



# **GURU PEMBELAJAR MODUL MATEMATIKA SMP**

**KELOMPOK KOMPETENSI F**

# **RANCANGAN PEMBELAJARAN DAN GEOMETRI 1**



## Kata Sambutan

Peran guru profesional dalam proses pembelajaran sangat penting sebagai kunci keberhasilan belajar siswa. Guru profesional adalah guru yang kompeten membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan pendidikan yang berkualitas. Hal tersebut menjadikan guru sebagai komponen yang menjadi fokus perhatian pemerintah pusat maupun pemerintah daerah dalam peningkatan mutu pendidikan terutama menyangkut kompetensi guru.

Pengembangan profesionalitas guru melalui program Guru Pembelajar merupakan upaya peningkatan kompetensi untuk semua guru. Sejalan dengan hal tersebut, pemetaan kompetensi guru telah dilakukan melalui uji kompetensi guru (UKG) untuk kompetensi pedagogik profesional pada akhir tahun 2015. Hasil UKG menunjukkan peta kekuatan dan kelemahan kompetensi guru dalam penguasaan pengetahuan. Peta kompetensi guru tersebut dikelompokkan menjadi 10 (sepuluh) kelompok kompetensi. Tindak lanjut pelaksanaan UKG diwujudkan dalam bentuk pelatihan guru paska UKG melalui program Guru Pembelajar. Tujuannya untuk meningkatkan kompetensi guru sebagai agen perubahan dan sumber belajar utama bagi peserta didik. Program Guru Pembelajar dilaksanakan melalui pola tatap muka, daring penuh (*online*), dan daring kombinasi (*blended*) tatap muka dengan *online*.

Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK), Lembaga Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Kelautan Perikanan Teknologi Informasi dan Komunikasi (LP3TK KPTK) dan Lembaga Pengembangan dan Pemberdayaan Kepala Sekolah (LP2KS) merupakan Unit Pelaksana Teknis di lingkungan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan yang bertanggung jawab dalam mengembangkan perangkat dan melaksanakan peningkatan

kompetensi guru sesuai bidangnya. Adapun perangkat pembelajaran yang dikembangkan tersebut adalah modul untuk program Guru Pembelajar tatap muka dan Guru Pembelajar online untuk semua mata pelajaran dan kelompok kompetensi. Dengan modul ini diharapkan program Guru Pembelajar memberikan sumbangan yang sangat besar dalam peningkatan kualitas kompetensi guru.

Mari kita sukseskan program Guru Pembelajar ini untuk mewujudkan Guru Mulia Karena Karya.

Jakarta, Maret 2016

Direktur Jenderal,



**Sumarna Surapranata**

NIP. 195908011985031002



# **GURU PEMBELAJAR**

## **MODUL MATEMATIKA SMP**

### **KELOMPOK KOMPETENSI F**

#### **PEDAGOGIK**

## **RANCANGAN DAN PRAKTEK PEMBELAJARAN MATEMATIKA SMP**

**DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN  
KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
2016**



Penulis:

Dra. Sri Wardhani, 08122766683, wardhani.p4tkm@yahoo.com

Penelaah:

Dra. Theresia Widyantini, M.Si., 08112578128, widterban@yahoo.com

Ilustrator:

Tika Setiawati

*Copyright* © 2016

Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial tanpa izin tertulis dari Kementerian Pendidikan Kebudayaan.



## Kata Pengantar

Peningkatan kualitas pendidikan saat ini menjadi prioritas, baik oleh pemerintah pusat maupun daerah. Salah satu komponen yang menjadi fokus perhatian adalah peningkatan kompetensi guru. Peran guru dalam pembelajaran di kelas merupakan kunci keberhasilan untuk mendukung keberhasilan belajar siswa. Guru yang profesional dituntut mampu membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan *output* dan *outcome* pendidikan yang berkualitas.

Dalam rangka memetakan kompetensi guru, telah dilaksanakan Uji Kompetensi Guru (UKG) Tahun 2015. UKG tersebut dilaksanakan bagi semua guru, baik yang sudah bersertifikat maupun belum bersertifikat untuk memperoleh gambaran objektif kompetensi guru, baik profesional maupun pedagogik. Hasil UKG kemudian ditindaklanjuti melalui Program Guru Pembelajar sehingga diharapkan kompetensi guru yang masih belum optimal dapat ditingkatkan.

PPPPTK Matematika sebagai Unit Pelaksana Teknis Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan di bawah pembinaan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan mendapat tugas untuk menyusun modul guna mendukung pelaksanaan Guru Pembelajar. Modul ini diharapkan dapat menjadi sumber belajar bagi guru dalam meningkatkan kompetensinya sehingga mampu mengambil tanggung jawab profesi dengan sebaik-baiknya.

Yogyakarta, Maret 2016

Kepala PPPPTK Matematika,



D. Dra. Daswatia Astuty, M.Pd.

NIP. 196002241985032001



## Daftar Isi

Kata Pengantar .....	iii
Pendahuluan .....	1
A. Latar Belakang .....	1
B. Tujuan .....	2
C. Peta Kompetensi.....	2
D. Ruang Lingkup .....	3
E. Saran Cara Penggunaan Modul .....	3
Kegiatan Pembelajaran 1: .....	7
B. Indikator Pencapaian Kompetensi .....	8
C. Uraian Materi .....	8
D. Aktivitas Pembelajaran .....	16
E. Latihan/Tugas.....	21
F. Rangkuman .....	23
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut .....	25
H. Kunci Jawaban/Petunjuk Menyelesaikan Tugas.....	26
Kegiatan Pembelajaran 2: .....	31
A. Tujuan: .....	32
B. Indikator Pencapaian Kompetensi .....	32
C. Uraian Materi .....	32
D. Aktivitas Pembelajaran .....	38
E. Latihan/ Tugas.....	41
F. Rangkuman .....	42
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut .....	43
H. Kunci Jawaban/Petunjuk Menyelesaikan Tugas.....	43
Kegiatan Pembelajaran 3: .....	43
A. Tujuan .....	43
B. Indikator Pencapaian Kompetensi .....	44
C. Uraian Materi .....	44
D. Aktivitas Pembelajaran .....	70

Daftar Isi

---

E. Latihan/ Tugas.....	71
F. Rangkuman .....	71
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut .....	71
H. Kunci Jawaban/Petunjuk Menyelesaikan Tugas .....	72
Penutup .....	71
Evaluasi .....	73
Daftar Pustaka .....	75

# Pendahuluan

## A. Latar Belakang

Pembelajaran adalah proses interaksi antar siswa dan antara siswa dengan pendidik dan sumber belajar pada suatu lingkungan belajar. Sedangkan Rencana Pelaksanaan Pembelajaran, selanjutnya disebut dengan RPP, adalah rencana pembelajaran yang dikembangkan mengacu pada silabus (Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan atau Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014). Dalam hal ini silabus dikembangkan oleh pemerintah pusat.

Setiap guru di setiap sekolah berkewajiban menyusun RPP untuk kelas yang diampunya. Pengembangan RPP dilakukan sebelum awal semester atau awal tahun pelajaran dimulai, namun perlu diperbaharui sebelum pembelajaran dilaksanakan. Pengembangan RPP dapat dilakukan oleh guru secara mandiri dan/atau berkelompok di sekolah/madrasah dikoordinasi, difasilitasi, dan disupervisi oleh kepala sekolah/madrasah. Pengembangan RPP dapat juga dilakukan oleh guru secara berkelompok antar sekolah atau antar wilayah yang dikoordinasi, difasilitasi, dan disupervisi oleh Dinas Pendidikan atau Kantor Kementerian Agama setempat (Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014).

Pembelajaran ditujukan untuk mengembangkan potensi siswa agar memiliki kemampuan hidup sebagai pribadi dan warga negara yang beriman, produktif, kreatif, inovatif, dan afektif, serta mampu berkontribusi pada kehidupan masyarakat, berbangsa, bernegara, dan berperadaban dunia. Pembelajaran dilaksanakan berbasis aktivitas dengan karakteristik: interaktif dan inspiratif; menyenangkan, menantang, dan memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif (Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014). Tujuan dan pelaksanaan pembelajaran tersebut akan mudah terwujud bila guru merencanakan pembelajaran dengan sebaik-baiknya. Oleh karena itu sebagai pengelola pembelajaran, guru perlu memahami kaidah dalam merencanakan pembelajaran dalam bentuk RPP dan terampil menyusun dan melaksanakannya.

## B. Tujuan

Modul ini untuk memfasilitasi guru Matematika SMP dalam mengembangkan RPP yang sesuai dengan karakteristik siswa, mata pelajaran Matematika di SMP, ketentuan penyusunan RPP yang ditetapkan oleh pemerintah, dan terampil mempraktekannya dalam pengelolaan pembelajaran sehari-hari.

## C. Peta Kompetensi

Dalam Permendiknas Nomor 16 Tahun 2007 tentang Standar Kompetensi Guru (SKG) dinyatakan bahwa ada empat macam kompetensi yang harus dikuasai guru mata pelajaran sebagai agen pembelajaran, yaitu kompetensi pedagogik, kepribadian, sosial dan profesional. Salah satu kompetensi inti pada kelompok kompetensi pedagogik dalam SKG adalah “Menyelenggarakan pembelajaran yang mendidik”. Kompetensi yang akan dicapai atau ditingkatkan melalui belajar dengan modul ini adalah kompetensi tersebut dengan beberapa kompetensinya turunnannya sebagai berikut.

No. Kompetensi	Kompetensi Inti	Kompetensi Guru Mata Pelajaran	Indikator Pencapaian Kompetensi Esensial Guru Matematika SMP
4	Menyelenggarakan pembelajaran yang mendidik	4.1 Memahami prinsip-prinsip perancangan pembelajaran yang mendidik	Menjelaskan hakikat dari perancangan pembelajaran yang mendidik;
			Mengidentifikasi komponen dari suatu rancangan pembelajaran;
			Mengidentifikasi prinsip penyusunan rancangan pembelajaran;
			Menerapkan ketentuan perancangan pembelajaran melalui telaah RPP milik sendiri atau teman sejawat
		4.2 Mengembangkan komponen-komponen rancangan pembelajaran	Mengidentifikasi macam kegiatan pembelajaran pada suatu tahapan pembelajaran
			Memetakan muatan komponen rancangan pembelajaran ke tiap pertemuan pembelajaran
4.3 Menyusun rancangan pembelajaran yang lengkap, baik untuk kegiatan di dalam kelas, laboratorium, ataupun	Merancang kegiatan pembelajaran yang lengkap, baik untuk kegiatan di dalam kelas, laboratorium, maupun lapangan.		

No. Kompetensi	Kompetensi Inti	Kompetensi Guru Mata Pelajaran	Indikator Pencapaian Kompetensi Esensial Guru Matematika SMP
		lapangan	Menyusun RPP Matematika SMP yang muatan antar komponennya berkesinambungan atau memiliki benang merah dari pertemuan awal sampai dengan pertemuan terakhir

#### D. Ruang Lingkup

Modul ini memuat empat topik sebagai berikut.

1. Prinsip pembelajaran, hakikat RPP, dan prinsip penyusunan RPP
2. Sistematika, komponen RPP, dan langkah penyusunan RPP
3. Pemetaan muatan atau isi RPP Matematika SMP
4. Penyusunan RPP Matematika SMP

Topik belajar tersebut akan mewarnai pembahasan dari empat kegiatan pembelajaran dalam modul ini seperti berikut ini.

1. Kegiatan Pembelajaran-1 (KP-1): Ketentuan penyusunan RPP
2. Kegiatan Pembelajaran-2(KP-2):Pemetaan muatan atau isi RPP Matematika SMP
3. Kegiatan Pembelajaran-3 (KP-3): Penyusunan RPP Matematika SMP

**KP-1** mengajak Anda untuk memahami pengetahuan tentang ketentuan menyusun RPP yang mencakup hakikat RPP, prinsip menyusun RPP, sistematika dan komponen-komponen RPP serta langkah menyusun RPP. Dalam KP-1 ini Anda diajak untuk mempraktekkan pengetahuan tersebut melalui kegiatan telaah terhadap RPP yang Anda atau teman sejawat miliki. **KP-2** mengajak Anda untuk memetakan muatan atau isi RPP dari pertemuan pertama sampai dengan pertemuan terakhir untuk satu topik materi pembelajaran, agar antar komponen RPP isinya memiliki benang merah. **KP-3** mengajak Anda untuk mengasah keterampilan menyusun RPP Matematika SMP secara individu atau melalui kelompok kerja, misalnya MGMP (Musyawarah Guru Mata Pelajaran) Matematika SMP di sekolah Anda atau di luar sekolah.

#### E. Saran Cara Penggunaan Modul

Berikut ini beberapa saran untuk Anda dalam mempelajari dengan modul ini.

1. Modul ini merupakan bahan belajar untuk memfasilitasi Anda dalam meningkatkan keterampilan menyusun RPP yang muatan/isi komponen-komponennya berkesinambungan atau memiliki benang merah dan mempraktekannya dalam kegiatan pembelajaran sehari-hari serta melakukan refleksi terhadap hasil praktek. Fasilitas tersebut dikemas dalam lima aktivitas pembelajaran, yaitu: memetakan muatan/isi RPP dan menyusun RPP Matematika SMP.
2. Setiap kegiatan pembelajaran memuat komponen: Tujuan, Indikator Pencapaian Kompetensi, Uraian Materi, Aktivitas Pembelajaran, Latihan/ Kasus /Tugas, Rangkuman, Umpan Balik dan Tindak Lanjut, Kunci Jawaban/Petunjuk.
3. Sebelum mempelajari modul ini hendaknya Anda telah mempelajari dan memahami modul Guru Matematika SMP tentang Karakteristik Siswa dan Teori Belajar Matematika SMP, Model Pembelajaran Matematika, Kurikulum Matematika SMP, Media Pembelajaran Matematika SMP, Penilaian Proses dan Hasil Belajar Matematika SMP.
  - a. cara memahami karakteristik siswa dan teori belajar matematika di SMP;
  - b. cara mengembangkan indikator pencapaian kompetensi;
  - c. cara menganalisis materi pembelajaran;
  - d. cara mengembangkan kegiatan pembelajaran mengacu pada hasil analisis materi pembelajaran;
  - e. cara menentukan atau memilih strategi dan media pembelajaran yang relevan dengan muatan materi dan kompetensi yang dipelajari siswa;
  - f. cara merancang penilaian proses dan hasil belajar siswa dalam mempelajari suatu kompetensi.
4. Sebelum mempelajari modul ini, Anda perlu menyiapkan dokumen sebagai berikut.
  - a. RPP yang telah pernah disusun berdasarkan Kurikulum 2006 atau Kurikulum 2013;
  - b. Permendikbud RI Nomor 103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Pendidikan Dasar dan Menengah (Dikdasmen)
  - c. Permendikbud RI Nomor 53 Tahun 2015 tentang Penilaian Hasil Belajar oleh Pendidik dan Satuan Pendidikan pada Dikdasmen

- d. Permendikbud Nomor 58 Tahun 2014 tentang Kurikulum 2013 SMP
5. Prosedur belajar dengan modul ini sebagai berikut.
  - a. Menyiapkan dokumen-dokumen yang diperlukan.
  - b. Mencermati dan memahami bagian tujuan, indikator pencapaian kompetensi, dan uraian materi pada setiap kegiatan pembelajaran.
  - c. Melaksanakan aktivitas pembelajaran dan mengerjakan latihan/tugas yang dimuat pada setiap kegiatan pembelajaran.
  - d. Mengecek hasil latihan/tugas dengan kunci jawaban/petunjuk penyelesaian tugas.
  - e. Mencermati bagian rangkuman, umpan balik dan tindak lanjut yang harus dilakukan pada setiap kegiatan pembelajaran.

Bila Anda menjumpai hal-hal yang ingin dikonfirmasi terkait isi modul atau berkonsultasi terkait penyelesaian tugas, silahkan hubungi: sekretariat\_p4tkmatematika@yahoo.com atau wardhani.p4tkm@yahoo.com. Selamat belajar! Semoga sukses.



## Kegiatan Pembelajaran 1: Ketentuan Pengembangan RPP

Pada Kegiatan Pembelajaran-1 (KP-1) ini Anda akan mempelajari tentang ketentuan dalam penyusunan RPP yang dimuat dalam Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Dikdasmen. Ketentuan penyusunan RPP menjadi acuan dalam menyusun RPP sehingga perlu dipahami dengan baik.

Pembahasan tentang ketentuan penyusunan RPP ini untuk memfasilitasi Anda dalam meningkatkan kompetensi memahami prinsip-prinsip perancangan pembelajaran yang mendidik (kompetensi 4.1) dan mengembangkan komponen-komponen rancangan pembelajaran (kompetensi 4.2)

Uraian materi pada KP-1 ini mencakup prinsip pembelajaran, hakikat RPP, komponen dan sistematika RPP, prinsip penyusunan RPP, muatan dari komponen langkah kegiatan pembelajaran dan kaitan antara muatan langkah kegiatan pembelajaran dengan ketentuan dalam pelaksanaan pembelajaran.

Setelah mempelajari uraian materi, Anda diharapkan melakukan dua macam aktivitas, yaitu: (1) menjelaskan ketentuan dalam penyusunan RPP melalui kegiatan diskusi kelompok, dan (2) memahami ketentuan penyusunan RPP melalui telaah RPP. Setelah menyelesaikan aktivitas, Anda diminta menyelesaikan dua latihan/macam tugas secara individu, yaitu: (1) menjelaskan ketentuan penyusunan RPP dengan menjawab pertanyaan, dan (2) menjelaskan ketentuan penyusunan RPP melalui telaah soal. Aktivitas dan latihan/tugas tersebut dimaksudkan untuk membantu Anda dalam mencapai kemampuan yang dirumuskan dalam indikator pencapaian kompetensi. Sebagai tindak lanjut mempelajari KP-1 ini Anda diminta menelaah RPP milik sendiri/teman sejawat yang belum pernah ditelaah untuk menguatkan pemahaman Anda tentang ketentuan penyusunan RPP.

### A. Tujuan

Setelah mempelajari Kegiatan Pembelajaran 1 (KP-1) ini Anda diharapkan dapat menjelaskan ketentuan-ketentuan dalam penyusunan RPP yang telah ditetapkan oleh pemerintah yang mencakup hakikat, prinsip penyusunan, komponen,

sistematika dan langkah penyusunan RPP kemudian menerapkannya dalam kegiatan telaah RPP.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menjelaskan hakikat dari perancangan pembelajaran yang mendidik;
2. Mengidentifikasi komponen dari suatu rancangan pembelajaran;
3. Mengidentifikasi prinsip penyusunan rancangan pembelajaran;
4. Menerapkan ketentuan perancangan pembelajaran melalui telaah RPP milik sendiri atau teman sejawat.

C. Uraian Materi

**1. Apa prinsip pembelajaran?**

Dalam Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014 tentang pembelajaran pada Dikdasmen dinyatakan bahwa pembelajaran merupakan suatu proses pengembangan potensi dan pembangunan karakter setiap peserta didik sebagai hasil dari sinergi antara pendidikan yang berlangsung di sekolah, keluarga dan masyarakat. Proses tersebut memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk mengembangkan potensi mereka menjadi kemampuan yang semakin lama semakin meningkat dalam sikap (spiritual dan sosial), pengetahuan, dan keterampilan yang diperlukan dirinya untuk hidup dan untuk bermasyarakat, berbangsa, serta berkontribusi pada kesejahteraan hidup umat manusia.

Keluarga merupakan tempat pertama bersemainya bibit sikap (spiritual dan sosial), pengetahuan, dan keterampilan peserta didik. Oleh karena itu, peran keluarga tidak dapat sepenuhnya digantikan oleh sekolah.

Sekolah merupakan tempat kedua pendidikan peserta didik yang dilakukan melalui program intrakurikuler, kokurikuler, dan ekstrakurikuler. Kegiatan intrakurikuler dilaksanakan melalui mata pelajaran. Kegiatan kokurikuler dilaksanakan melalui kegiatan-kegiatan di luar sekolah yang terkait langsung dengan mata pelajaran, misalnya tugas individu, tugas kelompok, dan pekerjaan rumah berbentuk proyek atau bentuk lainnya. Sedangkan kegiatan ekstrakurikuler dilaksanakan melalui berbagai kegiatan yang bersifat umum dan tidak terkait langsung dengan mata

pelajaran, misalnya kepramukaan, palang merah remaja, festival seni, bazar, dan olahraga.

Masyarakat merupakan tempat pendidikan yang jenisnya beragam dan pada umumnya sulit diselaraskan antara satu sama lain, misalnya media massa, bisnis dan industri, organisasi kemasyarakatan, dan lembaga keagamaan. Untuk itu para tokoh masyarakat tersebut semestinya saling koordinasi dan sinkronisasi dalam memainkan perannya untuk mendukung proses pembelajaran. Singkatnya, keterjalinan, keterpaduan, dan konsistensi antara keluarga, sekolah, dan masyarakat harus diupayakan dan diperjuangkan secara terus menerus karena tripusat pendidikan tersebut sekaligus menjadi sumber belajar yang saling menunjang.

Sekolah merupakan bagian dari masyarakat yang memberikan pengalaman belajar terencana di mana peserta didik menerapkan apa yang dipelajari di sekolah ke masyarakat dan memanfaatkan masyarakat sebagai sumber belajar. Peserta didik mengembangkan sikap, pengetahuan, dan keterampilan serta menerapkannya dalam berbagai situasi, di sekolah, keluarga, dan masyarakat. Proses tersebut berlangsung melalui kegiatan tatap muka di kelas, kegiatan terstruktur, dan kegiatan mandiri.

Terkait dengan hal tersebut, maka pembelajaran ditujukan untuk mengembangkan potensi peserta didik agar memiliki kemampuan hidup sebagai pribadi dan warga negara yang beriman, produktif, kreatif, inovatif, dan afektif, serta mampu berkontribusi pada kehidupan masyarakat, berbangsa, bernegara, dan berperadaban dunia.

Peserta didik adalah subjek yang memiliki kemampuan untuk secara aktif mencari, mengolah, mengkonstruksi, dan menggunakan pengetahuan. Untuk itu pembelajaran harus berkenaan dengan kesempatan yang diberikan kepada peserta didik untuk mengkonstruksi pengetahuan dalam proses kognitifnya. Agar benar-benar memahami dan dapat menerapkan pengetahuan, peserta didik perlu didorong untuk bekerja memecahkan masalah, menemukan segala sesuatu untuk dirinya, dan berupaya keras mewujudkan ide-idenya.

Agar diperoleh pembelajaran yang berkualitas, maka kegiatan pembelajaran perlu menggunakan prinsip sebagai berikut:

- a. peserta didik difasilitasi untuk mencari tahu;
- b. peserta didik belajar dari berbagai sumber belajar;
- c. proses pembelajaran menggunakan pendekatan ilmiah;
- d. pembelajaran berbasis kompetensi;
- e. pembelajaran terpadu;
- f. pembelajaran yang menekankan pada jawaban divergen yang memiliki kebenaran multi dimensi;
- g. pembelajaran berbasis keterampilan aplikatif;
- h. peningkatan keseimbangan, kesinambungan, dan keterkaitan antara *hard-skills* dan *soft-skills*;
- i. pembelajaran yang mengutamakan pembudayaan dan pemberdayaan peserta didik sebagai pembelajar sepanjang hayat;
- j. pembelajaran yang menerapkan nilai-nilai dengan memberi keteladanan (*ing ngarso sung tulodo*), membangun kemauan (*ing madyo mangun karso*), dan mengembangkan kreativitas peserta didik dalam proses pembelajaran (*tut wuri handayani*);
- k. pembelajaran yang berlangsung di rumah, di sekolah, dan di masyarakat;
- l. pemanfaatan teknologi informasi dan komunikasi untuk meningkatkan efisiensi dan efektivitas pembelajaran;
- m. pengakuan atas perbedaan individual dan latar belakang budaya peserta didik;
- n. suasana belajar menyenangkan dan menantang

## 2. Apa hakikat RPP?

Tahap pertama dari pembelajaran adalah merancang kegiatan pembelajaran yang dituangkan dalam bentuk Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP). Rencana pembelajaran dalam bentuk RPP itu dikembangkan secara rinci mengacu pada silabus, buku teks pelajaran, dan buku panduan guru (Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014).

Setiap guru di setiap satuan pendidikan, termasuk guru Matematika SMP **berkewajiban** menyusun RPP untuk kelas di mana ia mengajar (Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014). *Penyusunannya dilakukan sebelum awal semester atau awal tahun pelajaran dimulai, namun perlu diperbaharui sebelum pembelajaran dilaksanakan.*

---

Pengembangan RPP dapat dilakukan oleh guru secara mandiri dan/atau berkelompok di sekolah/madrasah dikoordinasi, difasilitasi, dan disupervisi oleh kepala sekolah/madrasah. Pengembangan RPP dapat juga dilakukan oleh guru secara berkelompok antarsekolah atau antarwilayah dikoordinasi, difasilitasi, dan disupervisi oleh dinas pendidikan atau kantor kementerian agama setempat

### **3. Bagaimana komponen dan sistematika dari RPP?**

Pada Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014 dinyatakan bahwa komponen RPP mencakup: (1) identitas sekolah/madrasah, mata pelajaran, dan kelas/semester; (2) alokasi waktu; (3) KI, KD, indikator pencapaian kompetensi; (4) materi pembelajaran; (5) kegiatan pembelajaran; (6) penilaian; dan (7) media/alat, bahan, dan sumber belajar.

Adapun komponen dan sistematika RPP sebagai berikut (Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014).

#### **RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)**

Sekolah :

Mata pelajaran :

Kelas/Semester :

Alokasi Waktu :

A. Kompetensi Inti (KI)

B. Kompetensi Dasar

1. KD pada KI-1

2. KD pada KI-2

3. KD pada KI-3

4. KD pada KI-4

C. Indikator Pencapaian Kompetensi\*)

1. Indikator KD pada KI-1

2. Indikator KD pada KI-2

3. Indikator KD pada KI-3

4. Indikator KD pada KI-4

D. Materi Pembelajaran (dapat berasal dari buku teks pelajaran dan buku panduan guru, sumber belajar lain berupa muatan lokal, materi kekinian, konteks

pembelajaran dari lingkungan sekitar yang dikelompokkan menjadi materi untuk pembelajaran reguler, pengayaan, dan remedial)

E. Kegiatan Pembelajaran

1. Pertemuan Pertama: (... JP)

- a. Kegiatan Pendahuluan
- b. Kegiatan Inti \*\*)
  - o Mengamati
  - o Menanya
  - o Mengumpulkan informasi/mencoba
  - o Menalar/mengasosiasi
  - o Mengomunikasikan
- c. Kegiatan Penutup

2. Pertemuan Kedua: (... JP)

- a. Kegiatan Pendahuluan
- b. Kegiatan Inti \*\*)
  - o Mengamati
  - o Menanya
  - o Mengumpulkan informasi/mencoba
  - o Menalar/mengasosiasi
  - o Mengomunikasikan
- c. Kegiatan Penutup

3. Pertemuan seterusnya.

F. Penilaian, Pembelajaran Remedial dan Pengayaan

1. Teknik penilaian

2. Instrumen penilaian

- a. Pertemuan Pertama
- b. Pertemuan Kedua
- c. Pertemuan seterusnya

3. Pembelajaran Remedial dan Pengayaan

Pembelajaran remedial dilakukan segera setelah kegiatan penilaian.

G. Media/alat, Bahan, dan Sumber Belajar

1. Media/alat
2. Bahan

### 3. Sumber Belajar

**Catatan:**

\*) Pada setiap KD dikembangkan indikator atau penanda. Indikator untuk KD yang diturunkan dari KI-1 dan KI-2 dirumuskan dalam bentuk perilaku umum yang bermuatan nilai dan sikap yang gejalanya dapat diamati sebagai dampak pengiring dari KD pada KI-3 dan KI-4. Indikator untuk KD yang diturunkan dari KI-3 dan KI-4 dirumuskan dalam bentuk perilaku spesifik yang dapat diamati dan terukur.

\*\*) Pada kegiatan inti, kelima pengalaman belajar tidak harus muncul seluruhnya dalam satu pertemuan tetapi dapat dilanjutkan pada pertemuan berikutnya, tergantung cakupan muatan pembelajaran. Setiap langkah pembelajaran dapat digunakan berbagai metode dan teknik pembelajaran.

### 4. Apa prinsip dari penyusunan RPP?

Belajar matematika berarti melakukan sesuatu, bukan sekedar menjawab soal. Ini berarti guru harus menyediakan berbagai kegiatan, baik kegiatan fisik maupun kegiatan mental supaya setiap siswa dapat mengembangkan potensi berpikir kritis dan kreatifnya. Berikut ini beberapa prinsip penyusunan RPP (Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014).

- a. Setiap RPP harus secara utuh memuat kompetensi dasar sikap spiritual (KD dari KI-1), sosial (KD dari KI-2), pengetahuan (KD dari KI-3), dan keterampilan (KD dari KI-4).
- b. Satu RPP dapat dilaksanakan dalam satu kali pertemuan atau lebih.
- c. Memperhatikan perbedaan individu peserta didik.

RPP disusun dengan memperhatikan perbedaan jenis kelamin, kemampuan awal, tingkat intelektual, minat, motivasi belajar, bakat, potensi, kemampuan sosial, emosi, gaya belajar, kebutuhan khusus, kecepatan belajar, latar belakang budaya, norma, nilai, dan/atau lingkungan peserta didik.

- d. Berpusat pada peserta didik

Proses pembelajaran dirancang dengan berpusat pada peserta didik untuk

mendorong motivasi, minat, kreativitas, inisiatif, inspirasi, kemandirian, dan semangat belajar, menggunakan pendekatan saintifik meliputi mengamati, menanya, mengumpulkan informasi, menalar/mengasosiasi, dan mengomunikasikan.

e. Berbasis konteks

Proses pembelajaran yang menjadikan lingkungan sekitarnya sebagai sumber belajar.

f. Berorientasi kekinian

Pembelajaran yang berorientasi pada pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, dan nilai-nilai kehidupan masa kini.

g. Mengembangkan kemandirian belajar Pembelajaran yang memfasilitasi peserta didik untuk belajar secara mandiri.

h. Memberikan umpan balik dan tindak lanjut pembelajaran

RPP memuat rancangan program pemberian umpan balik positif, penguatan, *pengayaan*, dan remedi.

i. Memiliki keterkaitan dan keterpaduan antarkompetensi dan/atau antar muatan

RPP disusun dengan memperhatikan keterkaitan dan keterpaduan antara KI, KD, indikator pencapaian kompetensi, materi pembelajaran, kegiatan pembelajaran, penilaian, dan sumber belajar dalam satu keutuhan pengalaman belajar. RPP disusun dengan mengakomodasikan pembelajaran tematik, keterpaduan lintas mata *pelajaran*, lintas aspek belajar, dan keragaman budaya.

j. Memanfaatkan teknologi informasi dan komunikasi

RPP disusun dengan mempertimbangkan penerapan teknologi informasi dan komunikasi secara terintegrasi, sistematis, dan efektif sesuai dengan situasi dan kondisi.

### 5. Bagaimanakah muatan dalam langkah kegiatan pembelajaran?

Dalam Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Dikdasmen dinyatakan bahwa pembelajaran menggunakan **pendekatan saintifik** yang merupakan pendekatan berbasis proses keilmuan yang merupakan

pengorganisasian pengalaman belajar siswa dengan urutan logis dan memuat proses pembelajaran: mengamati (M1), menanya (M2), mengumpulkan informasi/mencoba (M3), menalar/mengasosiasi dan mengomunikasikan (M5). Urutan logis M1 sampai dengan M5 tersebut dapat dikembangkan dan digunakan dalam satu atau lebih dari satu pertemuan. Deskripsi dari masing masing pengalaman belajar pada pendekatan saintifik, yakni: M1 sampai dengan M5 sebagai berikut (Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014).

Penjelasan tentang penerapan pendekatan saintifik dalam pembelajaran matematika SMP dapat Anda pelajari pada **Modul Kurikulum I (Modul KK D)**.

#### **6. Apakah muatan langkah kegiatan pembelajaran pada setiap RPP harus mengacu ketentuan tentang praktek pelaksanaan pembelajaran?**

Setiap pelaksanaan pembelajaran didasarkan pada RPP. Oleh karena itu setiap penyusunan RPP hendaknya juga memperhatikan ketentuan dalam pelaksanaan pembelajaran. Dalam Permendikbud Nomor 103 Tahun dimuat tentang ketentuan pelaksanaan pembelajaran seperti berikut ini.

a. Tahap pelaksanaan pembelajaran meliputi Kegiatan Pendahuluan , Kegiatan Inti, Kegiatan Penutup

b. Kegiatan Pendahuluan:

Dalam kegiatan pendahuluan, guru: 1) mengondisikan suasana belajar yang menyenangkan; 2) mendiskusikan kompetensi yang sudah dipelajari dan dikembangkan sebelumnya berkaitan dengan kompetensi yang akan dipelajari dan dikembangkan; 3) menyampaikan kompetensi yang akan dicapai dan manfaatnya dalam kehidupan sehari-hari; 4) menyampaikan garis besar cakupan materi dan kegiatan yang akan dilakukan; dan 5) menyampaikan lingkup dan teknik penilaian yang akan digunakan.

c. Kegiatan Inti:

1) Kegiatan inti merupakan proses pembelajaran untuk mencapai kompetensi, yang dilakukan secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan

ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat dan perkembangan fisik serta psikologis peserta didik.

- 2) Kegiatan inti menggunakan pendekatan saintifik yang disesuaikan dengan karakteristik mata pelajaran dan peserta didik. Guru memfasilitasi peserta didik untuk melakukan proses mengamati, menanya, mengumpulkan informasi/mencoba, menalar/mengasosiasi, dan mengomunikasikan.
- 3) Dalam setiap kegiatan guru harus memperhatikan perkembangan sikap peserta didik pada kompetensi dasar dari KI-1 dan KI-2 antara lain mensyukuri karunia Tuhan, jujur, teliti, kerja sama, toleransi, disiplin, taat aturan, menghargai pendapat orang lain yang tercantum dalam silabus dan RPP.

d. Kegiatan Penutup

Kegiatan penutup terdiri atas:

- 1) Kegiatan guru bersama peserta didik yaitu: (a) membuat rangkuman/simpulan pelajaran; (b) melakukan refleksi terhadap kegiatan yang sudah dilaksanakan; dan (c) memberikan umpan balik terhadap proses dan hasil pembelajaran; dan
- 2) Kegiatan guru yaitu: (a) melakukan penilaian; (b) merencanakan kegiatan tindak lanjut dalam bentuk pembelajaran remedi, program pengayaan, layanan konseling dan/atau memberikan tugas baik tugas individual maupun kelompok sesuai dengan hasil belajar peserta didik; dan (c) menyampaikan rencana pembelajaran pada pertemuan berikutnya.

D. Aktivitas Pembelajaran

Dalam menyelesaikan aktivitas berikut ini, kami sarankan Anda bekerja secara individu terlebih dahulu. Setelah itu kemudian berdiskusilah dengan teman sejawat sekelompok MGMP di sekolah Anda, atau teman sejawat lain yang Anda pandang dapat “mencerahkan pemahaman” Anda.

**Aktivitas-1:**

**Tujuan:** Menjelaskan ketentuan Penyusunan RPP

**Petunjuk:**

- ✓ Diskusikan jawaban pertanyaan-pertanyaan berikut ini dengan teman sejawat Anda. Gunakan uraian materi pada modul ini dan Permendikbud No 58 Tahun 2014 tentang Kurikulum SMP, Nomor 103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Dikdasmen, dan Nomor 53 Tahun 2015 tentang Penilaian Hasil Belajar oleh Pendidik dan Satuan Pendidikan pada Dikdasmen sebagai rujukan saat diskusi.
- ✓ Presentasikan jawaban dari pertanyaan-pertanyaan berikut ini kepada teman sejawat Anda dalam satu kelompok kerja atau di luar kelompok kerja.

**Pertanyaan:**

1. Mengapa setiap guru wajib menyusun RPP? Jelaskan.
2. Apa prinsip dari penyusunan RPP?
3. Apa saja macam komponen RPP menurut Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Dikdasmen?. Apakah komponen tersebut dapat ditambahkan? Jelaskan.
4. Bagaimanakah hubungan antar komponen pada RPP, yakni:
  - a. hubungan antara komponen Indikator Pencapaian Kompetensi(IPK) dengan KD yang dipelajari siswa,
  - b. hubungan antara komponen IPK dengan komponen penilaian
  - c. hubungan antara komponen IPK dengan komponen langkah kegiatan pembelajaran
  - d. hubungan antara komponen IPK dengan materi pembelajaran
  - e. hubungan antara komponen materi pembelajaran dengan sumber/bahan/alat/media pembelajaran
  - f. hubungan antara komponen langkah kegiatan pembelajaran dengan sumber/bahan/alat/media pembelajaran
  - g. hubungan antara komponen langkah kegiatan pembelajaran dengan penilaian

**Aktivitas-2:**

**Tujuan:** Memahami ketentuan menyusun RPP melalui telaah RPP

**Kegiatan:**

1. Siapkan RPP milik Anda/teman sejawat Anda, minimal RPP untuk satu pertemuan.
2. Dalam kegiatan ini Anda dan teman sejawat satu sekolah atau di luar sekolah Anda, sebagai penyusun atau bukan penyusun RPP yang ditelaah, diharapkan duduk bersama-sama melakukan telaah. Berusahalah agar teman sejawat yang menelaah RPP ada lebih dari satu orang.
3. Gunakan format telaah RPP yang tersedia pada modul ini. Adapun langkah menelaah RPP sebagai berikut.
  - a. Cermati dan pahami butir-butir pernyataan pada format telaah RPP
  - b. Cermati sistematika dari RPP yang akan ditelaah
  - c. Cermati dan periksalah isi RPP yang ditelaah itu dengan seksama.
  - d. Berikan catatan untuk saran perbaikan pada kolom catatan terkait butir telaah yang Anda anggap perlu mendapat perhatian.
  - e. Berikan skor pada setiap komponen RPP dengan cara membubuhkan tanda cek (√) pada kolom pilihan skor (1), (2) dan (3) sesuai dengan hasil telaah Anda terhadap RPP tersebut! Berapa nilai RPP hasil telaah? Gunakan rumus berikut untuk menghitungnya.

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Skor yang diperoleh}}{78} \times 100\%$$

RPP Anda termasuk sangat baik bila nilai hasil telaah:  $90 < \text{Nilai RPP} \leq 100$ , baik bila  $80 < \text{Nilai RPP} \leq 90$ , cukup bila  $70 < \text{Nilai RPP} \leq 80$ , kurang bila  $\text{Nilai} \leq 70$

- f. Cermati hasil telaah RPP. Bila ada satu atau lebih dari satu butir hasil telaah RPP yang kurang/tidak Anda setujui, lakukan diskusi dan klarifikasi sampai diperoleh kesepakatan. Dalam berdiskusi, gunakan Permendikbud No 58 Tahun 2014 tentang Kurikulum SMP, Nomor 103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Dikdasmen, dan Nomor 53 Tahun 2015 tentang Penilaian Hasil Belajar oleh Pendidik dan Satuan Pendidikan pada Dikdasmen dalam berdiskusi.
4. Berdasarkan hasil telaah yang telah disepakati, lakukan revisi RPP Anda. Kumpulkan RPP yang telah direvisi sebagai hasil diskusi.

### FORMAT TELAAH RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Mata Pelajaran: MATEMATIKA SMP

Topik: \_\_\_\_\_

Kelas: \_\_\_\_\_

Berilah tanda cek ( V ) pada kolom skor (1, 2, 3 ) sesuai dengan kriteria yang tertera pada kolom tersebut! Berikan catatan atau saran untuk perbaikan RPP sesuai penilaian Anda!

No	Komponen Rencana Pelaksanaan Pembelajaran	Hasil Penelaahan			Catatan
		Skor 1	Skor 2	Skor 3	
<b>A.</b>	<b>Identitas Mata Pelajaran</b>	<b>Tidak Ada</b>	<b>Kurang Lengkap</b>	<b>Sudah Lengkap</b>	
1.	Satuan Pendidikan, Mata Pelajaran, Topik, Kelas, Semester, Alokasi Waktu, Banyak Pertemuan/ Pertemuan Ke...				
<b>B.</b>	<b>Pemilihan Kompetensi</b>	<b>Tidak Ada</b>	<b>Kurang Lengkap</b>	<b>Sudah Lengkap</b>	
1.	Kompetensi Inti				
2.	Kompetensi Dasar				
<b>C.</b>	<b>Perumusan Indikator Pencapaian Kompetensi</b>	<b>Tidak Sesuai</b>	<b>Sesuai Sebagian</b>	<b>Sesuai Seluruhnya</b>	
1.	Kesesuaian dengan KD.				
2.	Kesesuaian penggunaan kata kerja operasional dengan kompetensi yang diukur.				
3.	Kesesuaian dengan aspek sikap, pengetahuan, dan keterampilan yang akan dinilai perkembangan/ pencapaiannya				
<b>D.</b>	<b>Pemilihan Materi Pembelajaran</b>	<b>Tidak Sesuai</b>	<b>Sesuai Sebagian</b>	<b>Sesuai Seluruhnya</b>	
1.	Kesesuaian dengan KD				
2.	Kesesuaian dengan alokasi waktu				
3.	Kesesuaian/ Kebenaran uraian materinya				

Kegiatan Pembelajaran 1

No	Komponen Rencana Pelaksanaan Pembelajaran	Hasil Penelaahan			Catatan
		Skor 1	Skor 2	Skor 3	
<b>F.</b>	<b>Kegiatan Pembelajaran</b>	<b>Tidak Sesuai</b>	<b>Sesuai Sebagian</b>	<b>Sesuai Seluruhnya</b>	
1.	Menampilkan kegiatan pendahuluan, inti, dan penutup dengan jelas.				
2.	Kesesuaian kegiatan dengan pendekatan saintifik.				
3.	Kesesuaian dengan sintak model pembelajaran yang dipilih				
4.	Kesesuaian penyajian dengan sistematika materi.				
5.	Kesesuaian alokasi waktu dengan cakupan materi.				
<b>G.</b>	<b>Penilaian</b>	<b>Tidak Sesuai</b>	<b>Sesuai Sebagian</b>	<b>Sesuai Seluruhnya</b>	
1.	Kesesuaian dengan teknik penilaian				
2.	Kesesuaian dengan instrumen penilaian				
3.	Kesesuaian soal dengan dengan indikator pencapaian kompetensi.				
4.	Kesesuaian kunci jawaban dengan soal.				
5.	Kesesuaian pedoman penskoran dengan soal.				
<b>H.</b>	<b>Pemilihan Media Belajar</b>	<b>Tidak Sesuai</b>	<b>Sesuai Sebagian</b>	<b>Sesuai Seluruhnya</b>	
1.	Kesesuaian dengan KI, KD				
2.	Kesesuaian dengan materi pembelajaran				
3.	Kesesuaian dengan kegiatan pembelajaran				
<b>I.</b>	<b>Pemilihan Bahan Pembelajaran</b>	<b>Tidak Sesuai</b>	<b>Sesuai Sebagian</b>	<b>Sesuai Seluruhnya</b>	
1.	Kesesuaian dengan KI, KD				
2.	Kesesuaian dengan materi pembelajaran				
3.	Kesesuaian dengan kegiatan pembelajaran				
<b>J.</b>	<b>Pemilihan Sumber Pembelajaran</b>	<b>Tidak Sesuai</b>	<b>Sesuai Sebagian</b>	<b>Sesuai Seluruhnya</b>	
1.	Kesesuaian dengan KI, KD				

No	Komponen Rencana Pelaksanaan Pembelajaran	Hasil Penelaahan			Catatan
		Skor 1	Skor 2	Skor 3	
2.	Kesesuaian dengan materi pembelajaran				
3.	Kesesuaian dengan kegiatan pembelajaran				
<b>Jumlah Skor</b>					

Komentar/saran perbaikan secara umum terhadap RPP yang ditelaah.

.....  
 .....  
 .....

**E. Latihan/Tugas**

Setelah Anda membaca dan memahami isi dari uraian materi dan melakukan aktivitas pembelajaran (bagian C dan D), selanjutnya Anda diminta untuk menyelesaikan tugas. Kerjakan tugas secara mandiri terlebih dahulu. Setelah itu konfirmasi atau diskusikan hasil pekerjaan Anda dengan teman sejawat.

**Tugas-1**

**Petunjuk:**

- Gunakan uraian materi pada modul ini dan modul lain serta Permendikbud No 58 Tahun 2014 tentang Kurikulum SMP, Nomor 103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Dikdasmen, dan Nomor 53 Tahun 2015 tentang Penilaian Hasil Belajar oleh Pendidik dan Satuan Pendidikan pada Dikdasmen sebagai rujukan saat diskusi.
- Presentasikan jawaban dari pertanyaan=pertanyaan berikut ini kepada teman sejawat Anda dalam satu kelompok kerja atau di luar kelompok kerja.

**Pertanyaan:**

- Apakah boleh RPP hanya memuat rancangan pembelajaran dari satu pertemuan sebagai bagian dari beberapa pertemuan?
- Apakah setiap RPP harus memuat KD dari semua KI?

3. Bila satu RPP memuat rancangan pembelajaran beberapa pertemuan, komponen RPP apa saja yang muatannya dituliskan per pertemuan secara eksplisit?
4. Apakah isi dari komponen materi pembelajaran cukup ditulis butir-butir materi/sub materi pokoknya?
5. Apakah muatan dari langkah kegiatan pembelajaran harus dimuat dalam bentuk matriks (baris dan kolom)?
6. Apakah muatan dari komponen sumber belajar, alat/bahan dan media pembelajaran masing-masing ditulis secara terpisah?
7. Komponen langkah kegiatan pembelajaran pada RPP hendaknya memuat pengalaman belajar siswa yang mencerminkan diterapkannya pendekatan saintifik. Bila M1 = mengamati, M2 = menanya, M3 = mengumpulkan informasi/mencoba, M4 = menalar/mengasosiasi, M5 = mengomunikasikan.
  - a. Apakah M1, M2, M3, M4, dan M5 harus berlangsung urut?
  - b. Apakah dimungkinkan terjadi proses/ pengalaman belajar yang mengulang, misal: (a) M1-M2, kembali ke M1-M2 baru lanjut M3, M4, M5, atau (b) M1-M2-M3, kembali M2-M3 baru lanjut ke M4 dan M5, dll?
  - c. Apakah bisa diterima bila terjadi kegiatan M1-M2- M5- M4-M3?
  - d. Kasus: Pengalaman saya di kelas sebagai guru, proses M2 terjadi tidak hanya setelah M1, tapi juga terjadi di urutan manapun, misal di M3, di M4, bahkan bisa juga di M5. Ini berarti M2 terjadi bisa berulang-ulang, atau M2 terjadi di mana-mana. Apakah benar kesimpulan saya ini?
  - e. Bila dalam proses M2, siswa tidak ada yang bertanya, proses apa yang sebaiknya ditempuh guru?
    - a. Apakah dalam satu pertemuan pelaksanaan pembelajaran harus terjadi proses M1 s.d M5? Apa yang sebaiknya dilakukan bila proses M1 s.d 5 tidak terjadi pada satu pertemuan?
    - b. Apa saja yang dapat dijadikan sebagai bahan pengamatan dalam pembelajaran matematika?
    - c. Ketika siswa mempunyai hambatan dalam pengalaman belajar tertentu, misal dalam M2, atau M3 atau M4, apakah boleh kami sebagai guru kemudian memberikan penjelasan dan informasi sedemikian rupa sehingga proses belajar kembali berjalan maju?

**Tugas-2:**

Perhatikan soal-soal berbentuk pilihan ganda berikut ini. Manakah pilihan jawaban yang paling tepat dan berikan alasan mengapa Anda memilih jawaban tersebut. Berikan pula alasan mengapa Anda **tidak** memilih pilihan jawaban yang lain.

**Soal:**

1. Seorang guru merancang kegiatan pembelajaran KD tertentu. Kegiatan yang harus dilakukan guru pada **kegiatan pendahuluan** adalah ....
  - A. Menyampaikan rencana pembelajaran pengayaan dan remedial
  - B. Menyampaikan lingkup dan teknik penilaian
  - C. Menyampaikan media yang akan digunakan
  - D. Menyampaikan kompetensi inti dalam pembelajaran
2. Berikut ini kegiatan yang dilakukan guru pada saat beberapa kelompok mempresentasikan hasil diskusi kelompoknya dalam kegiatan penemuan, ***kecuali*** ...
  - A. menyerahkan sepenuhnya kepada siswa jalannya presentasi hasil penemuan dan memberikan umpan balik
  - B. memandu jalannya presentasi hasil penemuan dan memberikan umpan balik
  - C. memandu jalannya presentasi hasil penemuan dan melemparkan ke kelompok lain untuk menjawab
  - D. memberikan simpulan tentang hasil presentasi kelompok yang maju

**F. Rangkuman**

Pembelajaran pada Dikdasmen dinyatakan bahwa pembelajaran merupakan suatu proses pengembangan potensi dan pembangunan karakter setiap peserta didik sebagai hasil dari sinergi antara pendidikan yang berlangsung di sekolah, keluarga dan masyarakat.

Prinsip pembelajaran yang mendidik dan berkualitas: (1) peserta didik difasilitasi untuk mencari tahu; (2) peserta didik belajar dari berbagai sumber belajar; (3) proses pembelajaran menggunakan pendekatan ilmiah; (4) pembelajaran berbasis kompetensi; (5) pembelajaran terpadu; (6) pembelajaran yang menekankan pada

jawaban divergen yang memiliki kebenaran multi dimensi; (7) pembelajaran berbasis keterampilan aplikatif; (8) peningkatan keseimbangan, kesinambungan, dan keterkaitan antara *hard-skills* dan *soft-skills*; (9) pembelajaran yang mengutamakan pembudayaan dan pemberdayaan peserta didik sebagai pembelajar sepanjang hayat; (10) pembelajaran yang menerapkan nilai-nilai dengan memberi keteladanan (*ing ngarso sung tulodo*), membangun kemauan (*ing madyo mangun karso*), dan mengembangkan kreativitas peserta didik dalam proses pembelajaran (*tut wuri handayani*); (11) pembelajaran yang berlangsung di rumah, di sekolah, dan di masyarakat; (12) pemanfaatan teknologi informasi dan komunikasi untuk meningkatkan efisiensi dan efektivitas pembelajaran; (13) pengakuan atas perbedaan individual dan latar belakang budaya peserta didik; (14) suasana belajar menyenangkan dan menantang

Setiap guru di setiap satuan pendidikan, termasuk guru Matematika SMP **berkewajiban** menyusun RPP untuk kelas di mana ia mengajar. Penyusunannya dilakukan sebelum awal semester atau awal tahun pelajaran dimulai, namun perlu diperbaharui sebelum pembelajaran dilaksanakan.

Komponen RPP mencakup: (1) identitas sekolah/madrasah, mata pelajaran, dan kelas/semester; (2) alokasi waktu; (3) KI, KD, indikator pencapaian kompetensi; (4) materi pembelajaran; (5) kegiatan pembelajaran; (6) penilaian; dan (7) media/alat, bahan, dan sumber belajar.

Prinsip penyusunan RPP: (1) Setiap RPP harus secara utuh memuat kompetensi dasar sikap spiritual (KD dari KI-1), sosial (KD dari KI-2), pengetahuan (KD dari KI-3), dan keterampilan (KD dari KI-4); (2) Satu RPP dapat dilaksanakan dalam satu kali pertemuan atau lebih; (3) Memperhatikan perbedaan individu peserta didik; (4) RPP disusun dengan memperhatikan perbedaan jenis kelamin, kemampuan awal, tingkat intelektual, minat, motivasi belajar, bakat, potensi, kemampuan sosial, emosi, gaya belajar, kebutuhan khusus, kecepatan belajar, latar belakang budaya, norma, nilai, dan/atau lingkungan peserta didik; (5) *Berpusat pada peserta didik*; (6) *Berbasis konteks*; (7) *Berorientasi kekinian*; (8) *Mengembangkan kemandirian belajar Pembelajaran yang memfasilitasi peserta didik untuk belajar secara mandiri*; (9) *Memberikan umpan balik dan tindak lanjut pembelajaran*; (10) *Memiliki keterkaitan dan keterpaduan antarkompetensi dan/atau antar muatan*; (11)

*Memanfaatkan teknologi informasi dan komunikasi*

Pelaksanaan pembelajaran terdiri atas tahap Kegiatan Pendahuluan, Kegiatan Inti dan Kegiatan Penutup.

**G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut**

Selamat! Anda telah sukses mempelajari Kegiatan Pembelajaran-1 (KP-1). Anda juga telah sukses menyelesaikan tugas. Semoga proses belajar pada KP-1 dapat memperluas wawasan Anda, khususnya terkait ketentuan dalam merancang pembelajaran Matematika SMP. Adakah kesulitan dalam mempelajari KP-1, baik dalam menyelesaikan bagian aktivitas maupun menyelesaikan tugas pada modul ini?.

**Umpan Balik:**

1. Untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan pada aktivitas-1, Anda memang dituntut untuk lebih detail dalam membaca Permendikbud No 58 Tahun 2014 tentang Kurikulum SMP, Nomor 103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Dikdasmen, dan Nomor 53 Tahun 2015 tentang Penilaian Hasil Belajar oleh Pendidik dan Satuan Pendidikan pada Dikdasmen sebagai rujukan saat diskusi.
2. Apapun kondisi pemahaman dan keterampilan seorang guru terhadap penyusunan RPP, maka ia wajib merancang pembelajaran sebelum melaksanakan pembelajaran. Rancangan pembelajaran yang disusun harus mengikuti prinsip-prinsipnya. Adapun sistematika dan komponennya hendaknya mengikuti yang tercantum dalam Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Dikdasmen sebagai komponen minimal.
3. Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK) merupakan tolak ukur dari KD yang dipelajari siswa sehingga muatan kemampuan pada IPK harus sejalan dengan muatan kemampuan pada KD. Ketika kita merancang kegiatan penilaian maka yang menjadi acuan utama adalah IPK, karena yang akan diukur melalui penilaian adalah ketercapaian IPK. Muatan komponen langkah kegiatan pembelajaran harus sejalan pula dengan IPK karena kegiatan pembelajaran dimaksudkan untuk memfasilitasi siswa atau memberi pengalaman belajar kepada siswa dalam rangka mencapai IPK. Muatan materi pembelajaran juga

harus sejalan dengan IPK karena materi pembelajaran yang dipilih harus dapat menjadi perantara tercapainya IPK.

4. Uraian pada komponen materi pembelajaran menuntun kita dalam memilih dan menata sumber/bahan/alat/media pembelajaran yang akan digunakan siswa. Uraian pada komponen langkah kegiatan pembelajaran menuntun kita pada penyiapan sumber/bahan/alat/media pembelajaran yang akan digunakan siswa pada tiap pertemuan pembelajaran.
5. Uraian pada komponen langkah kegiatan pembelajaran menuntun kita dalam memilih teknik penilaian yang akan digunakan untuk menilaia hasil belajar siswa pada tiap pertemuan.

**Tindak Lanjut:**

Pilih satu RPP milik teman sejawat Anda yang belum pernah ditelaah. Lakukan kegiatan telaah terhadap RPP tersebut seperti yang dilakukan pada kegiatan **aktivitas-2**.

H. Kunci Jawaban/Petunjuk Menyelesaikan Tugas

**Tugas-1:**

1. Suatu RPP boleh hanya memuat rancangan pembelajaran dari satu pertemuan saja sebagai bagian dari beberapa pertemuan. Agar orang lain (misal Kepala Sekolah, Pengawas Sekolah), tidak salah tafsir dalam membaca RPP Anda dalam rangkaian dengan RPP pertemuan lainnya, hendaknya pada komponen alokasi waktu ditambahkan : Pertemuan ke-... dari ... pertemuan. Contoh: Alokasi Waktu/Pertemuan: 3 jp @ 45 menit/Pertemuan ke-2 dari 4 pertemuan.
2. Ya, setiap RPP harus memuat KD dari semua KI. Dalam hal ini RPP tersebut adalah RPP terkait satu materi pokok. Contoh: RPP terkait materi pokok SPLDV (Sistem Persamaan Linear Dua Variabel) harus memuat rancangan pembelajaran untuk KD ranah pengetahuan, yaitu: "*Menjelaskan sistem persamaan linear dua variabel dan penyelesaiannya yang dihubungkan dengan masalah kontekstual*" dan KD ranah keterampilan, yaitu: "*Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel*". Dalam RPP tersebut juga termuat rancangan pembelajaran (tidak langsung) dari sikap-sikap (sosial dan spiritual) yang akan ditumbuhkan.

- 
3. Bila satu RPP memuat rancangan pembelajaran beberapa pertemuan, komponen RPP yang muatannya dituliskan per pertemuan secara eksplisit adalah komponen langkah kegiatan pembelajaran, penilaian dan sumber belajar, alat/bahan dan media pembelajaran.
  4. Hendaknya komponen RPP tentang materi pembelajaran memuat uraian materinya, minimal garis besar muatan fakta/konsep/prinsip/ketentuan algoritmanya
  5. Muatan dari langkah kegiatan pembelajaran tidak harus dimuat dalam bentuk matriks (baris dan kolom).
  6. Muatan dari komponen sumber belajar, alat/bahan dan media pembelajaran masing-masing tidak harus ditulis secara terpisah.
  7. Bila M1 = mengamati, M2 = menanya, M3 = mengumpulkan informasi/mencoba, M4 = menalar/mengasosiasi, M5 = mengomunikasikan.
    - a. Apakah M1, M2, M3, M4, dan M5 harus berlangsung urut?  
Alternatif solusi/jawaban: Ya, dalam konteks urutan logis. Pasal 2 ayat 8 Permendikbud 103/2014 menyatakan bahwa pendekatan saintifik/pendekatan berbasis keilmuan merupakan pengorganisasian pengalaman belajar dengan urutan logis meliputi proses pembelajaran M1, M2, M3, M5, M4, dan M5.
    - b. Apakah dimungkinkan terjadi proses/ pengalaman belajar yang mengulang, misal: (1) M1-M2, kembali ke M1-M2 baru lanjut M3, M4, M5, atau (2) M1-M2-M3, kembali M2-M3 baru lanjut ke M4 dan M5, dll?  
Alternatif solusi/jawaban: Ya, sepanjang urutannya logis. Lihat pasal 2 ayat 8 Permendikbud 103/2014)
    - c. Apakah bisa diterima bila terjadi kegiatan M1-M2- M5- M4-M3?  
Alternatif solusi/jawaban: Tidak, karena urutan tidak logis.
    - d. Kasus: Pengalaman saya di kelas sebagai guru, proses M2 terjadi tidak hanya setelah M1, tapi juga terjadi di urutan manapun, misal di M3, di M4, bahkan bisa juga di M5. Ini berarti M2 terjadi bisa berulang-ulang, atau M2 terjadi di mana-mana. Apakah benar kesimpulan saya ini?

Alternatif solusi/jawaban:

- 1) Dalam konteks penerapan pendekatan saintifik, yang dimaksud mengelola proses M2 adalah proses kegiatan yang dengan sengaja dikelola oleh guru untuk memberi kesempatan yang sama kepada semua siswa agar memiliki pengalaman belajar menanya (membuat/mengajukan pertanyaan). Kegiatan tersebut dikelola setelah guru memberi kesempatan kepada siswa untuk mengalami proses “mengamati”. Konsekuensi logisnya agar proses menanya oleh siswa lancar maka bahan pengamatan hendaknya mampu menginspirasi siswa untuk menanya.
  - 2) Adanya siswa yang bertanya, atau guru memberi kesempatan kepada siswa untuk bertanya ketika berlangsung proses M1, M3, M4, dan M5 adalah rangkain yang menyertai proses M1, M3, M4, dan M5 tersebut dalam rangka menerapkan proses belajar yang interaktif seperti yang dituntut oleh Permendikbud No 103/2014 pasal 2 ayat 1.
- e. Bila dalam proses M2, siswa tidak ada yang bertanya, proses apa yang sebaiknya ditempuh guru?

Alternatif solusi/jawaban:

- 1) Kita dapat meminta siswa untuk membuat pertanyaan secara tertulis terkait hal-hal yang menjadi objek pengamatan. Hal itu sangat mungkin berguna bila sebagian besar siswa dalam kondisi tidak biasa bertanya.
- 2) Kita dapat pula memberikan komentar/pertanyaan pancingan yang relevan, sehingga berlangsung proses tanya jawab.
- 3) Kita dapat pula mengelola proses M2 dengan memfasilitasi siswa untuk berdiskusi tentang informasi yang belum dipahami, informasi tambahan yang ingin diketahui atau sebagai klarifikasi terkait hal-hal yang menjadi objek pengamatan.

Untuk 2) dan 3), sumbernya lampiran Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Dikdasmen.

- f. Apakah dalam satu pertemuan pelaksanaan pembelajaran harus terjadi proses M1 s.d M5? Apa yang sebaiknya dilakukan bila proses M1 s.d 5 tidak terjadi pada satu pertemuan?

---

Alternatif solusi/jawaban: Tidak harus. Lihat pasal 2 ayat 9 Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014 dan lampirannya yang terkait komponen dan sistematika RPP. Ketika menyusun RPP hendaknya dengan sadar sudah diperhitungkan apakah kegiatan yang didesain akan menjadikan M1 sd M5 selesai dalam satu pertemuan atau tidak. Bila proses M1 s.d M5 didesain untuk terjadi pada lebih dari satu pertemuan maka hendaknya pertemuan berikutnya berjarak tidak terlalu lama agar proses M sebelumnya masih mudah di *recall*. Untuk itu perlu difasilitasi penyusunan jadwal yang antar pertemuannya tidak terlalu jauh. Ini bisa dilakukan bila penyusunan jadwal tidak banyak diintervensi oleh para guru.

- g. Apa saja yang dapat dijadikan sebagai bahan pengamatan dalam pembelajaran matematika?

Alternatif solusi: Hal-hal yang konkret maupun abstrak. Lihat PMP (Pedoman Mata Pelajaran) pada Permendikbud Nomor 58 Tahun 2014.

- h. Ketika siswa mempunyai hambatan dalam pengalaman belajar tertentu, misal dalam M2, atau M3 atau M4, apakah boleh kami sebagai guru kemudian memberikan penjelasan dan informasi sedemikian rupa sehingga proses belajar kembali berjalan maju?

Alternatif solusi/jawaban: Boleh. Guru adalah fasilitator. Sebagai fasilitator yang baik, guru tidak boleh membiarkan kemajuan belajar siswa (secara kolektif) dalam proses pembelajaran menjadi mandeg. Namun demikian informasi atau penjelasan yang diberikan hendaknya dikemas secara bertahap dengan memberi pancingan-pancingan informasi sehingga proses belajar tetap interaktif sesuai amanah pasal 2 Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014.

**Kunci Tugas-2:**

Kunci jawaban soal nomor 1 adalah B dan nomor 2 adalah A.



## Kegiatan Pembelajaran 2:

### Pemetaan Muatan atau Isi RPP Matematika SMP

Pada Kegiatan Pembelajaran-2 (KP-2) ini Anda akan mempelajari tentang melakukan pemetaan muatan/isi RPP pada tiap komponen agar muatan antar komponen memiliki benang merah. Pemetaan tersebut dilakukan sebagai langkah awal untuk memperoleh RPP yang muatan tiap komponennya bermakna sehingga diharapkan akan menghasilkan pelaksanaan pembelajaran yang berkualitas.

Pembahasan tentang pemetaan muatan/isi RPP ini untuk memfasilitasi Anda dalam meningkatkan kompetensi menyusun rancangan pembelajaran yang lengkap, baik untuk kegiatan di dalam kelas, laboratorium, ataupun lapangan (kompetensi 4.3).

Uraian materi pada KP-2 ini mencakup identifikasi dari: (1) kemampuan yang akan dipelajari siswa pada suatu KD dan muatan materinya, (2) IPK yang akan diterapkan kepada siswa kita, (3) macam sumber belajar/alat/bahan/media pembelajaran yang akan digunakan dalam proses pembelajaran, (4) bentuk interaksi siswa dalam belajar, (5) macam teknik dan bentuk instrumen penilaian yang akan digunakan untuk menilai hasil belajar siswa, (6) fokus sikap yang akan ditumbuhkan atau dikembangkan dalam proses pembelajaran.

Setelah mempelajari uraian materi, Anda diharapkan melakukan satu macam aktivitas, yaitu melakukan pemetaan muatan/isi RPP pada suatu KD. Setelah menyelesaikan aktivitas, Anda diminta menyelesaikan satu latihan/macam tugas secara individu, yaitu melakukan pemetaan muatan/isi RPP pada suatu KD. Aktivitas dan latihan/tugas tersebut dimaksudkan untuk membantu Anda dalam mencapai kemampuan yang dirumuskan dalam indikator pencapaian kompetensi. Sebagai tindak lanjut mempelajari KP-2 ini Anda diminta untuk mengkaji benang merah muatan/isi RPP milik Anda sendiri/teman sejawat dengan cara mengisi format 1-6 dari pemetaan muatan/isi RPP.

A. Tujuan:

Setelah mengikuti Kegiatan Pembelajaran 2 (KP-2) ini Anda diharapkan dapat melakukan pemetaan muatan atau isi RPP pada tiap pertemuan sehingga muatan antar komponen RPP berkesinambungan atau memiliki benang merah.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. **Memetakan kemampuan yang dipelajari siswa dan muatan materinya** pada tiap pertemuan sehingga dari pertemuan awal sampai dengan terakhir tercermin muatan materi pembelajaran yang berkesinambungan dan sesuai dengan muatan KD yang dipelajari siswa.
2. **Memetakan indikator pencapaian kompetensi** pada tiap pertemuan sehingga dari pertemuan awal sampai dengan terakhir tercermin indikator pencapaian kompetensi yang berkesinambungan dan sesuai dengan muatan KD yang dipelajari siswa.
3. **Memetakan macam alat/bahan/sumber belajar yang digunakan siswa dalam proses belajar** pada tiap pertemuan sehingga tercermin penggunaan alat/bahan/sumber belajar yang digunakan siswa sesuai dengan karakteristik siswa dan kompetensi serta materi yang dipelajari.
4. **Memetakan bentuk interaksi siswa dalam belajar** pada tiap pertemuan dari pertemuan awal sampai dengan terakhir sehingga tercermin kegiatan siswa yang aktif dan sesuai dengan karakteristik siswa
5. **Memetakan macam teknik dan bentuk instrumen yang akan digunakan** pada tiap pertemuan sehingga tercermin adanya penilaian yang sesuai dengan indikator pencapaian kompetensi dan kegiatan belajar yang dilakukan siswa.

C. Uraian Materi

Penyusunan RPP Matematika SMP mengikuti prinsip-prinsip penyusunan, komponen dan sistematika RPP yang telah ditetapkan. Agar penyusunan RPP berhasil optimal, dalam arti prinsip-prinsipnya dapat terlaksana, disarankan agar sebelum menulis RPP dengan sistematika sesuai ketentuan, terlebih dahulu

dipikirkan pemetaan muatannya pada tiap pertemuan, dari pertemuan pertama sampai dengan pertemuan terakhir.

Muatan/isi RPP yang perlu dipetakan mencakup: kemampuan apa saja yang akan dipelajari siswa dan muatan materi pembelajaran yang menyertainya, apa saja indikator pencapaian kompetensi yang kita tetapkan untuk siswa kita, alat/bahan/media/sumber belajar apa saja yang akan digunakan oleh siswa dalam proses belajar, bagaimana interaksi selama proses belajar yang akan dilakukan siswa, teknik penilaian dan bentuk instrumen apa saja yang akan dipilih dan sikap apa saja yang akan ditumbuhkan/dikembangkan dalam proses pembelajaran satu topik tersebut.

### **1. Bagaimana mengidentifikasi kemampuan yang dipelajari siswa dan muatan materi pembelajarannya?**

Pemetaan kemampuan yang akan dipelajari siswa pada tiap pertemuan dilakukan berdasarkan hasil analisis muatan KD. Lazimnya pemetaan dilakukan untuk ruang lingkup satu materi pokok (tercermin dalam satu bab pada buku teks siswa), karena satu RPP yang utuh umumnya mencakup satu materi pokok. Dalam pembelajaran matematika SMP, pemetaan kemampuan yang dipelajari siswa dalam satu materi pokok mencakup kemampuan pada KD ranah pengetahuan dan KD ranah keterampilan, dilengkapi dengan fokus sikap yang akan ditumbuhkan.

Kemampuan pada kompetensi KD-KD tersebut terkait erat dengan karakteristik mata pelajaran matematika yang hirarkis. Dalam mata pelajaran matematika, umumnya siswa mempelajari kompetensi ranah pengetahuan terlebih dahulu baru kemudian belajar kompetensi ranah keterampilan.

Dalam satu pertemuan, dapat terjadi siswa hanya belajar kompetensi pengetahuan saja, dan hal ini biasa terjadi pada pertemuan-pertemuan awal dari serangkaian pertemuan pembelajaran dengan ruang lingkup materi satu topik atau satu bab buku siswa yang muatan KD pengetahuannya cukup padat. Dapat terjadi dalam satu pertemuan siswa belajar kompetensi pengetahuan langsung diikuti belajar kompetensi keterampilan yang relevan. Hal ini terjadi karena muatan kompetensi pengetahuannya memungkinkan atau menuntut untuk segera dilakukan penerapan dalam bentuk pemecahan masalah matematika. Dapat terjadi dalam satu pertemuan

siswa hanya belajar kompetensi keterampilan, dan ini biasa terjadi pada pertemuan-pertemuan di belakang dari serangkaian pertemuan pembelajaran dengan ruang lingkup materi satu topik atau satu bab buku siswa yang muatan KD keterampilannya cukup padat.

Sebagai contoh, ketika kita akan merancang RPP untuk KD: **"Menjelaskan bentuk aljabar dan unsur-unsurnya menggunakan masalah kontekstual"** dan **"Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan bentuk aljabar"**. Dari hasil analisis muatan KD tersebut dapat kita nyatakan bahwa kemampuan yang akan dipelajari siswa dan materi pembelajarannya antara lain sebagai berikut.

No	Kemampuan yang Akan Dipelajari Siswa	Materi Pembelajaran
1	Memberi contoh bentuk Aljabar	a. pengertian bentuk Aljabar, b. unsur-unsur bentuk Aljabar, c. permasalahan sehari-hari terkait bentuk Aljabar d. penyelesaian masalah yang berkaitan dengan bentuk Aljabar
2	Menjelaskan makna variabel dari suatu bentuk Aljabar secara kontekstual	
3	Menjelaskan makna konstanta, variabel, koefisien, suku dari suatu bentuk Aljabar secara kontekstual	
4	Mengidentifikasi variabel, konstanta, koefisien, dan suku dari suatu bentuk Aljabar	
5	Mengubah permasalahan sehari-hari (pernyataan kontekstual) ke dalam bentuk Aljabar	
6	Memberi permasalahan sehari-hari (pernyataan kontekstual) berdasarkan suatu bentuk Aljabar	
7	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan bentuk aljabar	

Kemampuan-kemampuan tersebut dipelajari dalam beberapa pertemuan. Dapat terjadi, pada pertemuan pertama siswa belajar kemampuan 1, 2, 3, 4 (ranah pengetahuan), baru pada pertemuan berikutnya siswa belajar kemampuan 5, 6, 7.

## 2. Bagaimana mengidentifikasi Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)?

Target siswa belajar adalah menguasai KD-KD yang telah ditetapkan dalam kurikulum. Bukti penguasaan KD-KD tersebut oleh siswa ditandai dengan dimilikinya kemampuan-kemampuan tertentu pada diri siswa yang menjadi tolak ukur. Kemampuan-kemampuan yang dimaksud tersebut tidak lain adalah indikator pencapaian kompetensi. Oleh karena itu, dalam hal ini, pemetaan kemampuan yang dipelajari siswa pada tiap pertemuan dapat diwakili dengan pemetaan indikator pencapaian kompetensi yang dihubungkan dengan ruang lingkup materi pembelajaran pada satu topik (satu bab buku siswa).

### **3. Bagaimana mengidentifikasi macam alat/bahan/media/sumber belajar?**

Pertemuan pembelajaran dikelola untuk mencapai target penguasaan kemampuan siswa yang telah ditetapkan pada ranah sikap dan pengetahuan atau ranah sikap dan keterampilan atau ranah sikap, pengetahuan dan keterampilan. Dalam rangka mencapai target kemampuan tersebut, siswa perlu difasilitasi dengan alat/bahan/media/ sumber belajar yang relevan. Fasilitas tersebut disesuaikan dengan karakteristik kemampuan yang akan dicapai, kemampuan sekolah, kondisi siswa dan lingkungan masyarakat atau sekolah. Guru wajib mengidentifikasi alat/bahan/media/ sumber belajar yang akan digunakan siswa pada tiap pertemuan agar relevan dengan aktivitas siswa dalam mencapai target kemampuan hasil belajar pada tiap pertemuan kemudian dituangkan sebagai peta macam alat/bahan/media/ sumber belajar.

### **4. Bagaimana mengidentifikasi bentuk interaksi siswa dalam belajar?**

Dalam rangka mencapai target kemampuan yang telah ditetapkan oleh guru dengan indikator tertentu, siswa melakukan aktivitas belajar. Dalam beraktivitas tersebut siswa melakukan interaksi dengan siswa lain dan dengan guru. Bentuk interaksi disesuaikan dengan karakteristik kemampuan yang akan dicapai, kondisi siswa dan guru serta lingkungan masyarakat atau sekolah.

Dalam tiap pertemuan kita perlu mengidentifikasi bentuk interaksi antar siswa dalam belajar atau bekerja, apakah belajar secara individu, kelompok atau kombinasi individu dan kelompok. Kita juga perlu mengidentifikasi bentuk interaksi guru dan siswa pada tiap pertemuan, apakah bimbingan perlu intensif atau bila diperlukan saja. Pengetahuan kita tentang model-model pembelajaran sangat membantu dalam merancang bentuk interaksi tersebut.

### **5. Bagaimana mengidentifikasi macam teknik dan bentuk instrumen penilaian?**

Dalam Permendikbud Nomor 53 tahun 2015 tentang Penilaian Hasil Belajar oleh Pendidik dan Satuan Pendidikan pada Dikdasmen dinyatakan bahwa penilaian **kompetensi ranah pengetahuan** adalah penilaian yang dilakukan untuk mengetahui penguasaan siswa terhadap pengetahuan yang meliputi pengetahuan

factual, konseptual maupun procedural serta kecakapan berpikir tingkat rendah hingga tinggi (mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi dan mencipta). Tujuan penilaian pengetahuan adalah untuk mengetahui ketercapaian hasil belajar siswa dengan standar KKM (Kriteria Ketuntasan Minimal). Hasil penilaian digunakan untuk: mendiagnosis kekuatan dan kelemahan pengetahuan siswa (diagnostik), memberi umpan balik dan memperbaiki kualitas proses pembelajaran. Penilaian kompetensi ranah pengetahuan dilakukan selama dan setelah berlangsungnya proses pembelajaran, dan nilainya dinyatakan dalam bentuk angka dengan rentang 0-100. Adapun teknik penilaian kompetensi pengetahuan yang dapat dipilih adalah meliputi tes tertulis, tes lisan, penugasan individu maupun kelompok, dan portofolio.

Untuk kompetensi ranah keterampilan, penilaian **kompetensi ranah keterampilan** adalah penilaian yang dilakukan untuk mengetahui kemampuan siswa dalam menerapkan pengetahuan untuk melakukan tugas tertentu dalam berbagai macam konteks sesuai dengan IPK. Adapun teknik penilaian kompetensi keterampilan yang dapat dipilih adalah penilaian kinerja, proyek dan portofolio.

#### **6. Bagaimana mengidentifikasi fokus sikap yang akan ditumbuhkan atau dikembangkan?**

Kompetensi sikap dibelajarkan secara tidak langsung, karena diintegrasikan dalam proses pembelajaran kompetensi pengetahuan dan kompetensi keterampilan. Kompetensi pengetahuan dan kompetensi keterampilan dibelajarkan secara langsung, dalam arti langsung berhubungan dengan sumber-sumber belajar yang relevan dengan kompetensinya. Dengan demikian, sikap-sikap yang akan ditumbuhkan atau dikembangkan pada diri siswa dibelajarkan melalui kegiatan pembelajaran kompetensi pengetahuan dan kompetensi keterampilan yang kita rancang. Sikap-sikap yang tumbuh atau berkembang merupakan dampak iring (*nurturant effect*)nya.

Dalam pemetaan kemampuan yang dipelajari siswa terkait kompetensi sikap, kita harus memilih sikap apa saja yang hendak kita tumbuhkan atau kembangkan pada diri siswa. Karena keterbatasan waktu dan tenaga, tidak mungkin dalam tiap pertemuan kita menumbuhkan atau mengembangkan semua sikap/perilaku yang tercantum dalam Kompetensi Inti (KI) ranah sikap sekaligus. Di sisi lain, tidak

---

mungkin pula, pelaksanaan proses pembelajaran hanya memfasilitasi tumbuh atau berkembangnya sikap-sikap tertentu secara steril, namun pasti ada sikap-sikap lain di luar yang kita kehendaki ikut terfasilitasi untuk tumbuh atau berkembang. Terkait hal itu, maka pentingnya kita memilih dan memilih sikap-sikap mana yang akan **fokus** ditumbuhkan atau dikembangkan dalam tiap pertemuan.

Dalam konteks beberapa pertemuan pembelajaran dengan ruang lingkup materi satu topik/satu bab buku siswa, kita dapat memilih beberapa macam sikap yang akan menjadi fokus untuk difasilitasi tumbuhnya atau berkembangnya. Sikap-sikap tersebut dapat ditumbuhkan berulang-ulang dalam beberapa pertemuan, namun dapat pula hanya dalam satu pertemuan. Pemilihan fokus sikap yang akan ditumbuhkan atau dikembangkan dapat dipertimbangkan atas dasar minimal tiga hal, yaitu: **(1)** *kesesuaiannya dengan muatan KD pengetahuan dan KD keterampilan yang dipelajari bersamaan dengan ditumbuhkan/dikembangkannya sikap tersebut,* **(2)** *kesesuaiannya dengan skenario kegiatan pembelajaran yang akan diterapkan atau dilaksanakan,* **(3)** *visi dan atau misi sekolah, khususnya terkait pengembangan karakter warga sekolah yang akan diwujudkan.*

Dalam lampiran Permendikbud Nomor 53 tahun 2015 tentang Panduan Penilaian untuk SMP dinyatakan bahwa tumbuh berkembangnya sikap utamanya menggunakan teknik penilaian **observasi/pengamatan** yang dituliskan dalam **jurnal perkembangan sikap**. Jurnal perkembangan sikap digunakan ketika terjadi peristiwa-peristiwa penting terkait tumbuh berkembangnya sikap siswa dalam tiap pertemuan ketika ada peristiwa-peristiwa penting yang pantas untuk dicatat, yang mungkin saja terjadi pada atau tidak pada setiap pertemuan.

**Penilaian diri** juga dapat digunakan untuk menilai tumbuh berkembangnya sikap siswa, terutama untuk konfirmasi data perkembangan sikap siswa yang diperoleh melalui pengamatan, dan melatih kemampuan mawas diri dan tumbuhnya sikap jujur. Penilaian diri digunakan untuk refleksi diri siswa setelah mengikuti proses belajar, sehingga teknik ini dapat digunakan pada akhir setiap pertemuan atau pada akhir setelah beberapa pertemuan dengan lingkup materi satu topik atau satu bab.

Teknik **penilaian antar teman** juga digunakan untuk konfirmasi data perkembangan sikap siswa yang diperoleh dari pengamatan, sehingga tidak harus

digunakan pada tiap pertemuan. Penilaian antar teman disarankan agar dilaksanakan setelah beberapa kali pertemuan dengan lingkup materi satu topik atau satu bab. Dalam satu semester hendaknya pernah dilakukan penilaian antar teman, minimal satu kali. Penilaian antar temandiharapkan dapat menumbuhkan sikap jujur, tenggang rasa, dan saling menghargai.

Instrumen penilaian yang digunakan untuk menilai tumbuh berkembangnya sikap siswa tergantung pada teknik penilain yang dirancang dalam tiap pertemuan.

#### D. Aktivitas Pembelajaran

Seorang guru Matematika SMP Kelas VIII hendak menyusun RPP untuk KD “Memeriksa kebenaran teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras”(KD ranah pengetahuan) dan “Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras”(KD ranah keterampilan).

Sebelum menulis RPP, Bu Nur bermaksud menyusun pemetaan dari muatan RPP. Setelah dicek program semester yang disusunnya, ia menetapkan bahwa RPP pada KD tersebut untuk 4 kali pertemuan dengan alokasi waktu 10 jam pelajaran @40 menit. Apa yang dapat kita bantu agar pemetaan Bu Nur dapat optimal?

Lengkapi tabel berikut ini. Dalam melengkapi table-tabel berikut ini, kami sarankan Anda berdiskusi dengan kelompok MGMP di sekolah atau di luar sekolah Anda.

#### 1. Identifikasi Kemampuan yang Dipelajari Siswa dan Muatan Materi Pembelajarannya

No	KD	Kemampuan yang Dipelajari	Materi Pembelajaran
A	KD ranah pengetahuan: <i>Memeriksa kebenaran teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras</i>	Menjelaskan Teorema Pythagoras	
		...	
B	KD ranah keterampilan: <i>Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras</i>		
		...	

#### 2. Identifikasi Indikator Pencapaian Kompetensi

No	KD	Indikator Pencapaian Kompetensi
A	KD ranah pengetahuan: <i>Memeriksa kebenaran teorema Pythagoras dan tripel</i>	

No	KD	Indikator Pencapaian Kompetensi
	<i>Pythagoras</i>	...
B	KD ranah keterampilan: <i>Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan teorema Pythagoras</i>	...

3. Identifikasi Penggunaan Alat/Bahan/Media/Sumber Belajar

No	KD	Penggunaan Alat/ Bahan/Media/Sumber Belajar
A	KD ranah keterampilan: <i>Memeriksa kebenaran teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras</i>	...
b	KD ranah keterampilan: <i>Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan teorema Pythagoras</i>	

4. Identifikasi Bentuk Interaksi Siswa dalam Belajar

No	KD	Bentuk Interaksi Siswa	Keterangan
A	KD ranah keterampilan: <i>Memeriksa kebenaran teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras</i>	...	
B	KD ranah keterampilan: <i>Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan teorema Pythagoras</i>		

5. Identifikasi Pemilihan Teknik Penilaian dan Bentuk Instrumen Penilaian Proses dan hasil belajar

No	KD	Teknik Penilaian	Bentuk Instrumen	Keterangan
A	KD ranah keterampilan: <i>Memeriksa kebenaran teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras</i>	...		
B	KD ranah keterampilan: <i>Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan teorema Pythagoras</i>	...		

6. Identifikasi Fokus Sikap yang Akan Ditumbuhkan dalam Proses Pembelajaran

No	KD	Fokus Sikap yang Ditumbuhkan	Keterangan
A	KD ranah keterampilan: <i>Memeriksa kebenaran teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras</i>		
		...	
B	KD ranah keterampilan: <i>Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan teorema Pythagoras</i>		
		...	

7. Pemetaan kemampuan yang dipelajari siswa, indikator pencapaian kompetensi, penggunaan alat/bahan/media/ sumber belajar, bentuk interaksi, teknik dan bentuk instrumen penilaian, fokus sikap pada tiap pertemuan

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/Semester: VIII/1

Topik: Teorema Pythagoras

Alokasi Waktu: 10 jam pelajaran @ 40 menit (4 pertemuan)

	Pertemuan-1 (3 jp)	Pertemuan-2 (2 jp)	Pertemuan-3 (3 jp)	Pertemuan-4 (2 jp)
Sub Topik/ Materi Pembelajaran				
Indikator Pencapaian Kompetensi				
Macam alat/bahan/media /sumber belajar yang digunakan				
Bentuk interaksi siswa				
Teknik Penilaian/ Bentuk Instrumen				
Fokus sikap dan perilaku yang ditumbuhkan/ dikembangkan				

**E. Latihan/ Tugas**

Setelah Anda membaca dan memahami isi dari uraian materi dan melakukan aktivitas pembelajaran (bagian C dan D), selanjutnya Anda diminta untuk menyelesaikan tugas.

**Petunjuk:**

1. Kerjakan tugas ini secara mandiri terlebih dahulu. Setelah itu konfirmasi atau diskusikan hasil pekerjaan Anda dengan teman sejawat.
2. Gunakan referensi buku teks yang mengacu Kurikulum 2006 dan atau Kurikulum 2013.

**Uraian Tugas:**

1. Pilih satu topik materi matematika SMP Kelas VII/VIII/IX yang akan menjadi ruang lingkup materi dalam penyusunan RPP. Pertimbangkan judul Bab pada Buku Siswa terbitan Kemdikbud tahun 2015 sebagai dasar pilihan.
2. Pikirkan bahwa Anda akan menyusun RPP dengan topik/ruang lingkup materi yang telah dipilih pada nomor 1 di atas dalam beberapa pertemuan. Sebelum menyusun RPP tersebut, Anda diminta mengidentifikasi muatan tiap komponen dan memetakannya ke dalam tiap pertemuan sehingga antar komponen mempunyai benang merah.
3. Lakukan pemetaan dengan menggunakan format sebagai berikut.

**Pemetaan Muatan/Isi RPP**

Rencana Topik/Ruang Lingkup RPP: .....

Kelas : .....

Semester : .....

Rencana Alokasi Waktu RPP : .....JP\*)

Rencana Jumlah Pertemuan: ..... pertemuan\*)

\*) *Penentuannya dengan mempertimbangkan Program Semester*

NO	ASPEK	PERTEMUAN KE-1 (..x40 MENIT)	PERTEMUAN KE-2 (..x40 MENIT)	PERTEMUAN KE... (..x40 MENIT)	PERTEMUAN KE-N (..x40 MENIT)
1	Kemampuan yang dipelajari dan muatan materi pembelajarannya				
	...				

## Kegiatan Pembelajaran 2

NO	ASPEK	PERTEMUAN KE-1 (..×40 MENIT)	PERTEMUAN KE-2 (...×40 MENIT)	PERTEMUAN KE... (...×40 MENIT)	PERTEMUAN KE-N (...×40 MENIT)
2	Indikator Pencapaian Kompetensi				
		...			
3	Alat/Bahan/Sumber Belajar yang digunakan				
4	Bentuk interaksi siswa dalam proses belajar				
5	Teknik penilaian dan bentuk instrumen penilaian				
6	Fokus sikap yang akan ditumbuhkan dalam proses pembelajaran				

### F. Rangkuman

Kegiatan mengidentifikasi kemampuan yang dipelajari siswa dan muatan materi pembelajarannya bermanfaat untuk memandu kita dalam kegiatan mengembangkan komponen indikator pencapaian kompetensi, uraian materi pembelajaran, aktivitas kegiatan belajar siswa, dan pemilihan alat/bahan/sumber belajar/media pembelajaran yang akan digunakan.

Kegiatan mengidentifikasi teknik penilaian dan bentuk instrumen yang akan digunakan bermanfaat dalam pengembangan komponen penilaian proses dan hasil belajar siswa.

Pemetaan dalam hal: kemampuan yang dipelajari siswa dan muatan materi pembelajarannya, indikator pencapaian kompetensi, macam interaksi siswa, pemilihan alat/bahan/sumber belajar/media yang digunakan, teknik penilaian dan bentuk instrumen yang digunakan dan fokus sikap yang akan ditumbuhkan selama proses pembelajaran pada tiap pertemuan, dari pertemuan pertama sampai dengan terakhir, diharapkan dapat memudahkan kita dalam mewujudkan RPP yang muatannya memiliki benang merah. RPP yang muatan komponennya memiliki

benang merah, diharapkan akan menghasilkan proses belajar yang berkualitas dan hasil yang optimal pada diri siswa.

#### G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Selamat! Anda telah sukses mempelajari Kegiatan Pembelajaran-2 (KP-2). Anda juga telah sukses menyelesaikan tugas. Semoga proses belajar pada KP-2 dapat memperluas wawasan Anda, khususnya terkait kegiatan perancangan RPP Matematika SMP.

#### **Tindak Lanjut:**

Adakah kesulitan dalam mempelajari KP-2, khususnya dalam menyelesaikan tugas? Bila Anda memiliki kesulitan dalam menyelesaikan tugas, silakan Anda lakukan kegiatan sebagai berikut.

1. Pilih satu RPP yang Anda/teman sejawat Anda miliki.
2. Siapkan format pemetaan 1 sampai dengan 6.
3. Kaji RPP Anda dengan teman sejawat Anda, dan isilah format pemetaan 1 sampai dengan 6 berdasar hasil kajian RPP Anda atau teman sejawat.
4. Apakah RPP Anda tersebut dapat memudahkan Anda ketika membuat pemetaan dengan format 1 sampai dengan 6?
5. Bila setelah melakukan pemetaan ternyata Anda menemukan bahwa RPP yang Anda miliki sekarang dan sedang Anda kaji masih banyak yang 'bolong', sehingga masih perlu dilengkapi agar terwujud RPP yang muatannya memiliki benang merah, maka Anda dapat melengkapinya pada saat belajar Kegiatan Pembelajaran-3 (KP-3), yaitu menyusun RPP berdasar hasil pemetaan muatan komponen RPP pada tiap pertemuan.

#### H. Kunci Jawaban/Petunjuk Menyelesaikan Tugas

Perhatikan format pemetaan-1 sampai dengan 6 pada aktivitas-2. Setelah kita melakukan langkah nomor 1 sampai dengan 6 di atas, berikutnya hasil identifikasi kita petakan ke dalam tiap pertemuan.

Misalkan KD yang akan dipelajari siswa adalah "*Menjelaskan bentuk Aljabar dan unsur-unsurnya*" dan "*Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan bentuk Aljabar*". KD tersebut merupakan KD yang mengantarkan siswa SMP untuk belajar Aljabar pertama kalinya, karena sewaktu belajar di Sekolah Dasar (SD) belum pernah mempelajarinya.

## Kegiatan Pembelajaran 2

KD-KD tersebut adalah KD ranah pengetahuan dan KD ranah keterampilan, sehingga kita dapat merancang pembelajarannya dalam bentuk satu RPP utuh. Misalkan kita merancang pembelajaran KD-KD tersebut dipelajari siswa selama 5 jam pelajaran dalam 2 pertemuan. Berikut ini contoh hasil identifikasi pada langkah nomor 1 sampai dengan 6 di atas yang dituangkan ke dalam tiap pertemuan. Contoh pemetaan muatan komponen RPP.

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/Semester: VII/1

Topik: Bentuk Aljabar dan Unsur-unsurnya

Alokasi Waktu: 5 jam pelajaran @ 40 menit (2 pertemuan)

	<b>Pertemuan-1 (3 jp)</b>	<b>Pertemuan-2 (2 jp)</b>
Sub Topik/ Materi Pembelajaran	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bentuk Aljabar</li> <li>• Unsur-unsur bentuk Aljabar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pemecahan masalah tentang bentuk aljabar dan unsur-unsurnya</li> </ul>
Indikator Pencapaian Kompetensi	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menjelaskan pengertian bentuk Aljabar</li> <li>• Menjelaskan pengertian dari variabel, konstanta, koefisien, suku</li> <li>• Mengidentifikasi unsur-unsur bentuk Aljabar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mengubah permasalahan sehari-hari (pernyataan kontekstual) ke dalam bentuk Aljabar</li> <li>• Memberi contoh permasalahan sehari-hari (pernyataan kontekstual) yang relevan dengan suatu bentuk Aljabar</li> </ul>
Macam alat/bahan/media /sumber belajar yang digunakan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lembar Kerja (LK) memaknai pengertian dari variabel, konstanta, koefisien, suku</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kartu soal pemecahan masalah bentuk Aljabar</li> </ul>
Bentuk interaksi siswa	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Individu dan kelompok (mengacu model pembelajaran kooperatif TAI, NHT)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Individu dan kelompok (mengacu model pembelajaran kooperatif TAI, NHT)</li> </ul>
Teknik Penilaian/ Bentuk Instrumen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tes tertulis/ soal pilihan ganda beralasan</li> <li>• Pengamatan (proses diskusi kelompok)/lembar pengamatan</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tes tertulis/ soal pilihan ganda beralasan, soal uraian</li> <li>• Pengamatan (proses diskusi kelompok)/lembar pengamatan</li> </ul>
Fokus sikap dan perilaku yang ditumbuhkan/ dikembangkan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gotong royong (kerjasama), disiplin, bertanggungjawab</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gotong royong, disiplin, bertanggungjawab</li> </ul>

## Kegiatan Pembelajaran 3:

### Penyusunan RPP Matematika SMP

Pada Kegiatan Pembelajaran-3 (KP-3) ini Anda akan mempelajari tentang menyusun RPP berdasarkan hasil pemetaan muatan/isi komponen RPP. Penyusunan RPP sangat penting dipahami dalam rangka mewujudkan pelaksanaan pembelajaran yang berkualitas.

Pembahasan tentang penyusunan RPP ini untuk memfasilitasi Anda dalam meningkatkan kompetensi menyusun rancangan pembelajaran yang lengkap, baik untuk kegiatan di dalam kelas, laboratorium, ataupun lapangan (kompetensi 4.3) dan melaksanakan pembelajaran yang mendidik di kelas, di laboratorium, dan di lapangan dengan memperhatikan standar keamanan yang dipersyaratkan.

Uraian materi pada KP-3 ini mencakup langkah-langkah menyusun RPP dan contoh RPP yang disusun berdasar pemetaan muatan/isi komponennya.

Setelah mempelajari uraian materi, Anda diharapkan melakukan aktivitas menyusun RPP berdasarkan hasil pemetaan muatan/isi dari komponen RPP yang telah dilakukan pada KP-2. Setelah menyelesaikan aktivitas, Anda diminta menyelesaikan satu latihan/macam tugas secara individu, yaitu menyusun RPP berdasarkan hasil pemetaan yang telah Anda lakukan pada latihan/tugas KP-2. Aktivitas dan latihan/tugas tersebut dimaksudkan untuk membantu Anda dalam mencapai kemampuan yang dirumuskan dalam indikator pencapaian kompetensi. Sebagai tindak lanjut mempelajari KP-3 ini Anda diminta untuk mengkaji dan menyempurnakan RPP milik Anda sendiri/teman sejawat yang telah disusun berdasarkan pemetaan muatan/isi komponennya pada saat belajar KP-2. Pengkajian dilakukan dengan cara melakukan telaah RPP terlebih dahulu.

#### A. Tujuan

Setelah mengikuti Kegiatan Pembelajaran 3 (KP-3) ini Anda diharapkan dapat menyusun RPP Matematika SMP yang muatan antar komponennya berkesinambungan atau memiliki benang merah dari pertemuan awal sampai dengan pertemuan terakhir.

### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Menyusun RPP Matematika SMP yang muatan antar komponennya berkesinambungan atau memiliki benang merah dari pertemuan awal sampai dengan pertemuan terakhir.

### C. Uraian Materi

Pemerintah telah menyusun ketentuan tentang Penyusunan RPP dalam Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014. Ketentuan itu telah dipelajari pada **KP-1**. Pada **KP-2** Anda juga telah mempelajari cara mengidentifikasi muatan komponen RPP dan memetakannya dalam tiap pertemuan sehingga antar komponen mempunyai benang merah dari pertemuan awal sampai dengan akhir.

Pada **KP-3** ini selanjutnya Anda akan mewujudkan RPPnya. Anda perlu mendetailkan muatan tiap komponen hasil identifikasi pada pemetaan muatan/isi komponen RPP yang dipelajari pada KP-2.

Bagaimanakah langkah menyusun RPP?

Langkah-langkah menyusun RPP sebagai berikut (Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014).

- a. Pengkajian silabus meliputi: (1) KI dan KD; (2) materi pembelajaran; (3) proses pembelajaran; (4) penilaian pembelajaran; (5) alokasi waktu; dan (6) sumber belajar;
- b. Perumusan indikator pencapaian KD pada KI-1, KI-2, KI-3, dan KI-4;
- c. Pemilihan materi pembelajaran yang dapat berasal dari buku teks pelajaran dan buku panduan guru, sumber belajar lain berupa muatan lokal, materi kekinian, konteks pembelajaran dari lingkungan sekitar yang dikelompokkan menjadi materi untuk pembelajaran reguler, pengayaan, dan remedial;
- d. Penjabaran Kegiatan Pembelajaran yang ada pada silabus dalam bentuk yang lebih operasional berupa pendekatan saintifik disesuaikan dengan kondisi peserta didik dan satuan pendidikan termasuk penggunaan media, alat, bahan, dan sumber belajar;
- e. Penentuan alokasi waktu untuk setiap pertemuan berdasarkan alokasi waktu pada silabus, selanjutnya dibagi ke dalam kegiatan pendahuluan, inti, dan penutup;

- f. Pengembangan penilaian pembelajaran dengan cara menentukan lingkup, teknik, dan instrumen penilaian, serta membuat pedoman penskoran;
- g. Menentukan strategi pembelajaran remedial segera setelah dilakukan penilaian;
- h. Menentukan Media, Alat, Bahan dan Sumber Belajar disesuaikan dengan yang telah ditetapkan dalam langkah penjabaran proses pembelajaran

Berikut ini contoh RPP berdasarkan hasil pemetaan yang telah dicontohkan pada KP-2 bagian Kunci Jawaban/Petunjuk Menyelesaikan Tugas.

### RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

Nama Sekolah : SMP PPPPTK Matematika

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/Semester : VII/Satu

Alokasi waktu: 5 jam pelajaran @ 40 menit /2 pertemuan

#### A. Kompetensi Inti, Kompetensi dasar, Indikator Pencapaian Kompetensi

Kompetensi Inti (KI)	Kompetensi Dasar (KD)	Indikator Pencapaian Kompetensi
1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya	Menghayati dan menghargai ajaran agama yang dianutnya;	1.1 Bersyukur ketika berhasil mengerjakan tugas
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya		2.1 Mengerjakan tugas sesuai dengan waktu yang ditentukan (disiplin)
		2.2 Melaksanakan tugas individu dengan baik (tanggungjawab)
		2.3 Aktif dalam kerja kelompok (gotongroyong)
3. Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian	Menjelaskan bentuk aljabar dan unsur-unsurnya menggunakan masalah kontekstual	3.1 Menjelaskan pengertian bentuk Aljabar 3.2 Menjelaskan pengertian dari variabel, konstanta, koefisien, suku 3.3 Mengidentifikasi unsur-unsur bentuk Aljabar

Kompetensi Inti (KI)	Kompetensi Dasar (KD)	Indikator Pencapaian Kompetensi
tampak mata		3.4 Mengubah permasalahan sehari-hari (pernyataan kontekstual) ke dalam bentuk Aljabar 3.5 Memberi contoh permasalahan sehari-hari (pernyataan kontekstual) yang relevan dengan suatu bentuk Aljabar
4. Mencoba, mengolah, dan menyaji dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan bentuk aljabar	4.1 Mengidentifikasi informasi yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah 4.2 Memilih strategi menyelesaikan masalah 4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan bentuk aljabar

## B. Materi Pembelajaran

1. **Aljabar:** Aljabar adalah cabang dari matematika yang mempelajari penyederhanaan dan pemecahan masalah dengan menggunakan “simbol”.

### 2. Simbol atau Lambang Aljabar:

**Simbol** adalah huruf atau tanda yang digunakan untuk menyatakan unsur, senyawa, sifat, atau satuan matematika (KBBI). **Simbol bilangan disebut angka.** **Angka 5** merupakan simbol untuk menyatakan hasil dari mencacah benda sebanyak 5 buah atau hasil menghitung frekuensi kemunculan suatu peristiwa sebanyak 5 kali.

**Simbol Aljabar** adalah simbol yang mewakili (menunjuk) sebarang bilangan. Simbol Aljabar dapat terdiri dari huruf, tanda tertentu, atau bilangan. Pada sebarang simbol Aljabar dapat diberikan nilai (bilangan) tertentu sesuai persyaratan yang dikehendaki.

**Contoh-1:**

"Banyaknya pohon jati milik Pak Amir 10 batang kurangnya dari pohon milik Pak Budi. Berapakah **kemungkinan** pohon Pak Amir dan Pak Budi?". Pembahasan:

- a. Untuk menjawab pertanyaan tersebut, dimisalkan banyak pohon Pak Amir diwakilkan kepada simbol Aljabar  $p$ , sehingga  $p$  ini adalah banyak pohon milik Pak Amir. Dengan demikian berarti banyak pohon Pak Budi  $p + 10$  batang.
- b. Karena tidak ada petunjuk berapa banyak pohon Pak Amir atau Pak Budi, maka  $p$  dapat diganti dengan sebarang bilangan yang menunjukkan banyak pohon. Boleh jadi  $p$  mewakili bilangan 10, sehingga banyak pohon Pak Amir ada 10 batang dan pohon Pak Budi ada  $10+10$  atau 20 batang. Boleh jadi  $p$  mewakili 15, sehingga banyak pohon Pak Amir ada 15 batang dan pohon Pak Budi ada  $15+10$  atau 25 batang.
- c. Masih banyak bilangan lain yang dapat diwakili oleh  $p$ , dengan syarat  $p$  dan  $p+10$  mewakili bilangan banyak pohon yang mungkin dimiliki oleh seseorang. Dalam hal ini tidak mungkin seseorang sampai memiliki satu triliun pohon.
- d. Kesimpulan:  $p$  dapat mewakili bilangan tertentu dengan persyaratan bahwa  $p$  dan  $p+10$  adalah banyak pohon yang memungkinkan untuk dimiliki oleh Pak Amir dan Pak Budi. Semesta pembicaraan adalah banyak pohon yang memungkinkan dimiliki oleh Pak Amir dan Pak Budi.

**Contoh-2:**

"Tahun ini umur Dika dua kali umur Syauki, sedangkan umur Santi 1 tahun lebih tua dari Dika. Berapakah **kemungkinan** umur Dika, Syauki, dan Santi tahun ini?".

Pembahasan:

- a. Umur seseorang dalam tahun menunjukkan hasil mencacah satu kali dalam setahun secara berurutan sejak lahir sampai tahun terakhir kehidupan orang tersebut. Dengan demikian umur menunjukkan bilangan.
- b. Untuk menjawab pertanyaan tersebut maka umur Syauki tahun ini dapat diwakilkan kepada simbol Aljabar  $U$ , sehingga  $U$  ini mewakili bilangan umur Syauki. Ini berarti tahun ini umur Syauki  $U$  tahun, umur Dika  $2 \times U$  atau  $2U$  tahun, sedangkan umur Santi  $(2U+1)$  tahun.

- c. Karena tidak ada petunjuk berapa umur Syauki, Dika dan Santi pada tahun ini maka  $U$  dapat diganti dengan sebarang bilangan yang menunjukkan umur manusia. Boleh jadi  $U$  mewakili bilangan 1, sehingga tahun ini umur Syauki 1 tahun, umur Dika  $2 \times 1$  atau 2 tahun, dan umur Santi  $2+1$  atau 3 tahun. Boleh jadi  $U$  mewakili 5, sehingga tahun ini umur Syauki 5 tahun, umur Dika  $2 \times 5$  atau 10 tahun dan umur Santi  $10+1$  atau 11 tahun. Masih banyak bilangan lain yang dapat diwakili oleh  $U$ , dengan syarat  $U$  mewakili bilangan umur manusia dan mengakibatkan  $U$ ,  $2U$  dan  $2U + 1$  juga mewakili bilangan umur manusia.
- d. Kesimpulan:  $U$  dapat mewakili sebarang bilangan dengan persyaratan bahwa  $U$ ,  $2U$ ,  $2U+1$  adalah bilangan umur manusia yang memungkinkan saat ini Semesta pembicaraan kejadian tersebut adalah bilangan umur manusia yang memungkinkan saat ini.

**Contoh-3:**

*Toko buah KURNIA milik Pak Arif mengemas apel dalam kotak-kotak. Setiap kotak berisi beberapa biji apel yang sama banyak. Beberapa kotak apel dikemas dalam satu dos besar. Berapa banyak butir apel yang mungkin dalam satu kotak? Berapa banyak butir apel yang mungkin dalam satu dos besar? Berapa banyak butir apel yang mungkin dalam dua dos besar? .*

Pembahasan:

1. Misalkan banyak apel dalam satu kotak ada  $a$  apel, maka dalam dua kotak ada  $a + a$  atau  $2a$  apel, dalam 3 kotak ada  $a+a+a$  atau  $3a$  apel. Jika satu kotak berisi 10 apel, dua kotak berisi 20 apel, dan 3 kotak berisi 30 apel. Ini berarti  $a$  mewakili 10 apel.
2. Bila ada  $a^2$  apel, berarti ada  $a$  kotak apel yang masing-masing kotak berisi  $a$  apel. Alasan:  $a^2$  berarti  $a \times a$  atau  $(a+a+a+a+\dots+a)$  sebanyak  $a$ . Jika tiap satu kotak berisi 10 apel, berarti ada 10 kotak apel, sehingga banyaknya apel dalam  $a^2$  apel ada  $10 \times 10$  apel atau ada 100 apel.
3. Misalkan satu dos besar dapat memuat  $n$  kotak apel, berarti  $n$  mewakili banyak kotak apel dalam dos besar. Jika ada 2 dos besar berarti dalam 2 dos besar tersebut ada  $2 \times n$  kotak apel.

4. Karena dalam satu kotak apel ada  $a$  butir apel, dan dalam satu dos besar ada  $n$  kotak apel, maka dalam satu dos besar ada  $n \times a$  butir apel dan dalam 2 dos besar ada  $2 \times n \times a$ .

**Kesepakatan:**

- Tanda operasi kali tidak ditulis. Contoh:  $3 \times d$  atau  $3.d$  dan ditulis  $3d$ ,  $A + A = 2.A = 2A$
- Simbol Aljabar yang berdekatan diartikan sebagai perkalian. Contoh:  $pq$  berarti  $p \times q$  atau berarti  $p.q$
- $p^2$  berarti  $p \times p$  atau berarti  $p.p$ , dan dapat ditulis  $pp$ , dengan  $p$  adalah simbol Aljabar.
- $p^2 p^4$  berarti  $p^2 \times p^4$  atau berarti  $p^2.p^4$ , atau berarti  $(p.p).(p.p.p.p)$  atau berarti  $(p \times p) \times (p \times p \times p \times p)$ , dan dapat ditulis  $(pp)(pppp)$  dengan  $p$  adalah simbol Aljabar.
- Istilah-istilah yang tergolong simbol Aljabar antara lain adalah variabel (peubah), konstanta, suku, koefisien, dan bentuk Aljabar. Dalam matematika, istilah-istilah tersebut selanjutnya disebut variabel (peubah), kontanta, bentuk Aljabar, suku, koefisien.

**3. Variabel (Peubah)**

Variabel (peubah) adalah simbol Aljabar atau gabungan simbol Aljabar yang mewakili sebarang bilangan dalam semestanya.

- Simbol Aljabar  $p$  pada contoh-1,  $U$  pada contoh-2, dan  $a$  pada contoh-3 di atas adalah contoh variabel karena  $p$  mewakili banyak pohon yang mungkin dimiliki Pak Amir,  $U$  mewakili sebarang bilangan umur manusia dan  $a$  mewakili banyak butir apel dalam satu kotak.
- Variabel (peubah) umumnya disimbolkan dengan huruf kecil atau huruf besar.

**4. Konstanta Aljabar:**

Konstanta adalah sebuah simbol atau gabungan simbol yang mewakili atau menunjuk anggota tertentu pada suatu semesta pembicaraan.

- a. Dalam contoh-1 uraian di atas,  $p$  adalah variabel dengan  $p$  mewakili bilangan yang menunjukkan banyak pohon Pak Amir.  $p+10$  adalah simbol aljabar untuk mewakili bilangan yang menunjukkan banyak pohon milik Pak Budi. Dalam hal ini 10 disebut konstanta karena 10 tersebut menunjuk banyak pohon tertentu, yaitu 10 pohon.
- b. Dalam contoh-2 uraian di atas,  $U$  adalah variabel dengan  $U$  mewakili bilangan yang menunjukkan umur Syauki.  $2U$  adalah simbol aljabar untuk mewakili bilangan yang menunjukkan umur Dika.  $2U+1$  adalah simbol aljabar untuk mewakili bilangan yang menunjukkan umur Santi. Dalam hal ini 1 disebut konstanta karena 1 tersebut menunjuk umur tertentu, yaitu 1 tahun.
- c. Catatan: Bila dijumpai konstanta negatif, misalnya dalam bentuk  $x-100$ , dengan konstanta  $-100$ , maka konstanta negatif tersebut tidak perlu dikongkretkan. Dalam proses pembelajaran, konstanta negatif tersebut sudah menjadi ranah pembahasan matematika vertikal yaitu pembahasan tentang konsep matematika secara abstrak.

### 5. Suku Aljabar:

- a. **Suku** dapat berupa sebuah konstanta atau sebuah variabel. Suku dapat pula berupa hasil kali atau hasil pangkat atau hasil penarikan akar konstanta atau variabel, tetapi bukan penjumlahan dari konstanta atau variabel.
- b. **Suku-suku sejenis** adalah suku-suku yang variabelnya menggunakan simbol yang sama, baik dalam huruf maupun pangkatnya. Bila  $a$  dan  $b$  adalah variabel, maka  $a$ ,  $2a$ ,  $10a$  adalah suku-suku sejenis,  $a$  dan  $2b$  suku-suku tidak sejenis.
- c. Pada contoh-1 uraian di atas,  $p$  dan 10 masing-masing disebut suku. Pada contoh-2 di atas  $U$ ,  $2U$ , 1 disebut suku, dengan  $U$  dan  $2U$  disebut suku sejenis. Pada contoh-3 di atas,  $a$ ,  $2a$ ,  $3a$ ,  $an$ ,  $2an$  disebut suku.  $a$ ,  $2a$ ,  $3a$  adalah suku-suku sejenis.  $an$  dan  $2an$  juga suku-suku sejenis.

### 6. Koefisien aljabar:

Koefisien adalah bagian konstanta dari suku-suku yang memuat atau menyatakan banyaknya variabel yang bersangkutan. Pada contoh-1 uraian di atas, koefisien dari

---

$p$  adalah 1 (satu). Pada contoh-2, koefisien dari  $U$  adalah 1, koefisien dari  $2U$  adalah 2 dan koefisien  $3U$  adalah 3. Pada contoh-3, koefisien dari 3 adalah 3.

### 7. Bentuk Aljabar:

- a. Bentuk aljabar adalah semua huruf dan angka atau gabungannya yang merupakan simbol aljabar. Penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, perpangkatan atau penarikan akar dari satu atau lebih simbol aljabar juga merupakan bentuk aljabar.
- b. Bentuk Aljabar dalam  $x$  berarti bentuk Aljabar dengan variabel  $x$ , sehingga simbol lainnya (huruf atau angka) bukan merupakan variabel. Contoh:
  - 1)  $3x + 5$  adalah bentuk aljabar dalam  $x$ .
  - 2)  $5 - y$  adalah bentuk aljabar dalam  $y$ .
  - 3)  $ax + bx + c$  adalah bentuk Aljabar dalam  $x$ , dengan  $a, b, c$  bukan variabel, tetapi konstanta. Dalam hal ini konstanta  $a$  dan  $b$  disebut koefisien, sedang  $c$  disebut konstanta.
  - 4)  $p^2$  adalah bentuk aljabar dalam  $p$ .
- c. Pada contoh-1 uraian di atas,  $p$  dan  $p+10$  masing-masing merupakan bentuk aljabar. Pada contoh-2 di atas,  $U, 2U, \text{ dan } 2U+1$  masing-masing merupakan bentuk aljabar. Pada contoh-3,  $a, 2a, 3a$  juga merupakan bentuk aljabar.
- d. Bentuk Aljabar terdiri satu suku disebut suku satu. Contoh:  $3y, x^2, -4x$ . Bentuk Aljabar terdiri dua suku disebut suku dua (binom). Contoh:  $x^2 - 4, 5y + 6$ .

### Daftar Bacaan

Krismanto. Al. 2009. *Kapita Selekta Pembelajaran Aljabar Di Kelas VII SMP*. Modul Matematika SMP Program BERMUTU. Yogyakarta: PPPPTK Matematika.

Sri Wardhani. 2004. *Permasalahan Kontekstual Mengenalkan Bentuk Aljabar di SMP*. Paket Pembinaan Penataran Bagi Alumni Diklat Guru Matematika SMP oleh PPPPG Matematika Tahun 2004. Yogyakarta: PPPPG Matematika

### C. Langkah-langkah Kegiatan Pembelajaran

Pertemuan Ke-1 (3 jam pelajaran @40 menit)

Kegiatan	Langkah Kegiatan Pembelajaran
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Pembukaan: Memberi salam, mengajak siswa berdoa, mengecek kehadiran siswa, menyampaikan cerita tentang manfaat belajar Aljabar dalam kehidupan sehari-hari;</li> <li>2. Apersepsi: Melakukan tanya jawab untuk mengecek kemampuan prasyarat siswa;</li> <li>3. Mengkomunikasikan kemampuan yang akan dipelajari dan dicapai serta manfaatnya dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam belajar matematika lebih lanjut;</li> <li>4. Menginformasikan cakupan materi dan kegiatan atau cara belajar yang akan dilakukan atau ditempuh</li> <li>5. Menyampaikan lingkup dan teknik penilaian yang akan digunakan</li> </ol>
Inti	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Secara klasikal siswa mencermati contoh permasalahan sehari-hari yang berhubungan dengan simbol aljabar. Ada tiga contoh permasalahan yang ditampilkan melalui layar LCD (<i>mengamati</i>).</li> <li>2. Siswa dan guru melakukan tanya jawab yang berhubungan dengan hal-hal yang telah dicermati (<i>menanya</i>).</li> <li>3. Dalam kelompok belajarnya, siswa mengerjakan LK (Lembar Kerja) dalam rangka memahami pengertian dari bentuk Aljabar, variabel aljabar, bentuk aljabar, konstanta, koefisien, suku, suku sejenis dan tidak sejenis, dan koefisien (<i>mengumpulkan dan mengolah informasi</i>).</li> <li><i>Ice Breaking</i></li> <li>4. Siswa dari beberapa kelompok yang ditunjuk secara acak mengkomunikasikan pemahamannya dengan bahasa sendiri tentang pengertian dari bentuk aljabar, variabel, konstanta, koefisien, suku, suku sejenis dan tidak sejenis, dan koefisien. Umpan balik dan penegasan (konfirmasi) diberikan terhadap hal-hal yang dikomunikasikan siswa (<i>mengkomunikasikan</i>).</li> <li>5. Secara individu siswa menyelesaikan tugas tentang menyusun dan mengidentifikasi unsur-unsur bentuk Aljabar (<i>mengumpulkan dan mengolah informasi</i>).</li> <li>6. Dalam kelompok belajarnya, siswa <b>saling</b> memeriksa, mengoreksi, berdiskusi dan memberikan masukan terkait hasil kerja yang dibawa oleh</li> </ol>

Kegiatan	Langkah Kegiatan Pembelajaran
	<p>tiap anggota kelompok (<i>mengumpulkan dan mengolah informasi</i>);</p> <p>7. Secara klasikal, siswa dari beberapa kelompok yang ditunjuk secara acak (minimal tiga orang) melaporkan hasil penyelesaian Latihan. Siswa lain didorong untuk bertanya dan menanggapi. Umpan balik dan penegasan (konfirmasi) diberikan terhadap hal-hal yang dikomunikasikan siswa (<i>mengkomunikasikan</i>);</p>
Penutup	<p>1. Secara klasikal, siswa merangkum pelajaran dengan dibimbing guru yaitu tentang pengertian variabel, konstanta, suku, koefisien, dan bentuk Aljabar dan melakukan refleksi.</p> <p>2. Secara individu siswa mengerjakan tes (satu soal, 5 menit)</p> <p>3. Memberi apresiasi tentang kinerja siswa selama proses belajar dan memberi pesan-pesan tentang hal-hal yang masih perlu ditingkatkan/ditindaklanjuti</p> <p>4. Menginformasi garis besar isi kegiatan pada pertemuan berikutnya, yaitu belajar melakukan operasi bentuk Aljabar.</p>

Pertemuan ke-2 (2 jam pelajaran @40 menit)

Kegiatan	Kegiatan Pembelajaran
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Pembukaan: Memberi salam, mengajak siswa berdoa, mengecek kehadiran siswa;</li> <li>2. Apersepsi: Melakukan tanya jawab tentang makna unsur-unsur bentuk Aljabar dan mengidentifikasi unsur-unsur bentuk Aljabar;</li> <li>3. Mengkomunikasikan kemampuan yang akan dipelajari dan dicapai;</li> <li>4. Menginformasikan cakupan materi dan kegiatan atau cara belajar yang akan dilakukan atau ditempuh</li> <li>5. Menyampaikan lingkup dan teknik penilaian yang akan digunakan</li> </ol>
Inti	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Secara klasikal siswa mencermati suatu bentuk Aljabar yang ditampilkan melalui layar LCD dan arahan guru tentang bagaimana cara memberi contoh permasalahan sehari-hari yang relevan dengan bentuk Aljabar yang ditampilkan (<i>mengamati</i>).</li> <li>2. Siswa dan guru melakukan tanya jawab yang berhubungan dengan hal-hal yang telah dicermati (<i>menanya</i>).</li> <li>3. Dalam kelompok belajarnya, siswa mengubah permasalahan sehari-hari (pernyataan kontekstual) yang telah diamati ke dalam bentuk Aljabar</li> <li>4. Dalam kelompok belajarnya, siswa memberi contoh permasalahan sehari-</li> </ol>

Kegiatan	Kegiatan Pembelajaran
	<p>hari (pernyataan kontekstual) yang sesuai dengan bentuk Aljabar yang telah diamati</p> <p>5. Siswa wakil kelompok yang ditunjuk secara acak mengkomunikasikan jawaban hasil kerjanya. Siswa lain dan guru memberikan umpan balik (<i>mengkomunikasikan</i>).</p> <p>6. Secara individu siswa menyelesaikan tugas/latihan tentang mengubah permasalahan sehari-hari (pernyataan kontekstual) ke dalam bentuk Aljabar dan memberi contoh permasalahan sehari-hari (pernyataan kontekstual) yang sesuai dengan bentuk Aljabar (<i>mengumpulkan dan mengolah informasi</i>).</p> <p>7. Dalam kelompok belajarnya, siswa <b>saling</b> memeriksa, mengoreksi, berdiskusi dan memberikan masukan terkait hasil kerja yang dibawa oleh tiap anggota kelompok (<i>mengumpulkan dan mengolah informasi</i>);</p> <p>8. Secara klasikal, siswa dari beberapa kelompok yang ditunjuk secara acak (minimal tiga orang) melaporkan hasil penyelesaian Latihan. Siswa lain didorong untuk bertanya dan menanggapi. Umpan balik dan penegasan (konfirmasi) diberikan terhadap hal-hal yang dikomunikasikan siswa (<i>mengkomunikasikan</i>);</p>
Penutup	<p>1. Secara klasikal, membimbing siswa merangkum pelajaran yaitu tentang pengertian variabel, konstanta, suku, koefisien, dan bentuk Aljabar dan melakukan refleksi.</p> <p>2. Secara individu siswa melakukan refleksi untuk penilaian diri secara tertulis, dilanjutkan dengan memberi umpan balik tentang proses dan hasil belajar yang telah dilalui ;</p> <p>3. Memberi pekerjaan rumah (PR)</p> <p>4. Menginformasi garis besar isi kegiatan pada pertemuan berikutnya, yaitu belajar melakukan operasi bentuk Aljabar.</p>

#### D. Penilaian

##### 1. Teknik Penilaian:

No	Aspek yang diamati/dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1	Bersyukur (sungguh-sungguh dalam belajar)	Pengamatan Penilaian diri	Kegiatan inti pertemuan ke-1 dan ke-2 Kegiatan Penutup pertemuan ke-2

No	Aspek yang diamati/dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
2	Sikap disiplin	Pengamatan	Sepanjang proses belajar/pertemuan
3	Sikap bertanggungjawab	Pengamatan	Kegiatan inti pertemuan ke-1 dan ke-2
4	Sikap gotongroyong	Pengamatan	Kegiatan inti pertemuan ke-1 dan ke-2
5	Pengetahuan tentang mengidentifikasi unsur-unsur bentuk aljabar	Tes tertulis	Akhir pertemuan
		Penilaian diri	Kegiatan Penutup pertemuan ke-2

**2. Bentuk dan Instrumen Penilaian, serta Pedoman Penskoran**

Tes Tertulis (Waktu: maksimal 5menit)

**Petunjuk:**

1. Kerjakan soal berikut secara individu, tidak boleh menyontek dan tidak boleh bekerjasama.
2. Pilihlah jawaban soal kemudian jawablah pertanyaan/perintah di bawahnya.

**Soal:**

Huruf A mewakili bilangan yang menyatakan banyaknya buku yang dibaca Lina setiap pekan. Manakah diantara bentuk berikut ini yang menyatakan **banyaknya buku yang dibaca Lina dalam 6 pekan?**

- A.  $6 + A$
- B.  $6 \times A$
- C.  $A + 6$
- D.  $(A+A) \times 6$

- a. Pilihan jawaban: .....
- b. Bilangan apakah yang diwakili oleh simbol A? Jawab:.....
- c. Adakah suku pada pilihan jawabanmu ? Jawab: Ya/Tidak ada\*)  
Jika ada tunjukkan dan jika tidak ada tuliskan alasannya.  
Jawab.....
- d. Apakah pilihan jawabanmu merupakan bentuk Aljabar? Jawab: Ya/Tidak\*)
- e. Manakah variabel, konstanta dan koefisien pada pilihan jawabanmu?  
Variabel:.....  
Konstanta:.....  
Koefisien:.....

\*) = coret yang bukan pilihanmu

**Kunci Jawaban Soal Tes:**

- a. Pilihan jawaban adalah B, yaitu:  $6 \times A$ . Alasan: Dalam 6 pekan, Lina membaca novel sebanyak  $A+A+A+A+A+A$  atau  $6 \times A$  atau  $6A$
- b. Bilangan bulat positif
- c. Ada. Suku :  $6A$
- d. Ya. (Alasan:  $A$  mewakili bilangan banyak novel yang dibaca Lina tiap pekan, sehingga  $A$  merupakan simbol Aljabar, dan  $6 \times A$  juga merupakan simbol Aljabar. Oleh karena itu  $6 \times A$  merupakan bentuk Aljabar).
- e. Variabelnya adalah  $A$ , konstantanya tidak ada, koefisien variabelnya 6.

**Pedoman Penskoran Hasil Tes:**

No Soal	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
a.	Pilihan jawaban	Benar	10	10
		Salah	3	
		Tidak ada pilihan jawaban	0	
b.	Jawaban	Benar	10	10
		Salah	3	
		Tidak ada jawaban	0	
c.	Pilihan jawaban	Jawaban: Ada	5	10
		Jawaban : Tidak ada	3	
		Tidak ada jawaban	0	
	Macam jawaban	Benar	5	
		Salah	3	
		Tidak ada jawaban	0	
d.	Pilihan jawaban	Jawaban: Ya	10	10
		Jawaban : Tidak	5	
		Tidak ada jawaban	0	
e.	Macam jawaban	Tiga jawaban benar	10	10
		Dua jawaban benar	8	
		Satu jawaban benar	5	
		Semua jawaban salah	2	
		Tidak ada jawaban	0	
Skor maksimal =			-	50
Skor minimal =			-	0

**Lembar Penilaian Diri:**

Mata Pelajaran : Matematika

Nama Siswa/Kelas :

Tanggal Mengisi :

Berilah tanda centang (V) pada kolom Ya, Kurang, Tidak sesuai dengan keadaan kalian yang sebenarnya

No	Pernyataan	Alternatif		
		Ya	Kurang	Tidak
a.	Saya bersyukur dapat menyelesaikan tugas dengan baik			
b.	Saya telah mengerjakan tugas sesuai dengan waktu yang ditentukan (disiplin)			
c.	Saya telah melaksanakan tugas individu dengan baik (tanggungjawab)			
d.	Saya aktif dalam kerja kelompok (gotongroyong)			
e.	Saya telah memahami <i>pengertian dari unsur-unsur bentuk Aljabar</i>			
f.	Saya optimis dapat memperbaiki pemahaman saya tentang <i>menjelaskan bentuk Aljabar secara kontekstual</i>			
g.	Saya optimis dapat memperbaiki pemahaman saya tentang <i>menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan bentuk Aljabar</i>			

### E. Alat/Bahan/Media/Sumber Belajar

#### Pertemuan-1:

2. Bahan informasi tentang pengertian dan manfaat belajar Aljabar (*file word/Ppt*);
3. Daftar pertanyaan untuk pengecekan kemampuan prasyarat;
4. Contoh peristiwa sehari-hari yang berhubungan dengan unsur-unsur bentuk Aljabar (*file word/Ppt*);
5. Lembar Kerja;
6. Bahan untuk umpan balik (*file word/Ppt*);
7. Buku Teks Siswa Mata Pelajaran Matematika Jilid VII.

#### Pertemuan-2:

1. Bahan latihan;
2. Bahan pekerjaan rumah;
3. Buku Teks Siswa Mata Pelajaran Matematika Jilid VII.

Sleman, Juni 2016

Kepala Sekolah

Guru

(Harmawan)

(Sri Wardhani)

## Lampiran RPP

### Lampiran-1 RPP: Bahan Informasi Manfaat Belajar Aljabar (*file Ppt*)

#### Apakah Aljabar?

1. Aljabar adalah salah satu cabang penting dalam matematika.
2. Kata “aljabar” berasal dari kata “al-jabr” yang diambil dari buku karangan Muhammad ibn Musa Al-Khawarizmi (780-850 M), yaitu kitab al-jabr wa al muqobalah yang membahas tentang cara menyelesaikan persamaan-persamaan aljabar.
3. Aljabar berasal dari bahasa Arab "al-jabr" yang berarti "pertemuan", "hubungan" atau "penyelesaian"
4. Aljabar adalah cabang dari matematika yang mempelajari penyederhanaan dan pemecahan masalah dengan menggunakan “simbol”.

#### Apa manfaat belajar Aljabar?

- ❖ Belajar Aljabar berarti belajar menyelesaikan permasalahan sehari-hari.
- ❖ Belajar Aljabar berarti belajar menyelesaikan permasalahan sehari-hari dengan cara- cara yang mudah namun tujuan tercapai.
- ❖ Belajar Aljabar memungkinkan diri kita memahami permasalahan sehari-hari yang kompleks menjadi sederhana.
- ❖ Belajar Aljabar....

### Lampiran-2 RPP: Daftar Pertanyaan untuk Apersepsi

1. Apakah  $3 \times 5$  berarti  $3 + 3 + 3 + 3 + 3$  ataukah  $5 + 5 + 5$ ? Apakah arti dari  $2 \times 3$ ? Apakah arti dari  $3^2$  dan  $5^3$ ?
2. Apakah hasilnya bila:
  - a. bilangan positif dikalikan bilangan positif
  - b. bilangan positif dikalikan bilangan negatif
  - c. bilangan negatif dikalikan bilangan positif
  - d. bilangan negatif dikalikan bilangan negatif
  - e. bilangan positif dibagi bilangan positif
  - f. bilangan positif dibagi bilangan negatif
  - g. bilangan negatif dibagi bilangan positif

- h. bilangan negatif dibagi bilangan negatif
3. Sekar memiliki 5 buku. Buku Rizky 3 lebihnya dari milik Sekar. Berapa banyak buku Rizky?
  4. Rudi memiliki 20 butir kelereng. Banyak kelereng Doni 5 kurangnya dari banyak kelereng Rudi. Berapa banyak kelereng Doni?
  5. Umur Gentur 10 tahun. Umur Bowo tiga kali umur Gentur. Umur Anggit 5 tahun lebih tua dari umur Bowo. Berapa umur Bowo dan Anggit?

**Lampiran-3 RPP: Contoh Permasalahan Sehari-hari yang terkait dengan Unsur-unsur Bentuk Aljabar**



1. *Banyaknya pohon jati milik Pak Makmur 10 batang lebihnyadari banyak pohon jati milik Pak Budi. Berapakah kemungkinan pohon milik Pak Makmur dan Pak Budi masing-masing?*
2. *Bu Siti dan Bu Nur masing-masing memiliki warung makan. Setiap hari, banyak telur yang dimasak diwarung makan Bu Siti30 butir kurangnya dari banyak telur yang dimasakdi warung makan Bu Nur. Berapakah kemungkinan banyak telur yang dimasak diwarung makan Bu Siti dan Bu Nur masing-masing?*
3. *Tahun ini umur Dika dua kali umur Syauki, sedangkan umur Santi 1 tahun lebih tua dari umumr Dika. Berapakah kemungkinan umur Dika, Syauki, dan Santi sekarang?*

**Lampiran-4: Bahan untuk Lembar Kerja**

**Tujuan:** Mengumpulkan dan mengolah informasi untuk memahami pengertian bentuk aljabar, variabel, konstanta, suku dan koefisian.

**Permasalahan-1:**

Cermati pernyataan berikut ini dan jawablah pertanyaan-pertanyaan di bawahnya dengan menuliskan jawaban pada tempat (tabel) yang disediakan

“Banyaknya pohon jati milik Pak Makmur 10 batang **lebihnya** dari banyak pohon jati milik Pak Budi. Berapakah kemungkinan pohon Pak Makmur dan Pak Budi?

- Bila banyak pohon jati Pak Makmur 40 batang, berapa banyak pohon Pak Budi?
- Bila banyak pohon jati Pak Makmur 75 batang, berapa banyak pohon Pak Budi?
- Jika banyak pohon Pak Makmur adalah  $p$ , berapa banyak pohon milik Pak Budi?
- Jika banyak pohon Pak Budi adalah 30, berapa banyak pohon milik Pak Makmur?
- Jika banyak pohon Pak Budi adalah 100, berapa banyak pohon Pak Makmur?
- Jika banyak pohon Pak Budi adalah  $k$ , berapa banyak pohon milik Pak Makmur?

Banyak Pohon Pak Makmur	Banyak Pohon Pak Budi
35	25
40	...
75	...
$P$	...
...	30
...	100
...	$k$

- Misalkan simbol  $p$  mewakili banyak pohon milik Pak Makmur, bilangan apakah yang diwakili  $p$ ?
- Apakah  $p$  dapat mewakili sebarang bilangan?
- Apakah mungkin,  $p$  mewakili bilangan seratus juta? Jelaskan alasan jawabanmu.

➤ Jawab:.....  
 .....

➤ Alasan jawaban:.....  
 .....

- Misalkan simbol  $k$  mewakili banyak pohon milik Pak Budi, bilangan apakah yang diwakili  $k$ ?

- Apakah mungkin,  $k$  mewakili bilangan seratus juta? Jelaskan alasan jawabanmu.

➤ Jawab:.....

➤ Alasan jawaban:.....

### Permasalahan-2

Cermati pernyataan berikut ini dan jawablah pertanyaan-pertanyaan di bawahnya dengan menuliskan jawaban pada tempat (tabel) yang disediakan

Bu Siti dan Bu Nur masing-masing memiliki warung makan. Setiap hari, banyak telur yang dimasak di warung makan Bu Siti 30 butir **kurangnya** dari banyak telur yang dimasak di warung makan Bu Nur. Berapakah kemungkinan banyak telur yang dimasak di warung makan Bu Siti dan Bu Nur masing-masing?

- Bila banyak telur yang dimasak di warung Bu Siti ada 500 butir, berapa banyak telur yang dimasak di warung Bu Nur?
- Bila banyak telur yang dimasak di warung Bu Nur ada 650 butir, berapa banyak telur yang dimasak di warung Bu Siti?
- Bila banyak telur yang dimasak di warung Bu Siti ada  $x$  butir, berapa banyak telur yang dimasak di warung Bu Nur?
- Bila banyak telur yang dimasak di warung Bu Nur ada  $T$  butir, berapa banyak telur yang dimasak di warung Bu Siti?

Banyak telur yang dimasak di warung Bu Siti	Banyak telur yang dimasak di warung Bu Nur
200	230
500	...
...	650
$x$	...
...	$T$

<p>a. Misalkan simbol <math>x</math> mewakili banyak telur yang dimasak di warung Bu Siti, bilangan apakah yang diwakili oleh <math>x</math>?</p> <p>b. Apakah <math>x</math> dapat mewakili sebarang bilangan? Jelaskan alasan jawabanmu.</p> <p>c. Apakah mungkin, <math>x</math> mewakili bilangan satu milyar? Jelaskan alasan jawabanmu.</p> <p>❖ Jawab:.....</p> <p>❖ Alasan jawaban:.....</p>
<p>a. Misalkan simbol <math>T</math> mewakili banyak telur yang dimasak di warung Bu Nur, bilangan apakah yang diwakili oleh <math>T</math>? Apa alasannya?</p> <p>b. Apakah mungkin, <math>T</math> mewakili bilangan satu milyar? Jelaskan alasan jawabanmu.</p> <p>❖ Jawab:.....</p> <p>❖ Alasan jawaban:.....</p>

**Permasalahan-3:**

Cermati pernyataan berikut ini dan jawablah pertanyaan-pertanyaan di bawahnya dengan menuliskan jawaban pada tempat (tabel) yang disediakan

"Tahun ini umur Dika dua kali umur Syauki. Umur Santi 1 tahun lebih tua dari umur Dika. Berapakah kemungkinan umur Dika, Syauki, dan Santi tahun ini?"

- Jika umur Syauki 1 tahun, berapa umur Dika? Berapa umur Santi?
- Jika umur Syauki 2 tahun, berapa umur Dika? Berapa umur Santi?
- Jika umur Syauki 5 tahun, berapa umur Dika? Berapa umur Santi?
- Jika umur Dika 10 tahun, berapa umur Syauki? Berapa umur Santi?
- Jika umur Dika 14 tahun, berapa umur Syauki? Berapa umur Santi?
- Jika umur Dika 21 tahun, berapa umur Syauki? Berapa umur Santi?

Umur Syauki (tahun)	Umur Dika (tahun)	Umur Santi (tahun)
1	...	...
2	...	...
5	...	...
$U$	...	...
...	10	...
...	14	...
...	21	...
	$a$	...
	...	15
	...	21
	...	$N$

a. Misalkan simbol  $U$  mewakili umur Syauki dalam tahun, bilangan apakah yang diwakili  $U$ ?

b. Apakah  $U$  dapat mewakili sebarang bilangan? Jelaskan alasan jawabanmu.

c. Apakah mungkin,  $U$  mewakili bilangan satu juta? Jelaskan alasan jawabanmu.

- Jawab:.....
- Alasan jawaban:.....

a. Misalkan simbol  $a$  mewakili umur Dika dalam tahun, bilangan apakah yang diwakili  $a$ ?

b. Apakah mungkin,  $a$  mewakili bilangan satu juta? Jelaskan alasan jawabanmu.

- Jawab:.....
- Alasan jawaban:.....

Berdasarkan jawaban pertanyaan-pertanyaan pada tiga permasalahan di atas, diskusikan dan jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini.

1. Bila  $p, k, x, y, U, a$  merupakan simbol aljabar yang disebut sebagai **variabel**.  
Nyatakan dengan bahasamu sendiri, apa yang dimaksud **variabel**?  
Jawab: .....
2.  $p+10, k -10, x + 30, T -30$ , berturut-turut terdapat bilangan 10, -10, 30, -30. Bilangan-bilangan tersebut disebut **konstanta**. Nyatakan dengan bahasamu sendiri, apa yang dimaksud **konstanta**?  
Jawab: .....
3. Pada  $p = 1 \times p$ , bilangan 1 disebut koefisien dari  $p$ . Pada  $x = 1 \times x$ , bilangan 1 disebut koefisien dari  $x$ . Pada  $2U = 2 \times U$ , bilangan 2 disebut koefisien dari  $U$ . Nyatakan dengan bahasamu sendiri, apa yang dimaksud **koefisien**?  
Jawab: .....
4.  $p+10, k -10, x + 30, T -30$  masing-masing disebut bentuk aljabar. Nyatakan dengan bahasamu sendiri, apa yang dimaksud **bentuk aljabar**?  
Jawab: .....
5. Pada bentuk aljabar  $p+10$ , masing-masing  $p$  dan 10 disebut suku. Nyatakan dengan bahasamu sendiri, apa yang dimaksud **suku**?  
Jawab: .....

**Lampiran-5 RPP: Bahan untuk Umpan Balik/Konfirmasi, digunakan oleh Guru (File word/ppt)**

Permasalahan-1	Pertanyaan	Banyak pohon Pak Makmur	Banyak pohon Pak Hasan
Banyaknya pohon jati milik Pak Makmur 10 batang <b>lebihnya</b> dari banyak pohon jati milik Pak Budi.	a. Jika banyak pohon jati milik Pak Makmur 15 batang, berapa banyak pohon Pak Budi?	15	5
	b. Jika banyak pohon jati milik Pak Budi 30 batang, berapa banyak pohon Pak Makmur?	20	10
	c. Jika banyak pohon jati milik Pak Makmur 75 batang, berapa banyak pohon Pak Budi?	75	65
	d. Jika simbol $p$ mewakili banyak pohon milik Pak Makmur. Berapakah banyak pohon milik pak Budi?	$p$	$p -10$

Kegiatan Pembelajaran 3

Permasalahan-1	Pertanyaan	Banyak pohon Pak Makmur	Banyak pohon Pak Hasan
Berapakah kemungkinan pohon Pak Makmur dan Pak Budi?	e. Jika banyak pohon milik Pak Budi adalah $k$ , berapa banyak pohon milik Pak Budi?	$k + 10$	$k$
	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Simbol <math>p</math> mewakili banyak pohon milik Pak Makmur, apakah <math>p</math> dapat diganti atau mewakili bilangan 5, 10, 25, 36, 150, 500?</li> <li>➤ Simbol <math>k</math> mewakili banyak pohon milik Pak Budi, apakah <math>k</math> dapat diganti atau mewakili bilangan 8, 10, 25, 100, 750, 1000?</li> <li>➤ Apakah <math>p</math> dan <math>k</math> dapat mewakili sebarang bilangan?</li> <li>➤ Apakah <math>p</math> dan <math>k</math> masing-masing dapat mewakili bilangan seratus juta?</li> <li>➤ Bilangan apakah yang diwakili oleh <math>p</math> atau <math>k</math>? Himpunan bilangan apakah yang anggota-anggotanya adalah bilangan-bilangan yang diwakili oleh <math>p</math> atau <math>k</math>?</li> </ul>		
<b>Tanya-jawab siswa dan guru:</b>			
<p>a. Misalkan <math>p</math> mewakili banyak pohon Pak Makmur. Banyak pohon Pak Budi berarti (<math>p - 10</math>)</p> <p>b. <math>p</math> dapat diganti dengan bilangan (10, 25, 75), dan lainnya.</p> <p>c. <math>p</math> mewakili bilangan (bulat positif), karena (mewakili banyak pohon).</p> <p>d. Misalkan <math>k</math> mewakili banyak pohon Pak Budi. Banyak pohon Pak Makmur berarti (<math>k + 10</math>)</p> <p>e. <math>k</math> dapat diganti dengan bilangan (10, 50, 92) dan lainnya.</p> <p>f. <math>k</math> mewakili bilangan (bulat positif), karena (mewakili banyak pohon).</p>			
<b>Informasi:</b>			
<p>a. <math>p</math> dan <math>k</math> masing-masing disebut variabel atau peubah</p> <p>b. Pada <math>k + 10</math>, <math>k</math> disebut variabel, 10 disebut konstanta. <math>k</math> dan 10 masing-masing disebut suku.</p> <p>c. Pada <math>p - 10</math>, <math>p</math> disebut variabel, bilangan <math>-10</math> disebut konstanta. <math>p</math> dan <math>-10</math> disebut suku.</p> <p>d. <math>k = 1 \times k</math>. Bilangan 1 adalah koefisien dari <math>p</math></p> <p>e. <math>p = 1 \times p</math>. Bilangan 1 adalah koefisien dari <math>k</math></p> <p>f. <math>p</math>, <math>p - 10</math>, <math>k</math>, <math>k + 10</math> masing-masing disebut bentuk aljabar karena masing-masing merupakan simbol aljabar yang terdiri variabel atau gabungan variabel dan konstanta.</p>			

Permasalahan-2	Pertanyaan Penuntun	Banyak telur habis di warung Bu Siti	Banyak telur habis di warung Bu Nur
Bu Siti dan Bu Nur masing-masing memiliki	a. Jika warung makan Bu Siti dalam sehari memasak 50 butir telur, berapa butir telur yang dimasak di warung	50	80

Permasalahan-2	Pertanyaan Penuntun	Banyak telur habis di warung Bu Siti	Banyak telur habis di warung Bu Nur
<p>warung makan. Setiap hari, banyak telur yang dimasak di warung makan Bu Siti adalah 30 butir kurangnya dari banyak telur yang dimasak di warung makan Bu Nur. Berapakah kemungkinan banyak telur yang dimasak di warung makan Bu Siti dan Bu Nur masing-masing?</p>	makan Bu Nur dalam sehari?		
	b. Jika warung makan Bu Siti dalam sehari memasak 125 butir telur, berapa butir telur yang dimasak di warung makan Bu Nur dalam sehari?	125	155
	c. Jika warung makan Bu Siti dalam sehari memasak $x$ butir telur, berapa butir telur yang dimasak di warung makan Bu Nur dalam sehari?	$x$	$x + 30$
	d. Jika warung makan Bu Nur dalam sehari memasak 35 butir, berapa butir telur yang dimasak di warung makan Bu Siti dalam sehari?	5	35
	e. Jika warung makan Bu Nur dalam sehari memasak 100 butir, berapa butir telur yang dimasak di warung makan Bu Siti dalam sehari?	70	100
	f. Jika warung makan Bu Nur dalam sehari memasak $T$ butir, berapa butir telur yang dimasak di warung makan Bu Siti dalam sehari?	$T - 30$	$T$
	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Simbol <math>x</math> mewakili banyak telur yang dimasak di warung makan Bu Siti, apakah <math>x</math> dapat diganti atau mewakili bilangan 25, 80, 100, 350, 500?</li> <li>➤ Simbol <math>T</math> mewakili banyak telur yang dimasak di warung makan Bu Nur, apakah <math>T</math> dapat mewakili bilangan 30, 80, 125, 750, 400?</li> <li>➤ Apakah <math>x</math> atau <math>T</math> dapat mewakili sebarang bilangan?</li> <li>➤ Apakah <math>x</math> dan <math>T</math> masing-masing dapat mewakili bilangan satu miliar? Jelaskan alasan jawabanmu</li> <li>➤ Bilangan apakah yang diwakili oleh <math>x</math> dan <math>T</math>? Himpunan bilangan apakah yang anggotanya adalah bilangan-bilangan yang diwakili oleh <math>x</math> atau <math>T</math>?</li> </ul>		
<b>Tanya-jawab siswa dan guru:</b>			
a. Misalkan $x$ mewakili banyak telur yang dibeli Bu Siti, maka banyak telur yang dibeli Bu			

Kegiatan Pembelajaran 3

Permasalahan-2	Pertanyaan Penuntun	Banyak telur habis di warung Bu Siti	Banyak telur habis di warung Bu Nur
<p>Nur adalah <math>(x + 30)</math></p> <p>b. <math>x</math> dapat diganti dengan bilangan (250, 425, 610) dan lainnya.</p> <p>c. <math>x</math> mewakili bilangan (bulat positif), karena (mewakili banyak telur)</p> <p>d. Misalkan <math>T</math> mewakili banyak telur yang dimasak di warung makan Bu Nur, maka banyak telur yang dibeli Bu Siti adalah <math>(T - 30)</math></p> <p>e. <math>T</math> dapat diganti dengan bilangan (300, 456, 888) dan lainnya, tapi tidak mungkin diganti dengan satu milyar, karena tidak logis bahwa sebuah warung makan di Indonesia dalam sehari dapat memasak satu milyar butir telur.</p> <p>f. <math>T</math> mewakili bilangan (bulat positif), karena (mewakili banyak telur yang dimasak di suatu warung makan)</p>			
<p><b>Informasi:</b></p> <p>a. <math>x</math> dan <math>T</math> masing-masing disebut variabel atau peubah</p> <p>b. Pada <math>x + 30</math>, <math>x</math> disebut variabel, bilangan 30 disebut konstanta, sedang <math>x</math> dan 30 disebut suku.</p> <p>c. Pada <math>T - 30</math>, <math>T</math> disebut variabel, bilangan- 30 disebut konstanta, sedang <math>T</math> dan - 30 masing-masing disebut suku.</p> <p>d. <math>x = 1 \times x</math>. Bilangan 1 adalah koefisien dari <math>x</math></p> <p>e. <math>T = 1 \times T</math>. Bilangan 1 adalah koefisien dari <math>T</math>.</p> <p>f. <math>x</math>, <math>x + 30</math>, <math>T</math>, <math>T - 30</math>, masing-masing disebut bentuk Aljabar karena masing-masing merupakan simbol Aljabar yang terdiri variabel atau gabungan variabel dan konstanta.</p>			

Permasalahan-3	Pertanyaan Penuntun	Umur Syauki (tahun)	Umur Dika (tahun)	Umur Santi (tahun)
<p>Tahun ini umur Dika dua kali umur Syauki, sedangkan umur Santi 1 tahun lebih tua dari Dika. Berapakah kemungkinan umur Dika, Syauki, dan Santi sekarang?</p>	a. Jika umur Syauki 1 tahun, berapa umur Dika dan Santi?	1	2	3
	b. Jika umur Syauki 5 tahun, berapa umur Dika dan Santi?	5	10	11
	c. Jika umur Syauki $U$ tahun, berapa umur Dika dan Santi?	$U$	$2U$	$2U + 1$
	d. Jika umur Dika 7 tahun, berapa umur Syauki dan Santi?	3,5	7	8
	e. Jika umur Dika 10 tahun, berapa umur Syauki dan Santi?	5	10	11
	f. Jika umur Dika $y$ tahun, berapa umur Syauki dan Santi?	$0,5 a$	$A$	$a + 1$
	g. Jika umur Santi 11 tahun, berapa umur Dika dan Syauki?	7	14	15

Permasa-lahan-3	Pertanyaan Penuntun	Umur Syauki (tahun)	Umur Dika (tahun)	Umur Santi (tahun)
	h. Jika umur Santi 21 tahun, berapa umur Dika dan Syauki?	10	20	21
	i. Jika umur Santi $n$ tahun, berapa umur Dika dan Syauki?	$0,5(n-1)$	$n-1$	$n$
	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Simbol <math>U</math> mewakili bilangan umur Syauki, apakah <math>U</math> dapat diganti atau mewakili bilangan 1, 5, 10, 12, 15?</li> <li>➤ Simbol <math>a</math> mewakili bilangan umur Dika, apakah <math>y</math> dapat diganti atau mewakili bilangan 7, 10, 18, 21?</li> <li>➤ Simbol <math>n</math> mewakili bilangan umur Santi, apakah <math>n</math> dapat diganti atau mewakili bilangan 4, 8, 11, 20, 26?</li> <li>➤ Apakah <math>U</math> atau <math>y</math> atau <math>n</math> dapat mewakili sebarang bilangan?</li> <li>➤ Apakah <math>U</math>, <math>a</math>, dan <math>n</math> masing-masing dapat mewakili oleh bilangan 110? Jelaskan alasan jawabanmu</li> <li>➤ Bilangan apakah yang diwakili oleh <math>U</math> atau <math>y</math> atau <math>n</math>?</li> <li>➤ Himpunan bilangan apakah yang anggota-anggotanya adalah bilangan-bilangan yang diwakili oleh <math>U</math> atau <math>y</math> atau <math>n</math>?</li> </ul>			
<b>Tanya-jawab siswa dan guru:</b>				
<p>a. Misalkan simbol <math>U</math> mewakili umur Syauki. Umur Dika berarti <math>(2 \times U</math> atau <math>2U)</math> dan umur Santi <math>(2U + 1)</math></p> <p>b. <math>U</math> dapat diganti dengan bilangan (1,2, 5, 20, 30,50) dan lainnya.</p> <p>c. <math>U, 2U, 2U + 1</math> mewakili bilangan (bulat/pecahan positif), karena (mewakili bilangan umur manusia dalam tahun).</p> <p>d. Misalkan simbol <math>a</math> mewakili umur Dika. Umur Syauki berarti <math>(0,5 \times a</math> atau <math>0,5a)</math> dan umur Santi <math>(a + 1)</math></p> <p>e. <math>a</math> dapat diganti dengan bilangan (10,14, 21, 30, 50) dan lainnya, dan dapat mewakili oleh bilangan 110 (berdasar hasil googling, umur tertinggi manusia di Indonesia sampai saat ini adalah ...tahun, sedang di dunia tertinggi ... tahun). <math>a</math> tidak mungkin mewakili bilangan satu juta, karena sampai sekarang tidak ada umur manusia di Indonesia dan di dunia ini yang umurnya sampai satu juta tahun.</p> <p>f. <math>a, 0,5a, a + 1</math> mewakili bilangan (bulat/pecahan positif), karena (mewakili bilangan umur manusia dalam tahun).</p>				
<b>Informasi :</b>				
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ <math>U</math> dan <math>a</math> masing-masing disebut variabel atau peubah</li> <li>○ Pada <math>2U + 1</math>, <math>U</math> disebut variabel, bilangan 1 disebut konstanta, sedang <math>2U</math> dan 1 masing-masing disebut suku.</li> <li>○ Pada <math>0,5a</math>, simbol <math>a</math> disebut variabel, <math>0,5a</math> disebut suku, tidak ada konstantanya.</li> <li>○ Pertanyaan: Pada <math>2U</math>, mana variabel, konstanta dan sukunya? (Variabelnya <math>U</math>, konstantanya tidak ada, dan <math>2U</math> adalah suku)</li> <li>○ Pertanyaan: Pada <math>a+1</math>, mana variabel, konstanta dan sukunya? (Variabelnya <math>a</math>, konstantanya 1, dan <math>a+1</math> adalah suku)</li> <li>○ <math>U = 1 \times U</math>. Bilangan 1 adalah koefisien dari variabel <math>U</math></li> </ul>				

Permasa-lahan-3	Pertanyaan Penuntun	Umur Syauki (tahun)	Umur Dika (tahun)	Umur Santi (tahun)
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ <math>a = 1 \times a</math>. Bilangan 1 adalah koefisien dari variabel <math>a</math></li> <li>○ Pertanyaan: Pada <math>2U = 2U</math>, manakah koefisien dari variabel <math>U</math>? (Koefisien dari <math>U</math> adalah 2)</li> <li>○ Pertanyaan: Pada <math>0,5a = 0,5 \times a</math>, manakah koefisien variabel <math>a</math>? (Koefisien dari <math>a</math> adalah 0,5)</li> <li>○ <math>U, 2U, 2U + 1, a, 0,5 a, a + 1</math>, masing-masing disebut bentuk Aljabar</li> </ul>				

**Kesimpulan:**

**Apa yang dimaksud dengan variabel, konstanta, suku, koefisien, bentuk aljabar?**

No	Unsur Bentuk Aljabar	Permasalahan-1	Permasalahan-2	Permasalahan-3
1	Bentuk Aljabar	$p, p-110, k, k+10$	$x, x + 30, T, T-30$	$U, 2U, 2U+1, a, 0.5a, (a+1)$
2	Variabel	$p, k$	$x, T$	$U, a$
3	Konstanta	10, -10	-100, 100	1
4	Suku	$p, 10, k, -10$	$x, -100, T, 100$	$U, 2U, 1, a, 0.5a$
5	Suku sejenis	-	-	$U$ dan $2U, a$ dan $0.5a$
6	Koefisien	1 pada $p$ 1 pada $k$	1 pada $x$ 1 pada $T$	1 pada $U, 2$ pada $2U, 1$ pada $a$ 0,5 pada $0,5a$

**Variabel (peubah)** adalah simbol Aljabar atau gabungan simbol Aljabar yang mewakili sebarang bilangan dalam semestanya.

**Konstanta** adalah sebuah simbol atau gabungan simbol yang mewakili atau menunjuk anggota tertentu pada suatu semesta pembicaraan

**Suku** dapat berupa sebuah konstanta atau sebuah variabel. Suku dapat pula berupa hasil kali atau hasil pangkat atau hasil perarikan akar konstanta atau variabel, tetapi bukan penjumlahan dari konstanta atau variabel. **Suku-suku sejenis** adalah suku-suku yang variabelnya menggunakan simbol yang sama, baik dalam huruf maupun pangkatnya.

**Koefisien** adalah bagian konstanta dari suku-suku yang memuat atau menyatakan banyaknya variabel yang bersangkutan.

**Bentuk Aljabar** adalah semua huruf dan angka atau gabungannya yang merupakan simbol aljabar. Penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, perpangkatan

atau penarikan akar dari satu atau lebih simbol aljabar juga merupakan bentuk aljabar

### Lampiran-6 RPP: Bahan Latihan

#### Topik : Menyusun dan mengidentifikasi unsur-unsur bentuk Aljabar

#### Petunjuk:

1. Kerjakan latihan berikut ini secara individu (sendiri-sendiri) terlebih dahulu
2. Setelah dikerjakan sendiri, bawalah hasil pekerjaan latihanmu kepada teman sekelompokmu untuk diperiksa, didiskusikan dan diberi masukan.
3. Pastikan bahwa kamu paham terhadap jawaban latihan ini. Akan ditunjuk secara acak beberapa diantara kalian untuk melaporkan jawaban soal-soal latihan ini.

#### SOAL-1:



Banyak jaket milik Anggit 3 kurangnya dari banyak jaket milik Fitri.

**Misalkan  $n$  adalah banyak jaket milik Anggit.**

- a. Bilangan apakah yang diwakili oleh  $n$ ? Jelaskan.
- b. Susunlah bentuk aljabar yang menyatakan banyak jaket milik Fitri.
- c. Adakah variabel, konstanta, suku, koefisien pada bentuk Aljabar tersebut? Tunjukkan.

**SOAL-2:**

Suatu persegi panjang mempunyai panjang 5 cm lebih dari lebarnya.

Misalkan panjang persegi panjang tersebut  $y$  cm.

- Bilangan apakah yang diwakili oleh  $y$ ? Jelaskan.
- Susunlah bentuk aljabar yang menyatakan lebar dari persegi panjang tersebut.
- Adakah variabel, konstanta, suku, koefisien pada bentuk Aljabar tersebut? Tunjukkan.

**Lampiran-7 RPP: Bahan Pekerjaan Rumah**

**Topik: Menyusun dan mengidentifikasi unsur-unsur bentuk Aljabar**

**Soal-1:**

Terdapat  $m$  laki-laki dan  $n$  perempuan pada suatu parade. Setiap orang membawa 2 balon.

- Bilangan apakah yang diwakili oleh  $m$  dan  $n$  tersebut? Jelaskan.
- Susunlah bentuk aljabar yang menyatakan jumlah seluruh balon yang dibawa pada parade tersebut.
- Adakah variabel, konstanta, suku, koefisien pada bentuk Aljabar tersebut? Tunjukkan.



**Soal-2:**

Manakah dari bentuk berikut yang ekuivalen dengan  $y^3$ ?

- $y + y + y$
- $y \times y \times y$
- $3y$
- $y^2 + y$

- Apakah  $y^3$  merupakan bentuk Aljabar? Jelaskan.
- Apakah  $y^3$  merupakan suku? Jelaskan.
- Tunjukkan variabel, konstanta dan koefisien variabelnya.

**D. Aktivitas Pembelajaran**

Anda telah melakukan aktivitas pada KP-2, yaitu memetakan muatan komponen RPP pada tiap pertemuan dengan KD “Memeriksa kebenaran teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras” dan “Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras” untuk siswa Kelas VIII yang dirancang dalam

empat pertemuan. Selanjutnya silakan Anda menuangkan hasil pemetaan tersebut ke dalam RPP dengan menggunakan format seperti yang tercantum pada KP-1.

#### E. Latihan/ Tugas

Setelah Anda membaca dan memahami isi dari uraian materi dan melakukan aktivitas pembelajaran (bagian C dan D), selanjutnya Anda diminta untuk menyelesaikan tugas.

1. Kerjakan tugas ini secara mandiri terlebih dahulu. Setelah itu konfirmasi atau diskusikan hasil pekerjaan Anda dengan teman sejawat.
2. Gunakan referensi buku teks yang mengacu Kurikulum 2006 dan atau Kurikulum 2013.

#### **Tugas:**

Susunlah RPP berdasarkan hasil pemetaan muatan/isi komponen RPP yang telah Anda selesaikan pada bagian Latihan/Tugas pada KP-2. Gunakan format RPP yang sesuai dengan Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014 seperti pada KP-1.

#### F. Rangkuman

Setelah membuat pemetaan komponen RPP sehingga muatan atau isi antar komponen RPP memiliki benang merah, selanjutnya berdasar pemetaan tersebut kita mendetailkannya sehingga diperoleh RPP. RPP yang disusun berdasarkan hasil pemetaan seperti itu, ketika dipraktekkan berpotensi memunculkan pelaksanaan pembelajaran yang berkualitas.

#### G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Selamat! Anda telah sukses mempelajari Kegiatan Pembelajaran-3 (KP-3). Anda juga telah sukses menyelesaikan tugas. Semoga proses belajar pada KP-3 dapat memperluas wawasan Anda, khususnya terkait kegiatan penyusunan RPP Matematika SMP. Adakah kesulitan dalam mempelajari KP-3, khususnya dalam menyelesaikan tugas? Bila Anda memiliki kesulitan dalam menyelesaikan tugas, silakan Anda lakukan kegiatan sebagai berikut.

### **Tindak Lanjut**

- 1) Pilih satu RPP yang Anda miliki atau teman sejawat Anda miliki yang telah dibuatkan pemetaan muatan komponennya pada saat belajar KP-2.
- 2) Sempurnakan RPP tersebut.

Bila dalam menyempurnakan RPP tersebut ternyata Anda menemukan bahwa RPP yang Anda miliki sekarang dan sedang Anda sempurnakan masih banyak yang 'bolong', sehingga masih perlu dilengkapi agar terwujud RPP yang muatannya memiliki benang merah, maka jangan menyerah. Teruslah belajar dan mencari tahu dari berbagai sumber dan yakinlah bahwa setiap usaha untuk menjadi lebih baik tidak akan pernah sia sia.

### **H. Kunci Jawaban/Petunjuk Menyelesaikan Tugas**

Cermati hasil pemetaan muatan komponen RPP yang telah Anda susun saat mengerjakan latihan/tugas pada KP-2. Siapkan format RPP seperti yang dimuat pada aktivitas KP-1. Isilah tiap komponen RPP berdasar hasil pemetaan.

## Penutup

Penulisan modul ini diharapkan bermanfaat bagi pembaca, khususnya Guru Matematika SMP dalam meningkatkan pemahaman dan keterampilan dalam menyusun RPP dan mempraktekannya.

Modul ini tentu tidak lepas dari kekurangan dan kekeliruan. Oleh karena itu, saran dan kritik yang konstruktif untuk perbaikan modul ini senantiasa diharapkan.

Akhirnya, jika ditemukan ada kekeliruan fatal dalam modul atau saran konstruktif untuk perbaikan esensial terhadap modul ini, silakan disampaikan langsung ke PPPPTK Matematika, Jl.Kaliurang Km.6, Sambisari, Depok, Sleman, DIY, (0274) 881717, atau melalui email sekretariat@p4tkmatematika.org dengan tembusan (cc) kepada penulis: [wardhani.p4tkm@yahoo.com](mailto:wardhani.p4tkm@yahoo.com) atau langsung melalui email penulis.



## Evaluasi

Bahan evaluasi berikut ini dimaksudkan untuk memfasilitasi Anda melakukan evaluasi diri, sehingga Anda dapat mengetahui sejauh mana keberhasilan mempelajari modul ini. Setelah mengerjakan soal evaluasi berikut ini, Anda diharapkan melakukan refleksi. Dalam hal ini yang perlu Anda refleksi utamanya adalah bagaimana Anda berpikir untuk menemukan jawaban, bukan sekedar bagaimana Anda mendapatkan pilihan jawaban benar. Anda juga diharapkan melakukan refleksi terhadap bagaimana Anda berpikir sehingga memutuskan untuk tidak memilih jawaban lainnya

### Soal-soal evaluasi:

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat dengan memberi tanda silang pada huruf di depan pilihan jawaban

1. Seorang guru merancang kegiatan pembelajaran Kompetensi Dasar (KD) tertentu. Kegiatan guru yang dilaksanakan pada kegiatan pendahuluan antara lain adalah ...
  - A. melakukan tes dengan topik seperti topik yang akan dipelajari.
  - B. memberikan umpan balik terhadap proses dan hasil pembelajaran.
  - C. menyampaikan garis besar kegiatan yang akan dilakukan.
  - D. merencanakan pembelajaran pada pertemuan berikutnya.
2. Seorang guru merancang pembelajaran suatu KD tertentu. Materi pembelajaran yang dikembangkan untuk membantu siswa agar optimal penguasaan KDnya adalah ...
  - A. materi prasyarat.
  - B. materi regular.
  - C. materi remidi.
  - D. materi pengayaan.
3. Seorang guru merancang kegiatan pembelajaran KD tertentu. Kegiatan merencanakan pembelajaran pada pertemuan berikutnya dimuat pada tahap pembelajaran ...
  - A. pendahuluan.
  - B. inti.
  - C. Penutup.

- D. remedial.
4. Kegiatan inti yang dilakukan guru dalam pembelajaran dengan pendekatan saintifik adalah mengajak siswa untuk ...
- A. mengamati, menanya, mengumpulkan informasi, menalar, mengasosiasi.
  - B. mengamati, menanya, mengumpulkan informasi, mengasosiasi, mengomunikasikan.
  - C. mengamati, menanya, mendiskusikan, mengumpulkan informasi, mengomunikasikan.
  - D. mengamati, mengumpulkan informasi/mencoba, mengomunikasikan, menanya, menalar/mengasosiasi.
5. Kegiatan yang dilakukan guru pada saat siswa berdiskusi di kelompoknya masing-masing untuk menemukan rumus luas permukaan tabung adalah ...
- A. memperhatikan langkah-langkah kegiatan penemuan yang dilakukan siswa dan meminta siswa menyelesaikan kesulitan yang dihadapi
  - B. memimpin jalannya diskusi kelompok dalam kegiatan penemuan dan membimbing siswa yang mengalami kesulitan
  - C. memandu jalannya diskusi kelompok dalam kegiatan penemuan dan meminta siswa menyelesaikan kesulitan yang dihadapi.
  - D. memberikan pengarahan tentang langkah-langkah kegiatan penemuan serta membimbing siswa yang mengalami kesulitan

Kunci jawaban: 1. C 2. D 3. C 4. B 5.D

## Daftar Pustaka

- Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 16 Tahun 2007, tentang ***Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru***.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 58 tahun 2014, tentang ***Kurikulum 2013 SMP***
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 103 Tahun 2014, tentang ***Pembelajaran pada Dikdasmen***
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 53 Tahun 2015 tentang ***Penilaian Hasil Belajar pada Dikdasmen***
- Sri Wardhani. 2013. Implementasi Kurikulum 2013. *Modul Bahan Pelatihan Nasional Implementasi Kurikulum 2013 Bagi NS/IN/Guru Matematika SMP Tahun 2013*. Jakarta: BPSDMP dan PMP, Kemdikbud
- Sri Wardhani. 2014. Implementasi Kurikulum 2013. *Modul Bahan Pelatihan Nasional Implementasi Kurikulum 2013 Bagi NS/IN/Guru Matematika SMP Tahun 2014*. Jakarta: BPSDMP dan PMP, Kemdikbud
- Sri Wardhani. Yogi Anggraena. Marfuah. 2015. Kurikulum 2013. *Modul Bahan Pelatihan Nasional Implementasi Kurikulum 2013 Bagi NS/IN/Guru Matematika SMP Tahun 2015*. Jakarta: BPSDMP dan PMP, Kemdikbud





**GURU PEMBELAJAR**

**MODUL MATEMATIKA SMP**

**KELOMPOK KOMPETENSI F**

**PROFESIONAL**

**GEOMETRI 1**

**DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN  
KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
2016**



Penulis:

1. Al Krismanto, M.Sc., 081328011398, kristemulawak@yahoo.co.id
2. Dr. Sumardiyono, M.Pd., 081328516171, smrdyn2007@gmail.com
3. Dr. Anton Noornia, M.Pd., 08161605353, antonnoornia@yahoo.com

Penelaah:

1. Dr. Abdurrahman As'ari, M.Pd, M.A, 081334452615,  
abdur.rahman.fmipa@um.ac.id
2. Dr. Sumardiyono, M.Pd., 081328516171, smrdyn2007@gmail.com

Ilustrator:

Tika Setiawati

*Copyright* © 2016

Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial tanpa izin tertulis dari Kementerian Pendidikan Kebudayaan.



## Kata Pengantar

Peningkatan kualitas pendidikan saat ini menjadi prioritas, baik oleh pemerintah pusat maupun daerah. Salah satu komponen yang menjadi fokus perhatian adalah peningkatan kompetensi guru. Peran guru dalam pembelajaran di kelas merupakan kunci keberhasilan untuk mendukung keberhasilan belajar siswa. Guru yang profesional dituntut mampu membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan *output* dan *outcome* pendidikan yang berkualitas.

Dalam rangka memetakan kompetensi guru, telah dilaksanakan Uji Kompetensi Guru (UKG) Tahun 2015. UKG tersebut dilaksanakan bagi semua guru, baik yang sudah bersertifikat maupun belum bersertifikat untuk memperoleh gambaran objektif kompetensi guru, baik profesional maupun pedagogik. Hasil UKG kemudian ditindaklanjuti melalui Program Guru Pembelajar sehingga diharapkan kompetensi guru yang masih belum optimal dapat ditingkatkan.

PPPPTK Matematika sebagai Unit Pelaksana Teknis Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan di bawah pembinaan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan mendapat tugas untuk menyusun modul guna mendukung pelaksanaan Guru Pembelajar. Modul ini diharapkan dapat menjadi sumber belajar bagi guru dalam meningkatkan kompetensinya sehingga mampu mengambil tanggung jawab profesi dengan sebaik-baiknya.

Yogyakarta, Maret 2016

Kepala PPPPTK Matematika,



D. Dra. Daswatia Astuty, M.Pd.

NIP. 196002241985032001



## Daftar Isi

Kata Pengantar .....	iii
Daftar Isi .....	vii
A. Latar Belakang.....	1
B. Tujuan.....	2
C. Peta Kompetensi.....	2
D. Ruang Lingkup.....	3
E. Cara Penggunaan Modul.....	3
Kegiatan Pembelajaran 1 Dasar-Dasar Geometri.....	5
A. Tujuan.....	5
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	5
C. Uraian Materi .....	5
1. Geometri Euclid dan Sistem Aksiomatisnya.....	5
2. Definisi, Postulat, dan Dalil (Teorema).....	7
D. Aktivitas Pembelajaran .....	9
E. Latihan/ Kasus /Tugas .....	10
F. Rangkuman .....	10
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	10
KEGIATAN PEMBELAJARAN 2 GARIS DAN SUDUT .....	11
A. Tujuan.....	11
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	11
C. Uraian Materi .....	11
1. Hubungan Dua Garis.....	12
2. Titik tengah Ruas Garis dan Bisektor .....	14
3. Pengertian Sudut dan Macamnya.....	14
4. Transversal dua Garis .....	18
D. Aktivitas Pembelajaran .....	20
E. Latihan/Kasus/Tugas .....	21
F. Rangkuman .....	21
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	22

---

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3 SEGITIGA DAN SEGIEMPAT .....	23
A. Tujuan .....	23
B. Indikator Pencapaian Kompetensi .....	23
C. Uraian Materi .....	23
1. Segitiga .....	23
2. Segi Empat .....	27
3. Keliling dan Luas Segitiga dan Segiempat .....	30
D. Aktivitas Pembelajaran .....	33
E. Latihan/Kasus/Tugas .....	34
F. Rangkuman .....	35
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut .....	35
KEGIATAN PEMBELAJARAN 4 LINGKARAN .....	37
A. Tujuan .....	37
B. Indikator Pencapaian Kompetensi .....	37
C. Uraian Materi .....	37
1. Lingkaran .....	37
2. Sifat Hubungan Antara Unsur Lingkaran .....	42
3. Keliling Lingkaran .....	45
4. Luas Lingkaran .....	47
5. Garis Singgung Persekutuan Dua Lingkaran .....	48
D. Aktivitas Pembelajaran .....	51
E. Latihan .....	53
F. Rangkuman .....	54
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut .....	54
KEGIATAN PEMBELAJARAN 5 KEKONGRUENAN DAN KESEBANGUNAN .....	55
A. Tujuan .....	55
B. Indikator Pencapaian Kompetensi .....	55
C. Uraian Materi .....	55
1. Bangun-Bangun Datar yang Sama Sebangun .....	56
2. Kekongruenan Segitiga .....	56
3. Kesebangunan .....	57
D. Aktivitas Pembelajaran .....	57

E. Latihan/Kasus/Tugas .....	59
F. Rangkuman .....	60
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	60
KEGIATAN PEMBELAJARAN 6 TEOREMA PYTHAGORAS .....	61
A. Tujuan.....	61
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	61
C. Uraian Materi .....	61
1. Pengertian Teorema Pythagoras .....	61
2. Tripel Pythagoras.....	63
3. Pembuktian Teorema Pythagoras.....	65
4. Kebalikan Teorema Pythagoras .....	68
D. Aktivitas Pembelajaran .....	68
E. Latihan/Kasus/Tugas .....	70
F. Rangkuman .....	71
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	71
KEGIATAN PEMBELAJARAN 7 MELUKIS GEOMETRI.....	73
A. Tujuan.....	73
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	73
C. Uraian Materi .....	73
1. Konstruksi geometris.....	73
2. Melukis Menggunakan Penggaris Siku .....	74
3. Konstruksi-konstruksi Dasar Euclid.....	75
4. Konstruksi Poligon Beraturan .....	84
D. Aktivitas Pembelajaran .....	89
E. Latihan/Kasus/Tugas .....	91
F. Rangkuman .....	91
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	92
EVALUASI.....	99
PENUTUP.....	107
DAFTAR PUSTAKA .....	109

## Daftar Isi

---

## Pendahuluan

### A. Latar Belakang

Geometri merupakan salah satu cabang matematika yang mengkaji bangun-bangun idealisasi dari bangun-bangun nyata yang dikenal dalam kehidupan sehari-hari. Susanto (1996: 20) menyatakan bahwa – untuk dapat mempelajari geometri dengan baik, siswa harus dituntut untuk menguasai kemampuan dasar geometri, keterampilan dalam membuktikan, keterampilan dalam membuat lukisan dasar geometri dan mempunyai daya tilik ruang yang memadai. Selanjutnya ia menyatakan bahwa – khususnya geometri datar merupakan bagian geometri yang memberikan dasar bagi geometri lainnya, misalnya geometri ruang dan geometri transformasi.

Seperti faktanya bahwa geometri memegang peranan penting dalam pengembangan dan pengetatan struktur matematika umumnya, karena dengan geometri yang tersusun secara aksiomatis, cabang matematika lainnya dapat berbenah menyempurnakan sistemnya. Dengan mempelajari sifat aksiomatis geometri, seseorang akan tertata cara berpikirnya secara cermat dan sistematis. Di lain pihak, geometri pengukuran juga menyajikan ruang untuk kreativitas membuat sketsa, menduga, dan menganalisis pemecahan suatu masalah. Rumus atau sifat yang terdapat pada bangun-bangun geometri menghendaki adanya pembuktian atau pembenaran yang dapat didukung tidak saja dengan bantuan perhitungan bilangan dan aljabar juga sketsa geometris yang diberikan. Dalam beberapa kasus, melukis sketsa menjadi lebih teliti sehingga dibutuhkan keterampilan melukis bangun geometris dengan cara yang sepresisi mungkin. Keterampilan melukis geometris dengan bantuan alat geometri (yang amat mendasar) menjadi cara melatih ketelitian dan penalaran logis.

Beberapa deksripsi kajian geometri datar di atas, mengindikasikan pentingnya pengetahuan dan keterampilan yang dimaksud. Kompetensi guru di materi geometri ditentukan oleh seberapa juag kompetensinya pada aspek geometri datar.

B. Tujuan

Modul ini disusun dan dipelajari agar pembaca dapat memperoleh pengetahuan dan keterampilan mengenai sifat deduktif geometri, konsep dan prinsip dalam geometri datar (poligon, kesebangunan, Teorema Pythagoras, dll.) serta lukisannya, yang diawali dengan pemahaman mengenai sifat-sifat garis dan sudut.

C. Peta Kompetensi

Kompetensi yang diharapkan setelah mempelajari modul ini terkait dengan kompetensi pada Permendiknas no. 16 tahun 2007 seperti pada tabel di bawah ini

**Kompetensi Profesional**

STANDAR KOMPETENSI GURU		
KOMPETENSI INTI GURU	KOMPETENSI GURU MATA PELAJARAN/KELAS/KEAH LIAN/BK	Indikator Esensial/ Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)
20. Menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampu.	20.4 Menggunakan konsep-konsep geometri.	20.4.1 Mengidentifikasi aksioma, definisi, teorema yang berlaku pada suatu pernyataan geometris
		20.4.2 Menganalisis bangun datar berdasarkan sifat-sifatnya
		20.4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat bangun datar
		20.4.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan keliling bangun datar
		20.4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan luas bangun datar
		20.4.11 Menentukan kekongruenan dan atau kesebangunan dua bangun datar
		20.4.12 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kekongruenan dan atau kesebangunan bangun datar

STANDAR KOMPETENSI GURU		
KOMPETENSI INTI GURU	KOMPETENSI GURU MATA PELAJARAN/KELAS/KEAH LIAN/BK	Indikator Esensial/ Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)
		20.4. 13 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan Teorema Pythagoras

#### D. Ruang Lingkup

Untuk membantu Anda agar menguasai kemampuan tersebut, pembahasan bab ini dikemas dalam tujuh Kegiatan Pembelajaran sebagai berikut:

- A. Kegiatan Pembelajaran 1: Dasar-dasar Geometri
- B. Kegiatan Pembelajaran 2: Garis dan Sudut
- C. Kegiatan Pembelajaran 3: Segitiga dan Segiempat
- D. Kegiatan Pembelajaran 4: Lingkaran
- E. Kegiatan Pembelajaran 5: Kekongruenan dan Kesebangunan
- F. Kegiatan Pembelajaran 6: Teorema Pythagoras
- G. Kegiatan Pembelajaran 7: Lukisan Geometris

#### E. Cara Penggunaan Modul

Berikut ini beberapa saran dalam cara penggunaan dan pemanfaatan modul.

1. Bacalah modul ini secara runtut, dimulai dari Bab Pendahuluan, agar dapat lebih mudah dan lancar dalam mempelajari kompetensi dan materi dalam modul ini.
2. Bacalah dan pahami tujuan dan indikator pembelajaran dalam setiap kegiatan pembelajaran.
3. Kerjakan apa pun yang ada Aktivitas Pembelajaran dalam modul. Sesekali dapat melihat kembali materi di dalam modul. Kegiatan Pembelajaran berikutnya dipelajari setelah menguasai bahan Kegiatan Pembelajaran sebelumnya.
4. Materi di dalam modul telah diusahakan sesederhana dan selugas mungkin. Pelajari dan pahami uraian materi yang disajikan, bila perlu Anda dapat membaca dan mengulanginya agar lebih memahami,
5. Setelah melakukan aktivitas belajar, barulah berusaha sekuat pikiran, untuk menyelesaikan latihan dan/atau tugas yang ada. Jangan tergoda untuk melihat kunci dan petunjuk jawaban.

6. Setelah memperoleh jawaban atau menyelesaikan tugas, bandingkan dengan kunci atau petunjuk jawaban.
7. Lakukan refleksi berdasarkan proses belajar yang telah dilakukan dan penyelesaian latihan/tugas. Hasil refleksi yang dapat terjadi antara lain ditemukan beberapa bagian yang harus direviu dan dipelajari kembali, ada yang perlu dipertajam atau dikoreksi, dan sebagainya.
8. Setelah mendapatkan hasil refleksi, rencanakan dan lakukan tindak lanjut yang relevan, dalam sesi diklat maupun di luar sesi diklat.

# Kegiatan Pembelajaran 1

## Dasar-Dasar Geometri

### A. Tujuan

Kegiatan pembelajaran ini bertujuan agar guru pembelajar memiliki pengetahuan dasar yang memadai tentang pengertian dan struktur dasar dalam geometri.

### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Peserta atau guru dapat.

1. mendeskripsikan objek kajian geometris secara jelas dan tepat.
2. menjelaskan sifat deduktif geometri secara sederhana.
3. mengidentifikasi aksioma, definisi, teorema yang berlaku pada suatu pernyataan geometris.

### C. Uraian Materi

#### 1. Geometri Euclid dan Sistem Aksiomatisnya

Materi Geometri di tataran pendidikan dasar dan menengah adalah Geometri Euclid. Siapakah Euclid itu, dan apakah Geometri Euclid itu? Euclid (dibaca *yuclid*) atau *Eukleidēs* dalam Bahasa Yunani Kuno. Ia hidup sekitar 300 SM, kadang-kadang disebut *Euclid of Alexandria (Euclid dari Alexandria)* untuk membedakannya dari Euclid dari Megara. Euclid adalah seorang ahli matematika Yunani, sering disebut sebagai "Bapak Geometri". Ia aktif di Alexandria pada masa pemerintahan Ptolemy I (323-283 SM). ***Elements*** adalah salah satu karya Euclid yang paling berpengaruh dalam sejarah matematika, dan menjadi buku teks utama untuk belajar matematika (terutama geometri). Karya ini merupakan simpulan mengenai prinsip-prinsip yang sekarang disebut geometri Euclid (*Euclidian Geometry*). Selain itu, Euclid juga menulis karya-karya lain selain geometri, misalnya teori bilangan.

Euclid menyajikan konsep-konsep awal yang dijadikan dasar pengembangan konsep-konsep geometri selanjutnya, termasuk sistem pembuktian matematika dan tetap dijadikan landasan dasar matematika hingga 23 abad kemudian. Sistem

geometri dalam *Elements* menjadi cikal bakal sistem yang sekarang disebut sebagai *Euclidean Geometry* untuk membedakannya dari *non-Euclidean geometry* yang dikembangkan pada abad ke-19.

Dalam Geometri Euclid terdapat asumsi sekumpulan kecil pengertian intuitif yang disebut aksioma-aksioma, dan berdasarkan aksioma-aksioma tadi disimpulkan banyak proposisi lainnya (teorema). *The Elements* dimulai dengan konsep geometri bidang datar, yang sampai sekarang ini masih diajarkan di sekolah menengah sebagai sebuah sistem aksiomatik pertama dan contoh pertama bukti formal. Selanjutnya juga ada geometri ruang tiga dimensi. Banyak dari *The Elements* juga menyatakan apa yang sekarang disebut sebagai aljabar dan teori bilangan yang dijelaskan dalam bahasa geometri.

Selanjutnya untuk mengawali pemahaman sistem geometri secara aksiomatis ini diperlukan *pengertian pangkal* yang dijadikan pemahaman awal dalam sistem geometri itu sendiri. Hal ini analog dengan diperlukannya pengertian pangkal untuk memahami *sistem operasi bilangan*, dalam hal ini "*bilangan*" merupakan pengertian pangkalnya. Pengertian pangkal adalah pemahaman yang disepakati bersama sebagai awal memulai mengembangkan sebuah sistem dalam matematika. Jadi, pengertian pangkal adalah pengertian yang tidak didefinisikan. Setelah ditetapkannya beberapa pengertian pangkal, maka pengertian-pengertian berikutnya didefinisikan berlandaskan pada pengertian pangkal tersebut.

Ada 3 (tiga) pengertian pangkal terkait dalam sistem geometri yang akan dibahas dalam modul ini yaitu titik, garis, dan bidang.

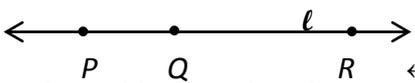
a. Titik

"Benda" yang sering disebut sebagai titik, walaupun memang dapat disebut demikian, tidak pernah ada dalam kehidupan nyata, titik hanyalah sebuah konsep yang ada dalam pikiran seseorang, jadi merupakan "benda pikiran". Misalnya akan ditentukan letak sebuah kota dalam sebuah peta, maka kadangkala cukup dengan memberikan sedikit noktah pada kertas (yang kemudian merepresentasikan titik) yang menyatakan tentang letak kota tersebut. Untuk itu keterangan yang dapat diberikan untuk titik hanyalah *keterangan* berikut: sebuah titik tidak memiliki lebar atau panjang tetapi

menunjukkan tempat. Dalam geometri digambarkan sebagai noktah. Jadi, titik tidak didefinisikan, namun hanya dideskripsikan.

b. Garis

Sama halnya dengan titik, maka garis juga hanya sebuah konsep dasar yang ada dalam pikiran. Dalam Geometri Euclid, yang ada hanyalah istilah garis yang dipakai sebagai pengertian pangkal dengan *keterangan*: sebuah garis tidak mempunyai lebar, tetapi dapat diperpanjang di kedua arahnya. Euclid menjelaskan garis sebagai "panjangnya tak berhingga (*breadthless*)".

Contoh.   
 Garis di atas dapat dilambangkan dengan  $\overleftrightarrow{PQ}$ ,  $\overleftrightarrow{PR}$ ,  $\overleftrightarrow{QR}$ ,  $\overleftrightarrow{QP}$ ,  $\overleftrightarrow{RP}$ , atau  $\overleftrightarrow{RQ}$ .

Catatan: Notasi:  $\overleftrightarrow{PQ}$ , dibaca garis PQ. Titik-titik  $P, Q, R$  dikatakan sebagai titik-titik segaris (kolinear)

Garis di atas juga sering dilambangkan dengan satu huruf kecil, misalnya  $l$ .

Jika Titik  $P$  pada garis  $g$ , maka dilambangkan dengan  $P \in g$

c. Bidang

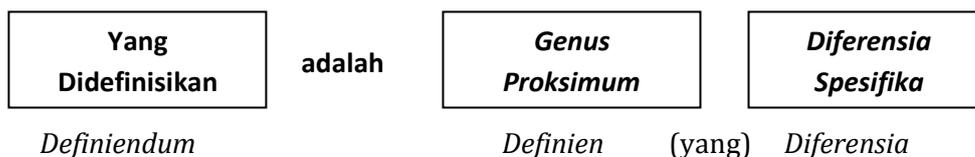
Sama halnya dengan titik dan garis, maka bidang juga hanya sebuah konsep dasar yang ada dalam pikiran. Dalam Geometri Euclid, yang ada hanyalah istilah bidang yang dipakai sebagai pengertian pangkal dengan *keterangan*: sebuah bidang mempunyai tinggi, tetapi dapat diperluas ke semua arah panjang dan lebarnya. Euclid menjelaskan bidang sebagai "luasnya tak berhingga". Dengan demikian maka jika tidak disebutkan lain yang dimaksud adalah bidang datar. Dalam geometri ruang bidang dapat diwakili oleh sebuah (daerah) jajar genjang. Dalam gambar ruang, bagian bidang dapat digambarkan berupa sebarang bangun datar.

2. Definisi, Postulat, dan Dalil (Teorema)

Berdasar pengertian pangkal, sistem dikembangkan dengan membuat definisi-definisi. Selain Definisi dikenal Postulat dan Teorema.

a. Definisi

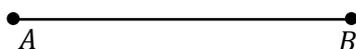
Definisi adalah suatu pengertian yang diungkapkan dengan kalimat yang jelas. Definisi tidak perlu dibuktikan kebenarannya dan ungkapan sebuah definisi menggunakan format tertentu. Adapun formatnya adalah sebagai berikut:



**Genus Proksimum** adalah keluarga/kelompok terdekat (yang lebih umum) dari sesuatu yang didefinisikan, sedangkan **Diferensia Spesifika** adalah ciri-ciri khusus yang membedakan sesuatu yang didefinisikan dari keluarga terdekatnya.

Contoh

Sebuah ruas garis adalah himpunan bagian dari garis lurus **yang** anggotanya terdiri dari dua buah titik pada garis tersebut dan semua titik di antaranya.

Contoh 

Notasi ruas garis di atas:  $\overline{AB}$  (dibaca ruas garis  $AB$ ) atau  $\overline{BA}$  (dibaca ruas garis  $BA$ ). Ruas garis (segmen garis) mempunyai panjang tertentu.

Ruas garis yang kongruen adalah ruas garis yang ukurannya sama.

b. Postulat

Postulat adalah pernyataan pangkal yang tidak dibuktikan (dan diterima sebagai satu kebenaran).

Contoh:

1. Terdapat satu dan hanya satu garis melalui dua titik sembarang.
2. Jika sudut yang kongruen ditambahkan kepada sudut yang kongruen, maka jumlahnya adalah sudut yang kongruen.

Secara simbolik, dapat dituliskan:

$$\begin{aligned} \text{Jika } \angle ABD &\cong \angle ACD \text{ dan } \angle DBC \cong \angle DCB \\ \text{maka } \angle ABD + \angle DBC &\cong \angle ACD + \angle DCB \end{aligned}$$

Catatan: Dua bangun dikatakan "kongruen" atau dengan kata lain "sama dan sebangun" adalah jika memiliki bentuk dan ukuran yang sama. Jadi jika dua sudut kongruen maka pastilah besar sudutnya sama.

Terjadinya definisi, postulat dan dalil secara bergantian dan saling melengkapi satu sama lain adalah untuk dapat digunakan sebagai alasan dalam pembuktian deduktif, kemampuan kognisi analisis dan pembuktian sehingga didapat sebuah kesimpulan yang logis, sistematis dan konsisten.

c. Dalil atau Teorema

Dalil adalah pernyataan yang kebenarannya perlu dibuktikan. .

Contoh:

- (i) Jika dua segitiga dua sisi seletaknya sama dan sudut apitnya sama, maka keduanya kongruen.
- (ii) Jika dalam sebuah lingkaran terdapat dua busur yang sama panjang maka sudut pusatnya yang bersesuaian kongruen.

Tidak semua dalil ditulis dalam bentuk “**jika A, maka B**”, tetapi secara redaksional penulisannya selalu mudah untuk diubah menjadi bentuk “**jika A maka B**”.

Relasi antara besaran-besaran atau ukuran-ukuran dalam suatu dalil, sifat atau teorema dapat dinyatakan dalam suatu relasi aljabar dan dikenal sebagai **rumus**.

D. Aktivitas Pembelajaran

Dengan cara mandiri atau berkelompok (3 hingga 5 orang), lakukanlah aktivitas yang berikut ini.

1. Jelaskan mengapa konsep “titik” dalam geometri dianggap sebagai pengertian pangkal (dijadikan asumsi dan tidak didefinisikan)?
2. Jelaskan mengapa pernyataan berikut *bukan* definisi garis?  
Garis adalah bangun geometri yang hanya memiliki satu dimensi ukuran
3. Kemukakan dengan bahasan Anda sendiri tetapi jelas, singkat dan benar beberapa istilah di bawah ini. Beri contoh masing-masing.

Konsep/istilah	Pengertian	Contoh
Pengertian pangkal		
Aksioma/Postulat		
Teorema/Dalil		
Lemma		
Konjektur ( <i>conjecture</i> )		

4. Buatlah sebuah diagram sederhana sebuah sistem geometri yang menggambarkan hubungan antara: (1) pengertian pangkal, (2) aksioma, (3) definisi, dan (4) dalil atau pernyataan

### E. Latihan/ Kasus /Tugas

Untuk memantapkan pemahaman Anda mengenai materi kegiatan pembelajaran ini, jawablah beberapa pertanyaan di bawah ini.

1. Apa yang dimaksud Geometri Euclid?
2. Apa yang dimaksud pengertian pangkal?, Aksioma/postulat?
3. Jelaskan pengertian Definisi!
4. Jelaskan pula yang dimaksud dengan dalil.

### F. Rangkuman

Dasar-dasar geometri membicarakan tentang objek kajian geometri yang meliputi titik, garis dan bidang, serta semua bangun geometri yang tersusun dari ketiga komponen tersebut. Dasar-dasar geometri juga membicarakan mengenai sistem aksiomatis geometri yang memuat pengertian pangkal, aksioma/postulat, definisi, dan dalil/ Pernyataan/teorema.

### G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Periksalah pemahaman Anda dengan materi yang disajikan dalam modul ini, serta hasil pengerjaan latihan/tugas dengan kunci jawaban. Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar latihan/tugas, maka Anda dapat dianggap menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan dipelajari kembali dan berdiskusi dengan teman sejawat untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan. Setelah Anda telah dapat menguasai kompetensi pada kegiatan pembelajaran ini, maka silakan berlanjut pada kegiatan pembelajaran selanjutnya.

## KEGIATAN PEMBELAJARAN 2

### GARIS DAN SUDUT

#### A. Tujuan

Kegiatan pembelajaran ini bertujuan agar guru pembelajar memiliki pengetahuan dasar yang memadai tentang garis dan sudut, serta sifat-sifatnya.

#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

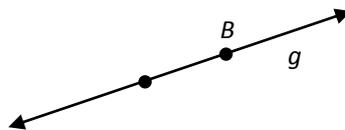
Peserta dapat.

1. Mengidentifikasi macam kedudukan 2 garis.
2. Menjelaskan pengertian dan macam sudut serta pasangan sudut.
3. Menjelaskan hubungan sudut-sudut yang terbentuk pada transversal dua garis sejajar.

#### C. Uraian Materi

Garis dan sudut, dua objek berbeda di dalam geometri. Jika garis termasuk pengertian pangkal atau *primitif term*, maka sudut bukan pengertian pangkal. Dalam hal ini sudut dapat didefinisikan melalui pengertian garis.

Apa yang disebut garis adalah objek tak didefinisikan yang telah dimaklumi dan dipahami kebanyakan orang. Ia hanya memiliki satu dimensi, yang memiliki dua arah bertolak belakang dan memanjang sejauh tak hingga di kedua arah tsb. Apa yang kita sebut sinar adalah bagian dari garis, yang tidak lain memiliki satu arah untuk memanjang dan sebuah titik ujung (yang disebut titik pangkal sinar). Sementara apa yang disebut segmen garis atau ruas garis adalah bagian garis atau sinar yang memiliki 2 titik ujung (disebut juga titik batas ruas garis).



Garis  $g$  dapat juga dinamakan garis  $\overleftrightarrow{AB}$ . Sementara sinar yang bertitik pangkal di A dinamakan sinar  $\overrightarrow{AB}$  (dengan tanda panah di atas huruf AB mengarah ke kanan).

Ruas garis yang dibatasi oleh A dan B secara sederhana ditulis dengan  $\overline{AB}$ . Ini adalah kesepakatan yang umum dipakai dalam matematika, namun dalam beberapa literatur bisa saja membuat aturan untuk lebih menyederhakan cara penulisan simbol garis, sinar dan ruas garis.

Berikut dibahas mengenai sifat hubungan antar garis dan karakteristik sudut.

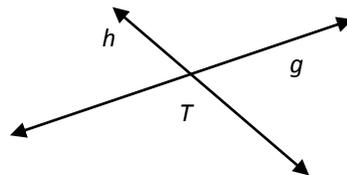
### 1. Hubungan Dua Garis

Hubungan dua garis bergantung pada dimensi yang dibicarakan. Hubungan dua garis dalam dimensi dua (bidang datar) akan berbeda hubungannya di dimensi tiga (ruang).

Berikut ini hubungan dua garis di bidang datar, yaitu jika kedua garis terletak pada bidang yang sama.

a. Mempunyai tepat satu titik persekutuan: berpotongan.

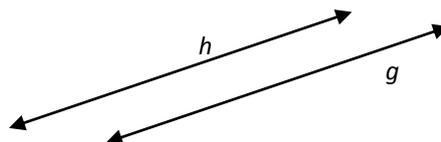
Keduanya mempunyai satu titik persekutuan atau titik potong. Kedua garis membentuk 4 (empat) sinar garis yang bersekutu pada satu titik awal, yaitu titik  $T$ . Titik  $T$  ini disebut titik potong kedua garis.



b. tidak mempunyai titik persekutuan: sejajar

Jika garis  $g$  dan  $h$  tidak mempunyai titik persekutuan, maka  $g$  dan  $h$  dikatakan sejajar.

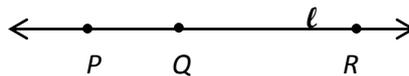
Garis  $g$  dan  $h$  sejajar dilambangkan dengan  $g \parallel h$ .



Panjang ruas garis terpendek yang menghubungkan sebuah titik pada  $g$  dan sebuah titik pada  $h$  dinamakan jarak kedua garis tersebut.

- c. Mempunyai minimal 2 titik persekutuan: berimpit

Jika dua garis minimal memiliki 2 titik persekutuan, maka dipastikan kedua garis memiliki tak hingga banyaknya titik persekutuan. (Mengapa? Ingat, salah satu aksioma dalam geometri).



Garis  $\overleftrightarrow{PQ}$  dan  $\overleftrightarrow{PR}$  adalah dua garis kongruen. Keduanya berimpit. Dua garis berimpit pada hakekatnya adalah sebuah garis, namun bisa mewakili dua jenis garis berbeda.

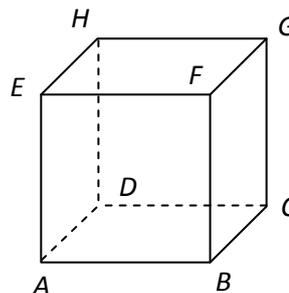
Contoh. Pada sebuah segitiga ABC siku-siku di C. Jika  $l$  adalah garis yang memuat garis tinggi segitiga dari titik sudut A dan  $m$  garis yang memuat sisi AC, maka garis  $l$  dan  $m$  berimpit.

Contoh lain. Garis sumbu dan garis berat segitiga samasisi juga berimpit.

Hubungan dua garis pada ruang, macamnya hampir sama dengan hubungan pada bidang datar, kecuali ditambah satu hubungan lagi yang disebut hubungan 2 garis yang saling bersilangan.

Dua garis dikatakan bersilangan, jika kedua garis tidak memiliki titik persekutuan dan tidak sejajar. Secara lebih ringkas, dua garis dikatakan bersilangan jika kedua garis tidak terletak pada satu bidang datar.

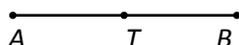
Contoh sederhana pada kubus  $ABCD.EFGH$ . Garis yang memuat rusuk  $AB$  bersilangan dengan garis yang memuat rusuk  $FG$ .



2. Titik tengah Ruas Garis dan Bisektor

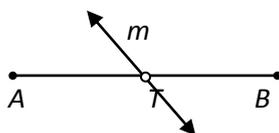
Terkait dengan ruas garis, terdapat beberapa konsep di bawah ini.

- a. Titik tengah sebuah ruas garis adalah sebuah titik yang memisahkan/membagi ruas garis tersebut menjadi dua ruas garis yang sama ukurannya (kongruen).



$$T \text{ titik tengah } \overline{AB} \Rightarrow \overline{AT} \cong \overline{TB}, AT = TB$$

- b. Bisektor dari sebuah ruas garis adalah garis yang memisahkan/membagi ruas garis tersebut menjadi dua ruas garis yang sama ukurannya (kongruen)

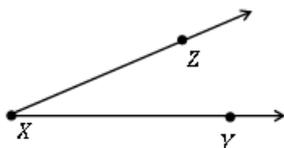


$$m \text{ bisektor } \overline{AB} \Rightarrow \overline{AT} \cong \overline{TB}; AT = TB$$

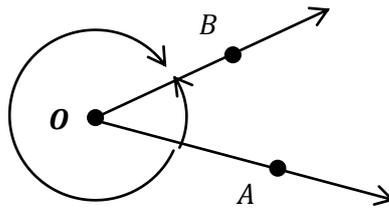
3. Pengertian Sudut dan Macamnya

- a. Pengertian Sudut

Sudut dapat didefinisikan bermacam-macam. Sudut dapat didefinisikan sebagai bangun geometri yang dibentuk oleh dua sinar dengan titik pangkal yang berimpit. Definisi ini bersifat statis. Besar sudut yang diperhatikan adalah besar sudut terkecil yang terbentuk.



Definisi yang lebih umum, sudut adalah bangun yang terjadi jika dua sinar bersekutu pada kedua titik pangkal (titik awal)nya di mana salah satu kaki sudut dianggap sebagai hasil perputaran sinar yang lain dengan poros di titik pangkalnya.

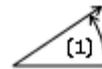


Ukuran besarnya suatu sudut dinyatakan oleh besar putaran salah satu kaki terhadap kaki sudut lainnya. Dengan definisi ini, dari besar putarannya jelas akan terbedakan antara sudut yang ukurannya kecil maupun yang besar dengan dua sinar yang sama.

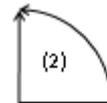
b. Macam sudut

Dengan memperhatikan besar putaran yang terbentuk dari awal sampai satu putaran penuh diklasifikasikan/didefinisikan sebagai berikut (Gellert et.al, 1977:147-148).

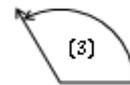
1) sudut lancip, besarnya kurang dari seperempat putaran penuh.



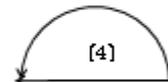
2) sudut siku-siku, besarnya *seperempat* putaran penuh



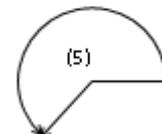
3) sudut tumpul, besarnya lebih dari seperempat putaran, kurang dari setengah putaran.



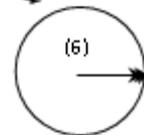
4) sudut lurus, besarnya setengah putaran penuh



5) sudut refleks, besarnya lebih dari setengah putaran, kurang dari satu putaran penuh.



6) sudut penuh, besarnya satu putaran penuh.

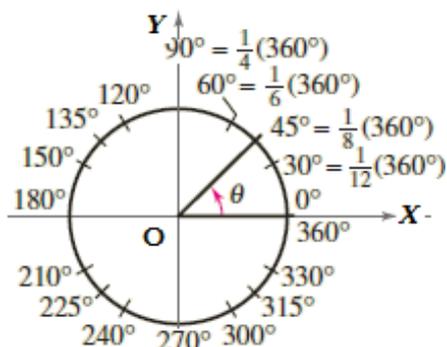


c. Satuan Ukuran Sudut

Tiga macam satuan sudut yang banyak digunakan: derajat, radian, dan gradian.

### 1) Satuan Derajat

Bila pada sebuah lingkaran digambar jari-jari sedemikian sehingga membaginya menjadi 360 bagian yang sama, maka sudut antara setiap dua jari-jari yang berurutan besarnya dinamakan 1 (satu) derajat, dilambangkan  $1^\circ$ .



Demikianlah maka  $1^\circ$  adalah ukuran sudut yang besarnya sepertigarusenampuluh putaran penuh. Satu derajat dibagi menjadi 60 sama besar, masing-masing dinamakan 1 menit ( $1'$ ). Satu menit dibagi menjadi 60 sama besar, masing-masing 1 detik ( $1''$ ).

Jadi pada ukuran sudut ini berlaku:  $1^\circ = 60' = 3600''$

(satu derajat sama dengan 60 menit, sama dengan 3600 detik).

Pada perhitungan, sering juga digunakan satuan campuran. Dalam derajat dilambangkan dengan sistem desimal, misalnya  $31,5^\circ = 31^\circ 30'$ .

### 2) Satuan radian

Besar  $\theta$  radian adalah ukuran dari sudut pusat yang memotong busur yang sama panjangnya dengan panjang jari-jari lingkaran  $\theta = \frac{s}{r}$ .

Jika  $s = r$ , maka sudut  $\theta$  besarnya 1 radian.

Karena keliling lingkaran atau panjang busur lingkaran penuh adalah  $2\pi r$ , maka besar sudut satu lingkaran penuh adalah  $2\pi$  radian.

$$\text{Jadi } 2\pi \text{ rad} = 360^\circ \qquad 1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57,295779513\dots^\circ \approx 57^\circ 17' 44''$$

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ \qquad 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \approx 0.01745329252 \text{ rad}$$

$$\frac{1}{2} \pi \text{ rad} = 90^\circ$$

Lingkaran satuan adalah lingkaran yang panjang jari-jarinya 1 satuan. Karena itu maka kelilingnya adalah  $2\pi$ . Selanjutnya besar sudut-sudut

pusatnya pun dapat dinyatakan sesuai panjang busurnya. Misalnya, panjang busur  $1/6$  lingkaran sering disebut  $60^\circ$  sesuai sudut pusatnya. meskipun berlaku hanya jika panjang jari-jarinya 1 satuan.

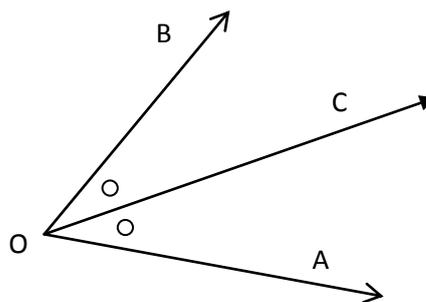
### 3) Satuan gradian

Satuan yang satu ini jarang muncul di buku pelajaran, tetapi selalu hadir dalam kalkulator saintifik. Dalam kalkulator dikenal dengan simbol GRAD. Untuk satuan derajat =  $t$  dengan DEG dan satuan radian dengan RAD. Satuan sudut ini banyak dipergunakan untuk kepentingan yang terkait dengan ilmu geologi. Busur sebesar 1 gradian di permukaan bumi sepanjang lingkaran equator kira-kira sama dengan jarak 100 km.

Dalam satuan gradian, satu putaran penuh diukur sebagai 400 gradian, yang disingkat 400 grad atau  $400^g$ .

Jadi,  $400^g = 360^\circ$  sehingga  $10^g = 9^\circ$  atau  $1^g = 0,9^\circ$ .

- d. Bisektor sudut (garis bagi) adalah sinar garis yang titik pangkalnya berimpit dengan titik sudut tersebut dan dengan masing-masing sisi sudut tersebut membentuk dua sudut yang kongruen.



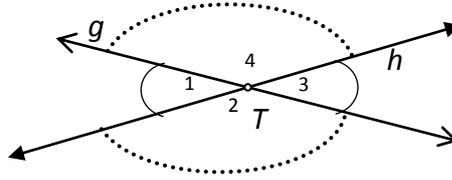
Sinar OC pada gambar di atas merupakan bisektor sudut AOB.

- e. Relasi Dua Sudut

- 1) Dua sudut bersisian adalah dua sudut yang titik sudut dan salah satu kakinya bersekutu, dan kaki lainnya berada di dua pihak berbeda dari kaki yang bersekutu.
- 2) Dua sudut bertolak belakang adalah dua sudut yang terbentuk oleh perpotongan dua garis yang masing-masing sudut tidak memiliki kaki sudut yang sama.
- 3) Dua sudut saling berkomplemen adalah dua sudut yang jumlah besar/ukurannya  $90^\circ$ . Disebut juga sudut-sudut yang saling berpenyiku.

- 4) Dua sudut saling bersuplemen adalah dua sudut yang jumlah besar/ukurannya  $180^\circ$ . Disebut juga sudut-sudut yang saling berpelurus.

Contoh.



Sinar-sinar garis membentuk sudut-sudut:  $\angle T_1$ ,  $\angle T_2$ ,  $\angle T_3$ , dan  $\angle T_4$ .

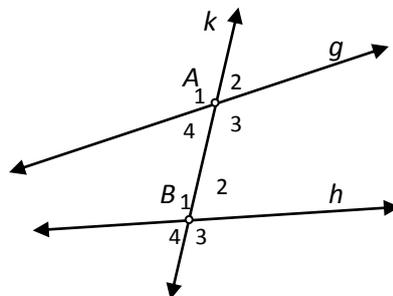
Pasangan sudut-sudut  $\angle T_1$ , dengan  $\angle T_3$ , dan  $\angle T_2$  dengan  $\angle T_4$  masing-masing dinamakan pasangan sudut-sudut bertolak belakang.

Pasangan sudut  $\angle T_1$  dengan  $\angle T_2$ ,  $\angle T_2$  dengan  $\angle T_3$ ,  $\angle T_3$  dengan  $\angle T_4$  dan  $\angle T_4$  dengan  $\angle T_1$ , masing-masing dinamakan sudut bersisian.

Pasangan sudut  $\angle T_1$  dengan  $\angle T_4$ ,  $\angle T_4$  dengan  $\angle T_3$ ,  $\angle T_3$  dengan  $\angle T_2$  dan  $\angle T_2$  dengan  $\angle T_1$ , masing-masing dinamakan pasangan sudut saling bersuplemen.

#### 4. Transversal dua Garis

- Dua garis yang saling tegak lurus adalah dua garis yang berpotongan dan membentuk sudut siku-siku.
- Jika garis  $k$  memotong garis  $g$  dan  $h$ , maka garis  $k$  dinamakan garis transversal  $g$  dan  $h$ .
- Jika garis  $k$  transversal terhadap garis  $g$  dan  $h$ , maka terbentuk sudut-sudut:

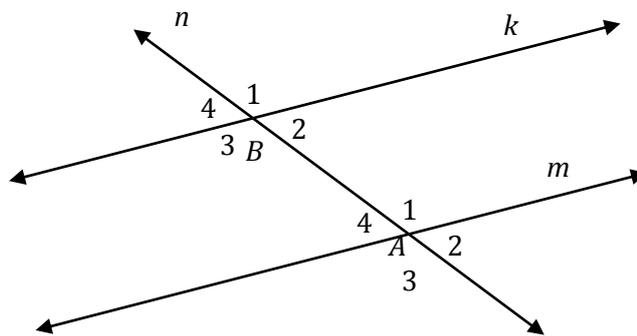


No	Nama pasangan sudut	Contoh
(i)	sehadap	$\angle A_1$ dan $\angle B_1$
(ii)	luar berseberangan	$\angle A_1$ dan $\angle B_3$
(iii)	dalam berseberangan	$\angle A_4$ dan $\angle B_2$
(iv)	luar sepihak	$\angle A_1$ dan $\angle B_4$
(v)	dalam sepihak	$\angle A_3$ dan $\angle B_2$

d. Jika garis  $g \parallel h$  dipotong oleh transversal  $k$ , maka:

- 1) sudut-sudut sehadapnya sama besar.
- 2) sudut-sudut luar berseberangannya sama besar.
- 3) sudut-sudut dalam berseberangannya sama besar.
- 4) sudut-sudut luar sepihaknya saling berpelurus.
- 5) sudut-sudut dalam sepihaknya saling berpelurus.

Dalam hal ini, dapat diilustrasikan kedua garis yang sejajar ( $k$  dan  $m$ ) membagi daerah menjadi 2 jenis: dalam dan luar. Daerah dalam adalah daerah yang dibatasi kedua garis tsb. Kemudian, garis transversal (yaitu  $n$ ) membagi daerah menjadi 2 sehingga dua sudut bisa berseberangan bisa pula sepihak (di daerah yang sama).



Pada gambar di atas,  $\angle A_1 = \angle B_1$  (sehadap)

$\angle A_1 = \angle B_3$  (dalam berseberangan)

$\angle A_2 = \angle B_4$  (luar berseberangan)

$\angle A_1 + \angle B_2 = 180^\circ$  (dalam sepihak)

$\angle A_2 + \angle B_1 = 180^\circ$  (luar sepihak)

D. Aktivitas Pembelajaran

Buatlah kelompok 3-5 orang yang masing-masing mengerjakan tiga bahan aktivitas di bawah ini dengan kelompok 3-5 orang. Verifikasikan hasilnya dengan kelompok lainnya untuk memperoleh hasil akhir.

1. Cermati dan kajilah perbedaan-perbedaan dari dua definisi sudut di bawah ini.

Definisi 1. Sudut adalah bangun geometri yang terdiri dari 2 sinar yang bertitik pangkal sama.

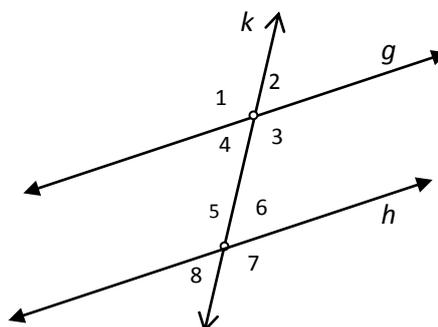
Definisi 2. Sudut adalah bangun geometri yang terjadi dari perputaran sebuah sinar dengan poros titik pangkalnya.

Letak perbedaan	Definisi 1	Definisi 2
Ada tidaknya daerah (region) yang terbentuk		
Besar sudut maksimum yang dapat didefinisikan		
Ada tidaknya sudut berarah (positif dan negatif)		

2. Pada beberapa buku pelajaran dinyatakan hubungan berikut ini:  $\pi = 180^\circ$ . Jika ditanya, berapa nilai  $\pi$  di atas? Banyak dari siswa menjawab, nilai  $\pi$  di sini adalah  $180^\circ$ .

- a. Jelaskan mengapa ini keliru (merupakan miskonsepsi)!
- b. Harusnya nilai  $\pi = 3,1415926535.....$
- c. Bagaimana seharusnya membaca dan memahami hubungan di atas?

3. Pada gambar di bawah ini garis yang bertanda anak panah sama menandai garis-garis yang sejajar. Lengkapi tabel berikut dengan mengidentifikasi minimal 8 hubungan sudut yang terjadi pada gambar.



No	Nama pasangan (2 atau lebih) sudut	Hubungannya	Pasangan yang ada pada gambar
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

E. Latihan/Kasus/Tugas

- Sudut  $A$  dan  $B$  saling berpenyiku dan sudut  $B$  dan  $C$  saling berpelurus. Jika besar  $\angle A$  : besar  $\angle C = 7 : 16$  dan besar  $\angle B$  : besar  $\angle C = 1 : 8$ , berapa besar sudut masing-masing?
- Ubahlah ke sistem desimal dalam derajat:
  - $25^\circ.45'$
  - $40^\circ.32'$
  - $65^\circ.45'.15'$
  - $57^\circ.30'.15''$
- Nyatakan dalam derajat:
  - $1 \frac{2}{3} \pi$  rad
  - $\frac{7}{12} \pi$  rad
  - 1 rad
  - $\frac{2}{3}$  rad
- Nyatakan dalam radian atau  $\pi$  radian
  - $75^\circ$
  - $300^\circ$
  - $100^\circ$
  - $20^\circ$
- Sebuah roda berputar dengan kecepatan 2160 RPM (*rotation per minute*; putaran per menit).
  - Berapa RPS (*rotation per second*; putaran per detik) kecepatan itu?
  - Berapa derajat yang dilampauinya dalam seperempat detik?

F. Rangkuman

Sudut dapat dipandang sebagai bentukan dari sebuah sinar yang diputar, sehingga besar sudut juga dapat ditentukan oleh berapa besar putaran yang terjadi. Untuk satuannya dikenal satuan derajat dan satuan radian. Hubungan dua sudut juga dapat ditentukan berdasarkan jumlah ukurannya. Relasi dua garis dapat

berpotongan maupun sejajar (dalam kasus ekstrim keduanya berimpit). Terdapat banyak relasi khusus beberapa garis yang ditentukan oleh besar sudut-sudut yang terbentuk.

#### G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Periksalah pemahaman Anda dengan materi yang disajikan dalam modul ini, serta hasil pengerjaan latihan/tugas dengan kunci jawaban. Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar latihan/tugas, maka Anda dapat dianggap menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan dipelajari kembali dan berdiskusi dengan teman sejawat untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan. Setelah Anda telah dapat menguasai kompetensi pada kegiatan pembelajaran ini, maka silakan berlanjut pada kegiatan pembelajaran selanjutnya.

## KEGIATAN PEMBELAJARAN 3

### SEGITIGA DAN SEGIEMPAT

#### A. Tujuan

1. Mengidentifikasi sifat-sifat segitiga dan segi empat dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah terkait segitiga dan segiempat;
2. Menaksir dan/atau menghitung keliling dan luas bangun datar dengan menerapkan prinsip-prinsip terkait keliling dan luas segitiga dan segi empat;

#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

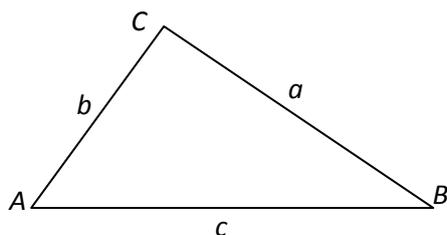
Peserta diklat dapat

1. mendeskripsikan berbagai jenis segitiga.
2. mendeskripsikan sifat-sifat garis-garis istimewa dalam segitiga.
3. mendeskripsikan berbagai jenis segi empat
4. menganalisis berbagai segi empat dan segitiga berdasarkan sisi, sudut, dan hubungan antar sisi dan antar sudut
5. menjelaskan cara menghitung luas segitiga dan segi empat.
6. menurunkan rumus keliling dan luas berbagai macam segiempat dan segitiga
7. menyelesaikan permasalahan nyata yang terkait penerapan sifat-sifat segitiga dan segiempat

#### C. Uraian Materi

##### 1. Segitiga

Segitiga terbentuk oleh tiga ruas garis yang setiap ujungnya bersekutu dengan sebuah ujung ruas garis lainnya. Persekutuan-persekutuan tersebut membentuk (tiga) buah titik sudut segitiga. Ruas garis semula membentuk sisi-sisi segitiga. Ketiga ruas garis melingkupi sebuah *daerah segitiga*". Jumlah ketiga panjang ruas garis dinamakan keliling segitiga tersebut. Ukuran besar daerah segitiga merupakan ukuran luas daerah segitiga yang secara singkat dinamakan luas segitiga.



Jika segitiganya dinamakan  $ABC$ , maka panjang sisi-sisi  $\triangle ABC$  di hadapan sudut  $A$ ,  $B$ , dan  $C$  berturut-turut dilambangkan dengan  $a$ ,  $b$ , dan  $c$ . **Salah satu** cara menamai sudut pada titik sudut  $A$ ,  $B$ , dan  $C$  berturut-turut adalah  $\alpha$ ,  $\beta$ , dan  $\gamma$ .

**a. Jenis Segitiga**

Berdasarkan besar sudutnya:

- 1) Segitiga lancip: ketiga sudutnya lancip
- 2) Segitiga siku-siku: salah satu sudutnya siku-siku
- 3) Segitiga tumpul: salah satu sudutnya tumpul

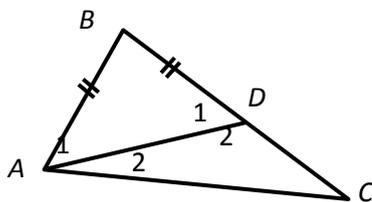
Berdasarkan panjang sisinya:

- 1) Segitiga samasisi: ketiga sisinya sama panjang
- 2) Segitiga samakaki: mempunyai dua sisi yang sama panjang
- 3) Segitiga sembarang: segitiga yang tidak memiliki sepasang sisi sama panjang.

**b. Ketidaksamaan Pada Segitiga**

- 1) Jika dua buah sisi sebuah segitiga tidak sama panjang, maka sudut terbesar terletak di hadapan sisi terpanjang.

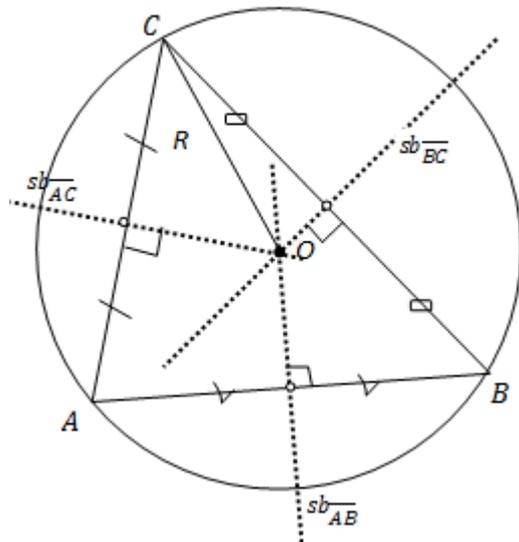
Pada  $\triangle ABC$ ,  $BC > AB \Rightarrow u\angle BAC > u\angle ACB$



- 2) Jika dua buah sudut pada sebuah segitiga tidak sama, maka sisi terpanjang terletak di hadapan sudut terbesar: Pada  $\triangle ABC$ ,  $m\angle A > m\angle C \Rightarrow BC > AB$
- 3) Dalam sebuah segitiga, jumlah panjang dua buah sisi, lebih panjang dari panjang sisi yang ketiga. Jika pada  $\triangle ABC$ ,  $\overline{AC}$  yang panjangnya  $b$  adalah sisi terpanjang pun,  $b < a + c$

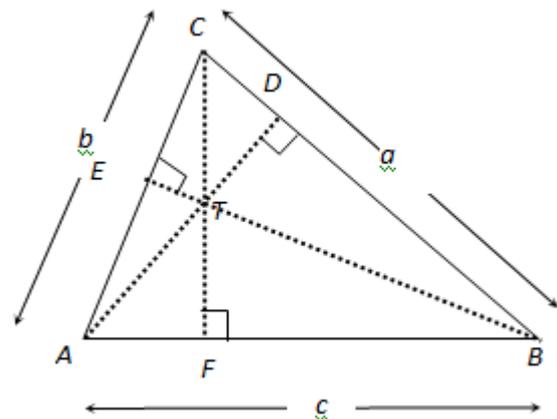
**c. Sumbu Sisi Segitiga**

- 1) Sumbu sisi segitiga adalah garis yang melalui titik tengah sisi segitiga dan tegak lurus sisi tersebut.
- 2) Ketiga sumbu berpotongan pada satu titik (misal di  $O$ )  
Titik  $O$  berjarak sama terhadap ketiga titik sudut, sehingga merupakan pusat lingkaran luar segitiga tersebut.



**d. Garis Tinggi Segitiga**

- 1) Garis tinggi adalah ruas garis yang melalui sebuah titik sudut dan tegak lurus pada sisi di hadapan titik sudut tersebut.
- 2) Ketiga garis tinggi suatu segitiga bertemu di satu titik, disebut titik tinggi segitiga tersebut.
- 3) Panjang dua garis tinggi suatu segitiga berbanding sebagai kebalikan sisi-sisi yang berhadapan.



$$\overline{AD} \perp \overline{BC} \text{ dan } \overline{BE} \perp \overline{AC} \text{ maka } AD : BE = \frac{1}{BC} : \frac{1}{AC}$$

Catatan :

sering dinyatakan:  $t_a : t_b = \frac{1}{a} : \frac{1}{b}$ ;  $t_b : t_c = \frac{1}{b} : \frac{1}{c}$ , dan  $t_a : t_b : t_c = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}$

**e. Garis Berat**

Garis berat dalam sebuah segitiga adalah ruas garis yang melalui sebuah titik sudut dan titik tengah sisi di hadapan (titik) sudut tersebut.

$AE = CE; AF = BF; BD = CD \Rightarrow \overline{AD}, \overline{BE},$  dan  $\overline{CF}$  adalah garis-garis berat.

Ketiga garis berat dalam sebuah segitiga berpotongan pada sebuah titik.

Titik tersebut dinamakan titik berat segitiga tersebut.

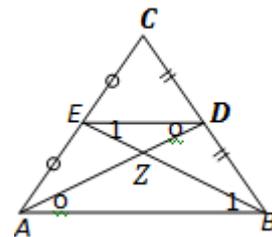
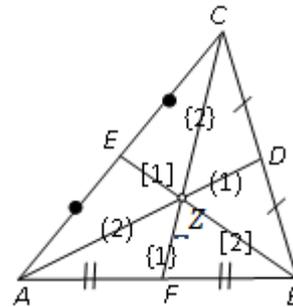
Titik Z adalah titik berat.

Ketiga garis berat dalam sebuah segitiga berpotongan pada titik berat dengan perbandingan panjang bagian-bagiannya 2 : 1, dengan bagian terpanjang dekat pada titik sudut.

$$AZ : ZD = BZ : ZE = CZ : ZF = 2 : 1$$

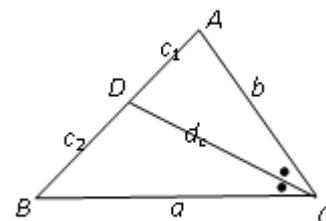
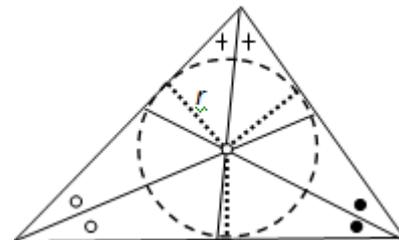
Jika  $z_a$  panjang garis berat dari titik sudut A,

$$\text{maka } z_a^2 = \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}c^2 - \frac{1}{4}a^2$$



#### f. Garis bagi

- 1) Garis bagi sebuah sudut pada sebuah segitiga adalah ruas garis dari titik sudut yang bersangkutan ke salah satu titik pada sisi di hadapan titik sudut tersebut dan membagi dua sama besar sudut tersebut.
- 2) Ketiga garis bagi pada sebuah segitiga berpotongan pada sebuah titik, dan dinamakan titik bagi segitiga tersebut.
- 3) Titik bagi sebuah segitiga merupakan titik pusat lingkaran dalam segitiga tersebut. Lingkaran tersebut menyinggung semua sisi segitiga.
- 4) Garis bagi sudut suatu segitiga membagi sisi yang berhadapan atas dua bagian yang berbanding sebagai sisi-sisi yang berdekatan  $DA : DB = AC : BC$  atau  $c_1 : c_2 = b : a$
- 5) Panjang garis bagi  $\angle ACB$   $d_c^2 = ab - c_1 c_2$

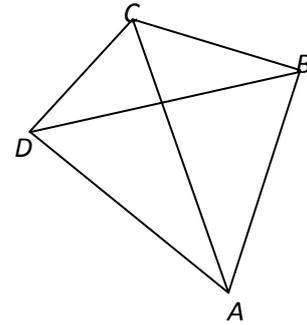


## 2. Segi Empat

### a. Pengertian

Segiempat adalah bangun datar yang terbentuk oleh 4 ruas garis yang ditentukan oleh 4 buah titik, yang setiap 3 titiknya tidak segaris, dan ruas-ruas garis itu saling bertemu hanya di tiap-tiap titik ujungnya. (Clemens, 1984:17).

Setiap segiempat (segi-4  $ABCD$ ) mempunyai:



- 1) Empat sisi yaitu ruas-ruas garis pembentuk segiempat:  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$ , dan  $\overline{DA}$ .
- 2) Empat titik sudut yaitu titik persekutuan antara sisi-sisinya yang berpotongan ( $A$ ,  $B$ ,  $C$ , dan  $D$ ). Jumlah keempat sudutnya  $360^\circ$ .
- 3) Dua pasangan sisi berhadapan yaitu pasangan sisi yang tidak berpotongan (pada ruas garisnya) ( $\overline{AB}$  dengan  $\overline{CD}$  dan  $\overline{BC}$  dengan  $\overline{DA}$ )
- 4) Pasangan sisi bersisian, yaitu sisi-sisi yang merupakan kakl titik sudut ( $\overline{AB}$  dengan  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AB}$  dengan  $\overline{AD}$ ,  $\overline{CD}$  dan  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  dengan  $\overline{AD}$ )
- 5) Dua pasang titik sudut berhadapan yaitu titik sudut yang tidak memiliki sisi persekutuan. ( $A$  dengan  $D$  dan  $B$  dengan  $C$ )
- 6) Dua pasang sudut berhadapan, yaitu pasangan sudut pada titik sudut yang berhadapan ( $\angle A$  dengan  $\angle D$  dan  $\angle B$  dengan  $\angle C$ )
- 7) Dua buah diagonal, yaitu ruas garis penghubung dua titik yang berhadapan. ( $\overline{AC}$  dan  $\overline{BD}$ )

### b. Jenis-jenis segiempat

Ada beberapa macam segiempat yang memiliki sifat khusus, yaitu:

- 1) jajargenjang, ialah segiempat yang setiap pasang sisinya yang berhadapan sejajar.
- 2) jajargenjang yang mempunyai sebuah sudut siku-siku disebut persegipanjang (*Catatan:* Dengan adanya satu sudut siku-siku, maka dengan sendirinya berakibat semua sudutnya siku-siku)
- 3) persegipanjang yang semua sisinya sama panjang disebut persegi
- 4) jajar genjang yang keempat sisinya sama panjang dinamakan belahketupat
- 5) belahketupat yang mempunyai sudut siku-siku disebut persegi.

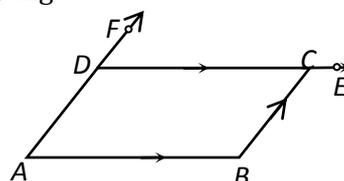
- 6) Layang-layang ialah segiempat yang mempunyai *tepat dua* pasang sisi yang bersisian sama panjang (Clemens, 1984: 115).
- 7) Trapesium ialah segiempat yang mempunyai tepat sepasang sisi sejajar. Sisi-sisi yang tidak sejajar dinamakan kaki-kaki trapesium.
- trapesium yang salah satu titik sudutnya siku-siku disebut trapesium siku-siku.
  - trapesium yang kedua kakinya sama panjang dinamakan trapesium sama kaki.

**c. Prinsip-prinsip (Sifat-sifat dan Dalil) pada Segiempat**

- 1) Prinsip-prinsip dalam/yang berhubungan dengan jajargenjang

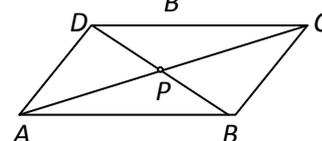
**P1** Dalam setiap jajargenjang, sudut-sudutnya yang berhadapan sama besarnya.

Pada jajargenjang  $ABCD$ , besar  $\angle A = \angle C$  dan  $\angle B = \angle D$



**P2** Dalam setiap jajargenjang setiap dua sisi yang berhadapan sama panjang.

Pada jajargenjang  $ABCD$ ,  $CD = AB$  dan  $AD = BC$



**P3** Dalam setiap jajargenjang kedua diagonalnya saling membagi dua sama panjang.

Pada jajargenjang  $ABCD$ :  $(\overline{AC}, \overline{BD}) = P$ , maka:  $AP = CP$  dan  $BP = DP$

**P4** Jika dalam sebuah segiempat dua sisi yang berhadapan sejajar dan sama panjang, maka segiempat tersebut adalah jajargenjang,

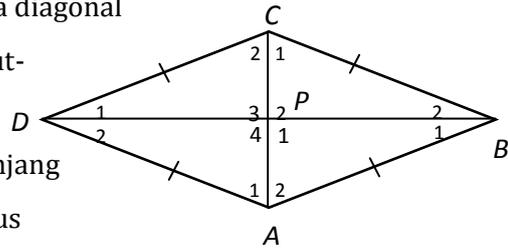
Jika pada segiempat  $ABCD$ ;  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  dan  $AB = DC$ , maka  $ABCD$  jajargenjang

atau: Jika dalam sebuah segiempat dua sisi yang berhadapan sejajar dan kongruen, maka segiempat tersebut adalah jajargenjang,

Jika pada segiempat  $ABCD$ ;  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  dan  $AB \cong DC$ , maka  $ABCD$  jajargenjang

**P5** Dalam setiap belahketupat kedua diagonal

- membagi dua sama sudut-sudut belah ketupat itu.
- saling berpotongan sama panjang
- saling berpotongan tegaklurus



Keterangan:

Pada belahketupat  $ABCD$ , diagonal  $\overline{AC}$  dan  $\overline{BD}$  berpotongan di  $P$

Maka a. 1)  $\angle A_1 = \angle A_2$ , 2)  $\angle B_1 = \angle B_2$ , 3)  $\angle C_1 = \angle C_2$ , 4)  $\angle D_1 = \angle D_2$ .

b. 1)  $AP = CP$  dan 2)  $DP = BP$

c.  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

Sifat-sifat pada belahketupat di atas merupakan sifat yang penting sebagai dasar beberapa lukisan.

**P6** Jika dalam sebuah jajargenjang kedua diagonal berpotongan tegaklurus, atau salah satu diagonal membagi dua sama salah satu sudut, maka jajargenjang itu adalah sebuah belah ketupat..

**P7** Dalam setiap persegi panjang kedua diagonalnya sama panjang

**P8** Jika dalam sebuah jajargenjang diagonalnya sama panjang, maka jajargenjang tersebut adalah persegi panjang.

2) Prinsip-prinsip dalam/yang berhubungan dengan layang-layang

**P9** Dalam setiap layang-layang, kedua diagonalnya berpotongan tegaklurus.

3) Prinsip-prinsip dalam/yang berhubungan dengan trapesium

**P10** Dalam setiap trapesium samakaki sudut-sudut yang terletak pada ujung setiap sisi sejajar, sama.

**P11** Trapesium yang sudut alasnya sama, adalah trapesium samakaki.

**P10** Dalam setiap trapesium samakaki kedua diagonalnya sama panjang.

**P12** Jika dalam sebuah trapesium kedua diagonalnya sama, maka trapesium itu adalah trapesium samakaki.

4) Prinsip-prinsip dalam/yang berhubungan dengan segiempat talibusur

**P13** Dalam setiap segiempat talibusur jumlah pasangan sudutnya yang berhadapan  $180^\circ$ .

**P14** Dalam setiap segiempat talibusur kedua hasil kali panjang ruas garis bagian-bagian diagonal oleh adanya titik potong keduanya, sama.

### 3. Keliling dan Luas Segitiga dan Segiempat

#### a. Keliling Segitiga dan Segiempat

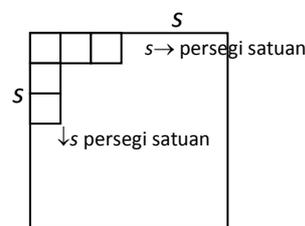
- 1) Jika panjang sisi-sisi segitiga adalah  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  satuan maka keliling segitiga tersebut adalah  $(a + b + c)$  satuan.
- 2) Keliling segiempat.

Secara umum jika  $K_{\square}$  adalah keliling segiempat yang panjang sisi-sisinya berturut-turut  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , dan  $d$  satuan maka  $K_{\square} = (a + b + c + d)$  satuan, sehingga

- $K_{persegi} = 4s$ ;  $s$  = panjang sisi persegi;  $K_{persegi}$  = keliling persegi
- $K_{blktpt} = 4s$ ;  $s$  = panjang sisi belahketupat;  $K_{persegi}$  = keliling belah ketupat
- $K_{pp} = (p + \ell + p + \ell) = 2(p + \ell)$ ;  $p$  dan  $\ell$  panjang sisi-sisi dan  $K_{persegi}$  = keliling persegi panjang

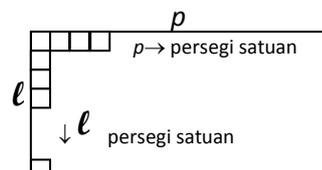
#### b. Luas Segiempat dan Segitiga

- 1) Pada gambar di samping sepanjang sisi mendatar persegi yang panjang sisinya  $s$  satuan dapat ditempatkan  $s$  persegi satuan dan sepanjang sisi lainnya dapat ditempatkan  $s$  buah persegi satuan, sehingga persegi yang sisinya  $s$  satuan dapat tepat ditempati oleh  $s \times s = s^2$  persegi satuan.



Jadi:  $L_{persegi} = s^2$ ;

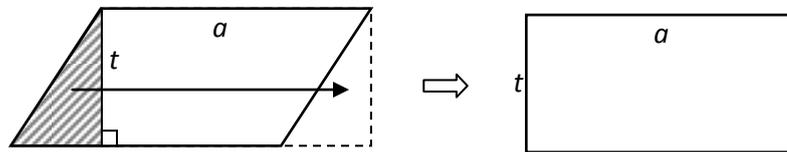
- 2) Pada gambar di samping adalah persegi panjang yang panjang sisi-sisinya  $p$  dan  $\ell$  satuan. Sepanjang sisi mendatar dapat ditempatkan  $p$  buah persegi satuan dan sepanjang sisi lainnya  $\ell$  persegi satuan, sehingga persegi panjang tersebut dapat tepat ditempati oleh  $p \times \ell$  persegi satuan. Dengan kata lain:



$L_{pp} = p \times \ell$ ;  $p$  dan  $\ell$  adalah panjang sisi-sisi dan  $L_{pp}$  = luas persegi panjang.

3) Jajargenjang.

Jika salah satu sisinya dipilih dan dinamakan alas jajar genjang, maka jarak antara sisi tersebut dan sisi yang sejajar dengannya dinamakan tinggi jajargenjang.

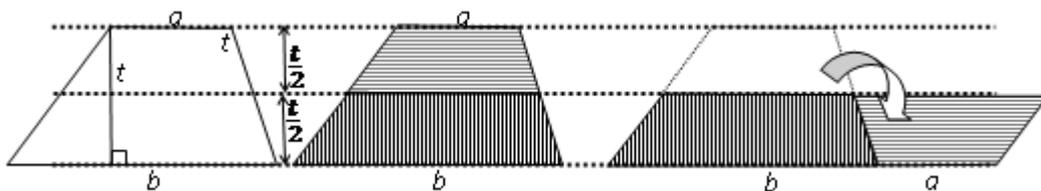


Jika pada gambar yang diarsir dipindahkan dan ditempelkan sesuai di tempat yang ditunjukkan anak panah maka terjadilah persegi. Sesuai luas persegi maka:

$$L_{jg} = at; L_{jg} = \text{luas}, a = \text{panjang alas dan } t = \text{tinggi jajar genjang.}$$

4) Trapesium.

Misalkan panjang sisi-sisi sejajar trapesium adalah  $a$  dan  $b$  satuan dan maka jarak antara keduanya disebut tinggi trapesium tersebut. Misalkan tingginya  $t$  satuan.

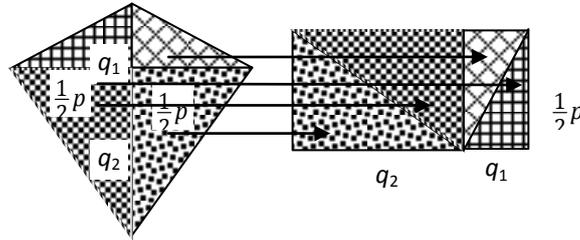


Gambar di atas menunjukkan, sebuah trapesium dipotong sepanjang pertengahan garis sesajar di tengah antara sisi sejajarnya. Satu bagiannya diputar/dibalik dan ditempelkan ke bagian lainnya. Terjadilah sebuah jajargenjang dengan panjang sisi sejajar  $(a + b)$  satuan dan tingginya  $= \frac{1}{2} t$ . Sesuai luas jajargenjang maka:

$$\begin{aligned} L_{tp} &= (a + b) \times \frac{1}{2} t \\ &= \frac{1}{2} t(a + b); \end{aligned}$$

$L_{tp}$  = luas,  $a, b$  = panjang sisi sejajar dan  $t$  = tinggi trapesium.

5) Layang-layang

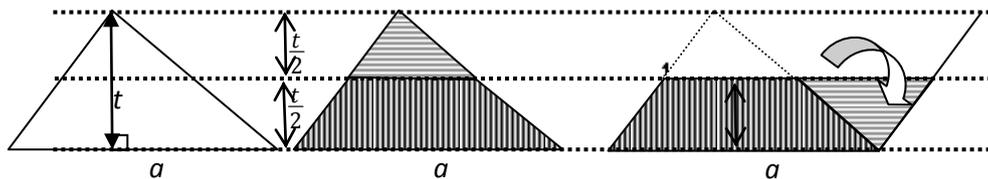


Gambar di atas menunjukkan sebuah layang-layang yang panjang diagonalnya  $p$  dan  $q$  satuan, dipotong sepanjang kedua diagonalnya, terjadi 2 potongan sepanjang  $q_1$  dan  $q_2$  dan 2 potong masing-masing sepanjang  $\frac{1}{2}p$ . Kemudian potongan-potongannya ditata. Ternyata terjadi persegi panjang dengan panjang sisi  $\frac{1}{2}p$  dan  $(q_1 + q_2)$ , sehingga luasnya =  $\frac{1}{2}p \times (q_1 + q_2) = \frac{1}{2}pq$ .

adi luas layang-layang:  $L_{ly} = \frac{1}{2}pq$  (setengah hasil kali panjang kedua diagonalnya).

- 6) Belah ketupat dapat dipandang sebagai layang-layang yang panjang keempat sisinya sama sehingga rumus luas belah ketupat adalah  $L_{bk} = \frac{1}{2}pq$  dengan  $p$  dan  $q$  panjang diagonal-diagonal belah ketupat tersebut.

7) Segitiga



Dengan proses serupa pada trapesium, segitiga dipotong sejajar alas setinggi setengah tinggi segitiga, kemudian ditata. Luas segitiga = Luas trapesium (gambar terakhir) =

$$L_{\Delta} = \frac{1}{2} a t ; a = \text{panjang alas dan } t \text{ tinggi, dan } L_{\Delta} = \text{luas segitiga.}$$

D. Aktivitas Pembelajaran

Kerjakan sendiri-sendiri, kemudian diskusikan hasilnya bersama dalam kelompok 3-5 orang.

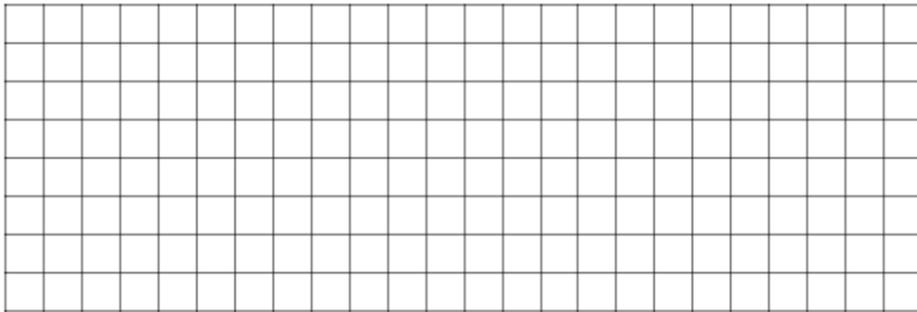
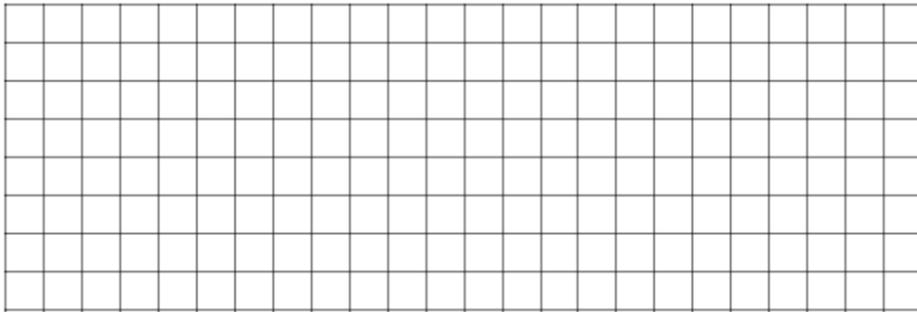
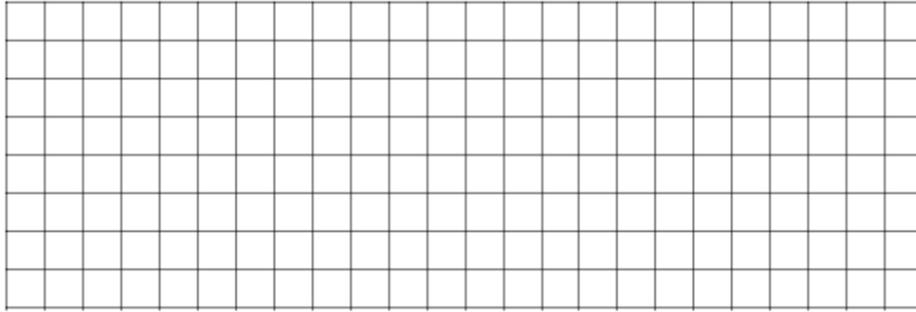
1. Lengkapi kalimat di bawah ini .
  - a. Persegipanjang adalah jajargenjang yang ...
  - b. Belah ketupat adalah layang-layang yang ...
  - c. Belah ketupat adalah jajar genjang yang ...
  - d. Persegi adalah jajar genjang yang ...
  - e. Persegi adalah belah ketupat yang ...
  - f. Persegi adalah persegipanjang yang ...

Kemudian susunlah diagram alur yang menggambarkan relasi antara berbagai jenis segi empat.

2. Lengkapi daftar di bawah ini.

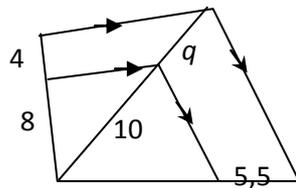
Garis pada segitiga	Kegunaan untuk menentukan ...	Aktivitas atau aplikasi nyata (peraga, benda nyata, situasi nyata) yang dapat diterapkan di kelas?
Garis tinggi		
Garis berat		
Garis bagi		
Garis sumbu		

3. Dengan menggambar ketiga garis bagi dalam  $\triangle ABC$ , dan sehingga titik baginya merupakan pusat lingkaran berjari-jari  $r$  yang menyinggung ketiga sisi, tunjukkan bahwa  $L = rs$  ( $s$  = setengah keliling segitiga)
4. Siapkan kisi-kisi seperti di bawah ini; setiap kotak luasnya 1 satuan.  
Gambarlah segitiga-segitiga bukan segitiga siku-siku yang satu dan lainnya tidak kongruen sebanyak mungkin, yang luasnya:
  - a. 1,5 satuan
  - b. 2 satuan
  - c. 2,5 satuan

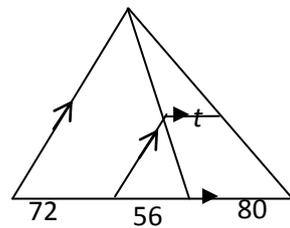


E. Latihan/Kasus/Tugas

1. Jelaskan bagaimana menentukan panjang sisi yang ditunjukkan dengan huruf pada gambar-gambar berikut



(i)

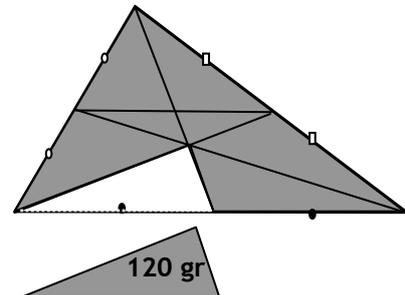


(ii)

2. Diketahui  $\triangle ABC$  sembarang. Ke arah luar segitiga dilukis segitiga samasisi  $ACQ$  dan segitiga samasisi  $BCP$ . Buktikanlah bahwa  $AP = BQ$ .
3. Titik  $D$ ,  $E$ , dan  $F$  adalah titik-titik singgung lingkaran dalam sebuah  $\triangle ABC$ , berturut-turut pada sisi-sisi  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ , dan  $\overline{AC}$ .  $AB = 40$  cm,  $BC = 42$  cm dan  $AC$

= 26 cm. Hitunglah jarak titik-titik sudut segitiga tersebut ke titik-titik singgungnya yang bersangkutan.

4. Gambar di samping adalah lempengan besi dengan ketebalan homogen. Yang semula berbentuk segitiga, sebagian padanya sudah dipotong dan ketika ditimbang ternyata beratnya 120 gram. Berapa berat bagian-bagian lempengan itu masing-masing?



#### F. Rangkuman

Bangun datar segitiga dan segi empat merupakan bangun datar yang paling dasar dalam geometri bidang datar. Sifat-sifat kedua jenis bangun datar ini berguna untuk menganalisis hampir semua bangun datar dalam geometri bidang datar. Segitiga ditentukan oleh sifat sisi dan sudutnya, sementara pada segi empat dapat ditambah dengan sifat diagonalnya. Pada segitiga dikenal garis tinggi, garis bagi, garis sumbu, dan garis berat. Berbagai macam segi empat dapat saling berkaitan satu dengan yang lain, berdasarkan sifat sisi, sudut, dan diagonalnya.

#### G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Periksalah pemahaman Anda dengan materi yang disajikan dalam modul ini, serta hasil pengerjaan latihan/tugas dengan kunci jawaban. Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar latihan/tugas, maka Anda dapat dianggap menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan dipelajari kembali dan berdiskusi dengan teman sejawat untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan. Setelah Anda telah dapat menguasai kompetensi pada kegiatan pembelajaran ini, maka silakan berlanjut pada kegiatan pembelajaran selanjutnya.



## KEGIATAN PEMBELAJARAN 4

### LINGKARAN

#### A. Tujuan

Setelah mengikuti kegiatan pembelajaran ini, peserta diklat diharapkan menjelaskan sifat hubungan antara unsur lingkaran, menentukan luas dan keliling lingkaran dan menyelesaikan masalah terkait garis singgung persekutuan dua lingkaran

#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Peserta diklat dapat

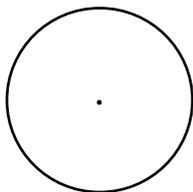
1. menjelaskan definisi lingkaran dan unsur-unsur lingkaran
2. menjelaskan sifat hubungan antara unsur-unsur lingkaran
3. menentukan luas dan keliling lingkaran
4. menyelesaikan masalah terkait garis singgung dua lingkaran

#### C. Uraian Materi

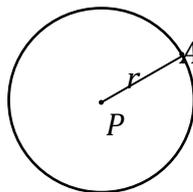
##### 1. Lingkaran

Definisi:

Lingkaran adalah bangun datar tempat kedudukan titik-titik (himpunan semua titik) yang berjarak sama terhadap sebuah titik tertentu. (*A circle is the set of all points in a plane whose distance from a given point is a fixed constant length*). Titik tertentu tersebut disebut pusat lingkaran. Jarak tertentu disebut jari-jari lingkaran tersebut. Jarak antara titik tertentu dan setiap titik pada lingkaran tersebut biasa dilambangkan dengan  $r$  (radius).



(i)



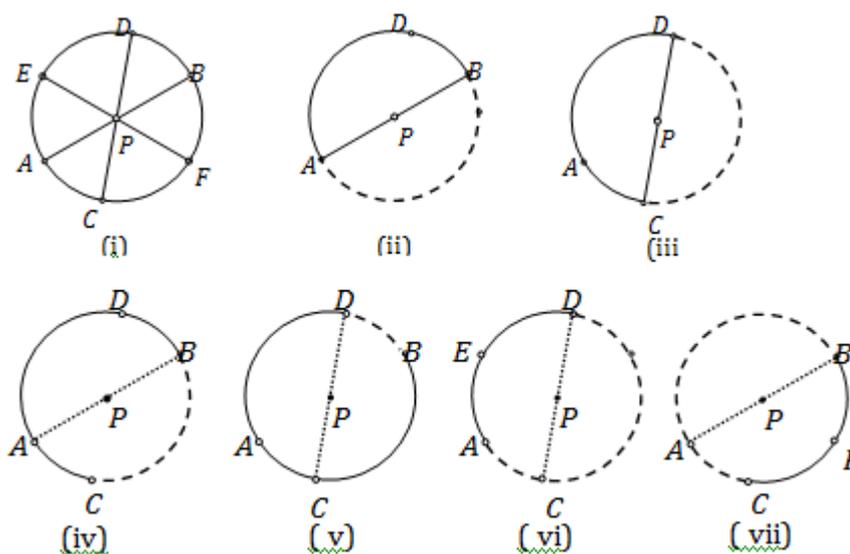
(ii)

Menurut definisi di atas yang dimaksud dengan lingkaran digambarkan pada Gambar (i) berupa garis lengkung tertutup. Setiap titik pada (atau pembentuk) garis lengkung itu berjarak sama terhadap titik yang digambarkan di dalam

lingkaran tersebut. Garis lengkung dan juga bagian-bagian atau potongan-potongannya dinamakan **busur** lingkaran.

Pada Gambar (ii), titik  $P$  dinamakan **pusat** lingkaran. Ruas garis penghubung pusat lingkaran dan setiap titik pada lingkaran dinamakan **jari-jari**. Dengan demikian tergantung dari konteksnya, jari-jari dapat diartikan sebagai ruas garis atau sebagai jarak pusat ke titik pada lingkaran. Misalnya  $\overline{PA}$  adalah jari-jari lingkaran tersebut dan  $PA = r$ . ( $\overline{PA}$  melambangkan ruas garis  $\overline{PA}$  sedangkan  $PA$  melambangkan panjang ruas garis  $\overline{PA}$  yaitu  $r$  satuan). Lingkaran berpusat di titik  $P$  dan berjari-jari  $r$  dapat dilambangkan dengan  $L(P,r)$  atau  $\odot(P,r)$ .

a. Ruas Garis, Sudut dan Daerah yang Berkaitan dengan Lingkaran

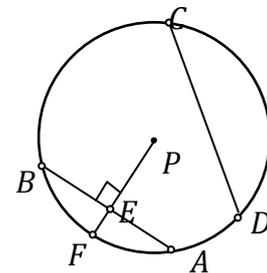


Pada Gambar (i): Titik-titik  $A, B, C,$  dan  $D$  terletak pada lingkaran;  $\overline{AB}$  dan  $\overline{CD}$  melalui titik  $P$ , pusat lingkaran. Ruas garis seperti itu dinamakan **garis tengah** lingkaran. Jika jari-jari lingkaran adalah  $r$  satuan, maka panjang kedua garis tengah masing-masing dilambangkan dengan  $d$  yang adalah  $2r$ . Dikatakan bahwa diameter lingkaran tersebut  $2r$ . Garis tengah juga sering disebut diameter, sehingga sesuai konteksnya, diameter dapat bermakna ruas garis, dapat juga panjang ruas garis itu. Pasangan titik  $A$  dan  $B$ , juga  $C$  dan  $D$  dinamakan pasangan titik **diametral**. Keduanya pada ujung sebuah garis tengah.

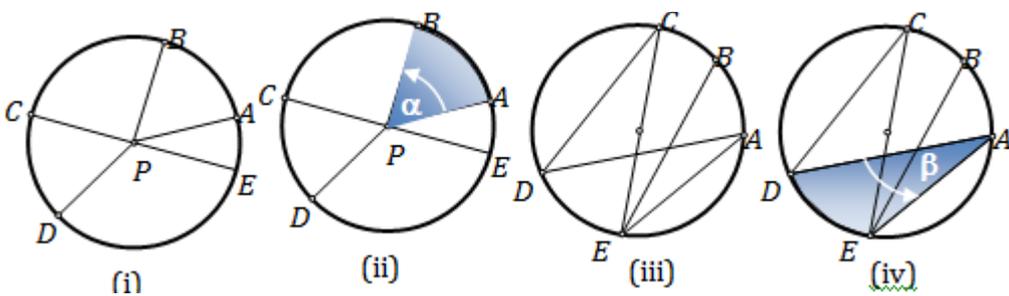
Busur  $\widehat{ADB}$  dan juga  $\widehat{CAD}$  masing-masing dinamakan **busur setengah lingkaran** (*semicircle arc; semicircle chord*). Panjangnya masing-masing sama dengan panjang busur lingkaran penuh. Bangun datar yang dibatasi oleh busur setengah lingkaran dan diameternya dinamakan setengah lingkaran (*semicircle*; lihat Gambar (ii))

Sebuah busur lingkaran yang panjangnya lebih dari panjang setengah busur lingkaran dinamakan **busur besar** (misalnya pada Gambar (iv) dan (v) busur  $\widehat{BAC}$  dan  $\widehat{DAB}$ ) Pada Gambar (vi) dan (vii), busur  $\widehat{DEA}$  dan  $\widehat{BFC}$  masing-masing merupakan contoh **busur kecil**, yaitu busur yang panjangnya kurang dari panjang setengah lingkaran. Untuk busur kecil seperti di atas sering  $\widehat{DEA}$  dilambangkan dengan  $\widehat{DA}$ .

Pada gambar di samping  $\overline{AB}$  dan  $\overline{CD}$  dinamakan **talibusur**, yaitu ruas garis yang menghubungkan dua titik berbeda pada lingkaran. Dengan demikian maka garis tengah merupakan talibusur terpanjang. Tampak bahwa  $\overline{PF}$  dan dengan demikian juga  $\overline{PE}$  tegak lurus  $\overline{AB}$ .  $\overline{PE}$  dinamakan **apotema** dan  $\overline{EF}$  dinamakan **anak panah** pada lingkaran itu.



b. Sudut Pusat, Sudut Keliling  
Perhatikan gambar berikut.



Pada Gambar (i) titik  $P$  adalah pusat lingkaran. Dengan pusat lingkaran sebagai titik sudut, maka sudut yang terbentuk oleh dua jari-jari sebagai kaki-kaki sudutnya dinamakan sudut pusat.

Contoh:  $\angle APB, \angle BPC, \angle CPD, \angle DPE, \angle EPA, \angle APC, \angle APD, \angle APE, \angle BPE,$

Pada Gambar (ii)  $m\angle APB = \alpha^\circ$ .

Jika tidak dinyatakan secara khusus, maka sudut yang dimaksud adalah sudut yang menghadap busur kecil. Jika busur yang dihadapinya adalah busur besar, misal busur  $\widehat{ABD}$  maka dinyatakan secara khusus sebagai sudut refleks  $\widehat{APD}$ . ( $\angle X$  disebut sudut refleks jika  $180^\circ < m\angle X < 360^\circ$ )

Pada Gambar (i) di atas titik-titik  $A, B, C, D$ , dan  $E$  terletak pada lingkaran. Setiap sudut dengan titik  $T$  sebuah titik pada lingkaran sebagai titik sudut dan kaki-kaki sudutnya adalah talibusur yang melalui  $T$  dinamakan sudut keliling.

Contoh:  $\angle DAE, \angle DCE, \angle AEB, \angle AEC, \angle CDA, \angle CEB$ .

Pada Gambar (iv)  $m\angle DAE = \beta^\circ$ .

Sudut keliling juga dapat ditinjau dari sudut pandang lain. Jika ada sebuah lingkaran dipotong oleh dua garis yang tidak sejajar, maka ada 3 kejadian yang mungkin. Lihat ketiga gambar di bawah ini

(i) Kedua garis berpotongan di titik di luar lingkaran

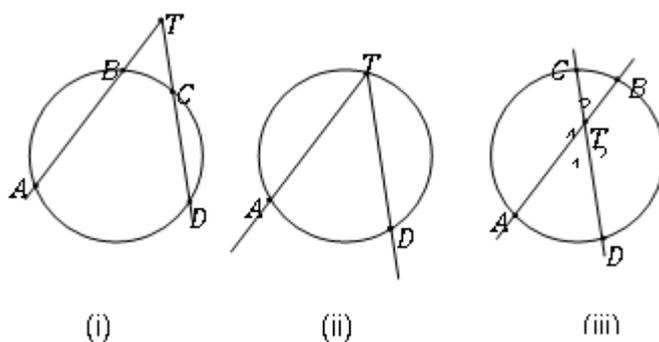
$\angle ATD$  disebut **sudut luar** sebuah lingkaran.

(ii) Kedua garis berpotongan di titik pada lingkaran

$\angle ATD$  disebut **sudut keliling** sebuah lingkaran.

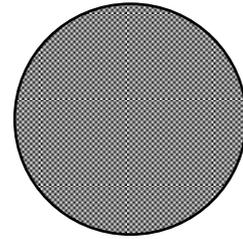
(iii) Kedua garis berpotongan di titik di dalam lingkaran.

$\angle ATD$  disebut **sudut dalam** sebuah lingkaran. Sudut-sudut yang bertolak bertolak belakang dan juga yang bersisian terhadap  $\angle ATD$  juga disebut sudut-sudut dalam lingkaran tersebut



c. Daerah Lingkaran dan Bagian-bagiannya

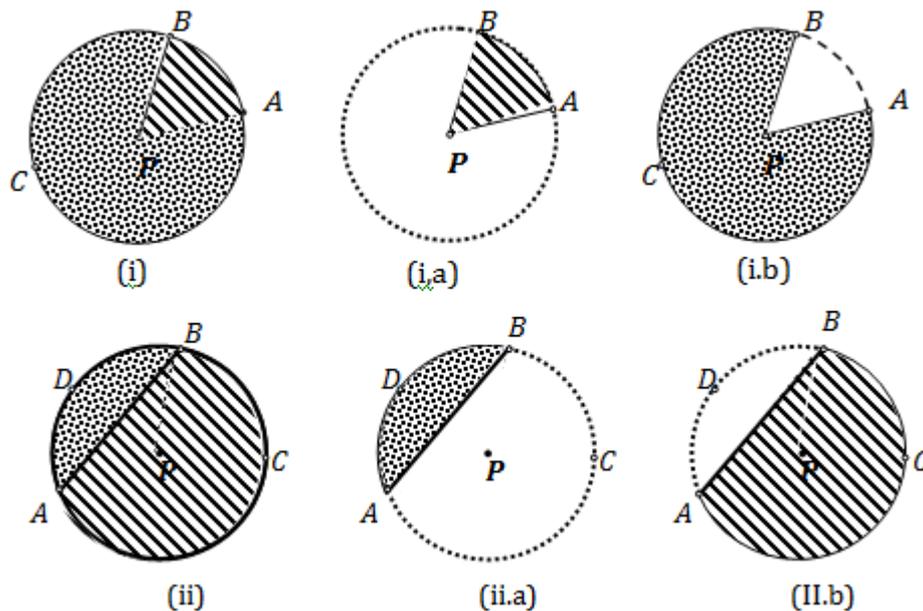
Bagian bidang yang dibatasi oleh lingkaran itu dinamakan **daerah lingkaran**. Pada gambar di samping daerah lingkarannya ditunjukkan oleh daerah yang diarsir.



Perhatikan 6 gambar di bawah ini. Gambar (i)

Daerah yang dibatasi oleh sebuah busur dan dua buah jari-jari disebut **juring** atau **sektor** lingkaran. Daerah lingkaran pada Gambar 4.9(i) memuat dua juring lingkaran, yaitu juring (kecil)  $PAB$  dan juring (besar)  $PACB$ . Juring (kecil)  $PAB$  digambarkan terpisah pada gambar (i.a). Juring (besar)  $PACB$  digambarkan terpisah pada gambar (i.b). Tampak bahwa juring lingkaran terkait langsung dengan sudut pusat lingkarannya.

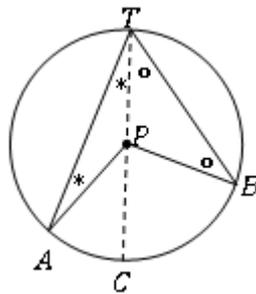
Pada Gambar (ii) oleh talibusur  $\overline{AB}$  daerah lingkaran dibagi menjadi dua daerah yang masing-masing dinamakan **tembereng** atau **segmen** lingkaran. Satu tembereng kecil yang dibatasi oleh talibusur  $\overline{AB}$  dan  $\widehat{ADB}$  (busur  $ADB$ ), satu tembereng besar yang dibatasi oleh talibusur  $\overline{AB}$  dan  $\widehat{ACB}$  (busur  $ACB$ ). Tembereng kecil digambarkan pada gambar (ii.a), yang besar pada gambar (ii. b).



2. Sifat Hubungan Antara Unsur Lingkaran

a. Sudut Pusat dan Sudut Keliling

Teorema: Jika dalam sebuah lingkaran terdapat sudut pusat dan sudut keliling yang menghadap busur yang sama, maka besar sudut pusat dua kali besar sudut keliling.



Perhatikan gambar di atas. Garis tengah membagi dua sudut pusat  $\angle APB$  dan sudut keliling  $\angle ATC$ . Terjadi juga  $\triangle PAT$  dan  $\triangle PBT$ , keduanya sama kaki karena dua sisi masing-masing segitiga adalah jari-jari lingkaran.

Diperoleh:  $m\angle APC = u\angle PAT + m\angle PTA$  (sifat sudut luar segitiga)

$$= 2 \times m\angle PTA \quad \dots\dots\dots (i)$$

$m\angle BPC = m\angle PBT + m\angle PTB$  (sifat sudut luar segitiga)

$$= 2 \times u\angle PTB \quad \dots\dots\dots (ii)$$

Dari (i) dan (ii):  $m\angle APC + m\angle BPC = 2 \times m\angle PTA + 2 \times m\angle PTB$

$$m\angle APB = 2 \times (m\angle PTA + m\angle PTB)$$

$$= 2 \times m\angle ATB$$

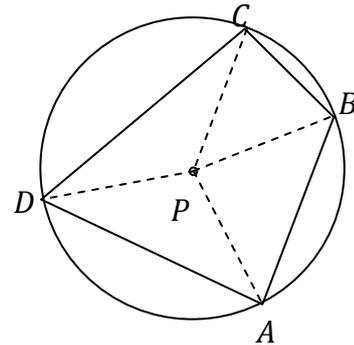
Sudut pusat  $APB$  besarnya dua kali sudut keliling  $ATB$ , di mana keduanya menghadap busur yang sama yaitu  $\widehat{AB}$ .

b. Segi empat Talibusur (Segi empat Siklik)

Segi empat talibusur adalah segi empat yang semua sisinya adalah talibusur sebuah lingkaran. Segi empat talibusur juga disebut segi empat siklik, segi empat yang keempat titik sudutnya terletak pada sebuah lingkaran. Dengan kata lain, lingkaran itu merupakan lingkaran luar segi empat tersebut.

Jumlah besar sudut pasangan sudutnya yang berhadapan  $180^\circ$

$$\begin{aligned}
 u\angle DAB &= \frac{1}{2} \times u\angle DPB \\
 u\angle DCB &= \frac{1}{2} \times u\angle DPB \text{ (refleks)} \\
 u\angle DAB + u\angle DCB \\
 &= \frac{1}{2} \times u\angle DPC + \frac{1}{2} \times u\angle DPB \text{ (refleks)} \\
 &= \frac{1}{2} \times (u\angle DPC + u\angle DPB \text{ (refleks)}) \\
 &= \frac{1}{2} \times 360^\circ \\
 &= 180^\circ \Rightarrow \angle A + \angle C = 180^\circ \\
 &\quad \text{Analog } \angle B + \angle D = 180^\circ
 \end{aligned}$$



Jadi jumlah setiap pasang sudut berhadapan dalam sebuah segi-4 talibusur  $180^\circ$ .

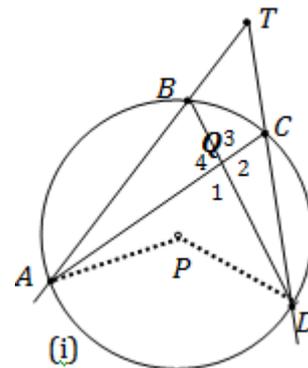
c. Sudut Luar dan Sudut Dalam Lingkaran

Perhatikan gambar di samping, Pada  $\triangle BTD$ ,

$$\begin{aligned}
 u\angle ABD &= u\angle BDT + u\angle BTD \\
 \Leftrightarrow u\angle BTD &= u\angle ABD - u\angle BDT \\
 &= \frac{1}{2} u\widehat{AD} - \frac{1}{2} u\widehat{BC} \\
 u\angle BTD &= \frac{1}{2} (u\widehat{AD} - u\widehat{BC})
 \end{aligned}$$

Pada  $\triangle AQB$ ,  $u\angle Q_1 = u\angle Q_3 = u\angle ABD + u\angle BAD$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} u\widehat{AD} + \frac{1}{2} u\widehat{BC} \\
 u\angle Q_1 &= \frac{1}{2} (u\widehat{AD} + u\widehat{BC})
 \end{aligned}$$



Jadi besar sudut luar lingkaran sama dengan **setengah selisih** antara sudut keliling yang menghadap kedua busur yang terjadi oleh kaki-kaki sudut luar itu, sedang besar sudut dalam sama dengan **setengah jumlah** antara sudut keliling yang menghadap kedua busur yang terjadi oleh kaki-kaki sudut dalam itu.

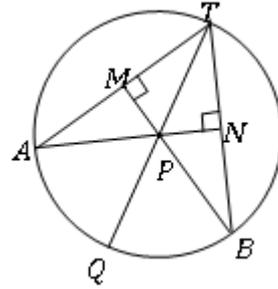
Dalam Gambar misalnya panjang busur  $AD = \frac{3}{4}\pi d$  ( $d$  = panjang diameter, besar busurnya  $\frac{3}{4}\pi$ ) dan panjang busur  $BC = \frac{1}{3}\pi d$  (besar busurnya  $\frac{1}{3}\pi$ ), maka

$$\text{besar sudut luarnya} = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{4}\pi - \frac{1}{3}\pi \right) = \frac{5}{24}\pi \text{ rad atau } 75^\circ.$$

$$\text{besar sudut dalamnya} = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{4}\pi + \frac{1}{3}\pi \right) = \frac{13}{24}\pi \text{ rad atau } 195^\circ.$$

Contoh 1

Pada sebuah lingkaran berpusat di titik  $P$ , kaki-kaki sebuah sudut kelingnya,  $TA$  dan  $TB$  berjarak  $\frac{1}{4}$  diameter lingkaran itu. Berapakah besar  $\angle APB$ ?



Jawab:

Diketahui:  $\odot P, TQ = d$

$$PM = PN = \frac{1}{4} d$$

Ditanyakan:  $u\angle APB$

Penyelesaian:

$$PM = \frac{1}{4} d = \frac{1}{2} TP$$

$\triangle TPM$  adalah segitiga siku-siku dengan panjang salah satu sisi siku-siku =  $\frac{1}{2}$  panjang hipotenusa. Berarti sudut di depan sisi siku-siku ini besarnya  $30^\circ$ . Jadi  $u\angle PTM = 30^\circ$ .

Analog  $u\angle PTN = 30^\circ$

Jadi  $u\angle MTN = 60^\circ \Rightarrow$  Besar sudut keliling  $ATB$  adalah  $60^\circ$ .

Akibatnya  $u\angle APB = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$

Contoh 2

$ABCD$  adalah sebuah segi empat siklik dalam lingkaran berdiameter 28 mm, dengan panjang busur  $\widehat{AB} = 15$  mm dan panjang busur  $\widehat{CD} = 7$  mm. Berapa besar sudut yang terbentuk oleh diagonal  $ABCD$ ?

Jawab:

$$\text{Keliling lingkaran} = \frac{22}{7} \times 28 \text{ mm} = 88 \text{ mm}$$

$$\text{Panjang busur } \widehat{AB} = 15 \text{ mm, setara dengan } \frac{15}{88} \times 2\pi \text{ rad}$$

$$\text{Panjang busur } \widehat{CD} = 7 \text{ mm, setara dengan } \frac{7}{88} \times 2\pi \text{ rad}$$

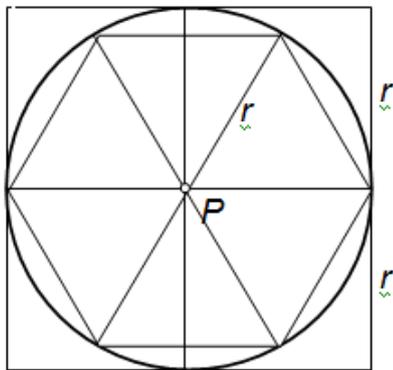
Besar sudut dalam yang terbentuk oleh kedua diagonalnya =

$$\frac{1}{2} \left( \frac{15}{88} \times 2\pi + \frac{7}{88} \times 2\pi \right) = \frac{1}{4} \pi \text{ rad atau } 45^\circ.$$

### 3. Keliling Lingkaran

Keliling lingkaran adalah panjang seluruh busur pembentuk sebuah lingkaran. Karena busur tersebut merupakan garis lengkung, maka panjangnya tidak dapat dicari langsung menggunakan rumus-rumus yang terkait bangun datar sisi lurus. Namun karena yang telah tersedia adalah rumus-rumus luas bangun datar sisi lurus, maka khususnya dalam pembelajaran di SMP/MTs, rumus-rumus tersebut dapat digunakan sebagai sarana pendekatan menentukan rumus luas lingkaran.

#### a. Nilai pendekatan $\pi$ dan Keliling lingkaran



Pada sebuah lingkaran berpusat di  $P$  berjari-jari  $r$  dapat dilukis segi-6 beraturan berjari-jari  $r$  yang keenam titik sudutnya pada lingkaran, dan sebuah persegi bersisi  $2r$  yang setiap sisinya menyinggung lingkaran. Dalam hal itu lingkarannya disebut lingkaran luar segi-6 dan lingkaran itu sebagai lingkaran dalam persegi.

Jika  $K_p$  = keliling persegi,  $K_h$  = keliling segienam, dan  $K$  = keliling lingkaran

$$\text{Maka } K_h < K < K_p \Rightarrow 6r < K < 8r \Rightarrow 3d < K < 4d \Rightarrow 3 < \frac{K}{d} < 4.$$

Nilai  $\frac{K}{d}$  adalah nilai perbandingan antara keliling lingkaran dengan

diameternya berapa pun. Nilai  $\frac{K}{d}$  dilambangkan dengan  $\pi$  (baca: pi). Dengan

demikian maka keliling lingkaran:  **$K = \pi d$  atau  $K = 2\pi r$** . Jika diameter lingkaran 1 satuan maka  $K = \pi$ .

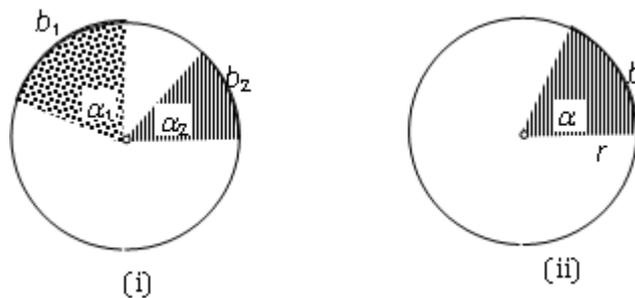
Dapat dikatakan bahwa  $\pi$  adalah bilangan yang menyatakan keliling lingkaran yang jari-jarinya 1 satuan. Lingkaran ini disebut sebagai **lingkaran satuan**.

b. Satuan busur pada pengukuran sudut

Pada sebuah lingkaran, panjang sebuah busur antara dua jari-jari sebanding dengan besarnya sudut pusatnya.

Jika panjang busurnya adalah  $b$  dan besar sudut pusatnya adalah  $\alpha$ , maka  $\alpha_1 : \alpha_2 = b_1 : b_2$ . Dibandingkan dengan satu lingkaran/putaran

penuh dan dengan mengingat bahwa panjang busur satu lingkaran penuh berjari-jari  $r$  adalah  $2\pi r$ , maka  $\alpha : 360 = b : 2\pi r$



Satuan sudut yang dikaitkan dengan panjang busurnya adalah radian. Sebuah sudut pusat  $\alpha$  dalam sebuah lingkaran berjari-jari  $r$  dikatakan besarnya 1 radian (**1 rad**) jika sudut pusat lingkaran tersebut menghadap busur lingkaran yang bersangkutan yang panjangnya sama dengan panjang jari-jarinya .

Karena keliling lingkaran atau panjang busur lingkaran penuh adalah  $2\pi r$ , maka besar sudut satu lingkaran penuh adalah  $2\pi r$  radian.

$$\text{Jadi } 2\pi r \text{ rad} = 360^\circ \Rightarrow 1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57,295779513\dots^\circ \approx 57^\circ.17'44''$$

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ \qquad 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \approx 0.01745329252 \text{ rad}$$

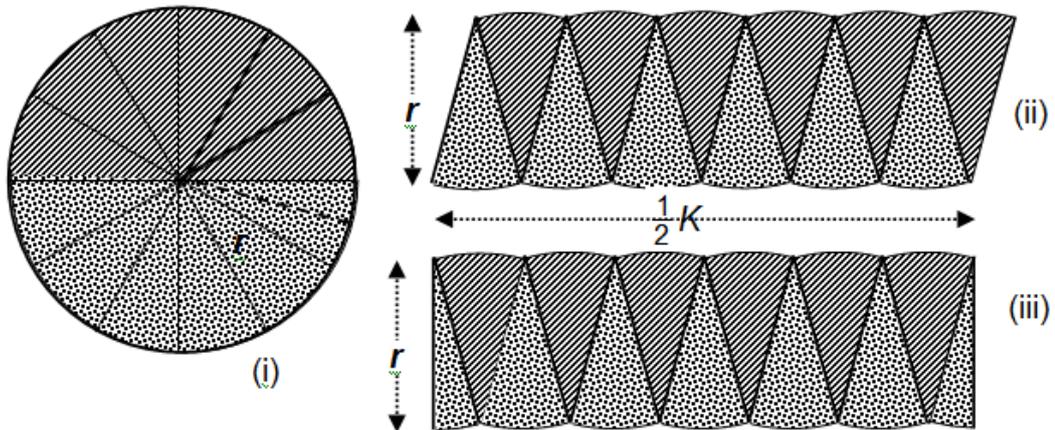
$$\frac{1}{2} \pi \text{ rad} = 90^\circ$$

Lingkaran satuan adalah lingkaran yang panjang jari-jarinya 1 satuan. Karena itu maka kelilingnya adalah  $2\pi$ . Selanjutnya besar sudut-sudut pusatnya pun dapat dinyatakan sesuai panjang busurnya. Misalnya, panjang busur  $1/6$  lingkaran atau  $1/6 \times 2\pi = 1/3 \pi$  sering disebut  $60^\circ$  .

Secara singkat  $1/3 \pi$  (radian, satuan ini sering lupa disebut) =  $60^\circ$ .

#### 4. Luas Lingkaran

Luas lingkaran adalah luas daerah yang dibatasi oleh lingkaran tersebut. Dalam pembelajaran di SMP, luas lingkaran dapat didekati melalui luas bangun datar sisi lurus. Untuk pendekatan tersebut daerah lingkaran dibagi menjadi beberapa (misal 12) juring kongruen seperti pada gambar di bawah ini.

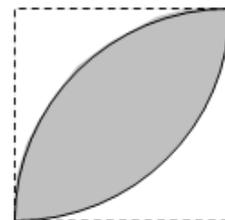


Jika juring-juring itu dipotong dan ditata dapat terjadi bentuk menyerupai jajargenjang dengan panjang salah satu sisinya  $\frac{1}{2}K$  dan tingginya  $r$  (Gambar (ii)). Atau jika salah satu juring dipotong menjadi dua bagian kongruen setelah ditata dapat menyerupai persegi panjang dengan panjang sisi  $\frac{1}{2}K$  dan  $r$ . Jika bangun yang terjadi dianggap sebagai (i) jajargenjang atau(ii) persegi panjang, maka luas bangun datar itu sama yaitu  $= \frac{1}{2}K r = \pi r \times r = \pi r^2$ .

Jadi luas lingkaran yang panjang jari-jarinya  $r$  adalah  $r$ , maka  $L = \pi r^2$ .

Contoh:

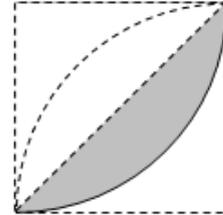
Luas kepingan logam pada gambar berikut jika diketahui panjang persegi di luar kepingan logam tersebut 28 cm, dan semua garis lengkung adalah seperempat lingkaran. ( $\pi = \frac{22}{7}$ ) adalah ....



#### Penyelesaian

(Salah satu alternatif )

Memecah masalah menjadi bagian-bagiannya. Diperhatikan setengah dari bagian yang diarsir. Mengapa? Karena terlihat bahwa daerah yang diarsir pada Gambar adalah daerah seperempat lingkaran dipotong bagian setengah persegi.



Luas yang diarsir adalah setengah dari luas seperempat lingkaran berjari-jari 28 mm, dipotong luas setengah persegi dengan panjang sisi 28 mm, maka:

$$L = \frac{1}{4} \frac{22}{7} \times 28^2 - \frac{1}{2} \times 28^2$$

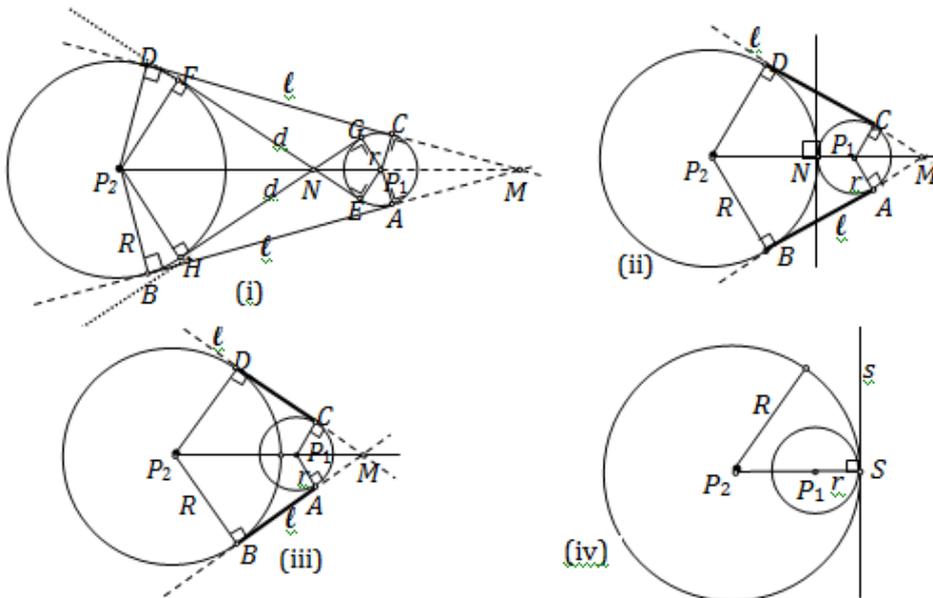
$$= 616 - 392 = 224$$

Luas seluruhnya yang diarsir =  $2 \times 224 \text{ cm}^2 = 448 \text{ cm}^2$ .

### 5. Garis Singgung Persekutuan Dua Lingkaran

Perhatikan gambar berikut. Garis  $s$  merupakan garis singgung persekutuan dua lingkaran jika garis itu sekaligus menyinggung kedua lingkaran.

Di kedua titik singgungnya, garis  $s$  tegak lurus terhadap jari-jari yang melalui titik singgung masing-masing. Jika garis singgungnya memotong garis pusat di antara kedua pusat lingkaran, garis singgungnya dinamakan **garis singgung persekutuan dalam**. Jika memotong di perpanjangan garis pusat, garis singgungnya dinamakan **garis singgung persekutuan luar**.



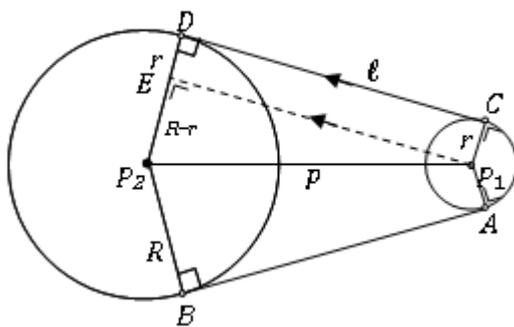
Pada gambar (i) – (iii) ruas-ruas garis singgungnya digambar lebih tebal dari pada garis-garis pemuat ruas garis singgungnya.

Panjang ruas garis singgung persekutuan adalah sama dengan jarak antara kedua titik singgungnya. Pada gambar-gambar tersebut:

- (i) Ruas garis singgung persekutuan luarnya  $\overline{AB}$  dan  $\overline{CD}$ .  
Ruas garis singgung persekutuan dalamnya  $\overline{EF}$  dan  $\overline{GH}$ .
- (ii) Ruas garis singgung persekutuan luarnya  $\overline{AB}$  dan  $\overline{CD}$ .  
Garis singgung persekutuan dalamnya garis  $d$ .
- (iii) Ruas garis singgungnya persekutuan luarnya  $\overline{AB}$  dan  $\overline{CD}$ .  
Garis singgungnya persekutuan dalamnya tidak ada.
- (iv) Garis singgung persekutuannya garis  $s$ .

Pada pembahasan berikutnya, panjang ruas garis singgung persekutuan dalam dilambangkan dengan  $d$  (satuan), panjang ruas garis singgung persekutuan luar dilambangkan dengan  $l$ , jarak antara kedua pusat  $p$ , Jari-jariya masing-masing  $R$  dan  $r$ .

**a. Garis singgung persekutuan luar.**



Dari  $P_1$  ditarik garis sejajar  $\overline{CD}$  memotong  $\overline{P_2D}$  di  $E$ . Akibatnya antara lain  $\angle P_1EP_2$  siku-siku,  $P_1E = CD = l$ , dan  $EP = r$  (Mengapa?). Maka  $P_2E = R - r$ .

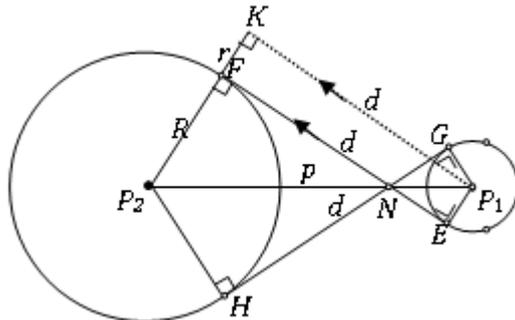
Selanjutnya  $\triangle P_1EP_2$  siku-siku di  $E$ .

Dengan menggunakan rumus dalam teorema Pythagoras diperoleh:

$$p^2 = l^2 + (R - r)^2 \Leftrightarrow l^2 = p^2 - (R - r)^2 \Rightarrow l = \sqrt{p^2 - (R - r)^2}$$

**b. Garis singgung persekutuan dalam.**

Perhatikan gambar berikut.



Dari  $P_1$  ditarik garis sejajar  $\overline{EF}$  memotong perpanjangan  $\overline{P_2F}$  di  $K$ . Akibatnya antara lain  $\angle P_1K P_2$  siku-siku,  $P_1K = EF = d$ , dan  $FK = r$  (Mengapa?). Maka  $P_2K = R + r$ . Selanjutnya  $\triangle P_1K P_2$  siku-siku di  $K$ .

Dengan menggunakan rumus dalam teorema Pythagoras diperoleh:

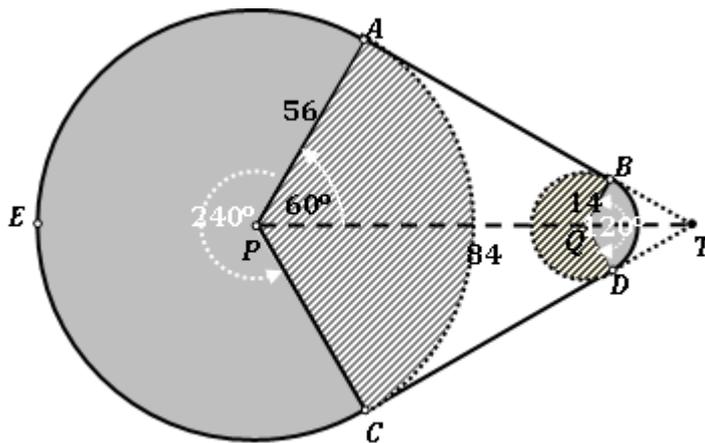
$$p^2 = d^2 + (R + r)^2 \Leftrightarrow d^2 = p^2 - (R + r)^2 \Rightarrow d = \sqrt{p^2 - (R + r)^2}$$

Contoh.

Dua lingkaran lempeng roda bergigi jarak antara kedua pusatnya 84 mm, jari-jarinya 56 mm dan 14 mm berputar bersama karena adanya rantai pengikat Keduanya. Berapa panjang rantai dalam keadaan tegang?

Jawab:

Perhatikan gambar di bawah ini:



Lempeng roda dipandang sebagai dua (daerah) lingkaran maka  $\overline{AB}$  adalah ruas garis singgung lingkaran luar dengan  $A$  dan  $B$  titik-titik singgung. Karena itu maka  $\angle PAB = \angle QBT = 90^\circ$  dan selanjutnya

$$\overline{PA} \parallel \overline{QB} \text{ sehingga } TQ : TP = QB : PA = 14 : 56 = 1 : 4.$$

$$\text{Berarti } TP : QP = 4 : 3 \Leftrightarrow TP = \frac{4}{3} \times 84 = 112$$

Perhatikan segitiga siku-siku  $TPA$  siku-siku di titik sudut  $A$  dengan  $TP = 112$  sedang  $PA = 56 = \frac{1}{2} TP$ . Jadi  $\angle TPA = 60^\circ$ . sifat layang-layang garis singgung  $TAPC$  maka  $\angle TPC = 60^\circ$ .

Karena itu besar sudut pusat yang merupakan sudut refleks besarnya  
 $= 360^\circ - 2 \times 60^\circ = 240^\circ$ .

$$\begin{aligned} \text{Berarti panjang busur } \widehat{AEB} &= \frac{240}{360} \times \text{Keliling } \odot P \\ &= \frac{2}{3} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 56 = 234 \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Dari kesejajaran  $\overline{PA} \parallel \overline{QB}$  diperoleh juga  $\angle BQT = 60^\circ$ . Dari sifat layang-layang garis singgung  $TAPC$  maka  $\angle DQT = 60^\circ$ . Berarti  $\angle BQD = 120^\circ$ .

$$\begin{aligned} \text{Panjang busur } \widehat{CD} &= \frac{120}{360} \times \text{Keliling } \odot Q \\ &= \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 14 = 29 \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$\overline{AB}$  adalah ruas garis singgung persekutuan luar antara  $\odot(P,56)$  dan  $\odot(Q,14)$  dengan  $PQ = 84$

$$\begin{aligned} l &= \sqrt{p^2 - (R - r)^2} \\ &= \sqrt{84^2 - (56 - 14)^2} \\ &= \sqrt{7056 - 1764} \\ &= \sqrt{5292} \\ &= 42\sqrt{3} \end{aligned}$$

Berarti  $AB = CD = 42\sqrt{3}$  cm

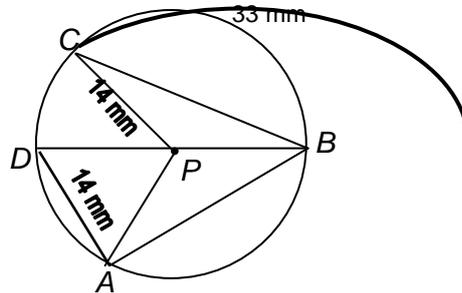
$$\begin{aligned} \text{Panjang rantai} &= (234 \frac{2}{3} + 42\sqrt{3} + 29 \frac{1}{3} + 42\sqrt{3}) \\ &= (264 + 84\sqrt{3}) \text{ cm.} \end{aligned}$$

#### D. Aktivitas Pembelajaran

- (1) Buatlah kelompok beranggota 4 orang. Orang pertama sampai keempat berturut-turut mengerjakan soal No 1 dan 2, 2 dan 3, 3 dan 4, dan 4 dan 1
  - (2) Diskusikan hasilnya, dengan pemaparan hasil dari masing-masing nomor dan penanggap utama adalah yang mengerjakan nomor yang sama.
1. Dalam menentukan luas lingkaran pada Uraian Materi di atas juring-juring lingkaran untuk ditata membentuk jajar genjang atau persegi panjang. Dengan

juring serupa, susunlah bentuk lain yang dapat membantu menentukan luas lingkaran.

2. Dari gambar berikut.



- a. Bagaimana langkah-langkah menemukan besar  $\angle APC$ ?
  - b. Berapa radian besar  $\angle APC$ ?
3. Ari mengatakan begini: Garis singgung lingkaran adalah garis yang tegak lurus jari-jari. Apa pendapat Anda.
4. Definisikan yang dimaksud dengan **kuasa titik  $T$  terhadap  $\odot P$**  dengan mengerjakan soal berikut.

$T$  adalah sebuah titik di luar sebuah lingkaran. Sebuah garis melalui  $T$  memotong lingkaran di titik berbeda  $A$  dan  $B$ . Garis lain memotongnya di titik dua titik berbeda lainnya  $C$  dan  $D$ .

- a. Buktikan bahwa

$$TA \times TB = TC \times TD$$

- b. Jika  $C$  dan  $D$  berimpit, dan misalkan titiknya  $S$ , maka  $S$  dinamakan titik

$\leftrightarrow$

singgung lingkaran dengan  $TS$  sebagai garis singgung. Hubungan apa yang diperoleh antara  $TA \times TB$  dan  $TS$ ?

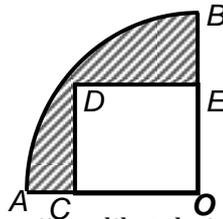
- c. Jika garis-garis  $g_n$  ( $n$  bilangan asli) memotong lingkaran di  $A_n$  dan  $B_n$ , maka dengan cara seperti pada butir a. dapat dibuktikan bahwa

$$TA_1 \times TB_1 = TA_2 \times TB_2 = TA_3 \times TB_3 = \dots = TA_n \times TB_n$$

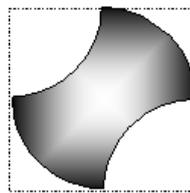
Nilai tertentu yang diperolehnya dinamakan **kuasa titik  $T$  terhadap lingkaran**. Apa yang terjadi jika salah satu garisnya memotong sehingga  $A$  dan  $B$  berimpit? (lihat b).

E. Latihan

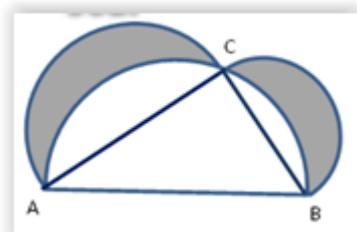
1. Pada sebuah lingkaran, talibusur pertama panjangnya 102 mm berjarak 68 mm dari pusat. Talibusur kedua sejajar dengan yang pertama, berjarak 108 mm. Berapakah panjang talibusur kedua?
2. Pada gambar berikut,  $AOB$  adalah seperempat lingkaran dengan jari-jari 10 cm.  $OCDE$  adalah persegi panjang dengan keliling 28 cm. Berapakah keliling daerah yang diarsir?



3. Berapa luas kepingan logam jika diketahui panjang persegi di luar kepingan logam tersebut 14 cm?



4. Sebuah titik  $T$  berada di luar  $\odot(P, r)$  dengan  $TP = 2r$ . Garis-garis singgung dari  $T$  ke lingkaran menyinggung lingkaran di titik  $A$  dan  $B$ . Dengan  $\overline{PA}$  dan  $\overline{PB}$  sebagai pembatasnya tentukan nilai perbandingan luas juring besar dengan juring kecilnya
5. Titik  $T$  berjarak 50 mm dari pusat  $\odot(P, r)$ . Dari  $T$  dilukis garis yang menyinggung lingkaran di titik  $S$ . Jika dibuat garis  $g$  yang berjarak 18 mm dari  $P$ , garis tersebut memotong lingkaran pada dua titik berjarak 48 mm. Berapakah panjang ruas garis singgung dari  $T$  ke titik singgung?
6. Pada gambar berikut, ketiga sisi segitiga  $ABC$  merupakan diameter lingkaran. Jika panjang ruas garis  $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 6 \text{ cm}$  dan  $\overline{AC} = 8 \text{ cm}$ .



### F. Rangkuman

Lingkaran adalah bangun datar tempat kedudukan titik-titik (himpunan semua titik) yang berjarak sama terhadap sebuah titik tertentu. Lingkaran yang berjari-jari  $r$  satuan Kelilingnya,  $K = 2\pi r$  Luasnya,  $L = \pi r^2$  dengan  $\pi \approx \frac{22}{7}$  atau  $\pi \approx 3,14$ .

### G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Periksalah pemahaman Anda dengan materi yang disajikan dalam modul ini, serta hasil pengerjaan latihan/tugas dengan kunci jawaban. Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar latihan/tugas, maka Anda dapat dianggap menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan dipelajari kembali dan berdiskusi dengan teman sejawat untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan. Setelah Anda telah dapat menguasai kompetensi pada kegiatan pembelajaran ini, maka silakan berlanjut pada kegiatan pembelajaran selanjutnya.

## KEGIATAN PEMBELAJARAN 5

### KEKONGRUENAN DAN KESEBANGUNAN

#### A. Tujuan

Setelah mempelajari bab ini Anda diharapkan mampu menjelaskan pengertian kesamasebangunan (kongruensi) dan kesebangunan (similaritas) bangun datar, sifat-sifat serta penggunaannya dalam pemecahan masalah, terutama yang berkaitan dengan kesebangunan segitiga.

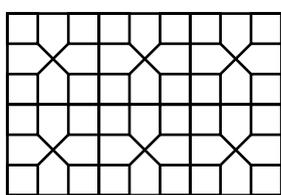
#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Setelah mempelajari kegiatan pembelajaran ini peserta dapat

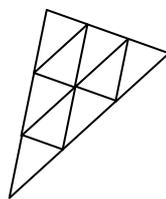
1. Mengidentifikasi Bangun-Bangun Datar Yang Sama Sebangun dan Sebangun.
2. Mengidentifikasi Sifat-Sifat Dua Segitiga Sama dan Sebangun
3. Mengidentifikasi Sifat-Sifat Dua Segitiga Sebangun
4. Menggunakan Konsep Kesebangunan Segitiga dalam Pemecahan Masalah

#### C. Uraian Materi

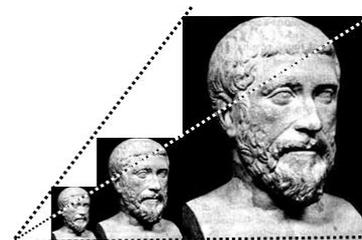
Di sekitar kita banyak dijumpai benda-benda atau bagian benda yang bentuknya sama baik dengan ukuran sama maupun berbeda.



(i)



(ii)



(iii)

Gambar (i) dan (ii) memuat kesamasebangunan (kongruensi) dan kesebangunan (similaritas) yang terkait dengan pengubinan. Gambar Pythagoras pada. Gambar (iii) berkaitan dengan perbesaran dan pengecilan foto yang menghasilkan bangun atau gambar sebangun.

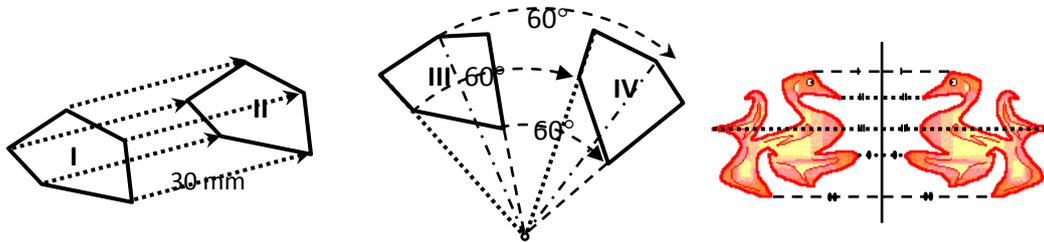
### 1. Bangun-Bangun Datar yang Sama Sebangun

Dua bangun disebut kongruen (sama dan sebangun) jika setiap dua pasang titik yang bersesuaian pada kedua bangun berjarak sama. Dapat pula dikatakan dua buah bangun datar kongruen (sama dan sebangun) jika keduanya mempunyai bentuk dan ukuran yang sama. Kesamaan ukuran tersebut dapat dinyatakan dengan:

- setiap pasang sisi seletak sama panjang
- setiap pasang sudut seletak sama besar

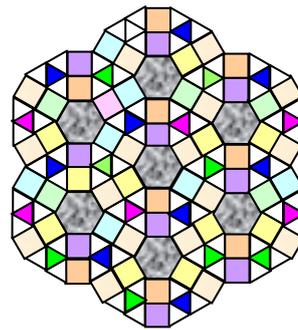
Dari keterangan di atas dapat dipahami, bahwa jika dua bangun kongruen, maka dengan mentransformasikannya (menggeser, memutar, atau mencerminkan), bangun yang satu dapat "menempati" bangun lainnya. Dari sini juga dapat dikembangkan, bahwa setiap dua bangun, yang **tepat** dapat saling menempati bangun lainnya merupakan pasangan bangun yang kongruen.

Contoh 1



Contoh 2

Pada Gambar di samping ada beberapa jenis bangun yang kongruen, di antaranya bangun-bangun segitiga sama sisi, persegi, dan segi-6 beraturan.



### 2. Kekongruenan Segitiga

Jika kekongruenan itu menyangkut segitiga, maka dua segitiga dikatakan kongruen jika dan hanya jika sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. Dapat dibuktikan beberapa prinsip berikut bahwa:

- P1 Dua segitiga kongruen  $\Leftrightarrow$  ketiga sisinya sama panjang.
- P2 Dua segitiga kongruen  $\Leftrightarrow$  sebuah sisi dan kedua sudut apit sama besar.
- P3 Dua segitiga kongruen  $\Leftrightarrow$  dua sisi sama panjang dan sudut apitnya sama besar.

P4 Dua segitiga kongruen  $\Leftrightarrow$  dua sisi sama panjang dan sebuah sudut pada salah satu sisinya sama besar

### 3. Kesebangunan

Dua bangun disebut sebangun (*similar*) jika setiap dua pasang titik yang bersesuaian pada kedua bangun jaraknya sebanding dengan jarak dua pasang titik lainnya.

Untuk segitiga:

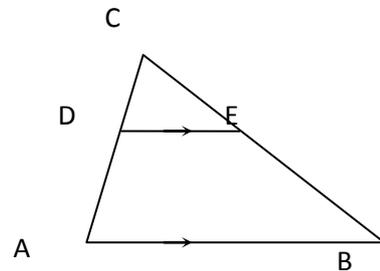
Dua segitiga dikatakan sebangun (similar) jika:

- perbandingan panjang sisi-sisinya yang bersesuaian sama, **atau**
- sudut-sudutnya yang bersesuaian sama besar

Beberapa akibat kesebangunan dalam segitiga:

a. Jika sebuah garis  $g \parallel$  sisi  $\overline{AB}$  pada  $\triangle ABC$  dan memotong  $\overline{AC}$  di titik  $D$  dan  $\overline{BC}$  di  $E$ , maka:

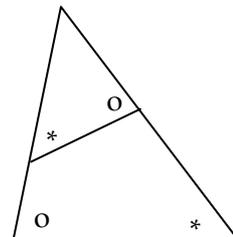
- 1)  $\angle CDE \cong \angle CAB$  dan  $\angle CED \cong \angle CBA$   
( $\angle CDE \cong \angle CAB$  dibaca sudut  $CDE$  kongruen dengan sudut  $CAB$ ).
- 2)  $\triangle CDE \sim \triangle CAB$ ; Akibat lebih lanjut:
- 3)  $CD : CA = CE : CB = DE : AB$
- 4)  $CD : DA = CE : EB$
- 5)  $\text{Luas } \triangle CDE : \text{Luas } \triangle CAB = (CD)^2 : (CA)^2 = (CE)^2 : (CB)^2 = (DE)^2 : (AB)^2$



b. Jika titik  $D$  dan  $E$  pada gambar di atas masing-masing titik tengah  $\overline{AC}$  dan  $\overline{BC}$ , maka  $\overline{DE}$  disebut (salah satu) *paralel tengah* pada segitiga tersebut.

$$DE = \frac{1}{2} AB \text{ dan } \overline{DE} \parallel \overline{AB}$$

c. Jika pada  $\triangle ABC$  tersebut titik  $D$  pada  $\overline{AC}$  dan  $E$  pada  $\overline{BC}$  sedemikian sehingga besar  $\angle CDE = \angle B$  dan  $\angle CED = \angle A$ , maka  $\overline{DE}$  disebut ruas garis anti paralel terhadap  $\overline{AB}$ .



### D. Aktivitas Pembelajaran

Diskusikan soal-soal berikut secara berkelompok 3-5 orang, kemudian siskusikan secara klasikal untuk memperoleh jawaban terbaik.

1. Nyatakanlah dengan berbagai cara (intuitif maupun deduktif), ciri-ciri dua buah bangun datar dikatakan
  - a. kongruen.
  - b. sebangun.
  
2. Lengkapilah isian pada tabel di bawah ini.

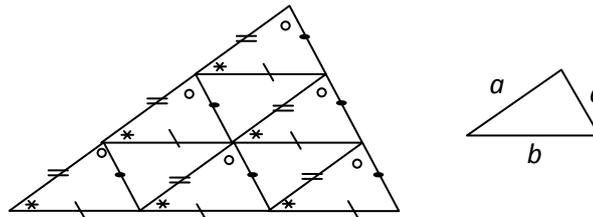
No.	Asumsi: Segitiga ABC dan Segitiga PQR	Kode	Kesimpulan: sebangun/ kongruen/ tidak dapat ditentukan	Alasan
1	Memiliki 2 pasang sudut sama besar: $\angle A = \angle P$ , $\angle B = \angle Q$	Sd-sd		
2	Memiliki 3 sudut sama besar: $u\angle A = u\angle P$ , $u\angle B = u\angle Q$ , $u\angle C = u\angle R$	Sd-sd- sd		
3	Memiliki 2 sisi (sepasang) sama panjang: $a = p$ , $b = q$	s-s		
4	Memiliki 3 sisi sama panjang: $a = p$ , $b = q$ , $c = r$	s-s-s		
5	Memiliki 2 pasang sudut sama besar dan sisi sekutunya sama panjang: $u\angle A = u\angle P$ , $u\angle B = u\angle Q$ , $c = r$	Sd-s-sd		
6	Memiliki 2 pasang sudut sama besar dan sisi yang tidak sekutunya sama panjang: $u\angle A = u\angle P$ , $u\angle B = u\angle Q$ , $a = p$	Sd-sd-s		

No.	Asumsi: Segitiga ABC dan Segitiga PQR	Kode	Kesimpulan: sebangun/ kongruen/ tidak dapat ditentukan	Alasan
7	Memiliki 2 sisi (sepasang) sama panjang dan sudut yang diapitnya sama besar: $a = p, b = q, u\angle C = u\angle R$	s-sd-s		
8	Memiliki 2 sisi (sepasang) sama panjang dan sudut yang tidak diapitnya sama besar: $a = p, b = q, u\angle A = u\angle P$	s-s-sd		

3. Dari tabel pada no.2, periksalah asumsi nomor mana saja yang merupakan asumsi minimal (dengan pengertian jika ada syarat yang dihilangkan maka kesimpulannya akan berubah).

E. Latihan/Kasus/Tugas

- Pada bangun di bawah ini, tanda yang sama menyatakan ukuran yang sama. Panjang sisi segitiga terkecil berturut-turut  $a, b$ , dan  $c$  satuan.
  - Temukan pasangan bangun (poligon) yang kongruen sebanyak mungkin.
  - Temukan pula pasangan bangun (poligon) yang sebangun sebanyak mungkin.



- Dengan menggunakan prinsip kekongruenan dan/atau kesebangunan, buktikan bahwa pada segitiga  $ABC$  dengan  $AC = BC$ , maka  $u\angle A = u\angle B$ .

3. Dalam  $\triangle PQR$  samakaki dengan puncak  $R$ , pada perpanjangan  $\overrightarrow{PQ}$  ditetapkan titik  $A$  dan pada perpanjangan  $\overrightarrow{QR}$  ditetapkan  $B$  sedemikian sehingga  $PB = QA$ .  
Buktikanlah bahwa  $\angle PRB = \angle QRA$  dan  $RB = RA$ .
4. Diketahui  $\triangle ABC$ ,  $AC = 24$  cm,  $BC = 36$  cm, dan  $AB = 30$  cm. Titik  $P$  pada  $\overline{AC}$  dan  $Q$  pada  $\overline{BC}$  dan  $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$  dan  $CP = 8$  cm. Hitunglah  $PQ$  dan  $QB$ .
5. Sebuah titik  $T$  berada di luar sebuah lingkaran. Garis  $g$  melalui  $T$  memotong lingkaran di  $A$  dan  $B$ . Garis  $h$  melalui  $T$  memotong lingkaran di  $C$  dan  $D$ .  
Buktikanlah bahwa:  $TA \times TB = TC \times TD$

#### F. Rangkuman

Konsep kekongruenan dan kesebangunan segitiga menjadi dasar dalam mengkaji kekongruenan dan kesebangunan pada bangun datar. Dua segitiga dikatakan sebangun jika bentuknya sama, sementara dikatakan kongruen (sama sebangun) jika bentuk dan ukurannya juga sama. Ada beberapa sifat dan prinsip yang menentukan apakah dua segitiga dikatakan sebangun dan dikatakan kongruen.

#### G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Periksalah pemahaman Anda dengan materi yang disajikan dalam modul ini, serta hasil pengerjaan latihan/tugas dengan kunci jawaban. Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar latihan/tugas, maka Anda dapat dianggap menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan dipelajari kembali dan berdiskusi dengan teman sejawat untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan. Setelah Anda telah dapat menguasai kompetensi pada kegiatan pembelajaran ini, maka silakan berlanjut pada kegiatan pembelajaran selanjutnya.

## KEGIATAN PEMBELAJARAN 6

### TEOREMA PYTHAGORAS

#### A. Tujuan

Setelah mempelajari kegiatan ini, Anda diharapkan memiliki keterampilan mengenai Teorema Pythagoras dan kebalikannya, serta penggunaan Teorema Pythagoras dalam pemecahan masalah.

#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Setelah melalui kegiatan belajar ini, Anda dapat.

- 1) Menjelaskan Teorema Pythagoras dengan berbagai variasi pernyataan.
- 2) Membuktikan kebenaran Teorema Pythagoras dengan minimal 2 cara berbeda.
- 3) Menjelaskan pengertian dan macam Tripel Pythagoras.
- 4) Menentukan contoh tripel Pythagoras dengan berbagai kriteria yang diminta.
- 5) Menjelaskan kebalikan Teorema Pythagoras dan kegunaannya.

#### C. Uraian Materi

##### 1. Pengertian Teorema Pythagoras

Bangun datar yang telah banyak dikenal antara lain segitiga. Salah satu bentuk segitiga yang khusus berupa segitiga siku-siku. Setiap persegi panjang dapat dipandang dibentuk oleh dua buah segitiga siku-siku, dapat dibentuk oleh dua buah segitiga siku-siku. Karena itu, pemahaman dan keterampilan mengenai segitiga siku-siku merupakan kompetensi dasar dalam pelajaran geometri. Salah satu sifat dasar itu dikenal dengan nama Teorema Pythagoras. Secara induktif dan sederhana, Teorema Pythagoras sudah dikenalkan di SD, dan dikembangkan lebih lanjut di SMP. Dalam bahasa Indonesia, istilah "teorema" sering ditulis dengan nama "dalil". Karena itu, pada beberapa literatur "Teorema Pythagoras" kadang disebut dengan nama "Dalil Pythagoras". Teorema Pythagoras adalah pernyataan yang selalu bernilai benar. Namun dalam matematika, banyak pernyataan yang selalu bernilai benar namun tidak dikenal dengan sebutan "teorema". Istilah "teorema" biasanya untuk

pernyataan yang memang *benar-benar* dipandang penting. Contoh sederhana mengenai pernyataan yang selalu bernilai benar misalnya: "Jumlah dua bilangan ganjil merupakan bilangan genap". Pernyataan ini selalu bernilai benar. Ini dapat dibuktikan dengan memisalkan bilangan ganjil sebagai  $2k + 1$ , dengan  $k$  bilangan asli. Walaupun pernyataan di atas selalu bernilai benar tetapi kita tidak mengenalnya sebagai "teorema" karena dianggap mudah (sehingga tidak terlalu penting untuk diberi nama teorema).

Berbeda dengan Teorema Pythagoras. Pernyataan yang disebut Teorema Pythagoras penting dalam matematika, baik karena sifatnya yang menarik (atau menakjubkan) maupun karena dapat merupakan pijakan untuk mengembangkan teorema-teorema lain yang lebih penting maupun mengembangkan topik matematika yang lainnya.

Seperti teorema umumnya yang berbentuk implikasi, "jika ... maka ...", maka Teorema Pythagoras pun mengambil bentuk implikasi. Teorema Pythagoras dapat dinyatakan dengan berbagai macam cara. Namun demikian, konsep yang dinyatakan tetap sama. Berikut beberapa alternatif untuk menyatakan Teorema Pythagoras.

**Versi 1.**

"Pada sebarang segitiga siku-siku, kuadrat panjang sisi miring (atau hipotenusa) sama dengan jumlah kuadrat panjang sisi-sisi yang lain (sisi-sisi penyiku)"

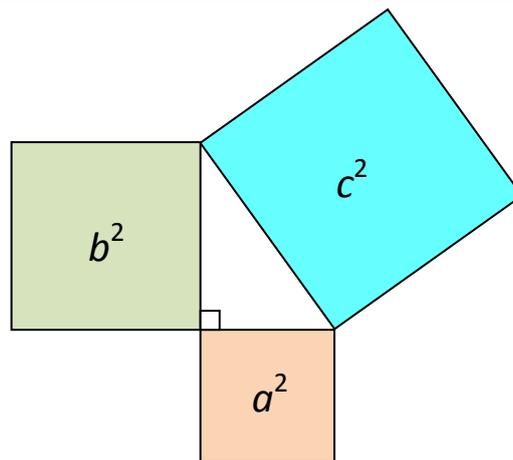
**Versi 2.**

"Jika segitiga  $ABC$  dengan  $C$  sudut siku-siku dan  $a, b, c$  berturut-turut panjang sisi di depan sudut  $A, B$ , dan  $C$  maka berlaku  $a^2 + b^2 = c^2$ "

Kesemua versi di atas termasuk versi aljabar Teorema Pythagoras. Teorema Pythagoras dapat dinyatakan dengan bahasa geometris, seperti di bawah ini.

**Versi 3.**

"Jika segitiga  $ABC$  siku-siku di  $C$  maka luas persegi yang sisinya  $c$  sama dengan jumlah luas persegi yang sisi-sisinya  $a$  dan  $b$ ".



Kadang cukup ditulis sebagai berikut.

#### Versi 4.

“Jika segitiga  $ABC$  siku-siku maka luas persegi pada sisi miring sama dengan jumlah luas persegi pada sisi-sisi yang lain”.

Tentu Anda dapat pula menyatakan Teorema Pythagoras dengan lambang segitiga  $DEF$ ,  $PQR$  atau yang lainnya. Hanya saja konvensi atau kebiasaan di dalam matematika menggunakan lambang segitiga  $ABC$  dengan sudut  $C$  siku-siku.

Lalu, apa yang disebut “Rumus Pythagoras”? Yang perlu dipahami adalah pengertian “rumus” atau “formula”. Umumnya yang disebut rumus dalam matematika adalah suatu pernyataan aljabar (menggunakan lambang) baik berupa kesamaan maupun ketidaksamaan. Dengan demikian, apa yang disebut **Rumus Pythagoras** adalah kesamaan:  $a^2 + b^2 = c^2$ . Jadi jelas bahwa Rumus Pythagoras bukan Teorema Pythagoras, tetapi Teorema Pythagoras memuat Rumus Pythagoras baik secara implisit maupun eksplisit.

## 2. Tripel Pythagoras

Pasangan bilangan real  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  yang memenuhi Rumus Pythagoras  $a^2 + b^2 = c^2$ , ada tak hingga banyaknya. Hal menarik yang dapat dieksplorasi adalah berapa saja rangkaian 3 bilangan bulat positif yang memenuhi Rumus Pythagoras? Bila dicoba dengan 2 bilangan bulat positif (atau bilangan asli) yang sama maka dapat dipastikan bilangan ketiga bukan bilangan asli. Lalu, rangkaian 3 bilangan asli yang mana saja yang memenuhi Rumus Pythagoras? Ketiga rangkaian 3 bilangan asli ini

disebut *Tripel Pythagoras*. Sebagai contoh adalah (3, 4, 5). Untuk penulisannya, umumnya dimulai dengan bilangan asli yang lebih kecil.

Sudah sejak lama orang mengenal Tripel Pythagoras, bahkan diduga kuat orang Mesir Kuno dan Babilonia kuno telah akrab dengan salah satu tripel yaitu (3,4,5). Dengan tripel ini, mereka dapat dengan mudah membuat sudut siku-siku. Bahkan termasuk membentuk sudut siku-siku pada piramida di Mesir. Beberapa Tripel Pythagoras yang biasa telah dikenal di sekolah selain (3, 4, 5) antara lain: (6,8,10), (5,12,13), (7,24,25), dan (8,15,17).

Secara umum dikenal dua jenis Tripel Pythagoras: Tripel Pythagoras Primitif atau Tripel Pythagoras Dasar dan Tripel Pythagoras yang bukan primitif. Tripel Pythagoras primitif yaitu tripel Pythagoras yang semua bilangannya memiliki FPB (faktor persekutuan terbesar) sama dengan 1. Dengan kata lain, tripel Pythagoras primitif adalah tripel Pythagoras yang prima relatif. Contoh Tripel Pythagoras primitif adalah (3,4,5) dan (5,12,13), dan contoh Tripel Pythagoras non-primitif adalah (6,8,10) dan (10,24,25). Jelas dengan demikian, setiap Tripel Pythagoras non-primitif merupakan kelipatan dari Tripel Pythagoras primitif.

Contoh.  $(6,8,10) = (2 \times 3, 2 \times 4, 2 \times 5)$  yang cukup kita tulis  $2 \times (3,4,5)$

Untuk mendapatkan sebarang tripel Pythagoras, maka diperlukan suatu rumus atau aturan. Dengan membentuk tripel Pythagoras yang berbeda, maka masalah yang dapat diajukan ke siswa menjadi semakin bervariasi.

Berikut ini, sebuah rumus yang cukup sederhana.

$$2m, m^2 - 1, m^2 + 1 \quad \text{dengan } m \text{ sebarang bilangan asli lebih dari } 1$$

Berikut ini bukti bahwa rumus di atas benar.

$$\begin{aligned} (2m)^2 + (m^2 - 1)^2 &= 4m^2 + m^4 - 2m^2 + 1 \\ &= m^4 + 2m^2 + 1 \\ &= (m^2 + 1)^2 \end{aligned}$$

Dengan rumus di atas, dapat dibentuk tripel Pythagoras yang memuat bilangan asli tertentu. Misalkan ingin dibentuk Tripel Pythagoras dengan salah satu bilangan 50.

Misal  $2m = 50$  sehingga  $m = 25$  maka  $m^2 - 1 = 624$  dan  $m^2 + 1 = 626$ . Diperoleh Tripel Pythagoras (50, 624, 626). Jika dimisalkan  $m^2 + 1 = 50$  diperoleh  $m = 7$  sehingga  $2m = 14$  dan  $m^2 - 1 = 48$ . Diperoleh sebuah Tripel Pythagoras (14, 48, 50). Terlihat bahwa  $(14, 48, 50) = 2 \times (7,24,25)$ .

### 3. Pembuktian Teorema Pythagoras

Suatu pernyataan, tentu bernilai benar atau salah. Teorema Pythagoras adalah pernyataan yang bernilai benar. Namun bagaimana dapat meyakinkan jika belum ada buktinya? Dalam pembelajaran matematika di SD, pembuktian dilakukan secara intuitif dan bahkan secara induktif. Namun di tingkat SMP, pembuktian Teorema Pythagoras sudah seharusnya bersifat deduktif, yang tentu saja dipilih dengan cara atau metode yang relatif dapat dipahami siswa. Semua ini pada akhirnya bersesuaian dengan tujuan pembelajaran matematika yang salah satunya agar siswa dapat berpikir logis, kritis, kreatif, cermat, dan tepat.

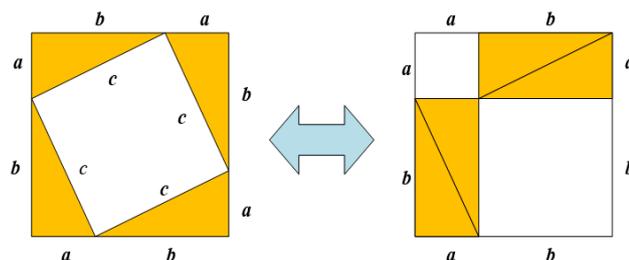
Pembelajaran matematika tanpa bukti, sama saja dengan menganggap matematika sebagai dogma sehingga tidak memberi kesempatan siswa untuk menalar. Oleh karena itu, pembelajaran suatu “teorema” dalam matematika semestinya pula disertai pembelajaran pembuktiannya.

Walaupun Teorema Pythagoras telah dikenal sejak jaman Babilonia, namun buktinya diketahui pertamakali pada literatur dari perguruan Pythagoras sehingga teorema tersebut lalu dikenal sebagai Teorema Pythagoras. Ada banyak cara membuktikan Teorema Pythagoras, bahkan sebuah buku klasik terbitan AMS (*American Mathematics Society*) pernah memuat lebih dari 350 macam bukti.

Berikut ini beberapa bukti yang cukup relevan dan terkenal. Beberapa bukti Teorema Pythagoras tersebut menggunakan beberapa cara yang berbeda. Keragaman cara pembuktian ini akan mempermudah pemahaman bagi siswa dan dapat menyesuaikan dengan kebutuhan dan kemampuan siswa.

#### a. Bukti diagram dari Pythagoras

Bukti dari Pythagoras (atau Perguruan Pythagoras) berupa bukti dengan diagram dan termasuk salah satu bukti yang mudah untuk dipahami. Bukti dapat dipahami dengan hanya melihat dan mencermati diagram.



Keempat segitiga siku-siku pada persegi di kiri dan kanan adalah sama dan sebangun (kongruen). Dengan demikian, luas daerah yang tidak ditutupi oleh keempat segitiga siku-siku itu haruslah sama. Pada persegi di kiri diagram luasnya  $c^2$  dan persegi di kanan diagram luasnya  $a^2 + b^2$ . Jadi,  $a^2 + b^2 = c^2$ .

Cara lain.

Dengan menggunakan diagram persegi yang kiri pada diagram bukti sebelumnya, kita pun dapat menurunkan Teorema Pythagoras, sebagai berikut:

Luas persegi: karena sisinya  $a + b$  maka  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \dots (1)$

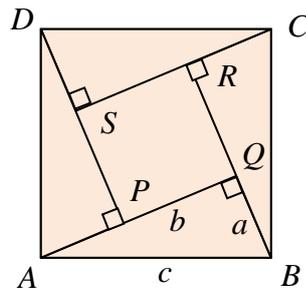
Luas persegi: karena terdiri dari persegi sisi  $c$  dan 4 segitiga siku-siku maka

$$c^2 + 4 \cdot \left( \frac{ab}{2} \right) = c^2 + 2ab \dots (2)$$

Dari (1) dan (2) diperoleh  $a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$  yang dapat disederhanakan lagi menjadi:  $a^2 + b^2 = c^2$  (terbukti).

b. Bukti dari Bhaskara (matematikawan India, sekitar abad X)

Perhatikan gambar di bawah, bangun  $ABCD$  berupa persegi dengan sisi  $c$ .



Dengan konstruksi bangun tersebut maka:

$$\text{Luas } PQRS + 4 \times \text{luas } ABQ = \text{luas } ABCD$$

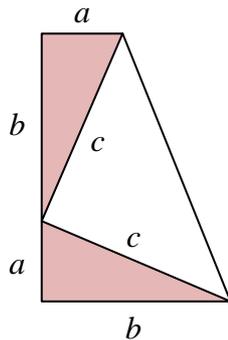
$$(b - a)^2 + 4 \times \frac{1}{2} \cdot ab = c^2$$

$$b^2 - 2ab + a^2 + 2ab = c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (terbukti)}$$

c. Bukti dari J.A. Garfield (tahun 1876)

Perhatikan gambar di bawah luas daerah trapesium di samping dapat dihitung dengan dua cara hingga kita dapat membuktikan Teorema Pythagoras.



Luas trapesium =  $(\text{alas} + \text{atas})/2 \cdot \text{tinggi} = (a + b)/2 \cdot (a + b)$ .

Di lain pihak, luas trapesium =  $2 \cdot \frac{1}{2} ab + \frac{1}{2} c^2$

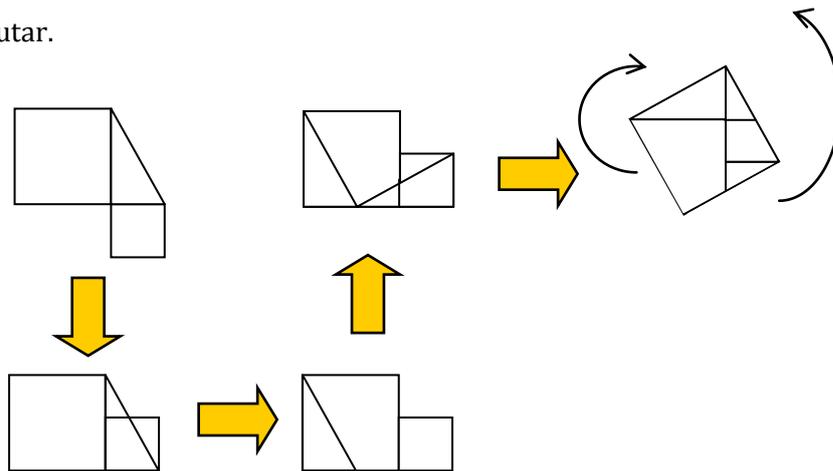
Sehingga,  $(a + b)/2 \cdot (a + b) = 2 \cdot \frac{1}{2} ab + \frac{1}{2} c^2$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (terbukti)}$$

d. Bukti dari Tsabit ibn Qurra (bukti II)

Perhatikan bukti geometris berikut ini, dengan cara menggeser, memotong, dan memutar.



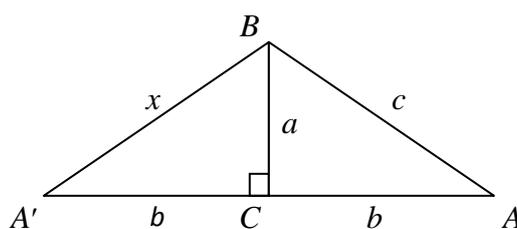
Masih banyak bukti lain yang cukup terkenal seperti bukti dari Fibonacci (atau Leonardo de Pisa), bukti dari Euclid, bukti dari Dudeney, bukti dari Liu Hui, bukti dari an-Nairizi, dan bukti dari Pappus. Selain dari itu, Anda masih dapat menemukan puluhan bahkan ratusan bukti Teorema Pythagoras di internet.

#### 4. Kebalikan Teorema Pythagoras

Teorema Pythagoras menyatakan jika segitiga ABC siku-siku di C maka berlaku  $a^2+b^2=c^2$ . Apakah berlaku sebaliknya? Jika pada segitiga ABC dipenuhi hubungan  $a^2+b^2=c^2$  maka siku-siku di C? Jawabnya adalah YA. Pernyataan terakhir dikenal dengan nama Kebalikan Teorema Pythagoras (*Converse of Pythagorean Theorem*).

Berikut ini disajikan sebuah bukti Kebalikan Teorema Pythagoras.

Pada segitiga ABC dengan panjang sisi  $a$ ,  $b$  dan  $c$  berlaku  $a^2 + b^2 = c^2$ , akan dibuktikan bahwa segitiga itu siku-siku di C.



Buatlah segitiga  $A'BC$  dengan sudut  $A'CB$  siku-siku dan  $A'C = b$ . Misal  $A'B' = x$ . Oleh karena segitiga  $A'BC$  siku-siku di  $A'CB$  maka menurut Teorema Pythagoras berlaku

$$a^2 + b^2 = x^2 \dots(1)$$

Di lain pihak, diketahui bahwa  $a^2 + b^2 = c^2 \dots (2)$

maka dari (1) dan (2) diperoleh  $x^2 = c^2$  atau  $x = c$ .

Jadi,  $AB = A'B'$ . Dengan demikian, oleh karena semua sisinya sama panjang maka segitiga ABC identik atau kongruen dengan  $A'B'C$ . Ini berakibat sudut  $ACB$  juga siku-siku. (terbukti)

#### D. Aktivitas Pembelajaran

##### Aktivitas 1

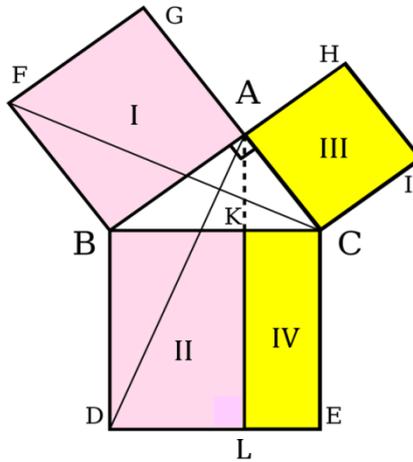
Kerjakan secara individual No. 1, kemudian lakukan No. 2 secara klasikal untuk memperoleh kumpulan hasil yang telah dianalisis bersama.

1. Kumpulkan minimal 3 pernyataan Teorema Pythagoras dari 3 sumber pustaka buku pelajaran yang berbeda. (Anda dapat menambahnya dengan melakukan *searching* di internet dengan kata kunci Teorema Pythagoras atau Dalil Pythagoras).
2. Lakukan analisis, apakah semua pernyataan Teorema Pythagoras yang Anda kumpulan sudah tepat. Jika belum bagaimana perbaikannya.

**Aktivitas 2**

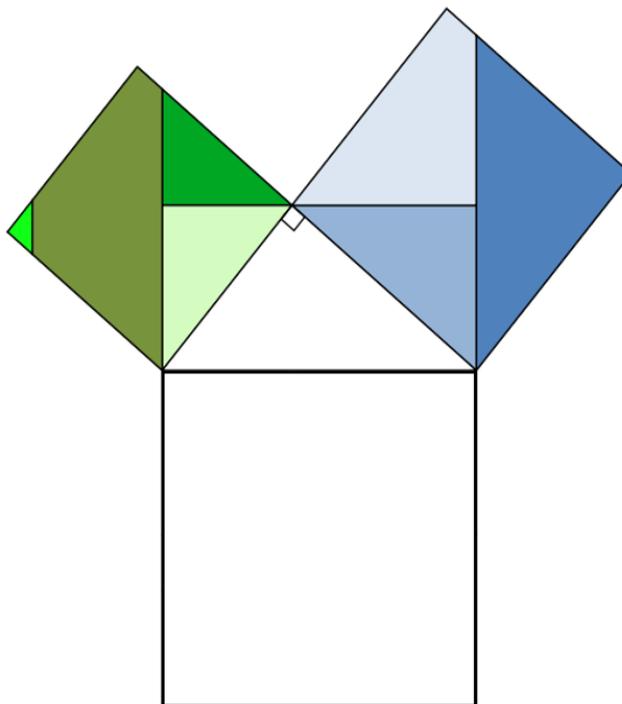
Lakukan kegiatan dan diskusikan yang berikut ini dalam kelompok 3 – 5 orang.

1. Perhatikan gambar di bawah ini, yang berasal dari Euclid.



Berikanlah penjelasan bagaimana bukti Teorema Pythagoras dari gambar tersebut.

2. Sekarang perhatikan gambar di bawah ini.



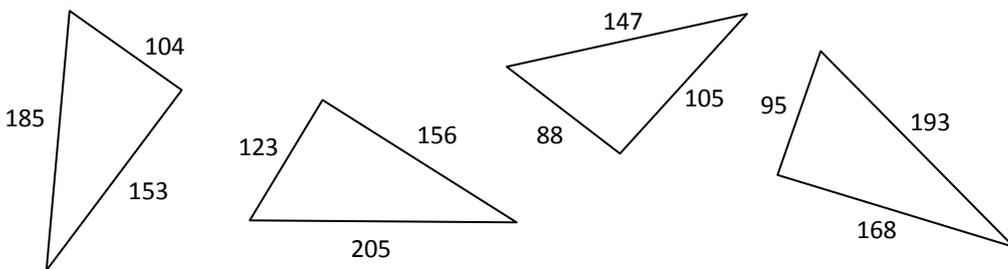
Salinlah gambar di atas di kertas lainnya, lalu guntinglah kedua persegi di sisi penyiku, menjadi 7 bangun yang berwarna (gelap).

Susunlah kembali ke-7 bagian tersebut membentuk persegi besar (persegi hipotenusa) untuk membuktikan Teorema Pythagoras.

### Aktivitas 3

Kerjakan ketiga soal berikut secara individual, kemudian diskusikan hasilnya. Di luar jawaban soal, hal-hal penting apa yang diperoleh dari diskusi tersebut?

1. Buktikanlah kebenaran rumus tripel Pythagoras dari Euclid berikut ini.  
Jika  $a = m^2 - n^2$ ,  $b = 2mn$ , dan  $c = m^2 + n^2$  dengan  $m > n$  bilangan asli, maka  $(a,b,c)$  adalah Triple Pythagoras.
2. Temukan 5 (lima) buah Tripel Pythagoras primitif (semua bilangan di atas 20) dengan menggunakan rumus dari Euclid.
3. Mana di antara segitiga-segitiga di bawah ini yang merupakan segitiga siku-siku? Mengapa?



### E. Latihan/Kasus/Tugas

Untuk memantapkan pemahaman Anda mengenai materi Kegiatan Pembelajaran ini, jawablah beberapa latihan di bawah ini.

1. Kemukakan dengan bahasa Anda sendiri pernyataan dari Teorema Pythagoras.
2. Pilih salah satu bukti Teorema Pythagoras, dan kemukakan kembali bagaimana pembuktiannya.
3. Apa yang dimaksud Tripel Pythagoras? Temukan tripel Pythagoras yang memuat bilangan 17, dan jelaskan jenis tripelnya.
4. Nyatakan yang dimaksud dengan Kebalikan Teorema Pythagoras! Berikan contohnya dan jelaskan kegunaannya!

## F. Rangkuman

Teorema Pythagoras merupakan teorema penting dan bermanfaat dalam geometri datar. Ada beberapa cara menyatakan Teorema Pythagoras namun semuanya merupakan sebuah pernyataan implikasi. Ada banyak bukti Teorema Pythagoras yang dapat digunakan/diturunkan. Tripel Pythagoras merupakan tiga bilangan teurut yang menyatakan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku dalam bilangan bulat positif. Ada rumus untuk menyatakan tripel Pythagoras. Kebalikan Teorema Pythagoras juga benar, yang dapat digunakan untuk menentukan apakah sebuah segitiga siku-siku atau tidak.

## G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Periksalah pemahaman Anda dengan materi yang disajikan dalam modul ini, serta hasil pengerjaan latihan/tugas dengan kunci jawaban. Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar latihan/tugas, maka Anda dapat dianggap menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan dipelajari kembali dan berdiskusi dengan teman sejawat untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan. Setelah Anda telah dapat menguasai kompetensi pada kegiatan pembelajaran ini, maka silakan berlanjut pada kegiatan pembelajaran selanjutnya.



## KEGIATAN PEMBELAJARAN 7

### MELUKIS GEOMETRI

#### A. Tujuan

Dengan Kegiatan Pembelajaran ini diharapkan Anda mendapatkan keterampilan dasar dalam melukis konstruksi geometris dasar (dengan alat Euclid) dan keterampilan melukis beberapa poligon yang penting.

#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Peserta diklat dapat

1. melukis besar sudut yang dapat dilukis hanya dengan jangka dan penggaris.
2. menjelaskan dan melukis konstruksi dasar, baik titik maupun garis.
3. melukis beberapa poligon utama: segitiga, segiempat, segilima, segienam, dan segidelapan.

#### C. Uraian Materi

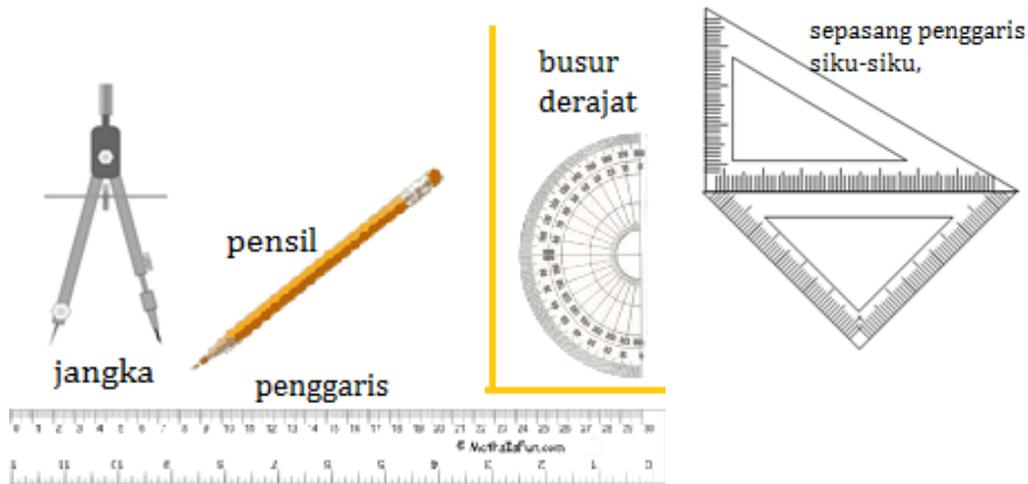
##### 1. Konstruksi geometris

Pada Kegiatan Pembelajaran ini utamanya dibahas tentang lukisan lasar, yaitu lukisan yang digunakan sebagai bahan pengetahuan dan keterampilan awal dalam melukis selanjutnya. Ayşen Özerem (2012) menyatakan bahwa dalam melukis bangun-bangun geometri, penting sekali bahwa gambar atau lukisan geometri itu dijelaskan menggunakan dasar penalaran matematika pendukungnya.

Dalam geometri Euclid, dikenal topik matematika konstruksi geometris. Dengan konstruksi geometris, dimaksudkan melukis bangun-bangun geometri dengan cara melukis garis (lurus) dan busur lingkaran tanpa memperhatikan ukuran panjangnya. Dalam konstruksi geometris yang diperhatikan hanyalah tempat kedudukan titik-titik yang diperlukan dan/atau titik-titik persekutuan/pertemuan. Untuk mengkonstruksi garis dibutuhkan penggaris, sedang untuk mengkonstruksi busur lingkaran dibutuhkan jangka. Kedua alat ini dikenal sebagai alat lukis Euclid.

Dalam bahasa umum, istilah melukis atau menggambar mengandung arti membuat gambar geometris dengan bantuan alat lukis. Sementara alat lukis ada banyak ragamnya, misalnya alat pantograf, trisektor, busur derajat, dll. Jika tidak diberi

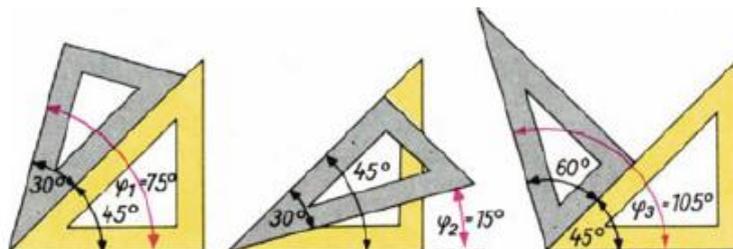
keterangan khusus, misalnya konstruksi Euclid atau melukis cara Euclid, maka melukis geometri diasumsikan dapat menggunakan alat lukis apa pun.



2. Melukis Menggunakan Penggaris Siku

a. Menggunakan penggaris siku-siku untuk melukis sudut tertentu

Pasangan penggaris siku-siku dapat digunakan untuk menggambar atau melukis beberapa sudut khusus seperti contoh pada gambar di bawah ini.



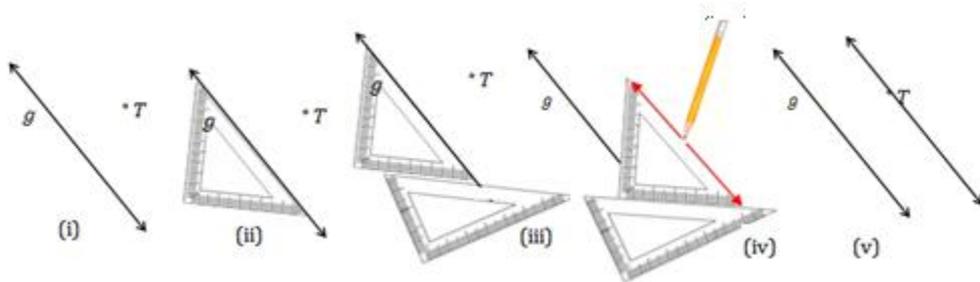
Selain yang ditunjukkan di atas pasangan itu juga dapat digunakan untuk menggambar sudut  $120^\circ$ ,  $135^\circ$  dan  $150^\circ$ .

b. Pasangan penggaris siku-siku digunakan untuk menggambar dua garis saling sejajar.

Diketahui titik  $T$  di luar garis  $g$ . Melalui  $T$  digambar garis  $h \parallel g$ .

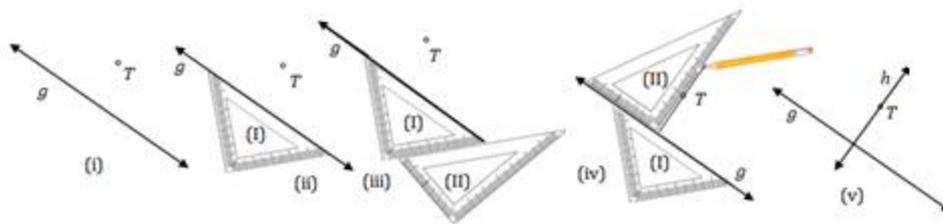
- (i) Diketahui garis  $g$  dan titik  $T$  di luar  $g$ .
- (ii) Impitkan salah satu sisi segitiga pada garis  $g$
- (iii) Segitiga kedua: Impitkan sisi terpanjang penggaris segitiga kedua ke salah satu sisi yang tidak berimpit  $g$ .

- (iv) Geser penggaris pertama sampai sisi yang semula berimpit  $g$  melalui  $T$ .  
 Tariklah sepanjang sisi yang melalui  $T$  garis  $h$ .
- (v) Perpanjang gambar garis  $h$ . Diperoleh garis  $h$  melalui  $T$  sejajar garis  $g$ .



- c. Pasangan penggaris siku-siku digunakan untuk menggambar dua garis saling tegak lurus.

Diketahui titik  $T$  di luar garis  $g$ . Melalui  $T$  digambar garis  $h \perp g$ .



- (i) Diketahui garis  $g$  dan titik  $T$  di luar  $g$ .
- (ii) Impitkan salah satu sisi segitiga I pada garis  $g$
- (iii) Segitiga II: Impitkan sisi terpanjang penggaris segitiga II ke salah satu sisi yang tidak berimpit  $g$ .
- (iv) Impitkan sisi siku-siku penggaris II dengan sisi yang semula berimpit  $g$ , melalui  $T$ . Tariklah sepanjang sisi segitiga yang melalui  $T$  garis  $h$ .
- (v) Perpanjang gambar garis  $h$ . Diperoleh melalui  $T$  garis  $h \perp g$ .

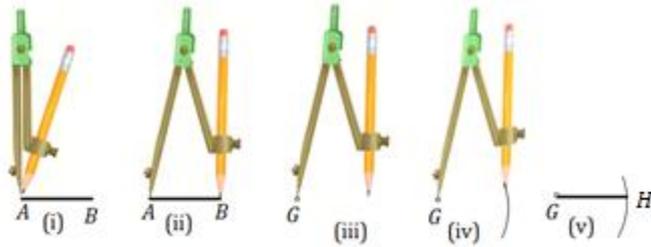
3. Konstruksi-konstruksi Dasar Euclid

- a. Menyalin ruas garis.

Untuk menyalin sebuah ruas garis atau mengukur jarak dua titik terpisah, langkahnya sebagai berikut:

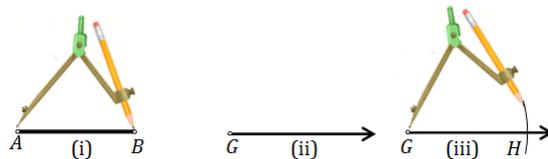
- (i)  $\overline{AB}$  adalah ruas garis yang akan disalin. Letakkan kaki jangka yang lancip di titik  $A$ .
- (ii) Bukalah jangka hingga pensil tepat pada titik  $B$ .

- (iii) Pindahkan jangka, letakkan ujung lancip jangka di titik  $G$ , titik awal ruas garis yang akan menjadi salinan  $\overline{AB}$ .
- (iv) Lukis busur lingkaran  $\odot(G, AB)$  secukupnya.
- (v) Tarik ruas garis dari  $G$  ke salah satu titik pada busur yang diperoleh misal titik  $H$ .  $\overline{GH}$  adalah ruas garis hasil dari menyalin  $\overline{AB}$ .



Dapat pula menggunakan cara berikut (Gambar di bawah ini):

- (i) Buka jangka sepanjang ruas garis  $\overline{AB}$  yang akan disalin.
- (ii) Lukis sinar garis bertitik pangkal  $G$ , lebih panjang dari pada  $\overline{AB}$ .
- (iii) Tanpa mengubah bukaan jangka, letakkan kaki jangka di  $G$ . Goreskan busur memotong sinar garis (ii) di titik  $H$ . Ruas garis hasil salinan adalah  $\overline{GH}$ .

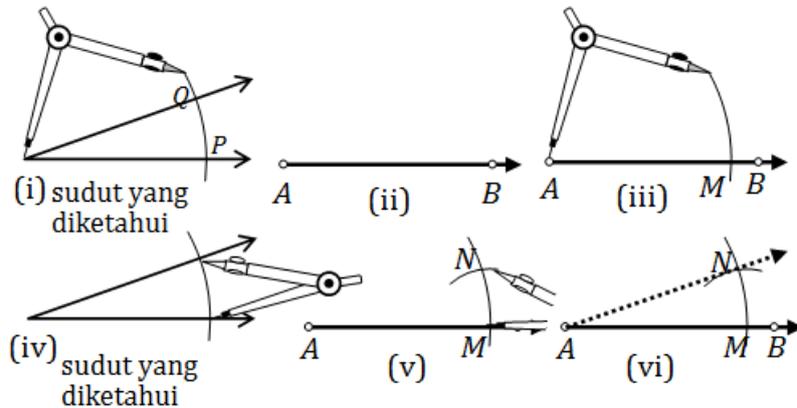


b. Melukis/Menyalin sudut

Langkah-langkah seperti diilustrasikan pada contoh berikut ini.

- (i) Pada sudut yang diketahui, berpusat di titik sudutnya lukis/ jangkakanlah sebuah busur lingkaran memotong kaki sudut di titik  $P$  dan  $Q$ .
- (ii) Lukis sebuah sinar garis  $\overrightarrow{AB}$ .
- (iii) Menggunakan jangka yang digunakan pada (i), tanpa mengubah kaki jangkanya lukis sebuah busur lingkaran berpusat di  $A$  memotong  $\overrightarrow{AB}$  di titik  $M$ .
- (iv) Pada sudut hasil (i) ukurlah dengan jangka jarak antara titik  $P$  dan  $Q$  dengan jangka (panjangnya =  $PQ$ ).
- (v) Tanpa mengubah jangka, ukurkan jarak  $PQ$  dengan kaki lancip jangka di titik  $M$ , memotong busur hasil langkah (iii) di  $N$ .

(vi) Tarik sinar garis melalui  $A$  dan  $N$ . Sudut  $MAN$  adalah sudut hasil lukisan yang kongruen dengan sudut yang diketahui.



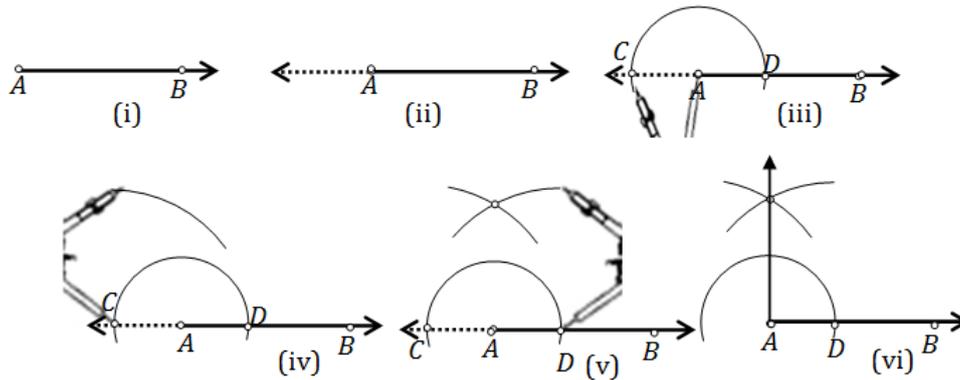
**c. Melukis sudut tertentu**

Gellert (1978:151) menyatakan bahwa hanya sudut-sudut tertentu yang dapat dilukis dengan jangka dan penggaris saja. di antaranya  $120^\circ$ ,  $90^\circ$  dan  $72^\circ$  yang dengan lukisan jangka dan penggaris dapat dilukis segitiga sama sisi, persegi dan pentagon (segi-5) beraturan. Dengan membagi sudut menjadi dua sama besar secara berkelanjutan dapat dilukis sudut (hanya disebutkan yang bulat)  $60^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $36^\circ$ ,  $18^\circ$  dan  $9^\circ$ . Dengan menjumlahkan  $15^\circ$  dan  $9^\circ$  diperoleh  $24^\circ$ , yang dengan demikian maka sudut  $12^\circ$ ,  $6^\circ$  and  $3^\circ$  juga dapat dilukis. Akibat selanjutnya semua sudut kelipatan  $3^\circ$  dapat dilukis hanya menggunakan jangka dan penggaris.

1) Melukis sudut  $90^\circ$

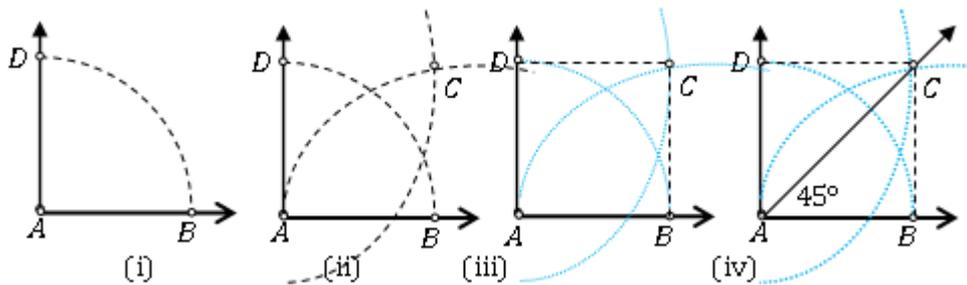
Untuk melukis sudut  $90^\circ$  ikuti langkah-langkahnya sebagai berikut>

- (i) Lukis sebuah sinar garis  $\overrightarrow{AB}$
- (ii) Lukis ruas garis berpangkal di titik  $A$  berlawanan arah dengan  $\overrightarrow{AB}$
- (iii) Lukis sebuah busur lingkaran berpusat di titik  $A$ , memotong garis  $\overleftrightarrow{AB}$  di titik  $C$  dan  $D$ .
- (iv) Lukis sebuah busur  $\odot (C, r), r > \frac{1}{2} CD$ .
- (v) Lukis sebuah busur  $\odot (D, r)$   
Busur dari (iv) dan (v) berpotongan di titik  $E$ .
- (vi) Tarik  $\overrightarrow{AE}$ . Sudut  $BAE$  adalah sudut yang besarnya  $90^\circ$ .



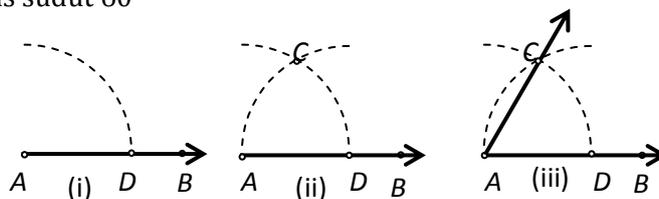
2) Melukis sudut  $45^\circ$

Lukislah sudut  $90^\circ$  kemudian salah satu cara adalah membagi dua sama sudut  $90^\circ$  yang diuraikan pada Kegiatan Pembelajaran selanjutnya. Salah satu cara lain setelah sudut  $90^\circ$  dilukis, melukis persegi dan diagonal persegi yang membagi dua sama sudut persegi.



- (i) Gunakan langkah-langkah melukis sudut  $90^\circ$  untuk memperoleh sudut  $90^\circ$ .  
Lukislah busur  $\odot(A, R)$  memotong kaki sudut siku-siku itu di B dan D.
- (ii) Lukis busur  $\odot(B, R)$  dan busur  $\odot(D, R)$  yang berpotongan di titik C.
- (iii) ABCD adalah persegi (Mengapa?)
- (iv) Tarik  $\overrightarrow{AD}$ . Besar sudut  $CAB = 45^\circ$ .

3) Melukis sudut  $60^\circ$



Gambar 10

Langkah melukis sudut  $60^\circ$ :

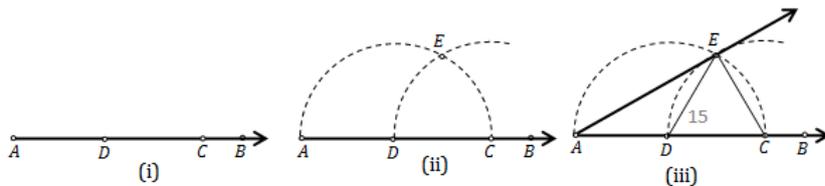
(i) Lukis sinar garis  $\overrightarrow{AB}$

Lukis sebuah busur lingkaran berpusat di  $A$  memotong  $\overrightarrow{AB}$  titik  $D$ .

(ii) Lukis buaur ( $D, DA$ ) memotong busur pada (i) di titik  $E$ .

(iii) Tarik sinar garis  $\overrightarrow{AE}$ . Besar sudut  $BAE = 60^\circ$ .

4) Melukis sudut  $30^\circ$



(i) Lukis sinar garis  $\overrightarrow{AB}$ .

Tentukan letak titik  $D$  dan  $C$  pada  $\overleftrightarrow{AB}$ , sedemikian sehingga  $AD = DC$ .

(ii) Lukis busur lingkaran ( $D, DA$ ) dan ( $C, CA$ ). Keduanya berpotongan di  $E$ .

(iii) Tarik sinar garis  $\overrightarrow{AE}$ ;  $m\angle BAE = 30^\circ$ . (**Berikan alasannya!**)

**Contoh 1.**

Lukislah segitiga yang sisi-sisinya tersedia sebagai berikut:



Jawab:

Namakan ruas garis yang panjangnya  $s_1$ ,  $s_2$ , dan  $s_3$

berturut-turut  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ , dan  $\overline{CA}$

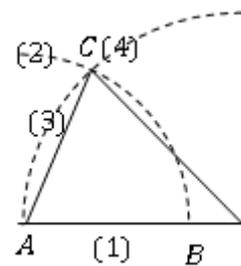
(1) Salinlah ruas garis  $\overline{AB}$ .

(2) Lukis busur lingkaran ( $B, BC$ )

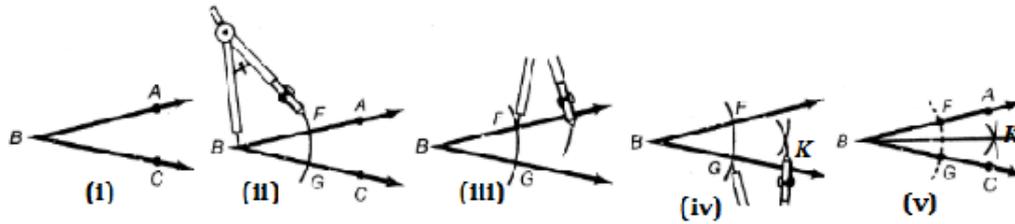
(3) Lukis busur lingkaran ( $A, AC$ )

Busur lingkaran ( $B, BC$ ) dan ( $A, AC$ ) berpotongan di titik  $C$ .

(4) Tarik  $\overline{BC}$  dan  $\overline{CA} \Rightarrow \triangle ABC$  terlukis.



d. Membagi dua sama sebuah sudut



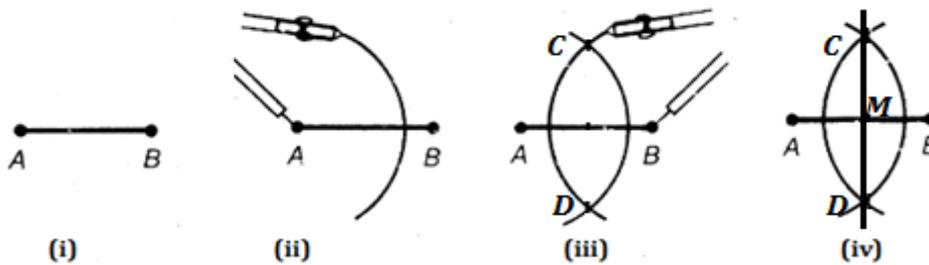
- (i) Diketahui sudut  $ABC$ .
- (ii) Berpusat titik  $B$  lukis sebuah busur memotong kaki sudut di  $G$  dan  $F$ .
- (iii) Berpusat di titik  $F$ , lukis busur lingkaran di dalam sudut  $ABC$
- (iv) Berpusat di titik  $G$ , lukis busur lingkaran di dalam sudut  $ABC$   
Busur pada (iii) dan (iv) berpotongan di titik  $K$
- (v) Tarik  $BK$ .  $BK$  membagi dua sama sudut  $ABC$ .

Keterangan

- 1) Jika  $GK = BG$ , maka  $BGKF$  adalah belah ketupat.
- 2) Jika  $GK \neq BG$ , maka  $BGKF$  adalah layang-layang.

Pada keduanya  $\overline{BK}$  merupakan sumbu simetri sehingga  $m\angle ABK = m\angle CBK$ .

e. Membagi dua sama panjang sebuah ruas garis.



- (i) Diketahui ruas garis  $\overline{AB}$
- (ii) Berpusat di titik  $A$ , lukis sebuah busur lingkaran berjari-jari lebih dari setengah panjang  $\overline{AB}$ .
- (iii) Berpusat di titik  $B$ , lukis sebuah busur lingkaran berjari-jari sama dengan yang digunakan pada langkah (ii).  
Kedua busur pada (ii) dan (iii) berpotongan di titik  $C$  dan  $D$ .

(iv) Tarik  $\overline{CD}$  memotong  $\overline{AB}$  di titik  $M$ .  $M$  adalah titik tengah  $\overline{AB}$ .

Catatan:

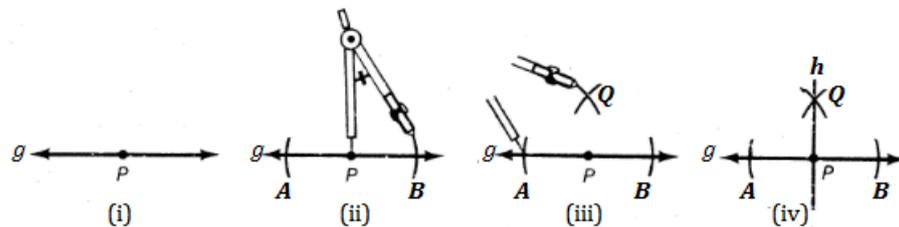
- 1) Dari Gambar 14 (iii), diperoleh bahwa segi empat  $ADBC$  belah ketupat, sehingga kedua diagonalnya saling berpotongan di sama panjang. Jadi benar  $\overline{CD}$  benar membagi dua sama (dan tegak lurus)  $\overline{AB}$
- 2) Dalam hal di atas  $\overline{CD}$  dinamakan **sumbu** ruas garis  $\overline{AB}$ .

f. Melukis garis tegak lurus garis yang diketahui dan melalui sebuah titik pada garis tersebut.

Diketahui: Titik  $P$  ada garis  $g$ .

Diminta melukis garis  $h$  melalui  $T$  tegak lurus  $g$ .

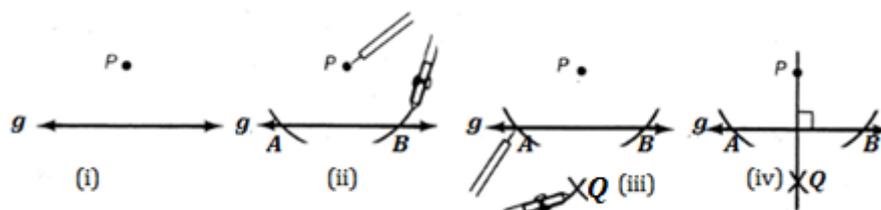
Langkah melukisnya:



- (i) Lukis yang diketahui: garis  $g$  dan  $P \in g$  (titik  $P$  pada  $g$ ).
- (ii) Berpusat pada titik  $P$  dilukis busur memotong  $g$  di titik-titik  $A$  dan  $B$ .
- (iii) Lukis busur  $\odot(A, r)$ ,  $r > \frac{1}{2} AB$  di salah satu pihak garis  $g$ .
- (iv) Lukis busur  $\odot(B, r)$  memotong busur pada (iii) di titik  $Q$ .  $\Rightarrow AQ = BQ$ .  
Garis  $h$  adalah garis yang melalui titik  $P$  dan  $Q$  yang tegak lurus  $g$ .

g. Melukis garis tegak lurus garis yang diketahui dan melalui titik di luar garis tersebut.

Langkah melukisnya sama dengan lukisan jika  $P$  pada  $g$ .



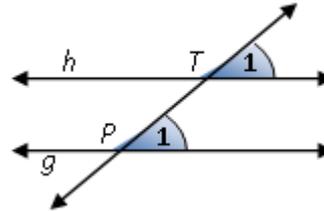
- h. Melukis garis sejajar dengan garis yang diketahui dan melalui sebuah titik di luar garis tersebut.

**Contoh 1**

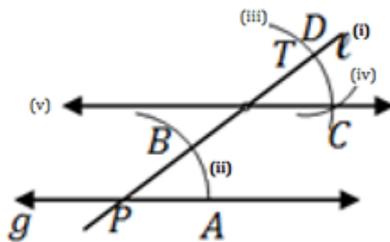
Diketahui: Titik  $P$  di luar garis  $g$ .

Dilukis garis  $h$  melalui  $P$  sejajar  $g$ .

Dasar:  $g \parallel h \xrightarrow{\text{dipotong garis lain}} u\angle P_1 = u\angle T_1$



Langkah melukisnya



- (i) Melalui  $T$  tariklah sebuah garis  $l$  memotong  $g$  di  $P$ .
- (ii) Lukis busur  $\odot(P, r)$  memotong  $g$  di  $A$  dan  $l$  di  $B$ .  $PA = PB = r$
- (iii) Lukis busur  $\odot(T, r)$  memotong  $l$  di  $D$ .

(iv) Ukurlah dengan jangka jarak  $\overline{AB}$

Berpusat di  $D$  lukislah busur  $(D, AB)$  memotong busur pada (iii) di  $C$ .

(v) Tariklah garis  $h = \overleftrightarrow{TC}$ , garis yang dicari melalui  $T$  sejajar  $g$ .

**Contoh 2**

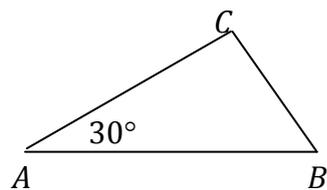
Lukislah  $\triangle ABC$  dengan  $\angle A = 30^\circ$

$\overline{AB}$  \_\_\_\_\_  
 $\overline{BC}$  \_\_\_\_\_

Persiapan:

Misalkan  $\triangle ABC$ -nya seperti di samping ini.

Yang dapat dilukis dulu adalah sudut  $CAB = 30^\circ$ , kemudian titik  $B$  pada sisi  $\overline{AB}$  pada salah satu kaki sudut  $30^\circ$ .

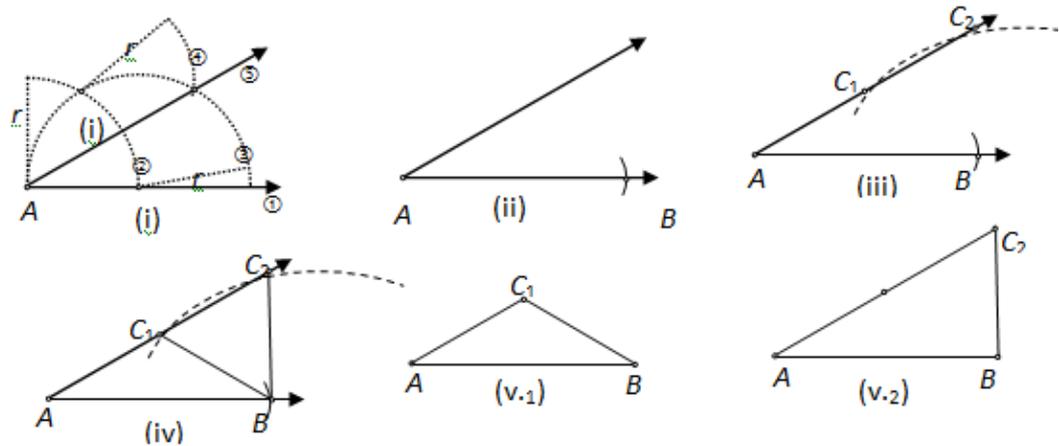


Dengan melukis  $\odot(B, BC)$ , memotong kaki lain dari kaki sudut  $30^\circ$ , diperoleh titik  $C$ .

Melukiskannya:

- (i) Lukis sudut  $30^\circ$  dengan  $A$  sebagai titik sudut.

- (ii) Ukurkan  $\overline{AB}$  yang diketahui pada salah satu kaki sudut dari (i).
- (iii) Lukis  $\odot(B, BC)$ , memotong kaki sudut  $30^\circ$  lainnya di titik  $C$ .  
(Ternyata ada dua titik:  $C_1$  dan  $C_2$ )
- (iv) Tarik ruas garis  $\overline{BC_1}$  dan  $\overline{BC_2}$ .
- (v) Terlukis dua buah segitiga: Gambar (v.1) dan (v.2)



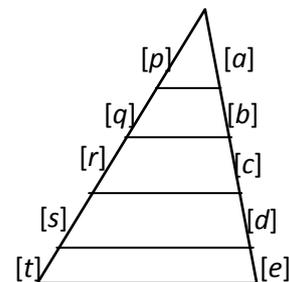
- i. Membagi sebuah ruas garis menjadi sejumlah ruas garis yang kongruen

Contoh:

Bagilah ruas garis  $\overline{AB}$ : \_\_\_\_\_

menjadi 5 bagian yang sama panjang

Jawab: Dalam sebuah segitiga, beberapa garis sejajar memotong kaki-kaki segitiga tersebut, maka terjadi segitiga-segitiga sebangun. Pada bagian-bagian segitiga itu:



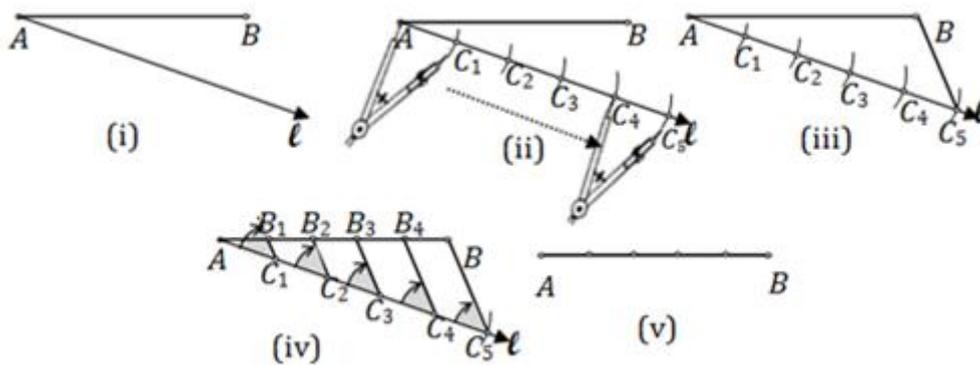
- 1) sudut-sudut sehadapnya sama dan 2) bagian-bagian kaki-kakinya yang seletak sebanding:  $p : q : r : s : t = a : b : c : d : e$

Jika  $p = q = r = s = t$  maka demikian pula  $a = b = c = d = e$ .

Dengan dasar hal di atas maka untuk membagi  $\overline{AB}$  menjadi 5 bagian yang sama dilakukan sebagai berikut:

- (i) Melalui titik  $A$ , dibuat sebuah sinar garis  $\ell$  yang tidak berimpit  $\overline{AB}$ .
- (ii) Mulai dari titik  $A$ , diukur dan ditandai 5 ruas garis yang sama panjang, misal titik  $C_1, C_2, C_3, C_4$ , dan  $C_5$ .

- (iii) Tarik  $\overline{BC_5}$ .
- (iv) Salinlah  $\angle AC_5B$  sehingga terjadi sudut-sudut bertitik sudut  $C_1, C_2, C_3,$  dan  $C_4$ , salah satu kakinya adalah  $\overline{AC_1}, \overline{AC_2}, \overline{AC_3},$  dan  $\overline{AC_4}$ . Kaki lainnya yaitu  $\overline{C_1B_1} \parallel \overline{C_2B_2} \parallel \overline{C_3B_3} \parallel \overline{C_4B_4} \parallel \overline{C_5B}$  memotong  $\overline{AB}$  berturut-turut pada titik  $B_1, B_2, B_3,$  dan  $B_4$ .
- (v) Karena  $AC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4 = C_4C_5$ , maka  $AB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B$ .



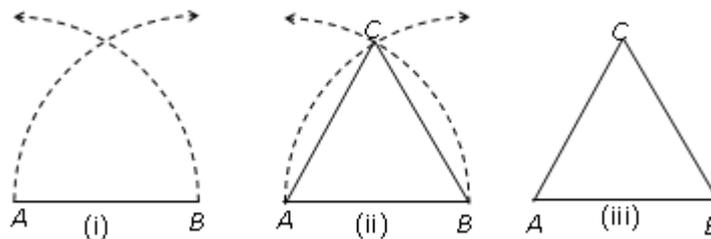
Catatan.

Dengan penyesuaian banyaknya bagian ruas garis, langkah-langkah pada Contoh No. 2 di atas dapat digunakan untuk membagi sebuah ruas garis menjadi  $n$  ( $n$  bilangan asli  $\geq 2$ ) bagian yang sama,

4. Konstruksi Poligon Beraturan

a. Konstruksi Segitiga samasisi

Melukis segitiga sama sisi berawal dari melukis sudut  $60^\circ$  seperti yang dipelajari dalam lukisn dasar.



- (i) Misalkan panjang sisinya tertentu, namakan salah satunya  $\overline{AB}$ .

Berpusat di  $A$  lukis busur  $\odot(A, AB)$  dan berpusat di  $B$  lukis busur  $\odot(B, AB)$ .

Busur  $\odot(A, AB)$  dan busur  $\odot(B, AB)$  berpotongan di titik  $C$

(ii) Tarik  $\overline{AC}$  dan  $\overline{BC}$

(iii)  $\triangle ABC$  adalah segitiga sama sisi.

b. Konstruksi persegi

Salah satu cara melukis persegi, perhatikan langkah dan gambar berikut ini.

(i) Misalkan panjang sisinya tertentu, namakan salah satunya  $\overline{AB}$ .

Ukurlah ruas garis sepanjang  $\overline{AB}$  pada garis  $g$ .

Berpusat di titik  $A$  lukis busur  $\odot(A, r)$  memotong  $g$  di  $K_1$  dan  $K_2$ .

Lukis busur  $\odot(K_1, r)$  dan busur  $\odot(K_2, r)$ . Kedua busur berpotongan di  $M$

$\leftrightarrow$

Tarik garis melalui  $A$  dan  $M \Rightarrow \overline{AM} \perp g$ .

(ii) Lukis busur  $\odot(B, r)$  memotong  $g$  di  $L_1$  dan  $L_2$ .

Lukis busur  $\odot(L_1, r)$  dan busur  $\odot(L_2, r)$ . Kedua busur berpotongan di  $N$

$\leftrightarrow$

Tarik garis melalui  $B$  dan  $N \Rightarrow \overline{BN} \perp g$ .

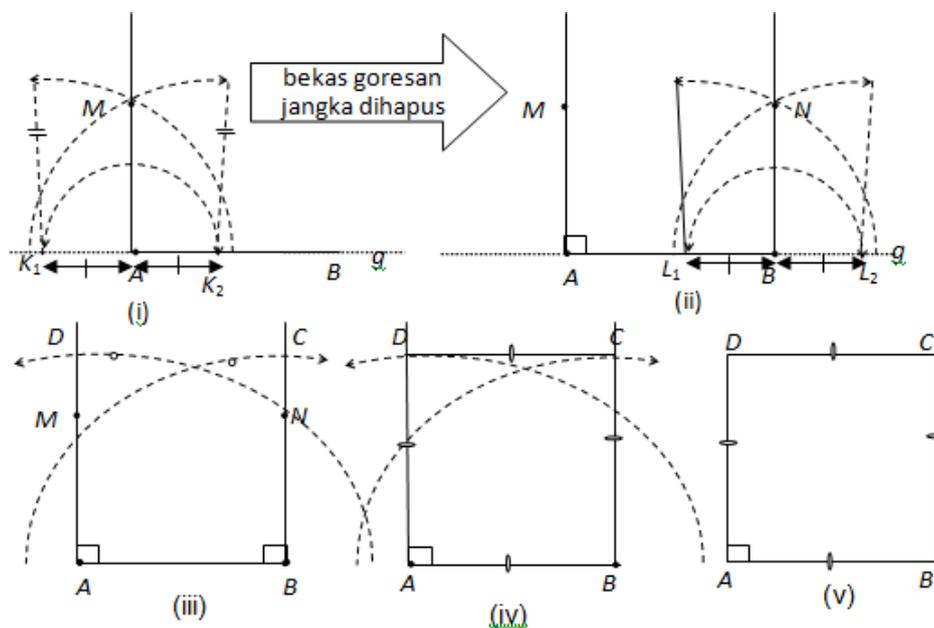
$\leftrightarrow$

(iii) Lukis busur  $\odot(A, AB)$  memotong  $\overline{AM}$  di  $C$  dan busur  $\odot(B, AB)$

$\leftrightarrow$

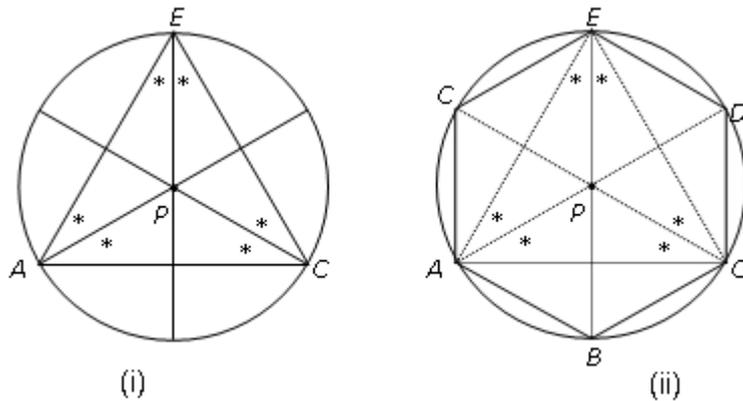
memotong  $\overline{BN}$  di  $D$ . Tarik  $\overline{AB}$

(iv)  $ABCD$  adalah persegi.



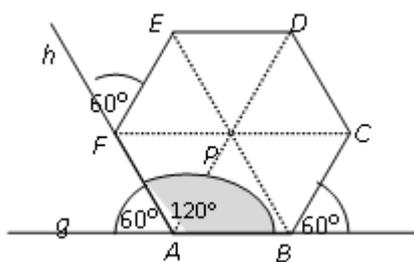
**Konstruksi segi-6 beraturan**

- 1) Segi 6 beraturan memiliki sisi yang panjangnya =  $R$ ,  $R$  jari-jari lingkaran luar. Karena itu untuk melukis segi-6 beraturan dapat (i) dilukis sebuah pusat lingkaran berjari-jari  $R$ , kemudian (ii) digambar salah satu diameternya, misalnya  $\overline{AD}$  (iii) Berpusat di titik  $A$  dilukis busur  $\odot(A, R)$  memotong lingkaran di  $B$  dan  $F$ . Berpusat di titik  $B$  dilukis busur  $\odot(B, R)$  memotong lingkaran di  $D$  dan  $E$ . (iv) Tarik ruas-ruas garis yang menghubungkan berturut-turut titik-titik  $A - B - C - D - E - F - A$  diperoleh segi-6 beraturan  $ABCDEF$ .
- 2) Dengan menggunakan lingkaran luar segitiga sama sisi dan lukisan dasar membagi dua sama sebuah sudut, setiap sudut pusat yang menghadap sisi segitiga sama sisi dibagi dua sama.



Tiga garis baginya memotong lingkaran pada tiga buah titik. Bersama dengan tiga titik sudut semula, keenam titik merupakan titik-titik sudut segi-6 beraturan. Tiga garis bagi ini dapat langsung digambar melalui titik sudut segitiga dan pusat lingkaran luarnya.

- 3) Besar setiap sudut segi-6 beraturan  $120^\circ$ . Sudut ini dapat dilukis sebagai pelurus sudut  $60^\circ$ , Sedangkan pada lukisan dasar sudut  $60^\circ$  dapat dilukis dengan penggaris dan jangka seperti melukis segitiga sama sisi.



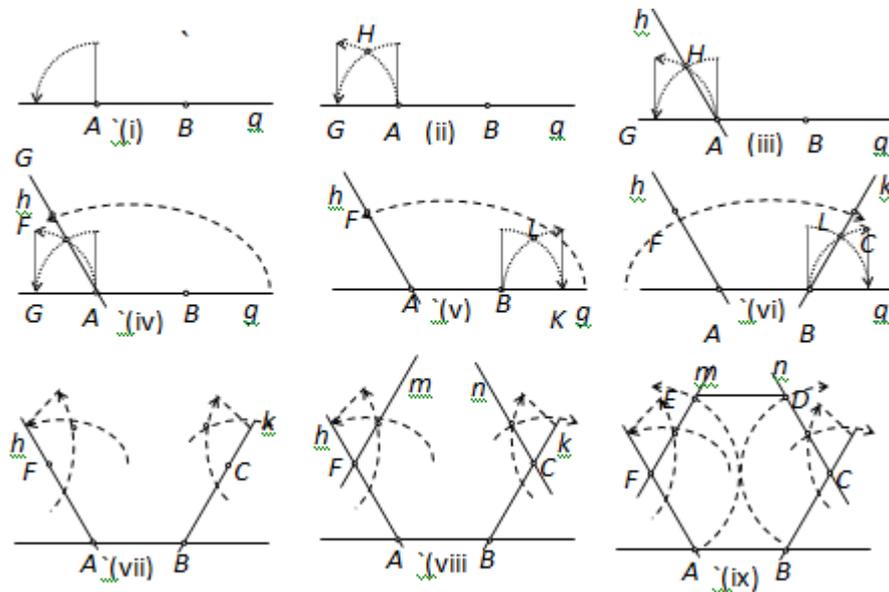
Perhatikan Gambar di beriklut.

Dengan menggambar sebuah garis  $g$  dalpat ditentukan dua titik  $A$  dan  $B$  sehingga  $\overline{AB}$  dapat diukur sesuai panjang yang ditentukan.

Dengan melukis sudut  $60^\circ$  di titik sudut  $A$  dapat ditemukan garis  $h$ . Dengan melukis busur  $\odot(A, AB)$ , maka titik potongnya yaitu  $F$  dapat ditemukan.

Titik  $C$  dapat ditemukan seperti menemukan titik  $F$ . Demikian berlanjut untuk menemukan titik  $D$  dan  $E$ .

Langkah lukisannya:



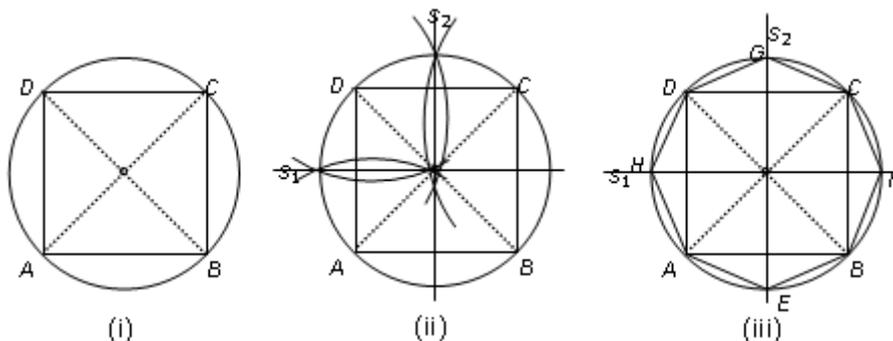
Melukisnya: (lihat gambar di atas)

- (i) Pada garis  $g$  pilih titik  $A$  dan  $B$  sesuai jarak (panjang sisi) yang telah ditentukan. Lukis busur  $\odot(A, r_A)$  memotong  $g$  di  $G$ .
- (ii) Lukis busur  $\odot(G, r_A)$ , memotong busur  $\odot(A, r_A)$  di titik  $H$ .
- (iii) Tarik garis  $h$  melalui  $A$  dan  $H$ .
- (iv) Lukis busur  $\odot(A, AB)$  memotong  $h$  di titik  $F$ .
- (v) Lukis busur  $\odot(B, r_B)$ , memotong  $g$  di titik  $K$ .  
Lukis busur  $\odot(K, r_B)$  memotong  $g$  di  $L$ .
- (vi) Tarik garis  $k$  melalui  $B$  dan  $L$ .  
Lukis busur  $\odot(B, AB)$  memotong  $k$  di titik  $C$ .
- (vii) Mulai di titik  $F$  dan  $C$  lukis sudut  $60^\circ$  seperti pada langkah (i) – (iii).
- (viii) Tarik garis  $m$  dan  $n$  (untuk terjadinya sudut  $60^\circ$  di  $F$  dan  $C$ ).

- (ix) Lukis busur  $\odot(F, FA)$  memotong  $m$  di  $E$ , Lukis busur  $\odot(C, CB)$  memotong  $n$  di  $D$ . Tarik  $\overline{DE}$ . Segi-6 beraturannya adalah segi-6  $ABCDEF$ .

**c. Konstruksi segi-8 beraturan**

Gambar 54 (i) adalah sebuah persegi beserta lingkaran luarnya. Gambar 54 (ii) menunjukkan dilukisnya sumbu  $\overline{DC}$  dan sumbu  $\overline{AD}$  yang sekaligus akan menjadi sumbu  $\overline{AB}$  dan sumbu  $\overline{BC}$  yang memotong busur-busur seperempat menjadi dua busur seperdelapan lingkaran. Titik-titikpotong sumbu dengan busur menjadi 4 di antara titik-titik sudut segi-8 beraturan. Segi-8 beraturannya adalah  $AEBFCGDH$ .



**d. Konstruksi segi-5 beraturan**

Melukis segi-5 beraturan telah dibahas dalam *Element* Buku - IV yang ditulis oleh Euclides (390–350 sM, Gambar 55). Segi-5 beraturan banyak digunakan sebagai bentuk dasar logo organisasi pemerintah maupun organisasi sosial.

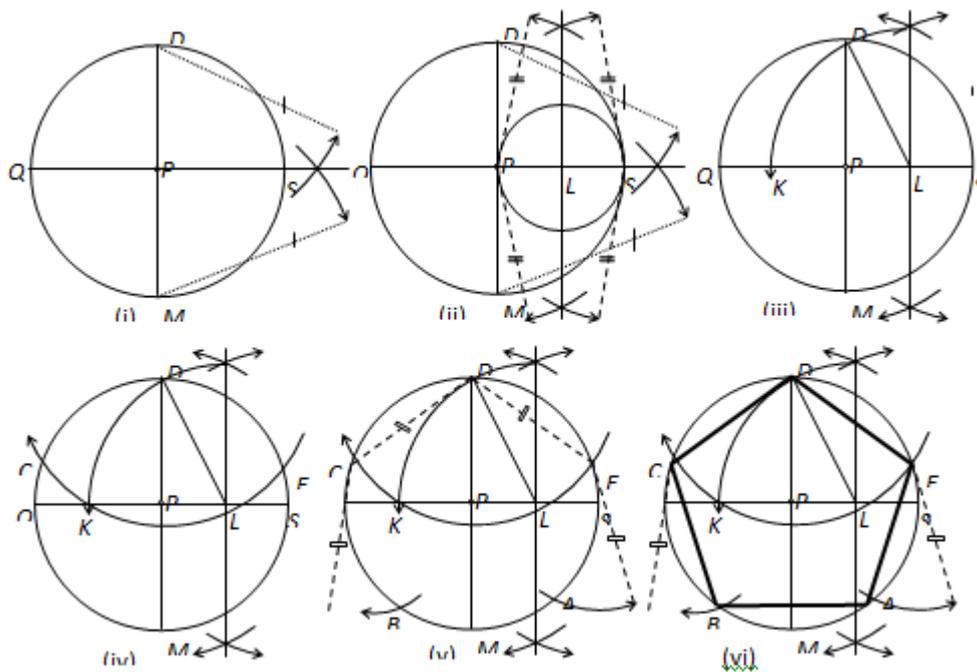


Cara melukisnya:

Disediakan sebuah lingkaran berpusat di  $P$ .

- (i) Digambar sebuah diameter (namai titik diametralnya  $D$  dan  $M$ )  
Lukis sumbu  $\overline{DM}$ . Garis ini tegak lurus diameter melalui  $P$ , memotong lingkaran. Titik potongnya adalah titik  $S$  dan  $Q$ .
- (ii) Lukis sumbu  $\overline{SP}$ , namakan titik potongnya dengan  $\overline{SP}$  adalah  $L$
- (iii) Lukis  $\odot(L, LS)$  memotong  $\overline{QP}$  di  $K$ .
- (iv) Ukur  $\overline{DK}$ . Lukis busur  $\odot(D, DK)$  memotong lingkaran di  $C$  dan  $E$ .

- (v) Lukis busur  $\odot(C, DC)$  memotong lingkaran semula di  $B$   
 Lukis busur  $\odot(E, DE)$  memotong lingkaran semula di  $A$   
 (vi) Gambarlah ruas-ruas garis penghubung titik-titik berurutan  $A, B, C, D, E, A$ . Hasilnya adalah segi lima beraturan  $ABCDE$ .



Verifikasi. Lihat Gambar sudut kanan bawah (vi)

$$PD = R, PL = \frac{1}{2} R \Rightarrow LD = \frac{1}{2} R \sqrt{5}$$

$$LK = LD = \frac{1}{2} R \sqrt{5}; PL = \frac{1}{2} R \Rightarrow PK = LK - PL = \frac{1}{2} R \sqrt{5} - \frac{1}{2} R$$

$$DK = \sqrt{PD^2 + PK^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2} R \sqrt{5} - \frac{1}{2} R\right)^2}$$

#### D. Aktivitas Pembelajaran

##### Aktivitas 1.

Untuk memantapkan keterampilan Anda, kerjakan yang berikut ini secara individual.

Ambillah sebuah penggaris (tanpa skala, atau dengan tidak memperhatikan skala panjangnya) dan sebuah jangka. Lukislah beberapa konstruksi di bawah ini di sebarang kertas dengan **hanya** menggunakan jangka dan penggaris, kemudian kemukakan langkah-langkah (secara urut) bagaimana melukisnya!

1. Membagi dua sama besar sembarang sudut  $AOB$ .

2. Melukis salah satu garis berat segitiga  $ABC$ .
3. Melukis salah satu garis sumbu segitiga  $ABC$ .
4. Melukis salah satu garis bagi segitiga  $ABC$ .
5. Melukis salah satu garis tinggi segitiga  $ABC$ .
6. Melukis sudut yang besarnya  $15^\circ$ .
7. Membagi tiga sama panjang sebuah ruas garis  $AB$ .
8. Melukis sebuah persegi (misal  $ABCD$ ), jika diberikan salah satu sisinya, (misalnya  $AB$ ).
9. Menentukan titik pusat sebarang lingkaran. (Misalkan diberikan sebuah lingkaran (tanpa titik pusat). Anda dapat mencobanya dengan melukis lingkaran tsb menggunakan koin atau tutup toples, lalu cobalah menentukan titik pusatnya)

### **Aktivitas 2.**

Untuk memantapkan keterampilan Anda, kerjakan yang berikut ini secara individual.

Dimulai dengan melukis sebuah lingkaran menggunakan jangka (diketahui titik pusat dan lingkarannya), kemudian lukislah:

1. Persegi (yang titik-titik sudutnya pada lingkaran)
2. Segitiga samasisi (yang titik-titik sudutnya pada lingkaran)
3. Segi lima beraturan (yang titik-titik sudutnya pada lingkaran)

Jika Anda mengalami kesulitan dalam mengerjakan aktivitas bagian c di atas, cobalah melihat uraian materi, dan praktikkan sendiri di kertas Anda!

### **Aktivitas 3.**

Selain menggunakan penggaris dan jangka, Anda juga dapat menggunakan alat sederhana lainnya untuk melukis/mengkonstruksi bangun geometri. Kerjakanlah secara berpasangan.

- a) Ambillah searik kertas lentur/origami. Bentuklah dengan kertas tersebut sebuah segilima beraturan.
- b) Ambillah seutas tali. Bentuklah dengan tali tersebut sudut siku-siku.

### **Aktivitas 4.**

Secara individual atau berpasangan, lukislah sebuah sudut sebarang (dengan penggaris). Cobalah untuk menemukan langkah-langkah membagi tiga (sama besar) sudut tersebut!

Setelah Anda mencoba sekian lama atau telah menduga mendapatkan langkahnya, cobalah untuk menelusuri di Internet tentang konstruksi tersebut, dengan kata kunci: "trisection angle".

#### E. Latihan/Kasus/Tugas

1. Jelaskan apa saja yang merupakan konstruksi dasar dalam hal melukis dengan hanya menggunakan jangka dan penggaris (tanpa skala)!
2. Gambarlah dua sudut lancip yang berbeda. Namakan besarnya  $\alpha^\circ$  dan  $\beta^\circ$ .
  - a. Lukislah sudut  $\alpha^\circ + \beta^\circ$
  - b. Lukislah sudut  $3\alpha^\circ + 2\beta^\circ$
3. Lukislah sebuah segitiga sembarang  $ABC$  pada kertas tebal. Kemudian lukislah dengan jangka dan penggaris, ketiga garis beratnya segitiga  $ABC$  tsb.
  - a. Apakah ketiga lukisan garis berat yang Anda konstruksi bertemu di satu titik? Jika Ya, maka lukisannya Anda cukup cermat/teliti. Namun jika tidak, berarti kurang teliti, dan lakukan kembali dengan lebih cermat.
  - b. Jika Anda menemukan ketiga garis berat bertemu di satu titik (disebut titik berat), guntinglah menurut pola segitiga tsb sehingga diperoleh kertas tebal berbentuk segitiga. Dengan menggunakan pulpen atau pensil, tempatkan ujungnya ke titik berat pada segitiga (pulpen atau pensil dalam posisi tegak vertikal), dan lihatlah apa yang terjadi pada kertas tebal berbentuk segitiga tsb!
4. Apa saja lukisan dasar dan teorema-teorema yang digunakan sebagai dasar membagi sebuah ruas garis menjadi  $n$  bagian yang sama?

#### F. Rangkuman

Melukis geometris pada dasarnya dapat menggunakan berbagai macam alat. Namun secara tradisional, dalam konstruksi geometris dikenal alat Euclid (seperti dijelaskan dalam buku *the Element*) yaitu jangka dan penggaris (tanpa skala

apapun). Dengan alat ini, banyak konstruksi dasar (melukis titik dan garis) yang dapat dilukis. Semua sudut kelipatan  $3^\circ$  dapat dilukis menggunakan jangka dan penggaris. Dengan beberapa lukisan dasar tersebut, maka lukisan geometris yang lebih kompleks dapat dibuat. Walaupun demikian, terdapat konstruksi geometris yang tidak mungkin dilakukan dengan hanya menggunakan jangka dan penggaris.

#### G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Berdasarkan hasil pekerjaan Anda dalam menjawab atau mengerjakan Aktivitas Pembelajaran dan Latihan pada Kegiatan Pembelajaran ini Anda diharapkan dengan jujur menilai diri Anda sendiri. Jika Anda skor sendiri kiranya kurang dari 80% disarankan untuk mempelajari ulang dan melukis kembali yang harus dilukis, sehingga tanpa melihat bahan modul maupun petunjuk pada kuncinya Anda dapat dengan benar dan lancar menjawabnya.

## KUNCI JAWABAN LATIHAN/KASUS/TUGAS

### Kegiatan Pembelajaran 1

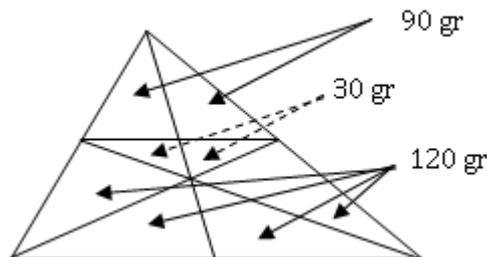
1. Secara umum, Geometri Euclidean atau Geometri Euclid adalah geometri yang didasarkan pada sifat-sifat bidang datar (*planar geometry*). Pengertian geometri ini yang banyak dipelajari di sekolah. Secara khusus, Geometri Euclid adalah geometri yang didasarkan pada sekumpulan pengertian pangkal, postulat dan definisi yang disusun oleh Euclid pada bukunya, *the Element*.
2. (lihat uraian materi)
3. (lihat uraian materi)
4. (lihat uraian materi)

### Kegiatan Pembelajaran 2

1.  $A = 70^\circ$ ,  $B = 20^\circ$ ,  $C = 160^\circ$
2. a.  $25,75^\circ$  b.  $40,5333\dots^\circ$  c.  $65,7541666\dots^\circ$  d.  $57,5041666\dots^\circ$
3. a.  $300^\circ$  b.  $105^\circ$  c.  $57,295779\dots^\circ$  d.  $38,1971856\dots^\circ$
4. a. 1,30899 (radian) b. 5,23598... c. 1,745329... d. 0,349065...
5. a. 36 rps b.  $3240^\circ$  (atau 9 putaran penuh)

### Kegiatan Pembelajaran 3

1.  $q = 5$ , dan  $t = 45$
2. Gunakan s-sd-s
3. Masing-masing 12 cm, 14 cm, dan 28 cm.
4. Lihat gambar

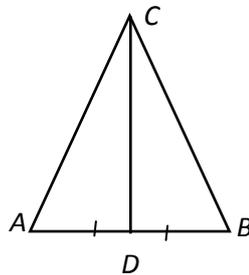


**Kegiatan Pembelajaran 4**

1. 150 mm
2.  $20 + 5\pi$
3.  $98 \text{ m}^2$
4. Luas juring besar : luas juring kecil = 2 : 1
5. 40 mm.

**Kegiatan Pembelajaran 5**

1. Petunjuk: poligon tidak hanya yang konveks juga yang konkaf. Posisinya juga tidak harus sama (perlu transformasi geometris untuk membuat posisinya sama)
2. Dengan menggunakan prinsip kongruensi segitiga, dapat ditunjukkan bahwa  $\angle A = \angle B$ .



3. Gunakan prinsip kekongruenan segitiga dan sifat sudut bersuplemen.
4.  $PQ = 10 \text{ cm}$  dan  $QB = 24 \text{ cm}$
5. (gunakan sifat jumlah sudut berseberangan pada segiempat talibusur, dan temukan segitiga-segitiga yang sebangun)

**Kegiatan Pembelajaran 6**

1. Substitusi ke bentuk  $a^2 + b^2 = c^2$  dan uraikan sehingga diperoleh kesamaan kedua ruas.
2. Gunakan rumus tripel Pythagoras pada uraian materi atau rumus dari Euclid, dan verifikasi/uji kembali.
3. (Bandingkan dengan uraian materi)  
Tripel (8, 15, 17) dan (17, 144, 145) yang merupakan Tripel Pythagoras Primitif, karena 17 adalah bilangan prima.
4. (Bandingkan dengan uraian materi)

**Kegiatan Pembelajaran7**

1. (lihat uraian materi)
2. Dengan cara memindah atau menyalin sudut.
3. a. Jika cermat, maka ketiga garis berat bertemu di satu titik.  
b. Kertas segitiga akan setimbang (horizontal).
4. Prinsip kesebangunan segitiga.

Kunci Jawaban

---

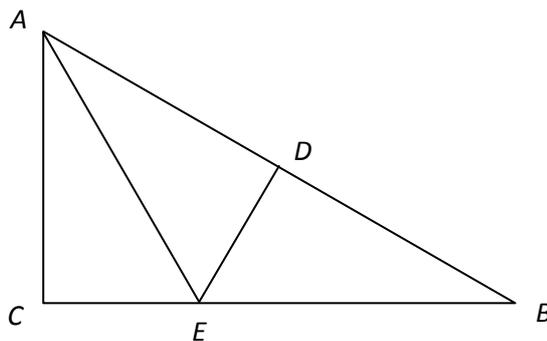
## EVALUASI

Pilihlah jawaban benar dari setiap soal di bawah ini dengan memilih satu di antara jawaban pada A, B, C, atau D.

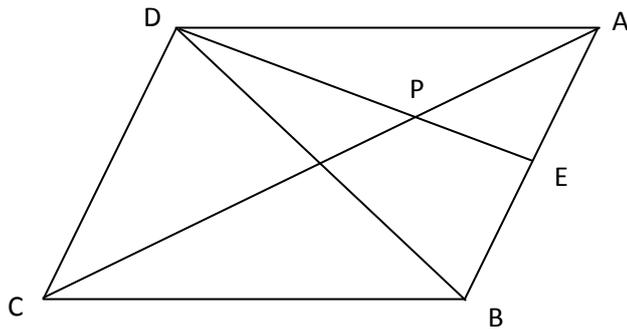
1. Pernyataan yang benar berdasarkan sistem aksiomatis adalah ...
  - A. Dalil diperoleh dari dalil lain yang telah dibuktikan.
  - B. Definisi dibentuk dari pengertian-pengertian pangkal/primitif
  - C. Aksioma beserta pengertian pangkal membentuk definisi dan dalil
  - D. Simbol merupakan kesepakatan dan termasuk pengertian pangkal.
2. Dua garis dikatakan sejajar jika salah satu keadaan ini berlaku, *kecuali*:
  - A. Pasangan sudut dalam sepihak yang dibentuk oleh sebuah transversal saling berkomplemen.
  - B. Jika salah satu garis digeser/translasi ke garis kedua, maka kedua garis dapat berimpit.
  - C. Kedua garis sama-sama tegak lurus dengan sebuah garis lain.
  - D. Jarak kedua garis di sebarang titik adalah sama.
3. Semua segitiga di bawah ini adalah mungkin, *kecuali*:
  - A. Segitiga sama sisi lancip
  - B. Segitiga samakaki tumpul
  - C. Segitiga siku-siku tumpul
  - D. Segitiga sembarang siku-siku
4. Untuk menentukan lingkaran luar sebuah segitiga, maka kita membutuhkan garis yang ....
  - A. membagi dua setiap sudut segitiga
  - B. tegak lurus tengah-tengah setiap sisi
  - C. ditarik dari setiap titik sudut tegak lurus sisi di depannya
  - D. menghubungkan setiap sudut dengan tengah-tengah sisi di depannya.
5. Persegi adalah ....., *kecuali*:
  - A. Jajar genjang yang memiliki pasangan sudut berhadapan siku-siku dan pasangan sisi berdekatan sama panjang.
  - B. Persegipanjang yang kedua diagonalnya tegak lurus.
  - C. Layang-layang yang memiliki dua sudut siku-siku.
  - D. Belah ketupat yang memiliki sudut siku-siku.

6. Jika sebuah diagonal yang membagi dua sebuah segiempat menjadi dua daerah segitiga yang sama luasnya disebut diagonal biregion, maka segiempat yang memiliki diagonal biregion adalah ... , *kecuali*:
  - A. Jajargenjang
  - B. Layang-layang
  - C. Persegipanjang
  - D. Trapesium samakaki
7. Pernyataan di bawah ini yang *belum tentu* mengakibatkan segitiga ABC dan PQR kongruen adalah ...
  - A.  $AB = PQ, BC = QR, \text{ dan } AC = PR.$
  - B.  $AB = PQ, \angle A = \angle P, \angle B = \angle Q$
  - C.  $\angle A = \angle P, AC = PR, AB = PQ$
  - D.  $\angle A = \angle P, AB = PQ, BC = QR$
8. Semua bangun yang tergolong ke dalam bangun datar berikut adalah sebangun, *kecuali* ....
  - A. Persegi
  - B. Lingkaran
  - C. Belah ketupat
  - D. Segitiga samasisi
9. Sepasang segiempat  $ABCD$  dan  $PQRS$  dikatakan sebangun jika dan hanya jika ...
  - A. Segiempat  $ABCD$  dan segiempat  $PQRS$  kongruen.
  - B. Segitiga  $ABC$  dan  $CDA$  berturut-turut sebangun dengan segitiga  $PQR$  dan  $PSR$ .
  - C. Segitiga yang dibentuk dengan memperpanjang sepasang sisi berhadapan pada  $ABCD$  sebangun dengan segitiga yang sama pada  $PQRS$ .
  - D. Empat segitiga yang dibentuk diagonal-diagonal  $ABCD$  dapat dipasangkan yang sebangun dengan empat segitiga yang sama pada  $PQRS$ .
10. Layang-layang  $KLMN$  dan layang-layang  $PQRS$  sebangun jika ... , *kecuali*:
  - A. Semua sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.
  - B. Perbandingan diagonal-diagonal yang bersesuaian sama besar.
  - C. Segitiga yang dibentuk dengan diagonal utama yang bersesuaian sebangun.
  - D. Segitiga yang dibentuk dengan diagonal sekunder yang bersesuaian sebangun.

11. Jika  $sd$  menyatakan sudut yang bersesuaian sama besar dan  $s$  menyatakan sisi yang bersesuaian sama panjang, maka dua segiempat dikatakan kongruen jika memenuhi teorema ...
- $s-s-s-s$
  - $sd-sd-s-s$
  - $s-sd-s-sd-s$
  - $sd-sd-sd-sd$
12. Berikut ini merupakan sifat terkait Tripel Pythagoras, *kecuali*:
- Pada sebarang tripel Pythagoras, terdapat bilangan yang habis dibagi 5.
  - Panjang sisi-sisi segitiga siku-siku menyatakan sebuah tripel Pythagoras.
  - Tidak mungkin ada dua buah bilangan genap pada tripel Pythagoras primitif.
  - Sebarang tripel Pythagoras dapat dinyatakan sebagai kelipatan suatu tripel Pythagoras primitif.
13. Perhatikan gambar di bawah. Segitiga  $ABC$  siku-siku di  $C$ ,  $DE$  tegak lurus  $AB$  dan  $D$  tengah-tengah  $AB$ . Jika  $AC = 12$  cm dan  $AB = 20$  cm, maka luas segitiga  $ADE = \dots$   $\text{cm}^2$ .



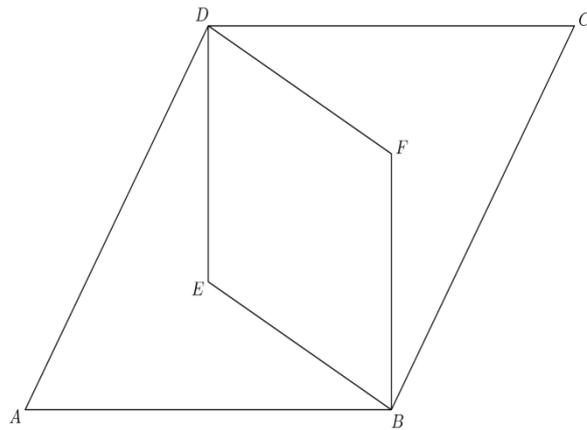
- 21
  - 25
  - 27,5
  - 37,5
14. Pada gambar di bawah ini,  $ABCD$  jajargenjang dengan  $E$  tengah-tengah  $AB$ . Luas segiempat  $ABCD = \dots$  kali luas segitiga  $AEP$ .



- A. 8
- B. 10
- C. 12
- D. 16

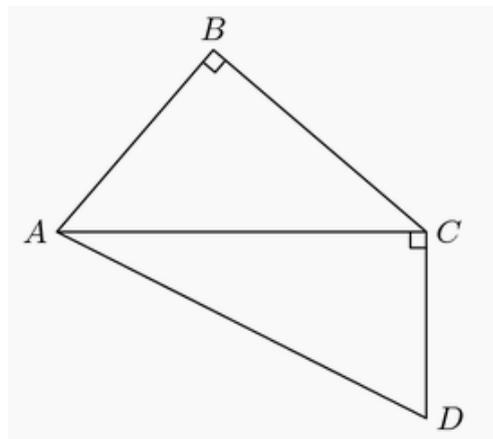
15. Belah ketupat  $ABCD$  sebangun dengan belah ketupat  $BFDE$ . Luas  $ABCD$   $24 \text{ cm}^2$  dan  $\angle BAD = 60^\circ$ . Luas  $BFDE$  adalah ...

- A.  $6 \text{ cm}^2$
- B.  $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- C.  $8 \text{ cm}^2$
- D.  $9 \text{ cm}^2$



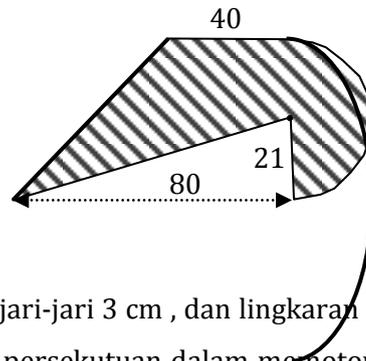
16. Pada segi empat  $ABCD$ ,  $\angle B$  sudut siku-siku, diagonal  $AC$  tegak lurus terhadap  $CD$ . Panjang  $AB=18$ ,  $BC=21$  dan  $CD=14$ . Keliling  $ABCD$  adalah ... satuan keliling.

- A. 53
- B. 84
- C. 94
- D. 105



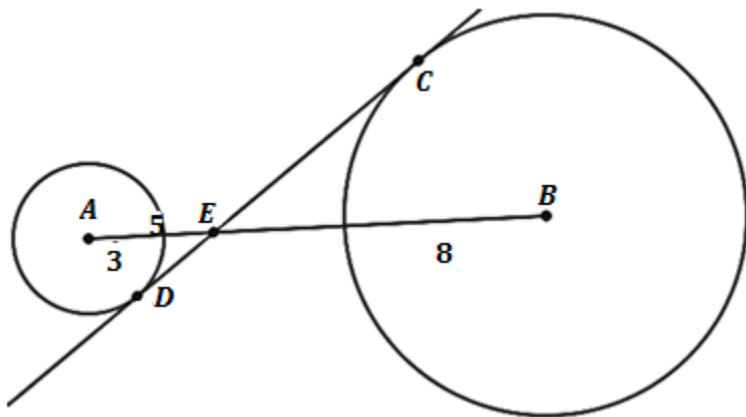
17. Garis lengkung pembatas bangun di bawah ini berbentuk setengah lingkaran. Luas daerah yang diarsir adalah ....

- A. 2373
- B. 1953
- C. 1533
- D. 1210



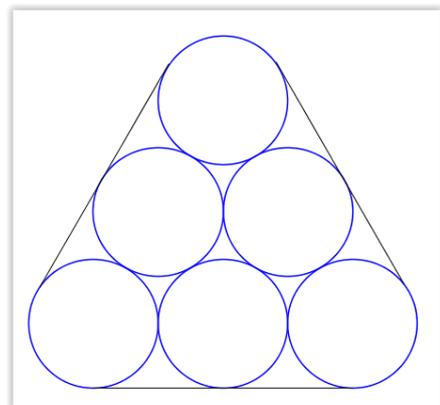
18. Diketahui lingkaran berpusat di  $A$  dengan jari-jari 3 cm, dan lingkaran berpusat di  $B$  dengan jari-jari 8 cm. Garis singgung persekutuan dalam memotong kedua lingkaran di titik  $C$  dan  $D$  (lihat gambar). Garis  $AB$  memotong  $CD$  di titik  $E$  dengan  $AE = 5$  cm. Panjang  $CD = \dots$

- A. 13 cm
- B.  $\frac{44}{3}$  cm
- C.  $\sqrt{221}$  cm
- D.  $\sqrt{225}$  cm



19. Enam pipa masing-masing dengan diameter  $d$  diikat seperti pada gambar. Jika arah tali pengikat tegak lurus arah panjang pipa, maka panjang tali yang melilit pipa adalah ....

- A.  $9d$
- B.  $(3 + \frac{\pi}{2})d$
- C.  $(6 + \pi)d$
- D.  $(6 + 3\frac{\pi}{4})d$



20. Di antara sudut-sudut berikut:

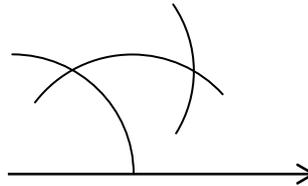
- (i)  $9^\circ$       (ii)  $15^\circ$       (iii)  $75^\circ$       (iv)  $126^\circ$

yang dapat dilukis hanya dengan alat jangka dan penggaris adalah ....

- A. (i), (ii), (iii), dan (iv)
- B. (i), (ii), dan (iv) saja
- C. (ii), dan (iii) saja
- D. (iii) saja

21. Busur-busur pada gambar di samping adalah busur-busur yang dilukis dengan jangka yang dibuka dengan sudut yang sama. Lukisan itu dapat membentuk ....

- A. sudut  $45^\circ$ .
- B. sudut  $75^\circ$ .
- C. sudut  $90^\circ$
- D. sudut  $150^\circ$



22. Dalam sebuah segitiga dilukis garis bagi-garis bagi segitiga. Lukisan ini digunakan untuk menemukan ... .

- A. titik berat segitiga
- B. pusat simetri putar segitiga
- C. pusat lingkaran dalam segitiga.
- D. pusat lingkaran luar segitiga.

23. Titik  $M$  berjarak sama terhadap ketiga titik sudut  $\triangle ABC$ . Dengan melukis apakah titik  $M$  itu diperoleh?

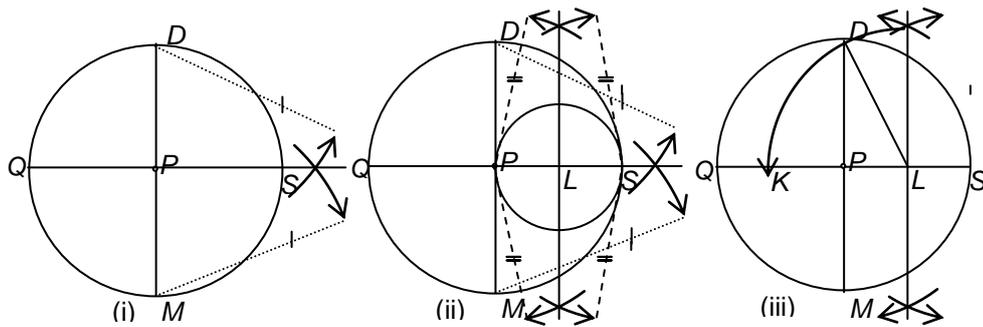
- A. Garis-garis berat  $\triangle ABC$
- B. Garis-garis tinggi  $\triangle ABC$
- C. Sumbu-sumbu sisi-sisi  $\triangle ABC$
- D. Garis-garis bagi sudut-sudut  $\triangle ABC$ .

24. Untuk melukis segi duabelas beraturan dapat didasarkan pada ....

- (1) segitiga sama sisi
- (2) segi enam beraturan
- (3) besar sudut segi duabelas beraturan.

- A. (1) saja
- B. (2) saja
- C. (1) dan (2)
- D. (1), (2), dan (3)

25. Gambar di bawah ini merupakan sebagian tahapan melukis sebuah segi lima beraturan.



Sampai dengan Gambar (iii), segi lima beraturan dalam lingkaran yang disiapkan panjang sisinya ....

- A.  $DL$
- B.  $LK$
- C.  $DK$
- D. belum dapat ditentukan

**Kunci Jawaban Evaluasi**

No.	Kunci	No.	Kunci	No.	Kunci
1	C	11	C	21	D
2	C	12	B	22	C
3	C	13	D	23	C
4	B	14	C	24	D
5	C	15	C	25	C
6	D	16	B		
7	D	17	A		
8	C	18	B		
9	D	19	C		
10	B	20	A		

## PENUTUP

Setelah Anda mempelajari dan memahami semua Kegiatan Pembelajaran dalam modul ini maka Anda semestinya dapat menyimpulkan konsep-konsep dan aturan-aturan kunci dalam keseluruhan topik pembelajaran dalam modul ini. Aktivitas Pembelajaran dan Latihan/Tugas pada setiap bagian modul diharapkan tidak hanya membantu mengingat bagian-bagian dari modul, namun juga dapat mengintegrasikannya karena yang bagian satu dengan lainnya sesungguhnya terkait. Anda pun dapat lebih memperdalam menggunakan sumber-sumber dalam Daftar Pustaka pada modul ini dan dari banyak sumber lain baik bahan cetak maupun mengunduh dari internet. Anda diharapkan dapat menyelesaikan soal-soal evaluasi dengan baik, dalam arti paling sedikit memperoleh 10 dari 12 soal yang disediakan dalam waktu yang ditentukan. Jika ternyata belum dapat mencapainya, pertama Anda dapat mencatat pada bagian mana yang Anda masih merasa lemah. Untuk itu Anda perlu mendalaminya kembali. Untuk mencobanya kembali sebaiknya Anda mengerjakannya kembali secara lengkap. Mudah-mudahan berhasil. Semoga sajian ini bermanfaat dan penulis menunggu masukan untuk pada waktunya meningkatkan kualitas modul ini. Terima kasih.



## DAFTAR PUSTAKA

- Ayşen Özerem (2012). Misconceptions In Geometry And Suggested Solutions, dalam For Seventh Grade Students, dalam *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education - 2012, volume 1, issue 4*
- Clapham. C. and Nicholson. J. (1989). *The Concise Oxford Dictionary of Mathematics* (fourth edition) . New York: Oxford University Press
- Clemens. S.R, O'Daffer.P.G, and Cooney. TJ, (1984). *Geometry with Applications and Problem Solving*. Menlo Park, California: Addison Wessley Publishing Company.
- Douglas Downing, (2009). *Dictionary of Mathematics Terms* Third Edition. New York: Barron's Educational Series, Inc.
- Gellert, W et al (1989) *The Concise Encyclopedia of Mathematics*. New York: Van Nostrand Reinhold Company.
- Gorini, Catherine A. (2009). *The Facts On File Geometry Handbook*, Revised Edition Fairfield: Infobase Publishing
- Hidetoshi, Fukagawa and Rothman. (2008). *Japanese Temple Geometry*. Tony Princeton, New Jersey: Princeton University Press
- Hosch. W.L(Editor) (2011). *The Britannica Guide to Geometry*. New York: Britannica Educational Publishing
- Krismanto, Al. dan Sumardiyono (2009). *Modul Matematika SMP Program Bermutu.: Kapita Selektu Pembelajaran Geometri Datar Kelas VIII dan IX di SMP..* Yogyakarta: PPPPTK Matematika
- Larson. R, Boswell.L, Kanold, TD. And Stiff, L (2007). *Geometry*. McDougal Littell Company
- Lawrence S. L.(2009). *E-Z Geometry*. New York: Barron's Educational Series,
- Susanta. B, (1996). *Geometri yang Baru dan Berkembang*, Yogyakarta: UGM.
- Travers, K.J., Dalton, L.C., and Layton, K.P. (1987). *Geometry*. River Forest, Illinois: Laidlaw Brothers Publisher.
- Yunker, L.E.; Vanatta, G,D;, Elswick, V.A.; Crosswhite, F.J. (1989). *Merrill Advanced Mathematical Concept*. Columbus, Ohio: Merrill Publishing Co.



## Lampiran 1

### DAFTAR ISTILAH/LAMBANG

$a \in R$	$a$ anggota himpunan bilangan real
$(a,b,c)$	Tripel Pythagoras
$\parallel$	Sejajar
$\perp$	Tegak lurus
$\overline{AB}$	Ruas garis $AB$
$AB$	Panjang ruas garis $AB$
$\overrightarrow{AB}$	Sinar garis berpangkan di titik $A$
$\leftrightarrow AB$	Garis $AB$ (panjang garis tak berhingga)
$\angle A; \angle ABC$	Sudut $A$ ; Sudut $ABC$
$u\angle ABC$ atau	Besar sudut $ABC$
$m\angle ABC$	
$\approx$	Hampir sama dengan
$\sim$	Sebangun
$\cong$	Sama dan sebangun; kongruen
$\triangle ABC$	Segitiga $ABC$
$\widehat{AB}$	Busur dengan ujung-ujung $A$ dan $B$ ; untuk busur kecil yang sudut pusatnya kurang dari $180^\circ$
$\widehat{ACB}$	Busur dengan ujung-ujung $A$ dan $B$ ; untuk busur besar yang sudut pusatnya berupa sudut refleks; titik $C$ pada busur di antara $A$ dan $B$
$u\widehat{AB} = 30^\circ$ atau $m\widehat{AB}$	Besar busur dengan ujung-ujung $A$ dan $B$ adalah 30 derajat
$u\widehat{AB} = 13\text{ cm}$ atau $m\widehat{AB} = 13\text{ cm}$	Panjang busur dengan ujung-ujung $A$ dan $B$ adalah 13 cm
$\odot A$	Lingkaran berpusat titik $A$
$\odot(A, 5), \odot(A, AB)$	Lingkaran berpusat di titik $A$ dan ukuran jari-jari 5, Lingkaran berpusat di titik $A$ dan ukuran jari-jari= panjang jari-jari $\overline{AB}$

## Lampiran

---

$K \in \odot A$	Titik $K$ terletak pada lingkaran yang berpusat di $A$
$T \in g$	Titik $T$ pada garis $g$
$T \notin g$	Titik $T$ di luar garis $g$ .
$\triangle ABC$	Segitiga $ABC$



