



# GURU PEMBELAJAR MODUL MATEMATIKA SMP

KELOMPOK KOMPETENSI E

## KURIKULUM MATEMATIKA 2 DAN ALJABAR 2



## Kata Sambutan

Peran guru profesional dalam proses pembelajaran sangat penting sebagai kunci keberhasilan belajar siswa. Guru profesional adalah guru yang kompeten membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan pendidikan yang berkualitas. Hal tersebut menjadikan guru sebagai komponen yang menjadi fokus perhatian pemerintah pusat maupun pemerintah daerah dalam peningkatan mutu pendidikan terutama menyangkut kompetensi guru.

Pengembangan profesionalitas guru melalui program Guru Pembelajar merupakan upaya peningkatan kompetensi untuk semua guru. Sejalan dengan hal tersebut, pemetaan kompetensi guru telah dilakukan melalui uji kompetensi guru (UKG) untuk kompetensi pedagogik profesional pada akhir tahun 2015. Hasil UKG menunjukkan peta kekuatan dan kelemahan kompetensi guru dalam penguasaan pengetahuan. Peta kompetensi guru tersebut dikelompokkan menjadi 10 (sepuluh) kelompok kompetensi. Tindak lanjut pelaksanaan UKG diwujudkan dalam bentuk pelatihan guru paska UKG melalui program Guru Pembelajar. Tujuannya untuk meningkatkan kompetensi guru sebagai agen perubahan dan sumber belajar utama bagi peserta didik. Program Guru Pembelajar dilaksanakan melalui pola tatap muka, daring penuh (*online*), dan daring kombinasi (*blended*) tatap muka dengan *online*.

Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK), Lembaga Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Kelautan Perikanan Teknologi Informasi dan Komunikasi (LP3TK KPTK) dan Lembaga Pengembangan dan Pemberdayaan Kepala Sekolah (LP2KS) merupakan Unit Pelaksana Teknis di lingkungan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan yang bertanggung jawab dalam mengembangkan perangkat dan melaksanakan peningkatan

kompetensi guru sesuai bidangnya. Adapun perangkat pembelajaran yang dikembangkan tersebut adalah modul untuk program Guru Pembelajar tatap muka dan Guru Pembelajar online untuk semua mata pelajaran dan kelompok kompetensi. Dengan modul ini diharapkan program Guru Pembelajar memberikan sumbangan yang sangat besar dalam peningkatan kualitas kompetensi guru.

Mari kita sukseskan program Guru Pembelajar ini untuk mewujudkan Guru Mulia Karena Karya.

Jakarta, Maret 2016  
Direktur Jenderal,  
  
**Sumarna Surapranata**  
NIP. 195908011985031002





**GURU PEMBELAJAR**

**MODUL MATEMATIKA SMP**

**KELOMPOK KOMPETENSI E**

**PEDAGOGIK**

**KURIKULUM  
MATEMATIKA SMP 2**

**DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN  
KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
2016**



Penulis:

Dra. Sri Wardhani 08122766683, email: wardhani.p4tkm@yahoo.com

Penelaah:

Dra. Atmini Dhoruri, M.S., 08122744139, email: atmini\_uny@yahoo.co.id

Ilustrator:

Cahyo Sasongko

*Copyright* © 2016

Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial tanpa izin tertulis dari Kementerian Pendidikan Kebudayaan.



## Kata Pengantar

Peningkatan kualitas pendidikan saat ini menjadi prioritas, baik oleh pemerintah pusat maupun daerah. Salah satu komponen yang menjadi fokus perhatian adalah peningkatan kompetensi guru. Peran guru dalam pembelajaran di kelas merupakan kunci keberhasilan untuk mendukung keberhasilan belajar siswa. Guru yang profesional dituntut mampu membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan *output* dan *outcome* pendidikan yang berkualitas.

Dalam rangka memetakan kompetensi guru, telah dilaksanakan Uji Kompetensi Guru (UKG) Tahun 2015. UKG tersebut dilaksanakan bagi semua guru, baik yang sudah bersertifikat maupun belum bersertifikat untuk memperoleh gambaran objektif kompetensi guru, baik profesional maupun pedagogik. Hasil UKG kemudian ditindaklanjuti melalui Program Guru Pembelajar sehingga diharapkan kompetensi guru yang masih belum optimal dapat ditingkatkan.

PPPPTK Matematika sebagai Unit Pelaksana Teknis Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan di bawah pembinaan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan mendapat tugas untuk menyusun modul guna mendukung pelaksanaan Guru Pembelajar. Modul ini diharapkan dapat menjadi sumber belajar bagi guru dalam meningkatkan kompetensinya sehingga mampu mengambil tanggung jawab profesi dengan sebaik-baiknya.

Yogyakarta, Maret 2016

Kepala PPPPTK Matematika,



Dra. Daswatia Astuty, M.Pd.  
NIP. 196002241985032001



## Daftar Isi

Kata Pengantar.....	iii
Daftar Isi.....	v
Pendahuluan.....	1
A. Latar Belakang.....	1
B. Tujuan.....	2
C. Peta Kompetensi.....	2
D. Ruang Lingkup.....	4
E. Saran Cara Penggunaan Modul.....	4
Kegiatan Pembelajaran 1: Analisis Muatan Kompetensi Dasar dan Tujuan Mata Pelajaran Matematika SMP.....	7
F. Tujuan.....	8
G. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	8
H. Uraian Materi.....	8
1. Apa tujuan mata pelajaran Matematika SMP?.....	8
2. Apa fokus tujuan yang hendak dicapai ketika siswa mempelajari suatu KD Matematika di SMP?.....	11
I. Aktivitas Pembelajaran.....	12
Aktivitas-1.1:.....	12
Aktivitas-1.2:.....	13
Aktivitas-1.3:.....	14
J. Latihan/Tugas.....	15
K. Rangkuman.....	16
L. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	17
Umpan Balik untuk Aktivitas-1.1:.....	17
Umpan Balik untuk Aktivitas-1.2:.....	18
Umpan Balik untuk Aktivitas-1.3:.....	19
Umpan Balik untuk Latihan/Tugas:.....	19
Tindak Lanjut:.....	19
M. Kunci Jawaban/Petunjuk Menyelesaikan Tugas.....	19

## Daftar Isi

---

### Kegiatan Pembelajaran 2:

#### Pengembangan

#### Indikator Pencapaian Kompetensi

dalam Pembelajaran Matematika SMP .....	21
A. Tujuan:.....	22
B. Indikator Pencapaian Kompetensi .....	22
C. Uraian Materi .....	22
1. Pengertian Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK).....	22
2. Fungsi IPK.....	25
3. Mekanisme penyusunan IPK .....	26
4. Mengembangkan Indikator Penilaian .....	32
5. Penyusunan/Perumusan IPK Matematika SMP untuk Kompetensi Ranah Pengetahuan dan Keterampilan yang memperhatikan karakteristik siswa .....	32
6. Penyusunan/Perumusan IPK Matematika SMP untuk Kompetensi Ranah Sikap 35	
7. Contoh Pengembangan IPK Matematika SMP Ranah Pengetahuan dan Keterampilan .....	38
8. Mengembangkan instrumen penilaian berdasarkan IPK.....	40
D. Aktivitas Pembelajaran .....	42
Aktivitas 2.1:.....	43
Aktivitas-2.2: .....	44
E. Latihan/Tugas .....	45
Latihan/Tugas-2.1:.....	46
Latihan/Tugas-2.2:.....	46
Latihan/Tugas-2.3:.....	47
F. Rangkuman.....	47
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut .....	48
Umpan Balik Aktivitas-2.1: .....	48
Umpan Balik Aktivitas-2.2: .....	48
Umpan Balik Latihan/Tugas-2.1:.....	48
Umpan Balik Latihan/Tugas-2.2:.....	49
Umpan Balik Latihan/Tugas-2.3:.....	49

Tindak Lanjut:.....	49
H. Petunjuk Menyelesaikan Latihan/Tugas dan Kunci Jawaban.....	50
Latihan/Tugas-2.1: .....	50
Latihan/Tugas-2.2: .....	50
Latihan/Tugas-2.3: .....	50
Kegiatan Pembelajaran 3:	
Pemilihan dan Penataan	
Materi/Bahan Pembelajaran	
Matematika SMP.....	51
A. Tujuan .....	52
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	52
C. Uraian Materi .....	52
1. Apa pengalaman belajar yang perlu diberikan kepada siswa SMP dalam pembelajaran matematika?.....	52
2. Bagaimana memilih materi atau bahan pembelajaran matematika yang terkait dengan pengalaman belajar siswa dan tujuan mata pelajaran matematika di SMP?.....	53
3. Bagaimana menata materi atau bahan pembelajaran secara benar yang sesuai dengan pendekatan yang dipilih dan karakteristik siswa? .....	57
D. Aktivitas Pembelajaran.....	65
Aktivitas-3.1: .....	65
Aktivitas-3.2: .....	67
E. Latihan/Tugas .....	67
Latihan/Tugas 3.1:.....	68
Latihan/Tugas 3.2:.....	68
Latihan/Tugas 3.3:.....	69
F. Rangkuman.....	70
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut .....	70
Umpan Balik untuk Aktivitas 3.1: .....	71
Umpan Balik untuk Aktivitas 3.2: .....	71
Umpan Balik untuk Latihan/Tugas 3.1:.....	71
Umpan Balik untuk Latihan/Tugas 3.2:.....	71

## Daftar Isi

---

Tindak Lanjut: .....	71
H. Petunjuk Menyelesaikan Tugas dan Kunci Jawaban .....	72
Latihan/Tugas 3.2: .....	72
Latihan/Tugas 3.3: .....	72
Evaluasi .....	73
Soal-soal evaluasi: .....	73
Penutup.....	77
Daftar Pustaka .....	79

# Pendahuluan

## A. Latar Belakang

Perencanaan pembelajaran yang bermutu adalah tahap awal dari terwujudnya proses pembelajaran yang efektif dan efisien. Hal itu merupakan pesan terkait Standar Proses yang dimuat dalam Peraturan Pemerintah (PP) Nomor 19 Tahun 2005 tentang Standar Nasional Pendidikan (SNP) dan PP Nomor 32 Tahun 2013 tentang Perubahan Atas PP Nomor 19 Tahun 2005.

Pada SNP terkait Standar Proses tersebut dinyatakan bahwa setiap satuan pendidikan (sekolah) melakukan perencanaan proses pembelajaran, pelaksanaan proses pembelajaran, penilaian hasil pembelajaran, dan pengawasan proses pembelajaran untuk terlaksananya proses pembelajaran yang efektif dan efisien. Perencanaan pembelajaran merupakan penyusunan rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP) untuk setiap muatan pembelajaran.

Untuk membuat RPP yang bermutu diperlukan pemahaman yang baik tentang prinsip-prinsip dan langkah-langkah menyusun RPP. Menurut Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Pendidikan Dasar dan Menengah (Dikdasmen) ada 8 (delapan) langkah menyusun RPP, yaitu: (1) mengkaji silabus, (2) merumuskan indikator pencapaian kompetensi pada Kompetensi Inti **(KI)**-1, KI-2, KI-3 dan KI-4, (3) mengembangkan materi pembelajaran, (4) menjabarkan kegiatan pembelajaran yang ada di silabus, (5) menentukan alokasi waktu, (6) mengembangkan penilaian pembelajaran, (7) menentukan strategi pembelajaran remedial setelah dilakukan penilaian, (8) menentukan media, alat, bahan dan sumber belajar.

Langkah kedua dan ketiga dari menyusun RPP adalah merumuskan Indikator Pencapaian Kompetensi **(IPK)** dan mengembangkan materi pembelajaran, sehingga guru sebagai perancang dan pelaksana proses pembelajaran perlu memahami dan terampil dalam langkah kedua dan ketiga tersebut. Tuntutan itu juga tertuang dalam Permendiknas Nomor 16 Tahun 2007 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru, khususnya pada kompetensi inti pedagogik tentang mengembangkan kurikulum yang terkait dengan mata pelajaran/bidang yang

diampu (kompetensi 3) dan kompetensi profesional tentang memahami kompetensi dasar mata pelajaran yang diampu (kompetensi 21).

Kompetensi inti nomor 3 terdiri atas beberapa kompetensi dan tiga diantaranya adalah memilih materi pembelajaran yang diampu yang terkait dengan pengalaman belajar dan tujuan pembelajaran (kompetensi 3.4), menata materi pembelajaran secara benar sesuai dengan pendekatan yang dipilih dan karakteristik siswa (kompetensi 3.5), dan mengembangkan indikator pencapaian kompetensi dan instrumen penilaian (kompetensi 3.6).

Kompetensi inti nomor 3 itu berhubungan erat dengan kompetensi inti nomor 21 yang terdiri atas memahami standar kompetensi mata pelajaran yang diampu (kompetensi 21.1), memahami kompetensi dasar mata pelajaran yang diampu (kompetensi 21.2), memahami tujuan pembelajaran yang diampu (kompetensi 21.3) karena agar dapat menguasai kompetensi 3.4, 3.5, 3.6 dengan baik diperlukan penguasaan kompetensi 21.1, 21.2, 21.3.

## B. Tujuan

Modul ini untuk memfasilitasi Anda sebagai Guru Matematika SMP agar lebih memahami tujuan mata pelajaran yang hendak dicapai melalui pembelajaran suatu KD Matematika SMP, mengembangkan IPK serta memilih dan menata materi atau bahan pembelajaran yang sesuai dengan pengalaman belajar yang diberikan kepada siswa, tujuan mata pelajaran Matematika SMP dan karakteristik siswa.

## C. Peta Kompetensi

Kompetensi yang akan dicapai atau ditingkatkan melalui belajar dengan modul ini adalah beberapa kompetensi dalam Permendiknas Nomor 16 Tahun 2007 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru, khususnya Guru Mata Pelajaran sebagai berikut.

Nomor Kompetensi	Kompetensi Inti	Kompetensi Guru Mata Pelajaran	Indikator Pencapaian Kompetensi Esensial Guru Matematika SMP
3	Mengembangkan kurikulum yang terkait dengan mata pelajaran yang diampu	3.4 Memilih materi pembelajaran yang diampu yang terkait dengan pengalaman belajar dan tujuan pembelajaran.	Menentukan materi/bahan pembelajaran matematika SMP berdasarkan pengalaman belajar yang telah ditentukan
			Mengklasifikasikan materi pembelajaran yang diampu yang terkait dengan pengalaman belajar yang telah ditentukan dan fokus tujuan mata pelajaran yang akan dicapai
		3.5 Menata materi pembelajaran secara benar sesuai dengan pendekatan yang dipilih dan karakteristik siswa	Menentukan urutan materi pembelajaran berdasarkan hirarkhi sesuai dengan tuntutan KD dan karakteristik siswa usia SMP
			Menyusun materi pembelajaran sesuai dengan pendekatan yang dipilih dan karakteristik siswa usia SMP
		3.6 Mengembangkan indikator pencapaian kompetensi dan instrumen penilaian	Menganalisis indikator pencapaian pada suatu KD Matematika SMP
			Merumuskan Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK) sesuai KD dari mapel matematika SMP
21	Menguasai standar kompetensi dan kompetensi dasar mata pelajaran yang diampu.	21.2 Memahami kompetensi dasar mata pelajaran yang diampu.	Menganalisis materi pembelajaran yang termuat dalam suatu KD Matematika SMP
			Menganalisis indikator pencapaian pada suatu KD Matematika SMP
		21.3 Memahami tujuan mata pelajaran yang diampu	Mengidentifikasi fokus tujuan mata pelajaran matematika SMP yang hendak dicapai melalui pembelajaran suatu KD matematika SMP

## D. Ruang Lingkup

Modul ini memuat tiga kegiatan pembelajaran sebagai berikut.

1. Kegiatan Pembelajaran-1 (KP-1): Analisis muatan kompetensi dasar dan tujuan mata pelajaran Matematika SMP
2. Kegiatan Pembelajaran-2 (KP-2): Pengembangan IPK dalam pembelajaran Matematika SMP
3. Kegiatan Pembelajaran-3 (KP-3): Pemilihan dan penataan materi/bahan pembelajaran Matematika SMP

Kegiatan pembelajaran dengan **topik satu** mengajak Anda untuk lebih mampu mengidentifikasi fokus tujuan mata pelajaran Matematika SMP yang hendak dicapai melalui pembelajaran suatu KD. Kegiatan pembelajaran dengan **topik dua** mengajak Anda untuk lebih memahami dan terampil mengembangkan IPK yang sesuai dengan karakteristik siswa dan tujuan mata pelajaran Matematika SMP. Kegiatan pembelajaran dengan **topik tiga** mengajak Anda untuk memahami pentingnya memilih materi/bahan pembelajaran matematika yang sesuai dengan pengalaman belajar siswa dan tujuan mata pelajaran Matematika SMP serta menatanya agar sesuai dengan pendekatan yang dipilih dan karakteristik siswa.

## E. Saran Cara Penggunaan Modul

Berikut ini beberapa saran untuk Anda dalam belajar dengan modul ini.

1. Modul ini merupakan bahan belajar untuk memfasilitasi Anda dalam meningkatkan pemahaman dan keterampilan mengembangkan IPK Matematika SMP, memilih dan menata materi pembelajaran.
2. Setiap kegiatan pembelajaran memuat komponen: Tujuan, Indikator Pencapaian Kompetensi, Uraian Materi, Aktivitas Pembelajaran, Latihan/ Kasus /Tugas, Rangkuman, Umpan Balik dan Tindak Lanjut, Kunci Jawaban/Petunjuk Penyelesaian Kasus/Tugas.
3. Ketika mempelajari modul ini hendaknya Anda telah mempelajari dan memahami modul lain yang membahas tentang **Karakteristik Siswa, Teori Belajar Matematika SMP, Model Pembelajaran Matematika, Pengembangan Kurikulum Matematika SMP dan Penilaian (Instrumen Penilaian)**.

4. Sebelum mempelajari modul ini, Anda perlu menyiapkan dokumen sebagai berikut.
  - a. Permendikbud Nomor 58 Tahun 2014 tentang Kurikulum 2013 SMP
  - b. Permendikbud RI Nomor 103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Pendidikan Dasar dan Menengah (Dikdasmen)
  - c. Permendikbud RI Nomor 53 Tahun 2015 tentang Penilaian Hasil Belajar oleh Pendidik dan Satuan Pendidikan pada Dikdasmen
  - d. Panduan Penilaian untuk SMP terbitan Direktorat Pembinaan SMP, Ditjen Dikdasmen Tahun 2015 (Lampiran Permendikbud Nomor 53 Tahun 2015).
  - e. Buku teks mata pelajaran Matematika SMP
  - f. RPP yang telah pernah disusun berdasarkan Kurikulum 2006 atau Kurikulum 2013;
5. Prosedur belajar dengan modul ini sebagai berikut.
  - a. Menyiapkan dokumen-dokumen yang diperlukan.
  - b. Mencermati dan memahami bagian tujuan, indikator pencapaian kompetensi, dan uraian materi pada setiap kegiatan pembelajaran.
  - c. Melaksanakan aktivitas pembelajaran dan mengerjakan latihan/ kasus /tugas yang dimuat pada setiap kegiatan pembelajaran.
  - d. Mengecek hasil latihan/ kasus /tugas dengan kunci jawaban/petunjuk penyelesaian tugas.
  - e. Mencermati bagian rangkuman, umpan balik dan tindak lanjut yang harus dilakukan pada setiap kegiatan pembelajaran.



## Kegiatan Pembelajaran 1:

### Analisis Muatan Kompetensi Dasar dan Tujuan Mata Pelajaran Matematika SMP

Pada Kegiatan Pembelajaran-1 (KP-1) ini Anda akan mempelajari tentang fokus tujuan mata pelajaran Matematika SMP yang akan dicapai pada pembelajaran suatu KD. Tujuan mata pelajaran Matematika SMP merupakan kemampuan yang harus dicapai siswa ketika mereka belajar Matematika di SMP. Tujuan tersebut dicapai melalui belajar KD-KD ranah sikap, pengetahuan, keterampilan yang telah ditentukan dalam kurikulum Matematika SMP. Oleh karena itu kita perlu menganalisis muatan suatu KD yang dipelajari siswa agar kita dapat mengidentifikasi tujuan mata pelajaran apa saja yang hendak dicapai.

Pembahasan tentang analisis muatan KD dan tujuan mata pelajaran Matematika SMP ini untuk memfasilitasi Anda dalam meningkatkan kompetensi memahami KD dan tujuan mata pelajaran yang diampu (kompetensi 21.2 dan 21.3).

Uraian materi pada KP-1 ini mencakup fokus tujuan mata pelajaran Matematika SMP yang akan dicapai melalui pembelajaran suatu KD.

Setelah mempelajari uraian materi, Anda diharapkan melakukan tiga macam aktivitas, secara berkelompok yaitu: (1) mengkaji perbedaan muatan dari KD ranah pengetahuan dan keterampilan, (2) menganalisis fokus tujuan yang hendak dicapai pada pembelajaran suatu KD, dan (3) menganalisis menganalisis fokus tujuan yang hendak dicapai pada pembelajaran suatu KD melalui telaah soal. Setelah menyelesaikan aktivitas, Anda diminta menyelesaikan satu latihan/tugas secara individu, yaitu menganalisis menganalisis fokus tujuan yang hendak dicapai pada pembelajaran suatu KD melalui telaah soal. Aktivitas dan latihan/tugas tersebut dimaksudkan untuk membantu Anda dalam mencapai kemampuan yang dirumuskan dalam indikator pencapaian kompetensi. Sebagai tindak lanjut mempelajari KP-1 ini Anda diminta menelaah muatan KD, topik materi pembelajaran dan fokus tujuan mata pelajaran yang hendak dicapai pada RPP milik Anda sendiri/teman sejawat.

## F. Tujuan

Setelah mempelajari Kegiatan Pembelajaran 1 (KP-1) ini Anda diharapkan dapat mengidentifikasi muatan suatu KD Matematika SMP yang dipelajari siswa dan menganalisis hubungannya dengan fokus tujuan mata pelajaran yang akan dicapai.

## G. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Mengidentifikasi fokus tujuan mata pelajaran matematika SMP yang hendak dicapai melalui pembelajaran suatu KD matematika SMP
2. Menganalisis materi pembelajaran yang termuat dalam suatu KD Matematika

## H. Uraian Materi

1. Apa tujuan mata pelajaran Matematika SMP?

Pembelajaran matematika harus mengacu pada **tujuan mata pelajaran matematika di SMP** yang dimuat dalam Lampiran III/Pedoman Mata Pelajaran Matematika SMP, Permendikbud Nomor 58 Tahun 2014 tentang Kurikulum SMP sebagai berikut.

- a. **Memahami konsep matematika**, merupakan kompetensi dalam menjelaskan keterkaitan antar konsep dan menggunakan konsep maupun algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat (**TUJUAN-1**).

Indikator-indikator pencapaian kemampuan pada TUJUAN-1 tersebut adalah siswa mampu:

- 1) menyatakan ulang konsep yang telah dipelajari
- 2) mengklasifikasikan objek-objek berdasarkan dipenuhi tidaknya persyaratan yang membentuk konsep tersebut
- 3) mengidentifikasi sifat-sifat operasi atau konsep
- 4) menerapkan konsep secara logis.
- 5) memberikan contoh atau contoh kontra (bukan contoh) dari konsep yang dipelajari
- 6) menyajikan konsep dalam berbagai macam bentuk representasi matematis (tabel, grafik, diagram, gambar, sketsa, model matematika, atau cara lainnya)
- 7) mengaitkan berbagai konsep dalam matematika maupun di luar matematika.
- 8) mengembangkan syarat perlu dan /atau syarat cukup suatu konsep.

---

Kemampuan yang akan dicapai pada TUJUAN-1 termasuk melakukan algoritma atau prosedur, yaitu kompetensi yang ditunjukkan saat bekerja dan menerapkan konsep-konsep matematika seperti melakukan operasi hitung, melakukan operasi aljabar, melakukan manipulasi aljabar, dan keterampilan melakukan pengukuran dan melukis/menggambarkan /merepresentasikan konsep keruangan yang meliputi:

- 1) menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur/algoritma
  - 2) memodifikasi atau memperhalus prosedur
  - 3) mengembangkan prosedur
  - 4) Menggunakan matematika dalam konteks matematika seperti melakukan operasi matematika yang standar ataupun tidak standar (manipulasi aljabar) dalam menyelesaikan masalah matematika
- b.** Menggunakan pola sebagai dugaan dalam penyelesaian masalah, dan mampu membuat generalisasi berdasarkan fenomena atau data yang ada. **(TUJUAN-2).**

Indikator-indikator pencapaian kemampuan pada TUJUAN-2 tersebut adalah siswa mampu:

- 1) mengajukan dugaan (*conjecture*)
  - 2) menarik kesimpulan dari suatu pernyataan
  - 3) memberikan alternatif bagi suatu argumen
  - 4) menemukan pola pada suatu gejala matematis
- c.** Menggunakan penalaran pada sifat, melakukan manipulasi matematika baik dalam penyederhanaan, maupun menganalisa komponen yang ada pada pemecahan masalah dengan konteks matematika maupun di luar matematika (kehidupan nyata, ilmu, dan teknologi) yang meliputi kemampuan memahami masalah, membangun model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh, termasuk dalam rangka memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari (dunia nyata). **(TUJUAN-3)**

Indikator-indikator pencapaian kemampuan pada TUJUAN-3 tersebut adalah siswa mampu:

- 1) memahami masalah

- 2) mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah.
  - 3) menyajikan suatu rumusan masalah secara matematis dalam berbagai bentuk
  - 4) memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah
  - 5) menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah
  - 6) menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah
  - 7) menyelesaikan masalah.
- d.** Mengkomunikasikan gagasan, penalaran serta mampu menyusun bukti matematika dengan menggunakan kalimat lengkap, simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah **(TUJUAN-4)**

Indikator-indikator pencapaian kemampuan pada TUJUAN-4 tersebut adalah siswa mampu:

- 1) memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan
  - 2) Menduga dan memeriksa kebenaran dugaan (*conjecture*)
  - 3) memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argumen dengan penalaran induksi
  - 4) Menurunkan atau membuktikan rumus dengan penalaran deduksi
  - 5) Menduga dan memeriksa kebenaran dugaan (*conjecture*)
- e.** Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah **(TUJUAN-5)**

Indikator-indikator pencapaian kemampuan pada TUJUAN-5 tersebut adalah siswa mampu:

- 1) memiliki rasa ingin tahu yang tinggi
- 2) bersikap penuh perhatian dalam belajar matematika
- 3) bersikap antusias dalam belajar matematika
- 4) bersikap gigih dalam menghadapi permasalahan
- 5) memiliki penuh percaya diri dalam belajar dan menyelesaikan masalah

- f. Memiliki sikap dan perilaku yang sesuai dengan nilai-nilai dalam matematika dan pembelajarannya, seperti taat azas, konsisten, menjunjung tinggi kesepakatan, toleran, menghargai pendapat orang lain, santun, demokrasi, ulet, tangguh, kreatif, menghargai kesemestaan (konteks, lingkungan), kerjasama, adil, jujur, teliti, cermat, bersikap luwes dan terbuka, memiliki kemauan berbagi rasa dengan orang lain **(TUJUAN-6)**
- g. Melakukan kegiatan-kegiatan motorik yang menggunakan pengetahuan matematika **(TUJUAN-7)**
- h. Menggunakan alat peraga sederhana maupun hasil teknologi untuk melakukan kegiatan-kegiatan matematika. **(TUJUAN-8)**
2. Apa fokus tujuan yang hendak dicapai ketika siswa mempelajari suatu KD Matematika di SMP?

KI dan KD yang dipelajari siswa meliputi kompetensi ranah sikap, pengetahuan dan keterampilan. Dalam Permendikbud Nomor 64 Tahun 2013 tentang Standar Isi Pendidikan Dikdasmen dinyatakan deskripsi kompetensi yang dipelajari siswa SMP sebagai berikut.

Kompetensi	Deskripsi Kompetensi
Sikap Spiritual	1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya
Sikap Sosial	2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya
Pengetahuan	3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata
Keterampilan	4. Mengolah, menyaji, dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori

Setiap tujuan mata pelajaran dicapai ketika siswa belajar KD-KD. Walaupun tidak ada pemisah yang tegas untuk kesesuaian antara tujuan yang hendak dicapai dengan

ranah kompetensi, namun kita dapat mengidentifikasi fokus tujuan mata pelajaran yang hendak dicapai ketika siswa belajar KD ranah tertentu. Dengan memperhatikan deskripsi kompetensi yang dipelajari siswa SMP dan tujuan mata pelajaran matematika SMP, maka fokus tujuan mata pelajaran yang hendak dicapai ketika siswa mempelajari KD-KD Matematika SMP dengan ranah tertentu sebagai berikut.

No	Ranah Kompetensi	Fokus Tujuan Mata Pelajaran Matematika SMP yang Akan Dicapai
1	Sikap	TUJUAN-5, TUJUAN-6
2	Pengetahuan	TUJUAN-1, TUJUAN-2, TUJUAN-4, TUJUAN-7, TUJUAN-8
3	Keterampilan	TUJUAN-2, TUJUAN-3, TUJUAN-4

## I. Aktivitas Pembelajaran

Dalam menyelesaikan aktivitas berikut ini, Anda disarankan agar bekerja secara individu terlebih dahulu. Setelah itu berdiskusilah dengan teman sejawat se MGMP di sekolah Anda, atau teman sejawat lain yang Anda pandang dapat “mencerahkan pemahaman” Anda.

Aktivitas-1.1:

### **Tujuan:**

Menjelaskan perbedaan utama dari muatan KD ranah pengetahuan dan KD ranah keterampilan dalam mata pelajaran Matematika SMP

### **Petunjuk kerja:**

1. Cermati rumusan pasangan KD ranah pengetahuan dan KD ranah keterampilan berikut ini.
2. Apa yang terpikir dalam benak Anda setelah mencermati rumusan KD pada kedua ranah tersebut?. Adakah kekhasan muatan dari masing-masing?  
Tuangkan hasil pemikiran Anda pada tabel berikut ini.

No	KD ranah pengetahuan	KD ranah keterampilan	Penjelasan perbedaan muatan KD ranah pengetahuan dan keterampilan
1	Menjelaskan dan melakukan operasi	Menyelesaikan masalah yang	...

	hitung bilangan bulat dan pecahan dengan memanfaatkan berbagai sifat operasi	berkaitan dengan operasi hitung bilangan bulat dan pecahan	
2	Menentukan pola pada barisan bilangan dan barisan konfigurasi objek	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pola pada barisan bilangan dan barisan konfigurasi objek	
3	Menjelaskan dan menentukan kesebangunan dan kekongruenan antar bangun datar	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kesebangunan dan kekongruenan antar bangun	

Aktivitas-1.2:

**Tujuan:**

Mengidentifikasi fokus tujuan mata pelajaran (maple) yang akan dicapai dan muatan materi pada suatu KD matematika SMP.

**Petunjuk kerja:**

1. Setelah Anda mempelajari tentang tujuan mata pelajaran Matematika SMP dan perbedaan muatan antara KD ranah pengetahuan dan KD ranah keterampilan, cermati rumusan dari inti tujuan mata pelajaran Matematika SMP pada nomor-nomor berikut ini.
  - (1) = Memahami konsep matematika
  - (2) = Mengembangkan penalaran
  - (3) = Menyelesaikan masalah matematika
  - (4) = Mengkomunikasikan gagasan dan penalaran
  - (5) = Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan
  - (6) = Memiliki sikap dan perilaku yang sesuai dengan nilai-nilai dalam matematika dan pembelajarannya

(7) =Melakukan kegiatan-kegiatan motorik yang menggunakan pengetahuan matematika

(8) = Menggunakan alat peraga sederhana maupun hasil teknologi untuk melakukan kegiatan matematika

2. Cermati rumusan KD berikut ini dan identifikasi muatan materi di dalamnya. Tuangkan hasil identifikasi Anda ke dalam tabel.
3. Ketika siswa mempelajari KD tersebut, apa fokus tujuan mata pelajaran yang hendak dicapai? Tuangkan pendapat Anda ke dalam tabel dengan menuliskan nomor-nomor tujuan yang relevan.

No	KD	Muatan materi pada KD	Fokus tujuan mapel yang akan dicapai
1	<i>Menjelaskan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel dan penyelesaiannya</i>  (KD ranah pengetahuan)	Persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel	...
2	Menjelaskan sudut, jenis sudut, hubungan antar sudut, cara melukis sudut, membagi sudut, dan membagi garis	...	....
3	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan relasi dan fungsi dengan menggunakan berbagai representasi	...	...
4	Menjelaskan transformasi geometri (refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi) yang dihubungkan dengan masalah kontekstual	...	...

Aktivitas-1.3:

**Petunjuk kerja:**

Perhatikan soal-soal berbentuk pilihan ganda berikut ini. Manakah pilihan jawaban yang paling tepat dan berikan alasan mengapa Anda memilih jawaban tersebut?. Berikan pula alasan mengapa Anda **tidak** memilih pilihan jawaban yang lain.

**Soal:**

Berikut ini adalah sebagian dari **inti tujuan mata pelajaran Matematika di SMP:**

- (1) Memahami konsep matematika
  - (2) Mengembangkan penalaran
  - (3) Menyelesaikan masalah matematika
  - (4) Mengkomunikasikan gagasan dan penalaran
  - (5) Melakukan kegiatan-kegiatan motorik yang menggunakan pengetahuan matematika
  - (6) Menggunakan alat peraga sederhana maupun hasil teknologi untuk melakukan kegiatan matematika
1. Fokus tujuan yang hendak dicapai ketika siswa belajar "*menurunkan rumus untuk menentukan keliling dan luas segiempat*" adalah ....
    - A. (1), (3)
    - B. (2), (6)
    - C. (3), (4)
    - D. (5), (6)
  2. Fokus tujuan yang hendak dicapai ketika siswa belajar "*menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan fungsi linear sebagai persamaan garis lurus*" adalah ....
    - A. (1), (3)
    - B. (1), (4)
    - C. (2), (3)
    - D. (2), (5)

**J. Latihan/Tugas**

Setelah Anda membaca dan memahami isi dari uraian materi dan melakukan aktivitas pembelajaran (bagian C dan D), selanjutnya Anda diminta untuk menyelesaikan latihan/tugas.

**Uraian Latihan/Tugas-1:****Petunjuk kerja:**

Perhatikan soal-soal berbentuk pilihan ganda berikut ini. Manakah pilihan jawaban yang paling tepat dan berikan alasan mengapa Anda memilih jawaban tersebut.

**Soal:**

Berikut ini adalah sebagian dari **inti tujuan mata pelajaran Matematika di SMP:**

- (1) Memahami konsep matematika
  - (2) Mengembangkan penalaran
  - (3) Menyelesaikan masalah matematika
  - (4) Mengkomunikasikan gagasan dan penalaran
  - (5) Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan
  - (6) Memiliki sikap dan perilaku yang sesuai dengan nilai-nilai dalam matematika dan pembelajarannya
  - (7) Melakukan kegiatan-kegiatan motorik yang menggunakan pengetahuan matematika
  - (8) Menggunakan alat peraga sederhana maupun hasil teknologi untuk melakukan kegiatan matematika
1. Fokus tujuan yang hendak dicapai ketika siswa belajar "*Menyajikan dan menafsirkan data dalam bentuk tabel, diagram garis, diagram batang, dan diagram lingkaran*" adalah ....
    - A. (1), (2), (4)
    - B. (1), (3), (5)
    - C. (2), (4), (8)
    - D. (3), (5), (7)
  2. Fokus tujuan yang hendak dicapai ketika siswa belajar "*Menjelaskan sistem persamaan linear dua variabel dan penyelesaiannya yang dihubungkan dengan masalah kontekstual*"
    - A. (1), (2), (4)
    - B. (1), (3), (5)
    - C. (2), (4), (8)
    - D. (3), (5), (7)

## K. Rangkuman

1. Tujuan mata pelajaran Matematika SMP adalah memahami konsep matematika, mengembangkan penalaran, menyelesaikan masalah matematika, mengkomunikasikan gagasan dan penalaran, memiliki sikap menghargai

kegunaan matematika dalam kehidupan, memiliki sikap dan perilaku yang sesuai dengan nilai-nilai dalam matematika dan pembelajarannya, melakukan kegiatan-kegiatan motorik yang menggunakan pengetahuan matematika, menggunakan alat peraga sederhana maupun hasil teknologi untuk melakukan kegiatan matematika.

2. KD yang dipelajari siswa mencakup KD ranah sikap, pengetahuan dan keterampilan. Tujuan mata pelajaran dicapai melalui pembelajaran suatu KD. Setiap KD muatannya berhubungan dengan materi matematika dan tujuan mata pelajaran tertentu.
3. Tujuan tentang memahami konsep matematika dicapai melalui pembelajaran KD ranah pengetahuan. Tujuan tentang menyelesaikan masalah matematika dicapai melalui pembelajaran KD ranah keterampilan. Tujuan tentang mengembangkan penalaran, mengkomunikasikan gagasan dan penalaran dicapai melalui pembelajaran KD ranah pengetahuan dan keterampilan.
4. Tujuan tentang memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, dan memiliki sikap dan perilaku yang sesuai dengan nilai-nilai dalam matematika dan pembelajarannya dicapai melalui pembelajaran KD ranah pengetahuan dan keterampilan.

## L. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Selamat! Anda telah sukses mempelajari Kegiatan Pembelajaran-1 (KP-1). Anda juga telah sukses menyelesaikan tugas. Semoga proses belajar pada KP-1 dapat memperluas wawasan Anda, khususnya terkait kegiatan menganalisis muatan KD dan tujuan mata pelajaran Matematika SMP. Cermati pernyataan/pertanyaan berikut ini.

Umpan Balik untuk Aktivitas-1.1:

Pada aktivitas-1.1 ini pengalaman belajar materi/bahan pembelajaran yang dianalisis adalah KD pengetahuan dan keterampilan. Kemampuan pada KD ranah pengetahuan yang dipelajari siswa utamanya adalah untuk melatih siswa agar **memahami konsep-konsep matematika**, sedang KD ranah keterampilan utamanya adalah untuk melatih siswa agar terampil **menyelesaikan masalah**

**matematika**, yang selanjutnya kemampuan tersebut berdampak pada kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah sehari-hari.

Umpan Balik untuk Aktivitas-1.2:

Aktivitas 1-2 merupakan tindak lanjut dari aktivitas 1-1. Terkait tujuan selain memahami konsep dan menyelesaikan masalah, yaitu mengembangkan penalaran dan mengkomunikasikan gagasan dan penalaran, keduanya dapat dicapai melalui pembelajaran KD ranah pengetahuan maupun keterampilan.

Tujuan terkait memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan dan memiliki sikap dan perilaku yang sesuai dengan nilai-nilai dalam matematika dan pembelajarannya dicapai melalui pembelajaran KD ranah pengetahuan maupun keterampilan.

Tujuan terkait melakukan kegiatan-kegiatan motorik yang menggunakan pengetahuan matematika dicapai melalui pembelajaran KD tertentu, yaitu KD yang muatan kemampuannya melatih gerakan motoric dengan menggunakan pengetahuan matematika, misalnya melukis garis, sudut atau bangun. Tujuan menggunakan alat peraga sederhana maupun hasil teknologi untuk melakukan kegiatan matematika dicapai melalui pembelajaran KD tertentu, yaitu KD yang muatan kemampuannya memberi kesempatan kepada siswa untuk menggunakan alat peraga tertentu atau hasil teknologi tertentu, misalnya KD yang terkait dengan materi transformasi geometri (refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi).

Tujuan terkait melakukan kegiatan-kegiatan motorik yang menggunakan pengetahuan matematika dicapai melalui pembelajaran KD tertentu, yaitu KD yang muatan kemampuannya melatih gerakan motoric dengan menggunakan pengetahuan matematika, misalnya melukis garis, sudut atau bangun. Tujuan menggunakan alat peraga sederhana maupun hasil teknologi untuk melakukan kegiatan matematika dicapai melalui pembelajaran KD tertentu, yaitu KD yang muatan kemampuannya memberi kesempatan kepada siswa untuk menggunakan alat peraga tertentu atau hasil teknologi tertentu, misalnya KD yang terkait dengan materi transformasi geometri (refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi).

Umpan Balik untuk Aktivitas-1.3:

Jawaban benar soal nomor 1 adalah B (mengembangkan penalaran/tujuan (2) dan menggunakan alat peraga sederhana maupun hasil teknologi untuk melakukan kegiatan matematika/tujuan (6)). Mengapa kita tidak memilih jawaban A, C, D? Coba Anda deskripsikan alasannya.

Jawaban benar soal nomor 2 adalah C (mengembangkan penalaran/tujuan (2) dan menyelesaikan masalah/tujuan (3)). Mengapa kita tidak memilih jawaban A, C, D? Coba Anda deskripsikan alasannya.

Umpan Balik untuk Latihan/Tugas:

Apakah Anda mengalami kesulitan dalam menyelesaikan Latihan/Tugas? Bila Anda memiliki kesulitan dalam menyelesaikan Latihan/Tugas, silakan Anda berdiskusi lebih intensif dengan teman sejawat Anda, baik dari sekolah Anda atau di luar sekolah. Dengan lebih mencermati umpan balik untuk aktivitas 1.3, semoga Anda dapat lebih baik dalam memahami jawaban latihan/tugas.

Tindak Lanjut:

Lakukan hal-hal berikut ini sebagai tindak lanjut dari mempelajari KP-1 modul ini.

- a. Pilih satu RPP yang Anda miliki atau teman sejawat Anda miliki.
- b. Cermati isi dari komponen KD dan Materi Pembelajaran. Identifikasi tujuan mata pelajaran Matematika SMP mana yang akan dicapai melalui KD-KD pada RPP tersebut.
- c. Perhatikan muatan komponen langkah-langkah pembelajaran pada RPP tersebut. Apakah pencapaian tujuan-tujuan tersebut sudah terfasilitasi pada kegiatan pembelajaran yang dirumuskan?

## M. Kunci Jawaban/Petunjuk Menyelesaikan Tugas

Jawaban benar pada Latihan/Tugas sebagai berikut.

Soal nomor 1: D (menyelesaikan masalah, memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, dan melakukan kegiatan-kegiatan motorik yang menggunakan pengetahuan matematika). Mengapa kita tidak memilih jawaban A, B, C? Coba Anda deskripsikan alasannya.

## Kegiatan Pembelajaran 1

---

Soal nomor 2: A (memahami konsep, mengembangkan penalaran, mengkomunikasikan gagasan dan penalaran). Mengapa kita tidak memilih jawaban A, B, C? Coba Anda deskripsikan alasannya.

## Kegiatan Pembelajaran 2: Pengembangan Indikator Pencapaian Kompetensi dalam Pembelajaran Matematika SMP

Pada Kegiatan Pembelajaran-2 (KP-2) ini Anda akan mempelajari tentang pengembangan Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK). Dalam penyusunan RPP dan pelaksanaan pembelajaran, IPK sangat penting kedudukannya. Rumusan IPK pada suatu KD dalam RPP akan menjadi tolak ukur dari pencapaian siswa dalam belajar KD tersebut. Penilaian hasil belajar siswa atau penilaian terhadap pencapaian siswa dalam mempelajari suatu KD harus didasarkan pada IPK.

Pembahasan tentang IPK ini untuk memfasilitasi Anda dalam meningkatkan kompetensi mengembangkan indikator pencapaian kompetensi dan instrumen penilaian (kompetensi 3.6).

Uraian materi pada KP-2 ini mencakup: (1) pengertian IPK, (2) fungsi IPK, (3) mekanisme penyusunan IPK, (4) penyusunan/Perumusan IPK Matematika SMP untuk Kompetensi Ranah Pengetahuan dan Keterampilan yang memperhatikan karakteristik siswa, (5) penyusunan/Perumusan IPK Matematika SMP untuk Kompetensi Ranah Sikap, (6) contoh Pengembangan IPK Matematika SMP Ranah Pengetahuan dan Keterampilan, (7) pengembangan instrumen penilaian berdasarkan IPK, (8) pengukuran ketercapaian IPK yang memperhatikan karakteristik siswa, (9)

Setelah mempelajari uraian materi, Anda diharapkan melakukan dua macam aktivitas, secara berkelompok yaitu: (1) mengkaji beberapa kelompok IPK dan menyempurnakannya (2) menganalisis IPK melalui telaah soal. Setelah menyelesaikan aktivitas, Anda diminta menyelesaikan tiga latihan/macam tugas secara individu, yaitu: (1) mengkaji beberapa kelompok IPK dan menyempurnakannya (2) menganalisis IPK melalui telaah soal dan (3) menyusun IPK pada suatu KD untuk RPP. Aktivitas dan latihan/tugas tersebut dimaksudkan

untuk membantu Anda dalam mencapai kemampuan yang dirumuskan dalam indikator pencapaian kompetensi. Sebagai tindak lanjut mempelajari KP-2 ini Anda diminta menelaah IPK pada RPP milik sendiri/teman sejawat dan menyempurnakannya.

### A. Tujuan:

Setelah mempelajari Kegiatan Pembelajaran 1 (KP-1) ini Anda diharapkan dapat mengembangkan Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK) yang sesuai dengan karakteristik siswa dan tujuan mata pelajaran matematika SMP.

### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menganalisis IPK dari suatu KD
2. Menyusun IPK yang sesuai dengan karakteristik siswa dan tujuan mata pelajaran matematika SMP.

### C. Uraian Materi

1. Pengertian Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)

#### ***Apa yang dimaksud indikator pencapaian kompetensi?***

Dalam Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah dinyatakan bahwa indikator pencapaian kompetensi merupakan:

- a. kemampuan yang dapat diobservasi untuk disimpulkan sebagai pemenuhan Kompetensi Dasar pada Kompetensi Inti 1 dan Kompetensi Inti 2; dan
- b. kemampuan yang dapat diukur dan/atau diobservasi untuk disimpulkan sebagai pemenuhan Kompetensi Dasar pada Kompetensi Inti 3 dan Kompetensi Inti 4.

Jadi, pada intinya IPK adalah perilaku yang dapat diukur dan/atau diobservasi untuk menunjukkan ketercapaian KD tertentu yang menjadi acuan penilaian mata pelajaran. Dapat pula dikatakan bahwa IPK merupakan pernyataan yang menunjukkan tolok ukur atau patokan ketercapaian suatu KD. Pada pernyataan tersebut tercermin tuntutan kemampuan yang harus dicapai siswa agar dinyatakan mencapai atau menguasai KD tersebut.

Ketika kita mencermati IPK dari suatu KD, maka komentar yang seharusnya muncul adalah: "Oh.. ini ya tuntutan kemampuan yang ditetapkan untuk siswa agar dikatakan menguasai KD itu". Mengapa komentar itu yang seharusnya muncul? Karena tuntutan kemampuan yang dirumuskan pada IPK menjadi tolok ukur untuk menentukan sejauh mana seorang siswa telah mencapai atau menguasai KD.

Sebagai contoh, misalkan kita akan mengelola pembelajaran KD: "3.6 Memeriksa kebenaran Teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras" di Kelas VIII. Kita menetapkan bahwa IPK pada KD tersebut adalah sebagai berikut.

a. Menjelaskan Teorema Pythagoras
b. Menentukan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku menggunakan Teorema Pythagoras
c. Menentukan jenis suatu segitiga termasuk siku-siku, lancip atau tumpul berdasarkan panjang sisi-sisinya
d. Mengidentifikasi bilangan tripel Pythagoras
e. Menjelaskan rumus umum untuk mencari tripel Pythagoras
f. Menjelaskan perbandingan panjang sisi segitiga siku-siku istimewa
g. Menentukan panjang sisi-sisi pada segitiga siku-siku istimewa berdasarkan perbandingan panjang sisi-sisinya

Siswa kita dikatakan menguasai KD 3.6 tersebut bila mampu melakukan pernyataan IPK a sampai dengan g. Misalkan kita menetapkan Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) dari KD tersebut 80 (yang berarti 80%), maka berarti seorang siswa dikatakan tuntas pada KD 3.6 tersebut bila kemampuan pada IPK a sampai dengan g telah 80% dikuasai.

Dalam kaitan hal itu, Safari (2005: 21-24) intinya menyatakan bahwa ada tiga kelompok IPK, yaitu: (1) IPK sangat penting, (2) IPK cukup penting dan (3) IPK kompleks. Selanjutnya dalam hal ini IPK sangat penting dinamai IPK kunci, IPK cukup penting dinamai IPK jembatan dan IPK kompleks dinamai IPK pengayaan.

#### ***Apa yang dimaksud IPK kunci?***

Safari (2005:21-22) menyatakan bahwa IPK kunci adalah IPK yang memenuhi syarat UKRK (Urgensi, Kontinuitas, Relevansi dan Keterpakaian). **Syarat urgensi** dimaknai bahwa secara teoritis IPK itu harus dikuasai siswa. **Syarat kontinuitas** dimaknai bahwa IPK ini merupakan IPK lanjutan yang merupakan pendalaman dari satu atau lebih IPK yang sudah pernah dipelajari pada KD sebelumnya atau pada KD itu sendiri. **Syarat relevansi** dimaknai bahwa IPK itu diperlukan untuk mempelajari

atau memahami mata pelajaran lain. **Syarat keterpakaian** dimaknai bahwa IPK itu memiliki nilai terapan tinggi dalam kehidupan sehari-hari atau mata pelajaran lain.

Dalam kaitan dengan syarat urgensi dan kontinuitas dapat dikatakan bahwa:

- a. *IPK kunci suatu KD menuntut kemampuan setara dengan kemampuan yang dirumuskan pada KD tersebut, sehingga tuntutan kemampuan pada IPK kunci mewakili tuntutan kemampuan KDnya.*
- b. *Kemampuan yang dituntut pada IPK kunci adalah kemampuan minimal dari KDnya, atau dengan kata lain target kemampuan minimal pada penguasaan suatu KD tercermin dalam IPK kunci.*

Dalam mata pelajaran Matematika kemampuan yang dipelajari bersifat hirarkis, dalam arti kemampuan yang dipelajari siswa berikutnya banyak berkaitan dengan kemampuan yang dipelajari sebelumnya. Oleh karena itu dalam kaitan dengan syarat relevansi dan keterpakaian dapatlah dikatakan bahwa

- a. *Kemampuan pada IPK kunci suatu KD Matematika diperlukan untuk mempelajari kemampuan pada KD Matematika berikutnya.*
- b. *Kemampuan pada IPK kunci mempunyai nilai terapan tinggi tidak hanya pada kehidupan sehari-hari tetapi juga pada mata pelajaran matematika itu sendiri.*

#### ***Apa yang dimaksud IPK pendukung atau jembatan?***

Safari (2005:23) menyatakan bahwa *D pendukung merupakan IPK yang mendukung IPK kunci.*

IPK pendukung mencerminkan kemampuan jembatan yang diperlukan dalam rangka menguasai kemampuan yang dirumuskan oleh IPK kunci. Oleh karena itu IPK pendukung boleh juga dinamai **IPK jembatan**.

#### ***Apa yang dimaksud indikator kompleks atau pengayaan?***

Safari (2005:23-24) menyatakan bahwa IPK kompleks merupakan IPK yang memiliki tingkat kesulitan dan kerumitan yang tinggi. Dalam pelaksanaannya IPK kompleks menuntut: (1) kreativitas yang tinggi, (2) waktu yang cukup lama karena perlu pengulangan, (3) penalaran dan kecermatan siswa yang tinggi, (4) sarana dan prasarana sesuai tuntutan kompetensi yang harus dicapai.

---

IPK kompleks mencerminkan tuntutan kemampuan tambahan atau kemampuan yang sifatnya pengayaan dari target kemampuan minimal pada KDnya. Oleh karena itu indikator kompleks boleh juga dinamai IPK pengayaan. Perlu diingat bahwa target kemampuan minimal tercermin pada IPK kunci.

## 2. Fungsi IPK

### ***Apa fungsi IPK?***

D berfungsi sebagai berikut.

#### **a. Pedoman dalam mengembangkan materi ajar**

Pengembangan materi ajar harus sesuai dengan IPK yang dikembangkan. IPK yg dirumuskan secara cermat dapat memberikan arah dalam pengembangan materi ajar yang efektif sesuai dengan karakteristik mata pelajaran.

#### **b. Pedoman dalam mendesain kegiatan pembelajaran**

Desain pembelajaran perlu dirancang secara efektif agar kompetensi dapat dicapai secara maksimal. Pengembangan desain pembelajaran hendaknya sesuai dengan IPK yang dikembangkan, karena IPK dapat memberikan gambaran kegiatan pembelajaran yang efektif untuk mencapai kompetensi. IPK yang menuntut kompetensi dominan pada aspek prosedural menunjukkan agar kegiatan pembelajaran dilakukan tidak dengan strategi *ekspositori* melainkan lebih tepat dengan strategi *discovery-inquiry*.

#### **c. Pedoman dalam mengembangkan materi/bahan pembelajaran**

Materi atau bahan pembelajaran perlu dikembangkan oleh guru guna menunjang pencapaian kompetensi siswa. Pemilihan materi/bahan pembelajaran yang efektif harus sesuai tuntutan IPK sehingga dapat meningkatkan pencapaian kompetensi secara maksimal.

#### **d. Pedoman dalam merancang dan melaksanakan penilaian hasil belajar**

IPK menjadi pedoman dalam merancang, melaksanakan, serta mengevaluasi hasil belajar. Rancangan penilaian memberikan acuan dalam menentukan bentuk dan jenis penilaian, serta pengembangan indikator penilaian. Pengembangan indikator penilaian harus mengacu pada IPK yang dikembangkan sesuai dengan tuntutan KI dan KD.

3. Mekanisme penyusunan IPK

***Bagaimana mekanisme penyusunan/perumusan IPK?***

IPK dikembangkan sesuai dengan karakteristik siswa, mata pelajaran, satuan pendidikan (sekolah), dan potensi daerah. IPK dirumuskan dalam kata kerja operasional yang terukur dan/atau dapat diobservasi yang mencakup pengetahuan, sikap dan keterampilan. Oleh karena itu dalam mengembangkan IPK perlu mempertimbangkan hal-hal sebagai berikut.

- a. tuntutan kompetensi yang dapat dilihat melalui kata kerja yang digunakan dalam KD;
- b. karakteristik mata pelajaran, siswa, dan sekolah;
- c. potensi dan kebutuhan siswa, masyarakat, dan lingkungan/ daerah.

**Mekanisme penyusunan/perumusan IPK sebagai berikut.**

**e. Menganalisis Tingkat Kompetensi dalam KI dan KD**

Langkah pertama pengembangan IPK adalah menganalisis tingkat kompetensi dalam KD. Hal ini diperlukan untuk memenuhi tuntutan minimal kompetensi yang dijadikan standar secara nasional. Sekolah dapat mengembangkan IPK melebihi standar minimal tersebut.

Tingkat kompetensi dapat dilihat melalui kata kerja operasional yang digunakan dalam KD. Tingkat kompetensi dapat diklasifikasi dalam tiga bagian, yaitu tingkat pengetahuan, tingkat proses, dan tingkat penerapan. Kata kerja pada tingkat pengetahuan lebih rendah dari pada tingkat proses maupun penerapan. Tingkat penerapan merupakan tuntutan kompetensi paling tinggi yang diinginkan. Klasifikasi tingkat kompetensi berdasarkan kata kerja yang digunakan disajikan dalam tabel berikut ini.

Tingkat Kompetensi Kata Kerja Operasional

No	Klasifikasi Tingkat Kompetensi	Kata Kerja Operasional yang Digunakan
----	--------------------------------	---------------------------------------

No	Klasifikasi Tingkat Kompetensi	Kata Kerja Operasional yang Digunakan
1	Berhubungan dengan mencari keterangan ( <i>dealing with retrieval</i> )	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Mendeskripsikan (<i>describe</i>)</li> <li>2. Menyebutkan kembali (<i>recall</i>)</li> <li>3. Melengkapi (<i>complete</i>)</li> <li>4. Mendaftar (<i>list</i>)</li> <li>5. Mendefinisikan (<i>define</i>)</li> <li>6. Menghitung (<i>count</i>)</li> <li>7. Mengidentifikasi (<i>identify</i>)</li> <li>8. Menceritakan (<i>recite</i>)</li> <li>9. Menamai (<i>name</i>)</li> </ol>
2	Memproses ( <i>processing</i> )	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Mensintesis (<i>synthesize</i>)</li> <li>2. Mengelompokkan (<i>group</i>)</li> <li>3. Menjelaskan (<i>explain</i>)</li> <li>4. Mengorganisasikan (<i>organize</i>)</li> <li>5. Meneliti/melakukan eksperimen (<i>experiment</i>)</li> <li>6. Menganalogikan (<i>make analogies</i>)</li> <li>7. Mengurutkan (<i>sequence</i>)</li> <li>8. Mengkategorikan (<i>categorize</i>)</li> <li>9. Menganalisis (<i>analyze</i>)</li> <li>10. Membandingkan (<i>compare</i>)</li> <li>11. Mengklasifikasi (<i>classify</i>)</li> <li>12. Menghubungkan (<i>relate</i>)</li> <li>13. Membedakan (<i>distinguish</i>)</li> <li>14. Mengungkapkan sebab (<i>state causality</i>)</li> </ol>
3	Menerapkan dan mengevaluasi	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Menerapkan suatu prinsip (<i>applying a principle</i>)</li> <li>2. Membuat model (<i>model building</i>)</li> <li>3. Mengevaluasi (<i>evaluating</i>)</li> <li>4. Merencanakan (<i>planning</i>)</li> <li>5. Memperhitungkan/meramalkan kemungkinan (<i>extrapolating</i>)</li> <li>6. Memprediksi (<i>predicting</i>)</li> <li>7. Menduga/Mengemukakan pendapat/ mengambil kesimpulan (<i>inferring</i>)</li> <li>8. Meramalkan kejadian alam/sesuatu (<i>forecasting</i>)</li> <li>9. Menggeneralisasikan (<i>generalizing</i>)</li> <li>10. Mempertimbangkan /memikirkan kemungkinan-kemungkinan (<i>speculating</i>)</li> <li>11. Membayangkan /mengkhayalkan/ mengimajinasikan (<i>Imagining</i>)</li> <li>12. Merancang (<i>designing</i>)</li> <li>13. Menciptakan (<i>creating</i>)</li> <li>14. Menduga/membuat dugaan/ kesimpulan awal (<i>hypothezing</i>)</li> </ol>

(Sumber: Panduan Pengembangan Indikator, Dit. Pembinaan, Ditjen Manajemen Dikdasmen, 2009)

Selain tingkat kompetensi, penggunaan kata kerja menunjukkan penekanan aspek yang diinginkan, mencakup sikap, pengetahuan, serta keterampilan. Pengembangan IPK harus mengakomodasi kompetensi sesuai tendensi yang digunakan KI dan KD. Jika aspek keterampilan lebih menonjol, maka IPK yang dirumuskan harus mencapai kemampuan keterampilan yang diinginkan. Klasifikasi kata kerja berdasarkan aspek sikap, pengetahuan dan keterampilan disajikan dalam tabel berikut ini.

Kata Kerja Operasional untuk IPK Ranah Pengetahuan

Mengingat	Memahami	Menerapkan	Menganalisis	Mengevaluasi	Mencipta
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Menyebutkan</li> <li>✓ memberi label</li> <li>✓ mencocokkan</li> <li>✓ memberi nama</li> <li>✓ mengurutkan</li> <li>✓ memberi contoh</li> <li>✓ meniru</li> <li>✓ memasangkan</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ menggo- longkan</li> <li>✓ menggambar kan</li> <li>✓ membuat ulasan</li> <li>✓ menjelaskan</li> <li>✓ mengekspresi kan</li> <li>✓ mengidenti- fikasi</li> <li>✓ menunjukkan</li> <li>✓ menemukan</li> <li>✓ membuat laporan</li> <li>✓ mengemukakan</li> <li>✓ membuat tinjauan</li> <li>✓ memilih</li> <li>✓ menceritakan</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ menuliskan penjelasan</li> <li>✓ membuatka n penafsiran</li> <li>✓ meng- operasikan</li> <li>✓ merancang persiapan</li> <li>✓ menyusun</li> <li>✓ menye- lesaikan masalah</li> <li>✓ menggunaka n</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ menilai</li> <li>✓ menghi- tung</li> <li>✓ mengelo mpokka n</li> <li>✓ menen- tukan</li> <li>✓ memban- dingkan</li> <li>✓ membed a-kan</li> <li>✓ membua t diagram</li> <li>✓ menginv entarisas i</li> <li>✓ memerik sa</li> <li>✓ menguji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ membua t penilaian</li> <li>✓ menyusu n argumen tasi atau alasan</li> <li>✓ menjelas kan alas an memilih</li> <li>✓ membua t perbandi ngan</li> <li>✓ menjelas -kan alasan pembela aan</li> <li>✓ memper- kirakan</li> <li>✓ mempre- diksi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ mengum- pulkan</li> <li>✓ menyusun</li> <li>✓ merancang</li> <li>✓ merumus- kan</li> <li>✓ mengelola</li> <li>✓ mengatur</li> <li>✓ merencana kan</li> <li>✓ memper- siapkan</li> <li>✓ mengusul- kan</li> <li>✓ mengulas</li> </ul>

(Sumber: Panduan Penilaian untuk SMP, Dit. Pembinaan SMP, Ditjen Dikdasmen, 2015)

Kata Kerja Operasional untuk IPK Ranah Afektif (*Sikap dan Perilaku*)

Menerima	Menanggapi	Menilai	Mengelola	Menghayati
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ mengikuti</li> <li>✓ menganut</li> <li>✓ mematuhi</li> <li>✓ meminati</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ mengompromikan</li> <li>✓ menyenangkan</li> <li>✓ menyambut</li> <li>✓ mendukung</li> <li>✓ menyetujui</li> <li>✓ menampilkan</li> <li>✓ melaporkan</li> <li>✓ memilih</li> <li>✓ mengatakan</li> <li>✓ memilah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ mengasumsikan</li> <li>✓ meyakini</li> <li>✓ meyakinkan</li> <li>✓ memperjelas</li> <li>✓ memprakarsai</li> <li>✓ mengimani</li> <li>✓ menekankan</li> <li>✓ menyumbang</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ mengubah</li> <li>✓ menata</li> <li>✓ mengklasifikasikan</li> <li>✓ mengombinasikan</li> <li>✓ mempertahankan</li> <li>✓ membangun</li> <li>✓ membentuk pendapat</li> <li>✓ memadukan</li> <li>✓ mengelola</li> <li>✓ menegosiasi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ membiasakan</li> <li>✓ mengubah perilaku</li> <li>✓ berakhlak mulia</li> <li>✓ mempengaruhi</li> <li>✓ mengkualifikasi</li> <li>✓ melayani</li> <li>✓ membuktikan</li> <li>✓ memecahkan</li> </ul>

(Sumber: Panduan Pengembangan Indikator, Dit. Pembinaan, Ditjen Manajemen Dikdasmen, 2009)

Kata Kerja operasional untuk IPK Ranah Psikomotorik (*Keterampilan*)

Menirukan	Memanipulasi	Pengalamiahan	Artikulasi
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ menyalin</li> <li>✓ mengikuti</li> <li>✓ mereplikasi</li> <li>✓ mengulangi</li> <li>✓ mematuhi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ kembali membuat,</li> <li>✓ membangun,</li> <li>✓ melakukan,</li> <li>✓ melaksanakan,</li> <li>✓ menerapkan</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ menunjukkan</li> <li>✓ melengkapi</li> <li>✓ menyempurnakan</li> <li>✓ mengkalibrasi</li> <li>✓ mengendalikan</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ membangun</li> <li>✓ mengatasi</li> <li>✓ menggabungkan koordinat</li> <li>✓ mengintegrasikan</li> <li>✓ beradaptasi</li> <li>✓ mengembangkan</li> <li>✓ merumukian,</li> <li>✓ memodifikasi</li> </ul>

(Sumber: Panduan Pengembangan Indikator, Dit. Pembinaan, Ditjen Manajemen Dikdasmen, 2009)

Kata kerja operasional untuk IPK ranah keterampilan yang disarankan dalam Panduan Penilaian untuk SMP Tahun 2015 adalah: **menghitung, merancang, membuat sketsa, memperagakan, menulis laporan, menceritakan kembali, mempraktikkan, mendemonstrasikan dan menyajikan.**

Sebagai contoh, IPK: "Mengidentifikasi bilangan tripel Pythagoras" memuat kata kerja operasional "mengidentifikasi" yang tergolong pada kata kerja tingkat proses. Materi ajarnya adalah bilangan tripel Pythagoras. IPK tersebut adalah IPK dari KD ranah pengetahuan dan kata kerja operasionalnya tergolong "memahami".

### f. Menganalisis Karakteristik Mata Pelajaran, Siswa dan Sekolah

Pengembangan IPK mempertimbangkan karakteristik mata pelajaran, siswa, dan sekolah karena IPK menjadi acuan dalam penilaian. Sesuai Peraturan Pemerintah Nomor 19 tahun 2005 atau perubahannya Nomor 32 Tahun 2013, karakteristik penilaian kelompok mata pelajaran adalah sebagai berikut.

Kelompok Mata Pelajaran	Mata Pelajaran	Aspek yang Dinilai
Agama dan Akhlak Mulia	Pendidikan Agama	Sikap dan pengetahuan
Kewarganegaraan dan Kepribadian	Pendidikan Kewarganegaraan	Sikap dan pengetahuan
Jasmani Olahraga dan Kesehatan	Penjas Orkes	Sikap, pengetahuan, keterampilan
Estetika	Seni Budaya	Sikap dan Keterampilan
Ilmu Pengetahuan dan Teknologi	<b>Matematika</b> , IPA, IPS Bahasa, dan TIK.	Sikap, pengetahuan, keterampilan sesuai karakter mata pelajaran

Setiap mata pelajaran memiliki karakteristik tertentu yang membedakan dari mata pelajaran lainnya. Perbedaan ini menjadi pertimbangan penting dalam mengembangkan IPK. Karakteristik mata pelajaran bahasa yang terdiri dari aspek mendengar, membaca, berbicara dan menulis sangat berbeda dengan mata pelajaran matematika yang dominan pada aspek analisis logis. Guru harus melakukan kajian mendalam mengenai karakteristik mata pelajaran sebagai acuan mengembangkan IPK. Karakteristik mata pelajaran matematika SMP dapat Anda kaji pada **Modul Kurikulum Matematika SMP Bagian I**.

Pengembangan IPK memerlukan informasi karakteristik siswa yang unik dan beragam. Siswa memiliki keragaman dalam intelegensi dan gaya belajar. Oleh karena itu IPK selayaknya mampu mengakomodir keragaman tersebut. Siswa dengan karakteristik unik visual-verbal atau psiko-kinestetik selayaknya diakomodir dengan penilaian yang sesuai sehingga kompetensi siswa dapat terukur secara proporsional. Pengetahuan tentang karakteristik siswa dapat Anda pelajari pada **Modul Karakteristik Siswa SMP**.

Karakteristik sekolah dan daerah menjadi acuan dalam pengembangan IPK karena target pencapaian sekolah tidak sama. Sekolah kategori tertentu yang melebihi standar minimal dapat mengembangkan IPK lebih tinggi. Termasuk sekolah bertaraf internasional dapat mengembangkan IPK dari KI dan KD dengan mengkaji tuntutan kompetensi sesuai rujukan standar internasional yang digunakan. Sekolah dengan keunggulan tertentu juga menjadi pertimbangan dalam mengembangkan IPK.

#### **g. Menganalisis Kebutuhan dan Potensi**

Kebutuhan dan potensi siswa, sekolah dan daerah perlu dianalisis untuk dijadikan bahan pertimbangan dalam mengembangkan IPK. Penyelenggaraan pendidikan seharusnya dapat melayani kebutuhan siswa, lingkungan, serta mengembangkan potensi siswa secara optimal. Siswa mendapatkan pendidikan sesuai dengan potensi dan kecepatan belajarnya, termasuk tingkat potensi yang diraihinya.

IPK juga harus dikembangkan guna mendorong peningkatan mutu sekolah di masa yang akan datang, sehingga diperlukan informasi hasil analisis potensi sekolah yang berguna untuk mengembangkan kurikulum melalui pengembangan IPK.

#### **h. Merumuskan IPK**

IPK dirumuskan dalam bentuk kalimat dengan menggunakan kata kerja operasional. Rumusan IPK sekurang-kurangnya mencakup dua hal yaitu tingkat kompetensi dan materi yang menjadi media pencapaian kompetensi.

Dalam merumuskan IPK perlu diperhatikan beberapa ketentuan sebagai berikut:

- 1) Pada setiap KD sekurang-kurangnya dikembangkan **satu atau lebih IPK** (*Panduan Penilaian untuk SMP, Ditjen Dikdasmen, 2015*)
- 2) Keseluruhan IPK memenuhi tuntutan kompetensi yang tertuang dalam kata kerja yang digunakan dalam KD. IPK harus mencapai tingkat kompetensi minimal KD dan dapat dikembangkan melebihi kompetensi minimal sesuai dengan potensi dan kebutuhan peserta didik.
- 3) IPK yang dikembangkan harus menggambarkan hirarki kompetensi.
- 4) Rumusan IPK sekurang-kurangnya mencakup dua aspek, yaitu tingkat kompetensi dan materi pembelajaran.
- 5) IPK harus dapat mengakomodir karakteristik mata pelajaran sehingga

menggunakan kata kerja operasional yang sesuai.

- 6) Rumusan IPK dapat dikembangkan menjadi beberapa indikator penilaian yang mencakup ranah sikap, pengetahuan, dan/atau keterampilan.

#### 4. Mengembangkan Indikator Penilaian

Indikator penilaian merupakan pengembangan lebih lanjut dari IPK. Indikator penilaian perlu dirumuskan untuk dijadikan pedoman penilaian bagi guru, siswa maupun evaluator di sekolah. Dengan demikian indikator penilaian bersifat terbuka dan dapat diakses dengan mudah oleh warga sekolah. Setiap penilaian yang dilakukan melalui tes dan non-tes harus sesuai dengan indikator penilaian.

Indikator penilaian menggunakan kata kerja lebih terukur dibandingkan dengan IPK. Rumusan indikator penilaian memiliki batasan-batasan tertentu sehingga dapat dikembangkan menjadi instrumen penilaian dalam bentuk soal, lembar pengamatan, dan atau penilaian hasil karya atau produk, termasuk penilaian diri.

#### 5. Penyusunan/Perumusan IPK Matematika SMP untuk Kompetensi Ranah Pengetahuan dan Keterampilan yang memperhatikan karakteristik siswa

IPK disusun dengan mempertimbangkan karakteristik siswa, mata pelajaran, satuan pendidikan (sekolah), potensi daerah. IPK dirumuskan dalam kata kerja operasional yang terukur dan/atau dapat diobservasi.

Penyusunan IPK dalam kaitan dengan karakteristik siswa, yang dipertimbangkan umumnya adalah kondisi akademik siswa, dan dalam hal belajar matematika, umumnya terkait potensi dan kesiapan siswa dalam belajar matematika. Perumusan IPK dalam kaitan dengan kondisi sekolah, umumnya yang dipertimbangkan adalah dari segi sarana prasarana, manajemen, maupun kemampuan para guru pada umumnya. Sedang terkait dengan potensi daerah, perumusan IPK umumnya mempertimbangkan kondisi daerah yang perlu diekspose dalam pembelajaran.

Karakteristik siswa yang lazimnya dipertimbangkan dalam menyusun IPK mata pelajaran matematika di SMP untuk kompetensi ranah pengetahuan dan keterampilan adalah potensi dan kesiapan siswa dalam belajar matematika. Dalam hal ini potensi dan kesiapan belajar tersebut dimaknai dengan **kecepatan belajar**.

IPK dari suatu KD dapat terdiri atas **IPK kunci, IPK jembatan, IPK pengayaan**. *IPK kunci* mencerminkan tuntutan kemampuan minimal dari KDnya, atau dengan kata lain target kemampuan minimal pada penguasaan suatu KD tercermin dalam IPK kunci. *IPK jembatan* mencerminkan kemampuan jembatan yang diperlukan dalam rangka menguasai kemampuan yang dirumuskan oleh IPK kunci. *IPK pengayaan* mencerminkan tuntutan kemampuan tambahan atau kemampuan yang sifatnya pengayaan dari target kemampuan minimal pada KDnya.

**Kapan IPK kunci disusun?** IPK kunci adalah penanda pencapaian suatu KD dengan target minimal. Tuntutan kemampuan pada IPK kunci mewakili tuntutan kemampuan KDnya.

*Apapun keadaan karakteristik siswa, mata pelajaran, satuan pendidikan(sekolah), dan potensi daerah maka harus ada rumusan IPK pada tiap KD.*

#### **Kapan diperlukan indikator jembatan?**

Dalam kaitan dengan IPK pada satu KD, kemampuan pada IPK jembatan merupakan kemampuan prasyarat untuk penguasaan kemampuan pada IPK kunci dalam lingkup KD yang bersangkutan.

*Bila pada umumnya karakteristik siswa Anda cepat menguasai kemampuan yang dirumuskan oleh IPK kunci, Anda tidak perlu mendesain IPK pendukung/jembatan. Bila pada umumnya karakteristik siswa Anda 'lemah' dalam kemampuan prasyarat terkait dengan kemampuan pada IPK kunci, maka Anda hendaknya mendesain IPK pendukung/jembatan.*

#### **Apakah IPK jembatan berhubungan dengan KD-KD sebelumnya atau hanya berhubungan dengan KD yang bersangkutan?**

IPK jembatan mencerminkan kemampuan jembatan yang diperlukan dalam rangka menguasai kemampuan yang dirumuskan oleh IPK kunci. Kemampuan jembatan itu berhubungan dengan kemampuan prasyarat. *Kemampuan prasyarat* adalah kemampuan yang sebelumnya telah dipelajari siswa, dan kemampuan itu langsung berhubungan dengan kemampuan yang akan dipelajari. Mengingat materi matematika tersusun hirarkis sangat ketat, maka kemampuan prasyarat ini kedudukannya sangat penting. Siswa yang lemah dalam penguasaan kemampuan prasyarat hampir pasti akan lemah dalam kemampuan berikutnya. Oleh karena itu

dalam mata pelajaran matematika sangat penting mencermati kemampuan prasyarat. Karena materi matematika tersusun hirarkis sangat ketat maka dapat terjadi kemampuan prasyarat untuk IPK kunci terkait erat dengan kemampuan pada KD-KD yang telah dipelajari sebelumnya, namun dapat pula terkait dengan kemampuan pada IPK kunci pada KD yang bersangkutan. Jadi:

*Kemampuan prasyarat untuk IPK kunci yang dirumuskan pada IPK jembatan adalah kemampuan terkait dengan KD bersangkutan yang sedang dipelajari, bukan berkait dengan kemampuan pada KD-KD sebelumnya.*

*Penguasaan kemampuan prasyarat terkait IPK kunci yang terkait dengan KD-KD sebelumnya dideteksi (bukan diuji) dalam kegiatan apersepsi pada kegiatan pendahuluan pembelajaran. Sedangkan kemampuan prasyarat terkait IPK kunci yang dirumuskan pada IPK jembatan dibahas pada kegiatan inti pembelajaran, tepatnya sebelum siswa belajar kemampuan yang tolok ukurnya dirumuskan pada IPK kunci.*  
Contoh:

**Kemampuan prasyarat terkait KD sebelumnya.** Sebelum siswa belajar KD: *"Menjelaskan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel (PLSV dan PtLSV) dan penyelesaiannya"* di Kelas VII, maka kemampuan prasyarat yang harus dikuasai siswa antara lain mengoperasikan bilangan bulat dan pecahan, mengenali bentuk aljabar dan unsur-unsurnya, kemudian mengoperasikan bentuk aljabar. Kemampuan-kemampuan tersebut ada pada KD-KD sebelumnya yang **telah** dipelajari siswa. Dalam pelaksanaan pembelajaran, kemampuan-kemampuan tersebut dilihat, dicek atau dideteksi pada saat kegiatan pendahuluan, yaitu saat kegiatan apersepsi.

**Kemampuan prasyarat dalam lingkup KD yang sedang dipelajari.** Bila dilakukan analisis terhadap muatan kemampuan pada KD: *"Menjelaskan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel (PLSV dan PtLSV) dan penyelesaiannya"*, maka muataannya antara lain: (1) mengenali bentuk PLSV/PtLSV, (2) menyelesaikan PLSV/PtLSV dengan berbagai cara. Dalam hal ini kemampuan nomor (1) merupakan kemampuan prasyarat bagi kemampuan nomor (2). Kemampuan nomor (1) merupakan kemampuan jembatan untuk menguasai kemampuan nomor (2). Kemampuan nomor (1) tersebut dapat dijadikan acuan dalam merumuskan IPK

---

jembatan pada KD tersebut, sedangkan kemampuan nomor (2) dijadikan acuan dalam merumuskan IPK kunci.

### **Kapan diperlukan indikator kompleks/pengayaan?**

Indikator kompleks merupakan IPK yang memiliki tingkat kesulitan dan kerumitan yang lebih tinggi dari kemampuan yang di IPK kunci.

*IPK pengayaan diperlukan bila siswa menguasai kemampuan yang dirumuskan pada IPK kunci dengan cepat dan mudah.*

#### 6. Penyusunan/Perumusan IPK Matematika SMP untuk Kompetensi Ranah Sikap

Dalam Panduan Penilaian untuk SMP (Ditjen Dikdasmen, 2015) dinyatakan bahwa penilaian sikap spiritual dilakukan dalam rangka mengetahui perkembangan sikap siswa dalam menghargai, menghayati, dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.

### **Sikap Spiritual**

IPK sikap spiritual pada mata pelajaran Pendidikan Agama dan Budi Pekerti dan PPKn diturunkan dari KD pada KI-1 dengan memperhatikan butir-butir nilai sikap yang tersurat. Dengan kata lain, IPK sikap spiritual yang dimaksud dikaitkan dengan substansi. Sementara itu, IPK untuk penilaian sikap spiritual pada mata pelajaran lain dapat dirumuskan dalam perilaku beragama secara umum. Dengan kata lain, IPK sikap spiritual pada mata pelajaran selain Pendidikan Agama dan Budi Pekerti dan PPKn **dapat tidak dikaitkan** dengan substansi yang terkandung dalam KD. Berikut ini contoh IPK sikap spiritual yang dapat digunakan untuk semua mata pelajaran, termasuk mata pelajaran Matematika:

- a. berdoa sebelum dan sesudah melakukan kegiatan;
- b. menjalankan ibadah sesuai dengan agamanya;
- c. memberi salam pada saat awal dan akhir kegiatan;
- d. bersyukur atas nikmat dan karunia Tuhan Yang Maha Esa;
- e. mensyukuri kemampuan manusia dalam mengendalikan diri;
- f. bersyukur ketika berhasil mengerjakan sesuatu;
- g. berserah diri (tawakal) kepada Tuhan setelah berikhtiar atau melakukan usaha;
- h. memelihara hubungan baik dengan sesama umat ciptaan Tuhan Yang Maha Esa;

- i. bersyukur kepada Tuhan Yang Maha Esa sebagai bangsa Indonesia;
- j. menghormati orang lain yang menjalankan ibadah sesuai dengan agamanya

### **Sikap Sosial**

Penilaian sikap sosial dilakukan untuk mengetahui perkembangan sikap sosial siswa dalam menghargai, menghayati, dan berperilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaanya.

Indikator pencapaian KD dari KI-2 mata pelajaran Pendidikan Agama dan Budi Pekerti, dan PPKn dirumuskan dalam perilaku spesifik sebagaimana tersurat di dalam rumusan KD mata pelajaran tersebut. Dengan kata lain, IPK sikap sosial yang dimaksud dikaitkan dengan substansi. Sementara itu, IPK pada KD dari KI-2 mata pelajaran lainnya, termasuk mata pelajaran Matematika, dirumuskan dalam perilaku sosial secara umum. Dengan kata lain, IPK sikap sosial pada mata pelajaran selain Pendidikan Agama dan Budi Pekerti, dan PPKn **dapat tidak dikaitkan** dengan substansi yang terkandung dalam KD. Namun demikian, sejumlah KD pada mata pelajaran tertentu menghendaki rumusan IPK yang secara spesifik terkait dengan substansi yang dibelajarkan, misalnya pada mata pelajaran bahasa Indonesia, bahasa Inggris, dan Seni Budaya. Berikut contoh IPK umum sikap sosial:

- a. **Jujur**, yaitu perilaku dapat dipercaya dalam perkataan, tindakan, dan pekerjaan, misalnya:
  - 1) tidak menyontek dalam mengerjakan ujian/ulangan;
  - 2) tidak menjadi plagiat (mengambil/menyalin karya orang lain tanpa menyebutkan sumber);
  - 3) mengungkapkan perasaan apa adanya;
  - 4) menyerahkan barang yang ditemukan kepada yang berwenang;
  - 5) membuat laporan berdasarkan data atau informasi apa adanya;
  - 6) mengakui kesalahan atau kekurangan yang dimiliki.
- b. **Disiplin**, yaitu tindakan yang menunjukkan perilaku tertib dan patuh pada berbagai ketentuan dan peraturan, misalnya:
  - 1) datang tepat waktu;
  - 2) patuh pada tata tertib atau aturan bersama/sekolah;

- 
- 3) mengerjakan/mengumpulkan tugas sesuai dengan waktu yang ditentukan, mengikuti kaidah berbahasa tulis yang baik dan benar.
- c. **Tanggung jawab**, yaitu sikap dan perilaku seseorang untuk melaksanakan tugas dan kewajibannya, yang seharusnya dia lakukan, terhadap diri sendiri, masyarakat, lingkungan (alam, sosial dan budaya), negara dan Tuhan Yang Maha Esa, misalnya:
- 1) melaksanakan tugas individu dengan baik;
  - 2) menerima resiko dari tindakan yang dilakukan;
  - 3) tidak menyalahkan/menuduh orang lain tanpa bukti yang akurat;
  - 4) mengembalikan barang yang dipinjam;
  - 5) mengakui dan meminta maaf atas kesalahan yang dilakukan;
  - 6) menepati janji;
  - 7) tidak menyalahkan orang lain untuk kesalahan karena tindakan dirinya sendiri;
  - 8) melaksanakan apa yang pernah dikatakan tanpa disuruh/diminta.
- d. **Toleransi**, yaitu sikap dan tindakan yang menghargai keberagaman latar belakang, pandangan, dan keyakinan, misalnya:
- 1) tidak mengganggu teman yang berbeda pendapat;
  - 2) menerima kesepakatan meskipun berbeda dengan pendapatnya;
  - 3) dapat menerima kekurangan orang lain;
  - 4) dapat mememaafkan kesalahan orang lain;
  - 5) mampu dan mau bekerja sama dengan siapa pun yang memiliki keberagaman latar belakang, pandangan, dan keyakinan;
  - 6) tidak memaksakan pendapat atau keyakinan diri pada orang lain;
  - 7) bersedia untuk belajar dari (terbuka terhadap) keyakinan dan gagasan orang lain agar dapat memahami orang lain lebih baik;
  - 8) terbuka terhadap atau kesediaan untuk menerima sesuatu yang baru.
- e. **Gotong royong**, yaitu bekerja bersama-sama dengan orang lain untuk mencapai tujuan bersama dengan saling berbagi tugas dan tolong menolong secara ikhlas, misalnya:
- 1) terlibat aktif dalam bekerja bakti membersihkan kelas atau sekolah;
  - 2) kesediaan melakukan tugas sesuai kesepakatan;
  - 3) bersedia membantu orang lain tanpa mengharap imbalan;
  - 4) aktif dalam kerja kelompok;
  - 5) memusatkan perhatian pada tujuan kelompok;
  - 6) tidak mendahulukan kepentingan pribadi;

- 7) mencari jalan untuk mengatasi perbedaan pendapat/pikiran antara diri sendiri dengan orang lain;
  - 8) mendorong orang lain untuk bekerja sama demi mencapai tujuan bersama.
- f. **Santun** atau **sopan**, yaitu sikap baik dalam pergaulan baik dalam berbahasa maupun bertingkah laku. Norma kesantunan bersifat relatif, artinya yang dianggap baik/santun pada tempat dan waktu tertentu bisa berbeda pada tempat dan waktu yang lain, misalnya:
- 1) menghormati orang yang lebih tua;
  - 2) tidak berkata-kata kotor, kasar, dan takabur;
  - 3) tidak meludah di sembarang tempat;
  - 4) tidak menyela pembicaraan pada waktu yang tidak tepat;
  - 5) mengucapkan terima kasih setelah menerima bantuan orang lain;
  - 6) bersikap 3S (salam, senyum, sapa);
  - 7) meminta ijin ketika akan memasuki ruangan orang lain atau menggunakan barang milik orang lain;
  - 8) memperlakukan orang lain sebagaimana diri sendiri ingin diperlakukan.
- g. **Percaya diri**, yaitu suatu keyakinan atas kemampuannya sendiri untuk melakukan kegiatan atau tindakan, misalnya:
- 1) berpendapat atau melakukan kegiatan tanpa ragu-ragu;
  - 2) mampu membuat keputusan dengan cepat;
  - 3) tidak mudah putus asa;
  - 4) tidak canggung dalam bertindak;
  - 5) berani presentasi di depan kelas;
  - 6) berani berpendapat, bertanya, atau menjawab pertanyaan.

IPK untuk setiap butir sikap dapat dikembangkan sesuai kebutuhan satuan pendidikan. IPK tersebut dapat berlaku untuk semua mata pelajaran, termasuk mata pelajaran Matematika.

#### 7. Contoh Pengembangan IPK Matematika SMP Ranah Pengetahuan dan Keterampilan

Berikut ini contoh pengembangan IPK untuk dua KD, yaitu KD 3.6 dan 4.6 di Kelas VIII.

Kompetensi Dasar	IPK	Jenis IPK
3.6 Memeriksa Teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras (KD ranah pengetahuan)	3.6.1 Menjelaskan Teorema Pythagoras	Kunci
	3.6.2 Menentukan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku menggunakan Teorema Pythagoras	Kunci
	3.6.3 Menentukan jenis suatu segitiga termasuk siku-siku, lancip atau menggunakan Teorema Pythagoras	Kunci
	3.6.4 Menjelaskan bilangan tripel Pythagoras	Kunci
	3.6.5 Mengidentifikasi bilangan tripel Pythagoras	Kunci
	3.6.6 Menjelaskan rumus umum untuk mencari tripel Pythagoras	Pengayaan
	3.6.7 Menjelaskan perbandingan panjang sisi segitiga siku-siku istimewa	Kunci
	3.6.8 Menentukan panjang sisi-sisi pada segitiga siku-siku istimewa berdasarkan perbandingan panjang sisi-sisinya	Kunci
4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan bentuk aljabar	4.6.1 Mengidentifikasi data dalam masalah yang terkait Teorema Pythagoras	Kunci
	4.6.2 Mengidentifikasi inti masalah yang akan diselesaikan terkait Teorema Pythagoras	Kunci
	4.6.3 Menentukan strategi untuk menyelesaikan masalah terkait Teorema Pythagoras	Kunci
	4.6.4 Melaksanakan strategi menyelesaikan masalah terkait Teorema Pythagoras	Kunci
	4.6.5 Mengkomunikasikan solusi masalah terkait Teorema Pythagoras	Kunci

**Keterangan contoh:**

- a. Target minimal siswa adalah mampu menunjukkan kemampuan seperti pada IPK 3.6.1 dan 3.6.4. Sebelum belajar KD 3.6, siswa belum pernah mengenal Teorema dan tripel Pythagoras. Untuk memperoleh kemampuan seperti yang dikehendaki oleh KD 3.6, terlebih dahulu siswa "menemukan" Teorema dan tripel Pythagoras. Dari kegiatan itu, target kemampuan siswa yang akan dicapai adalah mampu menuliskan Teorema dan tripel Pythagoras pada segitiga siku-siku dalam berbagai variasi posisi dan nama (IPK 3.6.1 dan 3.6.4).
- b. Untuk mencapai kemampuan pada IPK 3.6.1 dan 3.6.4, dalam hal ini tidak didesain IPK jembatan karena tidak ada kemampuan prasyarat untuk kemampuan pada IPK kunci dalam lingkup KD 3.6. Kemampuan prasyaratnya

ada di luar KD 3.6 yaitu pada KD yang terkait dengan bangun datar dan operasi bilangan bulat.

- c. IPK 3.6.6 adalah IPK pengayaan karena muatan KD tidak menuntut kemampuan itu, tetapi hal itu bagus untuk menambah wawasan siswa.
- d. IPK 3.6.2, 3.6.3 dan 3.6.5, 3.6.7 dan 3.6.8 untuk menguatkan penjelasan siswa tentang Teorema dan tripel Pythagoras.
- e. KD 3.6 (ranah pengetahuan) dan KD 4.6 (ranah keterampilan) adalah satu paket. Modal untuk menguasai KD 4.6 adalah menguasai KD 3.6.
- f. IPK 4.6.1, 4.6.2, 4.6.3, 4.6.4, 4.6.5 merupakan satu paket tolok ukur untuk menyatakan siswa mampu memecahkan masalah yang berkaitan dengan Teorema Pythagoras.

#### 8. Pengembangan instrumen penilaian berdasarkan IPK

Kualitas instrumen penilaian hasil belajar berpengaruh langsung dalam keakuratan status pencapaian hasil belajar siswa. Oleh karena itu kedudukan instrumen penilaian hasil belajar sangat strategis pada pengambilan keputusan pendidik (guru) dan satuan pendidikan (sekolah) tentang pencapaian hasil belajar siswa.

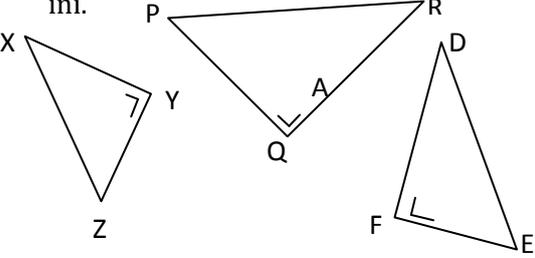
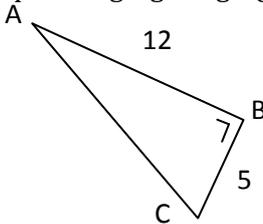
#### **Apa kaitan antara IPK dengan teknik penilaian dan instrumen penilaian?**

Dalam Permendikbud Nomor 66 Tahun 2013 tentang Standar Penilaian dinyatakan bahwa penilaian hasil belajar oleh pendidik yang dilakukan secara berkesinambungan bertujuan untuk memantau proses dan kemajuan belajar siswa serta untuk meningkatkan efektivitas pembelajaran.

Pemantauan kemajuan belajar siswa mengacu pada IPK, dalam arti kemajuan belajar yang dipantau adalah ketercapaian siswa dalam mencapai IPK yang telah ditetapkan atau dirumuskan. Dengan kata lain kemajuan belajar yang dipantau adalah ketercapaian kemampuan yang telah dirumuskan pada IPK.

Untuk memantau ketercapaian kemampuan pada IPK diperlukan alat ukur. Dalam hal ini alat ukur tersebut dinyatakan sebagai instrument penilaian. Untuk mengukur ketercapaian kemampuan pada IPK itu ~~digunakan~~ dipilih teknik penilaian yang sesuai dengan muatan IPK dan selanjutnya dikembangkan instrumen penilaiannya.

#### **Contoh pengembangan instrumen penilaian berdasarkan IPK:**

Kompetensi Dasar	IPK	Contoh Instrumen Penilaian
3.6 Memeriksa Teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras (KD ranah pengetahuan)	3.6.1 Menjelaskan Teorema Pythagoras	1. Sebutkan sisi-sisi siku-siku, hipotenusa dan Teorema Pythagoras yang berlaku pada segitiga-segitiga siku-siku berikut ini. 
	3.6.2 Menentukan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku menggunakan Teorema Pythagoras	Tentukan panjang sisi yang belum diketahui pada segitiga-segitiga berikut ini. 
	3.6.3 Menentukan jenis suatu segitiga termasuk siku-siku, lancip atau menggunakan Teorema Pythagoras	Apakah segitiga DEF yang mempunyai panjang sisi 5 cm, 6 cm dan 7 cm merupakan segitiga siku-siku? Berikan alasan jawaban.

**2. Pengukuran ketercapaian IPK yang memperhatikan karakteristik siswa?**

***Apakah IPK kunci harus dinilai?***

Ketercapaian IPK kunci **harus** dinilai dengan maksud untuk mengetahui tingkat penguasaan siswa terhadap KD. Penilaian dilakukan melalui penilaian/ulangan harian. Bila UKRKNya cukup tinggi maka selain pada penilaian/ulangan harian dapat pula dinilai penilaian/ulangan tengah semester atau penilaian/ulangan akhir semester. Siswa dikatakan tuntas suatu KD bila minimal ia menguasai kemampuan yang dirumuskan pada IPK kunci.

***Apakah ketercapaian IPK jembatan harus dinilai?***

Ketercapaian IPK jembatan boleh dinilai dan boleh tidak dinilai. Bila penilaian kemampuan pada IPK jembatan sudah terwakili oleh penilaian kemampuan pada IPK kunci, maka ketercapaian IPK jembatan tidak perlu dinilai tersendiri karena penilaiannya sudah melalui IPK kunci. Bila kemampuan pada IPK jembatan penilaiannya belum terwakili oleh penilaian kemampuan pada IPK kunci maka ketercapaian IPK jembatan harus dinilai. Contoh: pada KD "Menyelesaikan persamaan linear dan pertidaksamaan linear satu variabel (PLSV dan PtLSV) dan penyelesaiannya" didesain IPK: "mengidentifikasi persamaan berbentuk PLSV" (IPK jembatan) dan "menyelesaikan PLSV" (IPK kunci). Dalam hal ini ketercapaian IPK jembatan sebaiknya dinilai sendiri, karena penilaiannya sulit terwakili oleh penilaian pada IPK kunci. Karena menjadi modal atau prasyarat untuk menguasai kemampuan pada IPK kunci, maka sebaiknya penilaiannya dilakukan sebelum siswa belajar kemampuan yang berkaitan dengan IPK kunci. Penilaian kemampuan terkait IPK jembatan memang sebaiknya dilakukan dalam proses pembelajaran sebelum dilaksanakan penilaian/ulangan harian. Hal itu sesuai dengan pengertian dari penilaian/ulangan harian yaitu kegiatan yang dilakukan secara periodik untuk mengukur pencapaian kompetensi siswa setelah menyelesaikan satu KD atau lebih.

***Apakah ketercapaian IPK pengayaan harus diujikan?***

Bila IPK pengayaan tidak diterapkan untuk semua siswa dalam satu kelas, maka ketercapaian IPK pengayaan tidak perlu dinilai melalui penilaian/ulangan harian. Penilaian cukup dengan tugas-tugas untuk mencermati seberapa jauh siswa yang mempelajarinya telah menguasai kemampuan pada IPK pengayaan.

Bila IPK pengayaan diterapkan kepada semua siswa maka ketercapaian IPK pengayaan dapat dinilai melalui ulangan harian. Bila ternyata siswa dapat mencapainya berarti tingkat penguasaan siswa sudah di atas target minimal.

#### **D. Aktivitas Pembelajaran**

Dalam menyelesaikan aktivitas berikut ini, kami sarankan Anda bekerja secara individu terlebih dahulu. Setelah itu kemudian berdiskusilah dengan teman sejawat sekelompok MGMP di sekolah Anda, atau teman sejawat lain yang Anda pandang dapat "mencerahkan pemahaman" Anda.

**Aktivitas 2.1:**

Cermati kelompok IPK pada KD-KD berikut ini dan jawablah pertanyaan berikut ini.

1. Apakah IPK pada tiap kelompok sudah memenuhi syarat atau sesuai dengan kaidah penyusunannya? Bila belum sesuai, perbaikilah. Bila banyak IPK masih kurang, tambahkanlah dan bila berlebihan kurangi.
2. Setelah IPK pada tiap kelompok disempurnakan, identifikasi manakah IPK kunci, jembatan dan pengayaan.
3. Buatlah contoh instrumen penilaian untuk IPK kunci pada tiap kelompok IPK.

***Kelompok IPK-1:***

**KD: 3.5 Menjelaskan dan melakukan operasi bentuk aljabar (penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian) (Kelas VII)**

IPK:

- 3.7.1 Menentukan operasi tambah dan kurang pada bentuk aljabar
- 3.7.2 Menentukan operasi kali, bagi, dan pangkat pada bentuk aljabar
- 3.7.3 Menentukan hasil penjumlahan dan pengurangan suku suku
- 3.7.4 Menyebutkan faktor dari suatu bentuk aljabar
- 3.7.5 Menentukan hasil perkalian suku dua
- 3.7.6 Menentukan hasil penjumlahan dan pengurangan bentuk pecahan aljabar
- 3.7.7 Menentukan hasil perkalian suku satu dengan suku dua
- 3.7.8 Menyelesaikan operasi perkalian, pembagian dan pangkat bentuk aljabar

***Kelompok IPK -2:***

**KD: 3.6 Menjelaskan sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV) dan penyelesaiannya yang dihubungkan dengan masalah kontekstual (Kelas VIII).**

IPK:

- 3.6.1 Mengidentifikasi SPLDV yang sesuai dengan masalah kontekstual tertentu
- 3.6.2 Mengidentifikasi masalah kontekstual yang sesuai dengan SPLDV tertentu
- 3.6.3 Menjelaskan karakteristik penyelesaian suatu SPLDV
- 3.6.4 Menentukan penyelesaian SPLDV
- 3.6.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan SPLDV

***Kelompok IPK -3:***

**KD : 3.7 Menurunkan rumus untuk menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi lengkung (tabung, kerucut, dan bola) (Kelas IX).**

IPK:

- 3.7.1 menyebutkan unsur-unsur tabung, ( jari-jari, diameter, tinggi, sisi alas, selimut dan sisi atas tabung)
- 3.7.2 Menyebutkan unsur-unsur kerucut ( jari-jari, diameter, garis pelukis, selimut, sisi alas dan tinggi kerucut )
- 3.7.3 Menyebutkan unsur-unsur bola (jari-jari, diameter)
- 3.7.4 Menjelaskan rumus luas permukaan tabung
- 3.7.5 Menjelaskan rumus luas permukaan kerucut
- 3.7.6 Menjelaskan rumus luas permukaan bola.
- 3.7.7 Menghitung luas permukaan tabung
- 3.7.8 Menghitung luas permukaan kerucut
- 3.7.9 Menghitung luas permukaan bola
- 3.7.10 Menjelaskan rumus volum tabung
- 3.7.11 Menjelaskan rumus volum kerucut
- 3.7.12 Menjelaskan rumus volum bola.
- 3.7.13 Menghitung volum tabung
- 3.7.14 Menghitung volum kerucut
- 3.7.15 Menghitung volum bola
- 3.7.16 Menghitung unsur-unsur tabung jika volumenya diketahui
- 3.7.17 Menghitung unsur-unsur kerucut jika volumenya diketahui,
- 3.7.18 Menghitung unsur-unsur bola jika volumenya diketahui

Aktivitas-2.2:

Perhatikan soal-soal berbentuk pilihan ganda berikut ini. Manakah pilihan jawaban yang paling tepat dan berikan alasan mengapa Anda memilih jawaban tersebut. Berikan pula alasan mengapa Anda **tidak** memilih pilihan jawaban yang lain.

1. Berikut ini adalah **beberapa** Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK) yang disusun oleh seorang guru pada KD: "*Menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel*" sebagai berikut.
  - (1) menuliskan cara menyelesaikan persamaan linear satu variabel
  - (2) menyelesaikan persamaan linear satu variabel

- (3) menentukan penyelesaian pertidaksamaan linear satu variabel
- (4) menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pertidaksamaan linear satu variabel

IPK yang tepat adalah ....

- A. (1) dan (2)
  - B. (1) dan (3)
  - C. (2) dan (3)
  - D. (2) dan (4)
2. Berikut ini adalah **beberapa** Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK) yang disusun oleh seorang guru pada KD: "*Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel*".

- (1) Mengidentifikasi data yang tersedia pada masalah yang berkaitan dengan SPLDV
- (2) Memilih strategi menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan SPLDV
- (3) Melaksanakan strategi menyelesaikan masalah yang telah dipilih untuk menentukan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan SPLDV
- (4) Mengevaluasi keefektifan proses menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan SPLDV yang telah dilakukan

IPK yang tepat adalah ....

- A. (1)
- B. (1), (2)
- C. (1), (2), (3)
- D. (1), (2), (3), (4)

### E. Latihan/Tugas

Setelah Anda membaca dan memahami isi dari uraian materi dan melakukan aktivitas pembelajaran (bagian C dan D), selanjutnya Anda diminta untuk menyelesaikan tugas.

Kerjakan tugas ini secara mandiri terlebih dahulu. Setelah itu konfirmasi atau diskusikan hasil pekerjaan Anda dengan teman sejawat.

Latihan/Tugas-2.1:

Cermati IPK pada KD berikut ini dan jawablah pertanyaan di bawahnya.

**KD: 3.6 Menjelaskan bentuk aljabar dan unsur-unsurnya menggunakan masalah kontekstual (Kelas VII).**

IPK:

- 3.6.1 Membedakan bentuk aljabar dan bukan bentuk aljabar
- 3.6.2 Menyebutkan variabel, koefisien dan konstanta dari suatu bentuk aljabar
- 3.6.3 Membedakan suku sejenis dan bukan suku sejenis
- 3.6.4 Menyebutkan suku suku sejenis dari suatu bentuk aljabar

Pertanyaan:

1. Apakah IPK tersebut sudah memenuhi syarat atau sesuai dengan kaidah penyusunannya? Bila belum sesuai, perbaikilah.
2. Bila banyak IPK masih kurang, tambahkanlah dan bila berlebihan kurangilah.
3. Setelah IPK disempurnakan, identifikasi manakan IPK kunci, jembatan dan pengayaan.
4. Buatlah contoh instrumen penilaian untuk IPK kunci pada tiap kelompok IPK.

Latihan/Tugas-2.2:

Perhatikan soal-soal berbentuk pilihan ganda berikut ini. Manakah pilihan jawaban yang paling tepat dan berikan alasan mengapa Anda memilih jawaban tersebut. Berikan pula alasan mengapa Anda **tidak** memilih pilihan jawaban yang lain.

Soal:

Berikut ini adalah **beberapa** Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK) yang disusun oleh seorang guru pada KD: “ *Menjelaskan dan menentukan kesebangunan dan kekongruenan antar bangun datar*”:

- (1) menyebutkan ciri-ciri dua bangun yang kongruen dan sebangun sebangun
  - (2) mengidentifikasi dua bangun yang kongruen dan sebangun
  - (3) menentukan kekongruenan antar bangun
  - (4) menentukan kesebangunan antar bangun
  - (5) menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kekongruenan antar bangun
  - (6) menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kesebangunan antar bangun
- IPK yang tepat adalah ...

- A. (1) dan (2)
- B. (3) dan (4)
- C. (4) dan (5)
- D. (5) dan (6)

Latihan/Tugas-2.3:

Pilihlah suatu KD Matematika yang dipelajari siswa SMP dan akan Anda susun RPPnya. Susunlah IPK dari KD yang dipilih tersebut dan susun pula instrumen penilaiannya dengan mempertimbangkan karakteristik siswa dan karakteristik mata pelajaran matematika SMP.

## F. Rangkuman

Indikator pencapaian kompetensi (IPK) pada intinya adalah gambaran dari perilaku yang dapat diukur dan/atau diobservasi untuk menunjukkan ketercapaian kompetensi dasar tertentu yang menjadi acuan penilaian mata pelajaran. Selanjutnya bila memperhatikan karakteristik siswa, khususnya dari kecepatan belajarnya (lambat, sedang, tinggi), maka dikenal pengelompokan IPK sebagai: IPK jembatan, IPK kunci dan IPK pengayaan. IPK kunci adalah indikator yang memenuhi syarat UKRK atau Urgensi, Kontinuitas, Relevansi dan Keterpakaian. IPK jembatan merupakan indikator yang mendukung IPK kunci dan rumusan kemampuannya merupakan prasyarat bagi kemampuan pada IPK kunci. IPK pengayaan merupakan IPK yang memiliki tingkat kesulitan dan kerumitan yang tinggi.

IPK kunci harus dinilai ketercapaiannya, sedang IPK jembatan boleh dinilai atau tidak dinilai ketercapaiannya, tergantung keterwakilan penilaiannya dalam IPK kunci. IPK pengayaan dinilai ketercapaiannya untuk mengetahui seberapa jauh kemampuan siswa dapat diperluas.

Pemantauan kemajuan belajar siswa mengacu pada IPK, dalam arti kemajuan belajar yang dipantau adalah ketercapaian siswa dalam mencapai IPK yang telah ditetapkan atau dirumuskan. Untuk memantau ketercapaian kemampuan pada IPK diperlukan alat ukur. Dalam hal ini alat ukur tersebut dinyatakan sebagai instrumen penilaian. Untuk mengukur ketercapaian kemampuan pada IPK itu dipilih teknik penilaian yang sesuai dengan muatan IPK dan selanjutnya dikembangkan instrumen penilaiannya.

## G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Selamat! Anda telah sukses mempelajari Kegiatan Pembelajaran-1 (KP-1). Anda juga telah sukses menyelesaikan tugas. Semoga proses belajar pada KP-1 dapat memperluas wawasan Anda, khususnya terkait kegiatan merancang IPK dalam pembelajaran Matematika SMP. Adakah kesulitan dalam mempelajari KP-1, baik dalam menyelesaikan bagian aktivitas maupun menyelesaikan tugas pada modul ini?. Cermati pernyataan/pertanyaan berikut ini.

Umpan Balik Aktivitas-2.1:

1. Pada kelompok IPK-1 terdapat istilah yang tidak konsisten, satu IPK memuat lebih dari satu kata kerja operasional dan ada tuntutan kemampuan yang seharusnya diwadahi dalam IPK pengayaan
2. KD pada kelompok IPK-2 adalah KD ranah pengetahuan. Pada kelompok IPK-2 itu terdapat IPK yang seharusnya dimuat pada KD lain yang relevan, yaitu KD ranah keterampilan.
3. Pada kelompok IPK-3 terdapat urutan yang loncat-loncat, yang seyogyanya disesuaikan dengan tahapan proses pembelajarannya

Umpan Balik Aktivitas-2.2:

1. Pada soal nomor 1, terdapat satu IPK yang memuat tuntutan dua kemampuan berbeda (walaupun berurutan) dan ada IPK yang tidak sesuai dengan muatan kemampuan pada KDnya
2. Pada soal nomor 2, IPK tampak kurang lazim dengan apa yang telah kita lakukan selama ini, namun IPK tersebut sesuai dengan kaidah tahapan menyelesaikan/memecahkan masalah.
3. Kunci jawaban soal nomor 1 adalah C dan nomor 2 adalah D. Mengapa demikian? Coba Anda deskripsikan alasannya.

Umpan Balik Latihan/Tugas-2.1:

IPK yang ada pada Tugas-1 masih dapat ditambahkan, khususnya terkait hubungan unsur-unsur bentuk aljabar dengan masalah kontekstual dan memaknainya. Selama ini umumnya pembelajaran terkait unsur-unsur bentuk aljabar terlalu abstrak,

sehingga siswa kurang memahami makna dari masing-masing unsur bentuk aljabar. Siswa juga kurang mampu mengaitkan unsur bentuk aljabar dengan peristiwa dalam kehidupan sehari-hari.

Umpan Balik Latihan/Tugas-2.2:

Salah satu ketentuan dalam menyusun IPK adalah dalam satu IPK tidak boleh memuat dua macam kemampuan berbeda yang akan diukur. Adakah IPK yang demikian pada Tugas-2? IPK juga harus sesuai atau relevan dengan muatan KDnya. Pada Tugas-2 ada IPK yang muatannya tidak sesuai dengan muatan KD. IPK tersebut berkaitan dengan KD keterampilan, sedangkan KD yang disusun IPKnya adalah KD pengetahuan.

Umpan Balik Latihan/Tugas-2.3:

Bila Anda memiliki kesulitan dalam menyelesaikan Tugas-3, silakan Anda berdiskusi lebih intensif dengan teman sejawat Anda, baik dari sekolah Anda atau di luar sekolah. Apakah selama ini IPK yang Anda gunakan pada RPP Anda sudah mempertimbangkan karakteristik siswa? Setelah Anda mencermati makna dari IPK, cara mengembangkannya, pengelompokannya, dan kapan menerapkannya, semoga Anda sudah dapat menemukan jawaban dari pertanyaan itu. Bila jawaban Anda 'sudah', kami sampaikan selamat, dan terus tingkatkan kualitas kerja Anda sehingga semakin profesional. Bila jawaban Anda 'belum', semoga dengan tulisan ini Anda terdorong untuk menyempurnakan indikator-indikator pencapaian KD pada RPP yang Anda gunakan selanjutnya. Semoga Anda lebih berhati-hati dalam menerapkan indikator pencapaian KD kepada siswa-siswa Anda. Yakinlah, tidak akan sia-sia hasilnya bila dari hari ke hari kita berusaha untuk bekerja semakin profesional, apalagi bila kerja kita diniatkan untuk beribadah.

Tindak Lanjut:

Lakukan hal-hal berikut ini sebagai tindak lanjut dari mempelajari modul ini.

1. Pilih satu RPP yang Anda miliki atau teman sejawat Anda miliki.
2. Cermati komponen IPK dan instrumen penilaian sebagai alat ukur IPK tersebut. Apakah IPK dan instrumen penilaian pada RPP tersebut sudah sesuai dengan kaidah-kaidah penyusunannya? Bila belum sesuai, sempurnakanlah.

3. Apakah IPK yang Anda susun sudah sesuai dengan karakteristik siswa Anda sehingga Anda telah mempertimbangkan keragaman dari IPK (jembatan, kunci, pengayaan)?

## H. Petunjuk Menyelesaikan Latihan/Tugas dan Kunci Jawaban

Latihan/Tugas-2.1:

1. Semua kata kerja pada IPK sudah operasional
2. IPK masih dapat ditambahkan, khususnya yang terkait dengan penggunaan masalah kontekstual
3. IPK 3.6.1 merupakan IPK jembatan, lainnya adalah IPK kunci

Latihan/Tugas-2.2:

IPK yang benar adalah nomor (3) dan (4), sehingga kunci jawabannya adalah B.

Latihan/Tugas-2.3:

Misalkan KD yang Anda pilih adalah "*Menjelaskan bentuk aljabar dan unsur-unsurnya menggunakan masalah kontekstual*". KD tersebut adalah KD ranah pengetahuan di Kelas VII. IPK yang dapat dirumuskan adalah sebagai berikut.

1. Menjelaskan pengertian bentuk Aljabar
2. Menjelaskan pengertian dari variabel, konstanta, koefisien, suku dengan menggunakan masalah kontekstual
3. Mengidentifikasi unsur-unsur bentuk Aljabar
4. Mengubah pernyataan kontekstual ke dalam bentuk Aljabar
5. Memberi contoh pernyataan kontekstual) yang relevan dengan suatu bentuk Aljabar

## Kegiatan Pembelajaran 3:

### Pemilihan dan Penataan

### Materi/Bahan Pembelajaran

### Matematika SMP

Pada Kegiatan Pembelajaran-3 (KP-3) ini Anda akan mempelajari tentang pemilihan dan penataan materi pembelajaran Matematika SMP. Dalam mempelajari suatu KD Matematika, secara implisit siswa juga mempelajari materi matematika sebagai medianya. Materi matematika yang dipelajari siswa tersebut merupakan materi pembelajaran atau bahan pembelajaran. Pencapaian siswa dalam mempelajari suatu KD secara optimal antara lain ditentukan oleh pemilihan dan penataan materi pembelajarannya.

Pembahasan tentang pemilihan dan penataan materi atau bahan pembelajaran ini untuk memfasilitasi Anda dalam meningkatkan kompetensi memilih materi pembelajaran yang diampu yang terkait dengan pengalaman belajar dan tujuan pembelajaran (kompetensi 3.4), menata materi pembelajaran secara benar sesuai dengan pendekatan yang dipilih dan karakteristik siswa (3.5), memahami kompetensi dasar mata pelajaran yang diampu (21.2), memahami tujuan pembelajaran yang diampu (21.3).

Uraian materi pada KP-3 ini mencakup: (1) pengalaman belajar yang perlu diberikan kepada siswa SMP dalam pembelajaran matematika, (2) pemilihan materi atau bahan pembelajaran matematika yang terkait dengan pengalaman belajar siswa dan tujuan mata pelajaran matematika di SMP, (3) penataan materi atau bahan pembelajaran secara benar yang sesuai dengan pendekatan yang dipilih dan karakteristik siswa.

Setelah mempelajari uraian materi, Anda diharapkan melakukan dua macam aktivitas, secara berkelompok yaitu: (1) menganalisis pengalaman belajar dan mengidentifikasi materi atau bahan pembelajaran dan tujuan mata pelajaran yang sesuai dan (2) menganalisis pemilihan materi atau bahan pembelajaran melalui telaah soal. Setelah menyelesaikan aktivitas, Anda diminta menyelesaikan tiga macam latihan/tugas secara individu, yaitu: (1) menganalisis pengalaman belajar

dan mengidentifikasi materi atau bahan pembelajaran dan tujuan mata pelajaran yang sesuai dan (2) menganalisis pemilihan materi atau bahan pembelajaran melalui telaah soal, (3) memilih materi pembelajaran dari suatu kemampuan yang dipelajari siswa. Sebagai tindak lanjut mempelajari KP-3 ini Anda diminta menganalisis pengalaman belajar dan mengidentifikasi materi atau bahan pembelajaran dan tujuan mata pelajaran yang sesuai pada RPP yang Anda/teman sejawat miliki.

### A. Tujuan

Setelah mengikuti Kegiatan Pembelajaran 2 (KP-2) ini Anda diharapkan dapat memilih materi atau bahan pembelajaran yang terkait dengan pengalaman belajar dan tujuan mata pelajaran matematika SMP dan menatanya agar sesuai dengan pendekatan yang dipilih dan karakteristik siswa.

### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Memilih materi atau bahan pembelajaran matematika SMP yang sesuai dengan pengalaman belajar siswa
2. Mengklasifikasikan materi pembelajaran matematika SMP yang diampu yang terkait dengan pengalaman belajar siswa
3. Menata materi atau bahan pembelajaran matematika SMP yang sesuai dengan pengalaman belajar siswa

### C. Uraian Materi

1. Apa pengalaman belajar yang perlu diberikan kepada siswa SMP dalam pembelajaran matematika?

Mari kita cermati pengertian dari pembelajaran dan prinsip-prinsip pelaksanaannya yang termuat dalam Permendikbud Nomor 103 tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah.

Pembelajaran adalah proses interaksi antar peserta didik, antara peserta didik dengan tenaga pendidik dan sumber belajar pada suatu lingkungan belajar. Pembelajaran berbasis aktivitas dengan karakteristik: interaktif dan inspiratif,

---

menyenangkan, menantang, dan memotivasi siswa untuk berpartisipasi aktif, kontekstual dan kolaboratif, memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian siswa, sesuai dengan bakat, minat, kemampuan, dan perkembangan fisik.

Dalam melaksanakan pembelajaran, prinsip-prinsip yang harus diterapkan adalah siswa difasilitasi untuk mencari tahu, siswa belajar dari berbagai sumber, proses pembelajaran menggunakan pendekatan ilmiah, pembelajaran berbasis kompetensi, pembelajaran terpadu, pembelajaran menekankan pada jawaban yang divergen yang memiliki kebenaran multi dimensi, pembelajaran berbasis keterampilan aplikatif, peningkatan keseimbangan, kesinambungan, dan keterkaitan antara *hard skills* dan *soft skills*, pembelajaran mengutamakan pembudayaan dan pemberdayaan peserta didik sebagai pembelajar sepanjang hayat, pembelajaran menerapkan nilai-nilai dengan memberi keteladanan (*ing ngarso sung tulodho*), memebangun kemauan (*ing madyo mangun karso*), dan menegmbangkan kreativitas siswa dalam proses pembelajaran (*tut wuri handayani*), pembelajaran berlangsung di rumah, di sekolah, dan di masyarakat, pemanfaatan teknologi informasi dan komunikasi untuk meningkatkan efisiensi dan efektivitas pembelajaran, pengakuan atas perbedaan individual dan latar belakang budaya siswa, suasana belajar menyenangkan dan menantang.

2. Bagaimana memilih materi atau bahan pembelajaran matematika yang terkait dengan pengalaman belajar siswa dan tujuan mata pelajaran matematika di SMP?

KI dan KD yang dipelajari siswa meliputi ranah sikap, pengetahuan dan keterampilan. Pada modul ini dibahas tentang memilih materi pembelajaran untuk kompetensi ranah pengetahuan dan keterampilan. Daftar KI dan KD ranah pengetahuan dan keterampilan terdapat pada **Modul Kurikulum SMP Bagian I**.

Materi atau bahan pembelajaran apa yang akan kita pilih untuk dipelajari siswa? Untuk menjawab pertanyaan itu, terlebih dahulu kita menganalisis pengalaman belajar yang perlu diberikan kepada siswa dan pengalaman belajar itu sesuai dengan tujuan pembelajaran Matematika SMP. Analisis mengacu pada prinsip-prinsip pembelajaran dan tujuan mata pelajaran Matematika SMP. Ketika Anda menganalisis hal itu, Anda dapat menggunakan referensi Buku Teks Matematika

SMP dan Buku Guru Matematika SMP. Anda juga dapat menggunakan referensi Modul Geometri.

Setelah kita menganalisis pengalaman belajar yang perlu diberikan kepada siswa, selanjutnya kita mengidentifikasi materi atau bahan pembelajaran yang akan dipelajari siswa. Hasil identifikasi tersebut akan memudahkan kita dalam merancang materi atau bahan pembelajaran pada KD yang akan kita kelola pembelajarannya.

Untuk memastikan bahwa pengalaman belajar siswa dan materi atau bahan pembelajaran yang kita analisis atau identifikasi sudah sesuai harapan kurikulum maka hendaknya masing-masing pengalaman belajar siswa dan materi atau bahan pembelajaran tersebut kita cek kesesuaiannya dengan Tujuan Mata Pelajaran Matematika SMP yang telah ditentukan.

Misalkan kita akan mengelola pembelajaran KD terkait Teorema Pythagoras, yaitu “3.6 Memeriksa kebenaran Teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras” (KD ranah pengetahuan) dan “4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan Teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras” di Kelas VIII. Berikut ini alternatif pengalaman belajar yang perlu diberikan kepada siswa dan macam materi atau bahan pembelajarannya. Anda dapat menambahkannya.

No	IPK	Pengalaman Belajar Siswa	Materi/Bahan Pembelajaran	Fokus Tujuan Mapel
1	3.6 Memeriksa Teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras (KD ranah pengetahuan)			
	3.6.1 Menjelaskan Teorema Pythagoras	Menemukan Teorema Pythagoras melalui alat peraga Pythagoras dan atau gambar representasi matematika	Materi atau bahan belajar untuk menemukan <b>aturan pada Teorema Pythagoras</b> dengan alat peraga atau tanpa alat peraga atau keduanya. <i>Materi atau bahan dapat disajikan dalam bentuk Lembar Kerja (LK)</i>	Tujuan 1, 2, 4, 5, 6, 8
Menjelaskan Teorema Pythagoras pada berbagai gambar segitiga siku-siku, lancip tumpul atau		Materi atau bahan belajar untuk latihan memahami Teorema Pythagoras melalui berbagai gambar segitiga		

No	IPK	Pengalaman Belajar Siswa	Materi/Bahan Pembelajaran	Fokus Tujuan Mapel
		gabungannya. Posisi gambar yang disajikan bervariasi.	siku-siku, lancip tumpul atau gabungannya dengan posisi gambar bervariasi. <i>Materi atau bahan dapat disajikan dengan: LCD komputer, kertas manila/ kertas plano untuk klasikal yang dapat dimanfaatkan pada lain kesempatan, lembaran tugas individu atau kelompok</i>	
3.6.2	Menentukan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku menggunakan Teorema Pythagoras	Menentukan panjang sisi segitiga siku-siku dengan menerapkan Teorema Pythagoras	Materi atau bahan belajar untuk latihan menghitung panjang sisi segitiga siku-siku dan <b>menentukan jenis segitiga dengan Teorema Pythagoras.</b> <i>Materi atau bahan dapat disajikan dengan: LCD komputer, kertas manila/ kertas plano untuk klasikal yang dapat dimanfaatkan pada lain kesempatan, lembaran untuk individu atau kelompok</i>	Tujuan 1, 2, 4, 5, 6
3.6.3	Menentukan jenis suatu segitiga termasuk siku-siku, lancip atau menggunakan Teorema Pythagoras	Menentukan jenis segitiga dengan menerapkan Teorema Pythagoras	<i>Materi atau bahan dapat disajikan dengan: LCD komputer, kertas manila/ kertas plano untuk klasikal yang dapat dimanfaatkan pada lain kesempatan, lembaran untuk individu atau kelompok</i>	
3.6.4	Menjelaskan bilangan tripel Pythagoras	Menyelidiki bilangan tripel Pythagoras melalui gambar segitiga siku-siku dengan berbagai ukuran	Materi atau bahan belajar untuk menemukan dan memahami <b>tripel Pythagoras.</b> <i>Materi atau bahan dapat disajikan dalam bentuk Lembar Kerja (LK)</i>	Tujuan 1, 2, 4, 5, 6
3.6.5	Mengidentifikasi bilangan tripel Pythagoras	Mengidentifikasi bilangan tripel Pythagoras	Materi atau bahan belajar untuk latihan menentukan tripel Pythagoras	
3.6.6	Menjelaskan rumus umum untuk mencari tripel Pythagoras	Menemukan rumus untuk menentukan tripel Pythagoras	Materi atau bahan untuk belajar menemukan <b>rumus menentukan tripel Pythagoras.</b> <i>Materi atau bahan dapat</i>	Tujuan 1, 2, 4, 5, 6

No	IPK	Pengalaman Belajar Siswa	Materi/Bahan Pembelajaran	Fokus Tujuan Mapel
	<p>3.6.7 Menjelaskan perbandingan panjang sisi segitiga siku-siku istimewa</p> <p>3.6.8 Menentukan panjang sisi-sisi pada segitiga siku-siku istimewa berdasarkan perbandingan panjang sisi-sisinya</p>	<p>Menentukan perbandingan sisi-sisi pada segitiga siku-siku istimewa (salah satu sudutnya berukuran <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, dan <math>60^\circ</math>)</p> <p>Menentukan panjang sisi pada segitiga istimewa</p>	<p><i>disajikan dalam bentuk Lembar Kerja (LK)</i></p> <p>Materi atau bahan latihan menentukan <b>perbandingan sisi-sisi dan panjang sisi serta besar sudut pada segitiga istimewa</b></p> <p><i>Materi atau bahan dapat disajikan dengan: LCD komputer, kertas manila/ kertas plano untuk klasikal yang dapat dimanfaatkan pada lain kesempatan, lembaran untuk individu atau kelompok</i></p>	<p>Tujuan 1, 2, 4, 5, 6</p>
2	<p><b>4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan Teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras (KD ranah keterampilan)</b></p>			
	<p>4.6.1 Mengidentifikasi data dalam masalah yang terkait Teorema Pythagoras</p> <p>4.6.2 Mengidentifikasi inti masalah yang akan diselesaikan</p> <p>4.6.3 Menentukan strategi untuk menyelesaikan masalah terkait Teorema Pythagoras</p> <p>4.6.4 Melaksanakan strategi menyelesaikan masalah terkait Teorema</p> <p>4.6.5 Mengkomunikasikan solusi masalah</p>	<p>Menyelesaikan masalah yang berkaitan Teorema Pythagoras dengan materi permasalahan berupa pernyataan kontekstual atau peristiwa dalam kehidupan sehari-hari</p> <p>Menyelesaikan masalah yang berkaitan Teorema Pythagoras dengan materi permasalahan berupa representasi matematika dalam bentuk gambar bangun geometri segitiga atau gabungan bangun segitiga</p>	<p>Materi atau bahan latihan <b>menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan Teorema Pythagoras.</b></p> <p><i>Materi atau bahan dapat disajikan dengan: LCD komputer, kertas manila/ kertas plano untuk klasikal yang dapat dimanfaatkan pada lain kesempatan, lembaran untuk individu atau kelompok</i></p>	<p>Tujuan 2, 3, 4, 5, 6</p>

3. Bagaimana menata materi atau bahan pembelajaran secara benar yang sesuai dengan pendekatan yang dipilih dan karakteristik siswa?

Dalam Lampiran Permendikbud Nomor 103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah dinyatakan bahwa pendekatan pembelajaran yang digunakan dalam proses pembelajaran adalah **pendekatan saintifik atau pendekatan berbasis proses keilmuan** yang merupakan pengorganisasian pengalaman belajar dengan urutan logis meliputi proses pembelajaran: mengamati, menanya, mengumpulkan informasi/mencoba, menalar/mengasosiasi dan mengkomunikasikan. Dari uraian tersebut berarti materi atau bahan pembelajaran yang telah dipilih harus ditata agar sedemikian rupa agar dapat memfasilitasi keberlangsungan proses saintifik seperti yang dimaksud pada pendekatan tersebut.

Materi atau bahan pembelajaran masing-masing dikemas agar dapat memfasilitasi siswa dalam memperoleh pengalaman belajar mengamati, menanya, mengumpulkan informasi atau mencoba, menalar atau mengasosiasi dan mengkomunikasikan.

Misalkan untuk memberi pengalaman belajar menemukan Teorema Pythagoras dengan alat peraga dan atau gambar atau keduanya (KD 3.6), siswa difasilitasi dengan LK Penemuan Teorema Pythagoras. LK hendaknya didesain sedemikian rupa sehingga dapat membuat siswa:

- a. mencermati tujuan kegiatan, hasil kegiatan yang diharapkan, karakteristik alat peraga yang akan digunakan maupun cara kerjanya,
- b. saling bertanya jawab dan berdiskusi dalam bekerja,
- c. mengumpulkan informasi atau mencoba dan menalar atau mengasosiasi, misalnya memanipulasi alat peraga sedemikian rupa sehingga diperoleh data yang bila dihubung-hubungkan akan diperoleh Teorema Pythagoras,
- d. mengkomunikasikan hasil temuannya.

Selain kesesuaiannya dengan pendekatan saintifik, penataan materi atau bahan pembelajaran disesuaikan dengan karakteristik siswa. Dalam hal ini kita wajib mengenali karakteristik siswa dalam belajar matematika, terutama dalam kaitannya dengan perkembangan intelektual siswa kita, dan potensi serta kesiapan siswa kita dalam belajar matematika. Terkait karakteristik siswa ini dapat Anda pelajari pada Modul Karakteristik Siswa SMP.

Apakah potensi dan kesiapan belajar matematika siswa kita di suatu kelas pada umumnya tergolong tinggi, sedang atau rendah? Kita dapat mengatakan potensi dan kesiapan siswa dalam belajar matematika di suatu kelas itu tergolong tinggi, sedang atau rendah berdasarkan data hasil belajar siswa, baik pada kompetensi ranah sikap, pengetahuan maupun keterampilan yang *dilihat secara umum atau per kelas*. Data hasil belajar pada kompetensi ranah sikap dapat kita peroleh dari hasil pengamatan sikap terhadap siswa ketika belajar matematika sehari-hari, misalnya terkait antusias atau rasa ingin tahunya, tanggungjawab dan kegigihannya ketika menyelesaikan tugas tugas matematika, dan lainnya. Data hasil belajar pada kompetensi ranah pengetahuan dan keterampilan dapat kita peroleh dari hasil tes harian (bila ada), hasil ulangan berkala (harian, tengah semester, semester), hasil pengamatan terhadap proses diskusi/percakapan ketika bekerja menyelesaikan tugas dalam kelompok.

Misalkan potensi dan kesiapan belajar matematika siswa kita tinggi atau sedang maka semua materi atau bahan pembelajaran yang telah diidentifikasi di atas dapat dipelajari. Namun bila potensi dan kesiapan belajar matematika siswa kita rendah, maka ketika belajar KD 3.6, bahan f, g dan h tidak perlu dipelajari.

Berikut ini adalah contoh materi atau bahan pembelajaran pada KD 3.6 dan KD 4.6 yang telah untuk meidentifikasi di atas.

**Contoh-1: Menata materi atau bahan belajar untuk menemukan Teorema Pythagoras dengan alat peraga atau tanpa alat peraga atau keduanya.**

**LEMBAR KEGIATAN SISWA**

Topik : Menemukan Teorema Pythagoras  
Sekolah : .....  
Kelas : .....  
Anggota Kelompok: .....  
Tanggal Mengerjakan LKS :.....

**Tujuan:**

Setelah mengerjakan tugas ini Anda akan menemukan Teorema Pythagoras. Teorema itu akan sering digunakan dalam belajar matematika lebih lanjut.

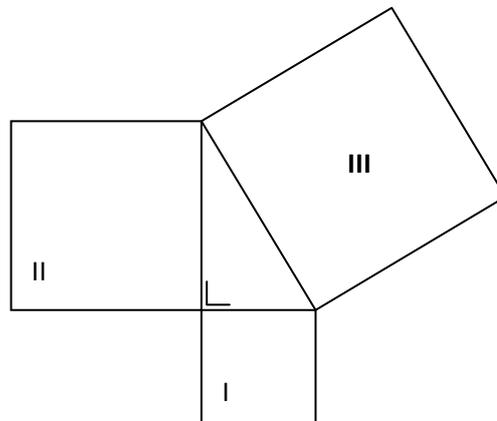
**Petunjuk:**

1. Kerjakan tugas ini secara kelompok.

2. Siapkan alat peraga Pythagoras I) yang terdiri atas:
  - a. bentuk dasar, berupa bingkai bangun segitiga siku-siku yang pada tiap sisinya dibentuk bingkai bangun persegi, sehingga ada 3 macam bingkai persegi menempel pada sisi-sisi bingkai segitiga siku-siku.
  - b. bangun-bangun datar penutup bingkai persegi (berbentuk segitiga atau persegi atau persegi panjang atau trapesium atau segiempat sebarang)
4. Kerjakan tugas-tugas sesuai perintah atau petunjuk pada tiap nomor.
5. Hasil tugas dipresentasikan kemudian dikumpulkan. Akan dinilai kualitas jawaban pada LKS proses diskusi dalam kelompok.
6. Setiap anggota kelompok juga dinilai dalam hal kemampuannya berbagi atau bekerjasama dalam kelompok dan tanggungjawab menyelesaikan tugas kelompok.

**Contoh 1a: Menemukan Teorema Pythagoras dengan bantuan alat peraga Pythagoras**

1. Siapkan alat peraga Pythagoras. dengan bentuk dasar seperti berikut ini.

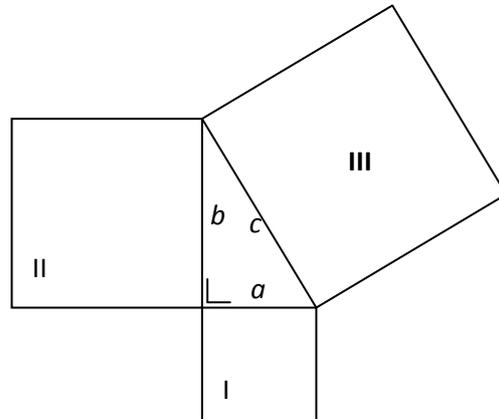


2. Susunlah bangun-bangun penutup pada persegi I dan II sehingga bingkai persegi I dan persegi II tepat tertutup.
3. Ambil bangun-bangun penutup pada bingkai persegi I dan persegi II, kemudian tutupkan pada bingkai persegi III
4. Apakah semua bangun-bangun penutup bingkai persegi I dan persegi II **dapat tepat** menutup bingkai persegi III ?

Jawaban: .....

5. Misalkan luas persegi I =  $p$ , luas persegi II =  $q$  dan luas persegi III =  $r$ .  
Mengacu pada jawaban nomor 4 di atas, bagaimana hubungan antara luas persegi I, II dan III? Jawaban: Luas persegi III = ... atau  $r = \dots$

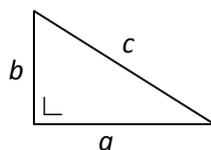
6. Misalkan sisi-sisi segitiga siku-siku yang bersesuaian dengan sisi-sisi persegi I, II dan III berturut-turut adalah  $a, b, c$  seperti gambar berikut.



- a. Mengacu jawaban pada nomor 5 di atas, apakah  $p = a^2$ ? Apakah  $q = b^2$ ? Apakah  $r = c^2$ ? Mengapa? Jelaskan alasannya.  
 Jawaban: .....
- b. Berdasarkan jawaban nomor 5 di atas, kesimpulan apa yang dapat Anda nyatakan tentang hubungan  $p, q, r$  yang diwujudkan dalam bentuk  $a^2, b^2$ , dan  $c^2$ ? Jawaban:  $r = c^2 = \dots$

**Kesimpulan yang kalian peroleh itu disebut Teorema Pythagoras.**

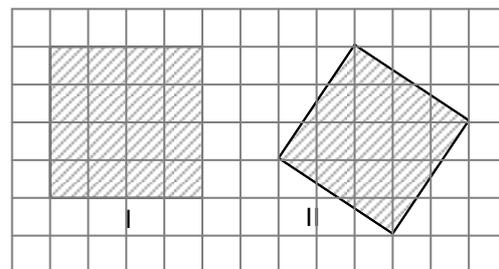
**Teorema Pythagoras:** Kuadrat hipotenusa pada segitiga siku-siku sama dengan jumlah dari kuadrat masing-masing sisi siku-sikunya.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

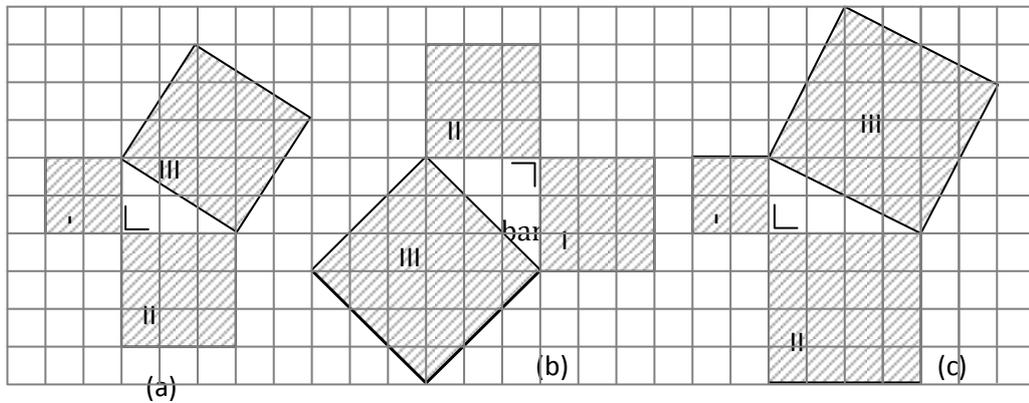
**Contoh 1b: Menemukan Teorema Pythagoras dengan bantuan kertas berpetak**

1. Perhatikan Gambar 1 di samping.  
 Hitung persegi satuan pada persegi I dan persegi II: Luas persegi I = ... satuan  
 Luas persegi II = ... satuan



Gambar 1

2. Amatilah Gambar 2 berikut ini.



Gambar 2 menunjukkan bahwa pada setiap segitiga siku-siku dibuat sebuah persegi yang panjang sisinya sama dengan sisi segitiga. Dengan menghitung luas persegi yang di arsir, lengkapilah tabel berikut ini.

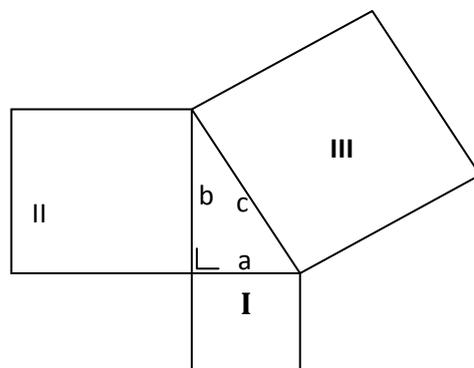
Gambar 2	Luas Persegi		
	I	II	III
(a)	...	...	...
(b)	...	...	...
(c)	...	...	...

3. Amatilah hasil perhitungan luas persegi I dan II, kemudian bandingkanlah dengan hasil perhitungan luas persegi III, apakah yang dapat kalian simpulkan?

Jawaban : .....

4. Amatilah Gambar 3 berikut ini.

Pada sebuah segitiga siku-siku bersisi a, b, dan c, seperti tampak pada Gambar 3 dibuat persegi pada masing-masing sisinya. Lengkapilah pernyataan berikut ini.



Luas persegi I =  $L.I = \dots$

Luas persegi II =  $L.II = \dots$

Luas persegi III =  $L.III = \dots$

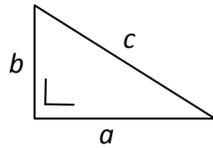
Gambar 3

5. Mengacu pada jawaban pertanyaan nomor 4 di atas, apa yang dapat kalian simpulkan tentang hubungan L I, L II dan L III?

Jawaban : Luas persegi III =  $L.III = \dots$  atau  $c^2 = \dots$

**Kesimpulan yang kalian peroleh itu disebut Teorema Pythagoras .**

**Teorema Pythagoras:** Kuadrat sisi miring (hipotenusa) pada segitiga siku-siku sama dengan jumlah dari kuadrat masing-masing sisi siku-sikunya.

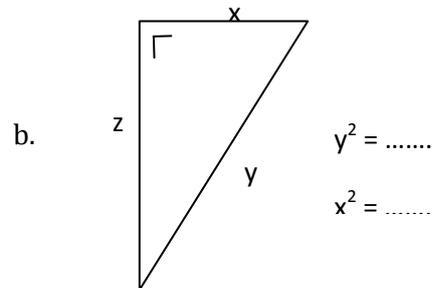
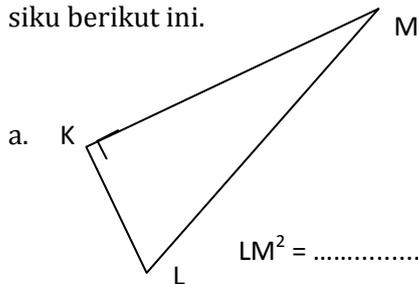


$$c^2 = a^2 + b^2$$

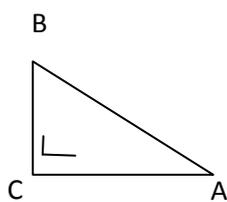
**Contoh 2: Menata materi atau bahan belajar untuk latihan memahami Teorema Pythagoras melalui berbagai gambar segitiga siku-siku, lancip tumpul atau gabungannya dengan posisi gambar bervariasi**

**BAHAN LATIHAN**

1. Nyatakan Teorema Pythagoras dalam bentuk rumus pada segitiga-segitiga siku-siku berikut ini.



2. Perhatikan gambar-gambar segitiga siku-siku berikut ini, kemudian lengkapi kalimat matematika di bawahnya.



$$AB^2 =$$

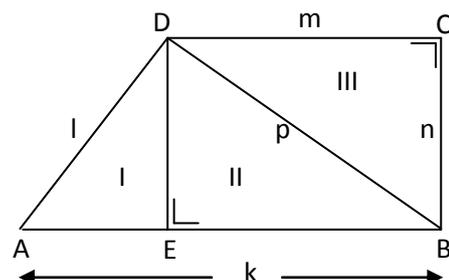
$$PQ^2 =$$

$$c^2 =$$

3. Perhatikan gambar di samping.

$AB = k$ ,  $AD = l$ ,  $DC = m$ ,  $BC = n$ , dan  $BD = p$ .

- a. Sebutkan tiga segitiga siku-siku yang terdapat pada segiempat



ABCD dan sebutkan pula sisi siku-siku dan hipotenusanya.

Jawaban:

No	Nama segitiga siku-siku	Sisi siku-siku	Hipotenusa

b. Perhatikan gambar pada soal nomor a di atas!

Tuliskan Teorema Pythagoras yang berlaku untuk sisi-sisi segitiga siku-siku bagian I, II dan III.

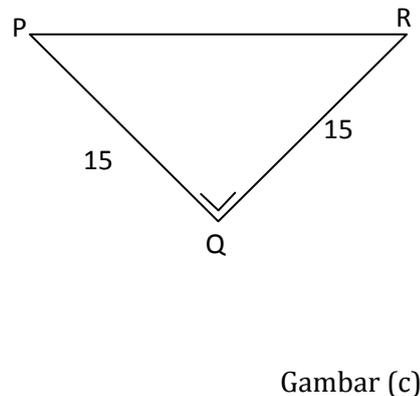
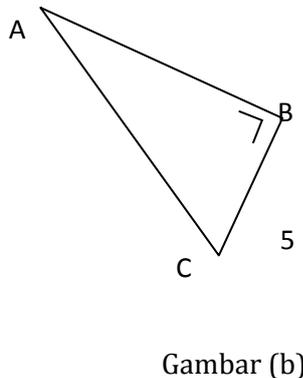
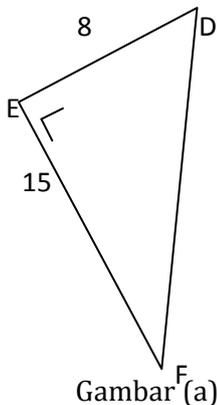
**Contoh-3: Menata materi atau bahan belajar untuk latihan menghitung panjang sisi segitiga siku-siku dan menentukan jenis segitiga**

**BAHAN LATIHAN**

**Tujuan: Menentukan panjang sisi segitiga dan jenis segitiga**

**Petunjuk:**

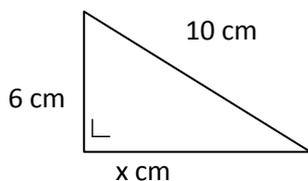
- Kerjakan sendiri soal-soal berikut ini. Setelah selesai, bawalah pekerjaan Anda ke dalam kelompok belajar untuk diperiksa dan diberi saran atau masukan.
  - Bertanyalah pada guru atau teman bila mengalami kesulitan.
1. Diketahui  $\Delta ABC$  siku-siku di A. Panjang  $BC = 5$  cm,  $AC = 4$  cm,  $AB = 3$  cm.
    - a. Gambarlah segitiga tersebut sesuai dengan ukurannya.
    - b. Berapakah panjang hipotenusanya?
    - c. Apakah hipotenusa  $\Delta ABC$  merupakan sisi terpanjang?
    - d. Apakah pada  $\Delta ABC$  siku-siku berlaku Teorema Pythagoras? Berikan alasan jawaban
  2. Perhatikan tiga segitiga siku-siku yang terdapat pada gambar berikut ini.



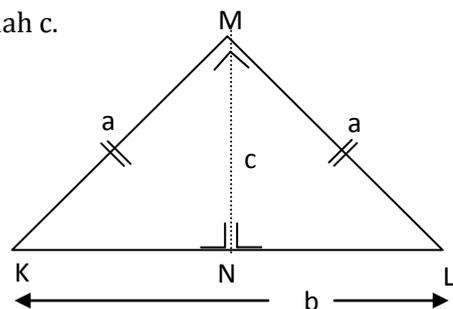
Lengkapilah tabel berikut ini.

Gambar	Nama segitiga	Teorema Pythagoras pada sisi-sisi segitiga	Panjang sisi -sisi segitiga
Gambar (a)	$\Delta DEF$	$DF^2 = DE^2 + EF^2$	$DF^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289$ $DF = \sqrt{289} = 17$
Gambar (b)	...	.....	$AC^2 = \dots\dots\dots$ $AC = \dots\dots\dots$
Gambar (c)	...	.....	$PR^2 = \dots\dots\dots$ $PR = \dots\dots\dots$

3. Tunjukkan bahwa nilai x adalah 8 cm.



4. Segitiga XYZ mempunyai panjang sisi 5 cm, 11 cm, dan 12 cm. Apakah segitiga XYZ merupakan segitiga siku-siku? Berikan alasan jawaban.
5. Apakah segitiga DEF yang mempunyai panjang sisi 5 cm, 6 cm dan 7 cm merupakan segitiga siku-siku? Berikan alasan jawaban.
6.  $\Delta KLM$  pada gambar berikut ini adalah segitiga siku-siku sama kaki dengan  $MK = ML = a$ ,  $KL = b$ , dan tinggi segitiga tersebut adalah c.



- a. Apakah  $KN = NL = \frac{1}{2} b$ ? Berikan alasan jawaban.
- b. Tuliskan Teorema Pythagoras yang berlaku untuk sisi-sisi  $\Delta KML$  dan  $\Delta KMN$ .
- c. Tuliskan Teorema Pythagoras yang berlaku untuk sisi-sisi  $\Delta LMN$ .
- d. Apa yang dapat Anda simpulkan tentang  $\Delta KMN$  dan  $\Delta LMN$ ? Berikan alasan jawaban!

7. Diketahui segitiga ABC dengan panjang sisi-sisinya 6 cm, 11 cm, dan 14 cm.
- Berapakah panjang sisi terpanjang dan tentukan pula kuadrat dari panjang sisi tersebut.
  - Tentukan jumlah kuadrat dari dua sisi selain pada soal a)
  - Bandingkan jawaban pada soal a dan soal b. Apakah segitiga ABC itu berbentuk siku-siku? Berikan alasan jawaban.

#### D. Aktivitas Pembelajaran

Dalam menyelesaikan aktivitas berikut ini, kami sarankan Anda bekerja secara individu terlebih dahulu. Setelah itu kemudian berdiskusilah dengan teman sejawat sekelompok MGMP di sekolah Anda, atau teman sejawat lain yang Anda pandang dapat “mencerahkan pemahaman” Anda.

##### Aktivitas-3.1:

Cermati kegiatan seorang guru berikut ini.

Sebelum menyusun RPP, seorang guru Matematika SMP Kelas VII hendak memilih dan menata materi atau bahan pembelajaran pada KD **“3.8 Menjelaskan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel dan penyelesaiannya”** dan **“4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel”**. KD tersebut merupakan KD baru bagi siswa, karena sebelumnya siswa belum pernah belajar tentang persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel.

Terkait KD tersebut, siswa sudah mempelajari tentang menjelaskan bentuk aljabar dan unsur-unsurnya menggunakan pernyataan kontekstual, menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan bentuk aljabar, melakukan operasi pada bentuk aljabar (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian) dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi pada bentuk aljabar.

Guru tersebut mengawali kegiatan dengan menganalisis pengalaman belajar yang akan ia berikan kepada siswanya dan kemudian mengidentifikasi materi atau bahan pembelajaran. Selanjutnya ia mengecek kesesuaian antara pengalaman belajar dan materi atau bahan pembelajaran yang telah ia analisis dan identifikasi tersebut dengan tujuan mata pelajaran matematika SMP.

Guru tersebut menuangkan hasil analisis pengalaman belajar dan identifikasi materi atau bahan pembelajaran dan tujuan mata pelajaran yang sesuai dalam format tabel berikut ini.

Seandainya Anda menjadi guru tersebut. Apa yang akan Anda tuliskan pada tiap baris dan kolom tabel berikut ini? Silakan Anda lengkapi tabelnya.

No	KD	Pengalaman Belajar Siswa	Materi/Bahan Pembelajaran	Tujuan Mapel Matematika SMP yang Relevan
1	3.8 Menjelaskan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel dan penyelesaiannya  (KD ranah pengetahuan)	a. Mencermati pernyataan kontekstual atau permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan persamaan linear satu variabel	a. <b>Pengertian persamaan linear satu variabel</b>	a. Tujuan 1, 4, 5, 6
		b.	b.	b.
		c.	c.	c.
		...	...	d.
2	4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel (KD ranah keterampilan)	a.	a.	e.
		b.	b.	f.
		c.	c.	g.
		...	...	...

Dari hasil analisis pemilihan materi atau bahan pembelajaran di atas:

1. Apakah semua materi atau bahan tersebut dapat didesain untuk memfasilitasi terjadinya proses saintifik pada diri siswa (mengamati, menanya, mengumpulkan informasi/mencoba, menalar/mengasosiasi, mengkomunikasikan)? Jelaskan pendapat Anda.
2. Bagaimanakah tingkat potensi dan kesiapan siswa Anda dalam belajar Matematika? Termasuk tinggi, sedang ataukah rendah? Apakah setiap materi atau bahan pembelajaran yang telah Anda identifikasi perlu dipelajari oleh siswa Anda? Jelaskan pendapat Anda.

**Aktivitas-3.2:**

Perhatikan soal-soal berbentuk pilihan ganda berikut ini. Manakah pilihan jawaban yang paling tepat dan berikan alasan mengapa Anda memilih jawaban tersebut. Berikan pula alasan mengapa Anda **tidak** memilih pilihan jawaban yang lain.

1. Materi pembelajaran yang paling tepat dipilih agar siswa dapat memberi contoh kaitan antara variabel aljabar dengan kehidupan nyata atau sehari-hari adalah...
  - A. pengertian bentuk aljabar
  - B. makna unsur-unsur bentuk aljabar
  - C. operasi bentuk aljabar
  - D. macam-macam unsur bentuk aljabar
2. Materi pembelajaran yang paling tepat dipilih agar siswa terampil dalam menentukan ukuran kertas minimal yang diperlukan ketika mencetak foto berukuran 2x3 dan 4x6 yang masing-masing banyaknya 10 lembar adalah...
  - A. kesebangunan antar bangun
  - B. kekongruenan antar bangun
  - C. luas persegi panjang
  - D. perbandingan berbalik nilai

**E. Latihan/Tugas**

Setelah Anda membaca dan memahami isi dari uraian materi dan melakukan aktivitas pembelajaran (bagian C dan D), selanjutnya Anda diminta untuk menyelesaikan tugas.

**Petunjuk Tugas:**

1. Dalam menyelesaikan latihan/tugas berikut ini, kami sarankan Anda bekerja secara individu terlebih dahulu. Setelah itu kemudian berdiskusilah dengan teman sejawat sekelompok MGMP di sekolah Anda, atau teman sejawat lain yang Anda pandang dapat “mencerahkan pemahaman” Anda.
2. Gunakan referensi Buku Teks Siswa dan Buku Guru yang mengacu Kurikulum 2006 dan atau Kurikulum 2013 dan modul-modul lain.

Latihan/Tugas 3.1:

1. Pilih satu topik materi matematika SMP Kelas VII/VIII/IX yang akan menjadi ruang lingkup materi dalam penyusunan RPP. Pertimbangkan judul Bab pada Buku Teks Siswa sebagai dasar pilihan.
2. Pikirkan bahwa Anda akan menyusun RPP dengan topik/ruang lingkup materi yang telah dipilih pada nomor 1 yang terdiri dari KD ranah sikap, pengetahuan dan keterampilan.
3. Sebelum menyusun RPP tersebut, Anda diminta memilih dan menata materi atau bahan pembelajaran. Untuk itu Anda perlu menganalisis pengalaman belajar yang relevan dengan KD pengetahuan dan keterampilan dan mengacu pada tujuan mata pelajaran Matematika SMP yang telah ditetapkan serta mengidentifikasi materi atau bahan pembelajaran yang akan digunakan.
4. Lakukan kegiatan tersebut dengan menggunakan format sebagai berikut.

No	KD	Pengalaman Belajar Siswa	Materi/Bahan Pembelajaran	Fokus Tujuan Mapel Matematika SMP
1	... (KD ranah pengetahuan)	a.	a.	a.
		b.	b.	b.
		c.	c.	c.
		d. ...	d.	d. ...
2	... (KD ranah keterampilan)	a.	a.	a.
		b.	b.	b.
		c.	c.	c.
		...		...

Latihan/Tugas 3.2:

Perhatikan soal-soal berbentuk pilihan ganda berikut ini. Manakah pilihan jawaban yang paling tepat dan berikan alasan mengapa Anda memilih jawaban tersebut. Berikan pula alasan mengapa Anda **tidak** memilih pilihan jawaban yang lain.

1. Materi pembelajaran yang paling tepat dipilih agar siswa terampil dalam melakukan perhitungan perkalian berulang untuk menentukan hasil perpangkatan adalah ....

- A. bilangan berpangkat bulat positif
  - B. bilangan berpangkat rasional
  - C. bilangan berpangkat irasional
  - D. bilangan berpangkat bulat negative
2. Materi pembelajaran yang paling tepat dipilih agar siswa terampil melakukan teknik eliminasi dan substitusi dalam menentukan penyelesaian persamaan adalah ....
- A. Persamaan linear satu variabel
  - B. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel
  - C. Persamaan Kuadrat
  - D. Persamaan linear dua variabel
3. Materi pembelajaran yang paling tepat dipilih agar siswa mempunyai keterampilan dalam menentukan hasil rotasi suatu objek untuk menyelesaikan masalah penentuan posisi dan ukuran benda-benda hasil perubahan adalah ....
- A. Persamaan linear
  - B. Himpunan
  - C. Transformasi
  - D. Barisan bilangan

Latihan/Tugas 3.3:

Gunakan referensi Modul lain dan Buku Teks Siswa atau Buku Guru untuk menentukan materi yang utamanya harus dipelajari siswa agar memahami dan terampil dalam:

1. Menyajikan data tentang perkembangan penduduk di suatu wilayah kabupaten dari tahun ke tahun.
2. Menentukan banyaknya pekerja yang harus ditambahkan agar suatu pekerjaan lebih cepat selesainya dari waktu yang telah direncanakan semula
3. Memperkirakan tinggi suatu gedung.
4. Menyimpulkan hasil survey tentang kondisi keluarga pada suatu wilayah yang ditinjau dari banyak anggota keluarganya dan jenis pekerjaan masing-masing.
5. Menentukan banyak keramik yang diperlukan untuk melapisi bak air yang terbuat dari batu bata dan semen.

## F. Rangkuman

1. Memilih materi atau bahan pembelajaran yang berkaitan dengan pengalaman belajar dan tujuan mata pelajaran Matematika SMP dan menatanya agar sesuai dengan pendekatan yang dipilih dan karakteristik siswa merupakan kompetensi salah satu kompetensi pedagogik pada KIG Mata Pelajaran yang hendaknya dikuasai oleh Guru Matematika SMP.
2. Pemilihan materi atau bahan pembelajaran yang berkaitan dengan pengalaman belajar dan tujuan mata pelajaran Matematika SMP pada suatu KD dilakukan dengan prosedur:
  - a. menganalisis muatan KD tersebut,
  - b. mengidentifikasi pengalaman belajar relevan KD yang perlu diberikan kepada siswa,
  - c. mengkaji kesesuaian pengalaman belajar dengan tujuan mata pelajaran Matematika SMP
  - d. memilih materi atau bahan pembelajaran yang relevan
3. Penataan materi atau bahan pembelajaran dilakukan agar dapat memfasilitasi terjadinya proses saintifik pada diri siswa ketika pelaksanaan pembelajaran Matematika SMP berlangsung. Penataan juga dilakukan untuk memastikan bahwa materi atau bahan pembelajaran yang akan digunakan siswa sesuai dengan karakteristik siswa dan tuntutan minimal KD.

## G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Selamat! Anda telah sukses mempelajari Kegiatan Pembelajaran-3 (KP-3). Anda juga telah sukses menyelesaikan tugas. Semoga proses belajar pada KP-3 dapat memperluas wawasan Anda, khususnya terkait kegiatan memilih dan menata materi atau bahan pembelajaran Matematika SMP. Adakah kesulitan dalam mempelajari KP-3, baik dalam menyelesaikan bagian aktivitas maupun menyelesaikan tugas pada modul ini?. Cermati pernyataan/pertanyaan berikut ini.

Umpan Balik untuk Aktivitas 3.1:

Pada aktivitas-1 ini pengalaman belajar materi/bahan pembelajaran yang dianalisis adalah KD pengetahuan dan keterampilan (KD 3.8 dan KD 4.8). Ciri KD pengetahuan adalah ruang lingkup kemampuan yang dipelajari siswa adalah memahami konsep, sedang untuk KD ranah keterampilan adalah menyelesaikan masalah.

Umpan Balik untuk Aktivitas 3.2:

Kunci jawaban soal nomor: 1 adalah A, nomor 2 adalah C. Mengapa demikian? Coba Anda deskripsikan alasannya.

Umpan Balik untuk Latihan/Tugas 3.1:

Apakah Anda mengalami kesulitan dalam menyelesaikan Latihan/Tugas 3.1? Bila Anda memiliki kesulitan dalam menyelesaikan Latihan/Tugas 3.1, silakan Anda berdiskusi lebih intensif dengan teman sejawat Anda, baik dari sekolah Anda atau di luar sekolah.

Untuk memudahkan dalam memperoleh pemahaman, mulailah dengan memilih KD yang telah Anda susun RPPnya. Cermati pengalaman belajar siswa yang Anda rancang pada bagian Kegiatan Inti Pembelajaran dan cermati pula materi pembelajarannya. Apakah materi pembelajaran yang Anda pilih sudah tepat? Isilah tabel dengan berpedoman pada RPP tersebut sambil menyempurnakannya.

Umpan Balik untuk Latihan/Tugas 3.2:

Kunci jawaban soal nomor: 1 adalah A, nomor 2 adalah B, nomor 3 adalah C. Mengapa demikian? Coba Anda deskripsikan alasannya

Tindak Lanjut:

Lakukan hal-hal berikut ini sebagai tindak lanjut dari mempelajari modul ini.

- Pilih satu RPP yang Anda miliki atau teman sejawat Anda miliki.
- Cermati isi dari komponen Langkah-langkah Kegiatan Pembelajaran. Identifikasi pengalaman belajar siswa pada RPP tersebut.
- Apakah pengalaman belajar tersebut sudah sesuai dengan muatan KD?
- Apakah pengalaman belajar tersebut sudah sesuai dengan tujuan mata pelajaran Matematika SMP? Tujuan mata pelajaran Matematika SMP manakah yang didukung oleh pengalaman belajar siswa tersebut?.

- e. Daftarkan materi/bahan pembelajaran apa saja yang terdapat pada RPP tersebut.
- f. Apakah materi atau bahan pembelajaran tersebut sudah dapat memfasilitasi terwujudnya proses saintifik dalam pelaksanaan pembelajarannya?
- g. Berdasarkan kondisi potensi dan kesiapan siswa Anda dalam belajar matematika, coba Anda identifikasi materi atau bahan pembelajaran yang perlu ditambahkan atau dikurangi pada RPP tersebut.

## H. Petunjuk Menyelesaikan Tugas dan Kunci Jawaban

Latihan/Tugas 3.2:

Kunci jawaban pada Tugas-2, soal nomor 1: A, nomor 2: B

Latihan/Tugas 3.3:

Kunci jawaban:

1. Diagram garis
2. Perbandingan berbalik nilai
3. Segitiga istimewa dan perbandingan
4. Pemecahan masalah yang berkaitan dengan himpunan.
5. Volume bangun ruang sisi datar dan luas bangun datar

## Evaluasi

Bahan evaluasi berikut ini dimaksudkan untuk memfasilitasi Anda melakukan evaluasi diri, sehingga Anda dapat mengetahui sejauh mana keberhasilan mempelajari modul ini. Setelah mengerjakan soal evaluasi berikut ini, Anda diharapkan melakukan refleksi. Dalam hal ini yang perlu Anda refleksi utamanya adalah bagaimana Anda berpikir untuk menemukan jawaban, bukan sekedar bagaimana Anda mendapatkan pilihan jawaban benar. Anda juga diharapkan melakukan refleksi terhadap bagaimana Anda berpikir sehingga memutuskan untuk tidak memilih jawaban lainnya

Soal-soal evaluasi:

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat dengan memberi tanda silang pada huruf di depan pilihan jawaban.

1. Berikut ini adalah **beberapa** Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK) yang disusun oleh seorang guru pada KD: *“Menurunkan rumus untuk menentukan keliling dan luas daerah lingkaran yang dihubungkan dengan masalah kontekstual”*.

(1) Menjelaskan makna rumus keliling lingkaran yang ditemukan/diturunkan

(2) Menjelaskan makna nilai phi ( $\pi$ ) yang ditemukan/diturunkan

(3) Menentukan keliling dan luas daerah lingkaran yang dikaitkan dengan masalah kontekstual

(4) Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan keliling dan luas lingkaran

IPK yang tepat adalah ....

- A. (1) dan (2)
  - B. (2) dan (3)
  - C. (3) dan (4)
  - D. (4) dan (1)
2. Berikut ini adalah **beberapa** Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK) yang dirumuskan oleh seorang guru pada KD: *“ Memeriksa kebenaran teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras”*.  
(1) memahami Teorema Pythagoras

- (2) menuliskan Teorema Pythagoras pada berbagai gambar segitiga  
(3) mengidentifikasi bilangan tripel Pythagoras  
(4) menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan Teorema Pythagoras  
IPK yang tepat adalah ....
- A. (1) dan (2)  
B. (1) dan (3)  
C. (2) dan (3)  
D. (2) dan (4)
3. Materi pembelajaran yang paling tepat dipilih agar siswa dapat terampil menghitung berapa kali harus memperbesar suatu bentuk benda agar diperoleh ukuran yang diinginkan adalah...
- A. Refleksi  
B. Dilatasi  
C. Translasi  
D. Rotasi
4. Materi pembelajaran yang paling tepat dipilih agar siswa terampil dalam menentukan posisi suatu tempat terhadap tempat tertentu adalah...
- A. posisi garis terhadap sumbu-x dan sumbu-y  
B. posisi garis terhadap garis lain  
C. posisi titik terhadap sumbu-x dan sumbu-y  
D. posisi titik terhadap titik asal dan titik tertentu
5. Berikut ini adalah sebagian dari **inti tujuan mata pelajaran Matematika di SMP:**
- (1) Memahami konsep matematika  
(2) Mengembangkan penalaran  
(3) Menyelesaikan masalah matematika  
(4) Mengkomunikasikan gagasan dan penalaran  
(5) Melakukan kegiatan motorik yang menggunakan pengetahuan matematika  
(6) Menggunakan alat peraga sederhana maupun hasil teknologi untuk melakukan kegiatan matematika
- Fokus tujuan yang hendak dicapai ketika siswa Kelas IX belajar "*Menjelaskan peluang empirik dan teoretik suatu kejadian dari suatu percobaan*" adalah ....

- A. (1), (2), (3)
- B. (1), (3), (5)
- C. (2), (3), (4)
- D. (2), (4), (6)

Kegiatan Pembelajaran 3

---

Kunci jawaban: 1. A    2. C    3. B    4. D    5. D

## Penutup

Penulisan modul ini diharapkan bermanfaat bagi pembaca, khususnya Guru Matematika SMP dalam meningkatkan pemahaman dan keterampilan mengenai memilih materi pembelajaran yang terkait dengan pengalaman belajar siswa dan tujuan mata pelajaran Matematika SMP, menata materi atau bahan pembelajaran Matematika SMP agar sesuai dengan pendekatan saintifik dan potensi serta kesiapan siswa dalam belajar matematika.

Modul ini tentu tidak lepas dari kekurangan dan kekeliruan. Oleh karena itu, saran dan kritik yang konstruktif untuk perbaikan modul ini senantiasa diharapkan.

Akhirnya, jika ditemukan ada kekeliruan fatal dalam modul atau saran konstruktif untuk perbaikan esensial terhadap modul ini, silakan disampaikan langsung ke PPPPTK Matematika, Jl.Kaliurang Km.6, Sambisari, Depok, Sleman, DIY, (0274) 881717, atau melalui email sekretariat@p4tkmatematika.org dengan tembusan (cc) kepada penulis: [wardhani.p4tkm@yahoo.com](mailto:wardhani.p4tkm@yahoo.com) atau langsung melalui email penulis.

Penutup

---

## Daftar Pustaka

- Ditjen Manajemen Dikdasmen. 2009. ***Panduan Pengembangan Indikator***. Jakarta: Direktorat Pembinaan SMA
- Peraturan Pemerintah Nomor 19 Tahun 2005 tentang ***Standar Nasional Pendidikan***.
- Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 16 Tahun 2007, tentang ***Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru***.
- Peraturan Pemerintah Nomor 32 Tahun 2013 tentang ***Perubahan Atas Peraturan Pemerintah Nomor 19 Tahun 2005 tentang Standar Nasional Pendidikan***.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 64 Tahun 2013, tentang ***Standar Isi Dikdasmen***
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 66 Tahun 2013, tentang ***Standar Penilaian Pendidikan***.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 58 tahun 2014, tentang ***Kurikulum 2013 SMP***
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 103 Tahun 2014, tentang ***Pembelajaran pada Dikdasmen***
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 53 Tahun 2015 tentang ***Penilaian Hasil Belajar pada Dikdasmen***
- Safari. 2005. ***Penulisan Butir Soal Berdasarkan Penilaian Berbasis Kompetensi***. Jakarta: Asosiasi Pengawas Sekolah Indonesia, Depdiknas.
- Sri Wardhani. 2012. ***Pengembangan Indikator Pencapaian Kompetensi dalam Pembelajaran Matematika SMP***. Bahan Diklat Guru Pengembang Matematika/Guru Inti MGMP Matematika SMP Jenjang Lanjut Tingkat Nasional, 21 Juni-3 Juli 2012. Yogyakarta: PPPPTK Matematika





**GURU PEMBELAJAR**

**MODUL MATEMATIKA SMP**

**KELOMPOK KOMPETENSI E**

**PROFESIONAL**

**ALJABAR 2**

**DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN  
KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
2016**



Penulis:

1. Idris Harta, M.A., Ph.D. 081548548277, email: idrisharta@gmail.com
2. Dra. Atmini Dhoruri, M.S., 0 8122744139, email: atmini\_uny@yahoo.co.id
3. Marfuah, S.Si., M.T., 085875774483, email: marfuah@p4tkmatematika.org

Penelaah:

1. Ratna Herawati, M.Si. 081328743071, email: hera\_taa3@yahoo.com
2. Al. Krismanto, 081328011398, email: kristemulawak@yahoo.co.id

Ilustrator:

Cahyo Sasongko

*Copyright* © 2016

Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial tanpa izin tertulis dari Kementerian Pendidikan Kebudayaan.



## Kata Pengantar

Peningkatan kualitas pendidikan saat ini menjadi prioritas, baik oleh pemerintah pusat maupun daerah. Salah satu komponen yang menjadi fokus perhatian adalah peningkatan kompetensi guru. Peran guru dalam pembelajaran di kelas merupakan kunci keberhasilan untuk mendukung keberhasilan belajar siswa. Guru yang profesional dituntut mampu membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan *output* dan *outcome* pendidikan yang berkualitas.

Dalam rangka memetakan kompetensi guru, telah dilaksanakan Uji Kompetensi Guru (UKG) Tahun 2015. UKG tersebut dilaksanakan bagi semua guru, baik yang sudah bersertifikat maupun belum bersertifikat untuk memperoleh gambaran objektif kompetensi guru, baik profesional maupun pedagogik. Hasil UKG kemudian ditindaklanjuti melalui Program Guru Pembelajar sehingga diharapkan kompetensi guru yang masih belum optimal dapat ditingkatkan.

PPPPTK Matematika sebagai Unit Pelaksana Teknis Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan di bawah pembinaan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan mendapat tugas untuk menyusun modul guna mendukung pelaksanaan Guru Pembelajar. Modul ini diharapkan dapat menjadi sumber belajar bagi guru dalam meningkatkan kompetensinya sehingga mampu mengambil tanggung jawab profesi dengan sebaik-baiknya.

Yogyakarta, Maret 2016

Kepala PPPPTK Matematika,



Dr. Dra. Daswatia Astuty, M.Pd.

NIP. 196002241985032001



## Daftar Isi

Kata Pengantar .....	iii
Daftar Isi.....	v
Pendahuluan.....	1
A. Latar Belakang.....	1
B. Tujuan .....	1
C. Peta Kompetensi .....	2
D. Ruang Lingkup.....	4
E. Saran Cara Penggunaan Modul .....	4
Kegiatan Pembelajaran1 Koordinat Kartesius.....	7
A. Tujuan .....	7
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	7
C. Uraian Materi .....	7
1. Pasangan Terurut dan Titik.....	8
2. Grafik Pasangan Terurut.....	8
3. Penggunaan .....	9
4. Jarak antara Dua Titik pada Bidang Koordinat.....	10
D. Aktivitas Pembelajaran .....	11
E. Latihan .....	12
F. Rangkuman .....	13
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	13
Kegiatan Pembelajaran 2 Relasi Dan Fungsi.....	15
A. Tujuan .....	15
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	15
C. Uraian Materi .....	15
1. Pengertian Relasi dan Cara Menyatakan Relasi.....	15

---

2.	Pengertian Fungsi dan Notasinya .....	19
3.	Korespondensi 1-1 .....	22
4.	Nilai Fungsi.....	22
5.	Merumuskan Suatu Fungsi .....	24
6.	Grafik Fungsi.....	26
D.	Aktivitas Pembelajaran.....	27
E.	Latihan.....	29
F.	Rangkuman.....	30
G.	Umpan Balik dan Tindak Lanjut .....	30
	Kegiatan Pembelajaran 3 Persamaan Linear Satu Variabel.....	31
A.	Tujuan.....	31
B.	Indikator Pencapaian Kompetensi .....	31
C.	Uraian Materi.....	31
1.	Pengertian Persamaan Linear Satu Variabel.....	31
2.	Menyelesaikan Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV) .....	32
3.	Aplikasi Persamaan Linear Satu Variabel.....	38
D.	Aktivitas Pembelajaran.....	40
E.	Latihan/Kasus/Tugas.....	42
F.	Rangkuman.....	42
G.	Umpan Balik dan Tindak Lanjut .....	42
	Kegiatan Pembelajaran 4 Pertidaksamaan Linear Satu Variabel .....	43
A.	Tujuan.....	43
B.	Indikator Pencapaian Kompetensi .....	43
C.	Uraian Materi.....	43
1.	Pengertian Pertidaksamaan .....	43
2.	Pengertian Pertidaksamaan Linear Satu Variabel (PtLSV) .....	44

---

3.	Menyelesaikan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel.....	44
4.	Penerapan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel .....	49
D.	Aktivitas Pembelajaran .....	50
E.	Latihan/Kasus/Tugas .....	52
F.	Rangkuman .....	53
G.	Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	53
	Kegiatan Pembelajaran 5 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) .....	55
A.	Tujuan .....	55
B.	Indikator Pencapaian Kompetensi.....	55
C.	Uraian Materi .....	55
1.	Sistem Persamaan Linear Dua Variabel.....	55
2.	Cara Penyelesaian SPLDV .....	57
3.	Banyaknya Solusi Suatu SPLDV.....	61
4.	SPLDV untuk Penyelesaian Masalah .....	64
D.	Aktivitas Pembelajaran .....	69
E.	Latihan .....	76
F.	Rangkuman .....	77
G.	Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	78
	Kegiatan Pembelajaran 6 Persamaan Kuadrat.....	79
A.	Tujuan .....	79
B.	Indikator Pencapaian Kompetensi.....	79
C.	Uraian Materi .....	79
1.	Bentuk Umum Persamaan Kuadrat .....	79
2.	Menentukan Akar-akar Persamaan Kuadrat.....	80
3.	Sifat Persamaan Kuadrat Berdasar Nilai Diskriminan.....	86
4.	Jumlah dan Hasil Kali Akar- Akar Persamaan Kuadrat.....	87

5. Menyusun Persamaan Kuadrat Baru.....	88
6. Penyelesaian Masalah dengan Menggunakan Persamaan Kuadrat.....	93
D. Aktivitas Pembelajaran.....	96
E. Latihan.....	99
F. Rangkuman.....	100
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut .....	100
Kegiatan Pembelajaran 7 Fungsi Kuadrat .....	101
A. Tujuan.....	101
B. Indikator Pencapaian Kompetensi .....	101
C. Uraian Materi.....	101
1. Menggambar Grafik Fungsi Kuadrat.....	101
2. Sifat-sifat Fungsi Kuadrat.....	105
3. Penyelesaian Masalah dengan Fungsi Kuadrat .....	106
D. Aktivitas Pembelajaran.....	108
E. Latihan.....	111
F. Rangkuman.....	112
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut .....	112
Kunci Jawaban Latihan .....	113
Evaluasi.....	115
Penutup.....	119
Glosarium.....	121
Daftar Pustaka.....	125

# Pendahuluan

## A. Latar Belakang

Sebagian besar konsep pada Aljabar yang dipelajari di sekolah dewasa ini berusia paling sedikit 2000 tahun. Sementara notasi-notasi yang kita gunakan baru ditemukan dan digunakan pada kurun waktu 300-400 tahun terakhir. Aljabar berkembang seiring perkembangan ilmu pengetahuan. Aljabar sering menjadi dasar bagi konsep ilmu yang lain, atau diterapkan dalam kehidupan sehari-hari untuk penyelesaian masalah. Untuk itu, guru diharapkan dapat membekali siswa dengan pengetahuan dan keterampilan terkait aljabar dalam proses pembelajaran matematika. Selain itu, melalui pembelajaran terkait aljabar, guru juga dapat menanamkan aspek-aspek sikap dan teknologi untuk membekali siswa di masa depannya.

Lebih lanjut, kompetensi profesional yang harus dikuasai guru matematika sesuai dengan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 16 Tahun 2007 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru adalah menggunakan konsep-konsep aljabar (20.11).

Berdasar hal-hal di atas, modul Aljabar Bagian 2 ini disusun sebagai bentuk fasilitasi bagi guru dalam meningkatkan profesionalismenya.

## B. Tujuan

Modul ini disusun untuk menjadi bahan belajar bagi guru atau bahan ajar pendamping bagi fasilitator terkait materi aljabar.

Tujuan belajar yang akan dicapai menggunakan modul ini adalah guru menambah wawasan dan menguasai konsep koordinat Kartesius, relasi dan fungsi, persamaan pertidaksamaan linear dua variabel, sistem persamaan linear dua variabel, persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat, kemudian menerapkannya dalam pemecahan masalah.

### C. Peta Kompetensi

Kompetensi yang terkait dengan modul ini adalah kompetensi profesional, dengan peta kompetensinya sebagai berikut.

STANDAR KOMPETENSI GURU		
KOMPETENSI INTI GURU	KOMPETENSI GURU MATA PELAJARAN/KELAS/KE AHLIAN/BK	Indikator Esensial/ Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)
20. Menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampu.	20.6 Menggunakan pola dan fungsi.	20.6.1. Menjelaskan pengertian relasi dan fungsi
		20.6.2 Membedakan relasi dan fungsi
		20.6.3 Menerapkan konsep relasi dan fungsi untuk menyelesaikan masalah.
		20.6.5 Menganalisis hubungan antara fungsi kuadrat dan grafiknya
		20.6.6 Menafsirkan sifat-sifat fungsi kuadrat
		20.6.7 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi kuadrat
	20.7 Menggunakan konsep-konsep aljabar.	20.7.3 Mengidentifikasi sifat-sifat pada persamaan linear satu variable
		20.7.4 Menggunakan konsep persamaan linear satu variabel dalam menyelesaikan masalah nyata

STANDAR KOMPETENSI GURU		
KOMPETENSI INTI GURU	KOMPETENSI GURU MATA PELAJARAN/KELAS/KE AHLIAN/BK	Indikator Esensial/ Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)
		20.7.5 Mengidentifikasi sifat-sifat pada pertidaksamaan linear satu variabel.
		20.7.6 Menggunakan konsep pertidaksamaan linear satu variabel dalam menyelesaikan masalah nyata.
		20.7.7 Mengidentifikasi sifat-sifat persamaan kuadrat
		20.7.8 Menggunakan diskriminan untuk menyelesaikan masalah persamaan kuadrat
		20.7.9 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat
		20.7.11 Menganalisis SPLDV yang mempunyai solusi dan tidak mempunyai solusi
		20.7.12 Menyelesaikan SPLDV
		20.7.13 Menggunakan konsep SPLDV dalam menyelesaikan masalah nyata
		20.7.14 Menggunakan konsep sistem koordinat Kartesius dalam menyelesaikan masalah.

## D. Ruang Lingkup

Ruang lingkup materi dalam modul ini meliputi:

1. Sistem Koordinat Kartesius
2. Relasi dan Fungsi
3. Persamaan Linear Satu Variabel
4. Pertidaksamaan Linear Satu Variabel
5. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)
6. Persamaan Kuadrat
7. Fungsi Kuadrat

## E. Saran Cara Penggunaan Modul

Berikut ini beberapa saran dalam cara penggunaan dan pemanfaatan modul.

1. Bacalah modul ini secara runtut, dimulai dari Bab Pendahuluan, agar dapat lebih mudah dan lancar dalam mempelajari kompetensi dan materi dalam modul ini.
2. Bacalah materi pada modul. Materi disusun bersifat ringkas dan padat, sehingga dimungkinkan untuk menelusuri literatur lain yang dapat menunjang penguasaan kompetensi.
3. Lakukan aktivitas belajar yang terdapat pada modul. Dalam melakukan aktivitas belajar tersebut, sesekali dapat melihat kembali materi di dalam modul.
4. Setelah melakukan aktivitas belajar, berusaha sekuat pikiran, untuk menyelesaikan latihan dan/atau tugas yang ada. Jangan tergoda untuk melihat kunci dan petunjuk jawaban. Kemandirian dalam mempelajari modul akan menentukan seberapa jauh penguasaan kompetensi.
5. Setelah memperoleh jawaban atau menyelesaikan tugas, bandingkan dengan kunci atau petunjuk jawaban.

6. Lakukan refleksi berdasarkan proses belajar yang telah dilakukan dan penyelesaian latihan/tugas. Bagian rangkuman dapat dijadikan modal dalam melakukan refleksi. Hasil refleksi yang dapat terjadi antara lain ditemukan beberapa bagian yang harus direviu dan dipelajari kembali, ada bagian yang perlu dipertajam atau dikoreksi, dan lain lain.
7. Setelah mendapatkan hasil refleksi, rencanakan dan lakukan tindak lanjut yang relevan. Baik dalam sesi pelatihan maupun di luar sesi pelatihan.



# Kegiatan Pembelajaran 1

## Koordinat Kartesius

### A. Tujuan

Setelah mengikuti kegiatan pembelajaran ini, melalui uraian materi dan aktivitas yang disajikan, diharapkan guru dapat menyelesaikan masalah yang terkait koordinat Kartesius.

### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Menggunakan konsep sistem koordinat Kartesius dalam menyelesaikan masalah.

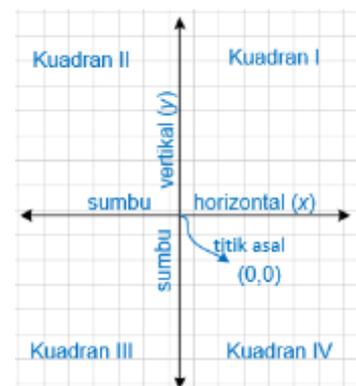
### C. Uraian Materi

Pada tahun 1912, kapal penumpang raksasa *Titanic* melakukan pelayaran pertama dari London ke New York. Dalam pelayaran tersebut, *Titanic* menabrak gunung es dan tenggelam. Pada 1985, lebih dari 70 tahun kemudian, reruntuhannya ditemukan. Para pencari menggunakan garis-garis lintang dan garis bujur untuk menandai lokasi *Titanic* sehingga mereka dapat menemukannya kembali.

Pada suatu peta, kota, jalan, dan bagian-bagian lainnya seringkali lokasinya didasarkan pada garis-garis. Dalam Matematika, lokasi suatu titik ditentukan menggunakan sistem koordinat, bidang koordinat, atau Koordinat Kartesius.

Lokasi setiap titik pada sistem koordinat menggunakan pasangan terurut yang terdiri atas dua bilangan. Bilangan pertama adalah koordinat- $x$ , sedangkan bilangan kedua disebut koordinat- $y$ .

Kedua koordinat berpotongan tegak lurus di titik asal  $(0, 0)$ . Koordinat pertama menentukan posisi titik secara horisontal. Koordinat kedua menunjukkan posisi titik secara vertikal.

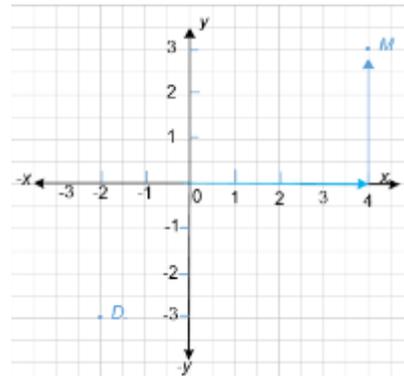


### 1. Pasangan Terurut dan Titik

Tentukan pasangan terurut untuk masing-masing nama titik. Tentukan juga kuadrannya.

#### a. Titik *M*

Langkah 1: Mulai dari titik asal. Bergerak ke kanan sepanjang sumbu-*x* sehingga diperoleh koordinat-*x* titik *B*, yaitu 4.



Langkah 2: Bergerak ke atas sehingga diperoleh koordinat-*y*, yaitu 3.

Jadi, koordinat titik *M* adalah (4,3). Titik *M* berada di Kuadran I.

#### b. Titik *D*

Langkah 1: Mulailah dari titik asal. Bergerak ke kiri pada sumbu-*x* menuju koordinat-*x* titik *D*, yaitu -2.

Langkah 2: Bergerak menuruni sumbu-*y* menuju koordinat-*y*, yaitu -3.

Jadi, koordinat titik *D* adalah (-2, -3). Titik *D* berada di Kuadran III.

Pasangan terurut dapat digambar grafiknya. Pertama gambar titik pada titik yang berkorespondensi dengan pasangan terurutnya. Koordinatnya merupakan petunjuk arah untuk menentukan letak titik tersebut. Perhatikan penjelasan berikut.

### 2. Grafik Pasangan Terurut

Gambarlah pasangan terurut (2, 3)

Untuk menggambar pasangan terurut (2, 3) pada bidang koordinat, ikuti langkah-langkah berikut.

Langkah 1: Buat skala pada setiap sumbu.

Langkah 2: Mulailah dari titik asal. Koordinat pertama, yaitu 2, berarti berapa jauh bergerak secara horisontal.

Langkah 3: Koordinat kedua, yaitu 3, berarti berapa jauh bergerak secara vertikal.

Gambar titik tersebut. Inilah pasangan

Langkah 4: terurut (2, 3).



Titik (2, 3) terletak pada kuadran I.

### 3. Penggunaan

Salah satu cara mendapat poin dalam permainan bola basket adalah tembakan 3-poin.

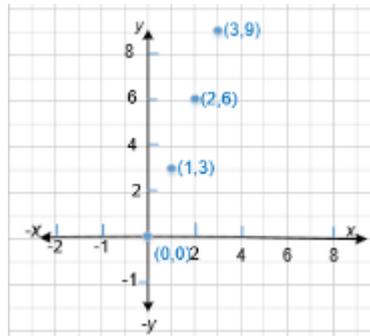
- a. Buat tabel yang berisi pasangan terurut bila dilakukan tembakan 3-poin untuk 0, 1, 2, dan 3 kali tembakan.
- b. Buat grafik pasangan terurutnya. Kemudian gambarkan grafik tersebut.

#### Penyelesaian:

- a. Misal  $x$  merupakan banyak tembakan 3-poin,  $y$  merupakan skor yang diperoleh dan  $(x, y)$  yaitu pasangan terurutnya. Tabelnya sebagai berikut.

$x$	$3x$	$y$	Pasangan terurut $(x, y)$
0	$3(0)$	0	$(0, 0)$
1	$3(1)$	3	$(1, 3)$
2	$3(2)$	6	$(2, 6)$
3	$3(3)$	9	$(3, 9)$

- b. Berdasar tabel, pasangan terurutnya yaitu: (0, 0), (1, 3), (2, 6), dan (3, 9).  
Grafiknya sebagai berikut.



Titik-titik yang dibentuk oleh pasangan terurut nampaknya berada pada suatu garis.

Seperti telah dipelajari sebelumnya, dengan menggunakan pasangan terurut, suatu titik dapat ditentukan letaknya pada bidang koordinat. Perhatikan titik (1, 3) dan (2, 6) pada contoh di atas.

Untuk menentukan jarak antara kedua titik di atas dapat digunakan Dalil Pythagoras. Perhatikan contoh berikut.

#### 4. Jarak antara Dua Titik pada Bidang Koordinat

Tentukan jarak antara titik (1, 3) dan (2, 6).

#### Penyelesaian:

Misal  $c$  adalah jarak antara kedua titik, dengan  $a = 2$  dan  $b = 6$ .

<p><math>c^2 = a^2 + b^2</math> Dalil Pythagoras</p> <p><math>c^2 = 2^2 + 6^2</math> ganti <math>a</math> dengan 2 dan <math>b</math> dengan 6.</p> <p><math>c^2 = 4 + 36</math> Hitung <math>2^2</math> dan <math>6^2</math></p> <p><math>c^2 = 40</math></p> <p><math>c = 2\sqrt{10} = 6,35</math></p>	
--	--

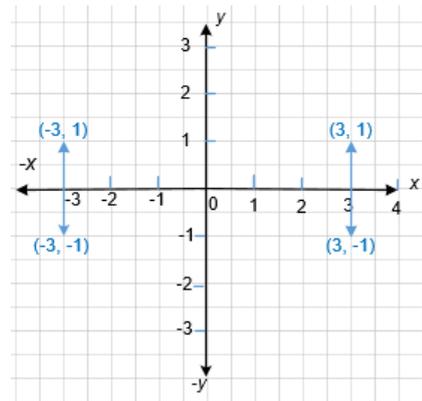
Jadi, jarak antara kedua titik adalah sekitar 6,35 satuan panjang.

### D. Aktivitas Pembelajaran

#### AKTIVITAS 1

Perhatikan empat pasangan terurut pada bidang koordinat berikut ini.

Jelaskan hubungan antara tanda bilangan koordinat pertama dan atau koordinat kedua dan kuadran tempat titik tersebut terletak.



#### Lembar Kerja Aktivitas 1

PASANGAN TERURUT	POSISI KUADRAN	PENJELASAN
(3, 1)	....	.....

#### AKTIVITAS 2

1. Koordinat titik  $R$  yaitu  $(-3, 4)$ . Gambarkan dengan kata-kata sendiri tentang titik  $R$ .
  - a) Berapa koordinat dari titik asal?
  - b) Mengapa titik ini disebut titik asal?

2. Apakah koordinat  $(2, 5)$  dan  $(5, 2)$  menunjukkan lokasi titik yang sama? Jelaskan.

### Lembar Kerja Aktivitas 2

### E. Latihan

- Berpikir Kritis** Apabila grafik himpunan pasangan terurut membentuk garis, grafik tersebut disebut linear. Sebaliknya, grafik tersebut tidak linear. Gambar setiap titik berikut pada bidang koordinat. Kemudian tentukan apakah grafik tersebut linear atau tidak. Berikan alasan.
  - $(-1,-1), (-2,-2), (-3,-3), (-4,-4)$
  - $(-1,1), (2,-2), (-3,3), (-4,-4)$
- Geometri** Tentukan titik-titik  $A(-3,2), B(2,2), C(2,-4)$ , dan  $D(-3,-4)$  pada bidang koordinat yang sama. Hubungkan titik-titik dari  $A$  ke  $B$ ,  $B$  ke  $C$ ,  $C$  ke  $D$ , dan  $D$  ke  $A$ . Bangun apakah yang berbentuk?
- Beni perlu waktu 5 menit memutari lapangan dengan sepedanya. Apabila  $5t$  adalah lambang untuk total waktu yang dibutuhkan dengan  $t$  sebagai banyaknya putaran,
  - Tulis pasangan terurut (banyak putaran, total waktu) untuk 0, 1, 2, dan 3 kali putaran.
  - Buat grafik pasangan-pasangan terurut tersebut. Kemudian gambarkan dengan ringkas grafik tersebut.

## F. Rangkuman

Dalam Matematika, lokasi suatu titik ditentukan menggunakan sistem koordinat, bidang koordinat, atau Koordinat Kartesius. Lokasi setiap titik pada sistem koordinat menggunakan pasangan terurut yang terdiri atas dua bilangan. Bilangan pertama adalah koordinat- $x$ , sedangkan bilangan kedua disebut koordinat- $y$ .

Koordinat Kartesius sering dimanfaatkan untuk menunjukkan lokasi atau posisi suatu benda, atau menunjukkan hubungan antara dua variabel.

## G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Tuliskan konsep apa saja yang penting ketika mempelajari materi dalam modul ini. Mengapa?
2. Bagian manakah dari topik ini yang masih dirasakan sulit untuk dipahami? Mengapa?
3. Tuliskan kesan-kesan setelah mempelajari materi dalam pembelajaran ini. Mengapa hal itu berkesan?
4. Apakah tugas-tugas yang diberikan dalam pembelajaran ini mendorong Anda untuk aktif di kelas? Mengapa?
5. Tuliskan manfaat yang diperoleh setelah Anda mempelajari topik ini.



## Kegiatan Pembelajaran 2

### Relasi Dan Fungsi

#### A. Tujuan

Setelah menyelesaikan kegiatan pembelajaran ini, berdasarkan contoh-contoh peserta dapat menentukan daerah asal relasi, daerah hasil, dan menyatakan suatu relasi dalam berbagai bentuk, dapat menjelaskan perbedaan antara relasi dan fungsi dan menentukan penyelesaian masalah terkait fungsi.

#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menjelaskan pengertian relasi.
2. Menjelaskan pengertian fungsi
3. Membedakan relasi dan fungsi
4. Menerapkan konsep relasi dan fungsi untuk menyelesaikan masalah.

#### C. Uraian Materi

1. Pengertian Relasi dan Cara Menyatakan Relasi

Pemilihan Umum (Pemilu) merupakan bagian dari kehidupan berdemokrasi di negara kita. Sejauh ini, Indonesia telah melaksanakan 11 kali Pemilu dengan partai politik (Parpol) peserta Pemilu yang banyaknya bervariasi. Pemilu pertama dilakukan pada 1955 diikuti oleh 29 parpol dan Pemilu terakhir dilaksanakan pada 2014 yang diikuti oleh 29 parpol. Tabel di samping menunjukkan banyak parpol dari Pemilu ke-1 hingga Pemilu ke-11.

Partai Politik Peserta Pemilihan Umum 1955 – 2014											
Tahun	55	71	76	81	86	91	96	01	06	10	14
Banyak	29	10	3	3	3	3	3	48	24	44	10

Data dapat juga disajikan juga dalam bentuk himpunan pasangan terurut. Data banyak Parpol peserta Pemilu ke-1 hingga Pemilu ke-11 di atas bila disajikan dalam bentuk **himpunan pasangan terurut** yaitu sebagai berikut.

$\{(55,29), (71,10), (77,3), (82,3), (87, 3), (92,3), (97,3), (99,48), (04,24), (09,44), (14,10)\}$

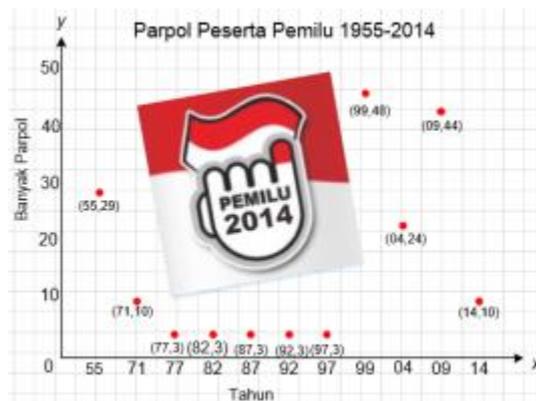
Himpunan pasangan terurut seperti pada banyak Parpol peserta Pemilu yang dibicarakan di atas merupakan **relasi**. Himpunan semua koordinat pertama dari pasangan terurut, atau **koordinat-x**, disebut **daerah asal** relasi tersebut. Himpunan semua koordinat kedua, atau **koordinat-y**, disebut **daerah hasil**.

Daerah asal dan daerah hasil relasi ini yaitu sebagai berikut:

Daerah asal:  $\{55, 71, 77, 82, 87, 92, 97, 99, 04, 09, 14\}$

Daerah hasil:  $\{29, 10, 3, 3, 3, 3, 3, 48, 24, 44, 10\}$  atau  $\{29, 10, 3, 48, 24, 44, 10\}$

Relasi dapat dinyatakan dalam bentuk grafik pada bidang koordinat. Perhatikan kembali relasi tentang Pemilu yang dibicarakan di atas. Berdasarkan himpunan pasangan terurutnya, relasi ini dapat dinyatakan dalam bentuk grafik di samping.



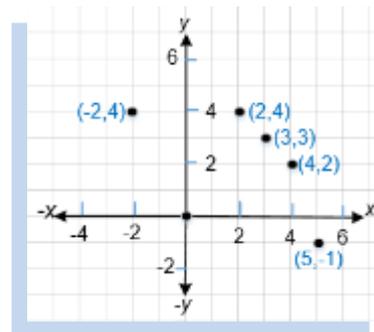
Berdasarkan uraian di atas, suatu relasi dapat ditunjukkan dengan beberapa cara. Tiga di antaranya yaitu: pasangan terurut, tabel, dan grafik.

Pasangan Terurut	Tabel	Grafik								
$(-1, -1)$ $(0, 2)$ $(1, 3)$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-1</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	-1	-1	0	2	1	3	
x	y									
-1	-1									
0	2									
1	3									

**Contoh:**

1. Nyatakan relasi  $\{(-2, 4), (2, 5), (3, 3), (4, 2), (5, -1)\}$  ke dalam bentuk tabel dan grafik. Kemudian tentukan daerah asal dan hasilnya.

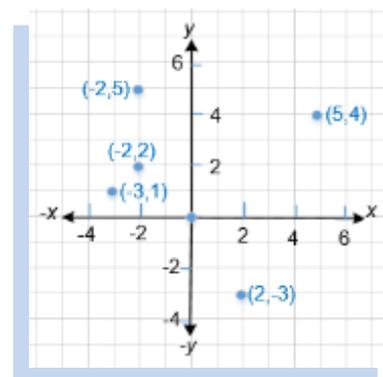
x	y
-2	4
2	4
3	3
4	2
5	-1



Daerah asalnya yaitu:  $\{-2, 2, 3, 4, 5\}$

daerah hasilnya yaitu:  $\{4, 3, 2, -1\}$  (4, anggota yang sama, ditulis satu kali)

2. Nyatakan relasi yang grafiknya di samping ke dalam bentuk tabel dan himpunan pasangan terurut. Kemudian tentukan daerah asal dan hasilnya.



**Penyelesaian:**

$x$	$y$
-3	1
-2	5
-2	2
2	-3
5	4

Himpunan pasangan terurutnya adalah:

$\{(-3, 1), (-2, 5), (-2, 2), (2, -3), (5, 4)\}$ .

Daerah asalnya yaitu:  $\{-3, -2, 2, 5\}$

dan Daerah hasilnya yaitu:  $\{1, 5, 2, -3, 4\}$ .

Dalam banyak situasi, nilai skala pada sumbu- $X$  dan atau sumbu- $Y$  tidak dimulai dari titik asal  $O$ . Perhatikan contoh selanjutnya.

3. Tabel berikut menunjukkan banyak penduduk DKI menurut beberapa sensus.

Tahun	1971	1980	1990	2000	2010
Penduduk (juta)	4,6	6,5	8,3	8,5	9,6

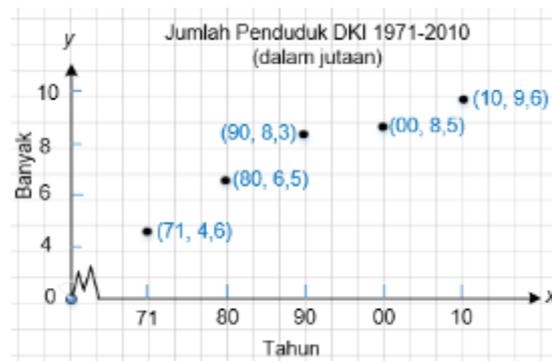
- Tentukan daerah asal dan hasilnya.
- Gambar grafiknya
- Pada dasawarsa berapa terjadi peningkatan penduduk terbesar?

**Penyelesaian:**

- Daerah asalnya yaitu:  $\{1971, 1980, 1990, 2000, 2010\}$

Daerah hasilnya yaitu:  $\{4,6, 6,5, 8,3, 8,5, 9,6\}$

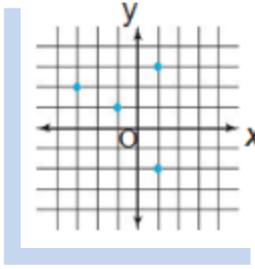
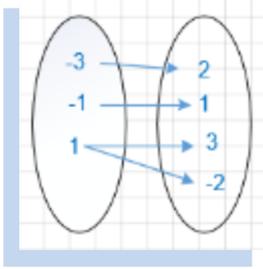
- Grafiknya sebagai berikut

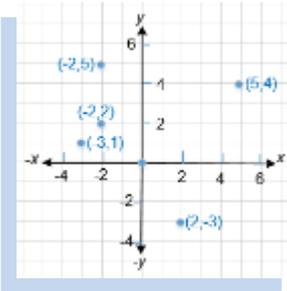
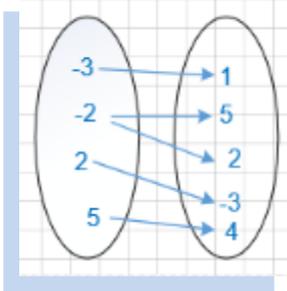


c. Peningkatan jumlah penduduk tertinggi pada dasawarsa 80-an.

2. Pengertian Fungsi dan Notasinya

Pada pembelajaran sebelumnya telah diberikan pengertian relasi dan beberapa contoh dan empat cara menyatakannya. Berikut empat contoh relasi yang disajikan dalam bentuk tabel, pasangan terurut, grafik, dan diagram panah.

Tabel	Pasangan Terurut	Grafik	Diagram Panah										
(1.a) <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-3</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>-2</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	-3	2	-1	1	1	3	1	-2	(1.b)  (-3, 2)  (-1, 1)  (1, 3)  (1, -2)	(1.c)  	(1.d)  
x	y												
-3	2												
-1	1												
1	3												
1	-2												

(2.a) <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-3</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	-3	1	-2	5	-2	2	2	-3	5	4	(2.b)  (-3, 1)  (-2, 5)  (-2, 2)  (2, -3)  (5, 4)	(2.c)  	(2.d)  
x	y														
-3	1														
-2	5														
-2	2														
2	-3														
5	4														

Kedua contoh di atas merupakan relasi tetapi tidak merupakan fungsi. Perhatikan hubungan anggota daerah asal dan daerah hasilnya. Apakah ciri-cirinya? Bagaimana dengan relasi-relasi di bawah ini?

Tabel	Pasangan Terurut	Grafik	Diagram Panah												
<p>(3.a)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>-1</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	-2	4	2	4	3	3	4	2	5	-1	<p>(3.b)</p> <p>(-2, 4)</p> <p>(2, 4)</p> <p>(3, 3)</p> <p>(4, 2)</p> <p>(5, -1)</p>	<p>(3.c)</p>	<p>(3.d)</p>
x	y														
-2	4														
2	4														
3	3														
4	2														
5	-1														

<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-1</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table> <p>(4.a)</p>	x	y	-1	-1	0	2	1	3	<p>(4.b)</p> <p>(-1, -1)</p> <p>(0, 2)</p> <p>(1, 3)</p>	<p>(4.c)</p>	<p>(4.d)</p>
x	y										
-1	-1										
0	2										
1	3										

Kedua contoh di atas merupakan relasi sekaligus merupakan fungsi. Perhatikan hubungan anggota daerah asal dan daerah hasilnya. Apakah ciri-cirinya?

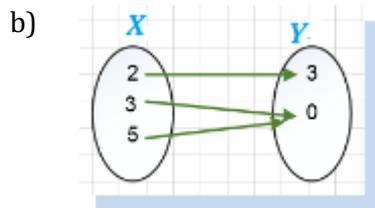
Fungsi adalah relasi yang masing-masing anggota daerah asal berpasangan dengan tepat satu anggota daerah hasil.

Berikut beberapa relasi merupakan fungsi dan bukan fungsi beserta penjelasannya.

- a) Himpunan pasangan terurut berikut merupakan fungsi.

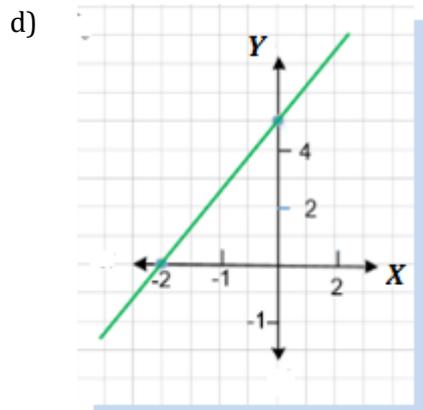
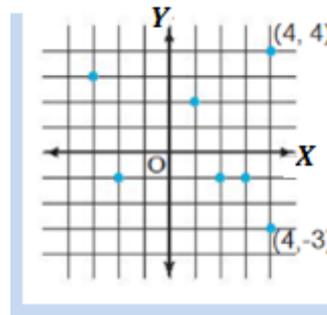
$$\{(5, 2), (3, 5), (-2, 3), (-5, 1)\}$$

Karena masing-masing anggota daerah asal berpasangan dengan tepat satu anggota daerah hasil, relasi ini merupakan fungsi.



Pemetaan antara  $X$  dan  $Y$  melambangkan fungsi karena hanya ada satu hubungan antara anggota daerah hasil untuk setiap anggota daerah asal.

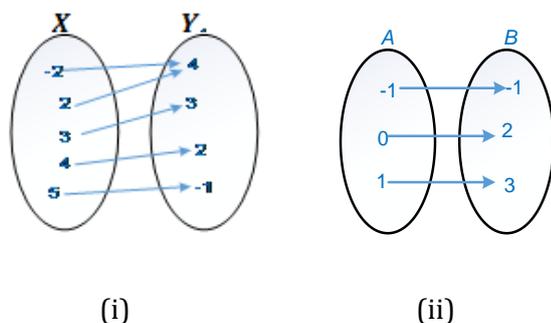
- c) Grafik di samping menggambarkan relasi yang bukan fungsi. Perhatikan titik-titik dengan pasangan terurutnya  $(4, -3)$  dan  $(4, 4)$ . Anggota 4 pada daerah asal berpasangan dengan  $-3$  dan  $4$  pada daerah hasil.



Pemetaan dari himpunan  $X$  ke  $Y$  di samping melambangkan suatu fungsi karena setiap nilai  $x$  (anggota daerah asal) berkorespondensi dengan tepat satu nilai  $y$  (anggota daerah hasil). Apakah perbedaan antara daerah asal fungsi terakhir ini dengan beberapa contoh sebelumnya?

### 3. Korespondensi 1-1

Perhatikan kembali Contoh 3 dan 4 yang diagram panahnya disajikan kembali seperti berikut ini.



Perhatikan Diagram panah (i). Dengan definisi, relasi dari  $X$  ke  $Y$  merupakan fungsi. Apakah relasi dari himpunan  $Y$  ke  $X$  merupakan suatu fungsi?

Perhatikan juga diagram panah (ii). Dengan definisi, relasi dari himpunan  $A$  ke  $B$  juga merupakan fungsi. Apakah relasi dari himpunan  $B$  ke  $A$  merupakan suatu fungsi?

- Apakah perbedaan antara relasi-relasi tersebut?
- Apakah persamaan antara relasi-relasi tersebut?

Suatu relasi dari himpunan  $A$  ke  $B$  dikatakan berkorespondensi 1-1 apabila setiap anggota  $A$  berpasangan dengan tepat satu anggota  $B$  dan setiap anggota  $B$  berpasangan dengan tepat satu anggota  $A$ .

### 4. Nilai Fungsi

Persamaan, seperti  $y = 3x + 5$ , dapat ditulis dalam bentuk **notasi fungsi** yaitu  $f(x) = 3x + 5$ . Pada fungsi  $f(x)$ ,  $x$  mewakili unsur dari **daerah asal**, dan  $f(x)$  mewakili **daerah hasil**. Sebagai contoh,  $f(2)$  merupakan unsur pada daerah hasil yang berkoresponden dengan bilangan 2 pada daerah asal. Selanjutnya,  $f(2)$  disebut **nilai fungsi** dari  $f$  untuk  $x = 2$ .

Berikut ini proses untuk menentukan nilai  $f(2)$ . Pasangan terurut  $(2, 11)$  merupakan penyelesaian dari fungsi  $f$ .

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 3x + 6 \\
 f(2) &= 3 \cdot 2 + 6 && \text{Ganti } x \text{ dengan } 2 \\
 f(2) &= 6 + 6 && \text{Kalikan} \\
 &= 12 && \text{Jumlahkan}
 \end{aligned}$$

**Contoh:** Diberikan  $f(x) = 2x - 3$ . Tentukan masing-masing nilainya untuk  $x = -\frac{1}{4}$  dan  $x = 2c$ .

a.  $f(-\frac{1}{4})$

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 2x - 3 \dots\dots\dots && \text{Substitusikan } -\frac{1}{4} \text{ pada } x \\
 f(-\frac{1}{4}) &= 2(-\frac{1}{4}) - 3 \dots && \text{Kalikan} \\
 &= -\frac{1}{2} - 3 \dots\dots && \text{Jumlahkan} \\
 &= -3\frac{1}{2} \dots\dots\dots && \text{Sederhanakan}
 \end{aligned}$$

b.  $f(2c)$

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 2x - 3 \\
 f(2c) &= 2 \cdot 2c - 3 \dots\dots\dots && \text{Substitusikan } 2c \text{ pada } x \\
 &= 4c - 3 && \text{Kalikan}
 \end{aligned}$$

c. Para Antropolog menggunakan panjang tulang tertentu dari kerangka manusia untuk mengestimasi tinggi orang tersebut semasa hidupnya. Salah satu tulang tersebut yaitu tulang *femur* atau tulang paha (dari pinggul ke lutut). Untuk mengestimasi tinggi seorang perempuan

dengan *femur* yang panjangnya  $x$ , fungsi  $h(x) = 61,41 + 2,32x$  dapat digunakan. Berapakah tinggi (dalam cm) perempuan yang kerangka *femurnya* 46 cm?

**Penyelesaian:**

$$h(x) = 61,41 + 2,32x \text{ Diketahui}$$

$$h(46) = 61,41 + 2,32(46) \quad \text{Substitusikan } 2c \text{ pada } x$$

$$= 168,13 \quad \text{Sederhanakan.}$$

Jadi, tinggi perempuan tersebut sekitar 168 cm.

5. Merumuskan Suatu Fungsi

Pada bagian terdahulu, kita diminta menentukan nilai suatu fungsi. Pada bagian ini, kita akan menentukan bentuk suatu fungsi apabila diberikan beberapa data.

**Contoh:**

Diketahui  $f(x) = 2x + b$  untuk semua harga  $x$ . Apabila  $f(1) = 3$ , tentukan bentuk fungsi  $f(x)$ .

**Penyelesaian:**

Karena  $f(x) = 2x + b$  dan  $f(1) = 3$ , maka diperoleh  $f(1) = 2(1) + b$ .

$$\Leftrightarrow 3 = 2(1) + b$$

$$\Leftrightarrow 3 - 2 = b \Leftrightarrow 1 = b \Leftrightarrow b = 1$$

Jadi, bentuk fungsi adalah  $f(x) = 2x + 1$ .

Bentuk fungsi dapat ditentukan pula dari sebuah tabel seperti contoh-contoh berikut ini.

**Contoh:**

Tulislah bentuk fungsi yang mewakili data pada tabel di samping.

**Penyelesaian:**

Setiap bilangan di kolom kedua adalah hasil kali bilangan pada kolom pertama dan  $-4$ .

$n$	$f(n)$
1	-4
2	-8
3	-12
4	-16

$$1 \times (-4) = -4$$

$$2 \times (-4) = -8$$

$$3 \times (-4) = -12$$

$$4 \times (-4) = -16$$

Jadi, bentuk fungsinya adalah  $f(n) = n \times (-4)$  atau  $f(n) = -4n$  dengan  $n \in \{1, 2, 3, 4\}$ .

Kadang-kadang bentuk fungsi yang mewakili data pada suatu tabel tidak mudah ditemukan.

**Contoh**

Tulis bentuk fungsi yang digambarkan oleh data pada tabel di samping.

**Penyelesaian:**

Apabila 1, 2, 3, dan 4 dikalikan dengan 3 hasilnya adalah 3, 6, 9, dan 12.

$n$	$f(n)$
1	2
2	5
3	8
4	11

Setiap bilangan pada kolom dua adalah bilangan kelipatan 3 dari bilangan pada kolom pertama dikurangi 1.

$$(3 \times 1) - 1 = 2$$

$$(3 \times 2) - 1 = 5$$

$$(3 \times 3) - 1 = 8$$

$$(3 \times 4) - 1 = 11$$

Jadi, aturan fungsinya adalah  $f(n) = 3n - 1$ ,  $n \in \{1, 2, 3, 4\}$ .

## 6. Grafik Fungsi

Seperti telah dibahas pada relasi, hubungan antara variabel bebas dan variabel terikat dapat dinyatakan dalam bentuk grafik.

Perhatikan fungsi yang melambangkan jarak yang ditempuh dalam lintas alam  $d = 2t$  atau  $f$  dengan  $f(t) = 2t$ .

Jika  $t$  dipilih berturut-turut 0, 1, 2, 3, dan 4 akan diperoleh:

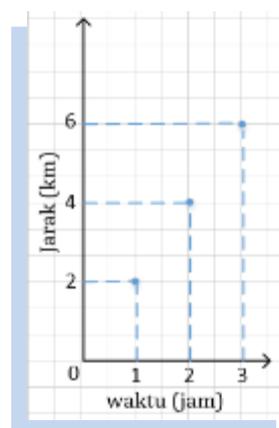
$$f(0) = 0$$

$$f(1) = 2$$

$$f(2) = 4$$

$$f(3) = 6$$

$$f(4) = 8$$



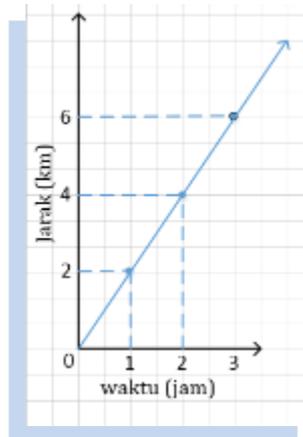
Pasangan nilai  $t$  dan nilai  $f$  seperti di atas dapat pula dituliskan  $(0, 0)$ ,  $(1, 2)$ ,  $(2, 4)$ ,  $(3, 6)$ , dan  $(4, 8)$  yang diketahui sebagai pasangan terurut.

Dalam bidang Kartesius, absis dan ordinat berturut-turut diberi simbol  $x$  dan  $y$ . Bentuk umum pasangan terurut suatu titik disimbolkan dengan  $(x, y)$ .

Salin grafik  $f(t) = 2t$  di atas pada kertas berpetak. Tambahkan titik lainnya, lalu hubungkan titik-titik tersebut.

- Apakah yang diperoleh jika titik-titik tersebut dihubungkan?
- Gunakan grafik untuk memperkirakan jarak yang ditempuh setelah 2,5 jam perjalanan. Kemudian 0,5 jam dan 3,1 jam.
- Manakah yang lebih baik, grafik yang hanya terdiri atas titik-titik atau garis? Jelaskan.

Dengan menghitung jarak yang ditempuh setelah 0,5 jam, 2,5 jam, dan 3,1 jam berarti daerah asal fungsi telah berubah dari bilangan cacah menjadi bilangan nyata positif dan nol. Grafiknya adalah seperti berikut.



D. Aktivitas Pembelajaran

**AKTIVITAS 1**

Gunakan internet atau sumber lain untuk mencari beberapa data yang membentuk relasi. Nyatakan data tersebut dalam bentuk pasangan terurut, tabel, grafik, dan cara lain yang memungkinkan.

Lembar Kerja Aktivitas 1

Nama Relasi	Pasangan Terurut	Tabel	Grafik	Cara Lain
...				

**AKTIVITAS 2**

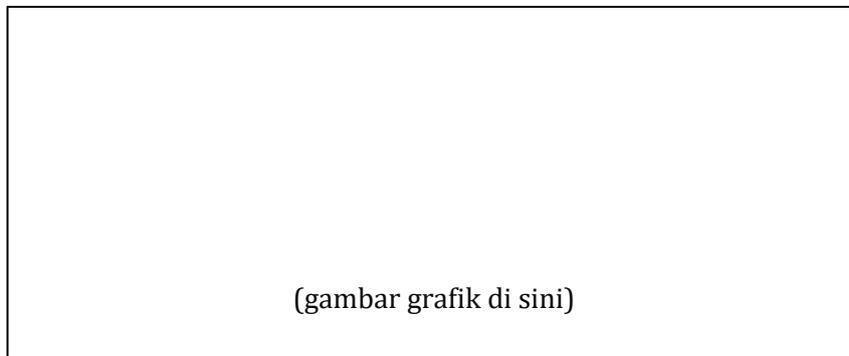
Untuk memeriksa apakah suatu relasi merupakan fungsi Anda dapat menggunakan **uji garis vertikal** pada grafik relasi tersebut. Lakukan kegiatan sebagai berikut:

1. Gambar grafik suatu relasi pada bidang koordinat,

2. Tempatkan sebatang pensil di sebelah kiri grafik tersebut secara vertikal untuk mewakili garis vertikal
3. Gerakkan pensil tersebut ke kanan melewati grafik tersebut.
  - a. Tentukan beberapa pasangan terurut yang dilalui garis vertikal.
  - b. Untuk setiap nilai  $x$ , apakah garis vertikal ini melalui tepat satu titik pada grafik.

Berdasarkan kegiatan di atas, apakah kesimpulan Anda tentang relasi yang Anda berikan?

#### Lembar Kerja Aktivitas 2



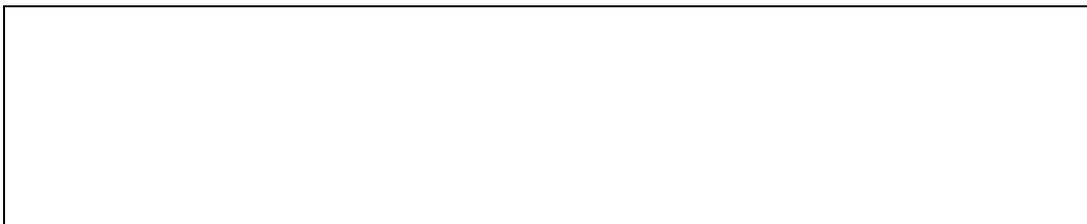
letakkan pensil di sini

Kesimpulan

#### AKTIVITAS 3

Beri contoh satu relasi yang **bukan** merupakan fungsi. Berikan alasan mengapa relasi yang dicontohkan bukan fungsi. Apa yang harus dilakukan sehingga relasi tersebut dapat diubah menjadi fungsi. Kemudian tunjukkan kebenarannya.

#### Lembar Kerja Aktivitas 3



**AKTIVITAS 4**

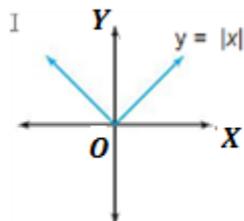
Misal pendapatan seorang pemangkas rambut dalam satu hari dinyatakan dengan fungsi  $f(r) = 12500r - 25000$ , dengan  $r$  adalah banyak pelanggan pada hari tersebut.

1. Gambar grafik fungsi penghasilan tersebut untuk  $r \in \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, 15\}$ .
2. Jelaskan mengapa grafik di atas tidak dapat dinyatakan sebagai garis lurus.
3. Tafsirlah konstanta pada fungsi di atas.

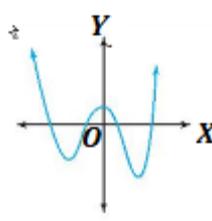
Lembar Kerja Aktivitas 4

**E. Latihan**

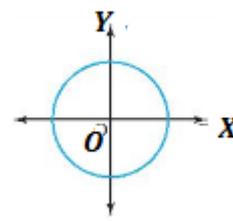
1. Gunakan **uji garis vertikal** untuk menentukan apakah masing-masing relasi berikut merupakan fungsi.



(a)



(b)



(c)

2. **Berpikir Kritis** Perhatikan fungsi-fungsi  $h(x) = 2x - 5$  dan  $g(x) = 3x + 2$ 
  - a. Untuk nilai  $x$  berapakah  $h(x)$  dan  $g(x)$  akan sama?
  - b. Gambar grafik  $h(x)$  dan  $g(x)$ . Gambarkan dengan ringkas grafik yang diperoleh.
3. **Lalu Lintas** Waktu (dalam detik) lamanya lampu kuning menyala dinyatakan dalam fungsi  $t(s) = 0,05s + 1$ , dengan  $s$  melambangkan batas kecepatan di jalan

tersebut. Berapa lama lampu kuning akan tetap menyala apabila batas kecepatan di jalan itu 72 km per jam?

4. **Analisis Kesalahan** Nisa mengatakan bahwa grafik setiap garis lurus mewakili suatu fungsi. Lina berpendapat lain. Katanya ada grafik garis lurus belum mewakili suatu fungsi. Siapa yang salah? Berikan alasan.

## F. Rangkuman

Suatu relasi dapat dinyatakan dengan beberapa cara antara lain pasangan terurut, tabel, dan grafik. Fungsi merupakan relasi yang masing-masing anggota daerah asal berpasangan dengan tepat satu anggota daerah hasil. Suatu pemetaan dari himpunan  $A$  ke  $B$  dikatakan berkorespondensi 1-1 apabila setiap anggota  $A$  berpasangan dengan tepat satu anggota  $B$  dan setiap anggota  $B$  berpasangan dengan tepat satu anggota  $A$ .

## G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Tuliskan konsep apa saja yang penting ketika mempelajari relasi dan fungsi. Mengapa?
2. Bagian manakah dari topik ini yang masih dirasakan perlu dipelajari lebih lanjut? Mengapa?
3. Tuliskan kesan-kesan setelah mempelajari materi ini. Mengapa hal itu berkesan?
6. Apakah tugas-tugas yang diberikan dalam pembelajaran ini mendorong Anda untuk aktif di kelas? Mengapa?
7. Tuliskan manfaat yang diperoleh setelah Anda mempelajari Kegiatan Pembelajaran ini.

## Kegiatan Pembelajaran 3

### Persamaan Linear Satu Variabel

#### A. Tujuan

Peserta pelatihan dapat menjelaskan tentang persamaan linear satu variabel dan mampu menyelesaikan masalah yang terkait persamaan linear satu variabel.

#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menjelaskan pengertian persamaan linear satu variabel
2. Menyelesaikan persamaan linear satu variabel
3. Menggunakan konsep persamaan linear satu variabel untuk menyelesaikan masalah nyata.

#### C. Uraian Materi

##### 1. Pengertian Persamaan Linear Satu Variabel

Apakah persamaan itu? Suatu persamaan dapat diibaratkan seperti timbangan yang selalu seimbang pada kedua sisinya seperti pada Gambar 1 di bawah ini.

Gambar di samping memperlihatkan sebuah timbangan yang setimbang. Perhatikan bahwa pada anak timbangan sebelah kiri terdapat sebuah bola bertuliskan  $x + 5$ . Sedangkan pada anak timbangan sebelah kanan terdapat bola bertuliskan angka 9. Keadaan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan  $x + 5 = 9$ .



Persamaan linear satu variabel adalah kalimat terbuka dengan satu variabel berpangkat satu dan dihubungkan dengan tanda sama dengan (=). Bentuk umum persamaan linear satu variabel dengan variabel  $x$  dan konstanta  $b$  adalah  $ax + b = 0$ , dengan  $a$  koefisien dari  $x$  dan  $a \neq 0$ .

Contoh : Dari persamaan-persamaan berikut, tentukan persamaan yang merupakan persamaan linear satu variabel: (a)  $3t + 6 = 12$ , (b)  $p - 4q = 8$ , (c)  $4k^2 = 28$ .

Penyelesaian:

- a.  $3t + 6 = 12$  merupakan persamaan linear satu variabel karena pangkat dari variabel  $t$  adalah satu. Koefisien dari  $t$  adalah 3, konstantanya 6 dan 12.
- b.  $p - 4q = 8$  bukan merupakan persamaan linear satu variabel karena persamaan tersebut memiliki dua variabel, yaitu  $p$  dan  $q$ . Koefisien dari  $p$  adalah 1, koefisien dari  $q$  adalah  $-4$ , konstantanya 8.
- c.  $4k^2 = 28$  bukan merupakan persamaan linear karena pangkat variabelnya, yaitu  $k$  adalah 2.

Selanjutnya perhatikan persamaan  $3t + 6 = 12$ . Jika  $t$  diganti dengan 2, maka persamaan berubah menjadi  $3 \times 2 + 6 = 12$  merupakan kalimat yang benar, dalam hal ini 2 disebut akar atau penyelesaian dari persamaan linear tersebut. Jika  $t$  diganti dengan bilangan lain, misalnya  $t$  diganti 5 (ditulis  $t = 5$ ), maka persamaan menjadi  $3 \times 5 + 6 = 21$  merupakan pernyataan yang salah, sehingga 5 bukan akar dari persamaan tersebut. Pengganti variabel (peubah) sehingga suatu persamaan menjadi pernyataan yang benar disebut *akar* atau *penyelesaian* dari persamaan.

2. Menyelesaikan Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV)

a. Menyelesaikan PLSV dengan cara runut-balik (*Backtracking*)

Untuk menyelesaikan persamaan linear dapat dilakukan dengan cara runut-balik (*backtracking*), yaitu menggambar *flow chart* dan melakukan runut-balik. Sebagai contoh, masalah berikut dapat dinyatakan dalam suatu *flow chart*.

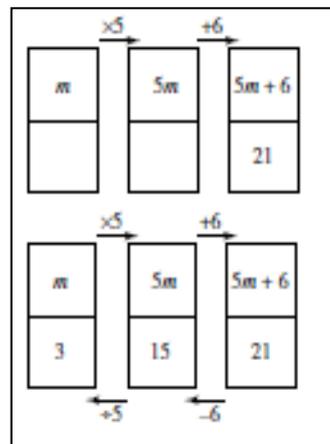
Berpikir

“Saya memikirkan suatu bilangan. Jika saya mengalikan dengan 5 dan kemudian menambahkan dengan 6, jawabannya adalah 21. Bilangan apakah itu?”

Misalkan bilangan tersebut adalah  $m$ . Kalikan  $m$  dengan 5, kemudian tambahkan 6, hasilnya 21.

Dengan runut-balik 21 dikurangi 6 sama dengan 15, kemudian 15 dibagi 5 diperoleh bilangan 3.

Menulis



Contoh: Gambarlah *flow chart* untuk menyatakan masalah berikut kemudian selesaikan dengan runut-balik. “Saya memikirkan sebuah bilangan. Jika saya mengalikan dengan 4 dan kemudian menambahkan 3 hasilnya adalah 14”.

Penyelesaian:

Berpikir

1) Menyusun ekspresi pada ruas kiri dari persamaan menggunakan  $x$ .

Kalikan 4 dan tambahkan 2. Hasilnya 14.

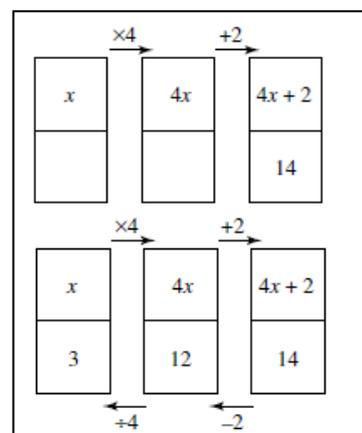
2) Runut-balik untuk menentukan nilai  $x$

Operasi invers dari +2 adalah  $-2$ , ( $14 - 2 = 12$ )

Operasi invers dari  $\times 4$  adalah  $: 4$ , ( $12 : 4 = 3$ )

Jadi  $x = 3$ . Bilangan tersebut adalah 3.

Menulis



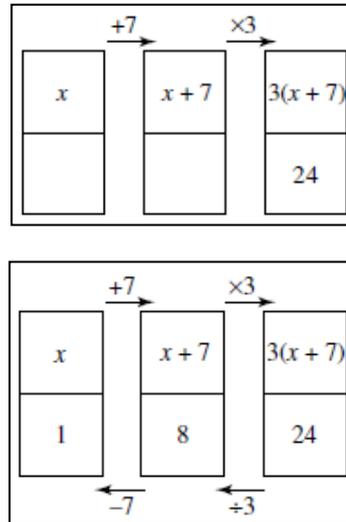
Contoh: Selesaikan persamaan  $3(x + 7) = 24$  dengan cara runut-balik.

Penyelesaian:

Berpikir

- 1) Susun ekspresi pada ruas kiri dari persamaan. Mulai dengan  $x$ , tambahkan 7 dan kalikan dengan 3. Hasilnya adalah 24.
- 2) Runut-kembali untuk memperoleh nilai  $x$ .  
Operasi invers dari  $\times 3$  adalah  $:3$ , ( $24 : 3 = 8$ ).  
Operasi Invers dari  $+7$  adalah  $-7$ , ( $8 - 7 = 1$ ).
- 3) Jawab  $x = 1$ .

Menulis



Gambar 9.4 Flow Chart

Contoh: Sederhanakan dan kemudian selesaikan persamaan berikut dengan cara runut-kembali,  $5x + 13 + 2x - 4 = 23$ .

Penyelesaian:

Berpikir

Sederhanakan persamaan  $5x + 13 + 2x - 4 = 23$  dengan menjumlahkan suku-suku sejenis pada ruas kiri persamaan.

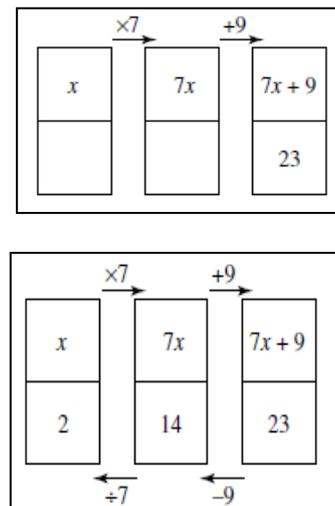
$$7x + 9 = 23$$

$$5x + 2x = 7x; 13 - 4 = 9$$

- 1) Gambar *flow chart* dan susun ekspresi  $7x + 9$ .  
Mulai dengan  $x$ , kalikan dengan 7 dan tambahkan 9. Hasilnya adalah bilangan 23.
- 2) Runut-kembali untuk memperoleh  $x$ .

Invers dari  $+9$  adalah  $-9$ , ( $23 - 9 = 14$ )

Menulis



Invers dari  $\times 7$  adalah  $: 7$ , ( $14 : 7 = 2$ )

3) Jawabannya nilai  $x$  adalah 2.

#### b. Menyelesaikan PLSV dengan Cara Substitusi

Untuk menyelesaikan PLSV selain dengan runut-balik dapat dilakukan dengan cara substitusi, yaitu dengan mengganti variabelnya dengan sebuah bilangan yang telah ditentukan sehingga persamaan menjadi kalimat yang benar.

Contoh : Tentukan penyelesaian dari persamaan : (1)  $x + 14 = 17$ , (2)  $9y = 45$ .

Penyelesaian:

1) Untuk menemukan penyelesaian dari  $x + 14 = 17$ , ganti variabel  $x$  pada persamaan tersebut dengan sebuah bilangan agar diperoleh pernyataan yang benar. Untuk  $x = 2$ , maka  $2 + 14 = 16$  (salah); Untuk  $x = 3$ , maka  $3 + 14 = 17$  (benar); Untuk  $x = 4$ , maka  $4 + 14 = 18$  (salah).

Dengan demikian,  $x = 3$  merupakan penyelesaian  $x + 14 = 17$ .

2) Untuk menyelesaikan  $9y = 45$ , ganti variabel  $y$  pada persamaan tersebut dengan sebuah bilangan sehingga menjadi pernyataan yang benar.

Untuk  $y = 4$ , maka  $9 \cdot 4 = 36$  (salah); Untuk  $y = 5$ , maka  $9 \cdot 5 = 45$  (benar); Untuk  $y = 6$ , maka  $9 \cdot 6 = 54$  (salah).

Jadi 5 merupakan penyelesaian dari persamaan  $9y = 45$ .

Menyelesaikan persamaan linear selain dengan cara substitusi seperti di atas dapat juga dilakukan dengan mengubah menjadi persamaan linear yang ekuivalen dengan persamaan semula.

#### c. Keekuivalenan pada Persamaan Linear Satu Variabel

Untuk menyelesaikan persamaan linear satu variabel dapat digunakan keekuivalenan pada persamaan linear satu variabel. Sebagai contoh : Tentukan penyelesaian persamaan linear  $x + 4 = 8$ . Untuk menyelesaikan persamaan tersebut perhatikan ilustrasi pada Gambar 2 di bawah ini.

Gambar di samping memperlihatkan sebuah timbangan yang setimbang. Timbangan tersebut menyatakan persamaan linear  $x + 4 = 8$ . Apabila pada anak timbangan disebelah kiri ditambahkan bola bertuliskan angka  $-4$ , maka timbangan tersebut menjadi tidak setimbang. Agar timbangan tersebut setimbang kembali, maka pada anak timbangan sebelah kanan juga harus ditambahkan bola bertuliskan angka  $-4$ , seperti pada gambar di samping.



Keadaan tersebut ditulis dalam bentuk kalimat matematika seperti berikut.

$$\begin{aligned} x + 4 &= 8 \\ \Leftrightarrow x + 4 - 4 &= 8 - 4 \\ \Leftrightarrow x &= 4 \end{aligned}$$



Hasil tersebut jika digambarkan dalam bentuk timbangan pada gambar di samping.



Jadi penyelesaian dari persamaan tersebut 4 (atau:  $x$  bernilai 4).

Contoh:

Tentukan penyelesaian dari persamaan linear satu variabel berikut:

a)  $8y - 10 = y - 3$ , b)  $\frac{2a}{4} + 13 = 41$ , c)  $\frac{3x+2}{3} - \frac{4x+1}{2} = \frac{6x-3}{4}$ .

Penyelesaian:

a)  $8y - 10 = y - 3$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow 8y - 10 - y &= y - 3 - y \Leftrightarrow 7y - 10 = -3 \Leftrightarrow 7y - 10 + 10 = -3 + 10 \\ \Leftrightarrow 7y &= 7 \Leftrightarrow y = 1\end{aligned}$$

Dengan demikian, penyelesaian persamaan  $8y - 10 = y - 3$  adalah 1.

b)  $\frac{2a}{4} + 13 = 41$

$$\left(\frac{2a}{4} + 13\right) \times 4 = 41 \times 4 \Leftrightarrow 2a + 52 = 164 \Leftrightarrow 2a + 52 - 52 = 164 - 52$$

$$\Leftrightarrow 2a = 112 \Leftrightarrow a = 56$$

Dengan demikian, penyelesaian persamaan  $\frac{2a}{4} + 13 = 41$  adalah 56.

c)  $\frac{3x+2}{3} - \frac{4x+1}{2} = \frac{6x-3}{4}$

$$\Leftrightarrow 12\left(\frac{3x+2}{3} - \frac{4x+1}{2}\right) = 12\left(\frac{6x-3}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow 4(3x+2) - 6(4x+1) = 3(6x-3) \Leftrightarrow 12x+8-24x-6=18x-9$$

$$\Leftrightarrow 12x-24x+2=18x-9 \Leftrightarrow 12x-24x+2-2=18x-9-2$$

$$\Leftrightarrow -12x-18x=18x-18x-11 \Leftrightarrow -40x=-11 \Leftrightarrow x=\frac{11}{40}$$

Jadi penyelesaiannya adalah  $\frac{11}{40}$ .

Berdasarkan contoh-contoh di atas, dapat disimpulkan bahwa:

Suatu persamaan linear satu variabel akan tetap ekuivalen jika dilakukan operasi-operasi berikut.

- (1) Menambah kedua ruas dengan bilangan yang sama
- (2) Mengurangi kedua ruas dengan bilangan yang sama
- (3) Mengalikan kedua ruas dengan bilangan yang sama yang tidak nol.
- (4) Membagi kedua ruas dengan bilangan yang sama yang tidak nol.

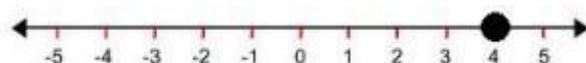
d. Menyatakan Penyelesaian Persamaan Linear Satu Variabel pada Garis Bilangan

Penyelesaian suatu persamaan linear satu variabel dapat digambarkan pada garis bilangan.

Contoh: Tentukan penyelesaian persamaan  $3x + 6 = 18$ . Kemudian, nyatakan penyelesaian tersebut pada garis bilangan.

Penyelesaian :  $3x + 6 = 18 \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = 4$ .

Persamaan  $3x + 6 = 18$  ekuivalen dengan  $x = 4$ . Jadi Penyelesaian persamaan itu adalah 4. Apabila penyelesaian tersebut digambarkan pada garis bilangan, maka akan menjadi seperti berikut.



Tanda (●) pada garis bilangan tersebut menyatakan bahwa penyelesaian persamaan  $3x + 6 = 18$  adalah 4.

### 3. Aplikasi Persamaan Linear Satu Variabel

Dalam kehidupan sehari-hari, persamaan linear satu variabel banyak digunakan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan seperti menghitung luas sawah, taman, kolam ikan dan lain sebagainya. Biasanya permasalahan tersebut tersaji dalam bentuk soal cerita. Untuk menyelesaikan permasalahan sehari-hari yang berbentuk soal cerita dapat dilakukan langkah-langkah sebagai berikut.

- 1) Buatlah sketsa dari permasalahan tersebut (jika diperlukan).
- 2) Ubahlah kalimat ceritera tersebut menjadi kalimat matematika dalam bentuk persamaan.
- 3) Selesaikan persamaan tersebut, sehingga diperoleh jawaban dari soal.

Contoh:

- 1) Pak Karman mempunyai kolam berbentuk persegi panjang. Panjang kolam Pak Karman 15 m, sedangkan lebarnya  $(x+5)$  m. Luas kolam tersebut  $150 \text{ m}^2$ . Tentukan nilai  $x$ .

**Penyelesaian:** Luas kolam = panjang kolam  $\times$  lebar kolam.

$$15(x+5) = 150 \Leftrightarrow x+5 = 10 \Leftrightarrow x+5-5 = 10-5 \Leftrightarrow x = 5$$

Sehingga  $x = 5$  (nilai  $x$  adalah 5).

- 2) Suatu rombongan pergi ke tempat wisata. Rombongan tersebut terdiri atas 3 bus dengan jumlah penumpang yang sama dan 6 sepeda motor

digunakan berboncengan. Mereka membeli tiket masuk untuk seluruh rombongan sebanyak 150 tiket. Tentukan jumlah penumpang setiap bus.

**Penyelesaian:** Misal jumlah penumpang setiap bus adalah  $k$  orang. Jumlah seluruh rombongan adalah 150 orang. Karena setiap sepeda motor digunakan berboncengan, maka jumlah penumpang sepeda motor adalah  $2 \times 6 = 12$  orang. Maka diperoleh persamaan  $3k + 12 = 150$ .

$$\Leftrightarrow 3k + 12 - 12 = 150 - 12 \Leftrightarrow 3k = 138 \Leftrightarrow \frac{3k}{3} = \frac{138}{3} \Leftrightarrow k = 46.$$

Dengan demikian, setiap bus berisi 46 penumpang.

- 3) Diberikan dua kartu masing-masing bertuliskan sebuah bilangan. Kartu 1 memuat sebuah bilangan yang 8 lebih besar dari bilangan pada kartu 2. Jumlah bilangan pada kartu 1 dan kartu 2 adalah 20. Bilangan berapakah yang terdapat pada kartu 1 dan kartu 2 tersebut?

**Penyelesaian:** Misalnya, bilangan di kartu 2 adalah bilangan  $x$ . Maka bilangan di kartu 1 adalah  $x + 8$ . Jumlah bilangan antara kartu 1 dan kartu 2 adalah 20, sehingga diperoleh  $x + (x + 8) = 20$ . Dari persamaan tersebut diperoleh:

$$2x + 8 = 20 \Leftrightarrow 2x + 8 - 8 = 20 - 8 \Leftrightarrow 2x = 12 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{12}{2} \Leftrightarrow x = 6.$$

Jadi, bilangan pada kartu 2 yaitu 6 dan pada kartu 1 yaitu  $6 + 8 = 14$ .

- 4) Pada saat libur Haris pergi ke tempat rekreasi di pegunungan, awalnya Haris mengendarai sepeda motor sejauh  $2x$  km, kemudian dilanjutkan dengan berjalan kaki sejauh  $x$  km. Tentukan jumlah jarak yang ditempuh Haris. Jika jarak yang ditempuh Haris seluruhnya adalah 48 km, berapakah jarak yang ditempuh Haris dengan berjalan kaki?

**Penyelesaian:** Jarak perjalanan Haris :  $2x + x$ . Jarak seluruhnya 48 km. Persamaannya:  $2x + x = 48$

$$\Leftrightarrow 2x + x = 48 \Leftrightarrow 3x = 48 \Leftrightarrow x = 16$$

Jadi jarak yang ditempuh Haris dengan berjalan kaki adalah 16 km.

- 5) Suatu persegi panjang, panjangnya 3 cm lebih dari lebarnya, dan kelilingnya 30 cm. berapa luas persegi panjang tersebut.

**Penyelesaian:** Misalkan panjang persegi panjang  $p$  dan lebarnya  $l$ .

Diketahui  $p = 3 + l$ , keliling=30 cm. Dengan demikian. Keliling =  $2(p + l)$

$$30 = 2(3 + l + l) \Leftrightarrow 30 = 2(3 + 2l) \Leftrightarrow 30 = 6 + 4l \Leftrightarrow 30 - 6 = 6 - 6 + 4l$$

$$\Leftrightarrow 24 = 4l \Leftrightarrow l = 6$$

Jadi lebar persegi panjang 6 cm, panjangnya  $3 + 6 = 9$  cm, sehingga luas persegi panjang tersebut adalah  $6 \times 9 = 54 \text{ cm}^2$ .

- 6) Harga sebuah mesin cetak adalah 5 kali harga sebuah computer. Harga 5 buah computer dan 2 buah mesin cetak adalah Rp 48.000.000,00. Berapakah harga sebuah mesin cetak?

**Penyelesaian:** Misal harga mesin cetaka dan harga computer  $b$ , maka  $a = 5b$ . Dengan demikian harga 5 buah computer dan 2 buah mesin cetak dapat dituliskan

$$5b + 2a = 48.000.000,00 \Leftrightarrow 5b + 2(5b) = 48.000.000$$

$$\Leftrightarrow 5b + 2(5b) = 48.000.000 \Leftrightarrow 5b + 10b = 48.000.000$$

$$\Leftrightarrow 15b = 48.000.000 \Leftrightarrow b = \frac{48.000.000}{15} \Leftrightarrow b = 3.200.000$$

Harga sebuah mesin cetaka =  $5(3.200.000) = 16.000.000$ .

Dengan demikian harga sebuah mesin cetak adalah Rp 16.000.000,00.

#### D. Aktivitas Pembelajaran

##### AKTIVITAS 1

Bekerjalah berpasang-pasangan. Masing-masing pasangan membuat lima teka-teki terkait dengan persamaan linear. Satu anggota pasangan membuat teka-teki, kemudian anggota yang lain membuat *flow chart* untuk menyatakan teka-teki tersebut, kemudian menyelesaikan persamaan dengan cara runut-kembali. Susunlah hasilnya dalam bentuk tabel sebagai berikut.

No.	Teka-teki	Flow Chart	Penyelesaian
1.	Saya memikirkan suatu bilangan, jika dikurangi 7 dan kemudian dikalikan dengan 6 hasilnya 18.	.....	.....
2.	Saya adalah sebuah bilangan, jika dikalikan 8 dan kemudian dikurangi 11 hasilnya 18.	.....	.....
3.	.....	.....	.....
4.	.....	.....	.....
5.	.....	.....	.....

**AKTIVITAS 2**

Bekerjalah berpasang-pasangan. Masing-masing pasangan membuat *flow chart* terkait dengan persamaan linear. Satu anggota pasangan membuat persamaan linear satu variabel, kemudian anggota yang lain membuat *flow chart* untuk menyatakan persamaan tersebut, kemudian selesaikan persamaan dengan cara runut-kembali. Susunlah hasilnya dalam bentuk tabel sebagai berikut.

No.	PLSV	Flow Chart	Penyelesaian
1.	$3x + 5 = 20$		
2.	.....		
3.	.....		
4.	.....		
5.	.....		

### E. Latihan/Kasus/Tugas

Selesaikan soal-soal berikut.

1. Gambar *flow chart* untuk menyatakan persamaan  $3x + 14 = 32$ , kemudian selesaikan persamaannya dengan cara runut-kembali.
2. Tentukan penyelesaian dari persamaan linear satu variabel  $12x + 55 = 7 - 12x$ .
3. Tara dan Intan sedang menempuh ujian matematika. Ujian tersebut terdiri atas 40 soal pilihan ganda. Tara menjawab dengan benar 8 soal lebih banyak dari Intan. Tentukan banyaknya soal yang dijawab dengan benar masing-masing oleh Intan dan Tara, jika jumlah soal yang mereka jawab benar adalah 28 soal.

### F. Rangkuman

Persamaan linear satu variabel adalah kalimat terbuka dengan satu variabel berpangkat satu dan dihubungkan dengan tanda sama dengan (=). Persamaan linear satu variabel dengan variabel  $x$  dan konstanta  $b$  memiliki bentuk umum  $ax + b = 0$ , dengan  $a \neq 0$ .

### G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Tuliskan konsep apa saja yang penting ketika mempelajari persamaan linear satu variabel. Mengapa?
2. Pengertian mana dari topik persamaan linear satu variabel yang masih dirasakan sulit untuk dipahami? Mengapa?
3. Tuliskan kesan-kesan setelah mempelajari topik persamaan linear satu variabel. Mengapa hal itu berkesan?
4. Apakah tugas-tugas yang diberikan dalam pembelajaran ini mendorong Anda untuk aktif di kelas? Mengapa?

## Kegiatan Pembelajaran 4

### Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

#### A. Tujuan

Peserta pelatihan dapat menjelaskan tentang pertidaksamaan linear satu variabel dan mampu menyelesaikan masalah yang terkait pertidaksamaan linear satu variabel.

#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Mengidentifikasi sifat-sifat pertidaksamaan linear satu variabel.
2. Menyelesaikan pertidaksamaan linear satu variabel
3. Menggunakan konsep pertidaksamaan linear satu variabel dalam menyelesaikan masalah.

#### C. Uraian Materi

##### 1. Pengertian Pertidaksamaan

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering menemukan situasi-situasi yang terkait dengan pertidaksamaan, sebagai contoh:

- a. Sebuah iklan pada suatu surat kabar menawarkan pekerjaan sebagai Security pada suatu hotel. Salah satu syaratnya adalah tinggi pelamar tidak kurang dari 160 cm. Nyatakan syarat tersebut dalam bentuk aljabar.

Jawab: Tinggi pelamar tidak kurang dari 160 cm. Misal tinggi pelamar dinyatakan dengan  $x$ , maka bentuk aljabar dari masalah tersebut adalah  $x \geq 160$ .

- b. Di tepi jalan dijumpai tulisan maksimum 50 km, apa artinya tulisan tersebut? Jika suatu kendaraan melintas di jalan itu dengan berkecepatan  $t$  km/jam. Nyatakan dalam bentuk aljabar kecepatan kendaraan di jalan itu.

Jawab: Kecepatan maksimum 50 km. Misalkan kecepatan kendaraan dinyatakan dengan  $x$ , maka bentuk aljabar dari masalah tersebut adalah  $x \leq 50$ .

- c. Syarat seorang warga negara Indonesia bisa memperoleh KTP adalah umurnya paling rendah 17 tahun. Nyatakan bentuk aljabar dari masalah tersebut.

Jawab: Syarat memperoleh KTP adalah usia 17 tahun. Misal  $x$  usia seorang warga negara, maka bentuk aljabar dari masalah tersebut adalah  $x \geq 17$ .

Masalah-masalah tersebut merupakan contoh terkait pertidaksamaan. Apakah yang dimaksud ketidaksamaan dan apakah pertidaksamaan itu?

**Ketidaksamaan** adalah suatu pernyataan yang dihubungkan oleh tanda " $<$ ", " $>$ ", " $\leq$ ", atau " $\geq$ ". Tanda-tanda hubung tersebut masing-masing dibaca *kurang dari*, *lebih dari*, *kurang dari atau sama dengan*, dan *lebih dari atau sama dengan*. Contoh ketidaksamaan  $7 - 4 < 8$ . **Pertidaksamaan** adalah kalimat terbuka yang dihubungkan dengan tanda " $<$ ", " $>$ ", " $\leq$ ", atau " $\geq$ ". Contoh pertidaksamaan  $3x + 4 \geq x - 18$ .

## 2. Pengertian Pertidaksamaan Linear Satu Variabel (PtLSV)

Suatu pertidaksamaan yang hanya memiliki satu variabel dan variabelnya berpangkat satu disebut dengan **pertidaksamaan linear satu variabel (PtLSV)**. Pertidaksamaan  $4x - 5 > 7$  merupakan contoh pertidaksamaan linear satu variabel.

**Contoh:** Tulislah pernyataan berikut dalam bentuk pertidaksamaan linear satu variabel. Kecepatan motor tidak boleh lebih dari 40 km/jam dan tidak boleh kurang dari 20 km/jam.

**Penyelesaian:** Misal  $v$  adalah kecepatan motor. Kecepatan motor tidak boleh lebih dari 40 km/jam dapat ditulis  $v \leq 40$ . Kecepatan motor tidak boleh kurang dari 20 km/jam dapat ditulis  $v \geq 20$ . Dengan demikian penulisan pernyataan "kecepatan motor tidak boleh lebih dari 40 km/jam dan tidak boleh kurang dari 20 km/jam" dapat ditulis  $v \geq 20$  dan  $40 \leq v$ . Penulisan tersebut dapat disederhanakan menjadi  $20 \leq v \leq 40$ .

## 3. Menyelesaikan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

Perhatikan pertidaksamaan  $4x + 7 \leq 15$ , dengan  $x$  variabel pada bilangan bulat kurang dari 10. Jika  $x$  digantidengan  $-2$  maka pertidaksamaan menjadi

4.  $(-2) + 7 \leq 15$  yang merupakan *pernyataan benar*. Jika  $x$  diganti dengan 1 maka pertidaksamaan menjadi  $4.1 + 7 \leq 15$  yang merupakan *pernyataan benar*.

Jika  $x$  diganti dengan 0 maka pertidaksamaan menjadi  $4.0 + 7 \leq 15$  yang merupakan *pernyataan benar*. Jika  $x$  diganti dengan 2 maka pertidaksamaan menjadi  $4.2 + 7 \leq 15$  yang merupakan *pernyataan benar*. Ternyata jika  $x$  diganti dengan bilangan  $-2, 0, 1,$  dan  $2$  diperoleh kalimat yang benar. Oleh karena itu  $-2, 0, 1,$  dan  $2$  dinamakan penyelesaian dari pertidaksamaan tersebut. Bagaimana hasilnya jika  $x$  diganti dengan bilangan  $3, 4,$  dan  $5$ .

Selanjutnya jika  $x$  diganti dengan  $3$  maka pertidaksamaan menjadi  $4.3 + 7 \leq 15$  yang merupakan *pernyataan salah*. Jika  $x$  diganti dengan  $4$  maka pertidaksamaan menjadi  $4.4 + 7 \leq 15$  yang merupakan *pernyataan salah*. Jika  $x$  diganti dengan  $5$  maka pertidaksamaan menjadi  $4.5 + 7 \leq 15$  yang merupakan *pernyataan salah*. Dengan demikian  $3, 4,$  dan  $5$  bukan merupakan penyelesaian dari pertidaksamaan  $4x + 7 \leq 15$ . Pengganti variabel sehingga suatu pertidaksamaan menjadi *pernyataan benar* disebut penyelesaian dari pertidaksamaan tersebut.

a. Menyelesaian pertidaksamaan linear satu variabel dengan substitusi

Untuk menyelesaikan pertidaksamaan linear satu variabel, perhatikan terlebih dahulu pertidaksamaan  $x + 3 > 8$  dengan  $x$  bilangan bulat. Bagaimanakah cara menentukan penyelesaian dari pertidaksamaan  $x + 3 > 8$ ? Untuk mencari penyelesaian dari pertidaksamaan tersebut, pertidaksamaan  $x + 3 > 8$  diubah dulu dalam bentuk persamaan, yaitu

$$x + 3 = 8 \Leftrightarrow x + 3 - 3 = 8 - 3 \Leftrightarrow x = 5.$$

Nilai  $x = 5$  dinamakan harga nol dari pertidaksamaan  $x + 3 > 8$ . Selanjutnya cobalah substitusikan nilai  $x$  dengan sebuah bilangan yang kurang dari  $5$  dan bilangan yang lebih dari  $5$ , misalnya bilangan  $3$  dan  $7$ .

Untuk  $x = 3$ , maka  $x + 3 > 8$  menghasilkan  $3 + 3 > 8 \Leftrightarrow 6 > 8$  (salah).

Untuk  $x = 7$ , maka  $x + 3 > 8$  menghasilkan  $7 + 3 > 8 \Leftrightarrow 10 > 8$  (benar).

Dengan demikian, penyelesaian dari pertidaksamaan  $x + 3 > 8$  setiap  $x$  bernilai lebih dari  $5$ , biasa ditulis  $x > 5$ , dengan  $x$  bilangan bulat.

Penyelesaian pertidaksamaan linear satu variabel biasa dinyatakan dengan himpunan penyelesaian. Untuk penyelesaian pertidaksamaan di atas dapat ditulis dengan *HP*:  $\{x \mid x > 5, x \in \text{himpunan bilangan bulat}\}$ .

**b. Keekuivalenan pada Pertidaksamaan Linear Satu Varibel**

Dengan menggunakan sifat-sifat pada ketidaksamaan maka diperoleh sifat-sifat pada pertidaksamaan, yaitu:

- 1) Jika kedua ruas pertidaksamaan ditambah atau dikurangi dengan bilangan yang sama maka tanda pertidaksamaan tidak berubah.
- 2) Jika kedua ruas pertidaksamaan dikalikan atau dibagi dengan bilangan positif yang sama maka tanda pertidaksamaan tidak berubah.
- 3) Jika kedua ruas pertidaksamaan dikalikan atau dibagi dengan bilangan negatif yang sama maka tanda pertidaksamaan harus dibalik.

**Contoh:** Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan  $x - 8 > 5$ , untuk  $x$  variabel pada bilangan asli kurang dari 20.

**Penyelesaian:**

Tulis pertidaksamaannya  $x - 8 > 5$ .

Kedua ruas ditambah 8  $x - 8 + 8 > 5 + 8$

Hasilnya  $x > 13$

Penyelesaiannya adalah 14, 15, 16, 17, 18, dan 19.

Contoh:

a) Selesaikan pertidaksamaan berikut: a)  $5x - 6 < -14$ , b)  $7x - 9 \geq 3x + 7$

Penyelesaian:

	Berpikir	Menulis
	a) Tulis persamaannya	$5x - 6 \leq -14$
	Cari $x$ dengan mengurangkan 6 pada ruas kiri dan ruas kanan	$5x + 6 - 6 \leq -14 - 6$

	pertidaksamaan. Tanda pertidaksamaan tetap sama.	$5x \leq -20$ $x \leq -4$
	Penyelesaiannya adalah	$x \leq -4$
	b) Tulis persamaannya	$7x - 9 \geq 3x + 7$
	Cari $x$ dengan menambah 9 pada ruas kiri dan ruas kanan pertidaksamaan	$7x - 9 + 9 \geq 3x + 7 + 9$
	Kurangi ruas kiri dan ruas kanan dengan $3x$ . Tanda pertidaksamaan tetap sama.	$7x \geq 3x + 16$ $7x - 3x \geq 16$ $4x \geq 16$
	Penyelesaiannya adalah	$x \geq 4$

Contoh:

Selesaikan pertidaksamaan berikut: (a)  $-7x - 9 \geq 3x + 11$ , b)  $5(x - 2) \geq 7(x + 4)$

Penyelesaian:

	Berpikir	Menulis
	a) Pertidaksamaannya adalah	$-7x - 9 \geq 3x + 11$
	Menambahkan 9 pada ruas kiri dan ruas kanan pertidaksamaan. Ruas kiri dan ruas kanan dikurangi $3x$ . Hasilnya adalah Kedua ruas dikalikan dengan $\frac{-1}{10}$ . Tanda pertidaksamaan dibalik	$-7x - 9 + 9 \leq 3x + 11 + 9$ $-7x \leq 3x + 20$ $-7x - 3x \leq 3x - 3x + 20$ $-10x \leq 20$ $\left(\frac{-1}{10}\right)(-10)x \leq \left(\frac{-1}{10}\right)20$ $x \geq -2$
	Penyelesaiannya adalah	$x \geq -2$
	b) Pertidaksamaannya adalah	$5(x - 2) \geq 7(x + 4)$
	Tambahkan 10 pada ruas kiri dan	$5x - 10 + 10 \geq 7x + 28 + 10$

<p>ruas kanan.                  Kurangi ruas kiridan ruas kanan dengan <math>7x</math>.                  Kalikan kedua ruas dengan <math>(-\frac{1}{2})</math>.                  Tanda pertidaksamaan berubah.</p>	$5x - 7x \geq 7x - 7x + 38$ $\left(-\frac{1}{2}\right)(-2)x \geq \left(-\frac{1}{2}\right)38$ $x \leq -19$
<p>Penyelesaiannya adalah</p>	$x \leq -19$

Menyatakan Penyelesaian PtLSV pada Garis Bilangan

Penyelesaian dari suatu pertidaksamaan dapat dinyatakan dalam garis bilangan. Untuk menyatakan penyelesaian dari pertidaksamaan pada garis bilangan perlu diperhatikan *domain* (daerah asal) dari variabelnya.

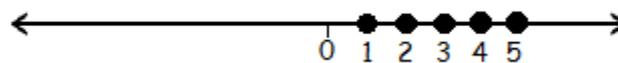
Contoh: Nyatakan pertidaksamaan berikut pada garis bilangannya.

- a.  $x < 6$  dengan  $x$  bilangan asli.
- b.  $x \geq 3$  dengan  $x$  bilangan real.
- c.  $x < -2$  dengan  $x$  bilangan real.

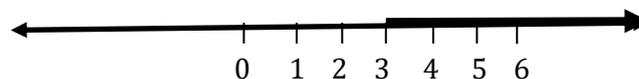
Penyelesaian:

- a.  $x < 6$  dengan  $x$  bilangan asli, himpunan penyelesaiannya adalah  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

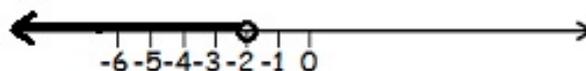
Garis bilangannya adalah sebagai berikut.



- b.  $x \geq 3$  dengan  $x$  bilangan real, garis bilangannya adalah sebagai berikut.



- c.  $x < -2$  dengan  $x$  bilangan real, garis bilangannya adalah sebagai berikut.

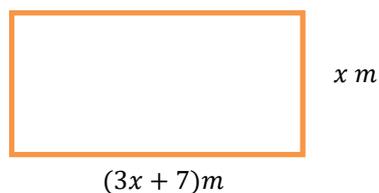


#### 4. Penerapan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

Langkah-langkah untuk menyelesaikan permasalahan yang terkait dengan pertidaksamaan hampir sama dengan penyelesaian masalah-masalah persamaan. Untuk menyelesaikan permasalahan pertidaksamaan terlebih dahulu soal tersebut diubah ke dalam bentuk pertidaksamaan, jika perlu dibuat diagram (sketsa), kemudian baru diselesaikan. Untuk menyelesaikan bentuk pertidaksamaan digunakan sifat-sifat yang sudah dijelaskan sebelumnya.

Contoh: Pak Dani memiliki kebun buah-buahan berbentuk persegi panjang. Lebar kebun tersebut adalah  $x$  meter dan panjangnya  $(3x + 7)$  meter. Pak Dani berencana untuk memagari sekeliling kebun tersebut dengan bambu. Tentukan nilai  $x$  agar sekeliling kebun tersebut dapat dipagari bambu sepanjang 110 meter.

Penyelesaian: Kebun Pak Dani dapat digambarkan seperti gambar dibawah ini.



Kebun tersebut akan dipagari dengan bambu sepanjang 110 meter. Artinya, keliling kebun tersebut tidak boleh lebih dari 110 meter. Misal, keliling kebun adalah  $M$ , maka  $M = 2(3x + 7) + 2x$ . Berarti  $M \leq 110$ . Sehingga diperoleh pertidaksamaan

$$2(3x + 7) + 2x \leq 110$$

$$\Leftrightarrow 6x + 14 + 2x \leq 110 \Leftrightarrow 8x \leq 96 \Leftrightarrow \frac{8x}{8} \leq \frac{96}{8} \Leftrightarrow x \leq 12.$$

Dengan demikian agar pagar bambu sepanjang 110 meter cukup untuk memagari kebun, maka nilai  $x$  tidak boleh lebih dari 12 meter.

Contoh: Ratna mendapatkan nilai ujian matematika 82, 74, 78, dan 84 pada empat ujian yang pertama. Berapakah nilai ujian terkecil yang harus diraih Ratna pada tes kelima agar ia memperoleh nilai rata-rata paling sedikit 80?

Penyelesaian: Misal nilai Ratna pada tes kelima  $x$ . Maka berlaku  $\frac{82+79+78+84+x}{5} \geq 80$ .

$$82 + 79 + 78 + 84 + x \geq 80 \times 5 \Leftrightarrow 323 + x \geq 400 \Leftrightarrow x \geq 77.$$

Jadi nilai ujian terkecil yang harus diperoleh Ratna adalah 77.

**Contoh:** Perusahaan penyewaan mobil menyewakan sebuah mobil Rp 320.000/hari dan Rp 1.500/km. Apabila Farhan menyewa sebuah mobil dalam dua hari dan ia membayar uang sewa tidak lebih dari Rp. 750.000, berapakah jarak maksimum yang ditempuhnya?

**Penyelesaian:** Misal jarak yang ditempuh Farhan  $x$  km, maka diperoleh pertidaksamaan  $1.500x \leq 750.000 \Leftrightarrow x \leq \frac{750.000}{1.500} \Leftrightarrow x \leq 500$ .

Jadi jarak yang ditempuh Farhan maksimal 500 km.

#### D. Aktivitas Pembelajaran

##### AKTIVITAS 1

Lengkapilah tabel-tabel berikut dengan tanda “ < ” atau “ > ” agar menjadi kalimat matematika yang benar.

$p$	$q$	$r$	$p \dots q$	$(p + r) \dots (q + r)$	$(p - r) \dots (q - r)$
1	3	4	$1 < 3$	$(1 + 4) < (3 + 4)$	$(1 - 4) < (3 - 4)$
8	6	-2	...	...	...
-2	-4	-7	...	...	...
9	-3	-5	...	...	...
-6	7	8	...	...	...

#### Kegiatan 2

$p$	$q$	$r$	$p \dots q$	$(p \times r) \dots (q \times r)$	$(p : r) \dots (q : r)$
2	4	2	$2 < 4$	$(2 \times 2) < (4 \times 2)$	$(2 : 2) < (4 : 2)$
8	6	-2	...	...	...
-2	-4	-7	...	...	...

9	-3	-5	...	...	...
-6	7	8	...	...	...

Pertanyaan:

1. Perhatikan kembali hasil yang diperoleh Kegiatan 1.  
 adakah hubungan antara  $p \dots q$ ,  $(p + r) \dots (q + r)$ , dan  $(p - r) \dots (q - r)$  ?
2. Perhatikan kembali hasil yang diperoleh Kegiatan 2.
  - a. Adakah hubungan antara  $p \dots q$  dan  $(p \times r) \dots (q \times r)$  untuk  $r$  bilangan positif atau pun bilangan negatif?
  - b. Adakah hubungan antara  $p \dots q$  dan  $(p : r) \dots (q : r)$  untuk  $r$  bilangan positif atau pun bilangan negatif?

Setelah melakukan kegiatan tersebut, apa yang dapat disimpulkan mengenai sifat-sifat pertidaksamaan linear satu variabel? Lengkapilah kalimat berikut ini.

1. Jika kedua ruas pertidaksamaan ditambah atau dikurangi dengan bilangan yang sama maka .....
2. Jika kedua ruas pertidaksamaan dikalikan atau dibagi dengan bilangan positif yang sama dan tidak nol maka .....
3. Jika kedua ruas pertidaksamaan dikalikan atau dibagi dengan bilangan negatif yang sama dan tidak nol maka .....

**AKTIVITAS 2**

Selesaikan soal berikut untuk  $x$  variabel pada bilangan asli kurang dari 8.

1.  $-3x < -15$ , tentukan penyelesaiannya dengan cara substitusi.
2.  $-3x > -15$ , tentukan penyelesaiannya dengan cara kedua ruas dikalikan dengan  $-\frac{1}{3}$  dan tanda pertidaksamaannya tetap.
3.  $-3x > -15$ , tentukan penyelesaiannya dengan cara kedua ruas dikalikan dengan  $-\frac{1}{3}$  dan tanda pertidaksamaannya diubah dari " $<$ " menjadi " $>$ ".
4. Manakah pertidaksamaan yang ekuivalen,
  - a.  $-3x > -15$  dengan  $-\frac{1}{3} \times (-x) > -\frac{1}{3} \times (-15)$  atau
  - b.  $-3x > -15$  dengan  $-\frac{1}{3} \times (-x) < -\frac{1}{3} \times (-15)$ ?

Berdasar hasil kegiatan tersebut dapat disimpulkan bahwa jika kedua ruas pertidaksamaan dikalikan dengan bilangan negatif yang sama maka.....

**E. Latihan/Kasus/Tugas**

Selesaikan soal-soal berikut.

1. Tentukanlah penyelesaian dari pertidaksamaan-pertidaksamaan berikut.
  - a.  $3x - 2 < 4$ , dengan  $x$  bilangan real
  - b.  $4x + 4 > -12$ , dengan  $x$  bilangan bulat
  - c.  $8x + 5 \leq x + 26$ , dengan  $x$  bilangan cacah
2. Sebuah toko komputer mendapat keuntungan satu juta rupiah untuk setiap komputer yang terjual. Tentukan banyaknya komputer yang harus terjual agar toko tersebut mendapat keuntungan di antara 30 juta dan 35 juta rupiah.

## F. Rangkuman

Pertidaksamaan linear satu variabel (PtLSV) adalah kalimat terbuka yang ruas kiri dan ruas kanan dihubungkan oleh tanda  $<$ ,  $\leq$ ,  $>$ , atau  $\geq$  dan variabelnya hanya satu dan berpangkat satu.

## G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Tuliskan konsep apa saja yang penting ketika mempelajari persamaan linear dan pertidaksamaan linear satu variabel. Mengapa?
2. Pengertian mana dari topik persamaan linear dan pertidaksamaan linear satu variabel yang masih dirasakan sulit untuk dipahami? Mengapa?
3. Tuliskan kesan-kesan setelah mempelajari topik persamaan linear dan pertidaksamaan linear satu variabel. Mengapa hal itu berkesan?
4. Apakah tugas-tugas yang diberikan dalam pembelajaran ini mendorong Anda untuk aktif di kelas? Mengapa?



## Kegiatan Pembelajaran 5

### Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

#### A. Tujuan

Setelah mengikuti kegiatan pembelajaran ini, berdasar uraian materi dan aktivitas pembelajaran yang disajikan, guru dapat menentukan penyelesaian SPLDV dengan berbagai cara, menganalisis SPLDV berdasar jenis solusinya, dan dapat menyelesaikan masalah dengan menggunakan SPLDV.

#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menganalisis SPLDV yang mempunyai solusi dan tidak mempunyai solusi.
2. Menentukan penyelesaian SPLDV.
3. Menggunakan konsep SPLDV dalam menyelesaikan masalah nyata.

#### C. Uraian Materi

##### 1. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Sebelum mempelajari tentang sistem persamaan linear dua variabel, pastikan Anda telah tuntas mempelajari bagian modul Aljabar yang membahas tentang fungsi dan nilai fungsi, persamaan garis lurus, dan definisi persamaan linear dua variabel.

Sistem persamaan linear yang terdefinisi pada himpunan bilangan real merupakan himpunan beberapa persamaan linear yang saling terkait, dengan koefisien-koefisien persamaan adalah bilangan real. Dengan demikian, sistem persamaan linear dua variabel adalah sistem persamaan linear yang dibentuk hanya oleh persamaan-persamaan linear dua variabel.

Misal  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$  bilangan real, maka bentuk umum sistem persamaan linear dua variabel, selanjutnya dalam modul ini ditulis sebagai SPLDV, sebagai berikut.

$$a_1x + b_1y = c_1 \text{ dengan } a_1, b_1 \text{ tidak keduanya nol}$$

$$a_2x + b_2y = c_2 \text{ dengan } a_1, b_1 \text{ tidak keduanya nol}$$

Beberapa literatur menuliskan SPLDV dengan kurung kurawal (*braces*) kiri, kanan, atau tanpa kurung kurawal sama sekali. Untuk itu disepakati pada modul ini penulisan SPLDV didahului oleh kurung kurawal kiri.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

**Solusi** atau **penyelesaian** suatu sistem persamaan linear dua variabel adalah pasangan nilai dua variabel yang merupakan solusi semua persamaan yang membentuk SPLDV tersebut.

Misal suatu sistem persamaan linear dibentuk oleh persamaan berikut.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

Akan diselidiki apakah  $(x, y) = (2, 1)$  merupakan solusi SPLDV di atas.

Pada persamaan  $2x - 3y = 1$ , apabila dimasukkan nilai  $(x, y) = (2, 1)$

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 1 \\ 2(2) - 3(1) &= 1 \end{aligned}$$

memenuhi persamaan tersebut.

Demikian pula pada persamaan  $x + 2y = 4$

$$\begin{aligned} x + 2y &= 4 \\ 2 + 2(1) &= 4 \end{aligned}$$

nilai  $(x, y) = (2, 1)$  juga memenuhi.

Dengan kata lain  $(2, 1)$  merupakan solusi SPLDV di atas.

## 2. Cara Penyelesaian SPLDV

Pada bagian ini akan dibahas beberapa cara penyelesaian SPLDV yakni mengenai cara grafik, substitusi, dan eliminasi.

### a. Cara Grafik

Cara grafik sebenarnya merupakan visualisasi dari penyelesaian SPDV. Seperti telah dibahas sebelumnya, suatu pasangan  $(x, y)$  dikatakan sebagai solusi SPLDV jika merupakan solusi setiap persamaan yang membentuk SPLDV tersebut. Dalam grafik,  $(x, y)$  merupakan solusi suatu SPLDV jika  $(x, y)$  merupakan perpotongan dari garis-garis yang merepresentasikan persamaan-persamaan yang membentuk SPLDV tersebut.

Misal suatu sistem persamaan linear dibentuk oleh persamaan berikut.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

Ingat kembali cara menggambar grafik persamaan linear satu variabel. Langkah-langkah menggambar grafik sistem di atas sebagai berikut.

#### 1). Menggambar grafik $2x - 3y = 1$

Koordinat titik potong sumbu koordinat ditentukan sebagai berikut.

$x$	0	$\frac{1}{2}$
$y$	$-\frac{1}{3}$	0

Jadi grafik memotong sumbu  $Y$  di  $(0, -\frac{1}{3})$  dan memotong sumbu  $X$  di  $(\frac{1}{2}, 0)$ .

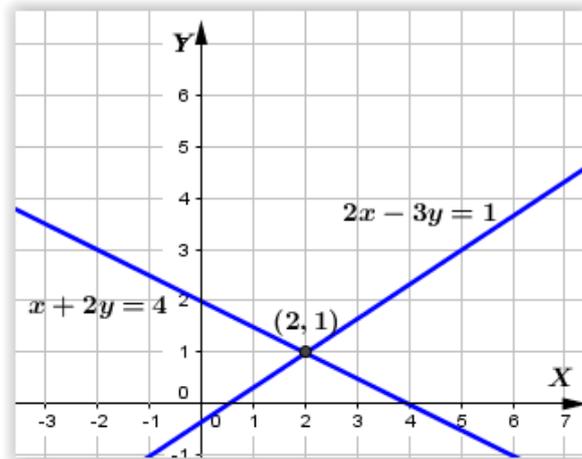
#### 2). Menggambar grafik $x + 2y = 4$

Koordinat titik potong sumbu koordinat ditentukan sebagai berikut.

$x$	0	4
$y$	2	0

Jadi grafik memotong sumbu  $y$  di  $(0, 2)$  dan memotong sumbu  $x$  di  $(4, 0)$ .

3). Menentukan titik potong kedua grafik



Terlihat bahwa (2,1) merupakan titik potong garis  $2x + 3y = 1$  dan garis  $x + 2y = 4$ . Dengan kata lain, (2, 1) terletak pada garis  $2x + 3y = 1$  sekaligus terletak pada garis  $x + 2y = 4$ . Sehingga (2, 1) merupakan solusi SPLDV tersebut.

b. Metode Substitusi

Metode substitusi dapat diartikan sebagai langkah mensubstitusikan atau “mengganti” suatu variabel dengan nilai variabel yang lain pada SPLDV.

Contoh

Tentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel berikut.

$$\begin{cases} 2x + y = 1 & \longrightarrow & \text{persamaan (1)} \\ 3x + 4y = 14 & \longrightarrow & \text{persamaan (2)} \end{cases}$$

Penyelesaian dengan metode substitusi.

Langkah 1: Menentukan penyelesaian  $y$  terhadap  $x$  pada persamaan 1.

$2x + y = 1$	persamaan (1)
$y = 1 - 2x$	diselesaikan $y$ terhadap $x$

Mengapa dipilih langkah pertama adalah menyelesaikan  $y$  terhadap  $x$ ? Hal ini hanya merupakan alternatif, namun lebih efisien untuk langkah berikutnya dibandingkan menyelesaikan  $x$  terhadap  $y$  terlebih dahulu.

Langkah 2: substitusikan  $y = 1 - 2x$  pada persamaan (2)

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 14 \\ 3x + 4(1 - 2x) &= 14 \\ 3x + 4 - 8x &= 14 \\ -5x + 4 &= 14 \\ -5x &= 10 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Langkah 3: substitusikan hasil  $x = -2$  ke persamaan  $y = 1 - 2x$

$$\begin{aligned} y &= 1 - 2x \\ y &= 1 - 2(-2) = 5 \end{aligned}$$

Diperoleh  $x = -2$  dan  $y = 5$ . Sehingga solusi SPLDV di atas adalah  $(-2, 5)$ . Seperti terlihat pada gambar berikut.

### c. Metode Eliminasi

Pada metode eliminasi, persamaan yang membentuk SPLDV dikombinasikan dengan menjumlahkan atau mengurangkan sehingga salah satu variabel tereliminasi. Dalam prakteknya seringkali metode eliminasi dipadukan dengan metode substitusi sehingga disebut dengan metode eliminasi-substitusi.

Sebelum membahas lebih jauh tentang contoh metode eliminasi untuk penyelesaian SPLDV, cermatilah ilustrasi berikut.

Misal terdapat sistem persamaan linear dua variabel:

$$\begin{cases} x - 2y = -8 \\ 5x + y = 15 \end{cases}$$

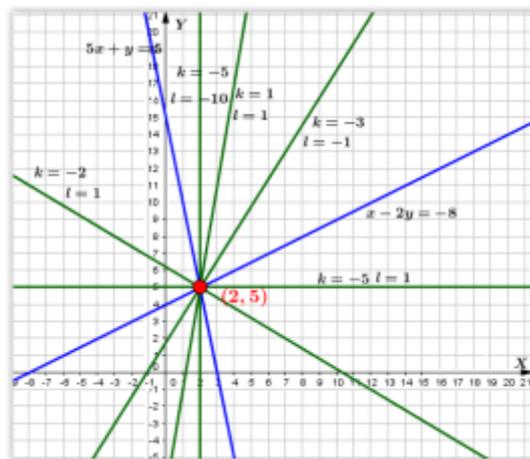
- Dengan cara grafik, tentukan solusi SPLDV, yakni titik potong kedua persamaan yang membentuk SPLDV tersebut.

- Bentuk persamaan baru:

$$k(x - 2y + 8) + l(5x + y - 15) = 0$$

dengan  $k$  dan  $l$  sebarang bilangan real.

- Ambil  $k = 1$  dan  $l = 1$ , terbentuk persamaan garis  $6x - y = 7$ .
- Ambil  $k = -3$  dan  $l = -1$ , terbentuk persamaan garis  $-8x + 5y = 9$ .
- Ambil  $k = -2$  dan  $l = 1$ , terbentuk persamaan garis  $3x + 5y = 31$ .
- Ambil  $k = -5$  dan  $l = -10$ , terbentuk persamaan garis  $x = 2$ .
- Ambil  $k = -5$  dan  $l = 1$ , terbentuk persamaan garis  $y = 5$ .



Perhatikan bahwa untuk setiap  $k$  dan  $l$  yang dipilih, selalu terbentuk garis yang juga melalui titik potong  $(2, 5)$ . Dengan kata lain, apabila setiap persamaan dikalikan dengan sebarang bilangan kemudian saling dijumlahkan atau dikurangkan akan membentuk persamaan baru yang juga memiliki solusi di titik yang sama.

Dari sinilah metode eliminasi dikembangkan sebagai salah satu cara penyelesaian SPLDV. Seperti diilustrasikan di atas, dengan metode eliminasi kita menentukan  $k$  dan  $l$  sedemikian sehingga diperoleh persamaan garis yang sejajar dengan sumbu- $X$  dan sumbu- $Y$ .

#### Contoh Eliminasi

Tentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel berikut.

$$\begin{cases} x + 2y = 7 & \longrightarrow \text{persamaan (1)} \\ 5x - y = 2 & \longrightarrow \text{persamaan (2)} \end{cases}$$

Penyelesaian.

Misal akan dieliminasi variabel  $x$  pada sistem tersebut. Karena variabel  $x$  pada kedua persamaan masing-masing memiliki koefisien 1 dan 5, kalikan kedua persamaan dengan suatu konstanta sehingga koefisien sama.

$$\begin{array}{rclcl} x + 2y = 7 & | \times 5 & \rightarrow & 5x + 10y = 35 & \\ 5x - y = 2 & | \times 1 & \rightarrow & 5x - y = 2 & - \\ \hline & & & 0x + 11y = 33 & \\ & & & y = 3 & \end{array}$$

Bagaimana jika yang akan dieliminasi adalah variabel  $y$  ?

$$\begin{array}{rclcl} x + 2y = 7 & | \times 1 & \rightarrow & x + 2y = 7 & \\ 5x - y = 2 & | \times 2 & \rightarrow & 10x - 2y = 4 & - \\ \hline & & & 11x + 0y = 11 & \\ & & & x = 1 & \end{array}$$

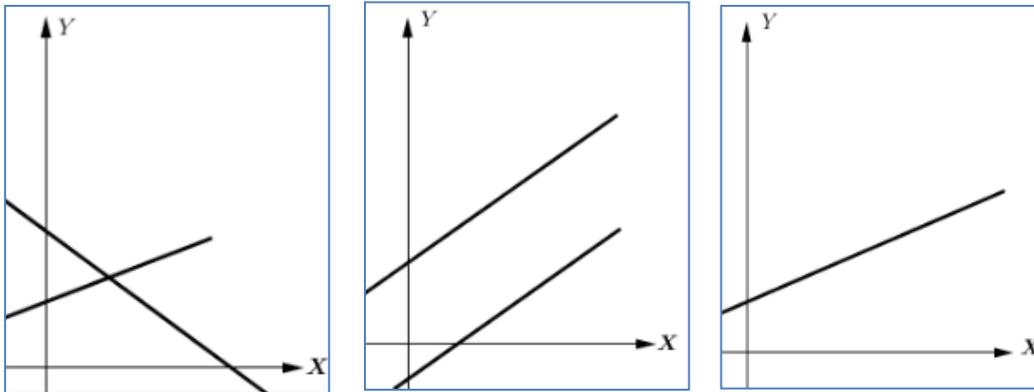
Diperoleh penyelesaian SPLDV ini adalah (1,3). Seperti digambarkan pada grafik berikut, titik (1, 3) berada pada perpotongan garis lurus kedua persamaan.

Contoh ini merupakan contoh eliminasi sepenuhnya, yakni untuk memperoleh variabel  $x$  dan variabel  $y$  keduanya dilakukan dengan cara eliminasi. Pada prakteknya, Anda dapat menerapkan cara eliminasi-substitusi jika dirasa lebih efektif dan memudahkan.

### 3. Banyaknya Solusi Suatu SPLDV

Pada pembahasan mengenai cara menentukan solusi SPLDV dengan grafik, telah diketahui bahwa solusi dari suatu SPLDV adalah perpotongan antara garis-garis lurus yang merepresentasikan SPLDV tersebut. Grafik SPLDV yang memiliki dua persamaan terdiri dari sepasang garis lurus. Sehingga kasus yang mungkin ketika

suatu sistem terdiri dari dua garis adalah 1) kedua garis berpotongan di satu titik, 2) kedua garis saling paralel, atau 3) kedua garis berhimpit.



Dari gambar di atas, terlihat ada tiga kemungkinan hasil penyelesaian suatu SPLDV.

Semua contoh yang telah dibahas pada cara grafik, substitusi dan eliminasi adalah contoh SPLDV yang memiliki solusi tunggal. Selanjutnya akan diberikan contoh SPLDV yang tidak memiliki solusi dan contoh SPLDV yang memiliki tak berhingga banyak solusi.

#### Contoh SPLDV Tidak Memiliki Solusi

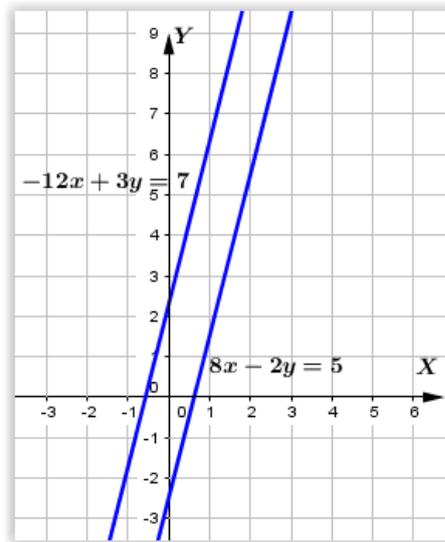
Tentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel berikut.

$$\begin{cases} 8x - 2y = 5 \\ -12x + 3y = 7 \end{cases}$$

Dengan cara eliminasi diperoleh:

$$\begin{array}{rclcl} 8x - 2y = 5 & | \times 3 & \rightarrow & 24x - 6y = 15 \\ -12x + 3y = 7 & | \times 2 & \rightarrow & -24x + 6y = 14 \\ \hline & & & 0 = 29 \end{array} +$$

Dengan menjumlahkan kedua persamaan diperoleh hasil akhir  $0=29$ , jelas merupakan kalimat yang bernilai salah. Dengan kata lain, berapapun nilai  $x$  dan nilai  $y$  yang diambil, hasil akhir yang diperoleh tidak akan pernah bernilai benar. Maka dari itu, SPLDV ini dikatakan **tidak memiliki solusi** atau **inconsistent**. Grafik berikut menunjukkan kedua garis pada sistem saling paralel, sehingga tidak berpotongan.



Contoh SPLDV Memiliki Tak Hingga Banyak Solusi

Tentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel berikut.

$$\begin{cases} 3x - 6y = 12 \\ 4x - 8y = 16 \end{cases}$$

Dengan cara eliminasi diperoleh:

$$\begin{array}{rclcl} 3x - 6y = 12 & | \times 4 & \rightarrow & 12x - 24y = 48 \\ 4x - 8y = 16 & | \times 3 & \rightarrow & 12x - 24y = 48 \end{array}$$

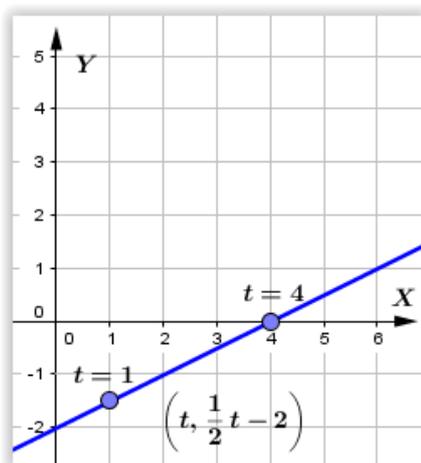
Tanpa perlu dilanjutkan, terlihat ternyata dua persamaan yang membentuk SPLDV ini ekuivalen dan apabila digambarkan maka garisnya tentu akan berhimpit. Setiap koordinat  $(x, y)$  yang terletak pada garis ini adalah solusi dari SPLDV.

Misal  $t$  adalah sebarang bilangan real, maka solusi SPLDV ini sebagai berikut.

$$\begin{aligned} x &= t \\ y &= \frac{3x - 12}{6} \\ &= \frac{1}{2}x - 2 \\ &= \frac{1}{2}t - 2 \end{aligned}$$

Dapat dituliskan dalam bentuk pasangan terurut  $(t, \frac{1}{2}t - 2)$ , dengan  $t$  sebarang bilangan real. Jadi, sistem di atas memiliki tak berhingga banyak solusi, beberapa di

antaranya adalah  $(0, -2)$ ;  $(\frac{1}{2}, -1\frac{3}{4})$ ,  $(1, -\frac{3}{2})$ ,  $(4, 0)$  dan lain-lain seperti pada gambar berikut.



#### 4. SPLDV untuk Penyelesaian Masalah

Pada bagian ini akan dibahas bagaimana menentukan model matematika dari suatu permasalahan terkait SPLDV dengan menggunakan contoh-contoh kontekstual.

##### Contoh 1. Olahraga Dayung

Seorang atlet dayung berlatih mendayung berlawanan arah dengan arus sungai dari titik awal ke titik lain yang berjarak 4 km ditempuh dalam waktu  $1\frac{1}{2}$  jam. Perjalanan kembali ke titik awal ditempuh dengan memanfaatkan arus yang searah hanya membutuhkan waktu 45 menit. Berapakah kecepatan mendayung atlet tersebut relatif terhadap permukaan tanah? Berapakah kecepatan arus sungai? (dalam km/jam)



Masrifah, atlet kano Indonesia (sumber: Tribunnews.com 4 Nov 2015)

Penyelesaian.

### Identifikasi variabel

Ditanyakan kecepatan atlet mendayung dan kecepatan arus sungai. Misal

$x$  : kecepatan atlet mendayung (km/jam)

$y$  : kecepatan arus sungai (km/jam)

### Mencermati informasi pada soal dan mengubahnya dalam bentuk aljabar

Kecepatan atlet tersebut ketika mendayung berlawanan dengan arus sungai adalah kecepatan mendayung dikurangi kecepatan arus sungai. Sementara ketika mendayung searah dengan arus sungai berarti kecepatannya adalah kecepatan mendayung ditambah kecepatan arus sungai.

dalam soal	bentuk aljabar
kecepatan atlet mendayung (km/jam)	$x$
kecepatan arus sungai (km/jam)	$y$
kecepatan saat berlawanan arus sungai	$x - y$
kecepatan saat searah arus sungai	$x + y$

### Menyusun SPLDV

Ingat kembali rumus hubungan jarak, waktu dan kecepatan.

kecepatan saat berlawanan arus sungai  $\times$  waktu tempuh melawan arus sungai = jarak

kecepatan saat searah arus sungai  $\times$  waktu tempuh searah arus sungai = jarak

Dari sini maka:

$$(x - y) \frac{3}{2} = 4 \quad \text{persamaan (1)}$$

$$(x + y)\frac{3}{4} = 4 \quad \text{persamaan (2)}$$

Dengan operasi aljabar, persamaan (1) dapat diubah menjadi:

$$(x - y)\frac{3}{2} = 4 \Leftrightarrow (x - y)3 = 8 \Leftrightarrow 3x - 3y = 8$$

Demikian pula dengan persamaan (2) diubah menjadi:

$$(x + y)\frac{3}{4} = 4 \Leftrightarrow (x + y)3 = 16 \Leftrightarrow 3x + 3y = 16$$

Sehingga diperoleh SPLDV berikut.

$$\begin{cases} 3x - 3y = 8 \\ 3x + 3y = 16 \end{cases}$$

### Menyelesaikan SPLDV

Menggunakan cara eliminasi-substitusi, akan dieliminasi variabel  $y$  yakni dengan menjumlahkan kedua persamaan pada sistem.

$$\begin{array}{r} 3x - 3y = 8 \\ 3x + 3y = 16 \\ \hline 6x + 0y = 24 \quad + \\ x = 4 \end{array}$$

Kemudian substitusikan nilai  $x=4$  ke persamaan  $3x - 3y = 8$  diperoleh:

$$\begin{aligned} 3x - 3y &= 8 \\ 3 \cdot 4 - 3y &= 8 \\ -3y &= 8 - 12 \\ y &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Jadi, atlet tersebut mendayung dengan kecepatan 4 km/jam, dan kecepatan arus sungai adalah  $1\frac{1}{3}$  km/jam.

### Cek Kembali

Secara mandiri, lakukan pengecekan terhadap hasil yang diperoleh di atas.

- benarkah saat atlet mendayung berlawanan arus sungai kecepatannya sama dengan jarak dibagi waktu tempuh ?
- benarkah saat atlet mendayung searah arus sungai kecepatannya sama dengan jarak dibagi waktu tempuh?

**Contoh 2. Lahan Pertanian**

Pak Adin memiliki lahan seluas 1000 m<sup>2</sup>. Pak Adin mengeluarkan biaya sebesar Rp1.000.000,00 untuk menanami gandum dan jagung di lahannya. Biaya yang dibutuhkan untuk menanam 1 m<sup>2</sup> gandum dan jagung masing-masing Rp15.000,00 . Pak Adin ingin lahan untuk ditanami gandum dan jagung luasnya sama. Berapa luas lahan yang harus ditanami gandum? Berapa luas lahan yang harus ditanami jagung?

Penyelesaian.

**Identifikasi variabel**

Ditanyakan luas lahan yang ditanami gandum dan luas lahan yang ditanami jagung.  
Misal

$x$  : luas lahan yang ditanami gandum (m<sup>2</sup>)

$y$  : luas lahan yang ditanami jagung (m<sup>2</sup>)

**Mencermati informasi pada soal dan mengubahnya dalam bentuk aljabar**

dalam soal	bentuk aljabar
luas lahan yang ditanami gandum (m <sup>2</sup> )	$x$
luas lahan yang ditanami jagung (m <sup>2</sup> )	$y$
Pak Adin mengeluarkan biaya sebesar Rp10.000.000,00 untuk menanami gandum dan jagung di lahannya. Biaya yang dibutuhkan untuk menanam 1 m <sup>2</sup> gandum dan jagung masing-masing Rp15.000,00,	$15000x + 15000y = 1000000$
Pak Adin memiliki lahan seluas 1000 m <sup>2</sup> . Pak Adin	$x + y = 1000$

dalam soal	bentuk aljabar
ingin lahan untuk ditanami gandum dan jagung luasnya sama.	

**Menyusun SPLDV**

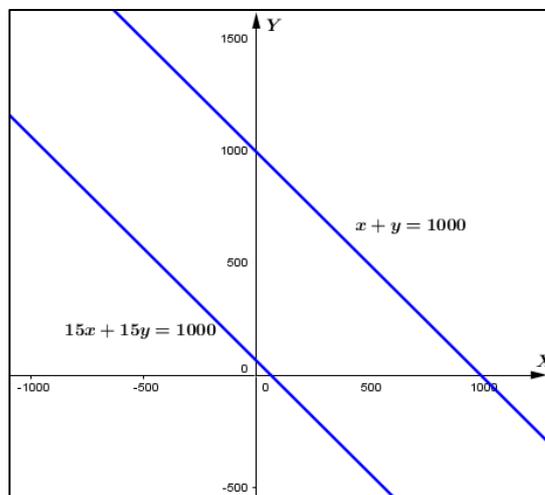
Dari masalah di atas, diperoleh bentuk SPLDV berikut

$$\begin{cases} 15x + 15y = 1000 \\ x + y = 1000 \end{cases}$$

**Menyelesaikan SPLDV**

$$\begin{cases} 15x + 15y = 1000 \\ x + y = 1000 \end{cases}$$

Sistem tersebut apabila digambarkan dalam koordinat Kartesius sebagai berikut.



Ternyata dua garis dari persamaan-persamaan yang membentuk sistem saling paralel dan tidak berpotongan, sehingga SPLDV di atas tidak mempunyai solusi. Dengan kata lain, tidak dapat ditentukan berapa luas lahan gandum dan luas lahan jagung yang memenuhi kasus di atas.

D. Aktivitas Pembelajaran

**AKTIVITAS 1**

Diberikan sistem-sistem berikut, manakah yang merupakan sistem persamaan linear dua variabel? Jelaskan jawaban Anda.

a.	$\begin{cases} x + 2y = 12 \\ x - y = 0 \end{cases}$	b.	$\begin{cases} y = 1 \\ x = 5 \end{cases}$	c.	$\begin{cases} a - 3b = 12 \\ ax + by = 7 \end{cases}$
d.	$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} &= 4 \\ 2x + 3y &= 2 \end{aligned}$	e.	$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} &= 3\frac{3}{8} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$	f.	$\begin{cases} m - n = 2 \\ 2m - 2n = 4 \end{cases}$

Lembar Kerja Aktivitas 1

Nomor	SPLDV / bukan SPLDV ?	Alasan
a		
b		
c		
d		
e		
f		

**AKTIVITAS 2**

Pada bentuk umum SPLDV berikut:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Jelaskan hubungan antara  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $c_1$  atau  $c_2$  agar SPLDV memiliki tak berhingga banyak solusi, tidak mempunyai solusi, atau mempunyai solusi tunggal.

Lembar Kerja Aktivitas 2

SPLDV	hubungan antara $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1$ atau $c_2$
tak berhingga banyak solusi	
tidak mempunyai solusi	
mempunyai solusi tunggal	

### AKTIVITAS 3

Peralatan: *laptop* yang telah terinstal GeoGebra

Aktivitas ini terkoneksi dengan uraian materi mengenai metode eliminasi. Aktivitas ini bertujuan untuk mengilustrasikan bagaimana metode eliminasi dapat digunakan untuk menyelesaikan SPLDV. Apabila sarana tidak memungkinkan, Anda dapat menggunakan *software* lain atau menggambar manual pada kertas dengan tidak mengurangi tujuan aktivitas ini.

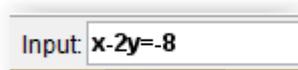
Misal SPLDV berikut.

$$\begin{cases} x - 2y = -8 \\ 5x + y = 15 \end{cases}$$

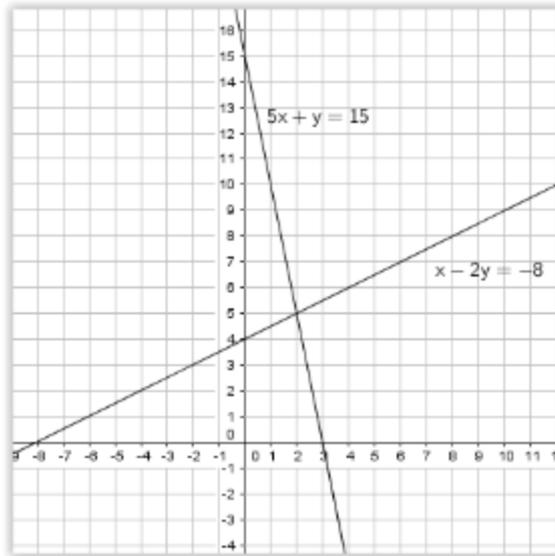
Langkah-langkah menggunakan GeoGebra.

1. Menggambar garis  $x - 2y = -8$

- Pada input bar, ketik  $x-2y=-8$
- Tekan ENTER

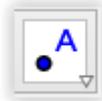


2. Dengan cara yang sama, gambarlah garis  $5x - y = 15$ .

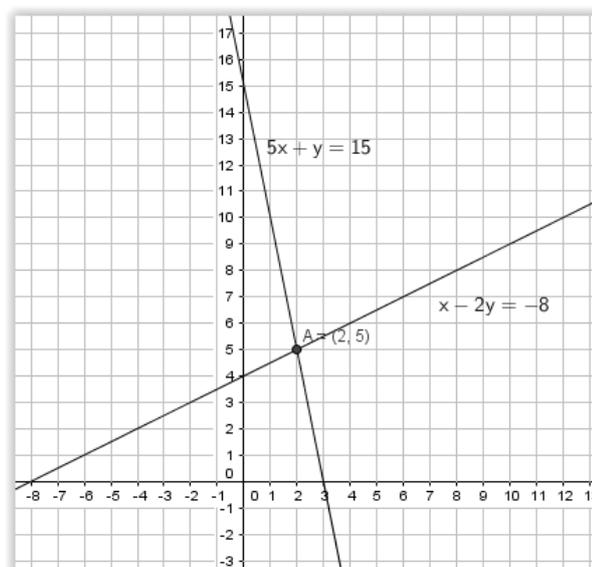


3. Tentukan titik potong kedua garis yang merupakan solusi SPLDV tersebut.

- Klik  Intersect yang terletak pada kelompok *tool* Point



- Kemudian klik bergantian pada kedua garis. Muncul titik potong A(2,5)

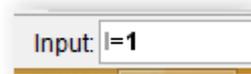


4. Bentuk persamaan baru  $k(x - 2y + 8) + l(5x + y - 15) = 0$

- Pada input bar, ketik  $k = 1$  kemudian tekan ENTER.



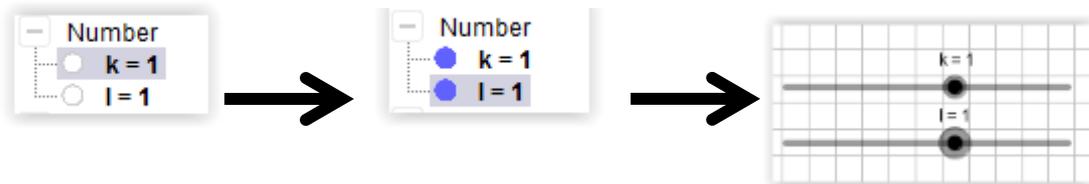
- Pada input bar, ketik  $l = 1$  kemudian tekan ENTER.



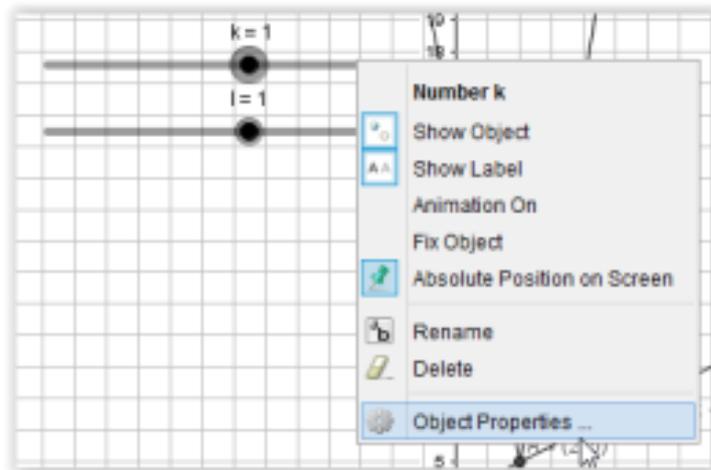
- Pada input bar, ketik  $k(x-2y+8)+l(5x+y - 15)=0$  kemudian tekan ENTER.  
Persamaan garis apa yang muncul ?

5. Menentukan nilai  $k$  dan  $l$  sehingga grafik  $k(x - 2y + 8) + l(5x + y - 15) = 0$  sejajar sumbu  $X$  atau sejajar sumbu  $Y$

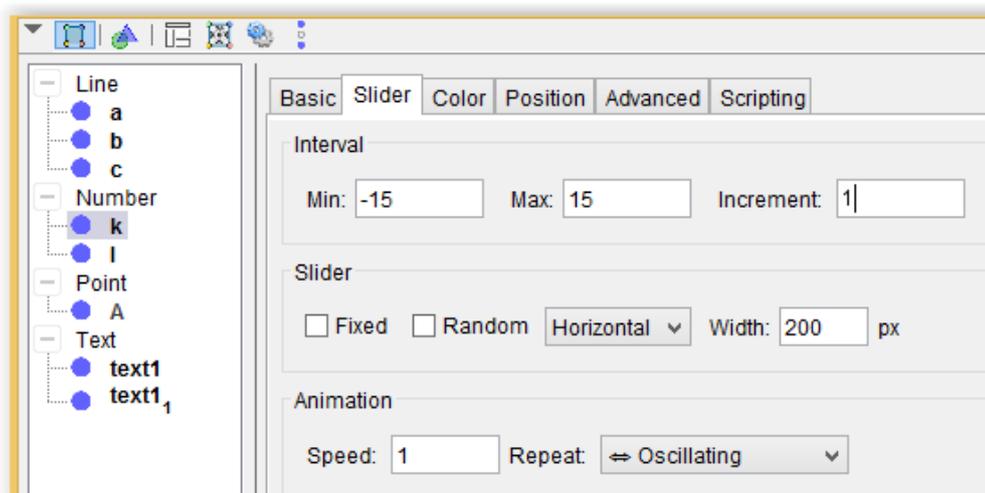
- Pada panel aljabar, perhatikan nilai  $k$  dan  $l$ . Klik pada lingkaran kecil di sebelah nilai  $k$  dan  $l$  sehingga menyala dan muncul *slider* pada panel grafik.



- Cobalah menggerakkan *slider*  $k$  dan  $l$  kemudian perhatikan perubahan yang terjadi.
- Secara *default*, nilai  $k$  dan  $l$  terletak pada interval  $-5$  hingga  $5$ . Apabila Anda ingin mengubah interval ini, klik kanan pada salah satu *slider* (misal *slider*  $k$ ), kemudian klik **object properties**.



- Muncul jendela pengaturan *slider*. Pada tab *slider*, ubahlah nilai minimal dan maksimal  $k$ . Pada contoh berikut, nilai minimal  $k$  adalah  $-15$ , nilai maksimal  $k$  adalah  $15$ , dan pergerakan kenaikan  $k$  adalah  $1$ .



- Dengan cara yang sama, ubahlah pengaturan *slider*  $l$ .
6. Apakah untuk setiap perubahan  $k$  dan  $l$ , grafik akan tetap melalui titik potong  $A$ ?
  7. Berapa nilai  $k$  dan nilai  $l$  yang Anda temukan sehingga grafik  $k(x - 2y + 8) + l(5x + y - 15) = 0$  sejajar sumbu  $X$ ?

8. Berapa nilai  $k$  dan nilai  $l$  yang Anda temukan sehingga grafik  $k(x - 2y + 8) + l(5x + y - 15) = 0$  sejajar sumbu  $Y$ ?
9. Cobalah melakukan aktivitas ini untuk SPLDV yang lain. Kesimpulan apa yang Anda peroleh dari aktivitas ini?

Lembar Kerja Aktivitas 3

SPLDV	k(persamaan1) + l(persamaan2) = 0	sejajar sumbu x		sejajar sumbu y	
		nilai k	nilai l	nilai k	nilai l
$\begin{cases} x - 2y = -8 \\ 5x + y = 15 \end{cases}$	$k(x - 2y + 8) + l(5x + y - 15) = 0$	...	...	...	...
...					
...					

Kesimpulan:

**AKTIVITAS 4**

Suatu pesawat terbang searah angin sejauh 240 mil selama 2 jam. Kemudian pesawat itu terbang berlawanan arah angin sejauh 135 mil dalam waktu  $1\frac{1}{2}$  jam. Tentukan kecepatan pesawat dan kecepatan angin.

1. Tuliskan bentuk aljabar yang diperoleh dari masalah di atas.
2. Tuliskan sistem persamaan linear yang terbentuk
3. Tentukan penyelesaian masalah di atas dengan menggunakan SPLDV.

Lembar Kerja Aktivitas 4

dalam soal	bentuk aljabar
.....	.....
.....	.....

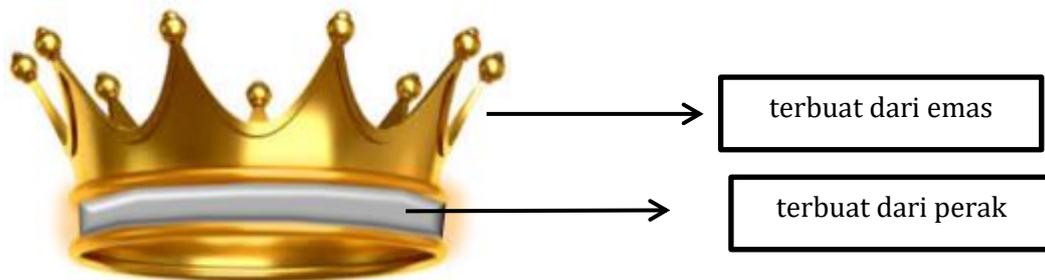
SPLDV : .....

Solusi : .....

**AKTIVITAS 5**

Pengantar Aktivitas

Archimedes (287 – 212 SM) dilahirkan di Syracuse, Yunani, tepatnya di pulau Sicily. Dikisahkan, Raja Hiero, penguasa Syracuse saat itu, memiliki mahkota yang terbuat dari emas dan perak.



Raja Hiero memerintahkan para pengrajin mahkota untuk mengganti seluruh bagian emas di mahkota tersebut dengan perak, namun dengan berat yang sama dengan dengan berat emas yang digantikan. Para pengrajin mahkota kemudian meminta bantuan Archimedes menyelesaikan permasalahan tersebut. Archimedes mengetahui bahwa masalah ini mengaitkan antara dua besaran fisika yakni berat dan volume. Tetapi Archimedes bertanya-tanya, “Bagaimana menentukan volume mahkota yang bentuknya tidak beraturan?”



Sambil berendam di bak air, Archimedes terus memikirkan hal tersebut. Hingga akhirnya Archimedes menyadari, bahwa volume tubuhnya sama dengan volume air yang tumpah dari bak air akibat dia berendam di bak air yang penuh. Akibat terlalu senang

karena menemukan hal ini, Archimedes pun berlari meninggalkan bak air sambil berteriak “Eureka!... Eureka!...” atau “Saya menemukannya! Saya menemukannya!”

Aktivitas:

Misal Archimedes menemukan bahwa volume mahkota Raja Hiero adalah  $14 \text{ cm}^3$ . Diketahui bahwa berat mahkota 235 gram . Tentukan berat emas dan berat perak pada mahkota sehingga pengrajin mahkota dapat memenuhi permintaan Raja Hiero.

Lembar Kerja Aktivitas 5

Bantuan: Hubungan antara berat dan volume benda ditentukan oleh rumus  $\rho = \frac{M}{V}$ , yakni  $\rho$  adalah berat jenis,  $M$  adalah massa atau berat, dan  $V$  adalah volume benda. Berat jenis emas adalah  $19,3 \text{ g/cm}^3$ , dan berat jenis perak adalah  $10.5 \text{ g/cm}^3$ .

E. Latihan

Anda diharapkan mengerjakan latihan berikut secara individual atau bersama teman sejawat dengan menerapkan konsep SPLDV yang telah dipelajari pada bagian uraian materi.

1. Tanpa menentukan solusinya, periksalah SPLDV berikut apakah memiliki tak berhingga banyak solusi, tidak mempunyai solusi, atau mempunyai solusi tunggal.

a. $\begin{cases} -x + y = 2 \\ 4x - 3y = -3 \end{cases}$	b. $\begin{cases} 4x - 3y = 28 \\ 9x - y = -6 \end{cases}$	c. $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 5x - y = 2 \end{cases}$
d. $\begin{cases} -4x + 12y = 0 \\ 12x + 4y = 160 \end{cases}$	e. $\begin{cases} x + 4y = 8 \\ 3x + 12y = 2 \end{cases}$	f. $\begin{cases} -3x + 5y = 2 \\ 9x - 15y = 6 \end{cases}$

g. $\begin{cases} 2x - 6y = 10 \\ -3x + 9y = -15 \end{cases}$	h. $\begin{cases} 2x - 3y = -8 \\ 14x - 21y = 3 \end{cases}$	i. $\begin{cases} 6x + 4y = 12 \\ 9x + 6y = 18 \end{cases}$
---	--	---

- Seorang guru akan membagikan permen berjumlah sama pada tiap siswanya. Jika tiap siswa mendapat 3 permen, maka terdapat 5 siswa yang tidak mendapatkan permen. Jika tiap siswa mendapatkan 2 permen maka tersisa 5 permen. Berapakah banyaknya siswa dan banyaknya permen?
- Pak Juragan menginvestasikan dana Rp12.800.000,00 pada dua bisnis yang berbeda. Sebagian dana diinvestasikan pada bisnis warung makan dengan keuntungan 3,125%, dan sebagian lain diinvestasikan pada bisnis warung sembako dengan keuntungan 4,75%. Jika total keuntungan Rp 465.000,00 tentukan nilai investasi pada masing-masing bisnis.
- Suatu bahan anti beku *A* mengandung 18% alkohol. Bahan anti beku *B* mengandung 10% alkohol. Berapa liter masing-masing bahan harus disediakan untuk memperoleh 20 liter campuran bahan anti beku dengan kandungan alkohol 15%?

## F. Rangkuman

Misal  $a, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$  bilangan real, maka bentuk umum SPLDV sebagai berikut.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Solusi SPLDV dapat ditentukan dengan cara grafik, substitusi, eliminasi, atau eliminasi-substitusi. Pada setiap SPLDV, berlaku tepat satu di antara kejadian berikut ini.

- SPLDV memiliki solusi tunggal;
- SPLDV tidak memiliki solusi atau **inconsistent**
- SPLDV memiliki tak berhingga banyak solusi atau **dependent**

### G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Tuliskan konsep apa saja yang penting ketika mempelajari SPLDV. Mengapa?
2. Bagian manakah dari topik ini yang masih dirasakan perlu dipelajari lebih lanjut? Mengapa?
3. Tuliskan kesan-kesan setelah mempelajari materi ini. Mengapa hal itu berkesan?
4. Apakah tugas-tugas yang diberikan dalam pembelajaran ini mendorong Anda untuk aktif di kelas? Mengapa?
5. Tuliskan manfaat yang diperoleh setelah Anda mempelajari topik ini.

## Kegiatan Pembelajaran 6

### Persamaan Kuadrat

#### A. Tujuan

Setelah mengikuti kegiatan pembelajaran ini, menggunakan uraian materi dan aktivitas modul, guru diharapkan dapat menentukan akar persamaan kuadrat, menentukan sifat persamaan kuadrat berdasar nilai diskriminannya, menyusun persamaan kuadrat baru, dan menyelesaikan masalah menggunakan persamaan kuadrat.

#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Mengidentifikasi sifat-sifat persamaan kuadrat.
2. Menggunakan diskriminan untuk menyelesaikan masalah persamaan kuadrat.
3. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat.

#### C. Uraian Materi

1. Bentuk Umum Persamaan Kuadrat

Bentuk umum persamaan kuadrat adalah:

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0, a, b, c \in R$$

Penyelesaian dari persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  dinamakan **akar dari persamaan kuadrat**. Sehingga jika  $m$  atau  $n$  merupakan akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  maka berlaku  $am^2 + bm + c = 0$  atau  $an^2 + bn + c = 0$ .

#### Contoh 1

Bentuk  $(x - 2)(3x - 4) = 2x(x - 1)$  dapat ditulis dalam bentuk  $ax^2 + bx + c =$

0. Tentukan nilai dari  $a + b - c$ .

Jawab

$$\begin{aligned}(x - 2)(3x - 4) &= 2x(x - 1) \\ 3x^2 - 10x + 8 &= 2x^2 - 2x \\ 3x^2 - 2x^2 - 10x + 2x + 8 &= 0 \\ x^2 - 8x + 8 &= 0\end{aligned}$$

Sehingga  $a = 1, b = -8$  dan  $c = 8$

$$a + b - c = 1 - 8 - 8 = -15$$

Contoh 2

Diketahui salah satu akar dari persamaan kuadrat  $x^2 - kx + 2k = 0$  adalah 4. Tentukan nilai dari  $k^2 - 3k$ .

Jawab

$$\begin{aligned}x = 4 \text{ sehingga } 4^2 - 4k + 2k &= 0 \\ 16 - 2k &= 0 \\ 2k &= 16 \\ k &= 8\end{aligned}$$

Sehingga  $k^2 - 3k = 8^2 - 3 \cdot 8 = 64 - 24 = 40$

## 2. Menentukan Akar-akar Persamaan Kuadrat

Alternatif cara untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat antara lain dengan memfaktorkan, melengkapi kuadrat sempurna, menggunakan rumus, atau menggambar grafik fungsi kuadrat.

### a. Dengan memfaktorkan

Cara memfaktorkan dapat dilakukan karena **untuk  $u, v \in \mathbb{R}$  dengan  $u \cdot v = 0$  maka berlaku  $u = 0$  ; atau  $v = 0$  ; atau  $u$  dan  $v$  keduanya nol.**

Contoh 1:

$$\begin{aligned}x^2 - 5x + 4 &= 0 \\ x^2 - 4x - x + 4 &= 0\end{aligned}$$

$$x^2 - 4x - 1(x - 4) = 0$$

$$x(x - 4) - 1(x - 4) = 0$$

$$(x - 4)(x - 1) = 0$$

Dengan menggunakan sifat bilangan real di atas, maka berlaku:

$$(x - 4) = 0 \text{ atau } (x - 1) = 0$$

$$x = 4 \text{ atau } x = 1$$

Akar persamaan tersebut adalah 4 dan 1. Himpunan penyelesaiannya  $\{1, 4\}$

Contoh 2:

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$2x^2 + 6x - x - 3 = 0$$

$$2x^2 + 6x - 1(x + 3) = 0$$

$$2x(x + 3) - 1(x + 3) = 0$$

$$(x + 3)(2x - 1) = 0$$

Dengan menggunakan sifat bilangan real di atas, maka berlaku:

$$(x + 3) = 0 \text{ atau } (2x - 1) = 0$$

$$x = -3 \text{ atau } x = \frac{1}{2}$$

Penyelesaian persamaan di atas adalah  $-3$  dan  $\frac{1}{2}$

Cara lain:

Untuk memfaktorkan persamaan kuadrat  $x^2 + bx + c = 0$  (perhatikan bahwa koefisien  $a=1$ ), maka harus dicari bilangan  $p$  dan  $q$  sehingga bentuk persamaan kuadrat tersebut menjadi  $(x + p)(x + q) = 0$ .

$$x^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow (x + p)(x + q) = 0$$

$$x^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x^2 + (p + q)x + pq = 0$$

Secara sederhana, untuk memfaktorkan persamaan kuadrat  $x^2 + bx + c = 0$  adalah dengan mencari bilangan  $p$  dan  $q$  yang hasil kalinya adalah  $c$  dan hasil penjumlahannya adalah  $b$ . Dengan kata lain, dicari  $p$  dan  $q$  sedemikian hingga:

$$pq = c \text{ dan } p + q = b$$

Selanjutnya, cara ini akan diterapkan pada contoh 1 dan contoh 2 di atas.

Contoh 1:

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

difaktorkan menjadi bentuk  $(x + p)(x + q) = 0$  . Maka dicari  $p$  dan  $q$  yang memenuhi:  $pq = c = 4$  dan  $p + q = b = -5$

Kemungkinan  $p$  dan  $q$  diantaranya sebagai berikut.

$p$	$q$	$pq$	$p + q$
2	2	4	4
1	4	4	5
-1	-4	4	-5

Sehingga yang memenuhi adalah  $p = -1$  dan  $q = -4$ .

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 4) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ atau } x = 4$$

Akar-akar persamaan  $x^2 - 5x + 4 = 0$  adalah 1 dan 4.

Bagaimana jika persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  memiliki  $|a| > 1$  ?

Contoh 2.

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

difaktorkan menjadi bentuk  $(2x + p)(x + q) = 0$

Maka dicari  $p$  dan  $q$  yang memenuhi :

$$pq = -3 \text{ dan } p + 2q = 5$$

dengan mengecek berbagai kemungkinan  $p$  dan  $q$ , diperoleh  $p = -1$  dan  $q = 3$  .

$$2x^2 + 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow (2x - 1)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ atau } x = -3$$

b. Melengkapkan Kuadrat Sempurna

Tidak semua persamaan kuadrat mudah diselesaikan dengan memfaktorkan. Pada bagian ini akan dibahas penyelesaian persamaan kuadrat dengan melengkapkan kuadrat sempurna. Namun sebelum itu, perhatikan beberapa ilustrasi berikut.

- $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = 3$  atau  $x = -3$
- $(x + 2)^2 = 9 \Leftrightarrow (x + 2) = 3$  atau  $(x + 2) = -3 \Leftrightarrow x = 1$  atau  $x = -5$
- $x^2 = 50 \Leftrightarrow x = 5\sqrt{2}$  atau  $x = -5\sqrt{2}$
- $(x - 1)^2 = 50 \Leftrightarrow (x - 1) = 5\sqrt{2}$  atau  $(x - 1) = -5\sqrt{2}$   
 $\Leftrightarrow x = 1 + 5\sqrt{2}$  atau  $x = 1 - 5\sqrt{2}$

Dari ilustrasi di atas, terlihat bahwa penyelesaian persamaan kuadrat menjadi mudah dilakukan ketika persamaan kuadrat diubah dalam bentuk kuadrat sempurna. Bentuk  $(x + k)^2$  atau  $(x - k)^2$  dengan  $k$  suatu konstanta disebut kuadrat sempurna.

Untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan melengkapkan kuadrat sempurna, pastikan Anda telah memahami bentuk aljabar berikut.

$$\begin{aligned}(x + k)^2 &= x^2 + 2kx + k^2 \\(x - k)^2 &= x^2 - 2kx + k^2 \\(ax + k)^2 &= a^2x^2 + 2kax + k^2 \\(ax - k)^2 &= a^2x^2 - 2kax + k^2\end{aligned}$$

Contoh.

$$2x^2 - 3x - 1 = 0$$

Kedua ruas dibagi dengan 2

$$\begin{aligned}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} &= 0 \\x^2 - \frac{3}{2}x &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Agar ruas kiri dapat diubah menjadi bentuk kuadrat sempurna, tambahkan kedua

ruas dengan  $\left(\frac{-\frac{3}{2}}{2}\right)^2 = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$ .

$$x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = \frac{1}{2} + \frac{9}{16}$$

$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{17}{16}$$

$$\left(x - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4}\sqrt{17} \text{ atau } \left(x - \frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{4}\sqrt{17}$$

Akar-akarnya adalah  $x_1 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{17}$  dan  $x_2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{17}$

Secara umum, mengubah bentuk umum persamaan kuadrat ke bentuk kuadrat sempurna sebagai berikut.

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

### c. Dengan Rumus

Dengan melanjutkan proses melengkapkan kuadrat sempurna, dapat diturunkan rumus umum untuk menemukan akar persamaan kuadrat sebagai berikut.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + bx = -c \quad \text{kedua ruas dikalikan dengan } \frac{1}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Tambahkan kedua ruas dengan  $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ dan } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  dapat dinyatakan dengan rumus:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ dan } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Contoh.

Selesaikan persamaan kuadrat  $x^2 - 5x + 2 = 0$  dengan menggunakan rumus.

Penyelesaian.

Nilai  $a = 1$ ,  $b = -5$  dan  $c = 2$  sehingga

$$x_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

d. Dengan grafik.

Untuk menyelesaikan persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  dengan menggunakan grafik, sama halnya dengan mencari titik potong grafik  $y = ax^2 + bx + c$  dengan sumbu  $x$ . Cara ini dijelaskan pada bagian Fungsi Kuadrat pada modul ini.

### 3. Sifat Persamaan Kuadrat Berdasar Nilai Diskriminan

Pada bagian sebelumnya telah dibahas bahwa persamaan  $ax^2 + bx + c = 0$  mempunyai penyelesaian  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ .

Pada rumus tersebut, terlihat bahwa jenis akar persamaan kuadrat bergantung pada nilai  $b^2 - 4ac$ . Nilai ini selanjutnya disebut nilai **diskriminan**, ditulis  $D = b^2 - 4ac$ .

- Jika  $D > 0$  maka persamaan kuadrat mempunyai dua akar real berlainan.
- Jika  $D = 0$  maka persamaan kuadrat mempunyai akar real kembar.
- Jika  $D < 0$  maka persamaan kuadrat akar-akarnya khayal (*imaginer*).

#### Contoh 1

Diketahui  $mx^2 - 2mx + 3x + 9m - 6 = 0$ , tentukan  $m$  bila persamaan kuadrat mempunyai akar kembar.

Penyelesaian.

$$\begin{aligned} mx^2 - 2mx + 3x + 9m - 6 &= 0 \\ mx^2 - (2m - 3)x + (9m - 6) &= 0 \end{aligned}$$

Persamaan kuadrat memiliki akar kembar jika  $D = b^2 - 4ac = 0$

$$\begin{aligned} (2m - 3)^2 - 4 \cdot m \cdot (9m - 6) &= 0 \\ 4m^2 - 12m + 9 - 36m^2 + 24m &= 0 \\ 32m^2 - 12m - 9 &= 0 \\ (8m + 3)(4m - 3) &= 0 \\ m = -\frac{3}{8} \text{ atau } m = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

#### Contoh 2

Tunjukkan bahwa  $\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-2a} = 1$  mempunyai dua akar nyata berlainan.

Penyelesaian.

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-2a} = 1$$

$$\frac{(x-2a) + (x-a)}{(x-a)(x-2a)} = 1$$

Kedua ruas dikalikan dengan  $(x-a)(x-2a)$

$$(x-2a) + (x-a) = 1(x-a)(x-2a)$$

$$2x - 3a = x^2 - 3ax + 2a^2$$

$$x^2 - 3ax - 2x + 2a^2 + 3a = 0$$

$$x^2 - (3a+2)x + (2a^2+3a) = 0$$

Merupakan persamaan kuadrat dengan  $a = 1$ ,  $b = -(3a+2)$  dan  $c = 2a^2 + 3a$

Sehingga nilai diskriminannya:

$$D = (3a+2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2a^2+3a)$$

$$D = 9a^2 + 12a + 4 - 8a^2 - 12a$$

$$D = a^2 + 4$$

Sehingga untuk setiap nilai  $a$  maka  $D = a^2 + 4$  selalu positif. Dengan demikian  $D > 0$  sehingga persamaan kuadrat mempunyai dua akar nyata berlainan.

#### 4. Jumlah dan Hasil Kali Akar- Akar Persamaan Kuadrat

Telah dibahas pada bagian sebelumnya, jika  $x_1$  dan  $x_2$  akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ , maka berlaku:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ dan } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Dari sini dapat diturunkan :

1. Jumlah akar-akar persamaan kuadrat adalah:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b - b}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$$

2. Hasil kali akar-akar persamaan kuadrat adalah

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

Bentuk homogen akar-akar persamaan kuadrat

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3 \cdot x_1 \cdot x_2 (x_1 + x_2)$$

$$x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2(x_1 \cdot x_2)^2$$

Contoh 1

Ditentukan  $x_1$  dan  $x_2$  akar - akar dari  $x^2 - 5x + 3 = 0$ , tentukan  $x_1 + x_2$  dan  $x_1 \cdot x_2$

Penyelesaian.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-5}{1} = 5$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3$$

Contoh 2

Diberikan persamaan  $x^2 + 3x + p = 0$ . Bila  $x_1$  dan  $x_2$  adalah akar-akar persamaan kuadrat tersebut dan  $x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 = 12$  tentukan nilai  $p$ .

Penyelesaian.

$$x_1 + x_2 = -3 \text{ dan } x_1 \cdot x_2 = p$$

$$x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 = 12$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 12$$

$$(-3)^2 - 3x_1x_2 = 12$$

$$3x_1x_2 = -3$$

$$x_1x_2 = -1$$

$$p = -1$$

5. Menyusun Persamaan Kuadrat Baru

Jika akar - akar persamaan kuadrat telah diketahui misal  $m$  dan  $n$  maka dapat ditentukan persamaan kuadratnya dengan cara:

a) Memakai faktor

$$(x - m)(x - n) = 0$$

b) Memakai rumus jumlah dan hasil kali akar-akar

$$x^2 - (m + n)x + mn = 0$$

Contoh 1

Susunlah persamaan kuadrat yang akarnya  $-4$  dan  $5$ .

Penyelesaian

$$\begin{aligned}x^2 - (-4 + 5)x + (-4).5 &= 0 \\x^2 - x - 20 &= 0\end{aligned}$$

Contoh 2

Susunlah persamaan kuadrat yang akarnya  $2$  kurangnya dari akar-akar persamaan kuadrat  $x^2 + 7x + 3 = 0$ .

Penyelesaian.

Bila akar-akar persamaan  $x^2 + 7x + 3 = 0$  adalah  $m$  dan  $n$  maka

$$m + n = -7 \text{ dan } mn = 3.$$

Andai  $K$  atau  $L$  akar-akar yang baru maka  $K = m - 2$  atau  $L = n - 2$

$$K + L = m - 2 + n - 2 = m + n - 4 = -7 - 4 = -11$$

$$\begin{aligned}K.L &= (m - 2)(n - 2) = mn - 2(m + n) + 4 = 3 - 2(-7) + 4 \\&= 3 + 14 + 4 = 21\end{aligned}$$

Sehingga

$$x^2 - (K + L)x + KL = 0$$

$$x^2 - 11x + 21 = 0$$

Contoh 3

Diberikan persamaan  $x^2 - 3x + 1 = 0$  dengan akar-akar  $p$  dan  $q$ . Susunlah persamaan kuadrat baru yang akarnya  $p^2 + q$  dan  $p + q^2$

Penyelesaian.

$$p + q = 3 \text{ dan } pq = 1$$

Persamaan kuadrat baru  $x^2 - (a + b)x + ab = 0$

Misal  $a = p^2 + q$  dan  $b = p + q^2$  maka

$$\begin{aligned} a + b &= p^2 + q^2 + p + q \\ &= (p + q)^2 - 2pq + (p + q) \\ &= 3^2 - 2.1 + 3 \\ &= 10 \\ ab &= (p^2 + q)(p + q^2) \\ &= p^3 + p^2q^2 + pq + q^3 \\ &= [(p + q)^3 - 3p^2q - 3pq^2] + p^2q^2 + pq \\ &= [(p + q)^3 - 3pq(p + q)] + (pq)^2 + pq \\ &= [3^3 - 3.1.3] + 1^2 + 1 \\ &= 20 \end{aligned}$$

Persamaan kuadrat baru  $x^2 - 10x + 20 = 0$ .

Contoh 4

Akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  adalah  $p$  dan  $q$ . Tentukan persamaan kuadrat baru yang memenuhi:

- akar-akarnya lawan dari akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$
- akar-akarnya kebalikan akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$
- akar-akarnya  $k$  kali akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$

Penyelesaian.

$$p + q = -\frac{b}{a} \text{ dan } p \cdot q = \frac{c}{a}$$

- a. Misal persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya  $x_1$  dan  $x_2$  dengan  $x_1$  dan  $x_2$  lawan dari akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  maka:

$$x_1 = -p \text{ dan } x_2 = -q$$

Jumlah akar-akarnya adalah:

$$x_1 + x_2 = -p + (-q) = -p - q = -(p + q)$$

Hasil kali akar-akarnya adalah:

$$x_1 \cdot x_2 = -p \cdot -q = pq$$

Substitusi ke persamaan kuadrat baru

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$x^2 - (-(p + q))x + pq = 0$$

$$x^2 + (p + q)x + pq = 0$$

$$x^2 + \left(-\frac{b}{a}\right)x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 - \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$ax^2 - bx + c = 0$$

Jadi persamaan kuadrat baru yang terbentuk dari lawan dari hasil kali akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  adalah  $ax^2 - bx + c = 0$

- b. Misal persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya  $x_1$  dan  $x_2$  dengan  $x_1$  dan  $x_2$  kebalikan dari akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  maka:

$$x_1 = \frac{1}{p} \text{ dan } x_2 = \frac{1}{q}$$

Jumlah akar-akarnya adalah:

$$x_1 + x_2 = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{p + q}{pq}$$

Hasil kali akar-akarnya adalah:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{q} = \frac{1}{pq}$$

Substitusi ke persamaan kuadrat baru yang diminta:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$x^2 - \frac{p+q}{pq}x + \frac{1}{pq} = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{-b/a}{c/a}\right)x + \frac{1}{c/a} = 0$$

$$x^2 - \left(-\frac{b}{c}\right)x + \frac{a}{c} = 0$$

$$cx^2 + bx + a = 0$$

Jadi persamaan kuadrat baru yang terbentuk dari kebalikan akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  adalah  $cx^2 + bx + a = 0$

- c. Misal persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya  $x_1$  dan  $x_2$  dengan  $x_1$  dan  $x_2$  merupakan  $k$  kali akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  maka:

$$x_1 = kp \text{ dan } x_2 = kq$$

Jumlah akar-akarnya adalah:

$$x_1 + x_2 = kp + (kq) = k(p + q) = k(p + q)$$

Hasil kali akar-akarnya adalah:

$$x_1 \cdot x_2 = kp \cdot kq = k^2pq$$

Substitusi ke persamaan

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$x^2 - (k(p + q))x + k^2pq = 0$$

$$x^2 - k\left(-\frac{b}{a}\right)x + k^2\frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + k\frac{b}{a}x + k^2\frac{c}{a} = 0$$

$$ax^2 + kbx + k^2c = 0$$

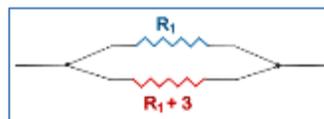
Jadi persamaan kuadrat baru yang terbentuk dari  $k$  kali akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  adalah  $ax^2 + kbx + k^2c = 0$ .

## 6. Penyelesaian Masalah dengan Menggunakan Persamaan Kuadrat

Pada bagian ini akan dibahas beberapa contoh masalah yang dapat diselesaikan dengan menerapkan cara mencari akar persamaan kuadrat yang telah dibahas sebelumnya. Pada contoh-contoh berikut, hanya akan ditampilkan salah satu cara sebagai alternatif untuk menentukan akar persamaan kuadrat. Anda dapat menggunakan cara lain yang menurut Anda lebih mudah dalam menentukan akar persamaan kuadrat.

### Contoh 1. Kelistrikan

Dua resistor disusun secara paralel seperti pada gambar berikut. Salah satu resistor diketahui memiliki nilai hambatan lebih besar 3 ohm dari resistor yang lain.



Total hambatan yang dihasilkan rangkaian tersebut sebesar 2 ohm. Tentukan nilai hambatan masing-masing resistor.

Penyelesaian.

Hambatan total dari resistor yang disusun secara paralel memenuhi:

$$\frac{1}{R_{total}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Pada kasus ini berlaku:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1 + 3}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{(R_1 + 3) + R_1}{R_1(R_1 + 3)}$$

Kedua ruas dikalikan dengan  $2R_1(R_1 + 3)$

$$2R_1(R_1 + 3) \frac{1}{2} = 2R_1(R_1 + 3) \frac{(R_1 + 3) + R_1}{R_1(R_1 + 3)}$$

$$R_1^2 + 3R_1 = 2(2R_1 + 3)$$

$$R_1^2 + 3R_1 = 4R_1 + 6$$

$$R_1^2 - R_1 - 6 = 0$$

$$(R_1 + 2)(R_1 - 3) = 0$$

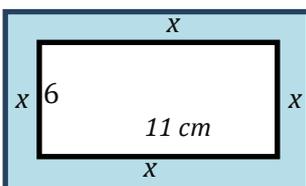
$$R_1 = -2 \text{ atau } R_1 = 3$$

Karena  $R_1$  menyatakan nilai hambatan suatu resistor, tidak mungkin  $R_1$  bernilai negatif.

Dari sini diperoleh:

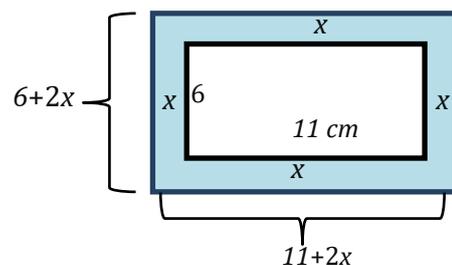
$$R_1 = 3 \text{ Ohm dan } R_2 = 3 + 3 = 6 \text{ Ohm}$$

### Contoh 2. Bingkai Foto



Seorang pengrajin bingkai foto menerima pesanan bingkai untuk sebuah foto berukuran  $11 \times 6$  cm. Luas bagian depan bingkai untuk diwarnai adalah  $28 \text{ cm}^2$ . Jika  $x$  menyatakan lebar bingkai (seperti pada gambar), tentukan nilai  $x$ .

Penyelesaian:



Luas daerah bingkai= Luas persegi panjang luar – luas foto

$$28 = (11 + 2x)(6 + 2x) - (11)(6)$$

$$28 = (66 + 34x + 4x^2) - (66)$$

$$4x^2 + 34x - 28 = 0$$

$$2x^2 + 17x - 14 = 0$$

$$x = \frac{-\sqrt{401} - 17}{4} \text{ atau } x = \frac{\sqrt{401} - 17}{4}$$

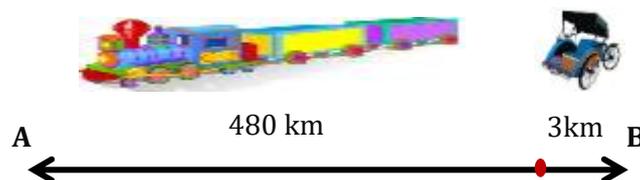
$$x \approx -9,3 \text{ atau } x \approx 0,8$$

Karena  $x$  tidak mungkin negatif, diperoleh  $x \approx 0,8$  cm.

### Contoh 3. Jarak, Waktu dan Kecepatan

Pak Bari melakukan perjalanan dari Kota A ke Kota B. Setelah menempuh perjalanan sejauh 480 km dari Kota A menggunakan kereta api, Pak Bari harus menempuh perjalanan sejauh 3 km dengan becak agar dapat sampai ke kota B. Total waktu perjalanan Pak Bari adalah 8 jam. Jika kereta api lebih cepat 80 km/jam dibanding becak, tentukan kecepatan kereta api dan kecepatan becak (dalam km/jam).

Penyelesaian.



Misal kecepatan kereta api  $x$  km/jam. Maka kecepatan becak adalah  $(x - 80)$  km/jam .

Waktu perjalanan menggunakan kereta api =  $\frac{480}{x}$  jam

Waktu perjalanan menggunakan becak =  $\frac{3}{x-80}$

Karena total waktu perjalanan Pak Bari adalah 8 jam, maka:

$$\begin{aligned} \frac{480}{x} + \frac{3}{x-80} &= 8 \\ \frac{480(x-80) + 3x}{x(x-80)} &= 8 \\ 480x - 38400 + 3x &= 8(x^2 - 80x) \\ 8x^2 - 1123x + 38400 &= 0 \\ x &= \frac{1123 - \sqrt{32329}}{16} \text{ atau } x = \frac{1123 + \sqrt{32329}}{16} \\ x &\approx 58,9 \text{ atau } x \approx 81,4 \end{aligned}$$

Untuk  $x \approx 58,9$ , yakni kecepatan kereta api sekitar 58,9 km/jam, maka kecepatan becak adalah  $58,9 - 80 = -21,1$  yang tidak mungkin karena negatif.

Untuk  $x \approx 81,4$ , yakni kecepatan kereta api sekitar 81,4 km/jam, maka kecepatan becak adalah  $81,4 - 80 = 1,4$  km/jam.

Jadi kecepatan kereta api sekitar 81,4 km/jam dan kecepatan becak sekitar 1,4 km/jam.

#### D. Aktivitas Pembelajaran

##### AKTIVITAS 1

Buktikan jika  $x_1$  dan  $x_2$  akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$  berlaku:

1.  $x_1$  dan  $x_2$  berlawanan jika dan hanya jika  $b = 0$
2.  $x_1$  dan  $x_2$  berkebalikan jika dan hanya jika  $a = c$

Lembar Kerja Aktivitas 1

---

**AKTIVITAS 2**

Sekitar 3800 tahun yang lalu, sekitar tahun 1775 SM permasalahan menggunakan persamaan kuadrat ditemukan pada suatu batu bertulis dari jaman Mesopotamia.



batu bertulis dari jaman Mesopotamia

Penafsiran masalah yang tertulis di batu tersebut sebagai berikut.

Jumlah luas dua persegi adalah 1000 satuan luas. Panjang sisi persegi kedua adalah sepuluh kurangnya dari dua pertiga panjang sisi persegi pertama.

1. Misal  $x$  adalah panjang sisi persegi pertama. Susun model persamaan kuadrat untuk permasalahan di atas.
2. Tentukan nilai diskriminan. Berapa banyak solusi persamaan kuadrat yang mungkin?
3. Tentukan panjang sisi masing-masing persegi.

Lembar Kerja Aktivitas 2



### AKTIVITAS 3

Diketahui  $m$  dan  $n$  merupakan akar-akar persamaan  $x^2 - x - 5 = 0$ . Tentukan persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya adalah:

- $\frac{m}{n}$  dan  $\frac{n}{m}$
- $m + \frac{2}{m}$  dan  $n + \frac{2}{n}$
- $m + \frac{n^2}{m}$  dan  $n + \frac{m^2}{n}$
- $m - \frac{1}{m}$  dan  $n - \frac{1}{n}$

Lembar Kerja Aktivitas 3

### AKTIVITAS 4

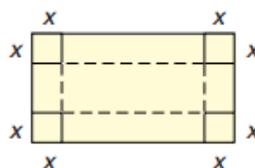
Susunlah suatu masalah kontekstual yang dapat diselesaikan dengan persamaan kuadrat. Sertakan solusinya.

Lembar Kerja Aktivitas 4

### E. Latihan

1. Persamaan  $ax^2 + bx + c = 0$  dengan  $a, b$ , dan  $c$  bilangan rasional bukan nol, salah satu akarnya adalah  $\frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ . Tentukan persamaan kuadrat tersebut.
2. Jika  $m$  bilangan rasional, tunjukkan bahwa akar-akar persamaan kuadrat  $x^2 - (m + 1)x - 3m = 12$  merupakan bilangan rasional.

3. Tentukan nilai  $k$  agar persamaan  $6k^2x^2 - (10 - 3k)x + (1 - 5k) = 0$  mempunyai akar-akar berkebalikan. Tentukan akar-akarnya.
4. Melani dan Unyil bekerja bersama dapat menyelesaikan suatu pekerjaan selama 10 hari. Jika bekerja sendiri-sendiri, Unyil dapat mengerjakan lebih cepat 15 hari dari Melani. Berapa hari waktu yang diperlukan oleh masing - masing bila pekerjaan dikerjakan sendiri - sendiri ?
5. Kertas karton berbentuk persegi panjang berukuran  $30 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$  dipotong pada ujung-ujungnya seperti pada gambar. Setelah dipotong, kertas dilipat sehingga membentuk sebuah kotak tanpa tutup dengan luas alas  $989 \text{ cm}^2$ . Tentukan dimensi kotak hasil lipatan.



## F. Rangkuman

Bentuk umum persamaan kuadrat adalah:

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0, a, b, c \in R$$

Alternatif cara menentukan persamaan kuadrat antara lain dengan memfaktorkan, melengkapi kuadrat sempurna, menggunakan rumus, dan menggambar grafik. Persamaan kuadrat dapat diterapkan untuk penyelesaian masalah terkait geometri, jarak waktu kecepatan, lintasan peluru, dan lain-lain.

## G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Tuliskan konsep apa saja yang penting ketika mempelajari persamaan kuadrat. Mengapa?
2. Bagian manakah dari topik ini yang masih dirasakan perlu dipelajari lebih lanjut? Mengapa?
3. Tuliskan kesan-kesan setelah mempelajari relasi dan cara melambangkannya. Mengapa hal itu berkesan?
4. Apakah tugas-tugas yang diberikan dalam pembelajaran ini mendorong Anda untuk aktif di kelas? Mengapa?
5. Tuliskan manfaat yang diperoleh setelah Anda mempelajari topik ini.

## Kegiatan Pembelajaran 7

### Fungsi Kuadrat

#### A. Tujuan

Setelah mengikuti kegiatan pembelajaran ini, menggunakan uraian materi dan aktivitas modul, guru diharapkan dapat menggambar grafik fungsi kuadrat dan menyelesaikan masalah terkait fungsi kuadrat.

#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menganalisis hubungan antara fungsi kuadrat dan grafiknya.
2. Menafsirkan sifat-sifat fungsi kuadrat.
3. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi kuadrat.

#### C. Uraian Materi

Fungsi kuadrat didefinisikan sebagai berikut.

Misalkan  $a, b, c$  bilangan real dan  $a \neq 0$  maka fungsi yang dirumuskan oleh

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

dinamakan fungsi kuadrat dalam variabel  $x$ .

##### 1. Menggambar Grafik Fungsi Kuadrat

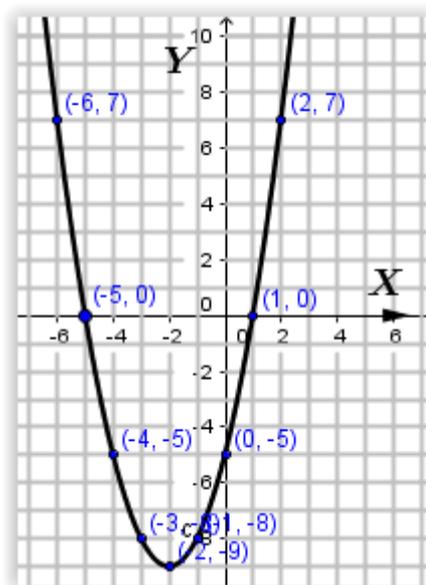
Perhatikan contoh berikut.

Gambarkan grafik fungsi  $f: x \rightarrow x^2 + 4x - 5, x \in R$

Jawab

$x$	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$ $= x^2 + 4x - 5$	7	0	-5	-8	-9	-8	-5	0	7

Dari tabel diatas dapat digambar sebagai berikut :



Apabila dengan mendaftar pasangan titik seperti langkah di atas, grafik fungsi kuadrat yang digambar tentu sangat terbatas pada banyaknya pasangan titik yang ditentukan. Selanjutnya pada bagian ini akan dibahas menggambar grafik suatu fungsi kuadrat secara umum.

Langkah-langkahnya

- 1) Tentukan titik potong grafik fungsi terhadap sumbu  $X$

Titik potong grafik fungsi terhadap sumbu  $X$  diperoleh apabila nilai  $f(x)$  pada  $f(x) = ax^2 + bx + c$  sama dengan nol. Dengan demikian, menentukan titik potong terhadap sumbu  $X$  berarti mencari akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$ . Ingat kembali pembahasan mengenai diskriminan. Nilai diskriminan  $D = b^2 - 4ac$  menentukan bagaimana titik potong sumbu  $X$  suatu fungsi kuadrat digambarkan.

- 2) Tentukan titik potong grafik fungsi terhadap sumbu  $y$

Titik potong grafik fungsi terhadap sumbu  $Y$  diperoleh apabila nilai  $x$  pada  $y = ax^2 + bx + c$  sama dengan nol. Dengan kata lain, grafik fungsi akan memotong sumbu  $y$  pada koordinat  $(0, c)$ .

- 3) Tentukan sumbu simetri grafik  $x = -\frac{b}{2a}$

Sumbu simetri grafik merupakan garis dengan persamaan  $x = k$  yang membagi area parabola menjadi dua luasan yang simetris. Jika persamaan  $ax^2 + bx + c = 0$  yang dibentuk dari fungsi  $y = ax^2 + bx + c$  memiliki akar-akar  $x_1$  dan  $x_2$ , maka akan memotong sumbu  $x$  ( $x_1, 0$ ) dan ( $x_2, 0$ ) Selanjutnya, titik tengah antara kedua titik tersebut adalah :

$$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, 0\right) = \left(\frac{-\frac{b}{a}}{2}, 0\right) = \left(-\frac{b}{2a}, 0\right)$$

Dengan demikian persamaan sumbu simetri grafik adalah  $x = -\frac{b}{2a}$

4) Tentukan nilai maksimum / minimum  $y = -\frac{b^2-4ac}{4a}$

Nilai maksimum/minimun diperoleh pada titik puncak grafik fungsi parabola, yakni titik yang melalui sumbu simetrinya, merupakan nilai  $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ .

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^2 + bx + c \\ f\left(-\frac{b}{2a}\right) &= a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c \\ &= \frac{ab^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c \\ &= \frac{ab^2 - 2ab^2 + 4a^2c}{4a^2} \\ &= \frac{-ab^2 + 4ac}{4a^2} \\ &= \frac{-a(b^2 + 4ac)}{4a^2} \\ &= -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \end{aligned}$$

5) Tentukan titik puncak grafik  $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$

Dari dua langkah sebelumnya, koordinat titik puncak suatu fungsi kuadrat ditentukan oleh sumbu simetri sebagai absisnya, dan nilai maksimum/minimum sebagai ordinatnya.

- 6) Buatlah titik bantu agar memudahkan dalam menghubungkan titik yang diketahui.

Contoh: Gambarlah grafik fungsi  $f: x \rightarrow x^2 + 2x - 3$

Jawab

- 1) Menentukan titik potong sumbu  $X$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3 \text{ atau } x = 1$$

titik potong dengan sumbu  $X$  adalah  $(-3, 0)$  dan  $(1, 0)$

- 2) titik potong dengan grafik fungsi dengan sumbu  $Y$  berarti  $x = 0$

$$y = x^2 + 2x - 3$$

$$y = -3$$

titik potong dengan sumbu  $Y$  adalah  $(0, -3)$

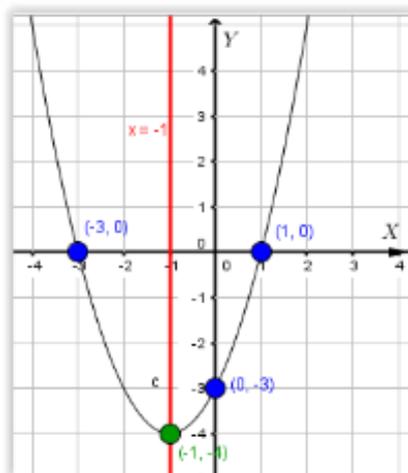
- 3) sumbu simetri grafik

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot 1} = -1$$

- 4) Nilai minimum grafik  $y = \frac{b^2 - 4ac}{-4a} = \frac{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}{-4} = \frac{16}{-4} = -4$

- 5) Titik puncak grafik  $(-1, -4)$

Selanjutnya, titik-titik hasil di atas dihubungkan sehingga diperoleh grafik parabola seperti berikut.



## 2. Sifat-sifat Fungsi Kuadrat

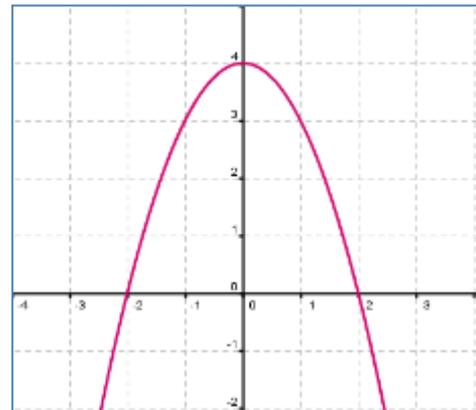
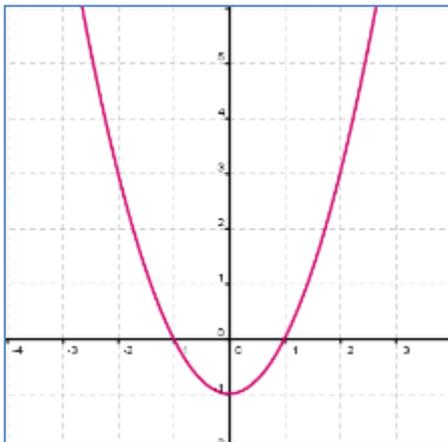
a. Pengaruh nilai  $a$  terhadap bentuk grafik fungsi

$a > 0 \Leftrightarrow$  Grafik terbuka ke atas

$a < 0 \Leftrightarrow$  Grafik terbuka ke bawah

Contoh  $f(x) = x^2 - 1$

Contoh  $f(x) = -x^2 + 4$



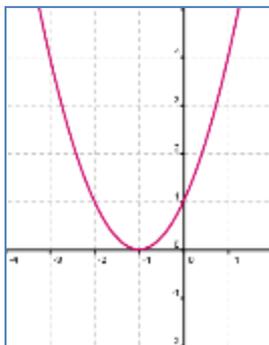
b. Pengaruh nilai  $c$  terhadap grafik fungsi

$$c > 0$$

grafik memotong sumbu  $Y$  di atas sumbu  $X$

Contoh

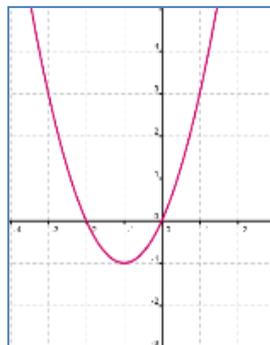
$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$



$$c = 0$$

grafik melalui  $O (0,0)$

Contoh  $f(x) = x^2 + 2x$

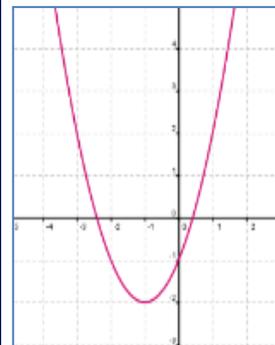


$$c < 0$$

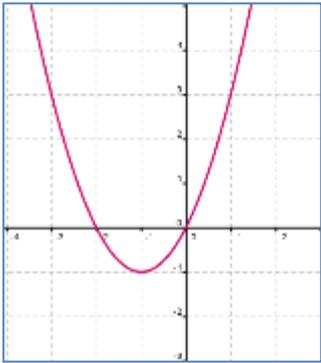
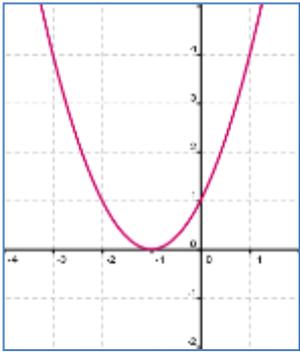
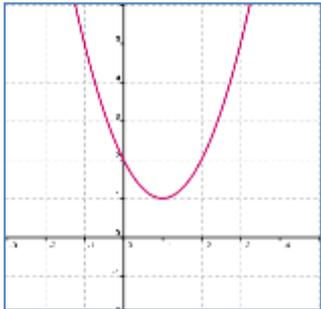
grafik memotong sumbu  $Y$  di bawah sumbu  $X$

Contoh

$$f(x) = x^2 + 2x - 1$$



c. Pengaruh nilai D

$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
grafik memotong sumbu $X$ Contoh $f(x) = x^2 + 2x$	grafik menyinggung sumbu $X$ Contoh $f(x) = x^2 + 2x + 1$	grafik tidak memotong dan tidak menyinggung sumbu $X$ Contoh $f(x) = x^2 - 2x + 2$
		

3. Penyelesaian Masalah dengan Fungsi Kuadrat

Berikut beberapa contoh penerapan fungsi kuadrat untuk penyelesaian masalah.

Contoh 1. *Roller Coaster*

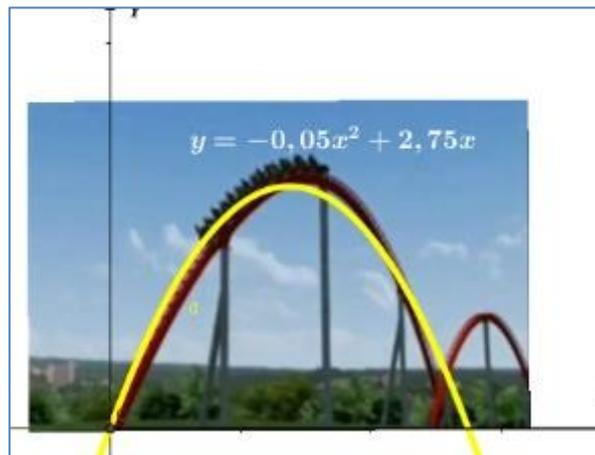


Roller coaster, wahana permainan berupa kereta yang dipacu dengan kecepatan tinggi pada jalur rel khusus, lintasannya ada yang berbentuk parabola seperti pada gambar di samping. Menggunakan GeoGebra, diperkirakan model fungsi lintasan ini adalah

$$f(x) = -0,05x^2 + 2,75x$$

(diasumsikan sumbu  $X$  sejajar permukaan tanah,  $f(x)$  fungsi dalam meter). Tentukan tinggi maksimal *roller coaster* tersebut dari permukaan tanah.

Penyelesaian.



$$f(x) = -0,05x^2 + 2,75x$$

Maka  $a = -0,05$  ,  $b = 2,75$  dan  $c = 0$

Nilai maksimum:

$$y = \frac{b^2 - 4ac}{-4a} = \frac{2,75^2 - 4 \cdot (-0,05) \cdot 0}{-4(-0,05)} = \frac{7,5625}{0,2}$$

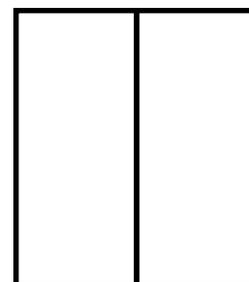
$$= 37,8125 \text{ meter}$$

Contoh 2. Peternakan

Pak Erte mempunyai pagar kayu sepanjang 100 meter. Pak Erte ingin menggunakan pagar kayu tersebut untuk membuat dua kandang ternak seperti terlihat pada gambar. Tentukan ukuran kandang yang harus dibuat oleh Pak Erte agar luas kandang maksimal.



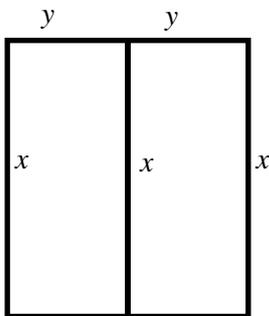
pagar kayu sepanjang 100m



bentuk kandang

Penyelesaian.

Misal  $x$  dan  $y$  masing-masing menyatakan panjang dan lebar setiap kandang seperti pada gambar berikut.



Diketahui panjang pagar kandang 100 m, maka

$$3x + 4y = 100$$

$$y = \frac{100 - 3x}{4}$$

Luas maksimal setiap kandang:

$$L(x) = x \cdot y = x \left( \frac{100 - 3x}{4} \right) = x \left( 25 - \frac{3}{4}x \right) = 25x - \frac{3}{4}x^2$$

merupakan fungsi kuadrat dengan  $a = -\frac{3}{4}$ ,  $b = 25$  dan  $c = 0$ .

Luas maksimal diperoleh untuk

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{25}{2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)} = \frac{50}{3} = 16,67 \text{ meter}$$

$$y = \frac{100 - 3x}{4} = \frac{100 - 3\left(\frac{50}{3}\right)}{4} = 12,5 \text{ meter}$$

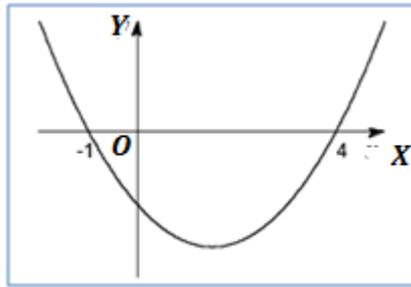
Sehingga luas masing-masing kandang adalah  $L = xy = (16,67)(12,5) = 208,33 \text{ m}^2$

Dan luas kedua kandang =  $2 \times 208,33 = 416,67 \text{ m}^2$

#### D. Aktivitas Pembelajaran

##### AKTIVITAS 1

Perhatikan sketsa grafik fungsi kuadrat berikut.



1. Tentukan semua kemungkinan fungsi kuadrat yang membentuk grafik tersebut.
2. Syarat cukup apa yang harus ditambahkan pada sketsa grafik di atas agar semua kemungkinan yang diperoleh pada (1) mengerucut pada hanya satu kemungkinan fungsi kuadrat?

Lembar Kerja Aktivitas 1

### AKTIVITAS 2

Untuk aktivitas ini, Anda dapat menggunakan *software* seperti GeoGebra, Excel, Graph atau lainnya untuk memudahkan visualisasi. Jika tidak memungkinkan, Anda dapat menggambar secara manual di kertas.

Aktivitas ini bertujuan menganalisis perbedaan tiga bentuk penulisan fungsi kuadrat dikaitkan dengan grafiknya. Perhatikan tiga bentuk penulisan fungsi kuadrat berikut.

- Bentuk 1:  $f(x) = ax^2 + bx + c$
- Bentuk 2:  $f(x) = a(x - p)^2 + q$
- Bentuk 3:  $f(x) = a(x - m)(x - n)$

1. Gambarlah beberapa grafik untuk masing-masing bentuk.

- dengan mengubah nilai  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  pada bentuk 1.
  - dengan mengubah nilai  $a$ ,  $p$  dan  $q$  pada bentuk 2
  - dengan mengubah nilai  $m$  dan  $n$  pada bentuk 3
2. Pada bentuk 1, apakah yang direpresentasikan nilai  $c$  ?
  3. Pada bentuk 2, apakah yang direpresentasikan nilai  $p$  dan  $q$  ?
  4. Pada bentuk 3, apakah yang direpresentasikan nilai  $m$  dan  $n$  ?
  5. Suatu grafik fungsi kuadrat memotong sumbu  $x$  di  $(2,0)$  dan  $(5,0)$  dan memotong sumbu  $Y$  di  $(0,-20)$  . Dari yang diketahui ini, manakah dari tiga bentuk di atas yang paling tepat digunakan untuk menentukan model fungsi kuadratnya? Tentukan fungsi tersebut.
  6. Suatu grafik fungsi kuadrat memiliki titik puncak  $(4,-6)$  dengan salah satu titik potong sumbu  $X$  adalah  $(8,0)$ . Dari yang diketahui ini, manakah dari tiga bentuk di atas yang paling tepat digunakan untuk menentukan model fungsi kuadratnya? Tentukan fungsi tersebut.
  7. Suatu grafik fungsi kuadrat adalah grafik  $f(x) = 3x^2 + 6x$  yang digeser ke bawah tanpa mengubah sumbu simetrinya sehingga  $f(2) = 5$ . Dari yang diketahui ini, manakah dari tiga bentuk di atas yang paling tepat digunakan untuk menentukan model fungsi kuadratnya? Tentukan fungsi tersebut.

Lembar Kerja Aktivitas 2

**AKTIVITAS 3**

Perusahaan PT. PitGowes memproduksi dan menjual sepeda untuk memperoleh keuntungan.

Biaya produksi sepeda:

- Rp1.100.000,00 untuk setiap sepeda
- Rp7.000.000,00 untuk biaya operasional pabrik, marketing, dan lain-lain.

Dengan melihat permintaan pasar, penjualan sepeda mengikuti fungsi berikut:

- unit terjual =  $70.000.000 - 20x$

dengan  $x$  menyatakan harga.

Dengan kata lain, jika perusahaan memasang harga Rp 0, maka akan digratiskan 70 juta unit sepeda. Jika memasang harga Rp3.500.000,00 maka tidak akan terjual satu pun sepeda. Jika memasang harga, misal Rp3.000.000,00 maka akan terjual 10 juta unit sepeda.

Tentukan berapa harga sepeda yang harus ditetapkan PT. PitGowes agar memperoleh keuntungan maksimal. Tentukan keuntungan tersebut.

Lembar Kerja Aktivitas 3

$x$  menyatakan harga sepeda

Unit terjual (fungsi dalam  $x$ ) = .....

Penjualan (dalam rupiah) = harga .unit terjual = .....

Biaya produksi =  $7000000 + 1100000 \cdot \text{unit terjual}$  = .....

Keuntungan = Penjualan – Biaya = .....

E. Latihan

1. Gambarlah sketsa grafik fungsi kuadrat  $f(x) = x^2 - 6x + 9$
2. Grafik fungsi kuadrat memiliki titik puncak (3,5) dan melalui titik (2,6) .  
Tentukan fungsi kuadrat tersebut.
3. Pertumbuhan jumlah bakteri pada suatu percobaan mengikuti fungsi  $N(T) = 20T^2 - 20T + 120$  dengan  $-2 \leq T \leq 14$  menyatakan suhu dalam derajat Celcius. Pada suhu berapakah pertumbuhan bakteri menjadi minimal?

## F. Rangkuman

Grafik fungsi kuadrat  $f(x) = ax^2 + bx + c$  berbentuk parabola dan sifat-sifatnya ditentukan oleh nilai  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , serta nilai diskriminannya. Penerapan fungsi kuadrat banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari khususnya terkait menentukan nilai optimal (minimal dan maksimal) suatu kejadian yang dapat dimodelkan dalam bentuk fungsi kuadrat. Misal pada bidang industri, geometri, ekonomi, dan lain-lain.

## G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Tuliskan konsep apa saja yang penting ketika mempelajari fungsi kuadrat. Mengapa?
2. Bagian manakah dari topik ini yang masih dirasakan perlu dipelajari lebih lanjut? Mengapa?
3. Tuliskan kesan-kesan setelah mempelajari materi ini. Mengapa?
4. Apakah tugas-tugas yang diberikan dalam pembelajaran ini mendorong Anda untuk aktif di kelas? Mengapa?
5. Tuliskan manfaat yang diperoleh setelah Anda mempelajari topik ini.



4. 12,5 liter dan 7,5 liter

F. Kunci Jawaban Latihan di Kegiatan Pembelajaran 6

1.  $x^2 - 6x + 1 = 0$

2. Bentuk persamaan menjadi  $x^2 - (m + 1)x - (3m + 12) = 0$  . Gunakan rumus untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat. Perhatikan nilai di bawah akar, mungkinkah nilai tersebut irrasional jika  $m$  rasional?

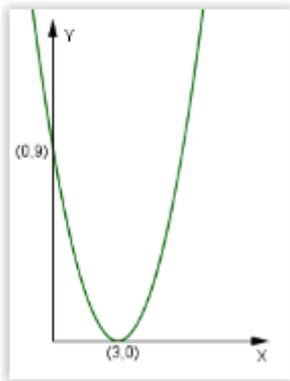
3.  $k = -1$  atau  $k = \frac{1}{6}$

4. 30 hari dan 15 hari

5.  $43 \text{ cm} \times 23 \text{ cm} \times 3,5 \text{ cm}$

G. Kunci Jawaban Latihan di Kegiatan Pembelajaran 7

1.



2.  $f(x) = x^2 - 6x + 14$

3.  $0,5^\circ \text{ C}$

## Evaluasi

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat.

1. Tabel di bawah ini

x	-1	0	1	2	3	4
y	-11	-7	-3	1	5	9

dapat dipresentasikan sebagai ....

- A.  $y = 3x - 8$   
B.  $y = 3x - 7$   
C.  $y = 4x - 8$   
D.  $y = 4x - 7$
2. Perhatikan relasi berikut.
- (i)  $\{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}$   
(ii)  $\{(2, b), (3, c), (4, d), (2, e)\}$   
(iii)  $\{(3, 6), (4, 6), (5, 10), (3, 12)\}$   
(iv)  $\{(1, 5), (3, 7), (5, 9), (3, 11)\}$
- Relasi di atas yang merupakan pemetaan adalah ....
- A. (i)  
B. (ii)  
C. (iii)  
D. (iv)
3. Suatu persegi panjang  $ABCD$  memiliki panjang  $(3x + 5)$  cm dan lebar  $2x$  cm. Jika keliling persegi panjang tersebut 60 cm maka luas persegi panjang tersebut adalah...
- A.  $112 \text{ cm}^2$   
B.  $123 \text{ cm}^2$   
C.  $200 \text{ cm}^2$   
D.  $250 \text{ cm}^2$
4. Penyelesaian dari pertidaksamaan  $\frac{x+3}{4} - \frac{x-5}{7} \leq 4$  adalah...
- A.  $x \geq -\frac{71}{3}$

- B.  $x \geq \frac{71}{3}$
- C.  $x \leq -\frac{71}{3}$
- D.  $x \leq \frac{71}{3}$
5. Jika  $-(3y - 2) \geq 4(y + 4)$  maka...
- A.  $y \leq 2$
- B.  $y \leq -2$
- C.  $y \geq -2$
- D.  $y \geq 2$
6. Enam tahun yang lalu, umur Laode 4 tahun lebih muda dari seperenam umur ayahnya. Umur Laode sekarang 3 tahun lebih tua dari seperdelapan umur ayahnya. Jumlah umur Laode dan ayahnya sekarang adalah ...
- A. 60
- B. 57
- C. 56
- D. 52
7. Karena keterbatasan unit komputer di laboratorium komputer, maka siswa kelas VII A SMP Semangat harus berbagi komputer pada setiap pelaksanaan praktikum. Apabila satu komputer digunakan berdua, terdapat tujuh siswa yang tidak memperoleh komputer. Namun apabila satu komputer digunakan bertiga, tersisa 3 komputer tidak terpakai. Agar masing-masing siswa dapat menggunakan satu komputer, maka banyaknya unit komputer yang harus ditambahkan adalah ...
- A. 16
- B. 23
- C. 32
- D. 39
8. Jika  $m$  dan  $n$  merupakan akar-akar persamaan kuadrat  $x^2 - 3x + 2 = 0$ , maka persamaan yang akar-akarnya  $m + 1$  dan  $n + 1$  adalah ...
- A.  $x^2 + 5x + 6 = 0$
- B.  $x^2 + 5x - 6 = 0$

- 
- C.  $x^2 - 5x - 6 = 0$   
D.  $x^2 - 5x + 6 = 0$
9. Akar-akar persamaan kuadrat  $x^2 - 2px + p^2 - q^2 + 2qr - r^2 = 0$  dengan  $p, q, r$  bilangan rasional, memiliki sifat ... .  
A. keduanya irrasional  
B. keduanya rasional  
C. satu rasional, satu irrasional  
D. keduanya imajiner
10. Persamaan  $(k + 2)x^2 - (2k - 1)x + k - 1 = 0$  mempunyai akar-akar real dan sama. Jumlah kedua akar persamaan tersebut adalah ... .  
A.  $\frac{9}{8}$   
B.  $\frac{8}{9}$   
C.  $\frac{5}{2}$   
D.  $\frac{2}{5}$
11. Bila  $p$  dan  $q$  merupakan akar-akar persamaan  $2x^2 - 3x + 1 = 0$ , maka persamaan yang akar-akarnya  $\frac{p}{q}$  dan  $\frac{q}{p}$  adalah ... .  
A.  $2x^2 + 5x + 2 = 0$   
B.  $2x^2 - 5x - 2 = 0$   
C.  $2x^2 + 5x - 2 = 0$   
D.  $2x^2 - 5x + 2 = 0$
12. Fungsi  $y = (x - 2a)^2 + 3b$  mempunyai nilai minimum 21 dan memotong sumbu  $y$  di titik yang berordinat 25. Nilai  $a + b$  adalah ...  
A. 8 atau -6  
B. 8 atau 6  
C. -8 atau 6  
D. -8 atau -6

## Kunci Evaluasi

1	D
2	A
3	C
4	D
5	B
6	B
7	B
8	D
9	B
10	D
11	D
12	B

## Penutup

Materi-materi yang dibahas pada modul aljabar bagian 2 ini merupakan materi esensi yang pengembangannya akan banyak terpakai pada kehidupan sehari-hari siswa. Selain itu, materi ini akan banyak membantu siswa menyelesaikan masalah matematika baik pada topik lain maupun pada jenjang yang lebih tinggi. Oleh karena itu, walaupun telah tuntas menguasai modul ini guru diharapkan terus memperkaya diri dengan banyak membaca literatur lain, memperbanyak contoh masalah, dan menerapkan strategi pembelajaran yang efektif bagi siswa.

Selain itu, guru diharapkan dapat menumbuhkan banyak nilai sikap melalui permasalahan-permasalahan terkait aljabar seperti pengambilan keputusan, rasa ingin tahu, pantang menyerah, teliti dan lain-lain.

Tentu saja masih banyak kekurangan pada modul ini. Untuk itu, saran yang membangun dari pembaca sangat diharapkan untuk perbaikan modul ini di masa yang akan datang.

Penutup

---

## Glosarium

### **D** Daerah asal dan Daerah Hasil

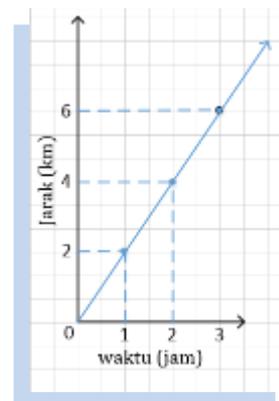
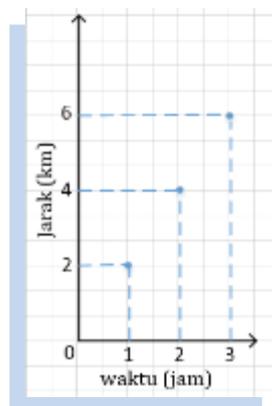
Perhatikan titik-titik dengan pasangan terurutnya  $(x, y)$ . Bilangan  $x$  disebut Koordinat- $X$  atau Daerah Asal, anggota  $y$  disebut koordinat- $Y$  atau Daerah Hasil.

Contoh:

Pasangan terurut  $(2, 3)$ , bilangan 2 merupakan Daerah asal dan 3 merupakan Daerah hasil.

### **G** Grafik Fungsi

Fungsi merupakan pemetaan dari daerah asal ke daerah hasil. Sebagai contoh untuk fungsi  $f(t) = 2t$  grafiknya sebagai berikut.

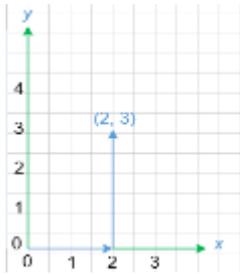


### **Grafik Pasangan Terurut**

Lokasi pasangan terurut pada bidang koordinat.

Contoh:

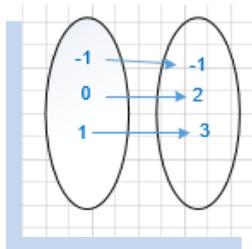
Berikut grafik pasangan terurut  $(2,3)$



**H Himpunan Pasangan Terurut**

Himpunan yang anggotanya semua pasangan terurut suatu relasi.

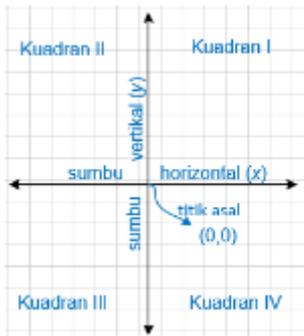
Contoh:



Untuk relasi di atas, himpunan pasangan terurutnya adalah:

$$\{(-1, -1), (0, 2), (1, 3)\}$$

**K Koordinat Kartesius.**

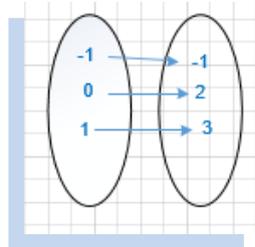


**Korespondensi 1-1**

Suatu pemetaan dari himpunan  $A$  ke  $B$  dikatakan berkorespondensi 1-1 apabila setiap anggota  $A$  berpasangan dengan tepat satu anggota  $B$  dan setiap

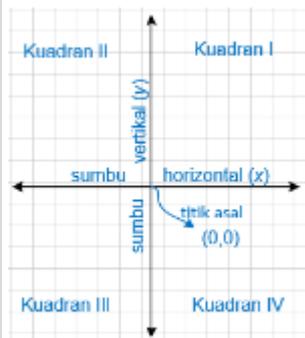
anggota  $B$  berpasangan dengan tepat satu anggota  $A$ .

Contoh:



### Kuadran

Sistem koordinat atau bidang koordinat membagi



### N Nilai Fungsi

Contoh:

$$f\left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$f(x) = 2x - 3$$

$$f\left(-\frac{1}{4}\right) = 2\left(-\frac{1}{4}\right) - 3 = -\frac{1}{2} - 3 = -3\frac{1}{2}$$

### Notasi Fungsi

Persamaan yang merupakan fungsi dapat ditulis dalam bentuk **notasi fungsi**.

Contoh:

Persamaan:  $y = 3x + 5$

Fungsi:  $f(x) = 3x + 6$

## **P** Pasangan Terurut

Himpunan semua koordinat pertama dari pasangan terurut, atau **koordinat-X**, disebut **daerah asal** relasi tersebut. Himpunan semua koordinat kedua, atau **koordinat-Y**, disebut **daerah hasil**.

Bilangan pertama adalah koordinat-x, sedangkan bilangan kedua disebut koordinat-y.

Contoh (2, 3)

## **R** Relasi

Himpunan pasangan terurut seperti pada banyak Parpol peserta Pemilu yang dibicarakan di atas merupakan **relasi**.

## Daftar Pustaka

- \_\_\_\_\_. 2015. Buku *Matematika Kelas IX SMP/MTs* Kurikulum 2013. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia.
- Harta, I. 2006. *Matematika Bermakna. Buku Pelajaran untuk SMP*. Mediatama. Surakarta.
- Larson, Ron et al. 2007. *Algebra 1*. McDougal Littell. USA.
- Larson, Ron et al. 2007. *Algebra 2*. McDougal Littell. USA.
- Liem, et al. 2012. *Math Insight Express Secondary 3*. Pearson Longman. Singapore.
- Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 16 Tahun 2007 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru.
- Rumiati. 2012. Konten Digital: Fungsi, Fungsi Kuadrat, Persamaan, Pertidaksamaan Kuadrat. PPPPTK Matematika.
- Stewart, James et al. 2011. *College Algebra: Concepts and Contexts*. Brooks/Cole. USA.



