{-20}$	$-5.34589 \times 10^{-3}$	$h_{10} = h_{-20}$	$-1.76016 \times 10^{-2}$
$g_{15} = g_{-19}$	$5.49050 \times 10^{-3}$	$h_9 = h_{-19}$	$3.40560 \times 10^{-2}$
$g_{14} = g_{-18}$	$5.73226 \times 10^{-3}$	$h_8 = h_{-18}$	$3.28820 \times 10^{-2}$
$g_{13} = g_{-17}$	$-1.11599 \times 10^{-2}$	$h_7 = h_{-17}$	$-6.36237 \times 10^{-2}$
$g_{12} = g_{-16}$	$-1.07758 \times 10^{-2}$	$h_6 = h_{-16}$	$-6.14195 \times 10^{-2}$
$g_{11} = g_{-15}$	$2.08481 \times 10^{-2}$	$h_5 = h_{-15}$	$1.18867 \times 10^{-1}$
$g_{10} = g_{-14}$	$2.01335 \times 10^{-2}$	$h_4 = h_{-14}$	$1.14662 \times 10^{-1}$
$g_9 = g_{-13}$	$-3.89466 \times 10^{-2}$	$h_3 = h_{-13}$	$-2.22117 \times 10^{-1}$
$g_8 = g_{-12}$	$-3.76315 \times 10^{-2}$	$h_2 = h_{-12}$	$-2.13552 \times 10^{-1}$
$g_7 = g_{-11}$	$7.27470 \times 10^{-2}$	$h_1 = h_{-11}$	$4.15382 \times 10^{-1}$
$g_6 = g_{-10}$	$7.04520 \times 10^{-2}$	$h_0 = h_{-10}$	$3.93589 \times 10^{-1}$
$g_5 = g_{-9}$	$-1.35808 \times 10^{-1}$	$h_{-1} = h_{-9}$	$-7.79493 \times 10^{-1}$
$g_4 = g_{-8}$	$-1.32843 \times 10^{-1}$	$h_{-2} = h_{-8}$	$-6.91538 \times 10^{-1}$
$g_3 = g_{-7}$	$2.52915 \times 10^{-1}$	$h_{-3} = h_{-7}$	1.48420
$g_2 = g_{-6}$	$2.58168 \times 10^{-1}$	$h_{-4} = h_{-6}$	$9.36848 \times 10^{-1}$
$g_1 = g_{-5}$	$-4.65849 \times 10^{-1}$	$h_{-5}$	-2.95079
$g_0 = g_{-4}$	$-5.64424 \times 10^{-1}$	—	—
$g_{-1} = g_{-3}$	$8.01361 \times 10^{-1}$	—	—
$g_{-2}$	1.78633	—	—

はサンプリング周波数が1.024kHz、データ点数が2048点からなる周波数2 Hzの信号を仮定した。

最後のカラーページにまとめて示す図6の各ウェーブレット変換図は横軸が時間(s)、縦軸が周波数(Hz)であり、各座標に対応するウェーブレット係数 $d_k(t)$ の大きさを任意単位でカラー表示している。なお、離散ウェーブレット変換を行っているため、本来ウェーブレット係数値は2次元マップ上で離散的な位置のみでしか計算されないが、見栄えをよくする理由で計算される離散点の間は

間で線形補間して表示を行った。以後本論文で示すウェーブレット変換図についても上記と同様の表示を用いる。

図6(a)の Haar の場合には本来2 Hzの信号に対して、1 Hzと4 Hz辺りに大きな値が現れ、信号の解釈上問題となる。また、図6(b), (c)の Daubechies の $N=2$ および $N=6$ の場合は2 Hzのところに周期的に大きな値が現れており、解析した正弦関数の周波数を表していると考えられるが、1 Hzやその他の周波数においても多少大きめの値が現れており、周波数分解能はあまり良いとは言えない。

図6(d), (e)のBスプラインウェーブレット変換の場合は、Daubechiesに比べて周波数分解能は高くなっていると言え、特に4階Bスプラインウェーブレット変換が最も周波数分解能が高くなっているため、以後の乱流データの解析においては4階Bスプラインウェーブレット変換を用いることにする。

#### 4. ウェーブレット解析例

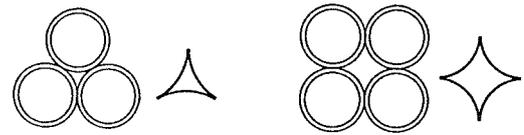
##### 4.1 星形管内の流れ[3]

星形管は図7のような断面形状を持つ管路であり、円管を積み上げたときの隙間などに形成される。断面形状により三辺星形管と四辺星形管の2種類がある。本研究では星形管内流の代表的な速度データに対してウェーブレット解析を行った。使用した星形管断面の水力相当直径  $d_s$  は三辺星形管で6.16mm、四辺星形管で13.12mmであり、長さは  $L=190d_s$  (mm)である。速度データは、吸込型風路を使用し、星形管の出口直後(約0.5mm)において熱線流速計で計測されたものである。図8に時間平均速度分布および変動成分のrms値を示す。 $Re_s$ は星形管断面内平均流速と  $d_s$  に基づくレイノルズ数である。

##### 4.1.1 星形管断面内における速度分布

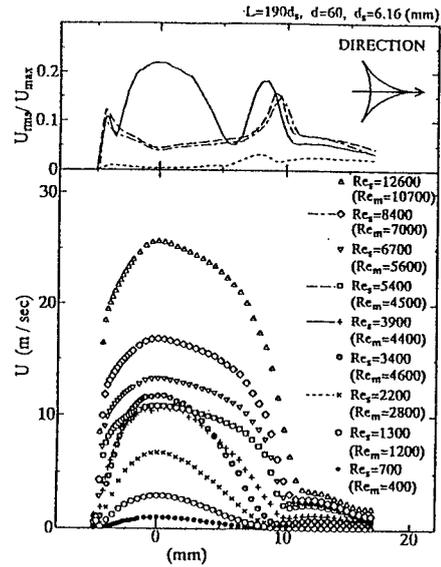
図9の四辺星形管断面内の(a)から(e)で示される位置において計測された速度データをウェーブレット変換した。各位置は管路中心からそれぞれ(a)20.0mm, (b)17.0mm, (c)14.0mm, (d)9.0mm, (e)0.0mmである。

解析した速度データはレイノルズ数が  $Re_s=2970$  であり、層流から乱流への遷移状態のものである。結果を図10に示す。変換した速度データはサンプリング周波数が1kHz、データ点数が8192点であるが、その半分の4096点分を表示してある。図10の各変換図は縦軸が周波数、横軸が時間で

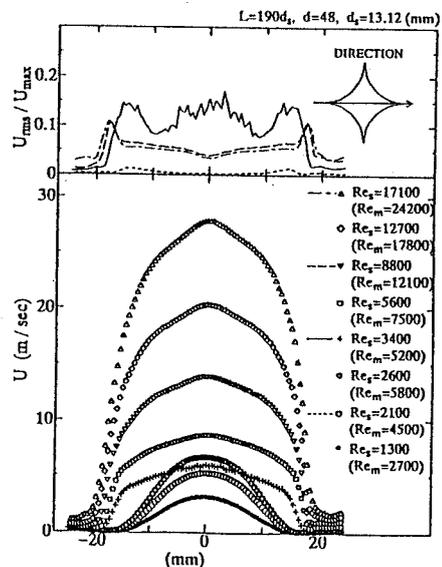


(a) 三辺星形管 (b) 四辺星形管

図7 星形管



(a) 三辺星形管



(b) 四辺星形管

図8 星形管内の速度分布

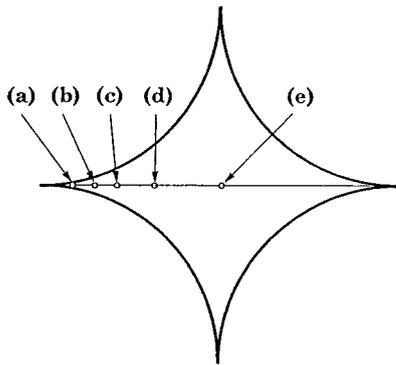


図9 測定点

あり、ウェーブレット係数値をカラー表示してある。また各変換図の上には対応する速度データの原波形を示す。

図10 (a)は測定位置が星形管の頂点付近であるため、壁面からの粘性の影響で流速はほとんど0であり、変動も見られない。それに対応してウェーブレット係数も小さい値となり、特徴のあるパターンは見られない。(b)の位置では速度波形において時折スパイク状の変動が現れている。それに対応してウェーブレット変換図には高周波数領域において筋状のパターンが現れている。これはウェーブレットによる信号の異常検出の一例と言える。(c)の位置では速度波形に乱流スラグの通過による流速の上昇部分と層流状態を表す速度の落ち込み部分とが交互に現れる。乱流スラグの通過時は速度が激しく変動しており、ウェーブレット変換図の対応する位置の高周波数領域において明瞭な筋状パターンとなっている。すなわち、高周波数における筋状パターンは乱流状態における激しい速度変化を表していると言える。また、(c)のウェーブレット変換図では1 Hz 近傍に大きな値が現れているが、この周波数は乱流スラグ列の平均的な通過周波数に対応している。(d)の位置では層流状態と乱流状態が(c)の位置と同様に交互に現れているが、両状態における平均流速はほとんど同程度であり、おおきな速度変化は見られない。そのため、変換図においては乱流スラグ列の通過周波数(約1 Hz)を表す係数値はそれほど大きな値とはなっていない。星形管の中心位置(e)で測定された速度データを見ると、この場合は(c)の場合と逆の状態となっており、層流状態の流速が速く、乱流状態で速度が落ち込んでいる。しかし、両状態間で大きな速度変化が存在するため、(e)のウェーブレット変換図の1 Hz 近傍においても大きな値が現れ、変換図のパターンとしては(c)

の場合と似たものが得られている。

#### 4.1.2 星形管断面内最大速度点における遷移過程

星形管内流においてレイノルズ数を変化させたときに観測される、層流から乱流への遷移過程を表す速度データをウェーブレット変換した。変換したデータは三辺星形管の流速が最大となる点すなわち図8 (a)における測定位置 0mm (図心) で計測したものである。図11に代表的な速度波形とそのウェーブレット変換図を示す。レイノルズ数はそれぞれ(a)  $Re_s = 3620$ , (b)  $Re_s = 3790$ , (c)  $Re_s = 4350$  である。各速度波形には流速が大きく変動がほとんどない層流状態と、速度が落ち込み変動が激しい乱流スラグ部分が見られる。また、図11 (a)の状態から(c)の状態に向けてレイノルズ数の増加とともに、乱流スラグの通過個数が増加し、それらが結合してすべての時間を通じて乱流状態に移っていく様子が明瞭に示されている。

ウェーブレット変換図を見ると乱流状態に対しては、図10と同様に高周波数領域に筋状のパターンが現れている。図11 (a)では速度波形の2秒から3秒にかけて部分的に乱流スラグ列が観測されるが、その変換図では周波数が約4 Hz で時間が1.5秒から2.6秒辺りの領域において大きな係数値が現れており、それが部分的なスラグ列の通過周波数に相当していると考えられる。この部分的な乱流スラグ列が存在する付近のパターンを見るとわかるように、ウェーブレット係数値の大きな値が現れる範囲が低周波数方向に向けて徐々に左よりに、すなわち乱流スラグの通過時点に比べて時間的に前方にシフトしているように見える。これは図5からわかるように4階Bスプラインウェーブレットのマザーウェーブレットの対称軸が、そのスケーリング関数の対称軸よりも時間的に右にずれているためと考えられる。次に図11 (b)の変換図を見ると、スラグ列の平均通過周波数に相当する4 Hz 付近に係数値の大きな値が符号を交互に変えて連続的に現れており、スラグ列の規則性を表していると言える。一方(c)の変換図ではもはや4 Hz 付近には大きな係数値は見られず、測定のおよそ全時間にわたって高周波数領域に筋状パターンが現れており、乱流状態が支配的であることを表している。

#### 4.2 滑面乱流境界層[4]

近年、粗面上に発達する乱流境界層の制御や縦

渦による境界層の操縦についての研究が盛んに行われている。それらの基準となる滑面乱流境界層は長い年月にわたり研究されてきたが依然として未知の事も多い。特に、流体実験の精度向上を目指している大坂ら[4]は、実験の精練化を目標に掲げて滑面乱流境界層を注意深く測定して、従来の研究結果の欠陥を指摘し、補足する努力を続けている。それによると圧力勾配下の滑面乱流境界層の二次元性を十分配慮するために、局所壁面摩擦抵抗係数  $c_f$  を信頼性の最も高い壁面せん断応力の直接測定法によって求めて、各種乱流量分布の相似性について議論を深めている。その実験で得た零圧力勾配下の滑面乱流境界層の内外における速度信号のデータをウェーブレット変換により解析した。図 1 2 に境界層発達の様式図を示す。

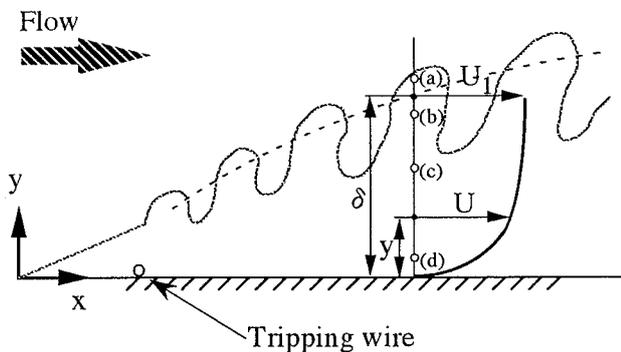


図 1 2 乱流境界層発達の様式図

風洞の観測部は長さ 4000 (mm), 幅 500 (mm), 観測部入口高さ 280 (mm) であり、観測部床面に発達する乱流境界層である。解析に用いた速度データは、境界層厚さ  $\delta$  が 51.10mm となる  $x$  座標で平板からの垂直距離が (a)56.87mm, (b)46.53mm, (c)31.02mm, (d)5.17mm の各位置において測定された  $x$  方向速度成分である。また、運動量厚さ  $\theta$  に基づくレイノルズ数は  $R_\theta = 5100$  である。主流平均速度  $U_1$  は約 13.2m/s であり、各速度データはその位置における平均速度  $U$  を差し引いて変動速度データとした後ウェーブレット変換を施した。解析したデータはサンプリング周波数が 10kHz、データ点数が 8192 点であるが、図 1 3 には 4096 点分を表示してある。

図 1 3 (a) に示すデータは境界層の外側であり、大きな速度変動は見られない。そのためウェーブレット変換図にも大きな値は現れていない。ただ、時折見られる小さいスパイク状の速度変動により、それに相当する位置の高周波数領域に筋状のパターンができていく。図 1 3 (b)~(d) になると速度変

動は大きくなり、ウェーブレット変換図においては高周波数領域が徐々に大きな値で埋め尽くされるようになっていく。また、図 1 3 (c), (d) では 100Hz 以下の低周波数成分も増大しており、ウェーブレット変換図において所々に大きな値が現れているが、その現れ方にははっきりとした規則性は見られない。しかし、たとえば図 1 3 (d) のウェーブレット変換図において 0.12s から 0.22s にかけて約 20Hz の領域に周期的に大きな値が現れているが、これは 4.1.2 節で述べた左へシフトする特性を考慮すると変動速度データの約 0.14s から 0.24s の波形が約 20Hz の振動成分を特に多く有していると言える。また、これらの解析から境界層の内側と外側で流れの違いがウェーブレット変換図におけるパターンの違いとして現れていることがわかる。但し、これらの変換図は、星形管の場合と違って、係数値の小さい領域は白色で示してあるので全体的に淡泊で見易いカラー図の特徴を示している。

#### 4.3 角柱後流

電柱や高層ビルなど実社会には円柱や角柱など鈍頭物体と呼ばれる形状を持つ構造物が多く存在している。そのような構造物の周りにどのような流れが発生しているのかを知る事は重要な問題であり、若らはこのような鈍頭物体後流の様子を知るために代表的な鈍頭物体である円柱や角柱を試験片として用いた風洞実験を行ってきた。本研究では角柱後流の流速データに対して時間周波数解析を行った。

実験に用いた風洞は吹き出し型風洞で観測部寸法は縦 350 (mm), 横 160 (mm), 長さ 400 (mm) である。角柱は 1 辺の長さ  $D$  が 20mm の正方形断面を有し、主流速度が約 15m/s のノズル出口より 150mm 下流に角柱軸が主流方向と垂直になるように設置されている。座標系およびカルマン渦発生の様式図を図 1 4 に示す。解析に用いた速度データは角

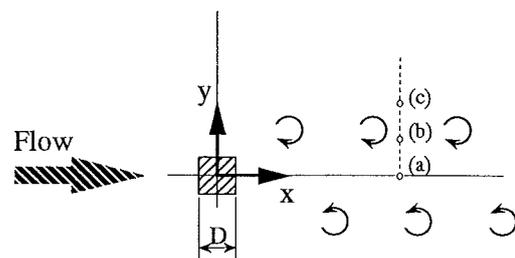


図 1 4 角柱後流の流れ

柱の中心から下流の  $x/D=5$  の位置で、 $y$  方向位置がそれぞれ (a)  $y/D=0$ , (b)  $y/D=1$ , (c)  $y/D=2$  の 3ヶ所で測定されたものである。各速度データはその場所における平均速度を差し引いて変動速度データとした後ウェーブレット変換を施した。解析したデータはサンプリング周波数が 10kHz、データ点数が 8192 点であるが、図 15 には 2048 点分を表示してある。

図 15 (a)では見られないが、図 15 (b)および (c)では、ウェーブレット変換図の約 100Hz の領域に大きな値が周期的に現れている。100Hz の周波数成分が大きいことは信号のパワースペクトルからもわかることであるが、ウェーブレット変換図を見るとその成分が時間的にも局所的ではなく持続して現れていることが明瞭にわかる。一般に、角柱後流におけるストローハル数は約 0.13 であり、これから本実験で予想されるカルマン渦列の周波数は約 100Hz である。したがって図 15 (b), (c)の変換図に見られる 100Hz 近傍のピーク列は、角柱の縁から発生したカルマン渦列の通過によるものである。

#### 4.4 中ぐり加工におけるびびり振動 [5]

中ぐり棒などの剛性や振動減衰性が低い材料では容易にびびり振動を発生し、この振動は加工表面の精度に影響を与えるのみならず、加工工程の中断など加工能率にも大きく影響を及ぼす。このびびり振動を抑制することは機械加工において大きな問題である。小幡らはびびり振動を抑制するために圧電アクチュエータを能動ダンパとして中ぐり棒に取り付け、びびり振動の能動制御を試みている。この研究は流体工学とは分野を異にするがウェーブレットの応用の一例としてびびり振動の制振実験における振動計測データに対してウェーブレット変換を行った。

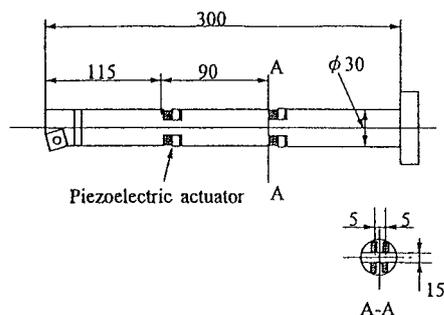


図 16 圧電アクチュエータを取り付けた中ぐり棒

図 16 に装置図を示す。実験は材質が S45C の中ぐり材を超硬 P 20 で切削し、切削条件は切削速度が  $V=1.67\text{m/s}$  (100m/min)、切込みが  $u_0=0.04\text{mm}$ 、送りが  $f=0.25\text{mm/rev}$ 、コーナ半径が  $R=0.4\text{mm}$  である。振動データはサンプリングクロックが約 0.024ms で 0.05s 間測定され、振動変位をセンサーにより電圧値に変換してある。

ウェーブレット変換した結果を図 17 (a)~(c) に示す。図 17 (a)は圧電アクチュエータによる振動制御が行われていない状態、(b)は測定中に振動制御を開始したもの、(c)は振動制御の開始から十分に時間が経過した状態のものである。図 17 (a)からわかるように制御が行われていない状態では、ウェーブレット変換図の 150Hz 近傍に大きな値が周期的に現れている。これは振動波形に明瞭に現れているびびり振動に対応しており、パワースペクトル解析より得た卓越周波数は約 255Hz である。また 1000Hz 近傍にもウェーブレット係数値の周期的な変動が見られ、これはパワースペクトルから得た約 1300Hz に強い成分を持つびびり振動に対応している。さらに 1000Hz 以上の周波数領域にもウェーブレット係数値の変動が見られ、広範囲の領域にびびり振動が分布している様子がわかる。図 17 (b)では、約 0.015s の時刻から圧電アクチュエータによる振動制御が開始されているが、振動波形およびウェーブレット変換図双方ともに制御開始前後で大きな変化は見られず、すぐには制御の効果は現れないと言える。一方制御開始から十分に時間が経った図 17 (c)を見ると、振動波形の振幅が大きく減少しており、ウェーブレット係数値も 150Hz 近傍を含んで全体的に値が小さくなっている。つまり (c)ではすべての時間にわたって圧電アクチュエータが能動ダンパとして働き、255Hz 及び 1300Hz 近傍に主成分を有していたびびり振動が抑制されていることがわかる。

#### 5. まとめ

離散ウェーブレット変換をいくつかの乱流速度データおよび振動データに適用した結果、以下の結論を得た。

- (1) 試行した 5 種類のマザーウェーブレット関数の中では 4 階 B スプライン関数が最も高い周波数分解能を与えた。ただし、4 階 B スプラインウェーブレット変換では低周波数成分は時間軸上において左にシフトする傾向がある。

- (2) 星形管内遷移流において乱流状態発達の過程などが見られた。速度データの高周波数成分は乱流スラグに起因していることがウェーブレット変換図より明瞭にわかった。また、層流と乱流状態の平均速度に大きな差がある場合に、ウェーブレット係数値が大きくなる。
- (3) 境界層内側でのウェーブレット係数の大きさおよび変動に相違が見られ、ウェーブレット解析は境界層内の流れの解析に有効である。
- (4) 角柱後流におけるカルマン渦の発生に対応したウェーブレット係数値の変動が見られた。ウェーブレット変換は渦列の規則性を明らかにする。
- (5) 圧電アクチュエータによってびびり振動が抑制されている様子が解析された。

時間変化に伴った後流のカルマン渦の周期的な発生の様子、星形管内流における遷移の時間的過程、びびり振動が発生している様子などは高速フーリエ変換のパワースペクトル上では見られなかったものであり、信号変化の挙動が2次元マップ上で観測出来ることは、ウェーブレット変換による時間周波数解析の最大の利点であるといえる。以上のことからウェーブレット変換は流体力学実験の分野においてデータの解析法の1つとして用い

ることが可能である。

## 謝 辞

本研究において乱流境界層のデータは山口大学の太田研究室よりご提供して頂きました。また、平成8年度知能情報工学科を卒業した岩木幸司君にはプログラムの作成に協力して頂いた。ここに明記して謝意を表します。

## 参考文献

- [1] 榊原 進：ウェーブレットビギナーズガイド，東京電気大学出版局，1995年
- [2] 山口昌哉，守本晃：ウェーブレットとその応用について，応用数理，Vol. 1, 3, pp. 202-213, 1991年
- [3] 林，ほか3名：日本機械学会論文集(B編)，60巻 571号，pp. 834-841, 1994年
- [4] 太田，亀田，望月：日本機械学会論文集(B編)，62巻 598号，pp. 2230-2237, 1996年
- [5] 田中，小幡，松原，水本，紀之内：日本機械学会論文集(C編)，92巻 1325号，pp. 59-560, 1993年

(受理 平成 10年 8月 24日)

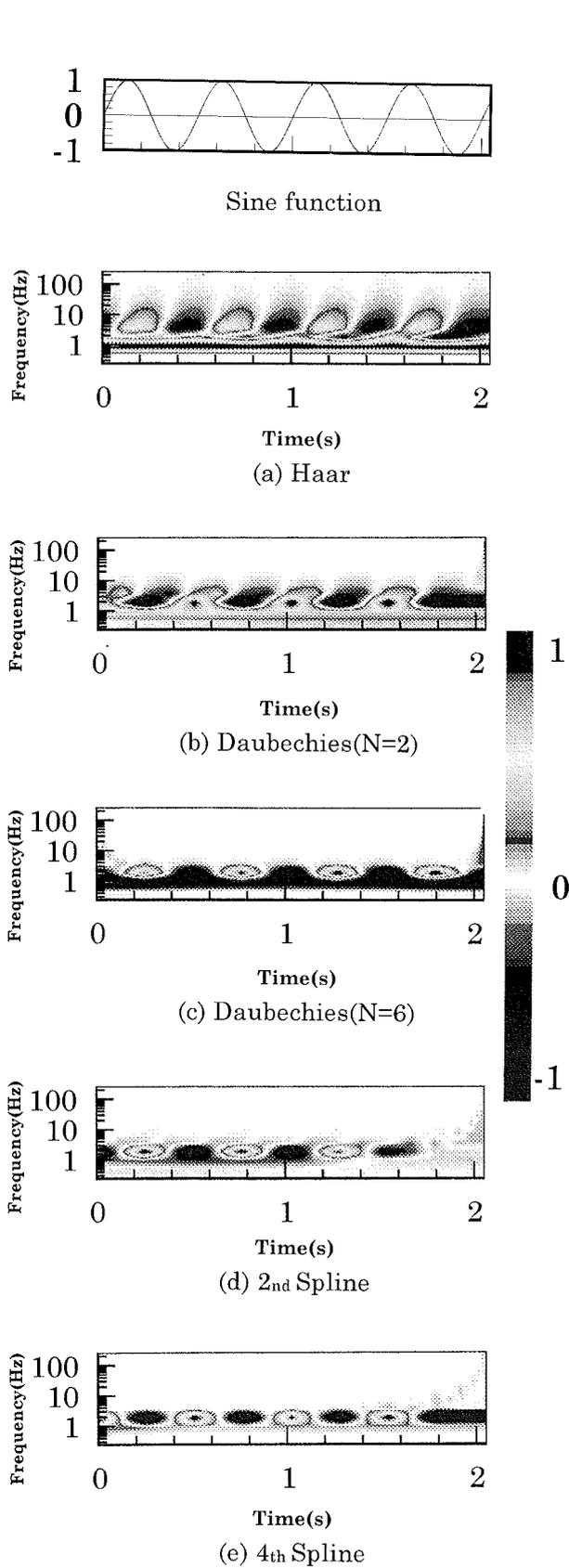


図6 正弦関数のウェーブレット変換

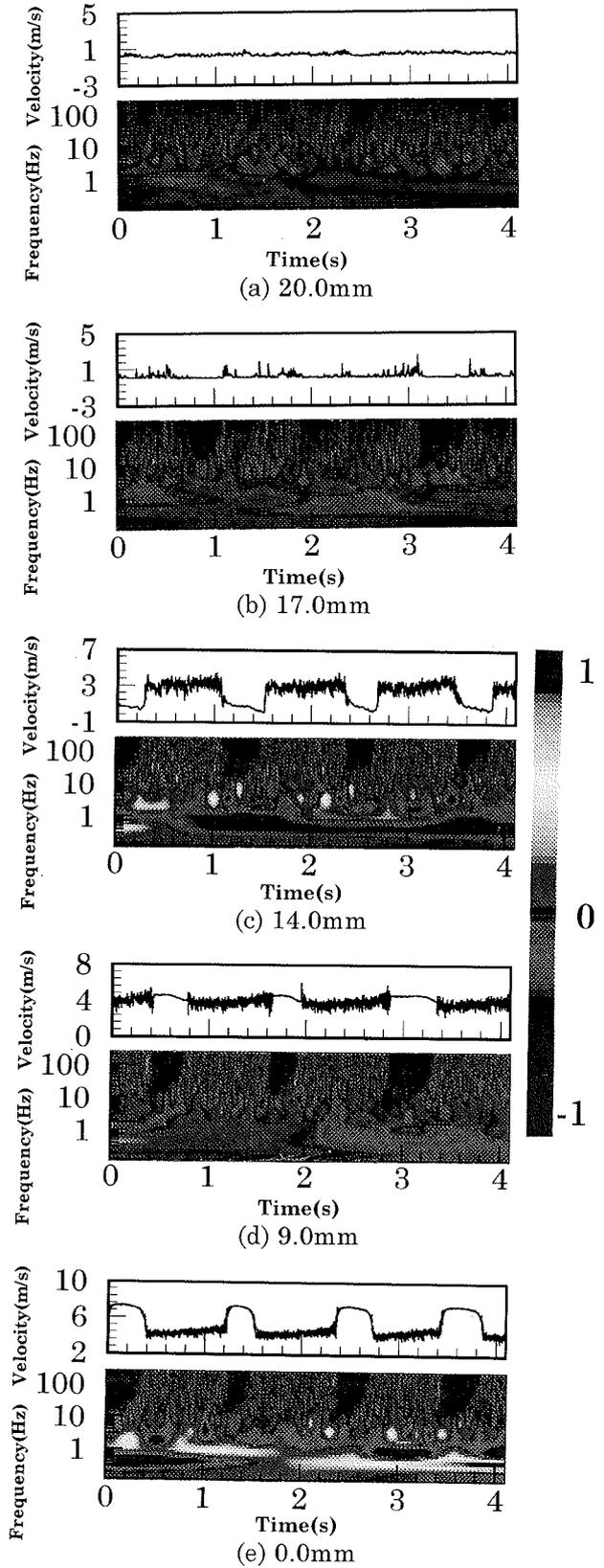


図10 四辺星形管内の各位置における速度データとそのウェーブレット変換図

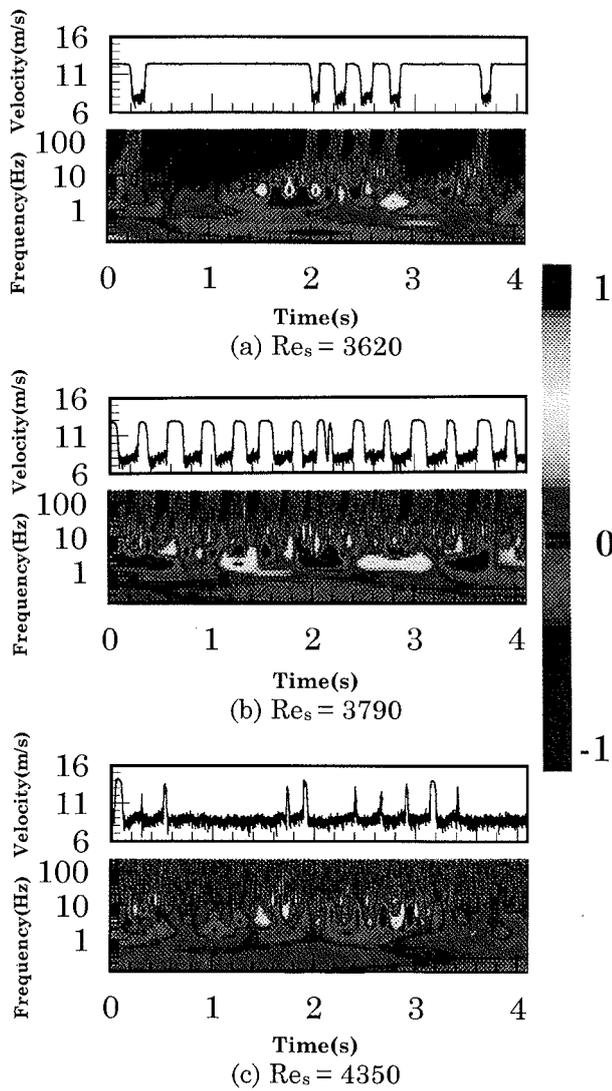


図11 三辺星形管内の最大流速点における速度データとそのウェーブレット変換図

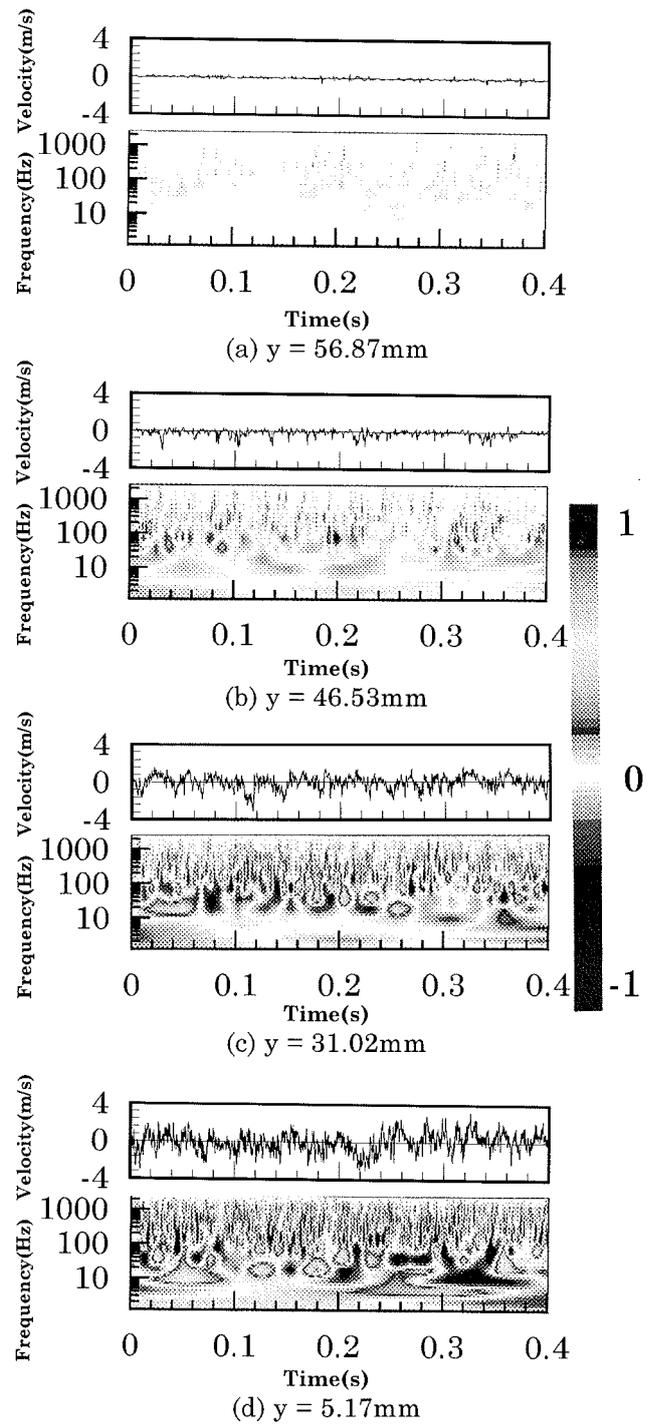


図13 乱流境界層内外における速度データとそのウェーブレット変換図

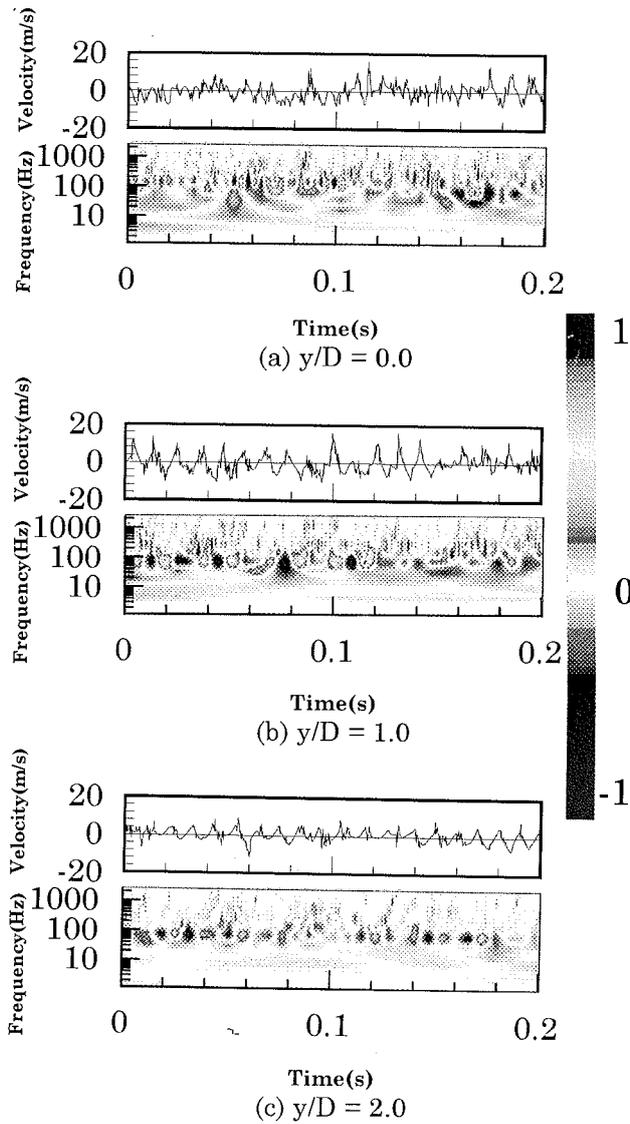


図15 角柱後流における速度データとそのウェーブレット変換図

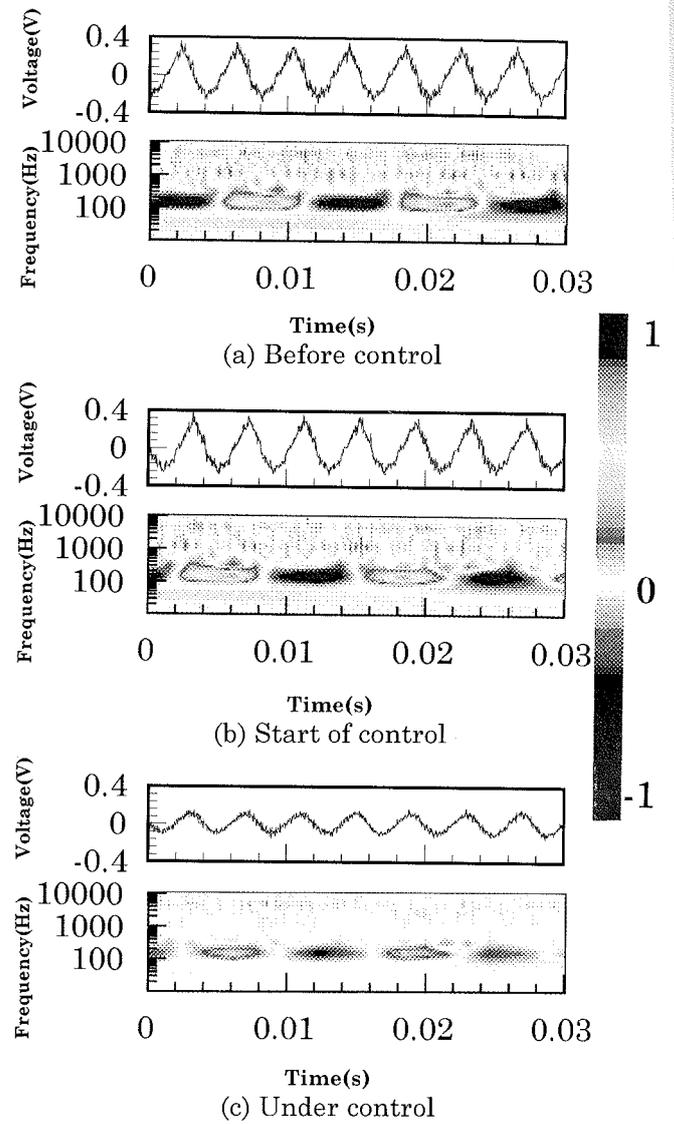


図17 中ぐり加工におけるびびり振動とそのウェーブレット変換