直交射影適応アルゴリズムとその形式

山本　祥弘・奥山　佳史・西村　雄成

生産機械工学科

(1988年9月1日受理)

The Orthogonal Projection Adaptive Algorithm and its Formats

by

Yoshihiro YAMAMOTO, Yoshifumi OKUYAMA and Katsushige NISHIMURA

Department of Mechanical Engineering

(Received September 1, 1988)

The orthogonal projection adaptive algorithm already presented may have many formats in its applications. Three types of its formats are presented in this paper. These formats are compared through simulation studies.

It is found that the orthogonal projection adaptive algorithms with some types of the formats show an excellent convergence of parameter estimation in an adaptive control system under noisy circumstance.

Key words : Orthogonal projection adaptive algorithm, adaptive algorithm, adaptive control, parameter estimation.

1．はじめに

近年、適応制御系設計に関する理論的研究は、急速な進展をみせているが、その内容は、大きく次の２つに分けられる。

1)　適応機能の構成法。

2)　適応パラメータの更新アルゴリズム。

後者のアルゴリズムを、適応アルゴリズム、又は、適応則と呼び、現在までに種々のアルゴリズムが提案されている[1]しかしながら、これらのアルゴリズムは、適応制御として出力誤差を０に漸近させる特性はすぐれていても、適応パラメータの真値への収束に対しては、厳しい条件が満たされなければならない。一方、著者らは、適応パラメータの真値への収束を主眼においた直交射影適応アルゴリズムを提案してきた[2]このアルゴリズムは、適応制御系における適応アルゴリズムとしては勿論のこと、動特性推定としての適応同定としても、そのまま用いることができる。

ところで、実際の制御系においては、制御対象に対する次数の限定による摂動項、ミスマッチ、や、非線形項、外乱などの不確定要素が存在する。これらの不確定要素が無視できる程の微小量であれば、直交射影適応アルゴリズムは、制御応答、パラメータ応答の両面においてすぐれた特性を示している[2]しかし、これらの不確定要素が無視できなくなると、必ずしも満足できるものでないことがわかった[3]そこで、さらに検討を加えた結果、この直交射影適応アルゴリズムは、その適用方法において種々の形式が可能であることがわかった。

本論では、直交射影適応アルゴリズムのいくつかの形式を提案し、シミュレーションによって、それらの特徴を明確にする。

2．直交射影適応アルゴリズム

2.1 アルゴリズムの導出

本論で扱うシステムは、

$$y_k=\theta^T V_k,\ k=0,1,2,\cdots \tag{1}$$

で表される離散時間スカラー系である。ここに、kは時間ステップ、θはN次未知パラメータベクトル、V_kはn次既知信号ベクトル、y_kは出力信号である。θは未知であるので、その推定値をθ_kとおくことにより、(1)式に対する推定器は、

$$\hat{y}_k=\theta_k{}^T V_k \tag{2}$$

とおくことができる。(1),(2)式より、誤差システムは、

$$e_k=y_k-\hat{y}_k=(\theta-\theta_k)^T V_k \tag{3}$$

となる。入手可能な信号e_k, V_kを用いて、推定ベクトルθ_kをθに漸近させるアルゴリズムを構成することが本論の目的である。θ_kの次のステップθ_{k+1}は、

$$e_k=(\theta_{k+1}-\theta_k)^T V_k \tag{4}$$

を満たすようにする。このことは、(3)式から(4)式を引いて得られる

$$0=(\theta-\theta_{k+1})^T V_k \tag{5}$$

とすることと等価である。(4)式を満たすθ_{k+1}は、以下のようにして求まる[2]

$$V_k'=V_k-\sum_{i=0}^{k-1}(V_k{}^T\bar{V}_i)\bar{V}_i \tag{6}$$

$$\bar{V}_k=\frac{V_k'}{\|V_k'\|} \tag{7}$$

$$\Delta\theta_k=\frac{e_k}{V_k{}^T\bar{V}_k}\bar{V}_k \tag{8}$$

$$\theta_{k+1}=\theta_k+\Delta\theta_k \tag{9}$$

(6)式は最新のV_kから、過去の$\bar{V}_i$ $(i=0,\cdots,k-1)$ に直交するベクトルを求める式であり、(7)式は、その正規化、(8),(9)式は$\bar{V}_k$の方向に、(4)式を満たすように進むことを示している。ただし、

$$\frac{1}{V_k{}^T\bar{V}_k}\bar{V}_k=\frac{1}{V_k{}^T V_k'}V_k' \tag{10}$$

の性質があり、(8)式は

$$\Delta\theta_k=\frac{e_k}{V_k{}^T V_k'}V_k' \tag{11}$$

としてもよい。

2.2　適応アルゴリズムの形成

(6)式のV_k'は、最新データV_kから、過去のデータ$\bar{V}_i$に直交するベクトルとして求まる。V_k'はN次元ベクトルであるので、用いる過去の独立なベクトル$\bar{V}_i$は、高々（N－1）個でなければならない。これより、任意のkに対して、

$$V_k'=V_k-\sum_{i=1}^{j}(V_k{}^T\bar{V}_{k-i})\bar{V}_{k-i} \tag{12}$$

$$0\leq j\leq N-1$$

でなければならない。このjの決め方により、直交射影適応アルゴリズムは種々の形式を取ることになるが、その代表的なものとして、以下の３つが考えられる。

［CaseⅠ］：　$j=N-1$　(13)

これは、最初の（N－1）段を除いて、常に１次元補

空間での探索となり、パラメータ更新の自由度が最も小さい場合である。(12)式において、ベクトルV_k'の方向はその符号を除いてV_kの値によらず自動的に定まり、(8)式のみが実質的役割を果たしている。これらから、更新パラメータベクトルの変動は鈍となり、V_k, e_kに含まれる誤差（外乱）に対しては長所であるとも考えられるが、一方、過去のV_i, e_iによる影響がいつまでも残り続け、特に、未知パラメータθの突変に対しては、その追従性が悪い。

［ＣａｓｅⅡ］：　$j=m,\ k-1=nN+m$　(14)

これは、Ｎ段を一周期とするもので、ｊ＝０からＮ－１までを繰り返す。未知パラメータθの突変に対しては最短時間での追従性を示すが、ｊ＝Ｎ－１からｊ＝０への突変が、制御応答に対して若干、悪い影響を与えている。

［ＣａｓｅⅢ］：　$j=m,\ 0 \leqq m \leqq N-1$

$j=(2N-2)-m,\ N \leqq m \leqq 2N-3$

$k-1=n(2N-2)+m$　(15)

これは(12)式において、利用する過去のデータ数が１ずつ増加減する方法であり、周期が（２Ｎ－２）となる。データ数の１ずつ増加は、止むを得ないことであり、ＣａｓｅⅡと同様であるが、データ数のＮ－１から０への突変を避けることにより、応答のなめらかさを期待したものである。その結果、周期が長くなることが欠点となり、未知パラメータθの突変に対して、その追従性は最悪その分だけ遅れることになる。

これらの形式の違いをＮ＝５の場合を例として［図１］に示す。

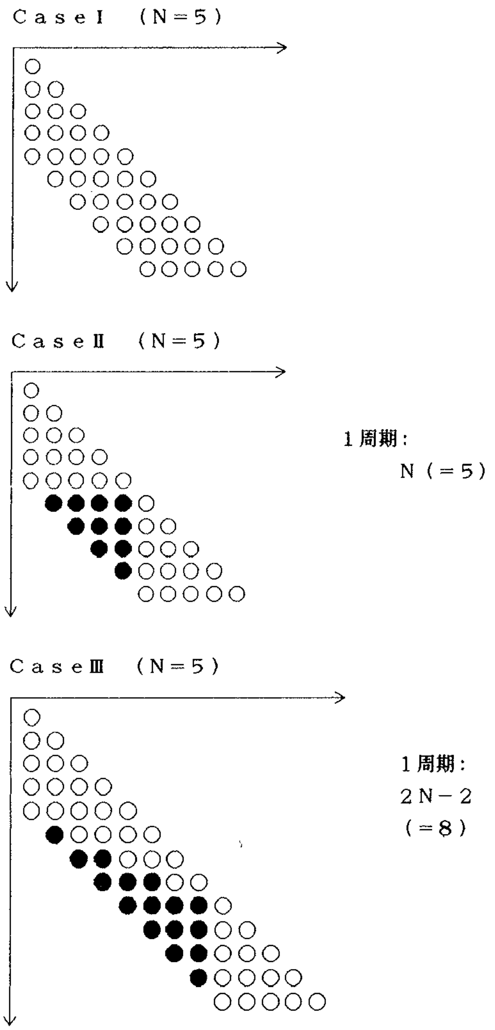
本論で検討する形式は以上の３通りであり、これらの形式の導入において以下の点を考慮した。

１）．推定（適応）パラメータが真値へ収束するためには、ｊ＝Ｎ－１までの増加が必要でなる。

２）．未知パラメータの変動に対する追従特性を上げるためには、ｊ＝０となる項（アルゴリズムの初期化）が必要である。

３）．利用するデータ$\bar{V}_i$の数の大きな変化は好ましくない。

以上の考察から、ＣａｓｅⅢが最もすぐれたアルゴリズムの形式と思われるが、一方、周期が長くなることが、唯一欠点である。この点の改善として、ＣａｓｅⅡとⅢの中間が考えられる。すなわち、データ数の減少を、一度に複数にすれば、周期は短くなる。これは、Ｎが大きいときに、特に有効であると思われるが、一度に減少するデータ数を１から（Ｎ－１）のどれにするかは、周期の減少（パラメータ応答の改善）と、出力応答への影響との間のトレードオフとなってくる。



○：用いる過去のデータ

●：ＣａｓｅⅠにおいて消去するデータ

［図１］直交射影適応アルゴリズムの形式

本論で提案する形式の比較検討のために、適応制御系の設計法の数値例を、次に説明する。

3.数値計算例

対象とするプラントは、その次数は既知で

$$y=\frac{r_0 z+r_1}{z^2+p_1 z+p_2}(u+d) \tag{16}$$

d：入力外乱

と表されているとする。これを書き直すと

$$\begin{aligned} y(k) &= -p_1 y(k-1)-p_2 y(k-2) \\ &\quad +r_0 u(k-1)+r_1 u(k-2) \\ &\quad +d_0\cdot 1 \\ &=\theta^T V_k \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}\theta^T &= (\theta_0,\ \theta_1,\ \theta_2,\ \theta_3,\ \theta_4) \\ &= (p_1,\ p_2,\ r_0,\ r_1,\ d_0)\end{aligned} \tag{18}$$

$$V_k{}^T = (-y(k-1),\ -y(k-2),\ u(k-1),\ u(k-2),\ 1) \tag{19}$$

と表される。これよりN＝5 である。いま、規範モデルとして

$$y_d=\frac{0.0985(z+0.6135)}{z^2-0.792z+0.1644}u_d \tag{20}$$

を与え、適応制御入力uを求めると、

$$u=\frac{1}{K}\left\{\frac{0.0985(z+0.6135)(z+a)}{z(z+b)}u_d+\frac{a_0}{z}u+\frac{b_0 z^2+b_1 z+b_2}{z(z+b)}y\right\} \tag{21}$$

$K=\hat{\theta}_2,\quad a_0=\hat{\theta}_3$

$b_0=\hat{\theta}_0-a+b+0.792$

$b_1=b\hat{\theta}_0+\hat{\theta}_1+0.792a-0.1644$

$b_2=b\hat{\theta}_1-0.1644a$

$\theta_k{}^T=(\hat{\theta}_0,\ \hat{\theta}_1,\ \hat{\theta}_2,\ \hat{\theta}_3,\ \hat{\theta}_4)(k)$

となる　（これは、適応制御系設計としての１例にすぎない。）。ここに、a，bは設計パラメータであり、

$a=0,\ b=-1$

とする。プラントパラメータθは未知であるが、シミュレーションでは、

$\theta_0=-0.88,\ \theta_1=0.203,\ \theta_2=0.082$

$\theta_3=0.0559$

とし、推定パラメータの初期値は、それぞれの０．７倍とした。ただし、プラントパラメータの変化に対する追従性を見るために、k＝４０ で

$\theta_0=p_1=-1.01$

に突変させている。

この数値例は、研究室の液位制御モデルプラントを対象としたものであり、サンプリング周期が２分の離散時間系として扱ったものである。実際の制御系に存在する種々の不確定性を考慮しなければならないが、ここでは単にスッテプ状入力外乱のみとし、その大きさが、d＝０と０．３の場合を［図２］に、d＝０．５ の場合を［図４］に示す。パラメータp_1の突変時刻k＝４０ （８０分）が、適応アルゴリズムの周期の整数倍となっているために、k≧４０ に対して、形式IIとIIIの違いが［図２－II－B］と［図２－III－B］において現れていない。

［図２］と［図４］は本論での直交射影適応アルゴリズムに対するシミュレーション結果であるが、一方、既によく知られている適応アルゴリズムとして、１）最小二乗法，２）忘却ゲイン，３）固定トレース，の各適応アルゴリズムがある。これらについても、同じ適応制御系設計の条件のもとでのシミュレーション結果を得ているが[4]本稿では、忘却ゲインアルゴリズムに対する結果を［図３］，［図５］に示す。

4.まとめ

本論では、直交射影適応アルゴリズムの種々の形式を提案し、その比較を数値例によって示した。シミュレーション結果から、２章で記した事項が確認されるが、さらに次のようにまとめることができる。

１） 外乱が微小（d<０．３） の場合には、どの形式も満足できる出力応答を示している。

２） ＣａｓｅIIとIIIでは、外乱が存在しても、推定パラメータは真値へ収束している。これ以外の方法では、ステップ応答に対して真値への収束は期待できない。

以上のように、直交射影適応アルゴリズムは、その形式を考慮することにより、推定パラメータの収束性を大きく改善することができる。ただし、このパラメータ収束の改善は、出力応答の若干の犠牲（オーバシュートが大きくなっている。）を伴っており、この点の改善が、今後の課題である。

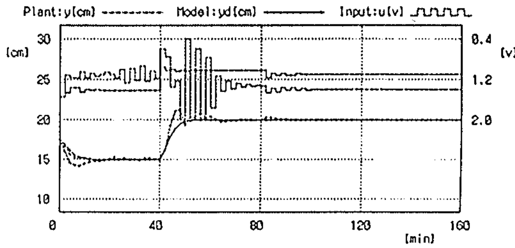
参考文献

［１］市川　他：　適応制御，昭晃堂，１９８４．

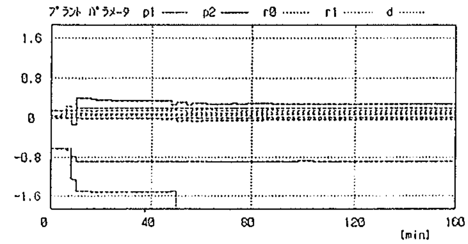
［２］山本，奥山，塩津：鳥取大学工学部研究報告，１８，１，ｐｐ１９－２８，１９８７

［３］塩津：鳥取大学大学院修士論文，１９８８．

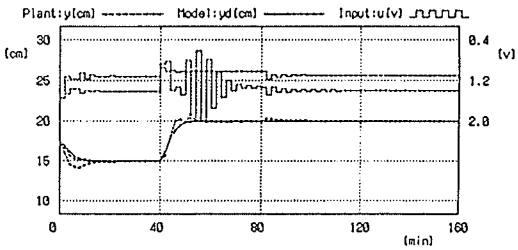
［４］森田，西村，谷口：鳥取大学工学部卒業論文，１９８８．



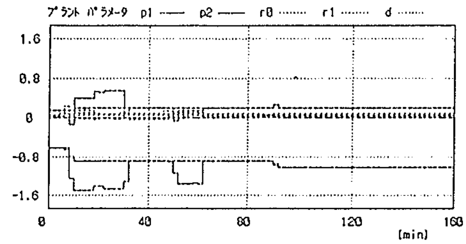
［図２－Ⅰ－Ａ］　ＣａｓｅⅠの出力応答



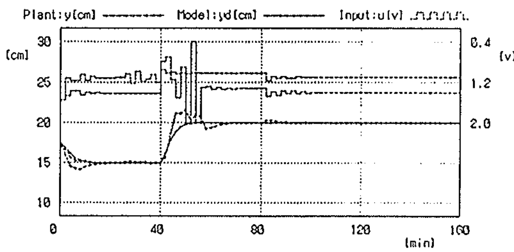
［図２－Ⅰ－Ｂ］　ＣａｓｅⅠのパラメータ応答



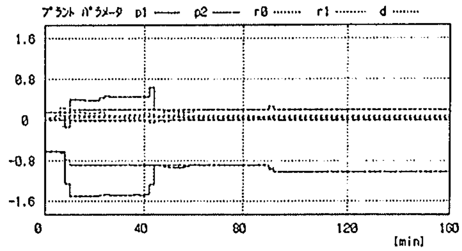
［図２－Ⅱ－Ａ］　ＣａｓｅⅡの出力応答



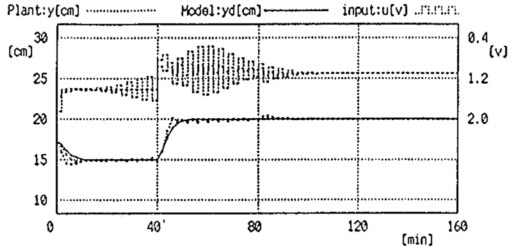
［図２－Ⅱ－Ｂ］　ＣａｓｅⅡのパラメータ応答



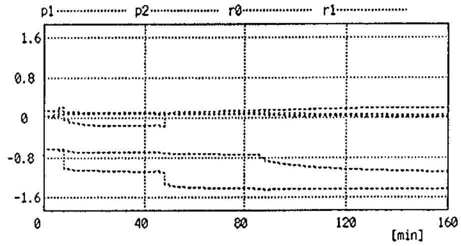
［図２－Ⅲ－Ａ］　ＣａｓｅⅢの出力応答



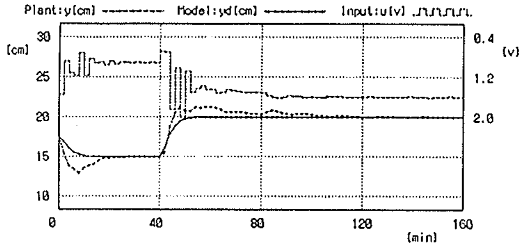
［図２－Ⅲ－Ｂ］　ＣａｓｅⅢのパラメータ応答



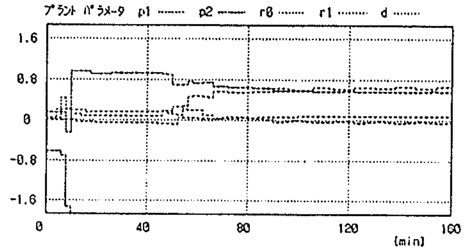
［図３－Ａ］　忘却ゲイン適応アルゴリズム
の出力応答



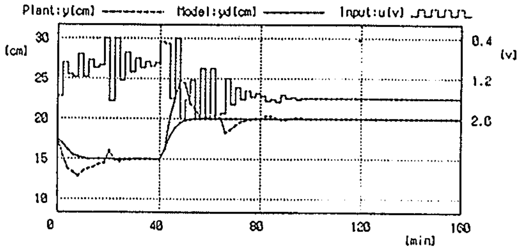
［図３－Ｂ］　忘却ゲイン適応アルゴリズム
のパラメータ応答



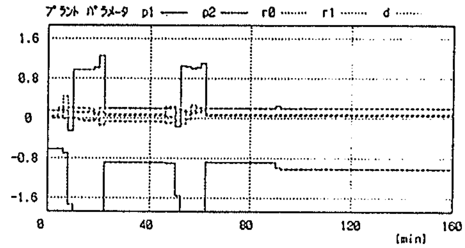
［図４－Ⅰ－Ａ］　ＣａｓｅⅠの出力応答



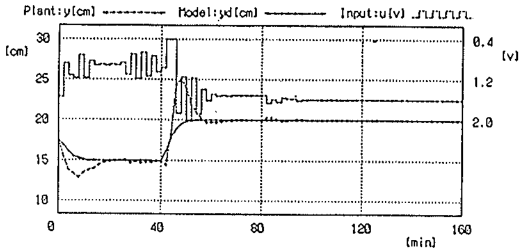
［図４－Ⅰ－Ｂ］　ＣａｓｅⅠのパラメータ応答



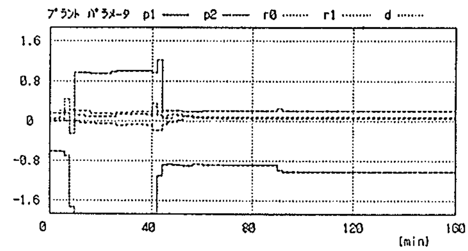
［図４－Ⅱ－Ａ］　ＣａｓｅⅡの出力応答



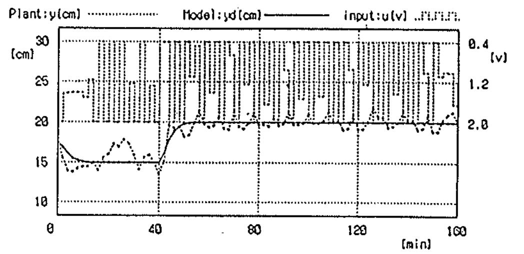
［図４－Ⅱ－Ｂ］　ＣａｓｅⅡのパラメータ応答



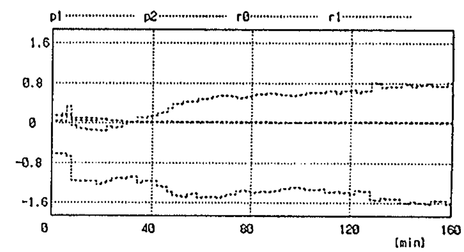
［図４－Ⅲ－Ａ］　ＣａｓｅⅢの出力応答



［図４－Ⅲ－Ｂ］　ＣａｓｅⅢのパラメータ応答



［図５－Ａ］　忘却ゲイン適応アルゴリズム
の出力応答



［図５－Ｂ］　忘却ゲイン適応アルゴリズム
のパラメータ応答