

# Compaction of Orthogonal and Hierarchical Graph Drawings Using Constraint Graphs and Minimum Cost Flows

Inaugural-Dissertation  
zur  
Erlangung des Doktorgrades  
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Universität zu Köln

vorgelegt von  
Christiane Spisla  
aus Lindlar

Köln 2019

**Berichterstatter:**

Prof. Dr. Michael Jünger

Prof. Dr. Markus Chimani

**Tag der mündlichen Prüfung:** 31.03.2019

# Kurzzusammenfassung

Das automatische Zeichnen von Graphen ist über die letzten Jahrzehnte zu einem breiten Forschungsgebiet geworden. Die grundlegende Aufgabe ist eine schöne Zeichnung eines Graphen zu berechnen, die leicht zu lesen und zu verstehen ist. Es gibt unterschiedliche Zeichenstile, die das allgemeine Aussehen einer Graphzeichnung bestimmen. Gewisse Attribute der Zeichnung sollen für eine ästhetische Visualisierung minimiert oder maximiert werden. Zwei wichtige Kriterien für jeden Zeichenstil sind die Zeichenfläche und die Gesamtkantenlänge. Eine Zeichnung sollte nicht unnötig breit oder hoch sein und die Kanten sollten so kurz wie möglich sein. Gleichzeitig soll die Lesbarkeit der Zeichnung sicher gestellt werden. Die Kompaktierung von Graphzeichnungen behandelt dieses Problem. In dieser Arbeit beschäftigen wir uns mit der Kompaktierung innerhalb zwei spezifischer Zeichenstile. In orthogonalen Zeichnungen werden die Kanten als Folge von horizontalen und vertikalen Liniensegmenten gezeichnet. In hierarchischen Zeichnungen werden die Knoten auf horizontalen Schichten platziert und die Kanten sind nach unten gerichtet. Um die Kompaktierungsprobleme zu lösen, modellieren wir sie als Minimumkostenflussprobleme und Potentialzuweisungsprobleme in Constraintgraphen. Wir präsentieren Methoden zur Minimierung der Breite oder Höhe einer Zeichnung, der horizontalen oder vertikalen Gesamtkantenlänge oder einer Kombination aus beiden. Für orthogonale Zeichnungen stellen wir einen Kompaktierungsansatz vor, der die Zeichenfläche und die Gesamtkantenlänge weiter reduziert, indem Kantenknicke hinzugefügt werden.

# Abstract

Automatic graph drawing has become a wide research field in the past decades. The central task is to compute a nice drawing of a graph that is easy to read and understand. There are different drawing styles that determine the general look of a graph drawing. Certain attributes of the drawing should be minimized or maximized for an aesthetic visualization. Two important criteria for every drawing style are the drawing area and the total edge length. A drawing should not be unnecessarily wide or high and the edges should be as short as possible. At the same time, readability should be maintained. The compaction of graph drawings deals with this issue. In this thesis, we consider the compaction problem within two specific drawing styles. In orthogonal drawings, the edges are drawn as a sequence of horizontal and vertical line segments. In hierarchical drawings, the vertices are placed on horizontal layers and the edges point downward. To solve the compaction problems, we model them as minimum cost flow problems and potential assignment problems in constraint graphs. We present methods to minimize the width or height of a drawing, the total horizontal or vertical edge length or a combination of both. For the orthogonal drawing style we introduce a compaction approach that further reduces the drawing area and total edge length by adding bends to the edges.