

砂時計型ニューラルネットワークによる 時系列信号の最大パワー周波数成分の抽出

吉村 宏紀・菅田 一博・井須 尚紀・清水 忠昭

知能情報工学科

(1995年9月1日受理)

Extraction properties of frequency components in time series
signals for Sandglass Neural Network

by

Hiroki YOSHIMURA, Kazuhiro SUGATA, Naoki ISU, Tadaaki SHIMIZU

Department of Information and Knowledge Engineering, Tottori University

(Received September 1, 1995)

The multilayer perceptron called by Sandglass Neural Network, whose input layer and output layer have the same number of units and hidden layer has less units than input and output layer, is considered to perform data compression for input signals.

We made clear the extraction properties of frequency components in time series signals for Sandglass Neural Network. This Sandglass Neural Network with two hidden units can extract maximum power component from the numerous frequency components. In this extraction scheme, input signals are transformed by DFT between the input layer and the hidden layer and by IDFT between the hidden layer and the output layer. Connection weights have the function of a revolving factor of DFT.

Furthermore, we proposed the cascade model of Sandglass Neural Networks with two hidden units to pick up the frequency components one after another in order of their power.

Key words : neural network, time series signal, principal component analysis, data compression, DFT

1 はじめに

階層型ニューラルネットワークの応用例に、cottrellら⁽¹⁾が画像圧縮のために提案した砂時計型ニューラルネットワーク（以下、SNN）がある。SNNとは、階層型ニューラルネットワークにおいて入力層と出力層のユニット数を同数とし、中間層のユニット数を入出力層のユニット数よりも少なくした構造のものをいう。SNNは、入力信号と教師信号を等しくして学習を行う。学習後の学習誤差を十分に小さくすることができれば、出力信号は入力信号と同じものを出力することができる。言い換えれば、SNNは、恒等写像を近似するニューラルネットワークである。SNNを用いて、学習により学習誤差を小さくすることができれば、情報圧縮をしたことになる。また、学習後の結合加重を解析することにより、入力情報をどのように情報圧縮して結合加重の中に記憶しているかを解析できる。

SNNは提案されて以来、音声、画像、脳波など様々な信号のデータ圧縮に利用しようとする試みがなされてきた⁽²⁾⁽³⁾。また、理論的考察や実験的検証も行われており、SNNの情報圧縮能力に関しても明らかになってきた⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

舟橋ら⁽⁶⁾は、中間層ユニットN個の3層SNNについて、第N番目までの主成分分析と情報圧縮の能力は同等かそれ以下であることを理論的に証明している。

Baldiら⁽⁷⁾は、ユニットの特性関数を線形にした3層SNNにおいて、結合加重と学習パターンの分散・共分散との関係を理論的に解析した。

これらにより、3層のSNNは、主成分分析と等価な処理をしていることが明らかになっている。

3層よりも多い層数のSNNはネットワーク構造が複雑なために、ユニット数、層数の変化にともなう情報圧縮能力の違いについての理論的解析はほとんど行われていない。しかし、主成分分析よりも効率の良い情報圧縮が行えることが、様々な予備の実験などで示されている⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。しかし、入力信号の幾何学的性質に対して、結合加重にどのような形で特徴抽出を行い、出力層のユニットがどのような信号を出力するかは明らかでない。

本研究では、時系列信号に対してSNNがどのように信号の特徴を抽出するかについて明らかにするた

めに、人工的に作成した単純な時系列信号を用いて実験を行い、その結果を報告する。SNNは、十分な個数の中間層ユニットがあれば入力信号と同じ信号を出力するように学習できる。しかし、中間層のユニットの個数が少なければ、入力信号と同じ出力信号を出すように学習はできなく、入力信号の持つ何らかの特徴を抽出して、結合加重の中に記憶することが考えられる。

我々は、時系列信号が持つ特徴をSNNがどのように抽出して中間層ユニットに記憶するかを明らかにした。つまり、中間層に2個のユニットがあれば、1つの周波数成分を抽出し、結合加重の中にデジタルフーリエ変換の回転因子の形で記憶することが分かった。このとき、入力信号の中に含まれているパワーの大きい周波数成分から順番に抽出される。したがって、中間層のユニット数が2個であれば、最大パワーの成分が抽出され、4個であれば最大パワーの成分と2番目に大きいパワーの成分が抽出される。以下、6個、8個、…について同様の結果が得られた。

2 学習データの作成及び学習法

本研究で用いるSNNは、3層のSNNとする。1層目を入力層、2層目を中間層、3層目を出力層と呼び、本研究では入力層及び出力層のユニット数を64個に固定する。中間層ユニットの個数はいろいろ変化させて実験を行う。

[定義1] 入力層及び出力層のユニット数を64個としたので、時系列信号を扱う場合、64時点を時間の単位と考える。64時点の中に丁度F個の正弦波が含まれる場合、本研究ではF(Hz)の正弦波と呼ぶ。

ニューラルネットワークは、入力信号を入力した時に実際に出る出力信号と教師信号の学習誤差を最小にするように、結合加重を更新していく。この過程を学習という。ここでは、入力信号とそれに対する教師信号との対を学習データと呼ぶ。本研究ではSNNに入力信号を入力した時の出力信号が、入力信号と一致するように学習を行う。よって教師信号は入力信号と同じ信号である。図1に、学習方法の模式図を示す。

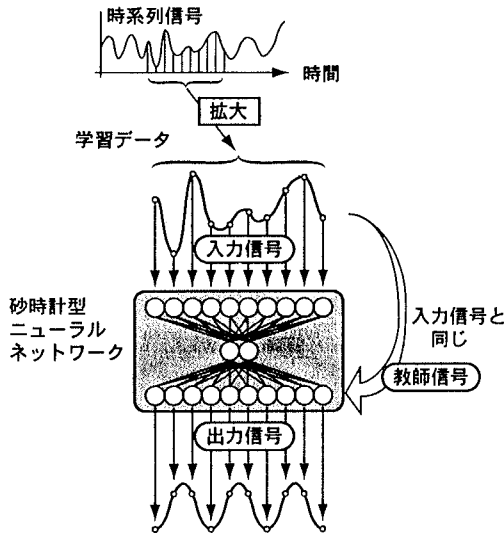


図1 学習の模式図

学習の対象としては、時系列信号を与える。SNNの入力層及び出力層のユニット数がM個の時、1つの学習データは学習対象の時系列信号 $x(n)$ ($n=0,1,2,\dots$) の連続したM時点の系列とする。そして、1時点ずつ時間をずらした合計S組の学習データを用意する。学習アルゴリズムは誤差逆伝搬学習法とし、一括学習で学習を行う。学習の終了条件は、学習誤差の値が零になるか、学習回数が3万回を超えるまでとした。

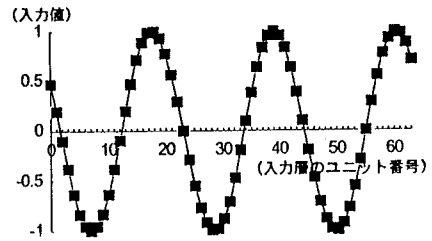
3 実験

3.1 【実験1】単一正弦波の学習

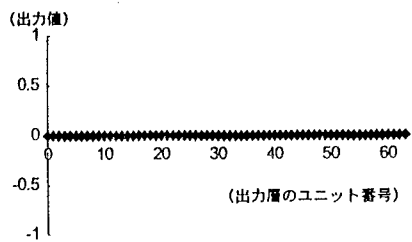
実験1として、最も単純な1つの正弦波による時系列信号から学習データを作成し、学習を行った。正弦波の周波数は、3Hzとした。本実験は、中間層ユニットの数を1個から3個の場合について行った。本実験の目的は、学習データに用いた入力信号を入力した時の出力信号が入力信号と一致するには、中間層ユニットの数がいくつ必要でかつ十分かを明らかにすることである。以下に、実験に用いた学習データを示す。

$$X^{(n)} = \left\{ x_i^{(n)} \mid x_i^{(n)} = \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 0 \cdot \frac{i+n}{64}\right), i=0,1,\dots,M-1 \right\}$$

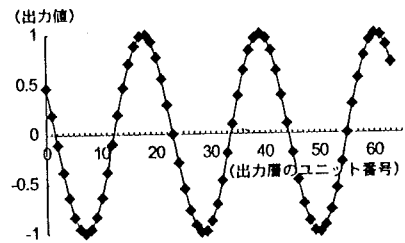
$n=0,1,2,\dots,S-1$



(a) 入力信号



(b) 出力信号 (中間層ユニット1個)



(c) 出力信号 (中間層ユニット2個)

図2 学習後の入出力信号

- $X^{(n)}$: n番目の学習データ。
- $x_i^{(n)}$: i番目の入力層ユニットへの入力信号,i番目の出力層ユニットへの教師信号。
- M : 入力層, 出力層のユニット数. $M=64$
- S : 全学習データの数. Sは全位相の信号が現われるように決める. $S \geq 64/F$ (Hz) (この場合, Fは3Hz) ならばいくらでもよいが, 我々はSを64とした。

【実験1】学習結果

学習後のSNNの入力信号と出力信号の関係を図2に示す。ただし、代表的な1つのパターンのみを図示した。図2に示すように、中間層ユニット2個の時、全入力信号に対して、入力信号と同じ位相の正弦波を出力した。中間層ユニットが3個の時も同様

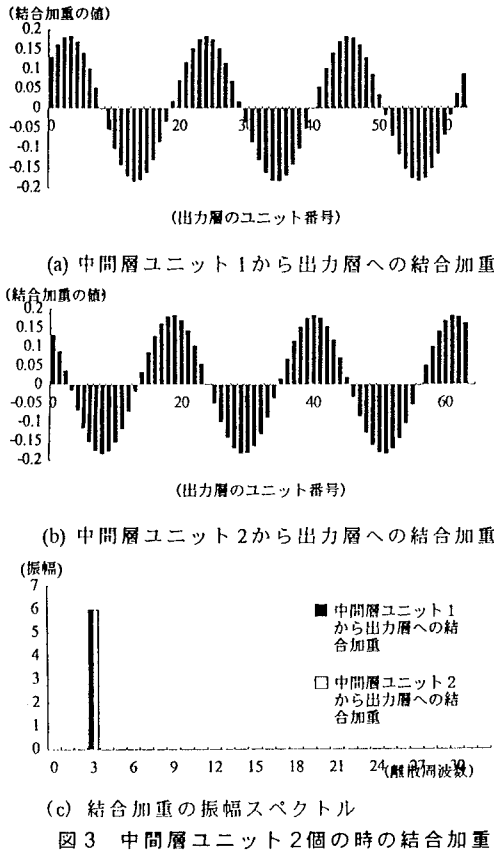
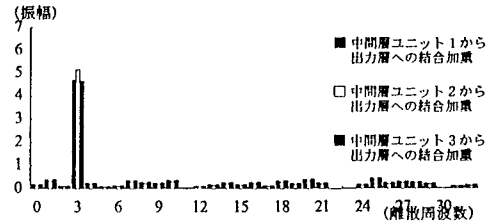


図3 中間層ユニット2個の時の結合加重

の結果となった。学習後の結合加重の値は、入力層ユニット*i*番目から中間層ユニット*j*番目への値と中間層ユニット*j*番目から出力層ユニット*i*番目への値とは、ほぼ同じ値となった。

中間層ユニットが2個の時の各中間層ユニットから出力層ユニットへの結合加重の値を図3-(a) (b)に示す。さらに、各中間層ユニットから出力層ユニットへの結合加重の振幅スペクトルを図3-(c)に示す。図3-(a), (b), (c)より、中間層ユニットが2個の時の結合加重は、学習に用いた信号と同じ周波数状の値をとる。また、中間層第1ユニットから出力層ユニットへの結合加重と中間層第2ユニットから出力層ユニットへの結合加重は、位相が90度ずれ

図4 結合加重の振幅スペクトル
(中間層ユニット3個)

たものとなっており、デジタルフーリエ変換の回転因子 $e^{j2\pi(k/N)}$ を構成している。

中間層ユニットが1個の場合は、ある入力信号に対しては、入力信号と同じ位相の3Hzの正弦波を出力した。しかし、入力信号と同じ位相の出力信号を出力できた入力に対して、90度位相のずれた入力信号の入力に対しては、出力層ユニットの出力はほぼ零になった。

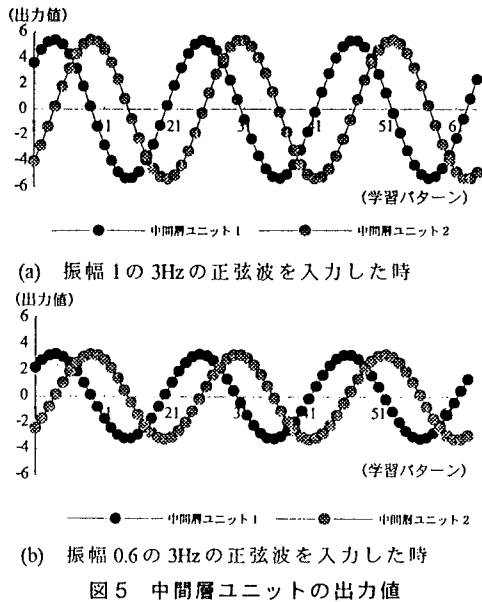
中間層ユニットが3個の場合、中間層ユニット2個の場合と同様に、全ての入力信号に対して入力と出力が一致した。しかし、中間層ユニットから出力層ユニットへの結合加重の値は、雑音のついた3Hzの正弦波ようになっていた。中間層ユニット j ($j=1,2,3$) から出力層ユニットへの結合加重の値の振幅スペクトルを図4に示す。

これまでの結果から単一の正弦波を学習させる場合、必要でかつ十分な中間層のユニット数は2個であることが分かった。

3.2 【実験2】振幅の異なる2つの同じ周波数の正弦波の学習

実験1の結果より、中間層ユニットの数が2個で単一の正弦波を学習により抽出することができることが分かった。実験2以降の実験は、中間層ユニットを2個に限定して学習を行い、SNNの特徴抽出の性質を調べる。

SNNは中間層ユニット2個で1つの正弦波を学習により抽出できるが、本実験では振幅の異なる信号に対してどのように振る舞うかを調べる。そこで、同一周波数ではあるが、振幅の大きさが異なる2つの



正弦波の各々について、学習データを作成し、1つのSNNで学習を行った。以下に、3Hzの振幅1.0の正弦波と振幅0.6の正弦波によって作成した学習データを示す。

$$X^{(1n)} = \left[x_i^{(1n)} \mid x_i^{(1n)} = \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 0 \cdot \frac{i+n}{64}\right), i=0,1, \dots, M-1 \right]$$

$$X^{(2n)} = \left[x_i^{(2n)} \mid x_i^{(2n)} = 0.6 \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 0 \cdot \frac{i+n}{64}\right), i=0,1, \dots, M-1 \right]$$

$n=0,1, \dots, S-1$

- $X^{(1n)}$: 振幅1.0の正弦波, n番目の学習データ.
- $X^{(2n)}$: 振幅0.6の正弦波, n番目の学習データ.
- $x_i^{(1n)}, x_i^{(2n)}$: i番目の入力層ユニットへの入力信号, i番目の出力層ユニットへの教師信号.
- M : 入力層, 出力層のユニット数. $M=64$
- S : 全学習データの数. ここではSを64とした.

【実験2】学習結果

実験2について、学習後のSNNは学習データに用いた全ての入力信号に対して、入力信号と同じ信号を出力した。図5-(a)は、学習データ $X^{(1n)}$ ($n=1,2, \dots, 64$) を $n=0$ から順番に入力した時の、中間層ユニットの出力値を表わしたグラフである。同様に図5-(b)は、学習データ $X^{(2n)}$ ($n=0,1, \dots, 63$) を $n=0$ から順番に入力した時の、中間層ユニッ

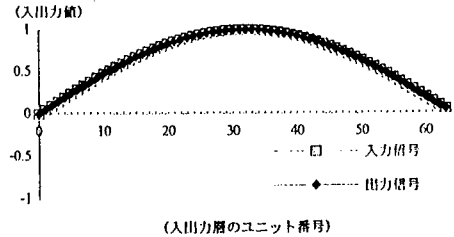


図6 実験3 (入力信号に対する出力信号)

トの出力値を表わしたグラフである。これらのグラフより、振幅の大きさの大小は中間層ユニットの出力の大小によって表わされていることが分かった。

3.3 【実験3】1Hz未満の正弦波の学習

実験1, 実験2では、1Hz以上の正弦波を学習の対象とした。本実験では、1Hzを満たない正弦波を学習の対象とする。1Hz未満の信号に対しては、波形の全体が入力層に入力されない。それでも、SNNは学習できるかどうかを調べるのを目的とした実験である。学習に用いた時系列信号を以下に示す。

$$X^{(3n)} = \left[x_i^{(3n)} \mid x_i^{(3n)} = \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 0.5 \cdot \frac{i+n}{64}\right), i=0,1, \dots, M-1 \right]$$

$n=1,2, \dots, S-1$

- $X^{(3n)}$: n番目の学習データ.
- $x_i^{(3n)}$: i番目の入力層ユニットへの入力信号, i番目の出力層ユニットへの教師信号.
- M : 入力層, 出力層のユニット数. $M=64$
- S : 全学習データの数. ここではSを128とした.

【実験3】学習結果

実験3について、学習後のSNNの入力信号と出力信号との関係を図6に示す。(ただし、1つのパターンのみ示した。) 図6より明らかなように、SNNは学習データで用いた全ての入力信号に対して、入力信号と同じ信号を出力できた。中間層ユニットから出力層ユニットへの結合加重は、実験1と同様に学習データとして用いた0.5周期の正弦波となった。さらに、中間層第1ユニットから出力層への結合加重と中間層第2ユニットから出力層への結合加重は、位相が90度ずれたものとなっていた。

3.4 【実験4】2つの周波数成分を含んだ信号の学習

実験1では中間層ユニットが2個の時、1つの正弦波を学習により抽出できることが分かった。そこで2つ以上の周波数成分を持つ時系列信号を学習させた時、SNNがどのようなものを結合加重に抽出するか、また出力信号はどのような信号であるかを明らかにする。本実験では、振幅の異なる2つの周波数の正弦波の和を学習データに用いて学習を行った。以下に、本実験で用いる学習データを示す。

$$X^{(n)} = \left\{ x_i^{(n)} \left| x_i^{(n)} = \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 0 \cdot \frac{i+n}{64}\right) + 0.7 \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 0 \cdot \frac{i+n}{64}\right), i=0, 1, \dots, M-1 \right. \right\}$$

$$n = 1, 2, \dots, S-1$$

$X^{(n)}$: n番目の学習データ。

$x_i^{(n)}$: i番目の入力層ユニットへの入力信号, i番目の出力層ユニットへの教師信号。

M : 入力層, 出力層のユニット数。M=64

S : 全学習データの数。ここではSを64とした。

【実験4】学習結果

実験4について、学習後のSNNの入力と出力との関係を図7に示す。(ただし、1パターンのみ示す。) SNNに振幅の異なる2つの正弦波の和を学習データとして学習させたにもかかわらず、SNNは、学習データとして用いた全ての入力信号に対して、振幅の大きい3Hzの正弦波を出力した。中間層ユニットから出力層ユニットへの結合加重は、出力した周波数と同じ3Hzの正弦波となっていた。ここでは示していないが、振幅の異なる3つ以上の正弦波の和により作成した学習データを学習させた場合も、中間層ユニットが2個のSNNは最大パワーの正弦波を出力した。

4 中間層ユニット2個のSNNのカスケード接続モデル

実験4より中間層ユニット数が2個のSNNは、学習に用いた入力信号の中で、最大パワーを持つ周波数成分を抽出することがわかった。そこで、中間層ユニット2個のSNNをカスケード接続したモデルを提案する。図8にモデルの構成図を示す。このモデルを用いることにより、時系列信号から複数の周波数成分を段階的に抽出できることを示す。

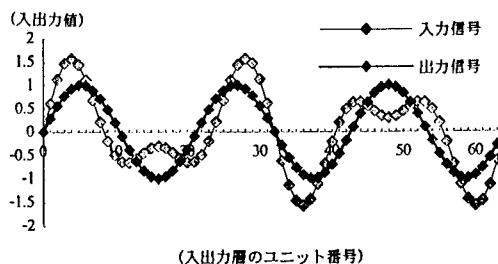


図7 実験4 (入力信号に対する出力信号)

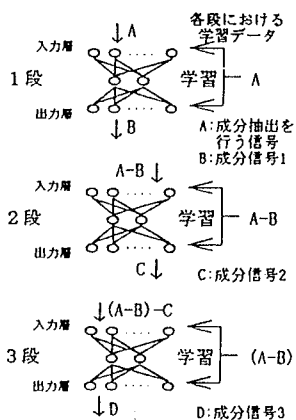


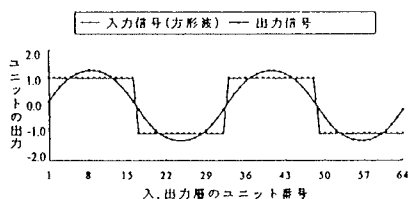
図8 SNNのカスケード接続モデル

4.1 【実験5】周波数成分の段階的抽出

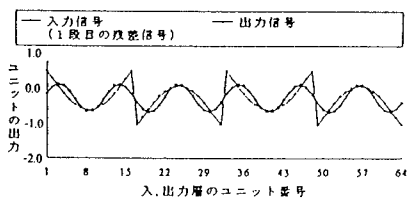
本実験で用いるSNNは入力層及び出力層のユニット数を64個、中間層のユニット数を2個とする。そして、同じ構造のSNNを4段用意した。成分抽出を行う信号には、64時点で2周期の方形波(2Hz)を用いた。この方形波をカスケード1段目のSNNの学習データとして学習を行った。1つの学習データは、方形波の連続した64時点とした。全学習データは、上記の学習データに対して1時点ずつ時点をずらして、合計64パターン用意した。

カスケード接続したSNNの各段における学習は、図8に示すように1段目から順次行った。1段目のSNNは、方形波(信号A)を学習データとして用いた。学習終了後、1段目のSNNに信号Aを入力して出力(信号B)を得た。信号Aから信号Bを差し引

き、残差信号(信号A-B)とした。以上の方法で、各学習データごとに信号A-Bを求めた。2段目のSNNは、信号A-Bを学習データとした。以下、学習終了後のSNNで求めた残差信号を次の段の学習データとし



(a) 1段目の入出力波形



(b) 2段目の入出力波形

図9 カスケード各段の入出力波形

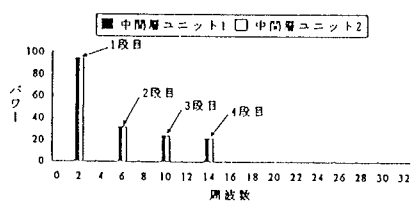


図10 SNN各段の中間層から出力層へかけての結合加重のパワースペクトル

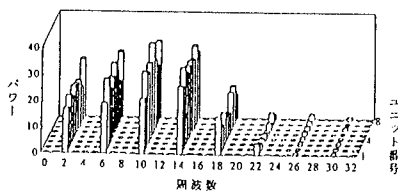


図11 8個の中間層から出力層にかけての結合加重のパワースペクトル

た。本実験では、上記の処理を4段目まで行った。

4段カスケード接続したSNNのモデルは、中間層ユニットを2(個)×4(段)=8(個)用いている。このモデルとの比較対象として、本実験では、中間層ユニット8個、入力層及び出力層のユニット64個の1段のSNNについて、提案したカスケード接続したSNNで学習させたものと同じ方形波を学習させた。

4.2 【実験5】実験結果

学習終了後のカスケード1段目と2段目のSNNについて、入力信号に対する出力信号をそれぞれ図9(a)(b)に示す。図9に示すように、1段目のSNNは、入力信号と同位相の正弦波を出力した。出力された正弦波は、2Hzであった。他の位相の方形波の入力に対しても、SNNは入力信号と同位相の2Hzの正弦波を出力した。また、2段目のSNNは、1段目の残差信号の入力に対して、6Hzの正弦波を出力した。以下、3段目のSNNは10Hzの正弦波を、4段目のSNNは14Hzの正弦波をそれぞれ出力した。カスケード接続各段の出力信号を足し合わせると、方形波を近似した波形となった。中間層ユニット数が8個のSNNの場合も、学習終了後のSNNは、同様の近似波形を出力した。

カスケード接続した各段のSNNについて、中間層から出力層にかけての結合加重の振幅スペクトルを図10に示す。図10より各段の結合加重の振幅スペクトルは、各段の出力信号である正弦波の周波数と一致した。一方、中間層ユニット数が8個のSNNにおいては、図11に示すように、それぞれの中間層ユニットから出力層への結合加重の振幅スペクトルは、複数の周波数成分を持つことが分かる。

5 まとめ

5.1 SNNによる周波数成分の抽出能力

実験1から、1つの正弦波を入力信号としたとき、学習により入力信号と出力信号を一致させるには、中間層ユニットの数は2個で必要かつ十分であることが分かった。そこで、実験2からは、全て中間層ユニットの数を2個に限定し、実験を行った。その結果、中間層ユニット2個のSNNの信号成分抽出能力及び結合加重について次のような性質が明らかと

なった。

- [性質1] 結合加重は、成分抽出した正弦波と同じ形になる
- [性質2] 中間層第1ユニットから出力層ユニットへの結合加重と中間層第2ユニットから出力層ユニットへの結合加重は位相が90度ずれたものとなる
- [性質3] 入力信号の振幅の大きさ違いは中間層ユニットの出力の大きさで表わされる。
- [性質4] 成分として複数の正弦波を持つ時系列信号に対して、最大パワーの正弦波を抽出する
- [性質5] 1Hz未満の正弦波の抽出も可能である

これらの性質から、SNNの入力層から中間層、中間層から出力層の間で、フーリエ変換、フーリエ逆変換を行い、信号を抽出している。[性質1][性質2]に示すように、中間層第1ユニットから出力層ユニットへの結合加重と中間層第2ユニットから出力層への結合加重は、90度位相がずれている。この性質は入力層ユニットから中間層ユニットへの結合加重も同様正弦波、余弦波に対応している。つまり、結合加重が、回転因子役割を果たしていると考えられる。また、[性質3]で示したように、入力信号の振幅の大きさの違いが、中間層ユニット2個の出力値の大きさで表わされていることから、中間層ユニットの出力は、抽出した正弦波のフーリエ係数となっている。また[性質5]で示したように、1周期未満の成分が抽出可能であり、デジタルフーリエ変換では抽出不可能な成分の抽出も可能である。

実験1で用いた学習データ（単一正弦波から作成した学習データ）について主成分分析を行ったところ、第2主成分までの累積寄与率100%であった。このことは、船橋らが示したように、中間層ユニットn個のSNNは、第n番目の主成分と同等の圧縮能力であるということと一致する。実験4で用いた学習データ（2つの振幅の異なる正弦波の和による信号から作成した学習データ）について主成分分析を行ったところ、第4主成分までの累積寄与率100%であり、第1、第2主成分が振幅の大きい正弦波の成分であった。[性質4]に示したように、中間層ユニット2個のSNNが、パワーの最も大きな正弦波を抽出した理由は、複数の正弦波の和による信号の第1、第2主成分がパワーの最も大きな正弦波の成分となるためと考えられる。

5.2 SNNのカスケード接続

図9、図10に示した結果より、SNNをカスケードに接続したモデルを用いることにより、方形波から段階的に周波数成分を抽出することができた。図10に示した各段で抽出された周波数成分は、学習データとして与えた方形波をフーリエ級数展開したときの、パワーの大きい項から順に4項に対応している。従って、SNNをカスケード接続したモデルは、各段においてどのような信号が抽出されるかが明確である。一方、中間層ユニット数が8個では、図11に示す結果より1つの中間層ユニットが複数の周波数成分を処理するため、信号抽出の機構は複雑である。

以上から、SNNをカスケードに接続したモデルは、入力信号の周波数成分を段階的かつ明示的に抽出することが可能である。従って、カスケードの段数を変化させることにより、抽出する周波数成分の個数を調節できるため、本モデルは一般の時系列信号の解析に有効である。

参考文献

- (1) Cottrell G.W., Munro P. and Ziper D.: "Image Compression by Backpropagation", Tech. Rep. 8702, Univ. of California, San Diego, Institute for Cognitive Science (1987)
- (2) 白井支朗, 中内茂樹, 中野正恵: "多層ニューラルネット恒等写像モデルによるマンセル色空間の特徴解析" 信学技報, NC89-40 (1989)
- (3) 森島繁生, 中山博文, 清水誠司, 原島 博: "音声情報圧縮を実現する多層ニューラルネットの特性解析" 信学技報 SP89-121 (1990)
- (4) 吉村宏紀, 奥野健一, 菅田一博, 井須尚紀, 清水忠昭, 「砂時計型ニューラルネットワークによる時系列の成分抽出」, 情報処理学会第49回全国大会 7H-6, 1994.9
- (5) 奥野健一, 吉村宏紀, 菅田一博, 井須尚紀, 清水忠昭, 「砂時計型ニューラルネットワークのカスケード接続を用いた時系列処理」, 情報処理学会第49回全国大会 7H-6, 1994.9
- (6) 舟橋健一: "3層ニューラルネットワークによる恒等写像の近似的表現について の理論的考察", 信学論 (A), J73-A, 1, pp.139-145 (1990-01).
- (7) Baldi P. and Hornik K.: "Neural Networks and Principal Component Analysis: Learning from Examples Without Local Minima", Neural Networks, 2, pp.53-58 (1989)
- (8) 片山康男, 大山公一: "自己組織逆伝播ニューラルネットワークの諸特性" 1989信学春季全大, 7, pp.309-310.
- (9) 入江文平, 川人光男: "多層パーセプトロンによる内部表現の獲得", 信学論 (D-II), J73-D-II, 8, pp.1173-1178
- (10) 米倉達広, 宮崎慎也, 島脇純一郎: "恒等写像モデルおよびPPNに基づく4層ニューラルネットの情報集約機能の解析", 信学論 (D-II), J74-D-II, 10, pp.1398-1410 (1991-10).