

有限熱伝導性をもつ平面凝縮相からの強い蒸発流のシミュレーション – 支配系としての流体力学的定式化の適用方法 –

大西 善元、岸本健治
鳥取大学工学部応用数理工学科

On simulations of strong evaporation flows of a vapor from its plane condensed phase with finite thermal conductivity – Method of application of the Fluid Dynamic Formulation as the governing system –

Yoshimoto ONISHI and Kenji KISHIMOTO

Department of Applied Mathematics and Physics, Faculty of Engineering,
Tottori University, Tottori 680-8552, Japan
E-mail: onishi@damp.tottori-u.ac.jp

Abstract: Flow problems associated with phase change processes even if they are within the range of the continuum limit have to be dealt with based on the kinetic equations because the nonequilibrium nature of the Knudsen layer, which is always existent in the close vicinity of the interface, is the cause for the phase-change processes to occur at the interface. Recently, a new governing system of equations has been proposed by Onishi *et. al.* to deal with at the ordinary fluid dynamic level various flow problems, transient to steady, due to phase change processes. This new system, called the Fluid Dynamic Formulation, can be used as the substitute of the kinetic equations for the analyses of flow problems of such kind. However, the method of application of this new governing system is not so straightforward as is expected. The present paper will show 1) how to use the Fluid Dynamic Formulation as the governing system of equations in place of the kinetic system by taking up simple one-dimensional problems and 2) the appropriateness of the results obtained by comparison with the corresponding results obtained based on the kinetic system.

Key Words: Fluid Dynamic Formulation, Phase changes, Condensed phase with internal structure

1. はじめに

ヒートパイプをはじめとする熱交換器などの熱・エネルギー輸送システムにおいて、相変化現象およびそれに関わる流れ場の解析の重要性は疑問の余地のないところであろう。これらは、また、宇宙ステーションなどでの小規模で高性能な物質、熱・エネルギー輸送システムの開発・設計に一段と重要になってきているばかりでなく、超高速飛行体の大気圏再突入時における極度な空気力学的加熱に対する熱防護システムとしての蒸気冷却膜形成の確立に向けての有用な情報をも与え得るものと期待できる。相変化に伴うこのような流れ場を定性的に正しく取り扱うためには、厄介な気体論方程式系 (例えば、[1]) に基づく必要がある。この理由は、相変化は界面近傍に生じる気体の非平衡性に起因し、考えている系が如何に連続体の極限であっても、相変化が存在する限りこの非平衡性は消滅することはないからである。しかしながら、最近になって、それらの問題の解析を、厄介な気体論方程式系に立ち

返らずとも、通常の流体力学的レベルで取り扱える支配方程式系、所謂、蒸発・凝縮問題に対する**流体力学的定式化**[2]が提案され、ほぼ確立された支配系となった。この新しい支配系としての流体力学的定式化は、当然ながら、流れ場の大域的な振る舞いが連続体近似の範囲内であると見做せるような場合に対して有効であり、基本的には次のような構成をもつ: 1) 流れ場を支配する方程式系として、通常の圧縮性 Navier-Stokes 方程式系を、そして、2) 凝縮相界面での境界条件として、気体論方程式系に基づく理論解析 [3] から導出された凝縮相界面で成り立つ理論的な巨視的条件および幾多の数値シミュレーション結果から算出された凝縮相界面での数値的な巨視的条件を使う。この巨視的条件を使う凝縮相界面での境界条件がこの定式化の重要なポイントである。ここでいう巨視的条件は、気体論レベルで現れる Knudsen 層 (非平衡領域) とその影響が、流体力学的レベルにおいて諸量に反映された結果と考えてよい。残念ながら、この流体力学的定式化は、凝縮相界面での境界条件に2つの大きな問題を抱

えている。つまり、1) 蒸発・凝縮過程が比較的弱い場合には理論式 [3] が存在するが、強い場合には数値表の形でしか存在しない(数表については、[4]-[6] 参照)。しかも、2) いずれの場合も**定常状態**において導出あるいは算出された条件である。蒸発・凝縮過程が比較的弱い場合には、この**定常性**の制限はほとんど問題にならないが、強い場合には、定常状態に対して得られた条件を非定常流れ場にそのままの形で用いることはできない。非定常な場合にでも使えるための何某かの特別な工夫が、特に蒸発・凝縮過程が強い場合には、必要となるのである。この問題は、一部分を除いて、Onishi et. al. [2] によって解決されたと考えてよい。つまり、圧縮性気体力学でよく知られているリーマン問題を凝縮相界面のごく近傍で適切な形で当てはめることで、既存の**定常状態での条件**を任意の**非定常流れ場**の場合にも適用可能としているのである。これの有効性も、気体論方程式に基づく数値解析との比較において、既に確かめられている。

しかしながら、これまで扱われてきた蒸発・凝縮問題の殆どが、凝縮相の熱伝導性が気相のそれに比べて極めて良い、つまり、凝縮相の熱伝導係数比が無限大であるとして解析されてきた。確かに、通常の場合、凝縮相のもつ熱伝導係数は気相のそれに比べて一桁以上大きい。凝縮相の熱伝導性が気相のそれに比べて有限か無限大かということは、凝縮相内にその内部構造としての温度場が形成されるか否かということである。ところが、最近になって、凝縮相のもつ有限熱伝導性、つまり、その内部構造としての温度場が蒸発・凝縮過程による気相中の流れ場に大きな影響を及ぼすことが気体論方程式系に基づくシミュレーション解析 [7] で明らかにされ、以来、これに関する研究が、気体論的方程式系に基づく解析も少数ながら存在はするが、特に流体力学的定式化に基づいて数多く行われてきた。凝縮相有限熱伝導性の最たる影響は、蒸発・凝縮量およびエネルギー流量に最大値を与える潜熱が存在するということである(例えば、[8] 参照)。これに対し、凝縮相の熱伝導性を無限大とした場合、蒸発・凝縮量およびエネルギー流量は潜熱パラメーターと共に比較的単純に増加する。この事実は工学的に非常に重要で、熱・エネルギー輸送システムにおける作動流体として、選択すべき適切な媒質を示唆してくれる。しかしながら、流体力学的定式化に基づくこれまでの解析は蒸発・凝縮過程が比較的弱い場合に限定されてきた。この理由は、これまでの流体力学的定式化では、強い蒸発・凝縮過程に伴う流れ場の解析はできなかったからである。

そこで、今回、有限な熱伝導性をもつ凝縮相からの強い蒸発過程による流れ場を新しい流体力学的定式化に基づいて解析してみた。これによって、相変化を伴う非平衡流に対して、相変化過程の強弱に拘わらず(数値表を使う煩雑さは避け難いが)、また、凝縮相の熱伝導性有限、無限大に拘わらず、通常の流体力学的レベルで定性的にも定量的にもきちんとした解析が行えることが示せると考えている。

ついでながら、この種の問題では、**凝縮相の界面温**

度は未知量で、境界条件として界面温度を予め指定することはできない。これが、この種の問題における大きな困難の一つである。この困難を克服するためには、未知の界面温度を時々刻々予測する何某かの適切な方法を開発し、シミュレーションスキームに組み込む必要がある。この方法は、境界条件から、既に、理論的に導出している。しかし、この方法を組み込んでも、この種の問題ではまだまだ相当膨大な計算時間を必要とする。しかも、この状況は、気体論方程式系に基づく解析においては一段と深刻な問題となる。このような事情からも、相変化を伴う流れ問題を通常の流体力学的レベルで取り扱える支配系としての流体力学的定式化の有用性は認識できよう。

2. 問題の定式化

平面凝縮相とその凝縮性気体からなる単一気体 2 相系の比較的強い流れ場を考える。凝縮相と気相は、それぞれ、 $-D < x < 0$ および $x > 0$ なる領域を占め、凝縮相界面は $x = 0$ の位置にある。ここでは凝縮相の熱伝導率は気相のそれに比べてかなり大きいと有限であるとする。したがって、凝縮相内にはその内部構造としての温度場が形成される可能性をもつ。この系は、初期に、温度 T_0 で完全静止平衡状態にあるとし、そのときの気相の密度と圧力をそれぞれ ρ_0 、 P_0 とする。ある瞬間 ($t = 0$) に、凝縮相の一方の端 ($x = -D$) での温度を T_0 から T_c へと変化させる(例えば、高温浴槽に接触させる)。一定時間経過後、凝縮相内部を通しての熱伝導によって、凝縮相の界面温度が変化し、それによって、界面で蒸発過程が生じ、種々の波動(衝撃波、接触領域等)を伴った非定常流れ場が形成される。この流れ場の推移過程および定常状態での振舞いの解析に当たって用いる支配系としての**流体力学的定式化** [2] の具体的な構成は次のようになっている: すなわち、凝縮相内の温度場 \tilde{T} に対しては

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} - \kappa_c \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial x_j^2} = 0 \quad (\text{凝縮相内部で}) \quad (1)$$

ここで、 κ_c は凝縮相の温度拡散係数(ここでは、一定と仮定)である。次に、気相の流れ場に対しては、圧縮性 Navier-Stokes 方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_i \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x_j} \begin{bmatrix} \rho u_j \\ \rho u_i u_j + P \delta_{ij} - \tau_{ij} \\ \rho u_j (h + \frac{1}{2} u^2) - u_i \tau_{ij} + q_j \end{bmatrix} = 0 \quad (2)$$

$$P = \rho R T \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \quad (4)$$

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (5)$$

$$h = \gamma e = c_p T = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R T \quad \left(\gamma \equiv \frac{c_p}{c_v} \right) \quad (6)$$

で、簡単のため、熱量的な完全性を仮定している。ここで、 t は時間、 x_i は空間座標、 ρ は気体の密度、 u_i は速度ベクトル、 P は圧力、 T は温度、 e および h はそれぞれ単位質量当たりの内部エネルギーとエンタルピー、 τ_{ij} は粘性応力テンソル、 q_i は熱流束ベクトルである。 δ_{ij} は Kronecker の delta を表わす。 R は単位質量当たりの気体定数、 γ は比熱比(ここでは、 $\gamma = 5/3$)で、 c_v と c_p はそれぞれ気体の定積比熱と定圧比熱である。 μ と λ は気体の粘性係数および熱伝導係数で、温度 T に比例するものとする、つまり、 μ_0 、 λ_0 を、それぞれ、初期状態(温度 T_0)での気相の粘性係数と熱伝導係数とすれば

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{T}{T_0}, \quad \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{T}{T_0}$$

と書ける。

初期条件としては、ここでの問題に対して

$$\left. \begin{aligned} \tilde{T} &= T_0 && (\text{凝縮相内部至る所}) \\ u_i &= 0, \quad P = P_0, \quad T = T_0 && (\text{気相の至る所}) \end{aligned} \right\} (7)$$

次に、凝縮相界面での境界条件としては

1) 相変化が比較的弱い場合:

$$\left. \begin{aligned} u_i t_i &= 0 \\ \frac{P - P_W}{P_W} &= C_4^* \frac{u_i n_i}{(2RT_W)^{1/2}} \\ \frac{T - T_W}{T_W} &= d_4^* \frac{u_i n_i}{(2RT_W)^{1/2}} \\ -\lambda_c \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} n_i &= q_i n_i + \left(h_L + \frac{1}{2} u^2 \right) \rho u_i n_i - u_i \tau_{ij} n_j \\ C_4^* &= -2.132039, \quad d_4^* = -0.446749 \end{aligned} \right\} (8)$$

なる関係式を使う。ここで、 n_i は凝縮相界面上での外向き(気相中への)単位法線ベクトル、 t_i は界面上における一つの単位接線ベクトルである。(8)式の第2と第3の関係式は、気体論方程式系に基づいた凝縮性気体の一般的な運動に対する弱非線形漸近解析 [3] から得られた巨視的条件である。また、(8)式の最後の関係式は界面でのエネルギー流束連続条件を表わす式で、 λ_c は凝縮相の熱伝導係数である。(8)式における T_W は凝縮相の界面温度で、 P_W は温度 T_W に対する飽和蒸気圧力である。両者は、 h_L を単位質量当たりの潜熱とすれば、次の Clapeyron-Clausius の式

$$\frac{P_W}{P_0} = \exp \left[-\Gamma \left(\frac{T_0}{T_W} - 1 \right) \right], \quad \Gamma \equiv \frac{h_L}{RT_0} \quad (9)$$

で結び付いている。注意すべきことは、界面温度 T_W は未知量で、解の一部として決まる量であるということである。これが解析を複雑かつ困難にする。ついでながら、無次元数 Γ は潜熱パラメーターと呼ばれている。

2) 相変化が強い場合:

数表([4]-[6] 参照)で与えられた巨視的条件に、リーマン問題の解析解を当てはめて使う(数値的条件と呼ぶことにする)。参考までに、蒸発過程の場合の界面での数表を Table 1 に示しておく。数表中での * 印の数値は Onishi [6] によって与えられたものである。

さらに、温度 T_c をもつ恒温浴槽に接する凝縮相端点 ($x = -D_1$) では

$$\tilde{T} = T_c \quad (\text{凝縮相端点で}) \quad (10)$$

そして、無限遠 ($x \rightarrow \infty$) では、気体は初期状態を保っているとして、それに対応する条件を課す。

3. 無次元特性パラメーター

さて、解析に際して、長さのスケール L として、 $L = (\sqrt{\pi}/2) l_0$ をとる。 l_0 は初期状態での気体分子の平均自由行路で、 $l_0 \equiv (\mu_0/P_0)(8RT_0/\pi)^{1/2}$ で定義される。さらに、速度のスケールとして、初期状態での気体の音速 $c_0 = (\gamma RT_0)^{1/2}$ 、そして、時間スケールとして、 $\tau_0 = L/(2RT_0)^{1/2}$ をとる。これに加えて、初期状態での流体力学的諸量を基準量にとる。これによって、系の振る舞いは

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_c}{T_0}, \quad \frac{D}{L}, \quad \Gamma, \quad \frac{\lambda_c}{\lambda_0}, \quad \frac{\kappa_c}{\kappa_0} \\ Pr \equiv \frac{c_p \mu_0}{\lambda_0} \end{aligned} \right\} (11)$$

で特性付けられる。ここで、 T_c/T_0 は凝縮相端点の温度比、 D/L は凝縮相厚さの比、 Γ は潜熱パラメーター、 λ_c/λ_0 は熱伝導係数比、 κ_c/κ_0 は温度拡散係数比、 Pr は Prandtl 数である。 κ_0 は初期状態での気体の温度拡散係数で、 $\kappa_0 \equiv \lambda_0/(\rho_0 c_p)$ で定義されている。

4. 結果と考察

意識的に強い蒸発過程により形成される流れ場に対して数値シミュレーションを行った。得られた結果の分布状態を Figs. 1-3 に示す。これらの図は同じ流れ場における流体力学的諸量の時間的推移過程を示したものである。Figure 2 は凝縮相界面近傍における圧力と密度の分布を拡大して示したもので、これにより凝縮相界面近傍における流体力学的諸量の様子を少し分かるであろう。有限な熱伝導性をもつ凝縮相の一方の端 ($x = -D_1$) が温度 T_c の高温浴槽に接触して後、凝縮相内を通しての熱伝導により、凝縮相界面温度 T_W が変化し、同時に、界面温度に対応する飽和蒸気圧力 P_W がかなり大きく上昇する。これによって、界面上で比較的強い蒸発過程が生じ、衝撃波そしてそれに伴う接触領域が気相中を伝播し、非定常な流れ場が形成される。この種の流れ場の詳細についての説明は、気体論方程式系に基づく数値シミュレーション解析を行った Onishi & Yamada [7] の論文に与えられているので、それを参照して頂きたい。ここでは、強い相変化によ

Table 1: Relations among the fluid dynamic quantities at the evaporation surface. c is the local sound speed of the vapor defined by $c = \sqrt{\gamma RT}$. The cases with * have been given by Onishi [6].

u/c	P/P_W	T/T_W	u/c	P/P_W	T/T_W
* 0.01151428	0.9779109	0.9960865	0.40	0.4900	0.8470
* 0.01781781	0.9660689	0.9929670	* 0.4116336	0.4805556	0.8431526
* 0.03528261	0.9341734	0.9856512	0.45	0.4520	0.8290
0.05	0.9083	0.9798	* 0.4680458	0.4397356	0.8205349
* 0.08560052	0.8491672	0.9656550	0.50	0.4178	0.8113
0.10	0.8267	0.9599	* 0.5073304	0.4126337	0.8093412
* 0.1100452	0.8113436	0.9560329	* 0.5257805	0.4008900	0.8030579
* 0.1347011	0.7755454	0.9458628	0.55	0.3867	0.7938
0.15	0.7539	0.9404	* 0.5890503	0.3640470	0.7810847
* 0.1597824	0.7406096	0.9366845	0.60	0.3585	0.7765
* 0.1632782	0.7359386	0.9353294	* 0.6432188	0.3369601	0.7588155
* 0.1710500	0.7256723	0.9323459	* 0.6451976	0.3346759	0.7621847
0.20	0.6891	0.9212	0.65	0.3331	0.7594
* 0.2089165	0.6781106	0.9178766	* 0.6594658	0.3279153	0.7571200
* 0.2097766	0.6770806	0.9175442	0.70	0.3099	0.7424
* 0.2192439	0.6658809	0.9139038	* 0.7415711	0.2906557	0.7300204
0.25	0.6309	0.9022	0.75	0.2888	0.7256
* 0.2554473	0.6249500	0.9002396	* 0.7751735	0.2772709	0.7187124
* 0.2565422	0.6240294	0.8991350	0.80	0.2695	0.7088
* 0.2951540	0.5835681	0.8854928	0.85	0.2519	0.6923
* 0.2984796	0.5802365	0.8843041	* 0.8865858	0.2372958	0.6813442
0.30	0.5789	0.8836	* 0.8912829	0.2345309	0.6805655
* 0.3022338	0.5764978	0.8829758	0.90	0.2357	0.6758
0.35	0.5321	0.8652	0.95	0.2210	0.6595
* 0.3825696	0.5039204	0.8536502	1.00	0.2075	0.6434

る流れ場をも記述可能な新しい支配系としての流体力学的定式化の有効性をチェックするため、気体論方程式系に基づく数値シミュレーション結果 [7] も点線で載せてみた。凝縮相界面近傍に分子の平均自由行程程度の厚さ(今の場合、 $x/L \sim O(1)$)をもつ Knudsen 層の存在が気体論に基づく結果から分かる (Fig. 2 参照)。Knudsen 層は、気体論的境界層とも呼ばれ、そこでは、流体力学的諸量は非常に大きな勾配をもつ。流体力学的レベルの解像度ではこの Knudsen 層は、当然ながら、認知できない。したがって、その領域に相当する凝縮相界面近傍では、流体力学的定式化に基づいて得られた流体力学的諸量はほぼ一様となっている。しかし、例え薄い領域と言えども、現実に存在するこの Knudsen 層は、そこでの諸量の大きな勾配のため、流れ場全体に影響を及ぼし、その結果、流体力学的定式化と気体論方程式系に基づく両者の結果に定量的な差を生じさせている。このことは、本来、気体論レベルで取り扱うべき問題を通常の流体力学的レベルで取り扱ったために必然的に生じる差であり、避けることはできない。この事情を考慮すれば、2つの支配系に基づく結果は流体力学的レベルの範疇では良く一致していると言える。と同時に、流体力学的定式化に基づく結果の妥当性が窺えよう。

ついでながら、工学的にも重要な蒸発過程による質量流量と潜熱パラメーター Γ との関係を図 4 に示す。この種の問題では、流れ場の定常状態は厳密には存在しない。しかし、十分な時間経過後、凝縮相界面近傍において、流れ場が殆ど時間的に変化していないと見做せる領域が現れるという意味においてある種の定常状態 (pseudo-steady state) が確立したと言える。図における質量流量は界面におけるこのときの値である。図から分かるように、ある潜熱パラメーターの値に対して、質量流量が最大となっている。この現象は、これまでにも比較的弱い蒸発・凝縮過程による流れ場において見られたものであるが ([7], [8] 参照)、この場合のようにかなり強い蒸発過程に伴う流れ場でも存在するということが分かる。このことは、ある与えられた条件下で、質量流量を最大にする物質 (流体) が存在するということである。このことを踏まえれば、実際の熱・エネルギー輸送システムにおける作動流体としての適切な物質の選択に大きく役立つであろう。

この研究に対して、宇宙科学研究所情報解析センターの支援を受けた。

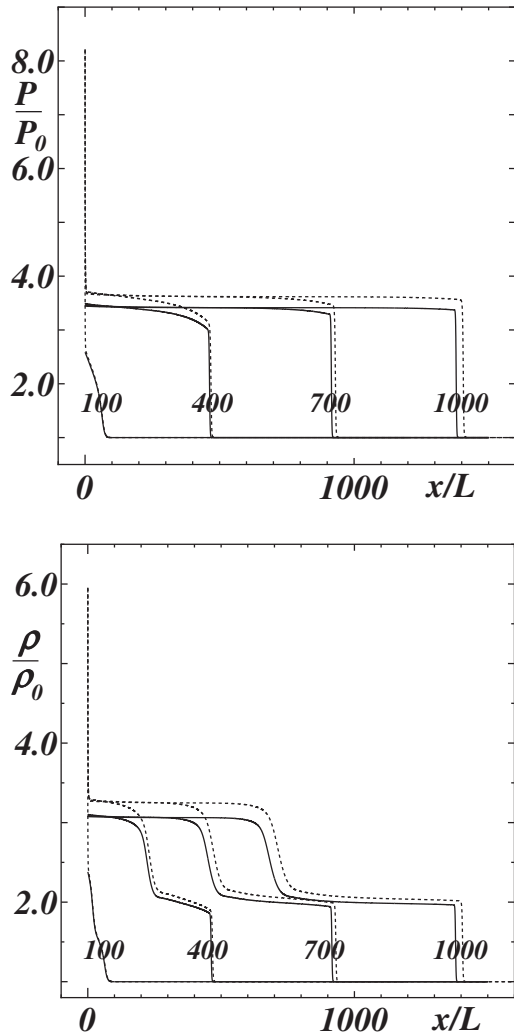


Fig. 1: Transient pressure and density distributions of a vapor due to strong evaporation from its plane condensed phase with finite thermal conductivity ratio $\lambda_c/\lambda_0 = 100$. $T_c/T_0 = 3.0$, $D/L = 10.0$, $\Gamma = 7.0$, $\kappa_c/\kappa_0 = 0.5$, and $Pr = 1.0$. The numbers in the graphs indicate the time t/τ_0 , τ_0 being defined by $\tau_0 \equiv L/(2RT_0)^{1/2}$. **Solid lines:** the present results based on the Fluid Dynamic Formulation (Riemann applied) [2]. **Dotted lines:** the results by Onishi & Yamada [7] based on the kinetic equation [1].

参考文献

- [1] P.L. Bhatnagar, E.P. Gross and M. Krook: A model for collision processes in gases. (I) Small amplitude processes in charged and neutron one-component systems. *Phys. Rev.* **94** (1954) 511–525.
- [2] Y. Onishi, T. Tanaka, D. Ichieda and H. Miura: On the treatment of strong evaporation and condensation flows of a vapor at the fluid dynamic level

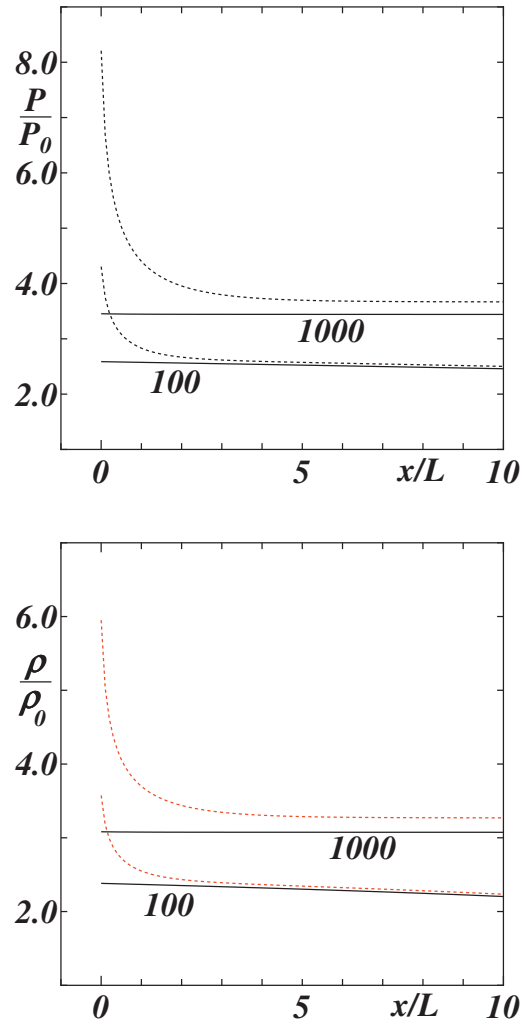


Fig. 2: The enlarged portions of the transient pressure and density distributions of a vapor due to strong evaporation from its plane condensed phase with finite thermal conductivity ratio $\lambda_c/\lambda_0 = 100$. The caption of this figure is exactly the same as that in Fig. 1.

– Fluid dynamic formulation for phase change problems –.

Rarefied Gas Dynamics to be published. [see also 大西善元:「蒸発・凝縮過程を伴う非平衡流とその解析法」第50回理論応用力学講演会講演論文集(パネルディスカッションPD5-3: 2001年1月) pp. 61–64.]

- [3] Y. Onishi and Y. Sone: Kinetic theory of slightly strong evaporation and condensation – Hydrodynamic equation and slip boundary condition for finite Reynolds number –. *J. Phys. Soc. Japan* **47** (1979) 1676–1685.
- [4] K. Aoki and Y. Sone, Gas flows around the condensed phase with strong evaporation or conden-

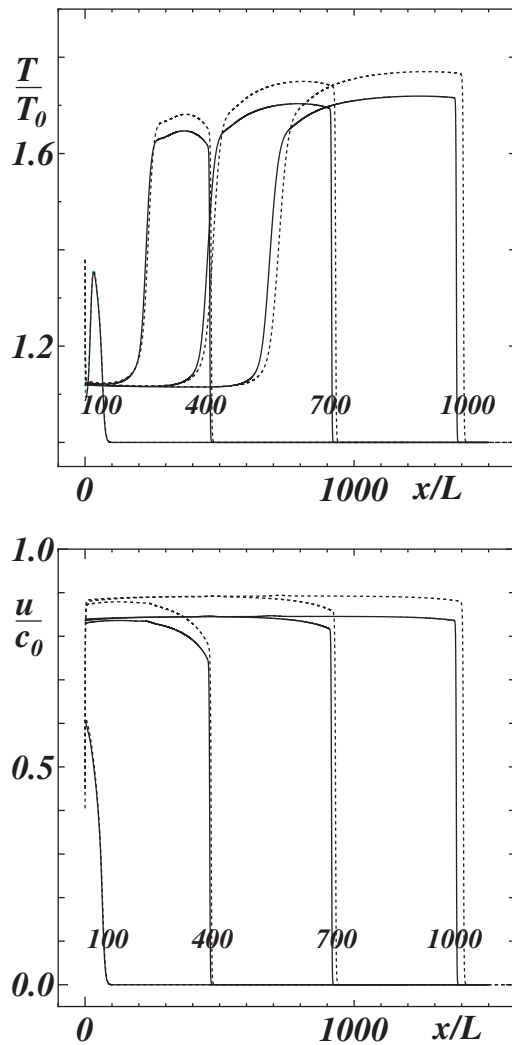


Fig. 3: Transient temperature and velocity distributions of a vapor due to strong evaporation from its plane condensed phase with finite thermal conductivity ratio $\lambda_c/\lambda_0 = 100$. The caption of this figure is exactly the same as that in Fig. 1.

sation – Fluid dynamic equation and its boundary condition on the interface and their application –. *Advances in Kinetic Theory and Continuum Mechanics*, Springer-Verlag, Berlin, 1991, pp. 43–54.

- [5] Y. Sone and H. Sugimoto: Strong evaporation from a plane condense phase. *Adiabatic Waves in Liquid-Vapor Systems*, edited by G.E.A. Meier and P.A. Thompson, Berlin: Springer-Verlag, 1990, pp. 293–304.
- [6] Y. Onishi: in preparation.
- [7] Y. Onishi and K. Yamada: Evaporation and condensation from or onto the condensed phase with an internal structure. *Rarefied Gas Dynamics*, edited by A.D. Ketsdever and E.P. Muntz (Amer-

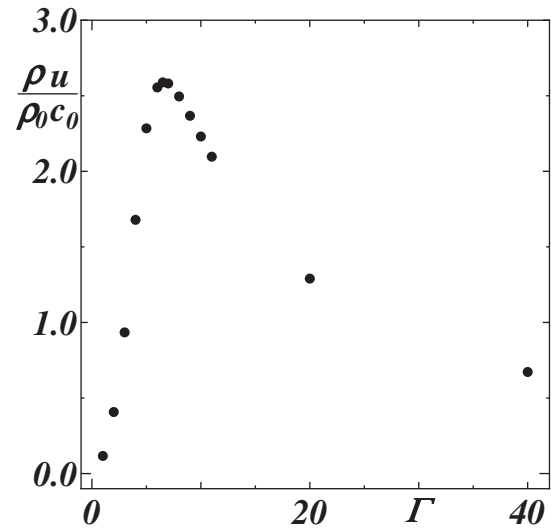


Fig. 4: Mass flows $\rho u/\rho_0 c_0|_{x=0}$ versus the latent heat parameter Γ for pseudo-steady state flows of a vapor due to strong evaporation from its plane condensed phase with finite thermal conductivity ratio. $T_c/T_0 = 3.0$, $D/L = 10.0$, $\lambda_c/\lambda_0 = 100$, $\kappa_c/\kappa_0 = 0.5$, and $Pr = 1.0$.

ican Institute of Physics, U.S.A., 2003), pp. 630–637.

- [8] 大西善元、藤 貴洋: 内部構造をもつ同軸円筒状凝縮相間の蒸発・凝縮流に対する漸近理論解析 (An asymptotic analysis on flows of a vapor between the cylindrical condensed phases with internal structures). 日本機械学会鳥取地方講演会 (中国四国支部・九州支部 合同企画) 講演論文集 (2006年11月)

(受理 2006年11月30日)