



GURU PEMBELAJAR MODUL MATEMATIKA SMP

KELOMPOK KOMPETENSI C

MODEL PEMBELAJARAN MATEMATIKA, STATISTIKA DAN PELUANG

Kata Sambutan

Peran guru profesional dalam proses pembelajaran sangat penting sebagai kunci keberhasilan belajar siswa. Guru profesional adalah guru yang kompeten membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan pendidikan yang berkualitas. Hal tersebut menjadikan guru sebagai komponen yang menjadi fokus perhatian pemerintah pusat maupun pemerintah daerah dalam peningkatan mutu pendidikan terutama menyangkut kompetensi guru.

Pengembangan profesionalitas guru melalui program Guru Pembelajar merupakan upaya peningkatan kompetensi untuk semua guru. Sejalan dengan hal tersebut, pemetaan kompetensi guru telah dilakukan melalui uji kompetensi guru (UKG) untuk kompetensi pedagogik profesional pada akhir tahun 2015. Hasil UKG menunjukkan peta kekuatan dan kelemahan kompetensi guru dalam penguasaan pengetahuan. Peta kompetensi guru tersebut dikelompokkan menjadi 10 (sepuluh) kelompok kompetensi. Tindak lanjut pelaksanaan UKG diwujudkan dalam bentuk pelatihan guru paska UKG melalui program Guru Pembelajar. Tujuannya untuk meningkatkan kompetensi guru sebagai agen perubahan dan sumber belajar utama bagi peserta didik. Program Guru Pembelajar dilaksanakan melalui pola tatap muka, daring penuh (*online*), dan daring kombinasi (*blended*) tatap muka dengan *online*.

Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK), Lembaga Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Kelautan Perikanan Teknologi Informasi dan Komunikasi (LP3TK KPTK) dan Lembaga Pengembangan dan Pemberdayaan Kepala Sekolah (LP2KS) merupakan Unit Pelaksana Teknis di lingkungan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan yang bertanggung jawab dalam mengembangkan perangkat dan melaksanakan peningkatan

kompetensi guru sesuai bidangnya. Adapun perangkat pembelajaran yang dikembangkan tersebut adalah modul untuk program Guru Pembelajar tatap muka dan Guru Pembelajar online untuk semua mata pelajaran dan kelompok kompetensi. Dengan modul ini diharapkan program Guru Pembelajar memberikan sumbangan yang sangat besar dalam peningkatan kualitas kompetensi guru.

Mari kita sukseskan program Guru Pembelajar ini untuk mewujudkan Guru Mulia Karena Karya.

Jakarta, Maret 2016

Direktur Jenderal,



Sumarna Surapranata

NIP. 195908011985031002



GURU PEMBELAJAR

MODUL MATEMATIKA SMP

KELOMPOK KOMPETENSI C

PEDAGOGIK

MODEL PEMBELAJARAN MATEMATIKA

**DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
2016**

Penulis:

1. Dr. Sumardiyono, M.Pd., 081328516171, email: smrdyn2007@gmail.com
2. Prof. Dr. H. Nanang Priatna, M.Pd., 08122356350, email: nanang_priatna@yahoo.com
3. Yogi Anggraena, M.Si., 082345678219, email: yogi_anggraena@yahoo.com

Penelaah:

1. Dr. Anton Noornia, 08161605353, email: antonnoornia@yahoo.com
2. Marfuah, S.Si., M.T., 085875774483, email: marfuah@p4tkmatematika.org

Ilustrator:

Mutiatul Hasanah

Copyright © 2016

Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial tanpa izin tertulis dari Kementerian Pendidikan Kebudayaan.

Kata Pengantar

Peningkatan kualitas pendidikan saat ini menjadi prioritas, baik oleh pemerintah pusat maupun daerah. Salah satu komponen yang menjadi fokus perhatian adalah peningkatan kompetensi guru. Peran guru dalam pembelajaran di kelas merupakan kunci keberhasilan untuk mendukung keberhasilan belajar siswa. Guru yang profesional dituntut mampu membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan output dan outcome pendidikan yang berkualitas.

Dalam rangka memetakan kompetensi guru, telah dilaksanakan Uji Kompetensi Guru (UKG) Tahun 2015. UKG tersebut dilaksanakan bagi semua guru, baik yang sudah bersertifikat maupun belum bersertifikat untuk memperoleh gambaran objektif kompetensi guru, baik profesional maupun pedagogik. Hasil UKG kemudian ditindaklanjuti melalui Program Guru Pembelajar sehingga diharapkan kompetensi guru yang masih belum optimal dapat ditingkatkan.

PPPPTK Matematika sebagai Unit Pelaksana Teknis Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan di bawah pembinaan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan mendapat tugas untuk menyusun modul guna mendukung pelaksanaan Guru Pembelajar. Modul ini diharapkan dapat menjadi sumber belajar bagi guru dalam meningkatkan kompetensinya sehingga mampu mengambil tanggung jawab profesi dengan sebaik-baiknya.

Yogyakarta, Maret 2016
Kepala PPPPTK Matematika,

Dra. Daswatie Astuty, M.Pd.
NIP. 196002241985032001



Daftar Isi

Kata Pengantar	v
Daftar Isi	vii
Daftar Gambar.....	xi
Pendahuluan.....	1
A. Latar Belakang.....	1
B. Tujuan	1
C. Peta Kompetensi.....	1
D. Ruang Lingkup	2
E. Cara penggunaan modul	3
Kegiatan Pembelajaran 1.....	5
Pendekatan, Strategi, Metode, Teknik, Taktik, Dan Model Pembelajaran	5
A. Tujuan	5
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	5
C. Uraian Materi.....	5
1. Pendekatan pembelajaran.....	5
2. Strategi pembelajaran	6
3. Metode pembelajaran.....	7
4. Teknik dalam pembelajaran.....	8
5. Taktik Pembelajaran.....	8
6. Model Pembelajaran.....	9
D. Aktivitas Pembelajaran	10
E. Latihan/Kasus/Tugas.....	11
F. Rangkuman	11
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut	11
Kegiatan Pembelajaran 2.....	13
Prinsip Pembelajaran.....	13
A. Tujuan	13
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	13
C. Uraian Materi.....	13
1. Prinsip Umum Pembelajaran	13

2. Prinsip Pembelajaran Matematika.....	14
D. Aktivitas Pembelajaran	14
E. Latihan/Kasus/Tugas.....	15
F. Rangkuman	15
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut	15
Kegiatan Pembelajaran 3.....	17
Model Pembelajaran Berbasis Penemuan.....	17
A. Tujuan	17
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	17
C. Uraian Materi	17
1. Pengertian	17
2. Fase-fase Model Pembelajaran Penemuan	18
3. Integrasi Pendekatan Saintifik dengan Model Pembelajaran Penemuan	18
4. Contoh Penerapan Model Pembelajaran Penemuan.....	19
D. Aktivitas Pembelajaran	23
E. Latihan/Kasus/Tugas.....	24
F. Rangkuman	24
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut	24
Kegiatan Pembelajaran 4.....	25
Model Pembelajaran Berbasis Masalah.....	25
A. Tujuan	25
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	25
C. Uraian Materi	25
1. Pengertian Pembelajaran berbasis Masalah	25
2. Prinsip Proses Pembelajaran Model PBL	26
3. Fase-fase Model Pembelajaran Berbasis Masalah	27
4. Integrasi Pendekatan Saintifik dengan Model Pembelajaran Berbasis Masalah	
27	
5. Contoh Penerapan Model Pembelajaran PBL.....	28
D. Aktivitas Pembelajaran.....	29
E. Latihan.....	29
F. Rangkuman	29

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut	30
Kegiatan Pembelajaran 5.....	31
Model Pembelajaran Berbasis Proyek	31
A. Tujuan	31
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	31
C. Uraian Materi.....	31
1. Pengertian Pembelajaran Berbasis Proyek.....	31
2. Fakta Empirik Keberhasilan.....	32
3. Fase-fase Model Pembelajaran Berbasis Proyek.....	34
4. Penilaian Model Pembelajaran Berbasis Proyek	35
5. Integrasi Pendekatan Saintifik dengan Model Pembelajaran Berbasis Proyek.....	35
6. Contoh Model Pembelajaran Berbasis Proyek.....	36
D. Aktivitas Pembelajaran	37
E. Latihan	38
F. Rangkuman	38
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut	38
Kegiatan Pembelajaran 6.....	39
Model Pembelajaran Dengan Pendekatan Kooperatif (<i>Cooperative Learning</i>).....	39
A. Tujuan	39
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	39
C. Uraian Materi.....	39
1. Pengertian Pembelajaran dengan Pendekatan Kooperatif	39
2. Tahapan Model Pembelajaran Kooperatif.....	40
3. Beberapa tipe Model Pembelajaran Kooperatif.....	40
4. Integrasi Pendekatan Saintifik dengan Model Pembelajaran Kooperatif.....	43
5. Tahapan pembelajaran dengan Model Berbasis Kooperatif	44
D. Aktivitas Pembelajaran	46
E. Latihan/Kasus/Tugas.....	47
F. Rangkuman	47
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut	47
Kegiatan Pembelajaran 7.....	49
Model Pembelajaran Dengan Pendekatan <i>Differentiated Instruction</i>	49

Daftar Isi

A. Tujuan	49
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	49
C. Uraian Materi	49
1. Pengertian Differentiated Instruction.	49
2. Prinsip Pembelajaran Berdiferensiasi	50
3. Perbedaan DI dengan Pembelajaran Tradisional	51
4. Mengapa DI?.....	52
5. Metode Diferensiasi dalam Pembelajaran Berdiferensiasi	52
D. Aktivitas Pembelajaran	55
E. Latihan/ Kasus /Tugas	57
F. Rangkuman	57
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut	57
Kegiatan Pembelajaran 8.....	59
Model Pembelajaran Dengan Pendekatan <i>Open-Ended</i>	59
A. Tujuan	59
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	59
C. Uraian Materi	59
1. Pendekatan <i>Open-Ended</i> dalam Pembelajaran Matematika.....	59
2. Konstruksi Soal <i>Open-ended</i> dan Penilaian Pembelajarannya	60
3. Contoh Pendekatan <i>Open-Ended</i> dalam Pembelajaran Matematika	61
4. Keunggulan dan Kelemahan Pendekatan <i>Open-Ended</i> dalam Pembelajaran Matematika	62
D. Aktivitas Pembelajaran	63
E. Latihan/Kasus/Tugas.....	63
F. Rangkuman	63
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut	63
Evaluasi.....	67
Penutup.....	71
Daftar Pustaka	73

Daftar Gambar

Gambar 1 .Diagram hubungan pendekatan, strategi, metode dan teknik pembelajaran.....	8
Gambar 2. Diagram model pembelajaran	9
Gambar 3.Contoh perpindahan kelompok dalam Model Tipe Jigsaw	41
Gambar 4. Diagram situasi Pendekatan Pembelajaran Open-Ended (Nohda, 2000)	60

Daftar Gambar

Pendahuluan

A. Latar Belakang

Proses pembelajaran dapat diibaratkan sebagai sebuah masyarakat yang kecil, yang menghimpun siswa dengan segala perbedaannya, materi pelajaran dengan segala tingkat kesulitannya, dan guru dengan segala kemampuan dan keterbatasannya. Untuk meminimalisir kesalahan dan kekeliruan dalam implementasi pembelajaran, agar tujuan pembelajaran dapat tercapai, maka diperlukan pengetahuan dan pemahaman yang cukup mengenai segala aktivitas yang terlibat dalam proses tersebut. Beberapa aktivitas terkait dengan pendekatan, strategi, model, metode, dan teknik pembelajaran.

Dalam proses pembelajaran agar siswa memahami setiap penjelasan yang diberikan maka seorang guru harus dapat menentukan strategi dan model pembelajaran yang akan digunakan. Strategi pembelajaran dan model berhubungan dengan cara-cara yang dipilih guru untuk menyampaikan materi yang akan membantu siswa dalam menerima materi pembelajaran.

B. Tujuan

Tujuan belajar yang ingin dicapai adalah agar guru memiliki pemahaman mengenai konsep dasar dan terapan dasar terkait pendekatan, strategi, model, metode, dan teknik pembelajaran, juga agar guru memiliki pemahaman mengenai konsep dan terapan prinsip-prinsip pembelajaran secara umum, dan secara khusus yang terkait dengan Kurikulum 2013.

C. Peta Kompetensi

Kompetensi yang terkait dengan modul ini adalah kompetensi pedagogik, dengan peta kompetensinya sebagai berikut.

STANDAR KOMPETENSI GURU		
KOMPETENSI INTI GURU	KOMPETENSI GURU MATA PELAJARAN/KELAS/KE AHLIAN/BK	Indikator Esensial/ Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)
2. Menguasai teori belajar dan prinsip-prinsip	2.1 Memahami berbagai teori belajar dan prinsip-prinsip pembelajaran	2.1.1 Menganalisis teori belajar yang sesuai dengan karakteristik siswa SMP/MTs

pembelajaran yang mendidik.	yang mendidik terkait dengan mata pelajaran yang diampu.	2.1.2 Menganalisis prinsip-prinsip pembelajaran yang sesuai dengan karakteristik siswa SMP/MTs
		2.1.3 Menentukan prinsip-prinsip pembelajaran yang sesuai dengan karakteristik mapel matematika SMP/MTs
		2.1.4 Menjelaskan, pengertian, macam dan aplikasi teori belajar yang sesuai dengan karakteristik mapel matematika
		2.1.5 Mengidentifikasi kegiatan pembelajaran matematika SMP/MTs yang sesuai dengan teori belajar tertentu
		2.1.6 Menganalisis contoh penerapan prinsip-prinsip pembelajaran yang mendidik dalam pembelajaran matematika
		2.2 Menguasai teori belajar dan prinsip-prinsip pembelajaran yang mendidik.
		2.2.1. Membedakan pengertian pendekatan, strategi, metode dan teknik pembelajaran
		2.2.2. Mengidentifikasi pendekatan pembelajaran yang mendidik secara kreatif dalam mapel matematika SMP/MTs
		2.2.3. Mendeskripsikan pendekatan dan strategi pembelajaran dalam mapel matematika SMP/MTs
		2.2.4. Mendeskripsikan metode dan teknik pembelajaran yang mendidik secara kreatif dalam mapel matematika SMP/MTs
		2.2.5. Merancang kegiatan pembelajaran sesuai karakteristik mapel matematika SMP/MTs

D. Ruang Lingkup

Ruang lingkup materi dalam modul ini meliputi:

1. Pengertian pendekatan, strategi, metode, teknik, taktik, dan model pembelajaran.
2. Prinsip pembelajaran.
3. Model pembelajaran berbasis *Discovery Learning*.
4. Model pembelajaran berbasis *Problem Based Learning*.
5. Model pembelajaran berbasis *Project Based Learning*.

6. Pendekatan *Open-Ended*.
7. Pendekatan *Cooperative learning*.
8. Pendekatan *Differentiated Instruction*.

E. Cara Penggunaan Modul

1. Bacalah modul ini secara runtut, dimulai dari Bab Pendahuluan, agar dapat lebih mudah dan lancar dalam mempelajari kompetensi dan materi dalam modul ini.
2. Lakukan aktivitas belajar yang terdapat pada modul. Dalam melakukan aktivitas belajar tersebut, sesekali dapat melihat kembali materi di dalam modul.
3. Materi di dalam modul lebih bersifat ringkas dan padat, sehingga dimungkinkan untuk menelusuri literatur lain yang dapat menunjang penguasaan kompetensi.
4. Setelah melakukan aktivitas belajar, barulah berusaha sekuat pikiran, untuk menyelesaikan latihan dan/atau tugas yang ada. Jangan tergoda untuk melihat kunci dan petunjuk jawaban. Kemandirian dalam mempelajari modul akan menentukan seberapa jauh penguasaan kompetensi.
5. Setelah mendapatkan jawaban atau menyelesaikan tugas, bandingkan dengan kunci atau petunjuk jawaban.
6. Lakukan refleksi berdasarkan proses belajar yang telah dilakukan dan penyelesaian latihan/tugas. Bagian rangkuman dapat dijadikan modal dalam melakukan refleksi. Hasil refleksi yang dapat terjadi antara lain ditemukan beberapa bagian yang harus direviu dan dipelajari kembali, ada bagian yang perlu dipertajam atau dikoreksi, dan lain lain.

Kegiatan Pembelajaran 1

Pendekatan, Strategi, Metode, Teknik, Taktik, Dan Model Pembelajaran

A. Tujuan

Guru memiliki pemahaman mengenai pendekatan, strategi, metode, teknik, taktik, dan model pembelajaran, serta perbedaannya.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Setelah mempelajari kegiatan pembelajaran ini, Guru dapat:

- menjelaskan pengertian pendekatan, strategi, metode, teknik, taktik, dan model pembelajaran,
- mendeskripsikan pendekatan, strategi, metode, teknik, taktik, dan model pembelajaran,
- memberi contoh pendekatan, strategi, metode, teknik, taktik, dan model pembelajaran.

C. Uraian Materi

1. Pendekatan pembelajaran

a. Pengertian Pendekatan Pembelajaran

Dalam Permendikbud No.103 Tahun 2014, disebutkan bahwa pendekatan pembelajaran merupakan cara pandang pendidik yang digunakan untuk menciptakan lingkungan pembelajaran yang memungkinkan terjadinya proses pembelajaran dan tercapainya kompetensi yang ditentukan. Hal ini sejalan dengan pendapat T. Raka Joni (dalam Abimanyu, 2008) yang menyatakan bahwa pendekatan sebagai cara umum dalam memandang permasalahan atau objek kajian, sehingga berdampak ibarat seseorang menggunakan kacamata dengan warna tertentu di dalam memandang alam.

Secara umum, pembelajaran terdapat dua jenis pendekatan, yaitu: (1) pendekatan pembelajaran yang berpusat pada siswa (*student centered approach*) dan (2) pendekatan pembelajaran yang berpusat pada guru (*teacher centered approach*).

b. Pendekatan Kontekstual

Pendekatan kontekstual (*CTL, Contextual Teaching and Learning*) merupakan konsep belajar yang dapat membantu guru mengaitkan antara materi yang diajarkannya dengan situasi dunia nyata siswa dan mendorong siswa membuat hubungan antara pengetahuan yang dimilikinya dengan penerapannya dalam kehidupan mereka sebagai anggota keluarga dan masyarakat (Nurhadi, 2002). Prinsip dalam CTL yaitu: (1) konstruktivisme, (2) penemuan (*inquiry*), (3) bertanya (*questioning*), (4) masyarakat belajar (*learning community*), (5) pemodelan (*modelling*), (6) refleksi, dan (7) penilaian autentik.

c. Pendekatan Saintifik

Dalam Kurikulum 2013, juga dikenal istilah pendekatan saintifik. Pendekatan saintifik adalah suatu pendekatan pembelajaran yang mengikuti kegiatan ilmiah, dengan alur urutan kegiatan atau pengalaman belajar sebagai berikut: mengamati, menanya, mengumpulkan informasi/mencoba, menalar/mengasosiasi, dan mengomunikasikan (Permendikbud No.103 Tahun 2014, pasal 2, ayat 8).

Pada awal pembelajaran, guru memfasilitasi dengan aktivitas di mana siswa untuk pertama kali belajar dengan mengamati, dengan menggunakan inderanya dan juga pikirannya. Bentuk aktivitas dapat berupa *problem*/masalah, alat peraga, kasus, contoh dan bukan contoh, dan lain sebagainya. Selanjutnya, siswa akan bertanya-tanya (baik mandiri maupun dibimbing oleh guru), mengenai apa yang belum dipahami, apa yang perlu dicari, bagaimana cara mencarinya, alternatif apa yang dapat dilakukan, bagaimana melakukannya, dsb. Siswa menerapkan alternatif cara pemecahan dengan sambil mengumpulkan informasi yang ditemui sebanyak-banyaknya dan selektif mungkin. Setelah mengumpulkan informasi dengan menerapkan strategi pemecahan atau percobaan, siswa menalar (mencari kesimpulan) atau mengasosiasikan hasil-hasil hingga membentuk satu atau beberapa kesimpulan. Siswa juga difasilitasi untuk mengkomunikasikan hasilnya dengan berdiskusi atau dilaporkan, baik dengan siswa lainnya maupun dengan guru.

2. Strategi pembelajaran

Berdasarkan pendekatan pembelajaran yang telah ditetapkan selanjutnya diturunkan ke dalam strategi pembelajaran. Contohnya, pendekatan pembelajaran

yang berpusat pada siswa dapat menurunkan strategi pembelajaran *discovery* dan inkuiri serta strategi pembelajaran kooperatif. Strategi pembelajaran merupakan langkah-langkah sistematis dan sistemik yang digunakan pendidik untuk menciptakan lingkungan pembelajaran yang memungkinkan terjadinya proses pembelajaran dan tercapainya kompetensi yang ditentukan (Permendikbud No.103 Tahun 2014).

Secara umum strategi pembelajaran dapat dibedakan ke dalam beberapa klasifikasi:

a. Expository versus discovery

Expository merupakan strategi pembelajaran yang menitikberatkan dalam menyampaikan bahan materi secara sistematis dan lengkap, dimana posisi siswa sebagai penerima. Sementara *discovery* dimaksudkan sebagai strategi yang menempatkan siswa lebih aktif dengan kegiatan menemukan dimana materi disampaikan tidak dalam bentuk final.

b. Group versus Individual

Strategi group mementingkan peran siswa dalam kegiatan kelompok untuk bekerjasama dan terlibat dalam aktivitas kelompok. Sementara strategi individual dimaksudkan lebih menitikberatkan pada peran individu secara mandiri dalam mencapai kemajuan belajarnya.

3. Metode pembelajaran

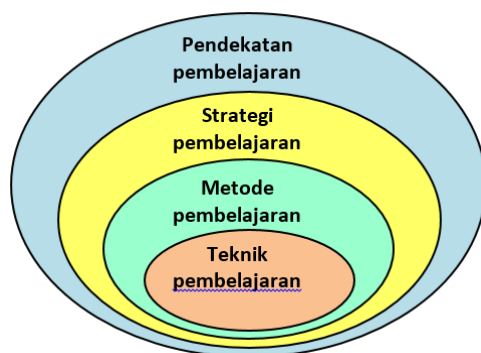
Metode merupakan langkah operasional atau implementatif dari strategi pembelajaran yang dipilih dalam mencapai tujuan belajar. Ketepatan penggunaan suatu metode akan menunjukkan berfungsinya suatu strategi pembelajaran. Strategi pembelajaran masih bersifat konseptual dan untuk mengimplementasikannya digunakan berbagai metode pembelajaran tertentu. Dengan kata lain, strategi merupakan "*a plan of operation achieving something*" sedangkan metode adalah "*a way in achieving something*" (Wina Sanjaya, 2010).

Berdasarkan Permendikbud No.103 Tahun 2014, metode pembelajaran merupakan cara atau teknik yang digunakan oleh pendidik untuk menangani suatu kegiatan pembelajaran yang mencakup antara lain ceramah, tanya-jawab, diskusi. Ini senada dengan pendapat Hasibuddin dan Moedijono (2002: 3) bahwa metode pembelajaran adalah alat yang dapat merupakan bagian dari perangkat alat dan cara dalam pelaksanaan suatu strategi pembelajaran. Beberapa metode pembelajaran antara

lain: ceramah, diskusi, demonstrasi, laboratorium, tanya jawab, latihan (*drill*), pemecahan masalah, dan proyek.

4. Teknik dalam pembelajaran

Metode pembelajaran selanjutnya dapat dijabarkan ke dalam teknik pembelajaran. Teknik pembelajaran menurut T. Raka Joni (dalam Abimanyu, 2008) menunjuk kepada ragam khas penerapan sesuatu metode dengan latar tertentu, seperti kemampuan dan kebiasaan guru, ketersediaan peralatan, kesiapan siswa dan sebagainya. Sementara Sanjaya (2010) mengartikan teknik pembelajaran sebagai cara yang dilakukan seseorang dalam mengimplementasikan suatu metode secara spesifik. Hubungan pendekatan, strategi, metode, dan teknik pembelajaran dapat diilustrasikan dalam diagram di bawah ini.



Gambar 1 .Diagram hubungan pendekatan, strategi, metode dan teknik pembelajaran

5. Taktik Pembelajaran

Taktik pembelajaran merupakan gaya seseorang dalam melaksanakan metode atau teknik pembelajaran tertentu yang sifatnya individual (Sanjaya, 2010). Misalkan, terdapat dua orang sama-sama menggunakan metode ceramah, tetapi mungkin akan sangat berbeda dalam taktik yang digunakannya. Misalnya dalam penyajiannya, yang satu cenderung banyak berkeliling kelas dan diselingi dengan humor, sementara yang satunya lagi dominan di depan kelas menggunakan presentasi berbantuan komputer dan kurang memiliki *sense of humor*.

6. Model Pembelajaran

Di dalam Permendikbud No.103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah, Pasal 2 dinyatakan bahwa: model pembelajaran merupakan kerangka konseptual dan operasional pembelajaran yang memiliki nama, ciri, urutan logis, pengaturan, dan budaya. Di lain pihak, model pembelajaran adalah kerangka konseptual yang menggambarkan prosedur sistematis dalam mengorganisasikan pengalaman belajar peserta didik untuk mencapai tujuan belajar tertentu dan berfungsi sebagai pedoman dalam merencanakan dan melaksanakan aktivitas belajar mengajar (Syaiful Sagala, 2005).

Jika pendekatan, strategi, metode, dan teknik pembelajaran bahkan termasuk juga taktik pembelajaran, kesemuanya terangkai menjadi satu kesatuan yang utuh maka terbentuklah apa yang disebut dengan model pembelajaran.



Gambar 2. Diagram model pembelajaran

Para ahli menyusun model pembelajaran berdasarkan pada prinsip-prinsip pendidikan, teori psikologis, sosiologis, psikiatri, analisis sistem, atau teori lain (Joyce dan Weil, 1980).

Menurut Joyce dan Weil, suatu model memiliki bagian-bagian sebagai berikut:

- a. Urutan langkah-langkah pembelajaran (*syntax*)

Suatu model pembelajaran memuat sintaks atau urutan atau tahap-tahap kegiatan belajar yang diistilahkan dengan fase, yang menggambarkan bagaimana praktik model tersebut, misalnya bagaimana memulai dan mengakhiri pelajaran.

b. Adanya prinsip-prinsip reaksi

Prinsip reaksi menjelaskan bagaimana guru menghargai dan/atau menilai peserta didik serta bagaimana menanggapi apa yang dilakukan oleh peserta didik dalam proses pembelajaran.

c. Sistem sosial

Sistem sosial menggambarkan bentuk kerjasama guru dan siswa dalam pembelajaran atau peran guru dan siswa dan hubungannya satu sama lain serta jenis-jenis aturan yang harus diterapkan/dilaksanakan.

d. Sistem pendukung

Sistem pendukung menunjuk pada kondisi yang diperlukan untuk mendukung keterlaksanaan model pembelajaran, termasuk sarana dan prasarana, misalnya alat dan bahan, lingkungan belajar, kesiapan guru dan siswa.

Dalam rangka implementasi pendekatan saintifik dalam Kurikulum 2013, ada tiga kelompok model pembelajaran yang disarankan, yaitu model-model berbasis pemecahan masalah, berbasis penemuan, dan berbasis proyek.

D. Aktivitas Pembelajaran

1. Bagilah ke dalam beberapa kelompok dengan 3 hingga 5 orang anggota.
2. Bagilah di setiap kelompok, pembagian tugas satu anggota untuk mempelajari satu dari 3 topik berikut: (untuk lebih dari 3 anggota, maka tetapkan 2 anggotanya dengan satu topik yang sama)
 - a. Pendekatan dan strategi pembelajaran
 - b. Metode, teknik, taktik pembelajaran
 - c. Komponen model pembelajaran
3. Setiap anggota diberi waktu untuk mempelajari topiknya dari uraian materi selama lebih kurang 5-8 menit.
4. Sesuai arahan fasilitator, semua anggota dengan topik yang sama berkumpul membentuk kelompok topik yang sama. Dalam kelompok tersebut, buatlah sebuah resume atau hal-hal penting terkait topik tersebut. Jika perlu tetapkan seorang koordinator agar diskusi berjalan efektif. Hasil diskusi menjadi kesepakatan bersama. Waktu diskusi lebih kurang 10 menit.

5. Setiap anggota melaporkan pada kelompoknya, hasil diskusi saat di kelompok topik. Diskusi bisa berlanjut di kelompoknya masing-masing untuk mempertajam dan memperbaiki hasil diskusi di kelompok topik. Buatlah resume terkait seluruh topik yang telah didiskusikan.

E. Latihan/Kasus/Tugas

1. Jelaskan dengan singkat pengertian pendekatan, strategi, metode, teknik, taktik, dan model pembelajaran.
2. Jelaskan pula hubungan antar istilah-istilah pembelajaran di atas!
3. Berikan masing-masing 2 contoh untuk pendekatan, strategi, metode, teknik, dan model pembelajaran!

F. Rangkuman

Dalam proses pembelajaran, beberapa istilah berikut saling terkait dan yang awal meliputi dan menurunkan yang berikutnya: pendekatan, strategi, metode, dan teknik pembelajaran. Selain itu, terdapat taktik pembelajaran yang lebih bersifat unik untuk setiap guru. Kesemuanya terjalin dalam sebuah model pembelajaran.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar latihan/tugas, maka Anda dapat dianggap menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan dipelajari kembali dan berdiskusi dengan teman sejawat untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan.

Kegiatan Pembelajaran 2

Prinsip Pembelajaran

A. Tujuan

Guru memiliki pemahaman mengenai prinsip-prinsip pembelajaran yang optimal dan mendidik, dan khususnya pada pembelajaran matematika.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Guru dapat:

- Menjelaskan prinsip-prinsip umum pembelajaran.
- Menjelaskan prinsip-prinsip pembelajaran matematika.

C. Uraian Materi

1. Prinsip Umum Pembelajaran

Berdasarkan Permendikbud No. 103 Tahun 2004 tentang Pembelajaran pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah, pada Pasal 2 Ayat 1 disebutkan bahwa pembelajaran dilaksanakan berbasis aktivitas dengan karakteristik:

- a. interaktif dan inspiratif;
- b. menyenangkan, menantang, dan memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif;
- c. kontekstual dan kolaboratif;
- d. memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian peserta didik; dan
- e. sesuai dengan bakat, minat, kemampuan, dan perkembangan fisik serta psikologis peserta didik.

Selanjutnya menegaskan prinsip-prinsip pembelajaran yang dinyatakan dalam Permendikbud No.65 Tahun 2013 tentang standar proses pendidikan dasar dan menengah, maka di dalam Lampiran Permendikbud No.103 tersebut di atas, dinyatakan pada Bagian III (Pembelajaran), subbagian C (Prinsip), bahwa untuk

mencapai kualitas yang telah dirancang dalam dokumen kurikulum, kegiatan pembelajaran perlu menggunakan beberapa prinsip (terdapat 14 prinsip).

2. Prinsip Pembelajaran Matematika

Berdasarkan berbagai pandangan ahli dan sumber literatur antara lain Miller (2015), ada beberapa prinsip pembelajaran matematika sehingga pembelajaran matematika berlangsung secara bermakna dan efektif.

- a. Jadikan siswa mengerti bukan sekedar tahu dan terampil.
- b. Jadikan tujuan esensial belajar matematika sebagai kendali guru dalam pembelajaran matematika.
- c. Pastikan siswa belajar tidak hanya mengerjakan soal, tetapi juga “bekerja” dengan matematika.
- d. Agar pembelajaran matematika lebih efektif, pembelajaran harus berdasar pada kemampuan awal siswa (bukan rencana pembelajaran di kelas) dan memastikan siswa tetap fokus dan mendalami ide pokok atau konsep kunci dari pelajaran.
- e. Gunakan sumber belajar, lingkungan belajar, dan sarana belajar yang memperkaya dan mendukung proses pembelajaran matematika.
- f. Jadikan penilaian yang kontinu untuk mengevaluasi proses pembelajaran dan meningkatkan kemampuan siswa dalam belajar matematika.
- g. Terapkan strategi pembelajaran yang menekan/menghilangkan kesalahan persepsi dan mitos yang keliru mengenai belajar matematika.
- h. Jadilah model bagi siswa.

D. Aktivitas Pembelajaran

1. Setelah membaca uraian materi, diskusikan dengan kelompok Anda (4 hingga 6 anggota) mengenai beberapa prinsip umum pembelajaran dan prinsip pembelajaran matematika.
2. Lakukan refleksi terhadap proses pembelajaran yang selama ini Anda fasilitasi. Urutkan prinsip pembelajaran matematika dari yang paling sering Anda lakukan hingga yang belum atau paling jarang Anda lakukan. Rencanakan apa yang mungkin Anda lakukan ke depan untuk mempertahankan dan/atau meningkatkannya.

No.	Prinsip pembelajaran matematika	Rencana tindakan
1		
2		

E. Latihan/Kasus/Tugas

1. Sebutkan dan jelaskan beberapa prinsip pembelajaran sesuai Permendikbud No.103 Tahun 2015!
2. Sebutkan prinsip-prinsip pembelajaran matematika bermakna dan efektif!
3. Jelaskan prinsip pembelajaran mana yang relevan dengan pembelajaran PAKEM (partisipatif, aktif, kreatif, efektif, dan menyenangkan)!

F. Rangkuman

Prinsip pembelajaran meliputi strategi umum pembelajaran agar proses pembelajaran dapat berjalan efektif, bermakna bagi siswa dan mencapai tujuan yang ditetapkan. Prinsip pembelajaran (termasuk pembelajaran matematika) harus diperhatikan guru karena merupakan sendi-sendi utama dalam proses pembelajaran, baik dalam aspek konten, siswa, guru, maupun interaksi dalam pembelajaran, khususnya bagaimana membuat siswa belajar.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar latihan/tugas, maka Anda dapat dianggap menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan dipelajari kembali dan berdiskusi dengan teman sejawat untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan.

Kegiatan Pembelajaran 3

Model Pembelajaran Berbasis Penemuan

(Discovery Based Learning)

A. Tujuan

Setelah mempelajari kegiatan pembelajaran ini diharapkan guru:

1. memahami dan menjelaskan pengertian model pembelajaran penemuan,
2. memahami fase-fase model pembelajaran penemuan,
3. mampu mengimplementasikan model pembelajaran penemuan ini dalam pembelajaran matematika.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Indikator pencapaian kompetensi guru setelah mempelajari kegiatan pembelajaran ini adalah guru mampu:

1. menjelaskan pengertian model pembelajaran berbasis penemuan,
2. memahami langkah-langkah model pembelajaran berbasis penemuan,
3. menerapkan model pembelajaran berbasis penemuan dalam pembelajaran dengan materi yang sesuai.

C. Uraian Materi

1. Pengertian

Discovery Based Learning atau *Discovery Learning* lebih menekankan pada ditemukannya konsep atau prinsip yang sebelumnya tidak diketahui, masalah yang diperhadapkan kepada siswa semacam masalah yang direkayasa oleh guru. Khusus inkuiri, masalah yang dikaji bukan hasil rekayasa sehingga harus melalui proses penelitian. Pada *Discovery Learning*, materi yang akan disampaikan tidak dalam bentuk final akan tetapi siswa didorong untuk mengidentifikasi apa yang ingin diketahui, dilanjutkan dengan mencari informasi sendiri kemudian mengorganisasi atau membentuk apa yang mereka ketahui dan pahami dalam suatu bentuk akhir.

2. Fase-fase Model Pembelajaran Penemuan

Fase-fase penerapan model pembelajaran penemuan adalah sebagai berikut.

Fase	Aktivitas	Keterangan
1	<i>Stimulation</i> (pemberian stimulus)	Guru memberikan sesuatu rangsangan kepada siswa yang menimbulkan kebingungannya dan timbul keinginan untuk menyelidiki sendiri. Bentuk rangsangan dapat berupa pertanyaan, gambar, benda, cerita, fenomena, dan aktivitas belajar lainnya yang mengarah pada persiapan menemukan suatu konsep.
2	<i>Problem statement</i> (pernyataan/identifikasi masalah)	Guru mengajak siswa untuk mengidentifikasi masalah yang relevan dengan bahan disajikan untuk stimulus. Dari masalah tersebut, dirumuskan jawaban sebagai dugaan sementara (hipotesis).
3	<i>Data collection</i> (pengumpulan data)	Siswa mengumpulkan informasi yang relevan untuk membuktikan kebenaran hipotesis atau menemukan suatu konsep. Data dapat diperoleh melalui membaca literatur, mengamati objek, wawancara dengan nara sumber, melakukan uji coba sendiri dan sebagainya.
4	<i>Data processing</i> (pengolahan data)	Siswa mengolah data yang telah dikumpulkan. Pengolahan data dalam rangka mengarahkan kepada konsep yang akan dicapai.
5	<i>Verification</i> (memverifikasi)	Siswa melakukan pemeriksaan kebenaran hipotesis terkait dengan hasil pengolahan data processing.
6	<i>Generalization</i> (penarikan kesimpulan/generalisasi)	Siswa diajak untuk melakukan generalisasi konsep yang sudah dibuktikan untuk kondisi umum.

3. Integrasi Pendekatan Saintifik dengan Model Pembelajaran Penemuan

Model pembelajaran penemuan adalah salah satu model yang menunjang pendekatan saintifik. Berikut ini cara alternatif untuk mengintegrasikan pendekatan saintifik ke dalam model pembelajaran penemuan.

Model Pembelajaran Penemuan	Pendekatan Saintifik	Keterangan
Fase 1: <i>Stimulation</i> (pemberian rangsangan) Fase 2: <i>Problem statement</i> (pernyataan/identifikasi masalah)	<ul style="list-style-type: none"> • Mengamati • Menanya 	Siswa mengamati masalah yang disajikan oleh guru sebagai rangsangan pembelajaran di awal. Siswa diajak untuk merumuskan informasi yang diberikan pada masalah tersebut, dan merencanakan cara untuk memecahkannya. Masalah yang disajikan Masalah yang diberikan sebaiknya membuat siswa tertarik untuk memecahkannya melalu

Model Pembelajaran Penemuan	Pendekatan Saintifik	Keterangan
		model pembelajaran penemuan.
Fase 3: <i>Data collection</i> (pengumpulan data)	<ul style="list-style-type: none"> Mengumpulkan informasi 	Siswa mengumpulkan informasi untuk menemukan konsep guna memecahkan masalah yang sudah teridentifikasi.
Fase 4: <i>Data processing</i> (pengolahan data)	<ul style="list-style-type: none"> Mengasosiasi 	Siswa mengolah data hingga didapatkan suatu kesimpulan. Siswa juga mengecek temua mereka untuk kondisi lain yang serupa. Hasil pengolahan data tersebut digunakan sebagai pemecah masalah yang disajikan di awal pembelajaran.
Fase 5: <i>Verification</i> (memverifikasi)		
Fase 6: <i>Generalization</i> (penarikan kesimpulan/generalisasi)		
	<ul style="list-style-type: none"> Mengkomunikasikan 	Siswa mempresentasikan hasil temuan dan pemecahan masalah di dalam kelas. Siswa atau kelompok lain menanggapi presentasi tersebut dengan pengarahannya guru.

4. Contoh Penerapan Model Pembelajaran Penemuan

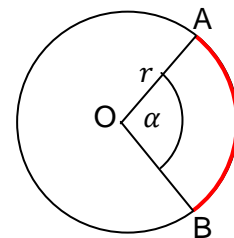
Berikut contoh aktivitas pembelajaran dalam menerapkan model pembelajaran penemuan (*discovery learning*).

Indikator: Menemukan rumus menentukan panjang busur lingkaran

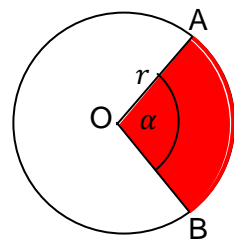
Fase 1 : Pemberian rangsangan

- Guru menyajikan permasalahan kepada siswa dan meminta siswa untuk mencoba menyelesaikannya. Contoh: Guru meminta siswa menentukan hubungan antara panjang busur lingkaran dengan ukuran sudut pusat α . Contoh permasalahan:

- Diketahui suatu busur lingkaran dengan sudut pusat α . Jika jari-jari lingkaran r satuan panjang, bisakah kalian menentukan panjang busur tersebut?



- Diketahui suatu juring lingkaran dengan sudut pusat α . Jika jari-jari lingkaran r satuan panjang, bisakah kalian menentukan luas juring tersebut?



Fase 2 : Mengidentifikasi masalah

- Guru meminta siswa mengamati dan memahami masalah yang disajikan. Salah satu caranya adalah guru mengarahkan siswa agar mengumpulkan informasi penting terkait dari masalah

tersebut. Contoh informasi penting yang didapatkan dari pengamatan masalah sebagai berikut.

Diketahui: Sudut pusat = α , Jari-jari = r

Ditanyakan: a. Panjang busur
b. Luas juring

3. Guru meminta siswa untuk memberikan dugaan jawaban sementara (hipotesis) dengan cara mengaitkan informasi yang sudah dikumpulkan.

Contoh hipotesis:

- a. Semakin besar sudut pusat, semakin besar pula busur yang dihadap.
- b. Semakin besar sudut pusat, semakin besar pula juring yang dihadap.
- c. Panjang busur berbanding lurus dengan ukuran sudut pusat.
- d. Luas juring berbanding lurus dengan ukuran sudut pusat.

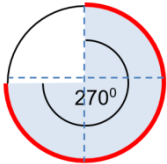
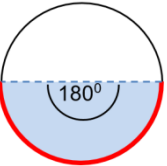
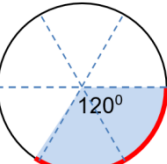
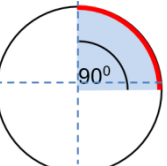
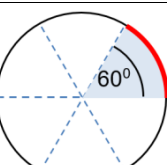
Fase 3 : Pengumpulan data

4. Guru meminta siswa merencanakan langkah-langkah yang akan digunakan dan apa saja yang perlu mereka ketahui untuk menyelesaikan masalah. Contoh perencanaan yang bisa dibuat adalah dengan mengaitkan beberapa sudut pusat tertentu dengan panjang busur dan luas juring yang mudah diamati.
5. Guru meminta siswa untuk mengumpulkan informasi pendukung terkait dengan permasalahan. Sesuai dengan permasalahan yang disajikan di awal, informasi terkait yaitu: busur, juring, sudut pusat, keliling lingkaran, dan luas lingkaran. Selama proses pengumpulan data, guru mengarahkan siswa atau kelompok siswa agar informasi yang didapatkan sesuai dengan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai. Teknik pengumpulan data sebaiknya dengan sebuah Lembar Kerja Siswa (LKS). Berikut ini contoh isi LKS yang bisa memfasilitasi siswa dalam mengumpulkan data.

Perhatikan gambar-gambar busur lingkaran berikut!

Garis yang berwarna tebal adalah gambar busur lingkaran yang bersesuaian dengan sudut pusat masing-masing. Perhatikan hubungan ukuran sudut pusat dengan panjang busur pada masing-masing busur.

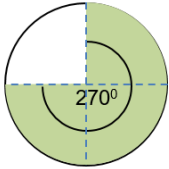
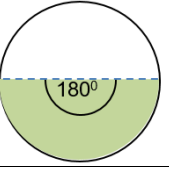
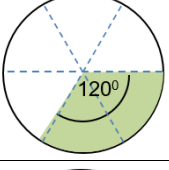
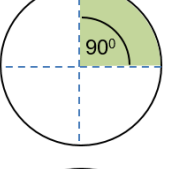
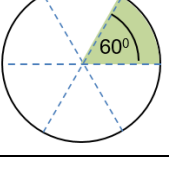
Hubungan antara sudut pusat dengan busur lingkaran

Gambar busur	Rasio sudut pusat α terhadap 360°	Rasio panjang busur terhadap keliling lingkaran
	$\frac{\alpha}{360}$	$\frac{\text{panjang busur}}{\text{Keliling lingkaran}}$
	$\frac{270}{360} = \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
	$\frac{180}{360} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
	$\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
	$\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Perhatikan gambar-gambar juring lingkaran berikut!

Berikut ini daerah gelap adalah gambar juring lingkaran yang bersesuaian dengan sudut pusatnya masing-masing. Perhatikan hubungan antara ukuran sudut pusat dengan juring pasangan masing-masing.

Hubungan antara sudut pusat dengan juring lingkaran

Gambar Juring	Rasio sudut pusat α terhadap 360°	Rasio luas juring terhadap luas lingkaran
	$\frac{\alpha}{360}$	$\frac{\text{luas juring}}{\text{Luas lingkaran}}$
	$\frac{270}{360} = \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
	$\frac{180}{360} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
	$\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
	$\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Fase 4 : Pengolahan data

6. Guru meminta siswa untuk mengolah data yang didapat dalam bentuk tabel.

Ringkasan hubungan antara sudut pusat dengan panjang busur dan luas juring

Rasio sudut pusat α terhadap 360°	Rasio Panjang busur terhadap keliling lingkaran	Rasio Luas juring terhadap Luas lingkaran
$\frac{\alpha}{360}$	$\frac{\text{panjang busur}}{\text{Keliling lingkaran}}$	$\frac{\text{luas juring}}{\text{Luas lingkaran}}$
$\frac{270}{360}$		
$\frac{180}{360}$		
$\frac{90}{360}$		

$\frac{60}{360}$		
$\frac{30}{360}$		
$\frac{\alpha}{360}$		

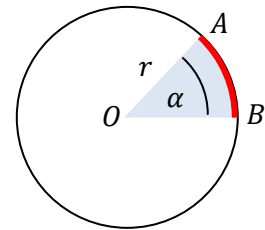
Fase 5 : Memverifikasi

- Guru meminta siswa untuk mengecek hasil temuan mereka pada situasi yang berbeda. Misal dengan ukuran sudut berbeda.

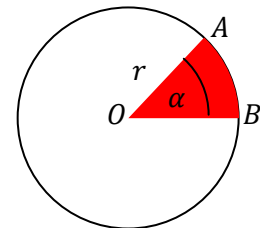
Fase 6 : Menggeneralisasi

- Guru meminta siswa melakukan pengamatan tentang hal-hal penting dan yang dibutuhkan untuk menyelesaikan masalah. Dari kegiatan mengamati gambar-gambar tentang busur dan juring diperoleh ringkasan informasi.
- Guru mengarahkan siswa untuk menarik kesimpulan dengan cara menganalisis data yang telah terkumpul. Salah satu caranya adalah dengan mengarahkan dengan pertanyaan atau perintah panduan.

- Amati dan bandingkan kolom 1 dan 2 pada Tabel ringkasan data. Perhatikan keteraturan hubungan antara sudut pusat dengan panjang busur. Buatlah simpulan tentang rumus menentukan panjang busur AB yang diketahui jari-jarinya r dan sudut pusatnya α .



- Amati dan bandingkan kolom 1 dan 3 pada tabel. Perhatikan keteraturan hubungan antara sudut pusat dengan luas juring. Buatlah simpulan rumus luas juring AOB yang diketahui jari-jari r dan sudut pusat α .



- Guru meminta siswa untuk menarik kesimpulan berdasarkan analisisnya. Contoh kesimpulan yang diharapkan sebagai berikut.

$$\text{Panjang busur } AB = \frac{\alpha}{360} \times 2\pi r \text{ dan } \text{Luas juring } AOB = \frac{\alpha}{360} \times \pi r^2$$

Dengan α = ukuran sudut pusat, r = jari-jari.

D. Aktivitas Pembelajaran

Aktivitas pembelajaran dengan cara melakukan simulasi pembelajaran dengan menggunakan model yang berbasis penemuan.

1. Bentuklah kelompok dengan 3 hingga 5 anggota.
2. Pilih sebuah topik materi pembelajaran yang sesuai untuk diterapkan dengan model pembelajaran penemuan.
3. Susun kegiatan sesuai dengan tahap-tahap model pembelajaran berbasis penemuan. Gunakan format tabel untuk laporannya.
4. Salah satu anggota melakukan simulasi pembelajaran sesuai dengan tahap-tahap yang telah disusun.
5. Peserta lain dan instruktur melakukan penilaian dan komentar konstruktif terhadap simulasi yang dilakukan.

E. Latihan/Kasus/Tugas

1. Jelaskan karakteristik topik pembelajaran yang tepat untuk dibelajarkan menggunakan model pembelajaran penemuan.
2. Buatlah satu contoh penerapan pembelajaran dengan model pembelajaran penemuan pada matematika SMP.

F. Rangkuman

Discovery Learning menekankan pada ditemukannya konsep atau prinsip yang sebelumnya tidak diketahui, masalah yang dihadapkan kepada siswa direkayasa oleh guru. Tahapan model pembelajaran yang berbasis penemuan, umumnya meliputi: pemberian stimulus, pernyataan/identifikasi masalah, pengumpulan data, pengolahan data, memverifikasi, dan penarikan kesimpulan/ generalisasi.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar latihan/tugas, maka Anda dapat dianggap menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan dipelajari kembali dan berdiskusi dengan teman sejawat untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan. Setelah Anda telah dapat menguasai kompetensi pada kegiatan pembelajaran ini, maka silakan berlanjut pada kegiatan pembelajaran selanjutnya.

Kegiatan Pembelajaran 4

Model Pembelajaran Berbasis Masalah (*Problem Based Learning*)

A. Tujuan

Setelah mempelajari kegiatan pembelajaran ini diharapkan guru:

1. memahami dan menjelaskan pengertian model pembelajaran berbasis masalah,
2. memahami fase-fase model pembelajaran berbasis masalah,
3. mampu mengimplementasikan model pembelajaran berbasis masalah/*Problem Based Learning* (PBL) dalam pembelajaran matematika.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Indikator pencapaian kompetensi guru setelah mempelajari modul ini sebagai berikut.

1. Menjelaskan pengertian model pembelajaran PBL
2. Memahami langkah-langkah model pembelajaran PBL
3. Menerapkan model pembelajaran PBL dalam pembelajaran matematika SMP dengan materi yang sesuai

C. Uraian Materi

1. Pengertian Pembelajaran berbasis Masalah

Problem Based Learning (PBL) adalah model pembelajaran yang dirancang agar siswa mendapat pengetahuan penting, yang membuat mereka mahir dalam memecahkan masalah, dan memiliki model belajar sendiri serta memiliki kecakapan berpartisipasi dalam tim. Menurut Prince dan Felder (2006), masalah yang diberikan dalam model pembelajaran berbasis masalah sebaiknya memenuhi kriteria: kompleks (*complex*), struktur tidak jelas (*ill structured*), terbuka (*open ended problem*), otentik (*authentic*).

Peran guru, siswa dan masalah dalam pembelajaran berbasis masalah dapat digambarkan sebagai berikut.

Guru sebagai Pelatih	Siswa sebagai <i>Problem Solver</i>	Masalah sebagai Awal Tantangan dan Motivasi
<ul style="list-style-type: none"> ○ <i>Asking about thinking</i> (bertanya tentang pemikiran). ○ Memonitor pembelajaran. ○ <i>Probbing</i> (menantang siswa untuk berpikir). ○ Menjaga agar siswa terlibat. ○ Mengatur dinamika kelompok. ○ Menjaga berlangsungnya proses. 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Peserta yang aktif. ○ Terlibat langsung dalam pembelajaran. ○ Membangun pembelajaran. 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Menarik untuk dipecahkan. ○ Menyediakan kebutuhan yang ada hubungannya dengan pelajaran yang dipelajari.

2. Prinsip Proses Pembelajaran Model PBL

Prinsip-prinsip PBL yang harus diperhatikan meliputi hal-hal berikut.

- a. Konsep Dasar (*Basic Concept*). Pada pembelajaran ini guru dapat memberikan konsep dasar, petunjuk, atau referensi yang diperlukan dalam pembelajaran.
- b. Pendefinisian Masalah (*Defining the Problem*). Dalam fase ini guru menyampaikan permasalahan dan dalam kelompoknya siswa melakukan berbagai kegiatan. Pertama, *brainstorming* yaitu setiap anggota mengungkapkan pendapat, ide, dan tanggapan terhadap masalah secara bebas, sehingga dimungkinkan muncul berbagai macam alternatif pendapat. Kedua, melakukan seleksi untuk memilih pendapat yang lebih fokus/terarah pada penyelesaian masalah. Ketiga melakukan pembagian tugas dalam kelompok untuk mencari referensi dalam memecahkan permasalahan.
- c. Pembelajaran Mandiri (*Self Learning*). Masing-masing siswa mencari berbagai sumber yang dapat memperjelas masalah misalnya dari buku atau artikel di perpustakaan, internet, atau guru/nara sumber yang relevan untuk memecahkan masalah.
- d. Pertukaran Pengetahuan (*Exchange knowledge*). Setelah mendapatkan sumber untuk keperluan pendalaman materi secara mandiri, pada pertemuan berikutnya siswa berdiskusi dalam kelompoknya untuk mengklarifikasi capaiannya dan merumuskan solusi dari permasalahan.

3. Fase-fase Model Pembelajaran Berbasis Masalah

Berikut ini fase-fase yang dilalui dalam pelaksanaan model pembelajaran berbasis masalah.

Fase	Aktivitas	Keterangan
1	Mengorientasikan siswa kepada masalah	Guru memberikan masalah yang menarik untuk dipecahkan siswa. Masalah yang diberikan sesuai dengan tingkat kemampuan siswa. Menurut Prince dan Felder (2006) Masalah yang diberikan sebaiknya masalah kompleks (<i>complex</i>), struktur tidak jelas (<i>ill structured</i>), terbuka (<i>open ended problem</i>), otentik (<i>authentic</i>).
2	Mengorganisasikan siswa	Guru mengorganisasikan siswa ke dalam kelompok-kelompok. Mengarahkan siswa untuk mengidentifikasi masalah dan mengorganisasikan tugas belajar yang berhubungan dengan pemecahan masalah tersebut.
3	Membimbing penyelidikan individu dan kelompok	Mendorong siswa untuk mengumpulkan informasi yang sesuai, melaksanakan eksperimen untuk mendapatkan penjelasan dan pemecahan masalah.
4	Mengembangkan dan menyajikan hasil karya	Mengarahkan siswa dalam menyiapkan laporan pemecahan masalah, serta berbagi tugas dengan teman. Siswa diberi kesempatan untuk mempresentasikan temuannya, serta kelompok lain menanggapi.
5	Menganalisa dan mengevaluasi proses pemecahan masalah	Mengevaluasi pemecahan masalah atau hasil belajar yang telah dipelajari. Memberikan arahan jika temuan siswa belum sesuai dengan tujuan pembelajaran.

4. Integrasi Pendekatan Saintifik dengan Model Pembelajaran Berbasis Masalah

Berikut ini cara alternatif untuk mengintegrasikan pendekatan saintifik ke dalam model pembelajaran berbasis masalah.

Model Pembelajaran Berbasis Masalah	Pendekatan Saintifik	Keterangan
Fase 1: Mengorientasikan siswa kepada masalah	<ul style="list-style-type: none"> • Mengamati • Menanya 	Siswa melakukan pengamatan terhadap masalah yang disajikan oleh guru di awal pembelajaran. Siswa mengidentifikasi informasi dan pertanyaan penting pada masalah yang disajikan. Siswa bisa menanya kepada guru jika masalah yang disajikan dirasa kurang jelas.
Fase 2: Mengorganisasikan siswa		
Fase 3: Membimbing	<ul style="list-style-type: none"> • Mengumpulkan informasi 	Siswa melakukan penyelidikan dengan cara mengumpulkan informasi terkait

penyelidikan individu dan kelompok		pemecahan masalah.
Fase 4: Mengembangkan dan menyajikan hasil karya	<ul style="list-style-type: none"> • Mengasosiasi • Mengkomunikasikan 	Siswa mengolah data yang sudah terkumpul, menarik suatu kesimpulan pemecahan masalah kemudian menyajikannya dalam suatu laporan.
Fase 5: Menganalisa dan mengevaluasi proses pemecahan masalah	<ul style="list-style-type: none"> • Mengkomunikasikan 	Siswa mengevaluasi kesalahan atau kekurangan dalam pemecahan masalah atau dalam proses mendapatkan pemecahan masalah.

5. Contoh Penerapan Model Pembelajaran PBL

Contoh aktivitas pembelajaran dalam menerapkan model pembelajaran berbasis masalah (*problem-based learning*) dalam pembelajaran matematika SMP adalah sebagai berikut:

Fase 1: Mengorientasikan Siswa pada Masalah

1. Guru menyajikan masalah kemudian meminta siswa untuk mencermati masalah tersebut. Berikut contoh masalah yang disajikan.

Permasalahan:

Sebuah usaha konveksi memiliki tiga jenis mesin jahit merk 'Buterfly', merk 'Singer' dan merk 'Loly'. Mesin Butterfly mampu menjahit 50 potong baju per jam. Mesin Singer menjahit 75 potong baju per jam. Mesin Loly menjahit 100 potong baju per jam. Satu potong baju harga produksinya Rp 55.000,-. Biaya listrik mesin Butterfly Rp 20.000 per jam, biaya listrik Singer Rp 25.000 per jam, dan biaya listrik Loly Rp 30.000 per jam. **Modal** yang tersedia Rp 99.000.000,-

- a. Dengan modal itu pengusaha hanya ingin mengoperasikan 2 merek mesin, pasangan mesin mana yang paling **efisien**.
- b. Bagaimana jika menggunakan 3 merk mesin sekaligus, apakah lebih efisien dari jika hanya menggunakan dua merk mesin

Fase 2: Mengorganisasikan Siswa untuk Belajar

2. Guru membagi siswa ke dalam kelompok untuk memecahkan masalah dengan cara berdiskusi dalam kelompok.

Fase 3: Membantu Penyelidikan Mandiri dan Kelompok

3. Guru mengamati cara siswa selama proses menentukan pemecahan masalah yang diajukan. Guru memberikan arahan secukupnya jika siswa mengalami kesulitan dalam menentukan pemecahan masalah.

Fase 4: Mengembangkan dan Menyajikan Hasil Karya

4. Guru meminta siswa untuk menyajikan laporan hasil pemecahan masalah yang diajukan dan mempresentasikan di dalam kelas.

Fase 5: Analisis dan Evaluasi Proses Pemecahan Masalah

5. Guru mengajak siswa untuk mengevaluasi proses pemecahan masalah yang diajukan. Setiap pemecahan masalah siswa sangat memungkinkan berbeda.

D. Aktivitas Pembelajaran.

Aktivitas pembelajaran dengan cara melakukan simulasi pembelajaran dengan menggunakan model yang berbasis masalah.

1. Bentuklah kelompok dengan 3 hingga 5 anggota.
2. Pilih sebuah topik materi pembelajaran yang sesuai untuk diterapkan dengan model pembelajaran berbasis masalah.
3. Susun kegiatan sesuai dengan tahap-tahap model pembelajaran berbasis masalah. Gunakan format tabel untuk laporannya.
4. Salah satu anggota melakukan simulasi pembelajaran sesuai dengan tahap-tahap yang telah disusun.
5. Peserta lain dan fasilitator melakukan penilaian dan komentar konstruktif terhadap simulasi yang dilakukan.

E. Latihan

1. Sebutkan 4 ciri masalah pada model pembelajaran PBL.
2. Buatlah contoh masalah lain yang tepat untuk diterapkan menggunakan model pembelajaran berbasis masalah. Jelaskan mengapa masalah tersebut cocok untuk model pembelajaran berbasis masalah.

F. Rangkuman

Problem Based Learning adalah model pembelajaran yang dirancang agar siswa mendapat pengetahuan penting, yang membuat mereka mahir dalam memecahkan masalah. Masalah yang diberikan sebaiknya memenuhi kriteria: kompleks (*complex*), struktur tidak jelas (*ill structured*), terbuka (*open ended problem*), otentik (*authentic*). Tahapan umumnya melalui: mengorientasikan siswa kepada masalah, mengorganisasikan siswa, membimbing penyelidikan individu dan kelompok, mengembangkan dan menyajikan pemecahan masalah, dan menganalisa dan mengevaluasi proses pemecahan masalah.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar latihan/tugas, maka Anda dapat dianggap menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan dipelajari kembali dan berdiskusi dengan teman sejawat untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan.

Kegiatan Pembelajaran 5

Model Pembelajaran Berbasis Proyek (*Project Based Learning*)

A. Tujuan

Setelah mempelajari modul ini diharapkan:

1. Guru dapat memahami dan menjelaskan pengertian model pembelajaran Berbasis Proyek atau *Project Based Learning* (PjBL)
2. Guru dapat memahami tahapan model PjBL
3. Guru dapat mengimplementasikan model PjBL dalam pembelajaran matematika.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Setelah mempelajari modul ini, diharapkan guru mampu:

1. menjelaskan pengertian model PjBL,
2. memahami langkah-langkah model PjBL,
3. menerapkan model PjBL dalam pembelajaran dengan materi yang sesuai.

C. Uraian Materi

1. Pengertian Pembelajaran Berbasis Proyek

Pembelajaran Berbasis Proyek atau *Project Based Learning* (PBL) adalah model pembelajaran yang melibatkan siswa dalam suatu kegiatan (proyek) yang menghasilkan suatu produk. Keterlibatan siswa mulai dari merencanakan, membuat rancangan, melaksanakan, dan melaporkan hasil kegiatan berupa produk dan laporan pelaksanaannya. Model pembelajaran ini menekankan pada proses pembelajaran jangka panjang, siswa terlibat secara langsung dengan berbagai isu dan persoalan kehidupan sehari-hari, belajar bagaimana memahami dan menyelesaikan persoalan nyata, dan bersifat interdisipliner.

Pembelajaran Berbasis Proyek memiliki karakteristik berikut ini.

- a. Siswa membuat keputusan tentang sebuah kerangka kerja;
- b. Adanya permasalahan atau tantangan yang diajukan kepada siswa;
- c. Siswa mendesain proses untuk menentukan solusi atas permasalahan atau tantangan yang diajukan;
- d. Siswa secara kolaboratif bertanggungjawab untuk mengakses dan mengelola informasi untuk memecahkan permasalahan;
- e. Proses evaluasi dijalankan secara kontinu;
- f. Siswa secara berkala melakukan refleksi atas aktivitas yang sudah dijalankan;
- g. Produk akhir aktivitas belajar akan dievaluasi secara kualitatif; dan
- h. Situasi pembelajaran sangat toleran terhadap kesalahan dan perubahan.

Peran guru dalam PjBL sebaiknya sebagai fasilitator, pelatih, penasehat dan perantara untuk mendapatkan hasil yang optimal sesuai dengan daya imajinasi, kreasi dan inovasi dari siswa.

Beberapa hambatan dalam implementasi PjBL antara lain banyak guru merasa nyaman dengan kelas tradisional, di mana guru memegang peran utama di kelas, terutama bagi guru yang kurang atau tidak menguasai teknologi. Untuk itu disarankan menggunakan *team teaching* dalam proses pembelajaran.

2. Fakta Empirik Keberhasilan

Kelebihan dan kekurangan pada penerapan Pembelajaran Berbasis Proyek dapat dijelaskan sebagai berikut.

- a. Keuntungan Pembelajaran Berbasis Proyek
 - 1) Meningkatkan motivasi belajar siswa untuk belajar, mendorong kemampuan mereka untuk melakukan pekerjaan penting, dan mereka perlu untuk dihargai.
 - 2) Meningkatkan kemampuan pemecahan masalah.
 - 3) Membuat siswa menjadi lebih aktif dan berhasil memecahkan problem-problem yang kompleks.
 - 4) Meningkatkan kolaborasi.

- 5) Mendorong siswa untuk mengembangkan dan mempraktikkan keterampilan komunikasi.
- 6) Meningkatkan keterampilan siswa dalam mengelola sumber.
- 7) Memberikan pengalaman kepada siswa pembelajaran dan praktik dalam mengorganisasi proyek, dan membuat alokasi waktu dan sumber-sumber lain seperti perlengkapan untuk menyelesaikan tugas.
- 8) Menyediakan pengalaman belajar yang melibatkan siswa secara kompleks dan dirancang untuk berkembang sesuai dunia nyata.
- 9) Melibatkan siswa belajar mengambil informasi dan menunjukkan pengetahuan yang dimiliki, kemudian diimplementasikan pada dunia nyata.
- 10) Membuat suasana belajar menjadi menyenangkan, sehingga siswa maupun pendidik menikmati proses pembelajaran.

b. Kelemahan Pembelajaran Berbasis Proyek

- 1) Siswa yang memiliki kelemahan dalam penelitian atau percobaan dan pengumpulan informasi akan mengalami kesulitan.
- 2) Kemungkinan adanya siswa yang kurang aktif dalam kerja kelompok.
- 3) Ketika topik yang diberikan kepada masing-masing kelompok berbeda, dikhawatirkan siswa tidak bisa memahami topik secara keseluruhan.

Untuk mengatasi kelemahan PjBL, guru harus dapat memfasilitasi siswa menghadapi masalah, membatasi waktu siswa dalam menyelesaikan proyek, meminimalis dan menyediakan peralatan yang sederhana dari lingkungan sekitar, memilih lokasi penelitian yang mudah dijangkau sehingga tidak membutuhkan banyak waktu dan biaya, menciptakan suasana pembelajaran yang menyenangkan sehingga instruktur dan siswa merasa nyaman dalam proses pembelajaran.

3. Fase-fase Model Pembelajaran Berbasis Proyek

Berikut ini fase-fase yang dilalui dalam pelaksanaan model pembelajaran berbasis proyek.

Fase	Aktivitas	Keterangan
1	<i>Start With the Essential Question</i> (Memulai dengan Pertanyaan Mendasar)	Pertanyaan yang dapat memberi penugasan siswa dalam melakukan suatu aktivitas/proyek. Mengambil topik yang sesuai dengan realitas dunia nyata dan dimulai dengan sebuah investigasi mendalam. Guru berusaha agar topik yang diangkat relevan untuk para siswa.
2	<i>Design a Plan for the Project</i> (Mendesain Perencanaan Proyek)	Perencanaan dilakukan secara kolaboratif antara siswa dan guru. Dengan demikian siswa diharapkan akan merasa memiliki atas proyek tersebut. Perencanaan berisi tentang kegiatan, alat, dan bahan yang berguna untuk penyelesaian proyek.
3	<i>Create a Schedule</i> (Menyusun Jadwal)	Siswa dengan guru secara kolaboratif menyusun jadwal aktivitas dalam menyelesaikan proyek. Aktivitas pada tahap ini antara lain: (1) membuat timeline untuk menyelesaikan proyek, (2) membuat deadline penyelesaian proyek, (3) membawa siswa agar merencanakan cara yang baru, (4) membimbing siswa ketika mereka membuat cara yang tidak berhubungan dengan proyek, dan (5) meminta siswa untuk membuat penjelasan (alasan) tentang pemilihan suatu cara
4	<i>Monitor the Students and the Progress of the Project</i> (Memonitor siswa dan kemajuan proyek)	Guru bertanggungjawab untuk melakukan monitor terhadap aktivitas siswa selama menyelesaikan proyek. Guru berperan menjadi mentor bagi aktivitas siswa. Agar mempermudah proses monitoring, dibuat sebuah rubrik yang dapat merekam keseluruhan aktivitas yang penting
5	<i>Assess the Outcome</i> (Menguji Hasil)	Penilaian dilakukan untuk mengukur ketercapaian kompetensi, berperan dalam mengevaluasi kemajuan masing-masing siswa/kelompok siswa, memberi umpan balik tentang tingkat pemahaman yang sudah dicapai siswa/kelompok, membantu guru dalam menyusun strategi pembelajaran berikutnya.
6	<i>Evaluate the Experience</i> (Mengevaluasi Pengalaman)	Pada akhir proses pembelajaran, siswa dan guru melakukan refleksi terhadap aktivitas dan hasil proyek yang sudah dilakukan. Proses refleksi dilakukan baik secara individu maupun kelompok. Pada tahap ini siswa diminta untuk mengungkapkan perasaan dan pengalamannya selama menyelesaikan proyek. Guru dan siswa mengembangkan diskusi dalam rangka memperbaiki kinerja selama proses pembelajaran, sehingga pada akhirnya ditemukan suatu temuan untuk menjawab permasalahan yang diajukan pada tahap pertama pembelajaran.

Keterangan: Pada setiap fase aktivitas di tersebut, guru dapat melakukan penilaian terhadap kemajuan proyek yang dilakukan oleh siswa atau kelompok siswa.

4. Penilaian Model Pembelajaran Berbasis Proyek

Penilaian pembelajaran dengan model PjBL harus dilakukan secara menyeluruh terhadap sikap, pengetahuan dan keterampilan yang diperoleh siswa dalam melaksanakan pembelajaran berbasis proyek. Penilaian Pembelajaran PjBL dapat menggunakan teknik penilaian proyek atau penilaian produk.

Pada penilaian proyek setidaknya ada 3 hal yang perlu dipertimbangkan yaitu:

- Kemampuan pengelolaan. Kemampuan siswa dalam memilih topik, mencari informasi dan mengelola waktu pengumpulan data serta penulisan laporan.
- Relevansi. Kesesuaian dengan mata pelajaran, dengan mempertimbangkan tahap pengetahuan, pemahaman dan keterampilan dalam pembelajaran.
- Keaslian Proyek yang dilakukan siswa harus merupakan hasil karyanya, dengan mempertimbangkan kontribusi guru berupa petunjuk dan dukungan terhadap proyek siswa.

5. Integrasi Pendekatan Saintifik dengan Model Pembelajaran Berbasis Proyek

Berikut ini cara alternatif untuk mengintegrasikan pendekatan saintifik dengan model pembelajaran berbasis proyek.

Model Pembelajaran Berbasis Proyek	Pendekatan Saintifik	Keterangan
Fase 1: <i>Start With the Essential Question</i> (Memulai dengan Pertanyaan Mendasar)	<ul style="list-style-type: none"> Mengamati Menanya 	Siswa mengamati masalah yang disampaikan oleh guru. Siswa mengidentifikasi informasi yang diberikan dari pernyataan atau masalah yang diberikan.
Fase 2: <i>Design a Plan for the Project</i> (Mendesain Perencanaan Proyek)	<ul style="list-style-type: none"> Mengumpulkan informasi Mengumpulkan informasi Mengumpulkan informasi Mengasosiasi Mengkomunikasikan 	Siswa membuat desain proyek untuk memecahkan masalah yang sudah diidentifikasi. Kemudian siswa mengerjakan proyek atau mengumpulkan informasi sesuai dengan desain yang direncanakan. Siswa mengkomunikasikan progres proyek kepada gurunya.
Fase 3: <i>Create a Schedule</i> (Menyusun Jadwal)		
Fase 4: <i>Monitor the Students and the Progress of the Project</i> (Memonitor siswa dan kemajuan proyek)		
Fase 5: <i>Assess the Outcome</i> (Menguji Hasil)	<ul style="list-style-type: none"> Mengkomunikasikan 	Siswa mengkomunikasikan hasil proyeknya. Di dalam kelas secara bergantian. Siswa juga mengevaluasi kekurangan selama melakukan proyek.
Fase 6: <i>Evaluate the Experience</i> (Mengevaluasi Pengalaman)		

6. Contoh Model Pembelajaran Berbasis Proyek

Contoh aktivitas pembelajaran dalam menerapkan Model Pembelajaran Berbasis Proyek dalam pembelajaran matematika SMP adalah sebagai berikut:

Fase 1: Memulai dengan Pertanyaan Mendasar

- a. Guru menyampaikan suatu permasalahan mendasar yang mengawali siswa dalam mengerjakan proyek. Masalah yang diberikan dalam pembelajaran bisa lebih dari 1, menyesuaikan kepentingan pembelajaran. Berikut ini contoh permasalahan yang bisa diajukan.

Contoh Masalah:

Setiap tahun ajaran baru, siswa SMP ABC biasanya membeli seragam baru Koperasi Sekolah bermaksud menyediakan kebutuhan seragam sekolah untuk siswa Sekolah ABC. Koperasi tersebut ingin mengadakan barang berupa: (1) Sepatu, (2) Baju, dan (3) Topi.

Tugas kalian:

- 1) Lakukan proyek untuk menentukan banyaknya sepatu, baju, dan topi dengan ukuran dan jumlah yang tepat untuk semua siswa.
- 2) Buatlah instrumen untuk mengumpulkan data yang diharapkan.
- 3) Susunlah rencana pengerjaan proyek, pembagian tugas dalam kelompok, dan jadwal pelaksanaan proyek.
- 4) Sajikan hasil proyek kalian semenarik mungkin maksimal 3 minggu dari pemberian proyek.

Fase 2: Mendesain Perencanaan Proyek

- b. Guru membagi siswa menjadi beberapa kelompok untuk mengerjakan proyek. Pembagian kelompok sesuai dengan kesepakatan antara guru dengan siswa.
- c. Guru mengarahkan siswa untuk membuat instrumen pengumpulan data yang diinginkan, menyusun tugas yang akan dilakukan, dan membagi tugas dalam kelompok.

Fase 3: Menyusun Jadwal

- d. Guru mengarahkan siswa untuk menyusun jadwal pelaksanaan proyek dalam masing-masing kelompok. Penyusunan jadwal meliputi, perencanaan, pelaksanaan, dan pelaporan.

Fase 4: Memonitor siswa dan kemajuan proyek

- e. Guru memonitor progres pengerjaan proyek dan memberikan pengarahan secukupnya untuk memperlancar pengerjaan proyek.
- f. Guru mengingatkan batas waktu pelaporan hasil proyek.

Fase 5: Menguji Hasil

- g. Guru meminta siswa untuk mempresentasikan hasil pengerjaan proyeknya di dalam kelas.
- h. Guru memandu diskusi agar mengarah pada jawaban dari permasalahan yang disampaikan di awal.

Fase 6: Mengevaluasi Pengalaman

- i. Guru mengajak siswa untuk mengevaluasi pelaksanaan proyek masing-masing kelompok. Evaluasi yang dilakukan antara lain:
 - a) Kesesuaian hasil proyek dengan permasalahan awal yang diberikan.
 - b) Ketepatan waktu pengerjaan dan penyusunan laporan hasil proyek.
 - c) Kendala yang dihadapi selama melaksanakan proyek.

D. Aktivitas Pembelajaran

Aktivitas pembelajaran dengan cara melakukan simulasi pembelajaran dengan menggunakan model yang berbasis proyek.

1. Bentuklah kelompok dengan 3 hingga 5 anggota.
2. Pilih sebuah topik materi pembelajaran yang sesuai untuk diterapkan dengan model pembelajaran berbasis proyek.
3. Susun kegiatan sesuai dengan tahap-tahap model pembelajaran berbasis proyek. Gunakan format tabel untuk laporannya.
4. Salah satu anggota melakukan simulasi pembelajaran sesuai dengan tahap-tahap yang telah disusun.
5. Peserta lain dan fasilitator melakukan penilaian dan komentar konstruktif terhadap simulasi yang dilakukan.

E. Latihan

Kerjakan soal-soal berikut dengan teliti.

1. Pada fase 1 model PjBL adalah “*Start With the Essential Question*”. Berikan 1 contoh pertanyaan seperti apa yang tepat untuk diterapkan menggunakan model pembelajaran berbasis proyek. Jelaskan.
2. Buatlah 1 contoh lain, pembelajaran dengan model pembelajaran berbasis masalah pada matematika SMP/MTs.

F. Rangkuman

Pembelajaran PjBL dirancang untuk: (1) membiasakan siswa untuk menemukan sendiri, melakukan penelitian/pengkajian, menerapkan keterampilan dalam merencanakan, berfikir kritis, dan penyelesaian masalah dalam menuntaskan suatu kegiatan/projek, (2) mendorong siswa untuk menerapkan pengetahuan, keterampilan, dan sikap tertentu ke dalam berbagai konteks dalam menuntaskan kegiatan/projek yang dikerjakan. (3) memberikan peluang kepada siswa untuk belajar menerapkan *interpersonal skills* dan berkolaborasi dalam suatu tim. Tahapan model PjBL sebagai berikut: memulai dengan pertanyaan mendasar, mendesain perencanaan proyek, menyusun jadwal, memonitor siswa dan kemajuan proyek, menguji hasil, dan mengevaluasi pengalaman.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Evaluasi kembali pemahaman Anda mengenai modul ini, apabila Anda sudah menguasai 80% dari materi ini, maka Anda dinyatakan lulus dan apabila kurang dari 80% maka Anda diminta memahami isi modul kembali dan menjawab latihan lagi. Refleksikan dari jawaban Anda tersebut dengan menuliskan masukan untuk penyempurnaan modul ini. Tugas Anda selanjutnya adalah mengembangkan pengetahuan, keterampilan dan sikap Anda dalam tugas sebagai guru matematika.

Kegiatan Pembelajaran 6

Model Pembelajaran Dengan Pendekatan Kooperatif (*Cooperative Learning*)

A. Tujuan

Setelah mempelajari modul ini diharapkan:

1. Guru-guru dapat memahami dan menjelaskan pengertian model pembelajaran kooperatif
2. Guru-guru dapat memahami fase-fase model pembelajaran kooperatif
3. Guru-guru dapat mengimplementasikan model pembelajaran kooperatif ini dalam pembelajaran matematika.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Modul ini berisi model pembelajaran kooperatif bagi guru Matematika SMP. Setelah mempelajari modul ini, diharapkan guru mampu:

1. Menjelaskan pengertian model pembelajaran kooperatif
2. Memahami langkah-langkah model pembelajaran kooperatif
3. Menerapkan model pembelajaran kooperatif dalam pembelajaran dengan materi yang sesuai.

C. Uraian Materi

1. Pengertian Pembelajaran dengan Pendekatan Kooperatif

Model pembelajaran kooperatif mengutamakan kerja sama dalam menyelesaikan permasalahan untuk menerapkan pengetahuan dan keterampilan dalam rangka mencapai tujuan pembelajaran. Dalam prosesnya, siswa didorong untuk bekerja sama pada suatu tugas bersama dan mereka harus mengkoordinasikan usahanya untuk menyelesaikan tugas yang diberikan guru.

Menurut Nur (2000), ciri-ciri Model Pembelajaran Kooperatif sebagai berikut.

- a. Siswa dalam kelompok secara kooperatif menyelesaikan materi belajar sesuai kompetensi dasar yang akan dicapai.

- b. Kelompok siswa dibentuk dengan kemampuan yang berbeda. Jika mungkin anggota kelompok berasal dari ras, budaya, suku yang berbeda serta memperhatikan kesetaraan jender.
- c. Penghargaan lebih pada kelompok dari pada masing-masing individu.

2. Tahapan Model Pembelajaran Kooperatif

Berikut ini tahap-tahap penerapan model pembelajaran kooperatif secara umum.

Tahap	Aktivitas	Keterangan
1	Menyampaikan tujuan dan memotivasi siswa	Guru menyampaikan tujuan pembelajaran, memotivasi siswa. Bila perlu mengajak siswa untuk mengingat kembali materi sebelumnya yang terkait dengan pembelajaran.
2	Menyajikan informasi	Informasi dapat berupa materi pembuka pembelajaran, kegiatan yang akan dilakukan, media yang akan digunakan, atau masalah yang akan dipecahkan setelah memahami materi.
3	Mengorganisasikan siswa ke dalam kelompok belajar	Guru mengatur pengelompokan siswa. Setiap kelompok sebaiknya terdiri atas siswa dengan kemampuan yang merata.
4	Membimbing kelompok belajar	Guru mengamati masing-masing kelompok, memotivasi siswa ketika kerja dalam kelompok, dan memberikan bantuan secukupnya jika dirasa perlu.
5	Evaluasi	Guru mengevaluasi hasil belajar siswa tentang materi yang telah dipelajari.
6	Memberi penghargaan	Guru memberikan penghargaan kepada siswa atau kelompok.

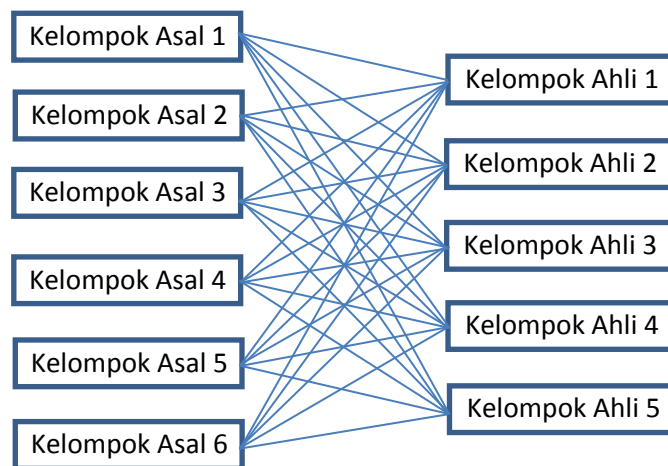
3. Beberapa tipe Model Pembelajaran Kooperatif

Berikut ini beberapa tipe pembelajaran kooperatif yang dikemukakan oleh ahli antara lain Slavin (1985), Lazarowitz (1988), atau Sharan (1990) sebagai berikut.

a. Pembelajaran Kooperatif Tipe *Jigsaw*

Pembelajaran kooperatif tipe *jigsaw* ini pertama kali dikembangkan oleh Aronson, dkk. Langkah-langkah dalam penerapan *jigsaw* adalah sebagai berikut.

- 1) Guru membagi kelas menjadi beberapa “kelompok asal”, dengan setiap kelompok terdiri dari 4 s.d 6 siswa dengan kemampuan yang berbeda serta jika mungkin berasal dari ras, budaya, suku yang berbeda serta kesetaraan jender. Jumlah anggota dalam kelompok asal sesuai jumlah bagian materi pelajaran yang akan dipelajari. Tiap siswa diberi tugas mempelajari salah satu bagian materi tersebut. Semua siswa dengan materi pembelajaran yang sama belajar bersama dalam kelompok yang disebut “kelompok ahli” (*Counterpart Group/CG*). Dalam kelompok ahli, siswa mendiskusikan bagian materi tersebut, serta menyusun rencana bagaimana menyampaikan kepada temannya jika kembali ke kelompok asal. Misal terdapat 30 siswa. Para siswa tersebut dibagi menjadi 6 kelompok asal masing-masing terdiri atas 5 siswa. Berikut contoh diagram pengelolaan model pembelajaran kooperatif tipe jigsaw.



Gambar 3. Contoh perpindahan kelompok dalam Model Tipe Jigsaw

- 2) Setelah berdiskusi dalam kelompok ahli maupun kelompok asal, selanjutnya dilakukan presentasi tiap kelompok atau dilakukan pengundian salah satu kelompok untuk menyajikan hasil diskusi yang telah dilakukan agar guru dapat menyamakan persepsi pada materi pembelajaran yang telah didiskusikan.
- 3) Guru memberikan kuis untuk siswa secara individual.
- 4) Guru memberikan penghargaan pada kelompok melalui skor berdasarkan nilai peningkatan hasil belajar individual dari skor dasar ke skor kuis berikutnya.

Beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam penerapan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe *Jigsaw* antara lain:

- 1) Materi sebaiknya secara alami dapat dibagi menjadi beberapa bagian yang tidak saling menjadi prasyarat, sehingga ketercapaian suatu bagian materi tidak bagian materi yang lain. Contoh materi matematika SMP yang bisa disajikan dengan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw, yaitu: 1) bangun datar, 2) Bangun ruang sisi datar, 3) Bangun ruang sisi lengkung, 4) aritmetika sosial, 5) Sistem persamaan linear satu variabel, 6) barisan bilangan.
- 2) Perlu diperhatikan bahwa jika menggunakan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw untuk belajar materi baru maka perlu dipersiapkan suatu tuntunan dan isi materi yang runtut serta cukup sehingga tujuan pembelajaran dapat tercapai.

b. Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD (*Student Teams Achievement Divisions*)

Pembelajaran Kooperatif tipe STAD dikembangkan oleh Slavin dkk. Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD biasanya digunakan untuk penguatan pemahaman materi (Slavin, 1995). Langkah-langkah penerapan pembelajaran Kooperatif Tipe STAD:

- 1) Guru menyampaikan materi pembelajaran atau permasalahan kepada siswa sesuai kompetensi dasar yang akan dicapai.
- 2) Guru memberikan tes/kuis kepada setiap siswa secara individual sehingga akan diperoleh skor awal.
- 3) Guru membentuk beberapa kelompok yang terdiri dari 4 s.d 5 siswa dengan kemampuan yang berbeda-beda. Jika mungkin anggota kelompok berasal dari ras, budaya, suku yang berbeda serta kesetaraan jender.
- 4) Guru memberikan bahan materi yang telah dipersiapkan untuk didiskusikan dalam kelompok.
- 5) Guru memfasilitasi siswa dalam membuat rangkuman, mengarahkan, dan memberikan penegasan pada materi pembelajaran yang telah dipelajari.
- 6) Guru memberikan tes/kuis kepada setiap siswa secara individual.
- 7) Guru memberi penghargaan pada kelompok berdasarkan perolehan nilai peningkatan hasil belajar individual dari skor dasar ke skor kuis berikutnya.

c. Pembelajaran Kooperatif Tipe TAI

Pembelajaran Kooperatif tipe TAI (*Team Assisted Individualization* atau *Team Accelerated Instruction*) ini dikembangkan oleh Slavin. Tipe ini mengkombinasikan

keunggulan pembelajaran kooperatif dan pembelajaran individual, yang dirancang untuk mengatasi kesulitan belajar siswa secara individual. Oleh karena itu kegiatan pembelajarannya lebih banyak digunakan untuk pemecahan masalah, ciri khas pada tipe TAI ini adalah setiap siswa secara individual belajar materi pembelajaran yang sudah dipersiapkan oleh guru. Hasil belajar individual dibawa ke kelompok untuk didiskusikan dan saling dibahas oleh anggota kelompok, dan semua anggota bertanggung jawab atas keseluruhan jawaban sebagai tanggung jawab bersama.

Langkah-langkah pembelajaran kooperatif tipe TAI sebagai berikut.

- 1) Guru memberikan tugas kepada siswa untuk mempelajari materi pembelajaran secara individual yang sudah dipersiapkan oleh guru.
- 2) Guru memberikan kuis secara individual untuk mendapatkan skor dasar/awal.
- 3) Guru membentuk beberapa kelompok. Setiap kelompok terdiri dari 4 s.d 5 siswa dengan kemampuan yang berbeda-beda baik tingkat kemampuan (tinggi, sedang dan rendah) Jika mungkin anggota kelompok berasal dari ras, budaya, suku yang berbeda serta kesetaraan jender.
- 4) Hasil belajar siswa secara individual didiskusikan dalam kelompok. Dalam diskusi kelompok, setiap anggota kelompok saling memeriksa jawaban teman satu kelompok.
- 5) Guru memfasilitasi siswa dalam membuat rangkuman, mengarahkan, dan memberikan penegasan pada materi pembelajaran yang telah dipelajari.
- 6) Guru memberikan kuis kepada siswa secara individual.
- 7) Guru memberi penghargaan pada kelompok berdasarkan perolehan nilai peningkatan hasil belajar individual dari skor dasar ke skor kuis berikutnya.

4. Integrasi Pendekatan Saintifik dengan Model Pembelajaran Kooperatif

Berikut ini cara alternatif untuk mengintegrasikan pendekatan saintifik ke dalam model pembelajaran kooperatif.

Model Pembelajaran Kooperatif	Pendekatan Saintifik	Keterangan
Tahap 1: Menyampaikan tujuan dan memotivasi siswa		
Tahap 2: Menyajikan	<ul style="list-style-type: none"> • Mengamati 	Siswa mengamati informasi yang

informasi	<ul style="list-style-type: none"> • Menanya 	disajikan oleh guru. Informasi yang dimaksud adalah informasi pengantar dalam pembelajaran. Sebaiknya informasi yang diberikan menarik siswa untuk menanya.
Tahap 3: Mengorganisasikan siswa ke dalam kelompok belajar	<ul style="list-style-type: none"> • Mengumpulkan informasi • Mengasosiasi 	Siswa mengumpulkan informasi untuk menjawab pertanyaan yang sedang dibahas. Informasi yang dikumpulkan terkait dengan pengamatan yang dilakukan di awal dan bertujuan untuk mencapai suatu penyelesaian atau menemukan suatu konsep.
Tahap 4: Membimbing kelompok belajar		
Tahap 5: Evaluasi	<ul style="list-style-type: none"> • Mengkomunikasikan 	Siswa mengkomunikasikan atau mempresentasikan jawabannya atau penemuannya di dalam kelas.
Tahap 6: Memberi penghargaan		

5. Tahapan pembelajaran dengan Model Berbasis Kooperatif

Contoh aktivitas pembelajaran dalam menerapkan Model Pembelajaran Kooperatif dalam pembelajaran matematika SMP adalah sebagai berikut:

- Indikator : ✓ Membuat model matematika dari suatu masalah
 ✓ Menyelesaikan model matematika dari suatu masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel

Tahap 1 : Menyampaikan tujuan dan memotivasi siswa

a. Menyampaikan **tujuan** pembelajaran dengan jelas

- 1) Ketika diberikan suatu masalah yang berhubungan dengan SPLDV, siswa dapat membuat model matematika dari suatu masalah dengan tepat
- 2) Siswa dapat menyelesaikan model matematika dari suatu masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel melalui diskusi

b. **Memotivasi** : Guru menjelaskan kepada siswa manfaat mempelajari materi ini, agar dapat mengaplikasikannya dalam kehidupan sehari-hari.

Misal:

Pernahkah kalian berbelanja di toko buku? sudah pernah, bukan? Misalkan suatu saat kamu membeli 3 buku tulis dan 2 pensil dengan tidak memerhatikan harga masing-masing buku dan pensil tersebut sehingga kamu harus membayar Rp 4.750, sedangkan adikmu membeli 2 buku tulis dan 1 pensil sehingga ia harus membayar Rp 3.000. Dapatkah kamu menentukan harga masing-masing buku dan pensil tersebut? Bagaimanakah kita dapat memecahkan permasalahan ini? Dapatkah kita selesaikan dengan sistem persamaan linear dua variabel?

- c. **Apersepsi** : Guru mengingatkan kembali materi yang berhubungan dengan sistem persamaan linear dua variabel, yaitu cara mencari penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel.

Misalnya : Ada berapa banyak cara menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel ? Apa saja?

Tahap 2 : Menyajikan informasi

- a. Guru menyampaikan informasi tentang kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan.
- b. Guru menyampaikan aturan diskusi, sebagai berikut:
 - 1) Siswa akan bekerja berpasangan(2 orang)
 - 2) Masing-masing pasangan akan mendapat sejumlah uang dari guru. Yaitu, ada yang mendapatkan uang sebesar Rp1.000 dan Rp1.700.
 - 3) Guru menyediakan 2 buah kotak . Kotak pertama berisi paket barang seharga Rp1.000. Kotak kedua berisi paket barang seharga Rp1.7000.
 - 4) Setiap pasangan membeli sejumlah barang sesuai dengan jumlah uang yang diperoleh.
 - 5) Setiap pasangan mencari pasangan lain yang membeli barang yang sama. Misalnya Ani dan Budi mendapatkan uang Rp1.000 dan membeli paket barang yang berisi permen dan wafer, maka Ani dan Budi akan mencari anggota kelompok lain yang membeli paket yang sama (permen dan wafer)
 - 6) Pasangan yang membeli barang yang sama akan membentuk kelompok baru (4 orang) untuk mencari harga masing-masing barang.

Tahap 3 : Mengorganisasikan siswa dalam kelompok-kelompok belajar

- a. Guru membagikan sejumlah uang kepada masing-masing kelompok.
- b. Guru menyediakan dua buah kotak berisi barang-barang yang sudah di kemas yang masing-masing berharga Rp1.000,00 dan Rp1.700,00.

- c. Guru meminta siswa untuk melakukan transaksi jual beli melalui “langkah diskusi”.

Tahap 4 : Membimbing kelompok bekerja dan belajar

- a. Kelompok baru yang telah terbentuk (4 orang) berdiskusi untuk membuat model matematika dari barang-barang yang didapat tersebut kemudian mencari harga masing-masing barang.
- b. Guru berkeliling untuk mengamati jalannya diskusi.
- c. Guru membimbing kelompok yang mengalami kesulitan.

Tahap 5 : Evaluasi

- a. Guru meminta beberapa kelompok untuk mempresentasikan proses dan hasil kerja kelompoknya.
- b. Guru memberikan umpan balik dan memberi penjelasan jika terjadi miskonsepsi pada beberapa siswa.
- c. Guru meminta siswa untuk kembali ke tempat duduk masing-masing.
- d. Guru memberikan kuis yang dikerjakan secara individu.

Tahap 6 : Memberi Penghargaan

- a. Guru memberikan penghargaan kepada kelompok yang selesai memecahkan masalah paling cepat dan paling benar.
- b. Guru bersama dengan siswa membuat rangkuman pelajaran tentang langkah menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan SPLDV.

D. Aktivitas Pembelajaran

Aktivitas pembelajaran dengan cara melakukan simulasi pembelajaran dengan menggunakan model yang berbasis kooperatif.

1. Bentuklah kelompok dengan 3 hingga 5 anggota.
2. Pilih sebuah topik materi pembelajaran yang sesuai untuk diterapkan dengan model pembelajaran berbasis kooperatif.
3. Susun kegiatan sesuai dengan tahap-tahap model pembelajaran berbasis kooperatif. Anda bisa juga memilih salah satu tipe pembelajaran kooperatif. Gunakan format tabel untuk laporannya.
4. Salah satu anggota melakukan simulasi pembelajaran sesuai dengan tahap-tahap yang telah disusun.

5. Peserta lain dan fasilitator melakukan penilaian dan komentar konstruktif terhadap simulasi yang dilakukan.

E. Latihan/Kasus/Tugas

Kerjakan soal-soal berikut dengan teliti.

1. Sebutkan ciri khas model pembelajaran kooperatif.
2. Sebut dan uraikan dengan singkat, salah satu topik yang tepat untuk dibelajarkan menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw.
3. Buatlah contoh pembelajaran dengan model pembelajaran kooperatif Tipe STAD atau TAI.

F. Rangkuman

Model pembelajaran kooperatif mengutamakan kerjasama antar siswa yang mempunyai tingkat kemampuan yang berbeda-beda. Tahapan model pembelajaran kooperatif: menyampaikan tujuan dan memotivasi siswa, menyajikan informasi, mengorganisasikan siswa ke dalam kelompok belajar, membimbing kelompok belajar, evaluasi, dan memberi penghargaan. Banyak tipe pembelajaran kooperatif dengan teknik yang berbeda-beda, antara lain jigsaw, STAD, dan TAI.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Evaluasi kembali pemahaman Anda mengenai modul ini, apabila Anda sudah menguasai 80% dari materi ini, maka Anda dinyatakan berhasil dan apabila kurang dari 80% maka Anda harus memahami isi modul dan menjawab latihan lagi. Refleksikan belajar Anda dengan menuliskan masukan untuk penyempurnaan modul ini. Tugas Anda selanjutnya mengembangkan pengetahuan, keterampilan dan sikap Anda dalam tugas sebagai guru matematika.

Kegiatan Pembelajaran 7

Model Pembelajaran Dengan Pendekatan *Differentiated Instruction*

A. Tujuan

Setelah mempelajari modul ini diharapkan:

1. Guru memiliki pemahaman mengenai pembelajaran berdiferensiasi.
2. Guru memiliki pemahaman prinsip pembelajaran berdiferensiasi.
3. Guru memiliki pemahaman macam diferensiasi pada pembelajaran berdiferensiasi.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Guru dapat:

1. menjelaskan pengertian *Differentiated Instruction* (DI) atau pembelajaran berdiferensiasi.
2. menjelaskan pentingnya DI dan prinsip penyelenggaraan DI.
3. menjelaskan perbedaan DI dengan pembelajaran tradisional.
4. menjelaskan cara melakukan diferensiasi dalam DI

C. Uraian Materi

1. Pengertian *Differentiated Instruction*.

Kenyataan di lapangan, hampir semua kelas belajar matematika di Indonesia menganut kelas berdasarkan umur, sementara potensi, kemampuan awal, dan kebiasaan setiap siswa berbeda-beda. Salah satu pendekatan pembelajaran yang relevan adalah pembelajaran berdiferensiasi atau *Differentiated Instruction* (DI).

Pada tingkat paling dasar dan sederhana, diferensiasi yang dapat dilakukan adalah usaha yang dilakukan guru untuk merespon bermacam siswa dalam suatu kelas. Namun, lebih detilnya Pembelajaran Berdiferensiasi merupakan pembelajaran yang menyediakan variasi konten pelajaran, proses pembelajaran, produk belajar, lingkungan belajar, penggunaan penilaian proses, atau pembentukan grup diskusi

yang memungkinkan pembelajaran berjalan dengan efektif (Tomlinson, 2015). Guru memulai pembelajaran berdasarkan posisi siswa, bukan hanya pada pedoman kurikulum. Guru harus menjamin setiap siswa belajar dengan caranya sendiri untuk mencapai kompetensi esensial yang sama. Guru juga berusaha menjaga motivasi tiap siswa untuk belajar, serta menggunakan waktu sefleksibel mungkin, dengan tidak memaksa siswa belajar dengan kecepatan dan durasi yang sama. Guru adalah teman yang memberikan bimbingan agar siswa mampu mencapai kompetensi esensial.

2. Prinsip Pembelajaran Berdiferensiasi

Berdasarkan Tomlinson (1999, 2015), berikut ini beberapa prinsip dalam pembelajaran berdiferensiasi.

- a. Guru fokus pada kompetensi esensial. Guru harus memahami bahwa tidak semua hal bisa dipelajari oleh semua siswa. Guru harus fokus pada apa yang esensial dalam kurikulum yang harus dikuasai oleh setiap siswa.
- b. Penilaian dan pengajaran tidak terpisahkan. Dalam DI, penilaian berlangsung terus menerus dan bersifat diagnostik. Tujuannya untuk menyediakan data kesiapan/kemampuan siswa, minat dan gaya atau profil belajarnya. Hasil penilaian (khususnya formatif) lebih sebagai landasan untuk bagaimana melayani setiap siswa. Penilaian bisa berasal dari: kuis, pengamatan, diskusi, opini siswa, jurnal siswa, survei, dan sebagainya.
- c. Guru memodifikasi konten, proses, produk, dan lingkungan Belajar. Dengan menggunakan hasil penilaian secara menyeluruh, guru dapat memodifikasi konten, proses, produk maupun lingkungan belajar.
- d. Semua siswa berpartisipasi dengan aktivitas yang paling cocok baginya. Guru secara terus menerus mencoba memahami setiap siswa, apa yang mereka perlukan agar dapat belajar secara efektif. Guru sebisa mungkin menyediakan kesempatan pada setiap siswa untuk mendapatkan apa yang mereka butuhkan.
- e. Guru dan siswa berkolaborasi dalam pembelajaran. Sebagai pembelajaran yang berpusat pada siswa, setiap siswa sebagai pekerja. Namun siswa membutuhkan asistensi guru bagaimana mereka dapat belajar lebih efektif. Guru dan siswa bersama-sama memperlancar pembelajaran sesuai kebutuhan.

- f. Guru menyeimbangkan norma bekerja dalam kelompok dan individual. Guru mengembangkan kemampuan siswa dengan menekankan pada pemahaman yang konstruktif, namun juga mengembangkan tujuan bersama dalam belajar kelompok. Walau bekerja bersama dalam kelompok, namun apa yang dialami dan diperoleh oleh setiap siswa tentulah berbeda.
- g. Guru dan siswa bekerja bersama secara fleksibel. Terkadang diskusi kelas, terkadang diskusi kelompok kecil. Terkadang guru menetapkan tugas, terkadang siswa yang memilih tugasnya. Terkadang guru memberikan bantuan, terkadang siswa bekerja sendiri.

3. Perbedaan DI dengan Pembelajaran Tradisional

Berdasarkan Tomlinson (1999), berikut ini perbedaan kelas berdiferensiasi dan kelas tradisional.

No	Kelas tradisional	Kelas berdiferensiasi (DI)
1	Perbedaan siswa ditutupi atau diperhatikan hanya saat dibutuhkan	Perbedaan siswa dipelajari sebagai landasan perencanaan pembelajaran
2	Penilaian umumnya dilakukan di akhir pembelajaran dan digunakan untuk menentukan apa yang diperoleh siswa.	Penilaian bersifat terus menerus dan untuk mendiagnostik bagaimana membuat pembelajaran lebih responsif bagi setiap kebutuhan siswa.
3	Secara relatif, dangkal atau sempit dalam memahami kecerdasan.	Memperhatikan bentuk kecerdasan yang beragam.
4	Mendefinisikan keunggulan secara tunggal (berlaku untuk semua siswa)	Keunggulan didefinisikan berdasarkan perkembangan individual dari titik belajar yang sama.
5	Jarang memperhatikan minat siswa	Siswa dapat membuat rute belajarnya berdasarkan minatnya
6	Relatif sedikit dalam memperhatikan ragam profil belajar	Beragam profil belajar diperhatikan
7	Dominasi pembelajaran kelas	Banyak alternatif yang digunakan: kelas, kelompok besar, kelompok kecil.
8	Panduan kurikulum dan buku teks menentukan pembelajaran	Pembelajaran didasarkan pada kemampuan awal siswa, minat, dan profil/gaya belajar siswa.
9	Fokus belajar pada penguasaan fakta keterampilan yang tidak ada konteksnya.	Fokus pada menggunakan keterampilan esensial untuk memberi arti dan pemahaman pada pengetahuan dan prinsip yang esensial
10	Sering menggunakan tugas yang tunggal	Menggunakan tugas yang beragam sebagai pilihan
11	Waktu pembelajaran tidak fleksibel	Waktu pembelajaran dibuat sefleksibel

		mungkin bergantung pada kebutuhan siswa
12	Menggunakan buku teks yang sama	Banyak sumber belajar yang disiapkan
13	Mencari interpretasi tunggal pada ide dan kejadian	Ragam perspektif dalam ide dan kejadian
14	Guru secara langsung mengarahkan perilaku siswa	Guru memfasilitasi keterampilan siswa agar menjadi pembelajar yang percaya diri
15	Guru yang menyelesaikan masalah	Siswa membantu siswa lain dan guru dalam menyelesaikan masalah
16	Guru menyediakan standar kelulusan untuk kelas (seluruh siswa)	Siswa bersama guru bekerja untuk mendapatkan tujuan kelas sekaligus tujuan belajar individu.
17	Bentuk penilaian yang tunggal sering digunakan.	Siswa dinilai berdasarkan beragam cara.

4. Mengapa DI?

Mengapa dibutuhkan DI? Pertama, jelas bahwa peserta didik memiliki kemampuan dan pengalaman belajar yang berbeda-beda. Dengan kemampuan awal dan kebiasaan belajar yang berbeda, tentu cara guru mengajar juga harus memperhatikan semua perbedaan tersebut. Jika tidak, tentu saja siswa yang cocok akan meningkat belajarnya, sementara siswa yang tidak cocok akan terhambat kemampuan belajarnya. Kedua, terdapat banyak bukti penelitian yang menunjukkan bahwa DI meningkatkan kemampuan siswa. Misalnya pembelajaran yang berdasarkan level kesiapan siswa (misalnya Vygotsky, 1986), berdasarkan minat siswa (misalnya Csikszentmihalyi, 1997), berdasarkan gaya belajar (misalnya Sternberg, Torff, & Grigorenko, 1998). Ketiga, DI berkaitan erat dengan profesionalisme guru. Seorang guru harus memiliki kemampuan untuk menyesuaikan dengan kemampuan dan pengalaman belajar siswa. Jadi, jika seorang guru mampu melakukan pembelajaran yang berdiferensiasi, maka hal itu menunjukkan guru tersebut lebih kompeten, kreatif, dan profesional.

5. Metode Diferensiasi dalam Pembelajaran Berdiferensiasi

Guru dapat melakukan differensiasi pada paling sedikit empat elemen pembelajaran berdasarkan perbedaan kemampuan awal, minat, dan gaya belajar siswa: (Tomlinson, 2001 & 2015; ESA 6&7, p.5).

a. Konten (*content*)

Konten dimaksudkan apa yang harus dipelajari siswa atau bagaimana siswa mendapatkan konsep/pengetahuan tersebut (Anderson, 2007).

Berikut beberapa contoh bagaimana cara mendeiferensiasi konten.

- 1) Menggunakan bahan belajar dengan level kedalaman yang bervariasi.
- 2) Menggunakan aktivitas dengan beragam kompetensi dalam taksonomi Bloom.
- 3) Menggunakan bahasa teknis yang bervariasi sesuai kemampuan awal siswa.
- 4) Menyampaikan gagasan dengan cara komunikasi auditori dan visual.
- 5) Menyediakan sumber belajar tambahan yang cocok bagi siswa dengan levelnya.
- 6) Memperbolehkan belajar dengan urutan materi yang berbeda untuk mendapatkan pemahaman lebih mendalam.
- 7) Membentuk kelompok kecil untuk mengajar ulang agar siswa berjuang untuk belajar (bagi siswa berkemampuan rendah), atau agar siswa meningkatkan kemampuan yang telah diperoleh (bagi siswa berkemampuan atas).

b. Proses (*process*).

Cara kedua adalah dengan memvariasikan aktivitas yang dijalani siswa untuk memahami atau menguasai konten belajar. Aktivitas itu bergantung ada gaya belajar siswa. Berikut beberapa contoh bagaimana cara mendiferensiasi proses.

- 1) Menyediakan presentasi yang bervariasi sesuai perbedaaan gaya belajar siswa.
- 2) Menggunakan aktivitas berjenjang agar semua siswa dapat belajar pengetahuan dan keterampilan esensial namun dengan level bantuan, tantangan dan kesulitan yang berbeda.
- 3) Menyediakan pusat perhatian yang mendorong siswa mengeksplorasi bagian topik pembelajaran sesuai minat mereka.
- 4) Mengembangkan agenda personal setiap siswa yang memuat apa yang harus dilakukan siswa secara bersama-sama dan secara individual, dalam waktu yang ditentukan atau setelah siswa berhasil mempelajari hal lain lebih awal.
- 5) Menyediakan alat peraga/bantu lain untuk membantu siswa yang memerlukannya.
- 6) Menyediakan waktu belajar yang bervariasi, agar siswa mendapatkan tambahan bantuan belajar dari guru atau mendapatkan kesempatan untuk meningkatkan pemahaman yang lebih mendalam.

c. Produk (*products*).

Produk adalah proyek akhir yang diajukan ke siswa untuk melatih, menerapkan dan meningkatkan apa yang telah dipelajari siswa. Produk berupa hasil dari kegiatan belajar, seperti: hasil tes, proyek, laporan, demonstrasi, penyelesaian masalah, hasil temuan, dan bentuk performansi lainnya.

Berikut beberapa contoh bagaimana cara mendiferensiasi produk.

- 1) Memberi siswa berbagai pilihan untuk menunjukkan kemampuan hasil belajar masing-masing berdasarkan tantangan dan/atau pemahaman siswa.
- 2) Menggunakan rubrik yang menghubungkan dan meningkatkan level kemampuan siswa yang berbeda-beda.
- 3) Memperbolehkan siswa untuk belajar sendiri atau belajar dengan kelompok kecil dalam membuat produknya.
- 4) Mendorong siswa untuk membuat produk mereka sendiri asalkan masih memuat beberapa kriteria/elemen yang ditetapkan guru.

d. Lingkungan belajar (*learning environment*).

Lingkungan belajar di sini dimaksudkan sebagai cara atau media atau suasana bagaimana siswa bekerja agar siswa dapat belajar secara optimal. Lingkungan belajar meliputi tata letak fisik dalam kelas, cara menggunakan ruang kelas, komponen-komponen di dalam kelas yang mempengaruhi suasana kelas dan kondisi kelas seperti aliran udara, pencahayaan, dll.

Berikut beberapa contoh bagaimana cara mendiferensiasi lingkungan.

- 1) Memastikan tempat duduk siswa nyaman bagi dirinya.
- 2) Menyediakan ruang belajar yang memungkinkan siswa untuk bekerja dengan tenang juga ruang untuk siswa bekerja secara kolaboratif.
- 3) Menyediakan bahan belajar dengan budaya dan setting yang bervariasi.
- 4) Menyediakan panduan yang jelas sehingga kebutuhan individual dapat terpenuhi.
- 5) Menyediakan rutinitas di mana siswa dapat memperoleh bantuan guru ketika guru sibuk dengan siswa lain dan tidak dapat membantu mereka dengan segera.
- 6) Membantu siswa memahami bahwa beberapa siswa memerlukan bergerak di sekitar mereka sementara yang lain lebih baik jika duduk dengan tenang.

D. Aktivitas Pembelajaran

Aktivitas 1.

1. Pelajarilah uraian materi dengan seksama. Nyatakan dengan bahasa Anda sendiri, pengertian dan karakteristik pembelajaran berdiferensiasi atau *Differentiated Instruction*.
2. Selanjutnya secara mandiri atau pun berkelompok (4 hingga 5 orang), tulislah minimal 5 jenis perbedaan antar siswa yang terkait kemampuan, kebiasaan, dan/atau kebutuhan belajarnya serta tulislah perbedaan-perbedaan tersebut menurut tabel di bawah ini.

No.	Jenis perbedaan antar siswa	Variasi perbedaan yang mungkin ada pada setiap siswa
1		
2		
3 dan seterusnya		

3. Diskusikanlah antara kelompok melalui presentasi atau telaah bergilir, dan lengkapi dengan catatan mengenai dampak yang mungkin muncul jika guru tidak mengindahkan adanya perbedaan ini pada diri siswa.

Aktivitas 2.

Jika untuk belajar mandiri pilihlah satu topik pembelajaran di bawah ini. Untuk pembelajaran di kelas, bentuklah beberapa kelompok 4 atau 5 orang per kelompok. Untuk tiap kelompok memilih satu topik pembelajaran di bawah ini dan setiap kelompok memilih topik yang berbeda-beda.

No.	Topik	No.	Topik
1	Persamaan dan pertidaksamaan linear	6	Peluang kejadian
2	Kesebangunan & Kekongruenan	7	Bilangan rasional
3	Teorema Pythagoras	8	Transformasi geometris (<i>tanpa penggunaan matriks</i>)

Kegiatan Pembelajaran 7

4	Bangun datar	9	Persamaan kuadrat
5	Bangun ruang	10	Teori himpunan

1. Setiap kelompok memilih satu kompetensi dasar terkait dengan topik yang telah dipilih.
2. Kemudian rancanglah alternatif-alternatif variasi konten, proses, produk, dan lingkungan belajar dalam proses pembelajaran mencapai kompetensi tersebut.

Topik :

Kompetensi Dasar :

Indikator :

Pendekatan/strategi

Pembelajaran :

Metode pembelajaran :

:

<p>Konten:</p> <p>.....</p>
<p>Proses:</p> <p>.....</p>
<p>Produk:</p> <p>.....</p>
<p>Lingkungan belajar:</p> <p>.....</p>

3. Paparkan di depan kelas dan diskusikan dengan kelompok lain. Konsultasikan dengan apa yang ada di uraian materi.
4. Buatlah *resume* hasil diskusi tiap kelompok.

E. Latihan/ Kasus /Tugas

Untuk memantapkan pemahaman Anda mengenai pengertian pembelajaran berdiferensiasi, jawablah beberapa pertanyaan di bawah ini.

1. Mengapa guru harus memiliki kompetensi dasar untuk melakukan pembelajaran berdiferensiasi? Jelaskan!
2. Sebut dan jelaskan minimal masing-masing 3 cara mendiferensiasikan konten pelajaran, proses pembelajaran, produk pembelajaran, dan lingkungan belajar!

F. Rangkuman

Pembelajaran berdiferensiasi untuk memenuhi perbedaan kemampuan dan pengalaman belajar siswa sehingga tetap fokus pada kemampuan esensial yang ingin dicapai. Perencanaan berdasarkan kemampuan siswa, penilaian proses untuk mendiagnosis kebutuhan, dan proses pembelajaran sefleksibel mungkin untuk mengefektifkan pembelajaran. Pembelajaran berdiferensiasi dilakukan dengan melakukan diferensiasi komponen: konten, proses, produk, dan lingkungan belajar.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Periksalah pemahaman Anda dengan materi yang disajikan, serta hasil pengerjaan latihan/kasus/tugas dengan kunci jawaban. Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan menjawab benar sebagian besar latihan, maka Anda dapat dianggap menguasai kompetensinya. Namun jika tidak, silakan dipelajari kembali dan berdiskusi dengan teman sejawat untuk memperoleh kompetensi yang diharapkan. Setelah Anda dapat menguasai kompetensi pada kegiatan pembelajaran ini, maka silakan berlanjut pada kegiatan pembelajaran selanjutnya.

Kegiatan Pembelajaran 8

Model Pembelajaran Dengan Pendekatan *Open-Ended*

A. Tujuan

Setelah mempelajari modul ini, peserta diharapkan dapat:

1. Menjelaskan pengertian pendekatan *open-ended* dalam pembelajaran matematika.
2. Merancang kegiatan pembelajaran matematika dengan pendekatan *open-ended*.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Peserta dapat:

1. Menjelaskan pendekatan *open-ended* dalam pembelajaran matematika.
2. Menjelaskan keunggulan dan kelemahan pendekatan *open-ended* dalam pembelajaran matematika.
3. Membuat contoh permasalahan matematika yang *open-ended*.
4. Merancang kegiatan pembelajaran dengan pendekatan *open-ended*.

C. Uraian Materi

1. Pendekatan *Open-Ended* dalam Pembelajaran Matematika

Pendekatan pembelajaran yang dapat digunakan untuk mengembangkan kemampuan berpikir adalah dengan memanfaatkan masalah-masalah terbuka.

Sebagai contoh sederhana:

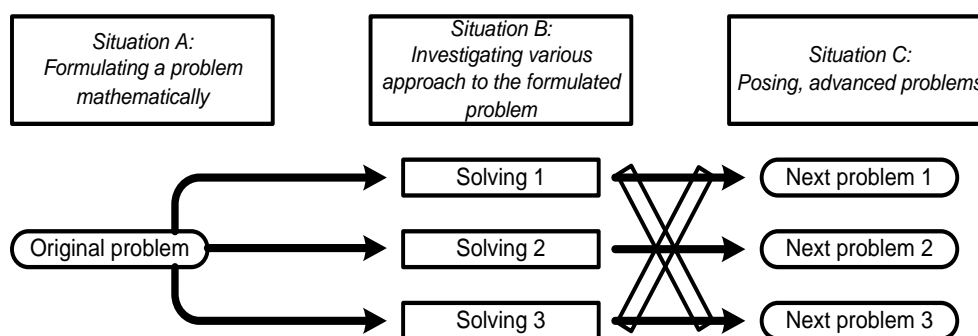
- a. Berapakah 4×3 ?
- b. Berapa dikali berapakah 12 itu ?

Coba pikirkan oleh Anda, pertanyaan mana yang dapat melatih kreativitas berpikir. Masalah ke-1 adalah masalah tertutup, sedang yang ke-2 masalah terbuka.

Pendekatan pembelajaran yang memanfaatkan masalah terbuka dikenal dengan pendekatan *open-ended*. Pendekatan ini merupakan pendekatan pembelajaran yang dikembangkan di Jepang sejak tahun 1970-an (Nohda, 2000). Inti pendekatan *open-*

ended berada pada penyajian masalah terbuka (*open-ended problem*) pada awal pembelajaran. Masalah terbuka merupakan masalah yang diformulasikan memiliki beberapa jawaban yang benar "tidak lengkap" atau "terbuka" (Inprasitha, 2006).

Menurut Dahlan, (2004: 214) model pembelajaran matematika melalui pendekatan *open-ended* yang dikombinasikan dengan strategi kooperatif dapat membuat siswa belajar matematika dengan tidak terlalu menekankan aspek prosedural atau algoritma, tetapi lebih dari itu, matematika sebagai alat berpikir, penyelesaian masalah, komunikasi dan juga unsur sosial. Menurut Nohda (2000:1-39), pembelajaran dengan menggunakan pendekatan *open-ended* terdiri dari tiga situasi umum yang secara singkat digambarkan pada diagram 1.



Gambar 4.

Gambar 4. Diagram situasi Pendekatan Pembelajaran Open-Ended (Nohda, 2000)

Pada situasi A, guru menunjukkan siswa pada suatu situasi nyata atau masalah, dan siswa mencoba merumuskannya sebagai masalah matematika dengan pengalaman belajar mereka sendiri. Pada situasi B, siswa diharapkan untuk menemukan solusi mereka sendiri atas dasar pengalaman. Pada situasi C, siswa mencoba untuk menimbulkan masalah yang lebih umum atas dasar kegiatan mereka pada situasi B.

2. Konstruksi Soal *Open-ended* dan Penilaian Pembelajarannya

Pendekatan *open-ended* dalam pembelajaran matematika sangat bergantung pada masalah yang disajikan. Nohda (2000:1-39) mengemukakan bahwa jenis masalah yang digunakan dalam pendekatan pembelajaran *open-ended* ini adalah masalah yang tidak rutin (*non-routine problems*). Masalah tidak rutin yang disajikan sifatnya terbuka (*openness*). Masalah ini dapat diklasifikasikan menjadi tiga tipe, yaitu:

-
- a. Prosesnya terbuka (*process is open*): tipe soal yang diberikan mempunyai banyak cara penyelesaian yang benar.
 - b. Hasil akhir yang terbuka (*end product are open*): tipe soal yang diberikan mempunyai banyak jawaban yang benar.
 - c. Cara mengembangkannya terbuka (*ways to develop are open*): jika siswa telah selesai menyelesaikan masalah pertamanya, maka siswa dapat mengembangkan masalah baru dengan mengubah kondisi dari masalah aslinya.

Menurut Shimada (Nohda: 2000) terdapat kriteria yang harus diperhatikan dalam menilai respon siswa terhadap masalah, yaitu: *Fluency* (kelancaran), *Flexibility* (kefleksibelan), *Originality* (keaslian), dan *Elegance* (keluwesan/keelokan).

3. Contoh Pendekatan *Open-Ended* dalam Pembelajaran Matematika

Kompetensi Dasar:

Kompetensi Dasar 3.9: Menentukan luas permukaan dan volume kubus, balok, prisma, dan limas.

Pertemuan I (*Menentukan luas permukaan kubus dan balok*)

Indikator:

- 3.9.1 Siswa dapat membuat sketsa minimal dua buah rangka balok berbeda dengan ukuran yang tepat jika diberikan bahan kerangka dengan ukuran tertentu.
- 3.9.2 Siswa dapat menentukan luas kertas minimum yang dapat menutupi permukaan kerangka balok yang berhasil dibuat sketsanya.
- 3.9.3 Siswa dapat membandingkan luas permukaan dari dua atau lebih kerangka balok yang berhasil dibuatnya.

Guru menyajikan masalah berikut:

Pak Mamat akan membuat kerangka balok dari kawat sepanjang 1,2 m. Kawat tersebut seluruhnya harus menjadi kerangka sebuah balok dan tidak boleh rangkap dua atau lebih. Pak Mamat akan menutupi kerangka balok tersebut dengan kertas. Coba kalian sketsa dua buah atau lebih kerangka balok yang dapat disarankan kepada Pak Mamat lengkap dengan ukuran kertas minimum yang dibutuhkan untuk menutupi kerangka balok tersebut.

Arahan Guru	Aktivitas Siswa	Penjelasan	Waktu
Guru menyajikan masalah	Siswa memahami masalah	Jelaskan bahwa semua siswa bebas menentukan ukuran rangka balok, yang penting jika seluruh rusuk balok dijumlahkan maka tepat 1,2m	5 menit
Tuliskan apa yang perlu dicatat pada lembar kerja	Mencoba-coba merancang model	Setiap siswa harus merancang model dan diusulkan pada kelompoknya	5 menit
Diskusikan dengan kelompoknya masing-masing	Diskusi dalam kelompok	Setiap siswa harus memahami hasil diskusi kelompok, karena siswa yang harus presentasi akan ditunjuk	10 menit
Silahkan presentasikan hasil diskusi kelompoknya	Tiap kelompok mengemukakan hasil temuannya	Catat setiap jawaban dari tiap-tiap kelompok	15 menit
Apa yang dapat disimpulkan dari pembelajaran hari ini?	Ada siswa yang mengemukakan kesimpulannya	Guru memberikan penguatan konsep luas permukaan balok	5 menit

4. Keunggulan dan Kelemahan Pendekatan *Open-Ended* dalam Pembelajaran Matematika

Keunggulan dari pendekatan pembelajaran *open-ended* diantaranya:

- c. Siswa memiliki lebih banyak kesempatan untuk mengemukakan setiap pendapatnya berdasarkan pengetahuan yang telah dimiliki sebelumnya.
- d. Siswa dari kelompok lemah tetap dapat mengikuti pembelajaran dengan mengekspresikan penyelesaian masalah melalui cara-cara mereka sendiri
- e. Munculnya ide-ide kreatif dari siswa yang kadang-kadang tidak terduga.
- f. Siswa terdorong memberikan alasan dan bukti atas jawaban yang diberikan.
- g. Siswa mendapatkan banyak pengalaman melalui temuannya sendiri maupun temuan dari temannya dalam menyelesaikan masalah.

Pendekatan pembelajaran *open-ended* juga memiliki sisi kelemahan, diantaranya:

- a. Bagi guru bukan pekerjaan yang mudah untuk merumuskan masalah atau situasi matematis yang bermakna bagi siswa dan relevan dengan tujuan pembelajaran.
- b. Siswa sering kebingungan merespon jawaban dari masalah yang diberikan.

- c. Karena jawaban dari soal *open-ended* bersifat bebas, maka siswa kelompok pandai seringkali merasa cemas bahwa jawabannya akan tidak memuaskan.
- d. Ada kecenderungan bahwa siswa merasa kurang menyenangkan mengikuti pembelajaran karena tidak mendapatkan kesimpulan.

D. Aktivitas Pembelajaran

1. Pilihlah satu Kompetensi Dasar matematika Kelas VII atau VIII atau IX SMP.
2. Kembangkanlah indikator-indikator pencapaian kompetensi dari Kompetensi Dasar yang Anda pilih pada poin (1).
3. Buat permasalahan *open-ended* yang relevan dengan KD yang Anda pilih.
4. Buatlah tahapan pembelajarannya sesuai dengan pendekatan *open-ended*.
5. Setiap kelompok mendemonstrasikan/simulasikan point (4) yang sudah dibuat.

E. Latihan/Kasus/Tugas

5. Jelaskanlah pendekatan *open-ended* dalam pembelajaran matematika.
6. Buatlah rancangan pendekatan *open-ended* dalam pembelajaran matematika sesuai dengan prinsip-prinsip pendekatan pembelajaran *open-ended*.

F. Rangkuman

Pembelajaran dengan menggunakan pendekatan *open-ended* terdiri dari tiga situasi umum, yaitu *Formulating a problem mathematically; Investigating various approach to the formulated problem; and Posing, advanced problems*. Permasalahan *open-ended* ada tiga tipe: prosesnya terbuka, hasil akhir yang terbuka, dan cara mengembangkannya terbuka. Penilaian dalam pembelajaran *open-ended* harus memperhatikan respon siswa terhadap masalah dengan memperhatikan kriteria: *fluency, flexibility, originality* dan *elegance*.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar latihan/tugas, maka Anda dianggap telah menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan pelajari kembali dan berdiskusi dengan teman kelompok untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan.

Kunci Jawaban Latihan/Kasus/Tugas

Kegiatan Pembelajaran ke-1

1. (lihat uraian materi)
2. (lihat uraian materi)
3. Berikut contoh yang mungkin.

Pendekatan kontekstual, pendekatan realistik (matematika sebagai aktivitas dan *re-invention*), pendekatan saintifik, pendekatan pragmatis (mengikuti kegunaan materi), pendekatan strukturalis (mengikuti struktur ilmu), pendekatan kooperatif, dll

Strategi pemecahan masalah, strategi kooperatif/grup, strategi penemuan, strategi *literature-oriented*, dll

Metode ceramah, metode simulasi, metode bermain peran, metode diskusi, metode penugasan, metode seminar, metode game/permainan, dll

Teknik membentuk diskusi, teknik mengajukan pertanyaan, teknik bernegosiasi, teknik presentasi, teknik menulis pembuktian, teknik menulis laporan, dll.

Model pembelajaran berbasis penemuan, model pembelajaran berbasis kooperatif, model pembelajaran berbasis proyek, dll.

Kegiatan Pembelajaran ke-2

1. (lihat uraian materi)
2. (lihat uraian materi)
3. Penjelasan didasarkan pada hubungan seperti pada tabel.

PAKEM	Permendikbud no.1003 th 2004	Prinsip pembelajaran matematika
Partisipatif	Bagian a, b, c	Bagian c
Aktif	Bagian a, b, c	Bagian c
Kreatif	Bagian d	Bagian a, e
Efektif	Bagian e	Bagian d, g
Menyenangkan	Bagian a, b, e	Bagian c, e, h

Kegiatan Pembelajaran ke-3

1. Konsep yang akan ditemukan tidak terlalu kompleks, serta ada beberapa jalan yang dapat ditempuh untuk menemukannya. Juga tersedia konteks yang menarik bagi siswa.
2. (lihat uraian materi dan contohnya)

Kegiatan Pembelajaran ke-4

1. kompleks, struktur tidak jelas, terbuka, dan otentik.
2. (rujuk pada uraian materi)

Kegiatan Pembelajaran ke-5

1. (bandingkan dengan uraian materi)
2. (bandingkan dengan uraian materi)

Kegiatan Pembelajaran ke-6

1. (lihat dan bandingkan dengan uraian materi)
2. (lihat dan bandingkan dengan uraian materi)
3. (lihat dan bandingkan dengan uraian materi)

Kegiatan Pembelajaran ke-7

1. (lihat dan bandingkan dengan uraian materi)
2. (lihat dan bandingkan dengan uraian materi)

Kegiatan Pembelajaran ke-8

1. (lihat dan bandingkan dengan uraian materi)
2. (lihat dan bandingkan dengan uraian materi)

Evaluasi

Jawablah beberapa pertanyaan di bawah ini. Berusahalah untuk menjawab tanpa melihat catatan, atau materi, atau kunci jawaban. Ini untuk evaluasi diri sejauh mana Anda telah mencapai apa yang dipelajari dari modul ini.

Pilihlah salah satu jawaban di bawah ini yang paling tepat dengan cara memberi tanda silang (X) pada huruf A, B, C, atau D.

1. Berikut ini beberapa teknik bertanya yang dapat dilakukan guru untuk menghidupkan penerapan metode tanya jawab, *kecuali*:
 - A. Gugah dengan pertanyaan yang kompleks.
 - B. Menggunakan beberapa pertanyaan secara bertingkat.
 - C. Selipkan pertanyaan retorik untuk menggugah siswa berpikir.
 - D. Gunakan pertanyaan siswa untuk membuat pertanyaan lanjutan.
2. Berdasarkan Permendikbud No. 103 Tahun 2014, berikut ini termasuk prinsip pembelajaran yang disarankan, *kecuali*:
 - A. Siswa belajar lebih dari satu sumber belajar
 - B. Pembelajaran cenderung pada berpikir divergen
 - C. Penggunaan ICT dalam proses pembelajaran
 - D. Pembelajaran bertumpu pada budaya global
3. Beberapa kriteria yang harus diperhatikan dalam menilai respon siswa terhadap masalah adalah

 - A. *fluency, ability, originality* dan *elegance*
 - B. *originality, flexibility, elegance* dan *fluency*
 - C. *flexibility, originality, fluency* dan *inheren*
 - D. *fluency, ability, originality* dan *inheren*

4. Berikut ini adalah prinsip-prinsip dalam pembelajaran berdiferensiasi menurut Tomlinson, *kecuali*:
 - A. Guru fokus pada kompetensi esensial
 - B. Guru memodifikasi konten, proses, produk, dan lingkungan belajar
 - C. Semua siswa berpartisipasi dengan aktivitas yang paling cocok baginya
 - D. Guru secara langsung mengarahkan perilaku siswa

5. Jika ada beberapa pertanyaan sebagai berikut:

Siswa 1 : Bagaimana cara menghitung 3 dikurangi -6 menggunakan keeping aljabar?

Siswa 2 : Bagaimana cara menggunakan keeping aljabar untuk menghitung $2 + (-5)$?

Siswa 3 : Bagaimana cara menghitung $2x + 4$ dikurangi $-3x - 4$ dengan keeping aljabar?

Urutan pertanyaan yang diselesaikan adalah

- A. Pertanyaan dari siswa 2, siswa 1, siswa 3
- B. Pertanyaan dari siswa 1, siswa 2, siswa 3
- C. Pertanyaan dari siswa 3, siswa 2, siswa 1
- D. Pertanyaan dari siswa 3, siswa 1, siswa 2

KUNCI JAWABAN EVALUASI

1. A
2. D
3. B
4. D
5. A

Penutup

Penulisan modul ini disertai harapan besar akan kemanfaatan yang dapat dipetik oleh pembaca untuk meningkatkan pemahaman dan keterampilan dasar mengenai model dan prinsip pembelajaran.

Kesempurnaan hanya milik Sang Maha Pencipta sehingga tentu saja modul ini tidak lepas dari kekurangan dan kekeliruan. Oleh karena itu, saran dan kritik yang konstruktif untuk perbaikan modul dan pemanfaatannya, senantiasa diharapkan.

Akhirnya, jika ditemukan ada kekeliruan fatal dalam modul atau saran konstruktif untuk perbaikan esensial terhadap modul ini, silakan disampaikan langsung ke PPPPTK Matematika, jl. Kaliurang km.6, Sambisari, Depok, Sleman, DIY, (0274) 881717, atau melalui email sekretariat@p4tkmatematika.org dengan tembusan (cc) ke penulis: sumardyonomatematika@gmail.com, yogi_anggraena@yahoo.com, dan nanang_priatna@yahoo.com.

Penutup

Daftar Pustaka

- Abimanyu, S. (2008). *Strategi pembelajaran*. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.
- Anderson, K. M. (2007). Tips for teaching: Differentiating instruction to include all students. *Preventing School Failure*, 51(3), 49-54.
- Dahlan, J.A. (2004). *Meningkatkan Kemampuan Penalaran dan Pemahaman Matematik Siswa Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama melalui Pendekatan Pembelajaran Open-Ended*. Disertasi, Universitas Pendidikan Indonesia, Tidak diterbitkan.
- Depdikbud. (2013). *Permendikbud No.65 Tahun 2013 tentang Standar Proses Pendidikan Dasar dan Menengah*. Jakarta: Depdikbud.
- Depdikbud. (2014). *Permendikbud No.103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah*. Jakarta: Depdikbud.
- Inprasitha, M. (2006). Open-Ended Approach And Teacher Education. *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics*. Vol.25 (169-177).
- Joyce, Bruce dan Weil, Marsha.(1980). *Models of Teaching*.New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
- Kemdikbud, (2015). *Pedoman Penyusunan Modul Diklat Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan Bagi Guru dan Tenaga Kependidikan*. Jakarta. Kemdikbud, Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan
- Maria Miller. (2015). *Four principles of deeply effective math teaching*. Dalam <http://www.homeschoolmath.net/teaching/teaching.php> (diakses 25 Des 2015)
- Nohda, N. (2000). Teaching by Open-Approach Method in Japanese Mathematics Classroom. *Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)* (24th, Hiroshima, Japan, July 23-27, 2000), Volume 1; see ED452 031.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 58 Tahun 2014 tentang *Kurikulum 2013 Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah*.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 64 Tahun 2013 tentang *Standar Isi Pendidikan Dasar dan Menengah*.
- Prince, Michael J.; Felder, Richard M. (2006). Inductive Teaching and Learning Methods: Definitions, Comparisons, and Research Bases. *Journal Engineering Educatio*, 95(2), 123-138 (2006)
- Sanjaya, W. (2010).*Strategi Pembelajaran: Berorientasi Standar Proses Pendidikan*. Jakarta: Kencana Prenada Media Group.
- Slavin, Robert E., (2006). *Educational Psychology : Theory and Practice (8th edition)*. USA. Pearson Education, Inc.
- Syaiful Sagala. (2005).*Konsep dan Makna Pembelajaran*. Bandung: Penerbit Alfabeta.

- Tomlinson, Carol Ann. (2015). *What Makes Differentiated Instruction Successful?*. dalam [http://www.readingrockets.org/article/ what-makes-differentiated-instruction-successful](http://www.readingrockets.org/article/what-makes-differentiated-instruction-successful) (diakses 21 November 2015)
- Tomlinson, Carol Ann. (2015). *What Is Differentiated Instruction?*. dalam <http://www.readingrockets.org/article/what-differentiated-instruction> (diakses 21 November 2015)
- Tomlinson, Carol Ann. (1999). *The differentiated classroom : responding to the needs of all learners*. VA: Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD)
- Tomlinson, Carol Ann. (2001). *How to differentiate instruction in mixed-ability classrooms*. VA: Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD)



GURU PEMBELAJAR

**MODUL PELATIHAN
SMP**

**KELOMPOK KOMPETENSI C
PROFESIONAL**

STATISTIKA DAN PELUANG

**DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
2016**

Penulis:

1. Drs. M. Fauzan, M.Sc., ST., 082137545916, email: fauzan3264@gmail.com
2. Dra. Theresia Widyantini, M.Si., 081392659895, email: widterban@yahoo.com
3. Ratna Herawati, M.Si., 081328743071, email: hera_taa3@yahoo.com
4. Dr. Sugiman, M.Si., 08122786314, email: sugiman@uny.ac.id

Penelaah:

1. Yogi Anggraena, M.Si., 082345678219, yogi_anggraena@yahoo.com
2. Dr. Sumardyono, M.Pd., 081328516171, smrdyn@gmail.com
3. Dr. Imam Sujadi, M.S., 08121565696, imamsujadi@ymail.com

Ilustrator:

Mutiatul Hasanah

Copyright © 2016

Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial tanpa izin tertulis dari Kementerian Pendidikan Kebudayaan.

Kata Pengantar

Peningkatan kualitas pendidikan saat ini menjadi prioritas, baik oleh pemerintah pusat maupun daerah. Salah satu komponen yang menjadi fokus perhatian adalah peningkatan kompetensi guru. Peran guru dalam pembelajaran di kelas merupakan kunci keberhasilan untuk mendukung keberhasilan belajar siswa. Guru yang profesional dituntut mampu membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan output dan outcome pendidikan yang berkualitas.

Dalam rangka memetakan kompetensi guru, telah dilaksanakan Uji Kompetensi Guru (UKG) Tahun 2015. UKG tersebut dilaksanakan bagi semua guru, baik yang sudah bersertifikat maupun belum bersertifikat untuk memperoleh gambaran objektif kompetensi guru, baik profesional maupun pedagogik. Hasil UKG kemudian ditindaklanjuti melalui Program Guru Pembelajar sehingga diharapkan kompetensi guru yang masih belum optimal dapat ditingkatkan.

PPPPTK Matematika sebagai Unit Pelaksana Teknis Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan di bawah pembinaan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan mendapat tugas untuk menyusun modul guna mendukung pelaksanaan Guru Pembelajar. Modul ini diharapkan dapat menjadi sumber belajar bagi guru dalam meningkatkan kompetensinya sehingga mampu mengambil tanggung jawab profesi dengan sebaik-baiknya.

Yogyakarta, Maret 2016

Kepala PPPPTK Matematika,



Dr. Dra. Daswatia Astuty, M.Pd.
NIP. 196002241985032001

Daftar Isi

Kata Pengantar	v
Daftar Isi.....	vii
Daftar Gambar	ix
Daftar Tabel.....	xi
Pendahuluan	1
A. Latar belakang.....	1
B. Tujuan	2
C. Peta Kompetensi	3
D. Ruang Lingkup	3
E. Cara Penggunaan Modul.....	3
Kegiatan Pembelajaran 1	5
PENYAJIAN DATA	5
A. Tujuan	5
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	5
C. Uraian Materi.....	5
D. Aktivitas Pembelajaran.....	21
E. Latihan/Kasus/Tugas	23
F. Rangkuman	24
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut	25
Kegiatan Pembelajaran 2	27
UKURAN PEMUSATAN DAN UKURAN PENYEBARAN.....	27
A. Tujuan	27
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	27
C. Uraian Materi	27

Daftar Gambar

D. Aktivitas Pembelajaran.....	44
E. Latihan/Kasus/Tugas.....	47
F. Rangkuman.....	47
G. Umpan Balik dan Tindak lanjut	48
Kegiatan Pembelajaran 3 PELUANG SUATU KEJADIAN	49
A. Tujuan	49
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	49
C. Uraian Materi.....	49
D. Aktivitas Pembelajaran.....	62
E. Latihan/Kasus/Tugas.....	68
F. Rangkuman.....	68
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut	68
Kegiatan Pembelajaran 4.....	69
PEMECAHAN MASALAH PELUANG	69
A. Tujuan	69
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	69
C. Uraian Materi.....	69
D. Aktivitas Pembelajaran.....	84
E. Latihan/Kasus/Tugas.....	87
F. Rangkuman.....	88
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	88
Evaluasi	91
Penutup	97
Daftar Pustaka.....	99

Daftar Gambar

Gambar 3.1.	Hasil pelemparan dadu sebanyak 30 kali dan 600 kali.....	59
Gambar 4.1.	Dua kejadian berkeselanjutan.....	78
Gambar 4.2.	Prinsip perkalian pada kejadian-kejadian berurutan.....	78
Gambar 4.3.	Perbedaan Permutasi dan Kombinasi atas Tiga Objek.....	79
Gambar 4.4.	Permutasi lengkap atas n objek.....	80
Gambar 4.5.	Permutasi sebagian: r dari n objek.....	80
Gambar 4.6.	Model perhitungan permutasi siklis atas n objek.....	81
Gambar 4.7.	Kaitan permutasi dan kombinasi 3 dari 4 objek.....	82

Daftar Gambar

Daftar Tabel

Tabel 1. 1Jumlah Siswa Kelas VII, Kelas VIII dan Kelas IXDari Empat SMP Di Kelurahan IndraprastaTahun 2015	6
Tabel 1. 2Bentuk Umum Tabel Distribusi Frekuensi	7
Tabel 1. 3Hasil Ujian Akhir SemesterMata Pelajaran Matematika Kelas Vii... 12	
Tabel 1. 4Hasil Ujian Akhir Semester Mata Pelajaran Matematika Kelas VII. 12	
Tabel 1. 5Jumlah Siswa SD, SMP, SMA, dan SMKDi Kota 'Y'	14
Tabel 1. 6Persentase seluruh data	15
Tabel 1. 7Jumlah siswa yang diterima di sebuah SMADari Tahun 1980 sampai 1986	17
Tabel 1. 8Tinggi Badan (Dalam Cm)Sejumlah Siswasmp Hang TuahTahun Ajaran 2015/2016	19
Tabel 1. 9Jumlah Siswa SD, SMP, SMA, dan SMKDi Kota 'F'	21
Tabel 2. 1 Tabel penghasilan dari data di atas	29
Tabel 2. 2Tabel penghasilan setiap bulan dari 8 orang di suatu RT	30
Tabel 3. 1Frekuensi relatif pelemparan sebuah dadusebanyak 30 kali.....	57
Tabel 3. 2Frekuensi relatif pelemparan sebuah dadu sebanyak 600 kali.....	58

Daftar Tabel

Pendahuluan

A. Latar belakang

Profesi guru dan tenaga kependidikan harus dihargai dan dikembangkan sebagai profesi yang bermartabat sebagaimana diamanatkan Undang-undang Nomor 14 Tahun 2005 tentang Guru dan Dosen. Hal ini dikarenakan guru dan tenaga kependidikan merupakan tenaga profesional yang mempunyai fungsi, peran, dan kedudukan yang sangat penting dalam mencapai visi pendidikan 2025 yaitu “Menciptakan Insan Indonesia Cerdas dan Kompetitif”. Untuk itu guru dan tenaga kependidikan yang profesional wajib melakukan pengembangan keprofesian berkelanjutan.

Merujuk pada Undang-Undang Nomor 14 Tahun 2005 tentang Guru dan Dosen, mengamanatkan bahwa profesi guru merupakan bidang pekerjaan khusus yang dilaksanakan berdasarkan standar kompetensi sesuai bidang tugasnya dan pelaksanaan pengembangan keprofesian berkelanjutan sepanjang hayat. Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan (PKB) adalah pengembangan kompetensi guru yang dilaksanakan sesuai dengan kebutuhan, bertahap, dan berkelanjutan untuk meningkatkan profesionalitas guru (Permennegpan RB No. 16/2009). Oleh karena itu sebagai jabatan profesional, guru harus memenuhi standar yang dipersyaratkan sesuai dengan peraturan yang telah dikeluarkan oleh Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP) bagi guru mata pelajaran dan guru kelas, standar kompetensi dan kualifikasi akademik diatur berdasarkan Permendiknas Nomor 16 Tahun 2007 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru, sedangkan bagi Guru Bimbingan dan Konseling, standarnya diatur berdasarkan Permendiknas Nomor 27 tahun 2008 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Konselor. Guru tidak lagi dianggap sekedar pelaksana teknis di kelas, tetapi dianggap sebagai suatu jabatan fungsional. Jabatan fungsional guru adalah jabatan fungsional yang mempunyai ruang lingkup, tugas, tanggung jawab, dan wewenang untuk melakukan kegiatan mendidik, mengajar, membimbing, mengarahkan, melatih, menilai, dan mengevaluasi peserta didik pada pendidikan anak usia dini

jalur pendidikan formal, pendidikan dasar, dan pendidikan menengah sesuai dengan peraturan perundang-undangan yang diduduki oleh Pegawai Negeri Sipil (Pasal 1 ayat 1). Konsekuensinya adalah guru dituntut melakukan PKB sehingga guru dapat menjalankan tugas dan fungsinya secara profesional. Guru dan tenaga kependidikan wajib melaksanakan kegiatan pengembangan keprofesian secara berkelanjutan agar dapat melaksanakan tugas profesionalnya.

PKB sebagai salah satu strategi pembinaan guru dan tenaga kependidikan diharapkan dapat menjamin guru dan tenaga kependidikan mampu secara terus menerus memelihara, meningkatkan, dan mengembangkan kompetensi sesuai dengan standar yang telah ditetapkan. Pelaksanaan kegiatan PKB akan mengurangi kesenjangan antara kompetensi yang dimiliki guru dan tenaga kependidikan dengan tuntutan profesional yang dipersyaratkan.

Guru dan tenaga kependidikan wajib melaksanakan PKB baik secara mandiri maupun kelompok. Khusus untuk PKB dalam bentuk pendidikan dan pelatihan dilakukan oleh lembaga pelatihan sesuai dengan jenis kegiatan dan kebutuhan guru.. Pelaksanaan pendidikan dan pelatihan tersebut memerlukan modul sebagai salah satu sumber belajar bagi guru. Modul dengan judul "*Statistika*" ini merupakan bahan ajar yang dirancang untuk dapat dipelajari oleh guru yang berisi materi, lembar kegiatan(LK) serta tugas-tugas yang dikerjakan untuk mencapai tingkat kompetensi yang diharapkan sesuai dengan tingkat kompleksitasnya.

B. Tujuan

Tujuan disusunnya modul "*Statistika dan Peluang*" ini adalah agar para pembaca mampu menentukan ukuran pemusatan yang tepat untuk suatu kelompok, memilih representasi yang tepat dalam penyajian data serta menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan konsep statistika serta memahami konsep-konsep dasar peluang sehingga mampu menyelesaikan masalah-masalah yang berkaitan dengan peluang.

C. Peta Kompetensi

Kompetensi inti guru mata pelajaran matematika di SMP/MTs sesuai dengan Permendiknas Nomor 16 Tahun 2007 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru yang terkait dengan materi statistika dan peluang merupakan kompetensi profesional. Untuk kompetensi profesional terkait dengan materi statistika dan peluang adalah mampu menggunakan konsep-konsep statistika dan peluang

D. Ruang Lingkup

Ruang Lingkup modul meliputi:

Kegiatan Pembelajaran 1:

1. Penyajian data

Kegiatan Pembelajaran 2:

1. Ukuran pemusatan data tunggal dan data kelompok
2. Ukuran penyebaran data tunggal dan data kelompok

Kegiatan Pembelajaran 3:

1. Pengertian peluang.
2. Percobaan, ruang sampel, titik sampel, dan kejadian.
3. Kejadian sederhana dan kejadian majemuk.
4. Peluang suatu kejadian dengan pendekatan frekuensi relatif.
5. Peluang suatu kejadian dengan pendekatan teori klasik.

Kegiatan Pembelajaran 4:

1. Penerapan konsep peluang dalam menyelesaikan masalah.
2. Penerapan aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi dalam menyelesaikan masalah peluang

E. Cara Penggunaan Modul

Modul ini terdiri atas pendahuluan yang terdiri dari latar belakang, tujuan, peta kompetensi, ruang lingkup serta cara penggunaan modul yang meliputi empat(4) kegiatan pembelajaran yaitu kegiatan pembelajaran 1 tentang penyajian data, kegiatan pembelajaran 2 tentang ukuran pemusatan dan ukuran penyebaran, kegiatan pembelajaran 3 tentang pengertian peluang, percobaan, ruang sampel, titik sampel, dan kejadian, kejadian sederhana dan kejadian majemuk, peluang suatu

kejadian dengan pendekatan frekuensi relatif, peluang suatu kejadian dengan pendekatan teori klasik serta kegiatan pembelajaran 4 tentang penerapan konsep peluang dalam menyelesaikan masalah, penerapan aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi dalam menyelesaikan masalah peluang. Pada modul ini terdapat uraian materi, aktivitas pembelajaran, latihan/kasus/tugas, serta evaluasi yang harus dikerjakan oleh Anda. Melalui uraian materi yang ada dalam modul ini, diharapkan dapat mengembangkan wawasan Anda yang berkaitan dengan permasalahan-permasalahan terkait dengan penyajian data serta ukuran pemusatan dan ukuran penyebaran serta menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan konsep statistika serta memahami konsep-konsep dasar peluang sehingga mampu menyelesaikan masalah-masalah yang berkaitan dengan peluang.

Kegiatan Pembelajaran 1

PENYAJIAN DATA

A. Tujuan

Setelah mempelajari kegiatan pembelajaran 1, Anda diharapkan dapat memahami konsep dasar teknik penyajian data dalam bentuk tabel dan diagram atau grafik. Anda juga diharapkan mampu menafsirkan makna dari diagram atau grafik yang disajikan.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan dapat memahami teknik penyajian data dalam bentuk diagram. Secara khusus Anda diharapkan dapat :

1. Menyusun sekumpulan data dalam bentuk tabel baris kolom dan tabel kontingensi ;
2. Menyusun sekumpulan data dalam bentuk tabel distribusi frekuensi,
3. Menggambarkan diagram batang, diagram titik, diagram lingkaran, dan diagram lambang berdasarkan data kuantitatif.
4. Menggambarkan diagram garis berdasarkan data waktu.
5. Menggambarkan grafik histogram berdasarkan data yang sudah disusun dalam tabel distribusi frekuensi, baik frekuensinya berupa absolut maupun relatif.
6. Menggambarkan poligon frekuensi berdasarkan histogram.
7. Menggambarkan kurva frekuensi yang merupakan penghalusan poligon frekuensi.

C. Uraian Materi

Data yang diperoleh biasanya masih belum tersusun secara teratur. Untuk keperluan analisis data perlu disajikan dengan lebih baik, misal dalam bentuk tabel, atau dalam bentuk grafik. agar informasi yang dibutuhkan dapat diperoleh dengan cepat. Berikut dipaparkan hal-hal yang berkaitan dengan penyajian data dalam bentuk tabel, seperti : tabel baris kolom, tabel kontingensi dan, cara membuat tabel distribusi frekuensi.

Diagram atau grafik adalah gambar-gambar yang menunjukkan data secara visual, didasarkan atas nilai-nilai pengamatan aslinya ataupun dari tabel-tabel yang dibuat sebelumnya. Grafik merupakan alat penyajian statistik yang tertuang dalam bentuk lukisan, baik lukisan garis, lukisan gambar, maupun lambang. Dgn demikian diagram atau grafik adalah gambaran untuk memperlihatkan atau menerangkan sesuatu data yang akan disajikan. Dengan perkataan lain grafik atau diagram adalah alat penyajian data statistik yang berupa lukisan baik lukisan garis, gambar ataupun lambang.

1. Tabel Baris Kolom

Tabel baris kolom adalah tabel yang terdiri dari baris dan kolom yang mempunyai ciri tidak terdiri dari faktor-faktor yang terdiri dari beberapa kategori dan bukan merupakan data kuantitatif yang dibuat menjadi beberapa kelompok. Gasperz (1989:33) menyatakan bahwa Tabel Eka Arah (*One Way Table*) merupakan tabel paling sederhana yaitu hanya menunjukkan satu hal saja. Jadi tabel baris kolom adalah tabel yang terdiri dari 1 variabel atau faktor atau kategori. Salah satu contoh Tabel Baris-Kolom adalah Tabel 1(1) di bawah ini.

Tabel 1. 1Jumlah Siswa Kelas VII, Kelas VIII dan Kelas IX Dari Empat SMP Di Kelurahan Indraprasta Tahun 2015

Sekolah	Kelsa VII		Kelas VIII		Kelas IX		Jumlah
	L	P	L	P	L	P	
SMP Jaya	45	75	35	45	30	50	280
SMP Balubur	57	73	30	50	25	55	290
SMP Pesona	46	74	25	55	35	45	280
SMP Arjuna	75	45	65	15	45	35	280
Jumlah	223	267	155	165	135	185	1130

2. Tabel Kontingensi

Tabel kontingensi merupakan tabel yang terdiri atas dua faktor atau dua variable. Faktor yang satu terdiri atas b kategori dan faktor lainnya terdiri atas k kategori,

dapat dibuat *daftar kontingensi* berukuran $b \times k$ dengan b menyatakan baris dan k menyatakan kolom (Sudjana, 2005:20). Sedangkan Gasperz (1989:34) menyatakan bahwa Tabel Dwi Arah (*Two Way Table*) menunjukkan dua hal. Jadi dapat disimpulkan tabel kontingensi adalah tabel yang terdiri dari dua (2) variabel atau kategori atau faktor.

3. Tabel Distribusi Frekuensi

Tabel Distribusi Frekuensi adalah alat penyajian data statistik berbentuk kolom dan lajur, yang di dalamnya dimuat angka yang dapat melukiskan atau menggambarkan pencaran atau pembagian frekuensi dari variabel yang sedang menjadi objek penelitian. Pada tabel distribusi frekuensi data disusun dalam suatu tabel yang telah diklasifikasikan menurut kelas-kelas atau kategori tertentu.

Dikenal dua bentuk distribusi frekuensi menurut pembagian kelasnya, yaitu distribusi frekuensi kualitatif (kategori) dan distribusi frekuensi kuantitatif (bilangan). Pada distribusi frekuensi kualitatif pembagian kelasnya didasarkan pada kategori tertentu dan banyak digunakan untuk data berskala ukur nominal. Sedangkan kategori kelas dalam tabel distribusi frekuensi kuantitatif, terdapat dua macam, yaitu kategori data tunggal dan kategori data berkelompok (bergolong).

Jadi dapat disimpulkan bahwa tabel distribusi frekuensi adalah tabel yang memuat sejumlah data yang diklasifikasikan atau dikelompokkan berdasarkan kelas atau kategori tertentu.

Bentuk umum tabel distribusi frekuensi disajikan pada tabel 1(2) berikut

Tabel 1. 2Bentuk Umum Tabel Distribusi Frekuensi

Nilai Data	Frekuensi
a - b	f_1
c - d	f_2
e - f	f_3
g - h	f_4
i - j	f_5
Jumlah	n

Dalam tabel distribusi frekuensi, ada beberapa istilah yang digunakan di dalamnya, antara lain :

a. Kelas Interval

Kelas interval adalah kelompok nilai data yang berupa interval. Tabel 1(2) di atas terdiri dari lima kelas interval.

- a – b merupakan kelas interval pertama ,
- c – d merupakan kelas interval kedua ,
- e – f merupakan kelas interval ketiga ,
- g – h merupakan kelas interval keempat ,
- i – j merupakan kelas interval kelima.

b. Batas bawah kelas interval

Batas bawah kelas interval adalah bilangan yang terdapat di sebelah kiri interval nilai. Dari Tabel 1(2), maka batas bawah kelas interval pertama adalah a, batas bawah kelas interval kedua b, dan seterusnya.

c. Batas atas kelas interval

Batas atas kelas interval atas adalah bilangan yang terdapat di sebelah kanan interval nilai. Dari Tabel 1(2), maka batas atas kelas interval pertama adalah b, batas atas kelas interval kedua adalah d, dan seterusnya.

d. Tepi bawah kelas

Tepi bawah kelas adalah bilangan yang diperoleh dengan cara batas bawah dikurangi ketelitian data yang digunakan. Ketelitian data yang digunakan tergantung pada pencatatan datanya. Jika data yang digunakannya dicatat dalam bilangan bulat, maka ketelitian datanya 0,5 sedangkan bila data yang digunakannya dicatat dalam bilangan satu angka desimal, maka ketelitian datanya 0,05. Bila data yang digunakannya dicatat dalam bilangan dua angka desimal, maka ketelitian datanya 0,005, dan seterusnya.

Jika diambil datanya dicatat dalam bilangan bulat, maka dari bentuk umum dalam Tabel 1(2) tepi-tepi bawahnya adalah :

- a – 0,5 adalah tepi bawah kelas interval pertama
- c – 0,5 adalah tepi bawah kelas interval kedua
- e – 0,5 adalah tepi bawah kelas interval ketiga
- g – 0,5 adalah tepi bawah kelas interval keempat
- i – 0,5 adalah tepi bawah kelas interval kelima.

e. Tepi atas kelas

Batas atas adalah bilangan yang diperoleh dengan cara ujung atas ditambah ketelitian data yang digunakan. Ketelitian datanya sama dengan ketelitian data dalam menentukan batas bawah. Misalnya dicatat data, bilangan bulat, maka dari bentuk umum dalam Tabel 1(2) tepi-tepi atasnya adalah :

- $b + 0,5$: tepi atas kelas interval pertama
- $d + 0,5$: tepi atas kelas interval kedua
- $f + 0,5$: tepi atas kelas interval ketiga
- $h + 0,5$: tepi atas kelas interval keempat
- $j + 0,5$: tepi atas kelas interval kelima

f. Titik Tengah (Tanda Kelas)

Titik tengah adalah bilangan di tengah interval. Titik tengah diperoleh dengan cara batas bawah kelas ditambah batas atas kelas, kemudian hasilnya dibagi dua..

$$\text{Titik Tengah} = \frac{1}{2} (\text{batas bawah} + \text{batas atas})$$

g. Panjang Kelas

Apabila kelas interval menggunakan batas bawah dan batas atas maka panjang kelas adalah bilangan yang diperoleh dari selisih antara batas bawah kelas dan batas atas kelas, dengan batas bawahnya termasuk dihitung (atau ditambah satu) Namun, bila kelas interval menggunakan tepi bawah dan tepi atas maka panjang kelas adalah selisih tepi atas dikurangi tepi bawah.

Untuk menyusun sebuah tabel distribusi frekuensi dengan panjang kelas yang sama untuk setiap kelas kelas interval diperlukan langkah-langkah sebagai berikut:

- 1) Tentukan nilai rentang

Rentang diperoleh dengan cara datum terbesar dikurangi datum terkecil.

$$\text{RENTANG} = \text{DATUM TERBESAR} - \text{DATUM TERKECIL}$$

- 2) Tentukan banyak kelas yang digunakan

Banyak kelas yang digunakan biasanya paling sedikit 5 kelas dan paling banyak 15 kelas, sehingga dapat ditulis :

$$5 \leq \text{BANYAK KELAS} \leq 15$$

Pemilihan ini dilakukan berdasarkan kenyataan dan kebiasaan saja dimana pemilihan banyak kelas terkecil 5 sudah bisa menggambarkan pola distribusi

datanya berbentuk normal atau tidak, sedangkan kalau dipilih 4 belum bisa menggambarkan pola distribusi data normal atau tidak.

Apabila Anda tidak ingin menentukan banyak kelas secara langsung, ada sebuah aturan untuk menentukan banyak kelas, yaitu ATURAN STURGES dengan rumusnya sebagai berikut :

$$k = 1 + (3,3) (\log n)$$

dengan : k = banyak kelas interval

n = ukuran data digunakan

Bila diperhatikan rumus di atas, maka hasil akhir dari perhitungannya pasti berupa bilangan desimal. Karena banyak kelas merupakan bilangan bulat, maka hasil akhir itu harus dibulatkan. Pembulatan bilangannya boleh dilakukan ke bawah atau boleh juga dilakukan ke atas, tapi sebaiknya pembulatan bilangannya dibulatkan ke atas. Hal ini dilakukan agar banyak kelas yang dipilih dapat melingkupi semua data yang ada.

3) Tentukan panjang kelas

Panjang kelas diperoleh dengan cara nilai rentang dibagi dengan banyak kelas, sehingga dapat ditulis :

$$p = \frac{\text{rentang}}{k}$$

dengan : p = panjang kelas

k = banyak kelas

Hasil akhir dari perhitungannya biasanya berupa bilangan desimal. Oleh karena itu dalam menentukan panjang kelas harus dilakukan pembulatan bilangan yang sesuai dengan pencatatan datanya, artinya :

- a. Jika data yang digunakan dicatat dalam bilangan bulat, maka panjang kelas pun dicatat dalam bilangan bulat.
- b. Jika data yang digunakan dicatat dalam bilangan satu desimal, maka panjang kelas pun dicatat dalam bilangan satu desimal
- c. Jika data yang digunakan dicatat dalam bilangan dua desimal, maka panjang kelas pun dicatat dalam bilangan dua desimal

Dan seterusnya.

4) Tentukan nilai batas bawah kelas interval pertama

Ada dua kemungkinan yang bisa terjadi, yaitu :

- a. Batas bawah kelas interval pertama boleh mengambil nilai data yang terkecil
- b. Batas bawah kelas interval pertama boleh mengambil nilai data yang lebih kecil dari nilai data yang terkecil. Kemungkinan kedua ini bisa dilakukan dengan syarat nilai data yang terbesar harus tercakup dalam interval nilai data pada kelas interval terakhir.

Dengan demikian dari sekumpulan data bisa dibuat satu atau beberapa buah tabel distribusi frekuensi sesuai dengan pengambilan batas bawah kelas interval pertamanya.

5) Masukkan semua data kedalam interval kelas

Untuk memudahkan, buat kolom khusus yang berisi garis miring (tally/turus) sesuai dengan kelas intervalnya. Selanjutnya jumlahkan semua tally/turus yang terdapat pada masing-masing kelas interval.

Contoh 4 : Berikut ini diberikan data mengenai hasil ujian akhir semester mata pelajaran matematika kelas VII sebuah SMP.

55	62	57	72	62	81	57	63	61	60
75	77	58	76	73	80	64	79	65	51
55	66	61	55	81	69	65	59	56	75
85	64	63	58	76	80	60	61	78	58

Susunlah data di atas kedalam tabel distribusi frekuensi dengan panjang kelas yang sama.

Penyelesaian :

1) Rentang = $85 - 51 = 34$

2) Banyak kelas, $k = 1 + (3,3) (\log 40) = 1 + (3,3) (1,6021) = 6,28693$

Jadi banyak kelas yang digunakan bisa 6 atau 7. Di sini akan diambil banyak kelas sebanyak 7 buah

3) Panjang kelas = $\frac{34}{7} = 4,86$

Karena datanya dicatat dalam bilangan bulat, maka panjang kelasnya diambil 5

4) Batas bawah kelas interval pertamanya diambil 51

Untuk memasukkan data ke dalam kelas interval diperlukan kolom tally, dengan cara sebagai berikut.

- a. Nilai 55 termasuk ke dalam kelas interval pertama, yaitu 51 – 55 dan pada kolom tally yang sesuai dengan kelas interval pertama ditulis /. Selanjutnya nilai 55 dicoret agar tidak dihitung dua kali
- b. Nilai 62 termasuk ke dalam kelas interval ketiga, yaitu 61 – 65 dan pada kolom tally yang sesuai dengan kelas interval ketiga, dan seterusnya. Hasilnya dapat dilihat dalam Tabel 1(3).

Tabel 1. 3 Hasil Ujian Akhir Semester Mata Pelajaran Matematika Kelas Vii

Hasil Ujian Akhir Semester	Tally	Banyak Siswa
51 - 55	////	4
56 - 60	/// ////	9
61 - 65	/// /// /	11
66 - 70	//	2
71 - 75	////	4
76 - 80	/// //	7
81 - 85	///	3
Jumlah		40

Dengan menghilangkan kolom tally, hasil tabel distribusi frekuensi yang sebenarnya dapat dilihat dalam Tabel 1(4).

Tabel 1. 4 Hasil Ujian Akhir Semester Mata Pelajaran Matematika Kelas VII

Hasil Ujian Akhir Semester	Banyak Siswa
51 - 55	4
56 - 60	9
61 - 65	11
66 - 70	2
71 - 75	4
76 - 80	7

81 - 85	3
Jumlah	40

Dari Tabel 1(4) dapat diketahui bahwa kita hanya dapat membuat sebuah tabel, karena alasan sebagai berikut.

Jika batas bawah kelas interval pertama diambil lebih kecil dari 51, misalnya 50, maka nilai data yang terbesar yaitu 85 tidak akan tercakup. Hal ini disebabkan karena batas atas kelas interval terakhirnya 84.

Dari Tabel 1(4), dapat dibuat beberapa penafsiran berikut.

- Hasil ujian akhir semester mata pelajaran matematika yang nilainya 51 sampai 55 ada 4 orang
- Hasil ujian akhir semester mata pelajaran matematika yang nilainya 56 sampai 60 ada 9 orang
- Hasil ujian akhir semester mata pelajaran matematika yang nilainya 61 sampai 65 ada 11 orang, dan seterusnya.

4. Diagram Batang

Diagram batang atau balok adalah grafik data berbentuk persegi panjang yang lebarnya sama dan dilengkapi dengan skala atau ukuran sesuai dengan data yang bersangkutan. Diagram batang digunakan untuk menyajikan data yang bersifat kategori. Jadi diagram batang adalah diagram yang berbentuk persegi panjang dengan lebar yang sama dan umumnya digunakan untuk data yang berbentuk kategori.

Penyajian data berbentuk diagram batang banyak modelnya antara lain: diagram batang satu komponen atau lebih, diagram batang dua arah, diagram batang tiga dimensi, dan lain-lain sesuai dengan variasinya atau tergantung kepada kegunaannya.

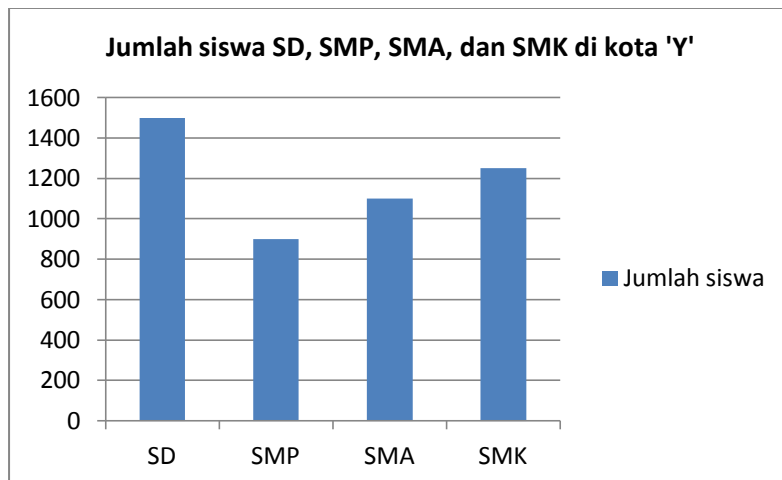
Perhatikan Tabel 1(5) berikut.

Tabel 1. 5Jumlah Siswa SD, SMP, SMA, dan SMKDi Kota 'Y'

Tingkat pendidikan	Jumlah siswa
SD	1500
SMP	900
SMA	1100
SMK	1250

Untuk membuat diagram batang akan lebih mudah kalau kita bekerja menggunakan *microsoft Excel*. Asumsikan data Tabel 1(5) sudah dibuat di *microsoft excel*. Selanjutnya lakukan langkah-langkah berikut.

- 1) Blok (tandai) data
- 2) Pilih menu *insert*
- 3) Pilih *coloum* pada sub menu *chart*
- 4) Pilih *chartlayout* yang diinginkan
- 5) Edit Judul Diagram
- 6) Diperoleh diagram seperti berikut.



5. Diagram Lingkaran

Grafik lingkaran adalah grafik data berupa lingkaran yang telah dibagi menjadi juring-juring sesuai dengan data tersebut. Diagram lingkaran digunakan untuk penyajian data berbentuk kategori yang dinyatakan dalam persentase. Penyajian data dalam bentuk diagram lingkaran didasarkan pada sebuah lingkaran yang dibagi menjadi beberapa bagian sesuai dengan banyaknya kelas penyusunan.

Diagram lingkaran merupakan cara penyajian sekumpulan data ke dalam lingkaran, dengan lingkarannya dibagi menjadi beberapa bagian sesuai dengan pengklasifikasian datanya. Untuk membuat diagram lingkaran, gambarkan sebuah lingkaran, lalu dibagi-bagi menjadi beberapa sektor. Tiap sektor melukiskan kategori data yang terlebih dahulu diubah ke dalam derajat.

Jadi diagram lingkaran adalah penyajian data statistik dengan menggunakan gambar berbentuk lingkaran yang dibagi menjadi sudut-sudut sektor. Setiap sektor melukiskan kategori data yang terlebih dahulu diubah ke dalam derajat dengan menggunakan busur derajat. Diagram lingkaran sangat cocok untuk menyajikan data yang berbentuk kategori atau atribut dalam persentase.

Sebagai contoh, untuk membuat diagram lingkaran ditentukan dulu besar persentase tiap objek terhadap keseluruhan data dan besarnya sudut pusat sektor lingkaran seperti Tabel 1(6) sebagai berikut.

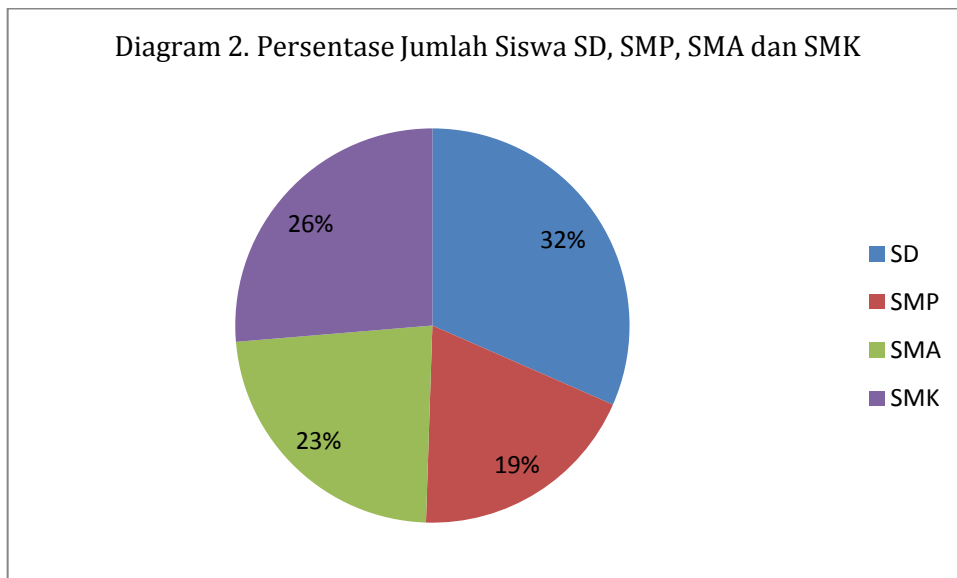
Tabel 1. 6 Persentase seluruh data

Tingkat pendidikan	Jumlah siswa	Persn	Sudut Pusat
SD	1500	31,57	114 ⁰
SMP	900	18,95	68 ⁰
SMA	1100	23,16	84 ⁰
SMK	1250	26,32	94 ⁰
Jumlah	4750	100%	360 ⁰

Untuk membuat diagram lingkaran menggunakan *microsoft excel* lakukan langkah-langkah berikut.

- 1) Blok data yang diinginkan
- 2) Pilih menu *insert*
- 3) Pilih *Pie* pada sub-menu *chart*
- 4) Pilih bentuk lingkaran yang diinginkan
- 5) Pilih *chartlayout* sesuai yang diinginkan
- 6) Edit Judul Tabel

Diagram lingkaran yang dibuat disajikan pada Diagram 2 berikut.



6. Diagram Garis

Diagram garis adalah diagram atau grafik data berupa garis, diperoleh dari beberapa ruas garis yang menghubungkan titik-titik pada bidang bilangan. Diagram garis umumnya digunakan untuk menggambarkan keadaan yang serba terus atau berkesinambungan, misalnya, jumlah penduduk tiap tahun. Seperti diagram batang, diagram garis membutuhkan sumbu datar dan sumbu tegak yang saling tegak lurus. Sumbu datar menyatakan waktu sedangkan sumbu tegaknya melukiskan kuantum data tiap waktu.

Misalkan dipunyai data jumlah siswa yang diterima di sebuah SMA dari tahun 1980 sampai 1986 sebagai berikut.

Tabel 1. 7Jumlah siswa yang diterima di sebuah SMA dari Tahun 1980 sampai 1986

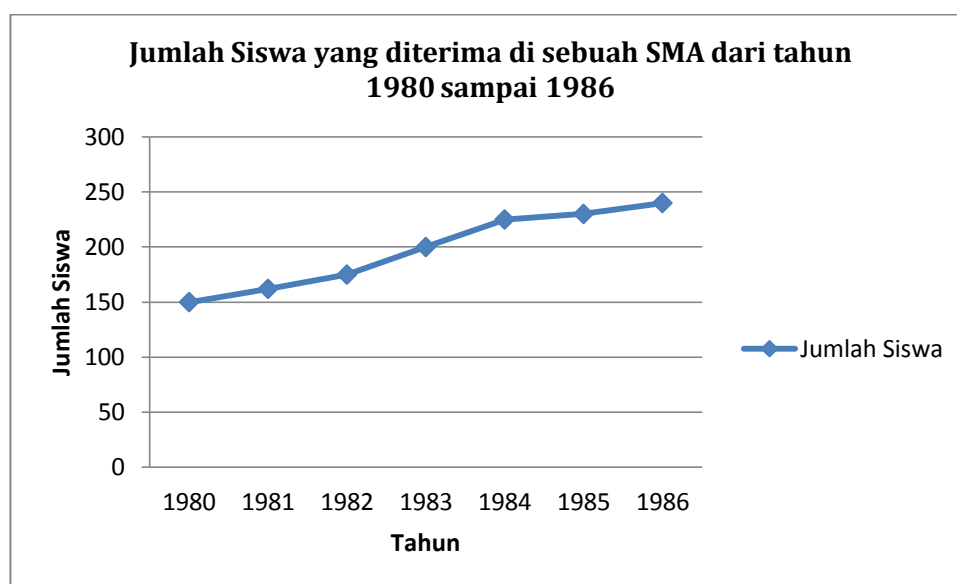
Tahun	Jumlah Siswa
1980	150
1981	162
1982	175
1983	200
1984	225
1985	230
1986	240

Perhatikan bahwa agar diagram tergambar secara baik maka dalam pengisian tahun gunakan format teks dengan cara menuliskan apostrop sebelum tahun. Jadi untuk menulis 1980, misalnya lakukan dengan mengetikkan '1980.

Langkah - langkah dalam membuat diagram garis adalah sebagai berikut:

- 1) Blok data
- 2) Pilih menu *insert*
- 3) Pilih *line* pada sub-menu *chart*
- 4) Pilih *chartlayout* yang diinginkan
- 5) Edit Judul Tabel

Diagram yang dihasilkan disajikan pada Diagram berikut.



7. Histogram dan Poligon Frekuensi

Misalkan kita mempunyai sekumpulan data, yang disusun dalam tabel distribusi frekuensi. Gambar dari diagram yang dibuat berdasarkan data yang sudah tersusun dalam tabel distribusi frekuensi disebut *histogram* dan *poligon frekuensi*. Langkah-langkah membuat diagram Histogram dan Poligon frekuensi adalah sebagai berikut.

- 1). Buat dua sumbu, yaitu sumbu datar dan sumbu tegak. Pada sumbu datar muat bilangan yang merupakan batas-batas semua kelas interval (atau ada juga yang menggunakan titik tengah atau tanda kelas untuk setiap kelas interval). Sumbu tegaknya mengenai nilai frekuensi dari data yang didapat.
- 2). Untuk kelas interval pertama, pada sumbu datar di batasi oleh batas bawahnya dan batas atasnya. Pada batas bawah dan batas atas masing-masing ditarik garis tegak lurus ke atas sampai menunjukkan bilangan yang sesuai dengan frekuensi pada sumbu tegak. Selanjutnya hubungkan kedua ujungnya, sehingga akan terbentuk sebuah batang yang berupa empat persegi panjang.
- 3). Untuk kelas interval kedua, pada sumbu datar dibatasi oleh batas bawahnya dan batas atasnya. Pada batas bawah dan batas atasnya masing - masing ditarik garis tegak lurus ke atas sampai menunjukkan bilangan yang sesuai dengan frekuensinya pada sumbu tegak. Selanjutnya hubungkan kedua ujungnya, sehingga akan terbentuk sebuah batang yang serupa empat persegipanjang.

Dalam hal ini, batas bawah kelas interval kedua sama dengan batas atas kelas interval pertama, sehingga garis yang ditarik tegak lurus akan berhimpit.

- 4). Hal yang sama juga dilakukan pada kelas interval ketiga dan interval-interval berikutnya. Diperoleh batang-batang yang saling berhimpit yang dinamakan *histogram*.
- 5). Apabilatitik-titik tengah sisi atas persegi panjang histogram dihubungkan satu sama lain dan hubungkan sisi atas pertama dengan setengah jarak dari panjang kelas yang diukur ke kiri batas bawah kelas interval pertama, serta hubungkan sisi atas terakhir dengan setengah jarak dari panjang kelas yang diukur ke kanan batas atas interval terakhir, maka akan diperoleh *poligon frekuensi*.

Contoh 1 :

Misalkan tinggi badan (dalam cm) dari sejumlah siswa baru tahun ajaran 2015/2016 di SMP Hang Tuah diberikan dalam tabel berikut.

Tabel 1. 8Tinggi Badan (Dalam Cm)Sejumlah Siswasmp Hang TuahTahun Ajaran 2015/2016

Tinggi Badan	Banyak Siswa
142 - 144	15
145 - 147	17
148 - 150	25
151 - 153	20
154 - 156	15
156 - 159	12
160 - 162	8
Jumlah	112

Gambarkan Histogram serta poligon frekuensinya

Penyelesaian :

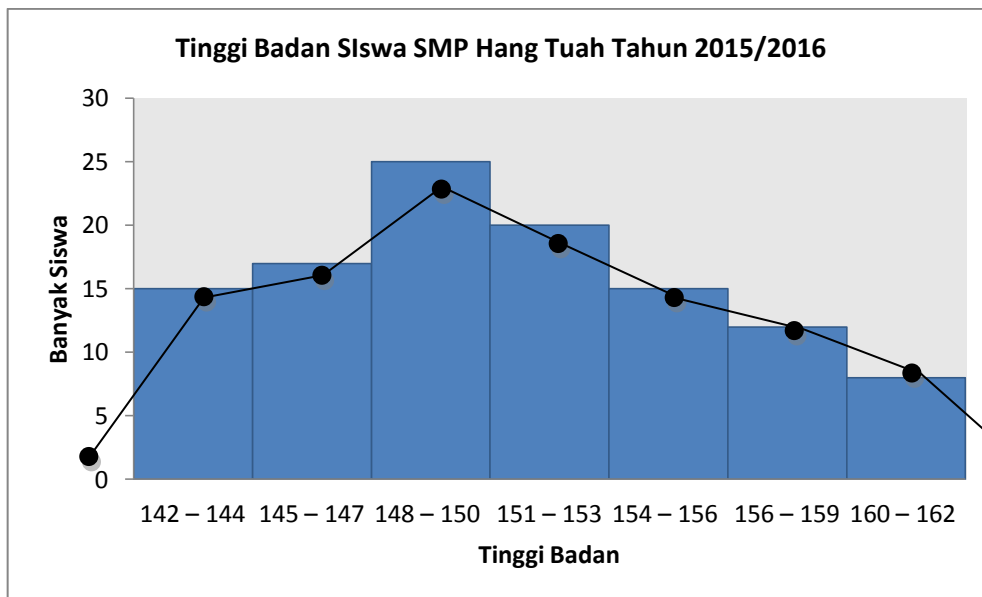
Ada dua cara kita dapat membuat Histogram dan poligon frekuensi dari daftar distribusi frekuensi di atas, yaitu dengan langkah-langkah sebagai berikut :

- 1) Pada sumbu tegaknya kita cantumkan bilangan-bilangan untuk nilai frekuensinya. Untuk menyesuaikan dengan daftar diatas kita tentukan bilangan - bilangan itu adalah 0, 5, 10, 5, 20 dan 25.

- 2) Pada sumbu datarnya kita bisa cantumkan data tertinggi badan yang diambil dari titik titik tengah setiap kelas interval (dalam hal ini 143, 146, 149, 152, 155, 158, 161) atau dari batas bawah dan batas atas setiap kelas interval (141,5 , 144,5 , 147,5 , 150,5 , 153,5 , 156,5 , 159,5 , 162,5), sehingga kita dapat membuat dua keadaan histogram dan poligon frekuensi.

Bila menggunakan komputer (Exel) maka lakukan langkah-langkah berikut.

- 1) Blok data
- 2) Pilih menu insert
- 3) Pilih Column sub-menu chart
- 4) Pilih chart layout yang diinginkan
- 5) Edit Judul Tabel, Sumbu datar dan Sumbu Tegak sehingga diperoleh grafik yang diinginkan.



D. Aktivitas Pembelajaran

Untuk memperdalam pengetahuan Anda mengenai materi penyajian data dalam bentuk diagram, coba selesaikan latihan berikut ini. Dalam mengerjakan aktivitas ini Anda diharapkan untuk mengisi isian atau menjawab pertanyaan yang diajukan. Hasil perkerjaan Anda dapat didiskusikan dengan peserta lain atau menanyakan kepada instruktur.

1. Perhatikan Tabel berikut

Tabel 1. 9Jumlah Siswa SD, SMP, SMA, dan SMK Di Kota 'F'

Tingkat pendidikan	Jumlah siswa
SD	1600
SMP	800
SMA	1400
SMK	1200
Jumlah	5000

- a. Diagram apakah yang paling tepat digunakan untuk menggambarkan jumlah siswa tingkat pendidikan tertentu? Apakah diagram garis, diagram pencar, diagram lingkaran ataukah diagram batang? Coba Anda perhatikan tabel di atas dengan cermat. Tabel tersebut menyajikan banyaknya atau jumlah siswa di suatu tingkat sekolah, sehingga diagram yang paling sesuai adalah diagram
- b. Bagaimana cara membuat digaram batang dari data tabel di atas?
Sebagai sumbu X adalah
Sumbu Y menyatakan
- c. Berapa persentase jumlah siswa SMA di kota "F"?
- d. Langkah apa yang haru dilakukan untuk membuat diagram lingkaran

2. Perhatikan diagram garis berikut.

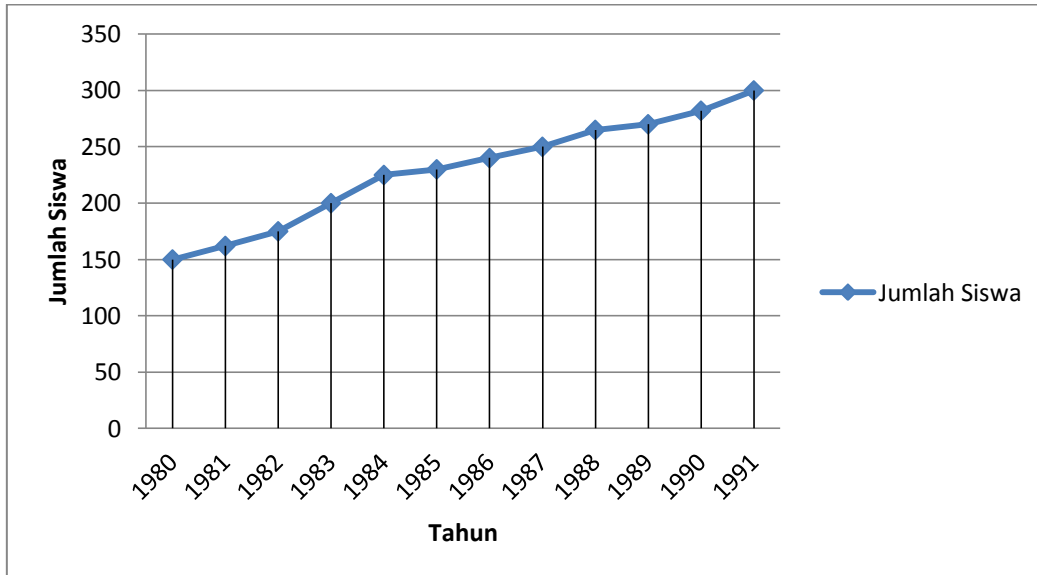


Diagram di atas menyajikan jumlah siswa SMP Harapan Kita dari tahun 1980 sampai tahun 1991

- a. Bagaimanakah animo jumlah siswa SMP Harapan Kita?
 - b. Apa yang dapat dikatakan oleh diagram garis ini?
Bagaimanakah kecenderungan jumlah siswa dari tahun ke tahun ?
 - c. Apa perbedaan diagram garis dan diagram batang?
 - d. Kapan diagram garis lebih sesuai digunakan dari pada diagram batang?
3. Apakah yang Anda ketahui tentang histogram?
 4. Langkah apa yang harus dilakukan untuk membuat histogram?
 5. Bagaimana cara melukis grafik poligon frekuensi?
 6. Misalkan hasil Ujian Akhir Semester mata pelajaran Matematika siswa kelas VII SMP Harapan Kita diberikan pada tabel berikut.

Hasil Ujian Akhir Semester	Banyak Mahasiswa
51 – 55	4
56 – 60	9
61 – 65	11
66 – 70	2
71 – 75	4
76 – 80	7
81 – 85	3
Jumlah	40

- Pada rentang nilai berapakah yang paling banyak diperoleh oleh siswa?
- Berapakah banyak siswa yang memperoleh rentang nilai 76 – 80 ?
- Berapa persen siswa yang memperoleh nilai di atas 60?
- Gambarkan histogram dan poligon frekuensinya

E. Latihan/Kasus/Tugas

Petunjuk : Berilah tanda silang (X) pada jawaban yang paling tepat

- Data yang paling sesuai digunakan untuk menggambarkan diagram batang, adalah :
 - Data diskrit
 - Data kontinu
 - Data kualitatif
 - Data kuantitatif
- Data yang paling sesuai digunakan untuk menggambarkan diagram lingkaran, adalah :
 - Data diskrit
 - Data kuantitatif
 - Data kontinu
 - Data kualitatif
- Andaikan nilai kategori A adalah 22 dan jumlah nilai dari seluruh kategori adalah 72, maka persentase dan besar sudut dalam derajat dari B itu masing-masing adalah :
 - 30,6% dan $110,2^\circ$

- b. 30,7% dan 110,5^o
 - c. 30,5% dan 110,1^o
 - d. 30,7% dan 110,6^o
4. Hal – hal yang perlu diperhatikan dalam menggambarkan histogram di bawah ini semuanya benar, kecuali :
- A. Sumbu datarnya berupa ujung – ujung kelas interval
 - B. Batang – batangnya saling berimpitan
 - C. Sumbu datarnya bisa juga titik tengah
 - D. Sumbu tegaknya berupa frekuensi
5. Hal – hal yang perlu diperhatikan dalam menggambarkan poligon frekuensi di bawah ini semua benar, kecuali:
- A. Sumbu tegaknya berupa frekuensi
 - B. Batang – batangnya saling berimpitan
 - C. Sumbu datarnya berupa ujung – ujung kelas interval
 - D. Sumbu datarnya bisa juga titik tengah

F. Rangkuman

1. Diagram batang adalah diagram yang digambarkan berdasarkan data berbentuk kategori.
2. Diagram garis adalah diagram yang digambarkan berdasarkan data waktu, biasanya waktu yang digunakan adalah tahun.
3. Diagram lingkaran adalah cara penyajian data dalam lingkaran sesuai dengan pengklasifikasian datanya.
4. Histogram adalah grafik yang digambarkan berdasarkan data yang sudah disusun dalam tabel distribusi frekuensi.
5. Apabila dari histogram, tengah – tengah tiap sisi atas dihubungkan satu sama lain dan hubungkan sisi atas pertama dengan setengah jarak dari panjang kelas yang diukukan ke kiri batas bawah kelas interval pertama, serta hubungkan sisi atas terakhir dengan setengah jarak dari panjang kelas yang diujurkan ke kanan, batas atas kelas interval terakhir, maka akan diperoleh poligon frekuensi.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Setelah Anda menyelesaikan soal-soal yang diberikan, periksalah kembali jawaban Anda. Cocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jumlah jawaban Anda yang benar, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda.

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{10} \times 100 \%$$

Arti tingkat penguasaan yang Anda capai :

90 % - 100 % = baik sekali

80 % - 89 % = baik

70 % - 79 % = sedang

0 % - 69 % = kurang

Bila tingkat penguasaan Anda 80 % ke atas, maka Anda dapat meneruskan dengan kegiatan belajar berikutnya. Akan tetapi bila tingkat penguasaan Anda kurang dari 80 % Anda harus mengulangi kegiatan belajar, terutama bagian yang belum Anda kuasai.

Kegiatan Pembelajaran 2

UKURAN PEMUSATAN DAN UKURAN PENYEBARAN

A. Tujuan

Setelah mempelajari kegiatan pembelajaran 1, Anda diharapkan mampu:

1. menentukan mean data tunggal dan data kelompok
2. menentukan median data tunggal dan data kelompok
3. menentukan modus data tunggal dan data kelompok
4. menentukan ukuran penyebaran data tunggal dan data kelompok

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Guru mampu

1. menentukan mean data tunggal dan data kelompok
2. menentukan median data tunggal dan data kelompok
3. menentukan modus data tunggal dan data kelompok
4. menentukan ukuran penyebaran data tunggal dan data kelompok

C. Uraian Materi

1. Ukuran Pemusatan

Ukuran pemusatan sering digunakan untuk memberikan informasi singkat dari suatu kumpulan data. Rata-rata nilai ulangan bahasa Indonesia siswa kelas VII di suatu kelas atau rata-rata kepemilikan sepeda motor setiap keluarga di suatu desa merupakan suatu contoh ukuran pemusatan data.

Ukuran pemusatan data merupakan ukuran numerik yang mempunyai kecenderungan terletak di tengah-tengah data. Suatu data biasanya mempunyai kecenderungan untuk terkonsentrasi atau terpusat pada ukuran pemusatan ini. Menurut Nugroho Budiyuwono dalam bukunya "Pelajaran Statistik untuk SMEA dan Sederajat, salah satu kegunaan ukuran pemusatan ini adalah untuk membandingkan suatu kelompok data dengan kelompok data yang lain. Ukuran pemusatan data yang

sering digunakan adalah mean(rata-rata), median, dan modus. Masing-masing ukuran pemusatan mempunyai keunggulan, kelemahan dan ketepatan penggunaannya tergantung kepada sifat dari data dan tujuannya.

Menurut Iryanti dalam "Pembelajaran Matematika SMA" bahwa mean, median dan modus memiliki pengertian yang sama tetapi dipergunakan dalam konteks yang berbeda-beda. Mungkin jika Anda pernah membaca surat kabar yang melaporkan bahwa "rata-rata kehilangan barang di daerah padat kos di suatu daerah "X" adalah kehilangan laptop. Berarti kata "rata-rata" disini bermakna sebagai yang paling sering terjadi disebut modus. Jika seorang siswa mengatakan bahwa nilai rata-rata dari 5 ulangan bahasa Indonesia adalah 7,5. Berarti makna dari kata "rata-rata" disini adalah mean. Jika seorang ibu mengatakan bahwa prestasi anaknya itu "rata-rata" saja atau "sedang-sedang" saja. Berarti makna kata "rata-rata" disini ditafsirkan sebagai median. Jadi perlu dipahami dalam kehidupan sehari-hari, jika ada orang mengatakan "rata-rata" maka harus diperhatikan konteks yang sedang dibicarakan karena mungkin saja yang dimaksud, mean, median atau modus.

Mean dapat digunakan ketika pada data terdapat nilai-nilai ekstrim yang besar maupun nilai-nilai yang kecil hampir tidak ada dalam arti nilai data banyak berada ditengah-tengah. Untuk data kategori (berskala nominal/ordinal) tidak dapat ditentukan nilai meannya.

Sedangkan median lebih cocok digunakan apabila data yang ada memiliki nilai yang berbeda-beda secara signifikan dalam arti data mempunyai banyak nilai ekstrim. Median sangat cocok digunakan pada data seperti itu karena tidak terpengaruh oleh perbedaan nilai data yang besar, karena median adalah nilai yang terletak ditengah-tengah setelah data diurutkan. Selanjutnya untuk modus lebih cocok digunakan untuk data kategori yaitu data nominal atau data ordinal. Data kategori adalah data yang bukan angka. Data nominal artinya tidak ada urutan yang lebih tinggi antara satu dengan yang lainnya. Sedangkan data ordinal adalah data kategori yang bisa diurutkan.

a. Mean

1). Mean data tunggal

Dalam waktu 15 hari sebuah toko dapat menjual wafer (dalam bungkus)

8 13 9 8 7 4 5 5
 7 4 5 9 10 6 5

Berapa rata-rata wafer terjual perharinya ?

$$\text{Rata-rata} = \frac{8+13+9+8+7+4+5+5+7+4+5+9+10+6+5}{15} = \frac{105}{15} = 7$$

Jadi rata-rata wafer perharinya terjual sebanyak 7 bungkus

$$\text{Mean} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad \text{atau} \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad \text{dengan} \quad \sum_{i=1}^n x_i = \text{jumlah nilai data}$$

n = banyak data, x_i = data ke- i

2). Mean data yang disajikan dalam tabel distribusi frekuensi

Ada lima(5) orang yang berpenghasilan Rp 3.000.000,00, tiga(3) orang berpenghasilan Rp 2.500.000,00 dan dua(2) orang yang berpenghasilan Rp 2.000.000,00 perbulannya. Berapa rata-rata penghasilan mereka perbulannya?

Tabel 2. 1 Tabel penghasilan dari data di atas

Penghasilan (x_i)	Frekuensi (f_i)	$f_i \cdot x_i$
3.000.000	5	15.000.000
2.500.000	3	7.500.000
2.000.000	2	4.000.000

Dengan menggunakan rumus rata-rata = $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$ maka diperoleh hasil

$$\text{sebagai berikut} = \frac{5 \times 3.000.000 + 3 \times 2.500.000 + 2 \times 2.000.000}{10} = 2.650.000.$$

Rata-rata penghasilan mereka perbulannya adalah Rp 2.650.000,00.

Perhatikan contoh berikut ini.

Delapan orang di suatu RT di desa tertentu, penghasilannya setiap bulan adalah dalam jutaan rupiah sebagai berikut:

Tabel 2. 2Tabel penghasilan setiap bulan dari 8 orang di suatu RT

Nama	Penghasilan(juta rupiah)
Pak Amin	2
Pak Beni	2
Pak Catur	3
Pak Didik	3
Pak Emon	3
Pak Fauzi	3
Pak Gatot	3
Pak Hary	41

Rata-rata penghasilan delapan orang tersebut adalah

$$\text{Rata - rata} = \frac{2+2+3+3+3+3+3+41}{8} = 7,5$$

Jadi rata-rata penghasilan delapan orang tersebut adalah 7,5 juta rupiah.

Dengan menggunakan rumus mean penghasilan delapan orang tersebut kurang mewakili 7 orang yang penghasilannya 3 juta rupiah kebawah. Disini terjadi jarak penghasilan yang ekstrim. Untuk kasus pada contoh di atas sebaiknya tidak digunakan nilai mean sebagai wakil dari delapan orang tersebut, tetapi sebaiknya digunakan median sebagai wakil dari delapan orang tersebut. Dengan alasan menggunakan median lebih mewakili penghasilan dari 8 orang di suatu RT tersebut. Mean data yang disajikan dalam tabel distribusi frekuensi tunggal, dengan

menggunakan rumus berikut ini: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$ dengan f_i adalah frekuensi untuk

nilai x_i dan x_i adalah data ke- i

3). Mean data yang disajikan dalam tabel distribusi frekuensi kelompok dapat dicari dengan menggunakan cara langsung atau dengan menggunakan rata-rata sementara

a). menggunakan cara langsung

Tentukan mean dari nilai matematika 30 siswa kelas IX dalam tabel 2(3) berikut

Nilai Matematika	Frekuensi (f_i)	Titik tengah interval kelas (x_i)	$f_i \cdot x_i$
40 - 49	4	44,5	178
50 - 59	6	54,5	327
60 - 69	10	64,5	645
70 - 79	4	74,5	298
80 - 89	4	84,5	338
90 - 99	2	94,5	189
	$\sum_{i=1}^6 f_i = 30$		$\sum_{i=1}^6 f_i x_i = 1975$

$$\text{Mean} = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{1975}{30} = 65,8$$

Rumus mean = $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$, dengan f_i adalah frekuensi untuk nilai x_i dan x_i adalah

titik tengah interval kelas ke- i .

b). Dengan menggunakan rata-rata sementara

Menentukan mean dengan menggunakan rata-rata sementara digunakan rumus:

$$\text{Mean} = T + \frac{\sum_i f_i s_i}{\sum_i f_i} \quad \text{dengan } T \text{ adalah rata-rata sementara dan } \sum_{i=1}^n f_i x_i \text{ adalah}$$

jumlah frekuensi \times simpangan

Langkah mencari mean dengan rata-rata sementara adalah sebagai berikut:

- Tentukan rata-rata sementara misal T
- Tentukan simpangan s_i dari rata-rata sementara

- Tentukan mean yaitu $T + \frac{\sum_i f_i s_i}{\sum_i f_i}$

b. Median

1). Median untuk data tunggal

Median adalah nilai tengah pada suatu kumpulan data yang telah disusun dari nilai terkecil hingga nilai terbesar. Median suatu data akan membagi data menjadi dua(2) bagian yang sama artinya 50 % dari data terletak diatas median sedangkan 50 % lainnya berada di bawah median. Median juga disebut sebagai ukuran letak karena letaknya membagi data menjadi dua(2) bagian.

Untuk menentukan median dari data tunggal dilakukan dengan cara:

- a). Urutkan data dari kecil ke besar, kemudian dicari nilai tengahnya

Misalkan banyak data adalah n.

Jika n adalah bilangan ganjil, maka median adalah nilai dari data yang terletak pada posisi di tengah yaitu data ke $\frac{n+1}{2}$.

Jika n adalah bilangan genap, maka median adalah rata-rata dari dua data yang terletak pada posisi paling tengah, yaitu rata-rata dari data ke $\frac{n}{2}$ dan data ke $\frac{n}{2} + 1$

- b). Jika banyak data besar, setelah diurutkan digunakan rumus seperti berikut ini:

- Untuk n ganjil $Me = x_{\frac{1}{2}(n+1)}$

- Untuk n genap $Me = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$

Tentukan median dari data yang terdapat dalam tabel 2(4) berikut

Nilai	2	3	4	5	6	7	8	9
Frekuensi	4	4	6	8	12	6	7	3

Penyelesaian:

Banyaknya data $n = 50$ (genap), dan karena data dalam tabel sudah urut untuk

mencari median digunakan rumus: $Me = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$

Sehingga diperoleh: $\frac{x_{25} + x_{26}}{2} = \frac{6 + 6}{2} = 6$

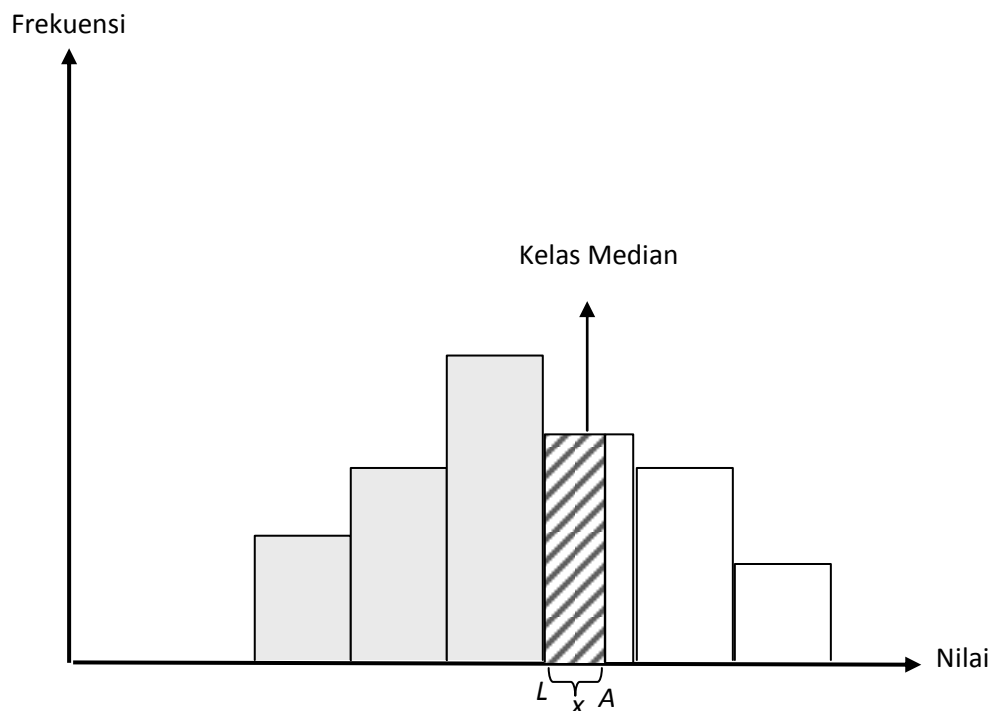
Median adalah suatu nilai tengah dari data yang telah diurutkan. Median dilambangkan dengan **Me**.

Jadi cara menafsirkan mediannya 6 adalah setelah data diurutkan mulai dari nilai terkecil maka 50 % dari data nilai tertinggi adalah 6 atau 50 % dari data nilai terendahnya adalah 6.

2). Median untuk data kelompok

Salah satu cara untuk menentukan median data yang sudah dikelompokkan dengan menggunakan histogram. Misal median dilambangkan dengan A yaitu setengah dari jumlah frekuensi. Kelas tempat dimana median terletak dinamakan kelas median.

Perhatikan gambar histogram berikut.



$A = \text{median}$

$L = \text{tepi bawah kelas median}$

Persegi panjang yang diarsir mewakili frekuensi dengan:

Jumlah luas persegi panjang warna abu-abu = f_k (jumlah frekuensi sebelum kelas median).

Jumlah luas persegi panjang warna abu-abu ditambah dengan luas persegi panjang yang diarsir adalah $= \frac{1}{2}n$ (setengah dari jumlah frekuensi)

Luas persegi panjang yang diarsir adalah $\frac{1}{2}n - f_k$

Dengan demikian median $= L + LA = L + x$

Kelas median mempunyai frekuensi f_{med} dan panjang interval kelas i .

Jadi,

$$\frac{x}{i} = \frac{\frac{1}{2}n - f_k}{f_{med}}$$
$$\Leftrightarrow x = \left(\frac{\frac{1}{2}n - f_k}{f_{med}}\right)i$$

Jadi rumus median adalah:

$$Me = L + \left(\frac{\frac{1}{2}n - f_k}{f_{med}}\right).i$$

L = tepi bawah kelas median

n = jumlah frekuensi

f_k = jumlah frekuensi sebelum kelas median

f_{med} = frekuensi kelas median

i = panjang interval kelas

Contoh

Tentukan median dari data 30 nilai matematika siswa kelas X dalam tabel 2(5) berikut.

Nilai Matematika	Frekuensi (f_i)
40 - 49	4
50 - 59	6
60 - 69	10
70 - 79	4
80 - 89	4
90 - 99	2
	$\sum_{i=1}^6 f_i = 30$

Penyelesaian

Setengah dari seluruh data (30) = 15 . Jadi median akan terletak di kelas $60 - 69$.

Oleh karena itu kelas median adalah kelas $60 - 69$.

Untuk tabel soal di atas

$$L = \text{tepi bawah kelas median} = 59,5$$

$$n = \text{jumlah frekuensi} = 30$$

$$f_k = \text{jumlah frekuensi sebelum kelas median} = 4 + 6 = 10$$

$$f_{med} = \text{frekuensi kelas median} = 10$$

$$i = \text{panjang interval kelas} = (69 - 60) + 1 = 10$$

$$Me = L + \left(\frac{\frac{1}{2}n - f_k}{f_{med}} \right) \cdot i = 59,5 + \left(\frac{15 - 10}{10} \right) \cdot 10 = 59,5 + 5 = 64,5$$

c. Modus

1). Modus dari data tunggal

Modus adalah nilai dari data yang mempunyai frekuensi tertinggi. Modus dilambangkan dengan *Mo*. Jika suatu data mempunyai satu modus disebut unimodus dan bila memiliki dua modus disebut bimodus, sedangkan jika memiliki lebih dari dua modus disebut multimodus.

Modus tidak dihitung dari keseluruhan nilai data, seperti dalam menentukan mean(rata-rata). Misalkan jika terdapat 5 nilai data yaitu 2, 4, 7, 7, 8. Modusnya adalah 7. Jumlah nilai data bukan $7 \times 5 = 35$, melainkan $2 + 4 + 7 + 7 + 8 = 28$.

Modus tidak dipengaruhi oleh nilai data yang ekstrim. Misal dari 5 data di atas diubah bilangan 8 menjadi 500 sehingga 5 data menjadi 2, 4, 7, 7, 500 maka modusnya juga 7.

Di dalam menggunakan modus sebagai interpretasi kepentingan, diperlukan pertimbangan yang matang.

Contoh:

Tabel 2(6)

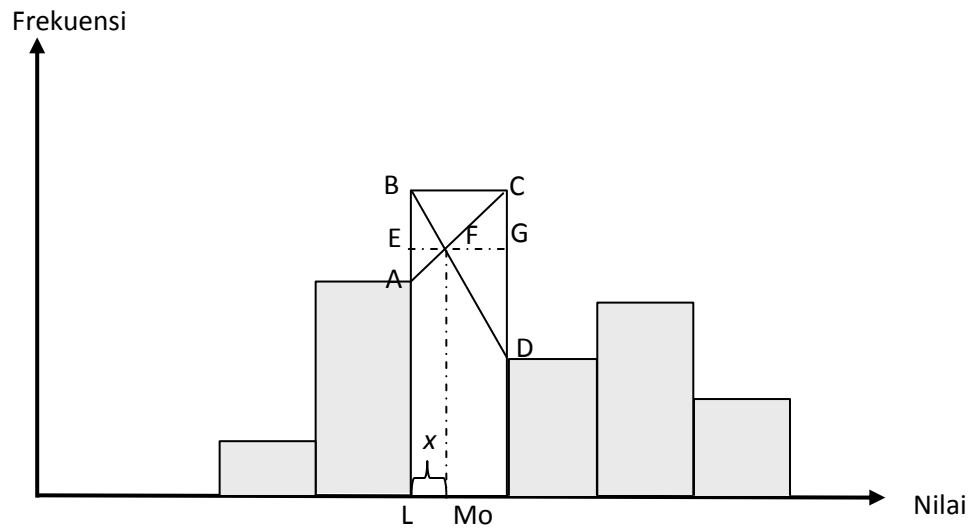
Tabel berikut ini adalah data nilai ulangan Bahasa Inggris dari 30 siswa kelas X:

Nilai Ulangan Bahasa Inggris	Frekuensi
4	4
5	10
6	14
7	6
8	6
9	6

Berdasarkan tabel di atas, nilai ulangan bahasa Inggris yang mempunyai frekuensi tertinggi adalah nilai 6.

Jadi modus dari data nilai ulangan bahasa Inggris 30 siswa kelas X adalah 6

2). Modus dari data yang sudah dikelompokkan



Perhatikan histogram diatas. Tinggi persegi panjang frekuensi (f) dan lebarnya menyatakan panjang interval kelas (i).

Persegi panjang yang paling tinggi adalah kelas modus karena frekuensinya tertinggi. Kelas ini mempunyai tepi bawah kelas L dan modus data (Mo) dihitung sebagai berikut:

$$Mo = L + x = L + EF.$$

Untuk mencari nilai EF perhatikan dua segitiga sebangun ABF dan DCF .

$$AB = \text{frekuensi kelas modus} - \text{frekuensi kelas sebelum kelas modus} = d_1$$

$$CD = \text{frekuensi kelas modus} - \text{frekuensi kelas setelah kelas modus} = d_2$$

$$EF + FG = i$$

$$\frac{EF}{AB} = \frac{FG}{CD}$$

$$\Leftrightarrow \frac{EF}{d_1} = \frac{(i - EF)}{d_2}$$

$$\Leftrightarrow d_2 EF = d_1(i - EF)$$

$$\Leftrightarrow (d_1 + d_2) EF = d_1 i$$

$$\Leftrightarrow EF = \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right).i$$

Sehingga diperoleh, $Mo = L + x = L + EF = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right).i$

dengan,

Mo = modus

L = tepi bawah kelas modus

d_1 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sebelumnya

d_2 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sesudahnya

i = panjang interval kelas

Contoh

Tentukan modus dari 30 nilai matematika siswa kelas X dalam tabel 2(7)berikut.

Nilai Matematika	Frekuensi (f_i)
40 - 49	4
50 - 59	6
60 - 69	10
70 - 79	4
80 - 89	4
90 - 99	2
	$\sum_{i=1}^6 f_i = 30$

Penyelesaian:

Kelas modus adalah kelas yang mempunyai frekuensi tertinggi, yaitu kelas 60 - 69

L = tepi bawah kelas modus = 59,5

d_1 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sebelumnya = 10 - 6 = 4

d_2 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sesudahnya = 10 - 4 = 6

i = panjang interval kelas = 10

$$\text{Modus} = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right).i = 59,5 + \left(\frac{4}{4 + 6}\right).10 = 59,5 + 4 = 63,5$$

Contoh

Tentukan modus dari 30 nilai matematika siswa kelas X dalam tabel 2(8) berikut.

Nilai Matematika	Frekuensi (f_i)
40 – 49	2
50 – 59	4
60 – 69	10
70 – 79	10
80 – 89	3
90 – 99	1
	$\sum_{i=1}^6 f_i = 30$

Penyelesaian

Karena terdapat dua(2) kelas yang mempunyai frekuensi tertinggi maka dapat dipilih salah satu kelas modul. Kelas modus adalah kelas yang mempunyai frekuensi tertinggi. Misal diambil kelas modulusnya adalah kelas 60 – 69

$$L = \text{tepi bawah kelas modus} = 59,5$$

$$d_1 = \text{selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sebelumnya} = 10 - 4 = 6$$

$$d_2 = \text{selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sesudahnya} = 10 - 10 = 0$$

$$i = \text{panjang interval kelas} = 10$$

$$\text{Modus} = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) \cdot i = 59,5 + \left(\frac{6}{6 + 0}\right) \cdot 10 = 59,5 + 10 = 69,5.$$

Apabila kita ambil kelas modulusnya adalah kelas 70 – 79, maka

$$L = \text{tepi bawah kelas modus} = 69,5$$

$$d_1 = \text{selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sebelumnya} = 10 - 10 = 0$$

$$d_2 = \text{selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sesudahnya} = 10 - 3 = 7$$

$$i = \text{panjang interval kelas} = 10$$

$$\text{Modus} = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) \cdot i = 69,5 + \left(\frac{0}{0 + 7}\right) \cdot 10 = 69,5 + 0 = 69,5.$$

Ternyata diperoleh kelas modulusnya adalah sama yaitu 69,5 walaupun diambil kelas modus 60 – 69 maupun kelas modus 70 – 79

2. Ukuran Penyebaran

Ukuran penyebaran memberikan gambaran seberapa besar data individual menyebar terhadap ukuran pemusatannya. Data yang bersifat homogen akan mempunyai penyebaran (dispersi) yang kecil, sedang data yang bersifat heterogen penyebarannya akan lebih besar.

Kegunaan dari ukuran penyebaran adalah untuk menentukan apakah suatu nilai rata-rata dapat mewakili suatu kelompok data atau tidak. Untuk itu dapat dilihat besarnya penyebaran. Macam-macam ukuran penyebaran diantaranya jangkauan (range/rentang), simpangan baku (deviasi standar), ragam (variansi) dan simpangan kuartil.

a. Jangkauan (range/rentang)

1) Jangkauan data tunggal

$$J = \text{nilai data terbesar} - \text{nilai data terkecil}$$

Jangkauan merupakan ukuran penyebaran yang paling sederhana dari ukuran penyebaran yang lainnya. Nilai jangkauan ini berguna dengan baik untuk data yang ukurannya kecil.

Misal diberikan suatu pengujian dua merek kompor gas A dan B untuk mengetahui berapa lama ketahanan *sparepart* (onderdil) dari setiap merek. Dimana dilakukan pengujian lima kompor gas setiap merek. Diperoleh data pengamatan (dalam bulanan) sebagai berikut:

Merek A (bulan)	Merek B (bulan)
12	30
30	35
50	50
40	45
62	25

Kompor gas merek A memiliki jangkauan = $62 - 12 = 50$. Sedangkan kompor gas merek B memiliki jangkauan = $50 - 25 = 25$. Dari penghitungan jangkauan dari kompor gas merek A dan kompor gas merek B, dapat ditafsirkan bahwa kompor gas merek A memiliki ukuran penyebaran yang tidak lebih baik dari pada kompor gas merek B.

2) Jangkauan dari data yang dikelompokkan

Untuk data yang dikelompokkan nilai jangkauan dapat dihitung dengan dua cara

- Cara pertama
 $J = \text{nilai titik tengah kelas tertinggi} - \text{nilai titik tengah kelas terendah}$
- Cara kedua
 $J = \text{batas atas kelas tertinggi} - \text{batas bawah kelas terendah}$

Contoh:

Tentukan jangkauan dari data 30 nilai matematika siswa kelas X dalam tabel 2(9) berikut:

Nilai Matematika	Frekuensi (f_i)
40 - 49	4
50 - 59	6
60 - 69	10
70 - 79	4
80 - 89	4
90 - 99	2

Penyelesaian:

- Cara pertama
 Titik tengah kelas terendah = 45,5
 Titik tengah kelas tertinggi = 95,5

$$J = 95,5 - 45,5 = 50$$

- Cara kedua

$$J = 99,5 - 39,5 = 60$$

b. Simpangan baku(deviasi standar)

Suatu kelompok data dikatakan homogen atau tidak bervariasi kalau semua nilai dari kelompok tersebut sama dan dikatakan sangat heterogen kalau nilai-nilainya dari kelompok data tersebut sangat berbeda satu sama lain. Untuk mengukur tingkat homogenitas atau tingkat variasi tersebut digunakan simpangan baku. Sehingga simpangan baku dapat dipergunakan untuk membandingkan suatu kumpulan data dengan kumpulan data lainnya. Simpangan baku dilambangkan dengan s .

Untuk memberikan gambaran tentang simpangan baku, perhatikan contoh berikut ini:

Terdapat 3 kelompok karyawan suatu perusahaan dimana Y adalah gaji dalam juta rupiah.



Kelompok I



Kelompok II



Kelompok III

<https://www.google.co.id/search?hl=id&site..>

Karyawan	Besarnya Gaji Kelompok I (Y)	Besarnya Gaji Kelompok II (Y)	Besarnya Gaji Kelompok III (Y)
A	5	6	10
B	5	5	2
C	5	4	1
D	5	3	4
E	5	7	8
Jumlah	25	25	25
Rata-rata	5	5	5

Walaupun rata-rata gaji karyawan dari kelompok I, II dan III masing-masing kelompok adalah sebesar 5 juta rupiah, akan tetapi rata-rata dari kelompok I mewakili kelompok I dengan sempurna, sedangkan rata-rata kelompok II agak mewakili dengan cukup sebab nilai gaji mendekati 5 juta rupiah dan rata-rata kelompok III tidak mewakili kelompok tersebut. Nilai rata-rata sangat dipengaruhi nilai ekstrim(besar sekali atau kecil sekali).

Untuk melihat tingkat homogen dari kelompok data tersebut, dihitung dengan menggunakan simpangan baku.

1). Simpangan baku data tunggal dirumuskan:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{atau} \quad s = \sqrt{\frac{n(\sum_{i=1}^n x_i^2) - (\sum_{i=1}^n \bar{x})^2}{n^2}}$$

dengan x_i = data ke- i

2). Simpangan baku dari data yang dikelompokkan dirumuskan

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{atau} \quad s = \sqrt{\frac{n(\sum_{i=1}^n x_i^2) - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n^2}}$$

dengan x_i = titik tengah interval kelas i

Diantara ukuran peyebaran yang paling banyak digunakan adalah simpangan baku. Jika suatu data sangat bervariasi dalam arti nilai-nilai dalam data tersebut cukup jauh dari meannya maka akan dihasilkan simpangan baku yang relatif cukup besar. Simpangan baku dan mean sering digunakan untuk membandingkan dua obyek, yang dimuat dalam suatu rumus yang disebut angka baku(z-score). $z = \frac{x - \text{rata-rata}}{s}$

Perhatikan contoh berikut ini

Andi mendapat nilai fisika 84 dan nilai matematika 73. Nilai rata-rata ulangan fisika 75 dengan simpangan baku 10. Nilai rata-rata ulangan matematika adalah 65 dengan simpangan baku 9. Pada mata pelajaran mana kedudukan Andi lebih baik
Penyelesaian untuk menafsirkan permasalahan tersebut di atas dihitung

$$Z_{fis} = \frac{X_{fis} - \text{rata-rata}}{s_{fis}} = \frac{84 - 75}{10} = 0,9$$

$$Z_{mat} = \frac{X_{mat} - \text{rata-rata}}{s_{rata-rata}} = \frac{73 - 65}{9} = 0,89$$

Karena $Z_{fis} > Z_{mat}$ maka Andi lebih baik pada mata pelajaran fisika dari pada mata pelajaran matematika

c. Ragam atau variansi

Ragam atau variansi dilambangkan dengan s^2

1). Ragam atau variansi data tunggal, dirumuskan:

$$s^2 = \frac{n(\sum_{i=1}^n x_i^2) - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n^2} \quad \text{atau} \quad s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

dengan x_i = data ke- i

2). Ragam atau variansi dari data yang sudah dikelompokkan, dirumuskan

$$s^2 = \frac{n(\sum_{i=1}^n x_i^2) - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n^2} \quad \text{atau} \quad s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

dengan x_i = titik tengah interval kelas i

D. Aktivitas Pembelajaran

Pada bagian aktivitas ini, para peserta diklat akan menyelesaikan aktivitas pembelajaran berupa lembar kegiatan (LK) yang memberikan pengalaman belajar untuk memahami materi di atas. Untuk membantu menyelesaikan LK bacalah bahan uraian materi apabila dirasa masih kurang dapat menambah dengan sumber belajar yang ada di lingkungan bapak/ibu.

LK-1

Nilai rata-rata ulangan matematika 15 siswa adalah 6,6. Bila nilai Dinda disertakan, maka nilai rata-ratanya menjadi 6,7. Nilai Dinda dalam ulangan matematika tersebut adalah ...

LK-2

Perhatikan tabel berikut

Nilai	Frekuensi
5	2
6	4
7	6
8	7
9	5
10	1

Median dari data pada tabel adalah...

LK-3

Data nilai ulangan matematika beberapa siswa sebagai berikut: 64, 67, 55, 71, 62, 67, 71, 67, 55, 55, 64

Modus dari data tersebut adalah

LK-4

Tentukan modus dari tabel distribusi frekuensi berikut

Nilai Ulangan Matematika	Frekuensi
38-42	3
43-47	5
48-52	10
53-57	15
58-62	5
63-67	2
Jumlah	40

LK-5

Rata-rata nilai ulangan matematika dari 10 siswa adalah 6,25. Jika nilai Elma ditambahkan rata-ratanya menjadi 6,4. Tentukan nilai Elma?

LK-6

Rata-rata nilai ulangan matematika di kelas IX B adalah 6,1. Karena pandai, salah seorang siswa memiliki nilai matematika 8, dipindah ke kelas IX A. Rata-rata nilai ulangan matematika di kelas IX B sekarang adalah 6. Berapakah banyaknya siswa di kelas IX B sebelum siswa yang pandai dipindah ?

LK-7

Suatu data memiliki rata-rata 16 dan jangkauan 6. Jika setiap nilai di dalam data tsb dikalikan q , kemudian dikurangi p maka diperoleh data baru dengan rata-rata 20 dan jangkauannya 9. Tentukan nilai $2p+q$.

LK-8

Carilah dari berbagai sumber belajar kelebihan dan kelemahan dari mean.

LK-9

Carilah dari berbagai sumber belajar kelebihan dan kelemahan dari median.

LK-10

Carilah dari berbagai sumber belajar kelebihan dan kelemahan dari modus.

LK-11

Dapatkah terjadi nilai mean sama dengan nilai median sama dengan nilai modus. Jelaskan.

LK-12

Jika seseorang berbicara nilai yang rentangnya dari 0 sampai dengan 100 bagaimana menafsirkan jangkauannya adalah 65?

LK-13

Tentukan modus dari tabel distribusi frekuensi berikut

Nilai Ulangan Matematika	Frekuensi
38-42	3
43-47	5
48-52	10
53-57	15
58-62	5
63-67	2
Jumlah	40

LK-14

Diketahui berat badan 40 siswa dalam kg adalah sebagai berikut ini.

45 65 50 55 45 65 50 45 55 65
50 50 45 50 55 50 55 55 60 55
55 55 50 55 50 45 45 60 65 50
60 65 55 45 65 65 65 60 45 50

- Buatlah tabel distribusi frekuensinya
- Tentukan modus, median dan rata-ratanya kemudian bandingkan ketiga nilai ini.

LK-15

Diketahui data 21, 20, x , 32, 26, 27, y , 21, 23, 27. Modus data tersebut adalah 27 dan median adalah 25. Jika $x < y$, maka nilai x adalah

E. Latihan/Kasus/Tugas

Bacalah kegiatan di bawah ini kemudian kerjakan tugasnya. Untuk membantu menyelesaikannya lihat pada uraian materi.

- Diketahui data 22, 20, 32, 26, 27, 22, 23, 27, x dan y . Diketahui pula bahwa modus data tersebut adalah 27 dan median adalah 25. Tentukan nilai x dan y jika $x > y$.
- Bilangan-bilangan 6, 8, a , 6, b , c , 4 memiliki rata-rata 5 dan modus Carilah nilai-nilai *dari* a , b , dan c , kemudian tentukan median dari ke tujuh bilangan itu
- Dari data nilai matematika 30 siswa kelas X dalam tabel di bawah ini, akan dicari mean(rata-rata) dengan menggunakan rata-rata sementara.

Nilai Matematika	Frekuensi (f_i)
40 - 49	2
50 - 59	5
60 - 69	10
70 - 79	6
80 - 89	4
90 - 99	3
Jumlah	30

- Diketahui bilangan-bilangan 10, 3, x , 4, 10, y , 4, 12 memiliki nilai rata-rata 7. Tentukan nilai $x + y$, Jika modus dari bilangan-bilangan itu adalah 4 serta tentukan x , y dan mediannya.

F. Rangkuman

Ukuran pemusatan data adalah suatu nilai yang dapat mewakili data tersebut. Suatu data biasanya mempunyai kecenderungan untuk terkonsentrasi atau terpusat pada

nilai pemusatan ini. Ukuran statistik yang menjadi pusat dari data dan dapat memberikan gambaran singkat tentang data disebut ukuran pemusatan data. Ukuran pemusatan data diantaranya adalah mean(rata-rata), median dan modus. Ukuran penyebaran memberikan gambaran seberapa besar data menyebar dari titik pemusatan. Ukuran penyebaran yang dibahas dalam modul ini meliputi jangkauan (range/rentang), simpangan baku(deviasi standar), dan ragam(variansi).

G. Umpan Balik dan Tindak lanjut

Dalam skala 0-100, kriteria penilaian keberhasilan Anda mengerjakan tugas kegiatan pembelajaran 1 sebagai berikut.

Nomor Soal	Kriteria	Skor
1.	Benar dalam menentukan nilai x dan y	4
2.	Benar dalam menentukan nilai a, b dan c serta nilai median	9
3.	Benar dalam menentukan rata-rata sementara	6
4.	Benar dalam menentukan $x + y, x, y$ serta median	8

$$\text{Nilai} = \frac{\text{totalskor}}{27} \times 100$$

Anda dinyatakan tuntas mengikuti kegiatan pembelajaran 1, apabila memperoleh nilai lebih dari 80. Jika Anda telah mencapai nilai minimal ketuntasan ini, silahkan melanjutkan ke kegiatan pembelajaran 1. Jika Anda belum mencapainya, jangan menyerah dan teruslah berusaha. Silahkan mengidentifikasi kesulitan Anda kemudian mencari penyelesaiannya dengan membaca ulang modul ini, bertanya kepada fasilitator, rekan sejawat di MGMP, atau mencari literatur lain.

Kegiatan Pembelajaran 3

PELUANG SUATU KEJADIAN

A. Tujuan

Setelah mempelajari kegiatan pembelajaran ini, Anda diharapkan mampu menentukan peluang suatu kejadian dari suatu percobaan.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Indikator pencapaian kompetensi pada Kegiatan Pembelajaran ini adalah pembaca mampu:

1. Menentukan ruang sampel suatu percobaan.
2. Menentukan contoh kejadian suatu percobaan.
3. Menentukan peluang suatu kejadian dengan pendekatan frekuensi relatif.
4. Menentukan peluang suatu kejadian dengan pendekatan teori klasik.

C. Uraian Materi

Pengantar peluang

Teori peluang merupakan dasar dari teori statistika. Teori peluang muncul dari inspirasi para penjudi yang berusaha mencari informasi bagaimana kesempatan mereka untuk memenangkan suatu permainan judi. Girolamo Cardano (1501-1576), adalah orang pertama yang menuliskan analisis matematika dari masalah-masalah dalam permainan judi. Dasar-dasar teori peluang modern berasal dari penelitian Blaise Pascal dan Pierre de Fermat. Kemudian muncullah teori peluang dari kedua orang tersebut.

Walaupun teori peluang awalnya lahir dari masalah peluang memenangkan permainan judi, tetapi teori ini segera menjadi cabang matematika yang digunakan secara luas. Teori ini meluas penggunaannya dalam bisnis, meteorologi, sains, dan industri. Misalnya perusahaan asuransi jiwa menggunakan peluang untuk menaksir

berapa lama seseorang mungkin hidup; dokter menggunakan peluang untuk memprediksi kesuksesan sebuah pengobatan; ahli meteorologi menggunakan peluang untuk kondisi-kondisi cuaca; peluang juga digunakan untuk memprediksi hasil-hasil sebelum pemilihan umum; peluang juga digunakan PLN untuk merencanakan pengembangan sistem pembangkit listrik dalam menghadapi perkembangan beban listrik di masa depan, dan lain-lain.

Pengertian ruang sampel, titik sampel, dan kejadian

Peluang suatu kejadian adalah angka yang menunjukkan seberapa besar kemungkinan suatu kejadian akan terjadi. Nilai peluang yang rendah menunjukkan bahwa kemungkinan suatu peristiwa akan terjadi sangat kecil. Sebaliknya jika nilai peluang tinggi (mendekati 1) maka kemungkinan besar suatu peristiwa akan terjadi.

Konsep peluang berhubungan dengan pengertian percobaan yang memberikan “hasil” yang berkemungkinan (tidak pasti). Artinya percobaan yang dilakukan berulang-ulang dalam kondisi yang sama akan memberikan “hasil” yang mungkin berbeda-beda. Percobaan diartikan sebagai prosedur yang dijalankan pada kondisi tertentu, dimana prosedur tersebut dapat diulang-ulang sebanyak mungkin pada kondisi yang sama.

Definisi

- a. Ruang sampel adalah himpunan semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan. Ruang sampel ditulis dengan lambang S .
- b. Elemen dari ruang sampel dinamakan titik sampel.
- c. Kejadian adalah himpunan bagian suatu ruang sampel. Kejadian ditulis dengan lambang A, B, C, \dots
- d. Kejadian sederhana adalah kejadian yang hanya memuat satu titik sampel sedang kejadian majemuk adalah kejadian yang memuat lebih dari satu titik sampel.

Contoh.

1. Percobaan : Melempar sebuah dadu satu kali.
Hasil yang diamati : Banyaknya mata dadu yang tampak di atas.
Ruang sampel : $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
Titik sampel : 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Jika A menunjukkan kejadian muncul mata dadu 1, maka $A = \{1\}$.

Jika B menunjukkan kejadian muncul mata dadu 2, maka $B = \{2\}$.

Jika C menunjukkan kejadian muncul mata dadu genap, maka $C = \{2, 4, 6\}$.

A , dan B merupakan kejadian sederhana, sedangkan C merupakan kejadian majemuk.

2. Percobaan : Melempar sebuah dadu satu kali.

Hasil yang diamati : Banyaknya mata dadu yang tampak di atas adalah genap atau ganjil.

Ruang sampel : $S = \{\text{genap, ganjil}\}$.

Titik sampel : genap, ganjil.

Jika A menunjukkan kejadian muncul mata dadu 1, maka $A = \{\text{ganjil}\}$.

Jika B menunjukkan kejadian muncul mata dadu 2, maka $B = \{\text{genap}\}$.

3. Percobaan : Melambungkan mata uang logam 1 kali.

Hasil yang diamati : Sisi mata uang yang tampak di atas.

Ruang sampel : $S = \{A, G\}$.

Titik sampel : A, G.

Jika D menunjukkan kejadian tampak sisi angka, maka $D = \{A\}$.

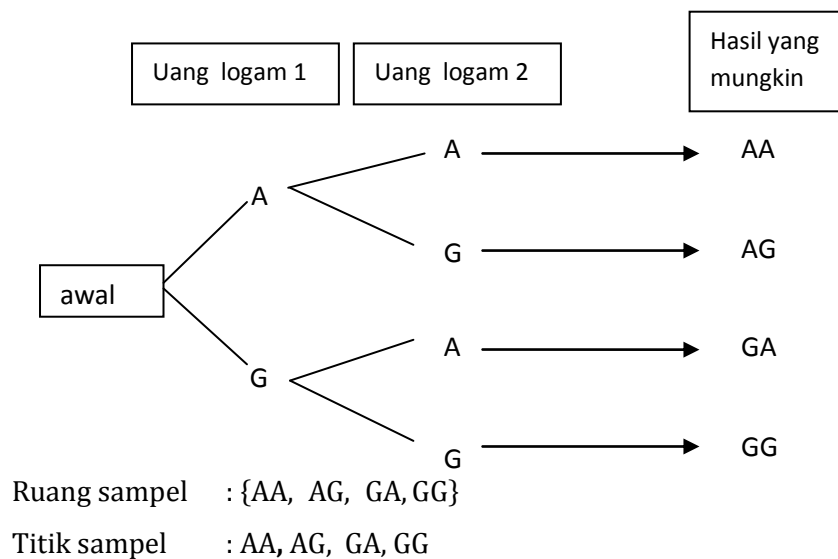
Jika E menunjukkan kejadian tampak sisi gambar, maka $E = \{G\}$.

4. Percobaan: Melambungkan dua buah uang logam 1 kali.

Hasil : Sisi mata uang yang tampak di atas.

Hasil yang mungkin muncul dapat dinyatakan dengan cara:

a. Dengan diagram pohon.



Jika F menunjukkan kejadian muncul sisi angka minimal satu kali, maka

$$F = \{AA, AG, GA\}$$

Jika G menunjukkan kejadian muncul sisi angka tepat satu kali, maka $G = \{AG, GA\}$

F dan G merupakan kejadian majemuk

b. Dengan tabel.

	Uang logam 2	A	G
Uang logam 1			
A		AA	AG
G		GA	GG

Ruang sampel : $\{AA, AG, GA, GG\}$

Titik sampel : AA, AG, GA, GG

Semua kejadian merupakan himpunan bagian dari ruang sampel suatu percobaan termasuk seluruh ruang sampelnya S dan himpunan kosong \emptyset , yaitu himpunan yang tidak mempunyai elemen. S dinamakan kejadian yang pasti karena selalu terjadi sedangkan \emptyset kejadian yang tidak mungkin, karena tidak mungkin terjadi. Kejadian-kejadian baru dapat dibentuk dari kejadian-kejadian yang sudah ada dengan menggunakan tiga operasi antar himpunan yaitu gabungan (union), irisan (interseksi), dan komplemen, yang timbul dari penggunaan kata-kata “atau”, “dan”, dan “tidak”.

Definisi

- a. Gabungan (union) dua kejadian A dan B , ditulis $A \cup B$ adalah himpunan semua elemen yang ada di dalam A atau di dalam B
- b. Irisan (interseksi) dua kejadian A dan B , ditulis $A \cap B$, adalah himpunan semua elemen yang ada di dalam A dan di dalam B .
- c. Komplemen suatu kejadian A , ditulis A^c adalah himpunan semua elemen yang tidak di dalam A .

Contoh:

1. Percobaan: Melempar sebuah dadu satu kali.

Hasil : Banyaknya mata dadu yang tampak di atas

Ruang sampel : $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Jika $A = \{1\}$ dan $B = \{2\}$ maka $A \cup B = \{1, 2\}$

Disini $A \cup B$ menunjukkan kejadian muncul mata dadu 1 atau mata dadu 2.

2. Percobaan: Melambungkan dua buah uang logam 1 kali

Hasil : Sisi mata uang yang tampak di atas

Ruang sampel : $\{AA, AG, GA, GG\}$

F menunjukkan kejadian muncul sisi angka minimal satu kali atau

$F = \{AA, AG, GA\}$

G menunjukkan kejadian muncul sisi gambar minimal satu kali, atau

$G = \{AG, GA, GG\}$

Maka $F \cap G = \{AG, GA\}$

Disini $F \cap G$ menunjukkan kejadian muncul sisi angka minimal satu kali dan muncul sisi gambar minimal 1 kali.

3. Percobaan: Melempar sebuah dadu satu kali.

Hasil : Banyaknya mata dadu yang tampak di atas

Ruang sampel : $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Titik sampel : 1, 2, 3, 4, 5, 6

A menunjukkan kejadian muncul mata dadu ganjil atau $A = \{1, 3, 5\}$

Maka $A' = \{2, 4, 6\}$.

Disini A' menunjukkan kejadian muncul mata dadu genap.

Dua kejadian yang tidak beririsan dikatakan saling lepas.

Definisi

Dua kejadian A dan B adalah saling lepas jika $A \cap B = \emptyset$

Contoh.

Percobaan : Melempar sebuah dadu satu kali.

Hasil : Banyaknya mata dadu yang tampak di atas

Ruang sampel : $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Jika $A = \{1\}$ dan $B = \{2\}$ maka $A \cap B = \emptyset$

Disini kejadian A dan B saling lepas.

Teori peluang untuk ruang sampel berhingga menetapkan suatu himpunan bilangan yang dinamakan *bobot*, bernilai dari nol sampai 1, sehingga kemungkinan terjadinya suatu kejadian dapat dihitung. Setiap titik sampel pada ruang sampel dikaitkan dengan bobot sedemikian rupa sehingga jumlah bobot sama dengan 1. Jika kita yakin bahwa suatu titik sampel tertentu kemungkinan besar akan terjadi maka bobotnya seharusnya dekat dengan 1. Sebaliknya jika titik sampel tertentu kemungkinan terjadinya kecil sekali maka bobotnya harusnya mendekati nol. Pada beberapa percobaan, setiap titik sampel mempunyai kesempatan yang sama untuk muncul sehingga diberi bobot yang sama. Titik sampel di luar ruang sampel diberi bobot nol.

Definisi

Peluang suatu kejadian A adalah jumlah bobot semua titik sampel termasuk A . Jadi

$$0 \leq P(A) \leq 1, P(\emptyset) = 0, \text{ dan } P(S) = 1,$$

$P(S) = 1$ artinya suatu kejadian yang pasti terjadi. Sedangkan $P(\emptyset) = 0$ adalah suatu kejadian yang tidak mungkin terjadi. Peluang dalam dua nilai ekstrim ini jarang terjadi. Yang sering terjadi adalah diantaranya.

Contoh.

1. Sekeping mata uang dilempar dua kali. Berapa peluang sekurang-kurangnya sisi gambar muncul sekali?

Penyelesaian.

Ruang sampel bagi percobaan ini adalah

$$S = \{AA, AG, GA, GG\}$$

Bila mata uang itu setimbang, kejadian setiap titik sampel mempunyai peluang yang sama untuk terjadi. Dengan demikian, kita berikan bobot yang sama w pada setiap titik sampel. Maka $4w=1$ atau $w = \frac{1}{4}$. Jika B adalah kejadian bahwa sekurang-kurangnya sisi gambar muncul sekali maka $P(B) = \frac{3}{4}$

2. Suatu dadu diberati sedemikian rupa sehingga kemungkinan muncul mata dadu genap dua kali lebih besar daripada kemungkinan muncul mata dadu ganjil. Jika E adalah kejadian munculnya mata dadu yang lebih kecil dari 4 dalam satu kali lemparan, hitung $P(E)$.

Penyelesaian.

Ruang sampel dari percobaan ini adalah $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Misalkan bobot tiap mata dadu ganjil adalah b maka bobot tiap mata dadu genap adalah $2b$. Karena jumlah semua bobot 1 maka $3b + 3(2b) = 1$ atau

$9b = 1$ atau $b = \frac{1}{9}$. Jadi setiap mata dadu ganjil berbobot $\frac{1}{9}$ sedangkan setiap mata dadu genap berbobot $\frac{2}{9}$.

Jadi,

$$P(E) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

Bobot dapat dipandang sebagai peluang yang berkaitan dengan kejadian sederhana. Jika bobot tiap titik sampel tidak sama, maka untuk menghitung peluang tiap titik sampel menggunakan pendekatan frekuensi relatif. Sedangkan jika bobot tiap titik sampel sama maka untuk menghitung bobot tiap titik sampel kita menggunakan pendekatan teori klasik. Jika bobot tiap titik sampel tidak sama dan kejadian hanya terjadi beberapa kali saja, atau tidak ada informasi frekuensi relatifnya, maka untuk menentukan nilai peluang kejadian ditentukan berdasarkan keyakinan, perasaan, dan pengetahuan individu tentang suatu kejadian.

Pendugaan peluang yang tidak didasarkan bukti atau fakta disebut peluang subyektif. Nilai peluang suatu kejadian akan ditaksir berbeda-beda dari individu satu dan individu lain meskipun informasi awal yang diterima berkaitan informasi tersebut adalah sama. Pendekatan ini digunakan oleh orang-orang yang cukup berpengalaman di bidangnya dalam meramalkan suatu kejadian. Modul ini hanya membahas peluang kejadian berdasar pendekatan empiris dan pendekatan klasik.

Peluang kejadian dengan pendekatan frekuensi relatif.

Dari suatu percobaan yang dilakukan sebanyak n kali, ternyata kejadian A muncul sebanyak k kali, maka frekuensi relatif munculnya kejadian A adalah

$$F(A) = \frac{k}{n}$$

Jika n semakin besar dan menuju tak terhingga, maka nilai $F(A)$ akan cenderung konstan dan mendekati suatu nilai tertentu yang disebut dengan peluang munculnya kejadian A atau dapat ditulis sebagai

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k}{n}$$

Contoh.

Pada pelemparan satu buah dadu sebanyak 30 kali dan 600 kali diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 3. 1 Frekuensi relatif pelemparan sebuah dadu sebanyak 30 kali

Titik Sampel	Frekuensi	Frekuensi Relatif
1	4	$\frac{4}{30}$
2	5	$\frac{5}{30}$
3	4	$\frac{4}{30}$
4	7	$\frac{7}{30}$
5	4	$\frac{4}{30}$
6	6	$\frac{6}{30}$
Jumlah	30	1

Data pada tabel menunjukkan bahwa pada pelemparan satu buah dadu sebanyak 30 kali:

Peluang muncul mata dadu 1 adalah $\frac{4}{30} \approx 0,13$

Peluang muncul mata dadu 2 adalah $\frac{5}{30} \approx 0,17$

Peluang muncul mata dadu 3 adalah $\frac{4}{30} \approx 0,13$

Peluang muncul mata dadu 4 adalah $\frac{7}{30} \approx 0,23$

Peluang muncul mata dadu 5 adalah $\frac{4}{30} \approx 0,13$

Peluang muncul mata dadu 6 adalah $\frac{6}{30} = 0,2$

Tabel 3. 2 Frekuensi relatif pelemparan sebuah dadu sebanyak 600 kali

Titik Sampel	Frekuensi	Frekuensi Relatif
1	96	$\frac{96}{600}$
2	107	$\frac{107}{600}$
3	98	$\frac{98}{600}$
4	103	$\frac{103}{600}$
5	97	$\frac{97}{600}$
6	99	$\frac{99}{600}$
Jumlah	600	1

Sedangkan pada pelemparan satu buah dadu sebanyak 600 kali:

Peluang muncul mata dadu 1 adalah $\frac{96}{600} = 0,16$

Peluang muncul mata dadu 2 adalah $\frac{107}{600} \approx 0,18$

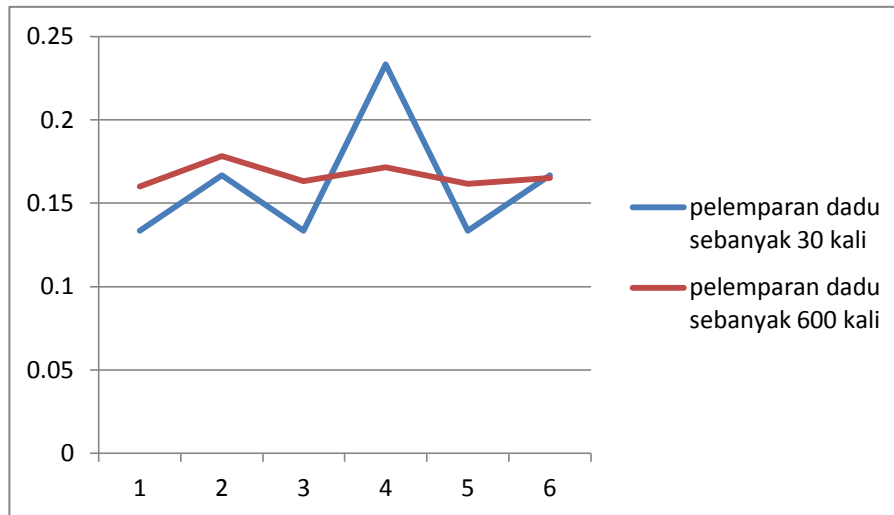
Peluang muncul mata dadu 3 adalah $\frac{98}{600} \approx 0,16$

Peluang muncul mata dadu 4 adalah $\frac{103}{600} \approx 0,17$

Peluang muncul mata dadu 5 adalah $\frac{97}{600} \approx 0,16$

Peluang muncul mata dadu 6 adalah $\frac{99}{600} = 0,165$

Data yang diperoleh digambarkan dalam bentuk grafik sebagai berikut.



Gambar 3.1.

Hasil pelemparan dadu sebanyak 30 kali dan 600 kali

Peluang kejadian dengan pendekatan definisi peluang klasik.

Jika kita melempar sekeping mata uang secara berulang-ulang, frekuensi relatif munculnya sisi gambar maupun sisi angka masing-masing akan mendekati $\frac{1}{2}$. Sehingga dapat dikatakan bahwa sisi gambar dan sisi angka mempunyai kesempatan yang sama. Namun pada beberapa percobaan yang lain, kita tidak bisa melakukan percobaan tersebut secara berulang-ulang. Pada kasus seperti ini pendekatan definisi peluang empirik tidak bisa digunakan. Oleh karena itu kita menggunakan pendekatan definisi peluang klasik.

Misalkan dalam suatu percobaan menyebabkan munculnya salah satu dari n hasil yang mempunyai kesempatan yang sama. Dari hasil n tersebut kejadian A muncul sebanyak k kali maka peluang munculnya kejadian A adalah

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

Dengan menggunakan konsep-konsep teori himpunan, teorema definisi klasik tersebut dapat dinyatakan sebagai

Misalkan S adalah ruang sampel dari suatu percobaan dengan setiap anggota S memiliki kesempatan muncul yang sama. Jika A merupakan himpunan bagian dari S , maka peluang kejadian A adalah

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

dengan

$n(A)$ menyatakan banyaknya anggota dalam himpunan kejadian A .

$n(S)$ menyatakan banyaknya anggota dalam himpunan ruang sampel S .

Contoh.

Pada pelambungan 3 buah mata uang sekaligus, tentukan peluang muncul:

- a. ketiganya sisi gambar;
- b. satu gambar dan dua angka.

Penyelesaian.

a. $S = \{AAA, AAG, AGA, GAA, AGG, GAG, GGA, GGG\}$

Maka $n(S) = 8$

Misal C adalah kejadian ketiganya sisi gambar

$C = \{GGG\}$, maka $n(C) = 1$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

b. Misal D adalah kejadian muncul satu gambar dan dua angka

$D = \{AAG, AGA, GAA\}$, maka $n(D) = 3$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

Jika kejadian A dalam ruang sampel S selalu terjadi maka $n(A) = n(S)$, sehingga peluang kejadian A adalah:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{n(S)}{n(S)} = 1$$

Contoh

Dalam pelemparan sebuah dadu, berapakah peluang munculnya angka-angka

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow n(S) = 6$$

A = munculnya angka-angka dibawah 10

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{6} = 1$$

Jika kejadian Adalam ruang sampel Stidak pernah terjadi sehingga $n(A) = 0$, maka peluang kejadian Aadalah

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0$$

Contoh.

Tentukan peluang kejadian muncul angka tujuh pada pelambungan sebuah dadu.

Penyelesaian.

Dalam pelemparansebuah dadu angka tujuh tidak ada, maka $n(A) = 0$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0.$$

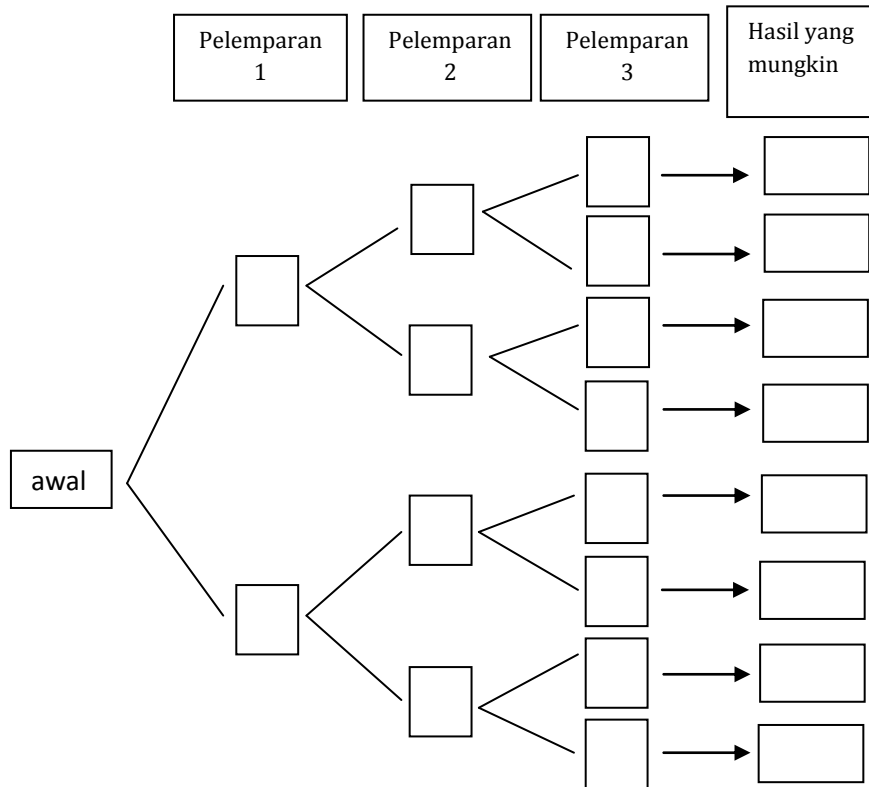
Jadi peluang muncul angka tujuh adalah 0.

D. Aktivitas Pembelajaran

Aktivitas 1.

Satu mata uang logam dilambungkan sebanyak tiga kali.

1. Tulislah semua hasil yang mungkin muncul dengan diagram pohon di bawah ini.



2. Ruang sampel pada percobaan tersebut adalah

3. Titik sampel pada percobaan tersebut adalah

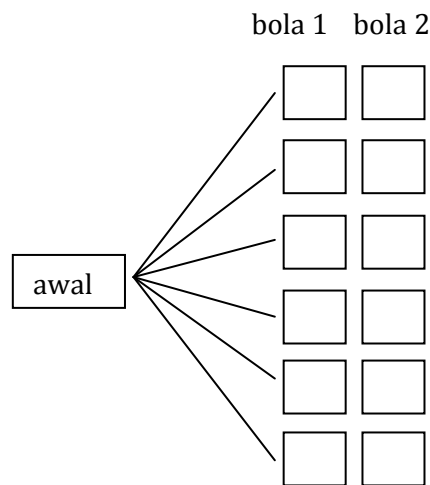
4. Berilah contoh dua kejadian tunggal dan dua kejadian majemuk pada percobaan tersebut.

.....

Aktivitas 2

Sebuah kotak berisi 4 bola homogen yang terdiri 2 bola berwarna putih dan 2 kelereng berwarna kuning. Dari kotak tersebut diambil dua bola **sekaligus** secara acak.

1. Tulislah semua hasil yang mungkin muncul dengan diagram pohon di bawah ini.

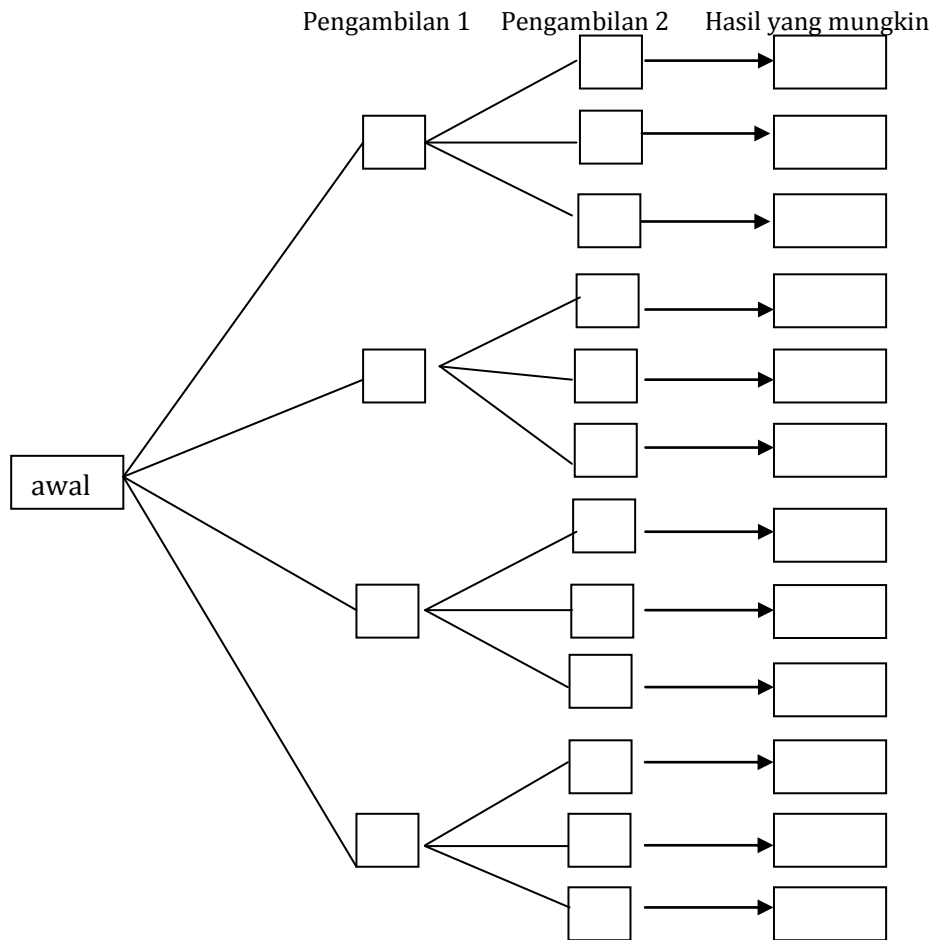


2. Ruang sampel pada percobaan tersebut adalah
3. Titik sampel pada percobaan tersebut adalah
4. Berilah contoh dua kejadian tunggal dan dua kejadian majemuk pada percobaan tersebut.
.....
.....

Aktivitas 3

Sebuah kotak berisi 4 bola homogen yang terdiri 2bola berwarna putih dan 2 bola berwarna kuning. Dari kotak tersebut diambil dua bola **satu demi satu tanpa pengembalian** secara acak.

1. Tulislah semua hasil yang mungkin muncul dengan diagram pohon di bawah ini.



2. Ruang sampel pada percobaan tersebut adalah
-
-
-
3. Contoh kejadian pada percobaan tersebut adalah
-
-

Aktivitas 4.

Langkah – langkah kegiatan :

1. Lakukan percobaan melambungkan satu keping mata uang logam sebanyak 10 kali, 50 kali 100 kali.
2. Catat banyaknya sisi angka dan banyaknya sisi gambar yang muncul.
3. Tuliskan hasil yang diperoleh pada tabel dibawah ini.
4. Apa yang dapat Anda katakan tentang frekuensi relatif munculnya gambar jika lemparannya makin sering?
5. Gambarlah hasil yang diperoleh dalam diagram garis.

Tabel 3(3)

Banyak Lemparan(n)	10 kali	50 kali	100 kali
Banyak muncul angka($n(A)$)
Banyak muncul gambar($n(G)$)
Frekuensi relatif muncul angka ($\frac{n(A)}{n}$)
Frekuensi relatif muncul gambar ($\frac{n(G)}{n}$)

Aktivitas 5.

Satu mata uang logam dilambungkan sebanyak tiga kali, maka

1. peluang kejadian muncul sisi angka minimal satu kali =
$$\frac{\text{banyaknyamunculsisiangkaminimalsatukali}}{\text{banyaknyasemuahasilyangmungkinterjadi}} = \frac{\dots}{\dots}$$
2. peluang kejadian muncul sisi angka tepat satu kali =
$$\frac{\text{banyaknyamunculsisiangkatepatsatukali}}{\text{banyaknyasemuahasilyangmungkinterjadi}} = \frac{\dots}{\dots}$$
3. peluang kejadian muncul sisi angka minimal dua kali =
$$\frac{\text{banyaknyamunculsisiangkaminimalduakali}}{\text{banyaknyasemuahasilyangmungkinterjadi}} = \frac{\dots}{\dots}$$
4. peluang kejadian muncul sisi angka tepat dua kali =
$$\frac{\text{banyaknyamunculsisiangkatepatduakali}}{\text{banyaknyasemuahasilyangmungkinterjadi}} = \frac{\dots}{\dots}$$
5. peluang kejadian muncul sisi angka tiga kali =
$$\frac{\text{banyaknyamunculsisiangkatingakali}}{\text{banyaknyasemuahasilyangmungkinterjadi}} = \frac{\dots}{\dots}$$
6. peluang kejadian muncul sisi gambar minimal satu kali =
$$\frac{\text{banyaknyamunculsisiangkaminimalsatukali}}{\text{banyaknyasemuahasilyangmungkinterjadi}} = \frac{\dots}{\dots}$$
7. peluang kejadian muncul sisi gambar tepat satu kali =
$$\frac{\text{banyaknya muncul sisi angka tepat satu kali}}{\text{banyaknya semua hasil yang mungkin terjadi}} = \frac{\dots}{\dots}$$
8. peluang kejadian muncul sisi gambar minimal dua kali =
$$\frac{\text{banyaknya muncul sisi angka minimal dua kali}}{\text{banyaknya semua hasil yang mungkin terjadi}} = \frac{\dots}{\dots}$$
9. peluang kejadian muncul sisi gambar tepat dua kali =
$$\frac{\text{banyaknya muncul sisi angka tepat dua kali}}{\text{banyaknya semua hasil yang mungkin terjadi}} = \frac{\dots}{\dots}$$
10. peluang kejadian muncul sisi gambar tiga kali =
$$\frac{\text{banyaknya muncul sisi angka tiga kali}}{\text{banyaknya semua hasil yang mungkin terjadi}} = \frac{\dots}{\dots}$$

Aktivitas 6.

Sebuah kotak yang berisi 4 bola yang homogen terdiri dari 2 bola berwarna merah dan 2 bola berwarna putih. Jika dari kotak tersebut diambil dua bola **sekaligus** secara acak, maka

1. peluang kejadian terambil kedua bola berwarna merah =
$$\frac{\text{banyaknya kemungkinan terambil kedua bola berwarna merah}}{\text{banyaknya semua kemungkinan hasil}} = \frac{..}{...}$$
2. peluang kejadian terambil kedua bola berwarna putih =
$$\frac{\text{banyaknya kemungkinan terambil kedua bola berwarna putih}}{\text{banyaknya semua kemungkinan hasil}} = \frac{..}{...}$$
3. peluang kejadian terambil 1bola merah dan 1 bola putih =
$$\frac{\text{banyaknya kemungkinan terambil 1 bola merah dan 1 bola putih}}{\text{banyaknya semua kemungkinan hasil}} = \frac{..}{...}$$

Aktivitas 7.

Sebuah kotak yang berisi 4 bola yang homogen terdiri dari 2 bola berwarna merah dan 2 bola berwarna putih. Jika dari kotak tersebut diambil dua bola **satu demi satu tanpa pengembalian** secara acak, maka

1. peluang kejadian terambil kedua bola berwarna merah =
$$\frac{\text{banyaknya kemungkinan terambil kedua bola berwarna merah}}{\text{banyaknya semua kemungkinan hasil}} = \frac{..}{...}$$
2. peluang kejadian terambil kedua bola berwarna putih =
$$\frac{\text{banyaknya kemungkinan terambil kedua bola berwarna putih}}{\text{banyaknya semua kemungkinan hasil}} = \frac{..}{...}$$
3. peluang kejadian terambil 1bola merah dan 1 bola putih =
$$\frac{\text{banyaknya kemungkinan terambil 1 bola merah dan 1 bola putih}}{\text{banyaknya semua kemungkinan hasil}} = \frac{..}{...}$$

E. Latihan/Kasus/Tugas

1. Tiga mata uang logam dilambungkan sekaligus.
 - a. Tuliskan ruang sampel percobaan tersebut.
 - b. Tuliskan contoh kejadian pada percobaan tersebut.
 - c. Tentukan peluang masing-masing kejadian yang Anda tulis.
2. Sebuah kotak yang berisi 4 bola yang homogen terdiri dari 2 bola berwarna merah dan 2 bola berwarna putih. Jika dari kotak tersebut diambil dua bola **satu demi satu dengan pengembalian** secara acak.
 - a. Tuliskan ruang sampel percobaan tersebut.
 - b. Tuliskan contoh kejadian pada percobaan tersebut.
 - c. Tentukan peluang masing-masing kejadian yang Anda tulis.

F. Rangkuman

Hal-hal yang telah dipelajari pada Kegiatan Pembelajaran 1 antara lain:

1. Ruang sampel adalah himpunan yang elemen-elemennya merupakan semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan.
2. Titik sampel adalah elemen dari ruang sampel.
3. Kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel.
4. Kejadian sederhana adalah peristiwa yang hanya memuat satu titik sampel. Kejadian majemuk adalah gabungan dari kejadian-kejadian sederhana.
5. Gabungan dua kejadian A dan B adalah himpunan semua elemen yang ada di dalam A atau di dalam B .
6. Irisan dua kejadian A dan B adalah himpunan semua elemen yang ada di dalam A dan di dalam B .
7. Komplemen suatu kejadian A adalah himpunan semua elemen yang tidak di dalam A .

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Setelah Anda mengerjakan latihan, cocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban yang telah disediakan. Jika Anda merasa kesulitan silakan pelajari kembali materi yang sudah disajikan. Anda juga bisa mempelajari materi dari sumber bacaan yang lain. Selanjutnya diskusikan hasil jawaban Anda dengan teman sejawat Anda.

Kegiatan Pembelajaran 4

PEMECAHAN MASALAH PELUANG

A. Tujuan

Setelah menyelesaikan kegiatan pembelajaran ini, Anda diharapkan mampu memahami serta menerapkan dasar-dasar aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi dalam menyelesaikan berbagai masalah peluang.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menerapkan konsep peluang untuk menyelesaikan masalah.
2. Menerapkan aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi dalam menyelesaikan masalah peluang.

C. Uraian Materi

Peluang Kejadian Sederhana

Pada kegiatan pembelajaran 1 Anda sudah mempelajari istilah percobaan. Dalam peluang, percobaan didefinisikan sebagai suatu proses yang hasil suatu kejadian bergantung pada kemungkinan. Ketika anda melakukan percobaan, hasil-hasil yang diperoleh tidak selalu sama walaupun telah melakukannya dengan kondisi yang sama. Misalkan Anda melempar uang logam. Apa yang Anda peroleh?

Mungkin Anda akan mendapatkan angka atau gambar.

Munculnya angka atau gambar tersebut disebut kejadian.

Kejadian adalah hasil dari suatu percobaan.



Dalam suatu percobaan juga terdapat ruang sampel. Ruang sampel adalah himpunan dari semua hasil yang mungkin pada suatu percobaan. Titik sampel adalah anggota ruang sampel. Misalnya, terdapat 9 kartu yang sama dan diberi nomor 1, 2, ..., 9 dan ditempatkan di sebuah kotak yang tertutup tetapi masih bisa diambil secara acak. Jika akan diambil satu kartu secara acak, maka ruang sampelnya adalah {1, 2, ..., 9}. Angka-angka 1, 2, ..., 9 yaitu angka-angka yang mungkin terpilih dalam percobaan di atas disebut titik sampel. Titik sampel adalah anggota dari ruang sampel. Perbandingan banyak kemunculannya dibanding banyaknya anggota ruang sampel disebut peluang. Jadi, peluang kejadian A dapat dituliskan sebagai berikut.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

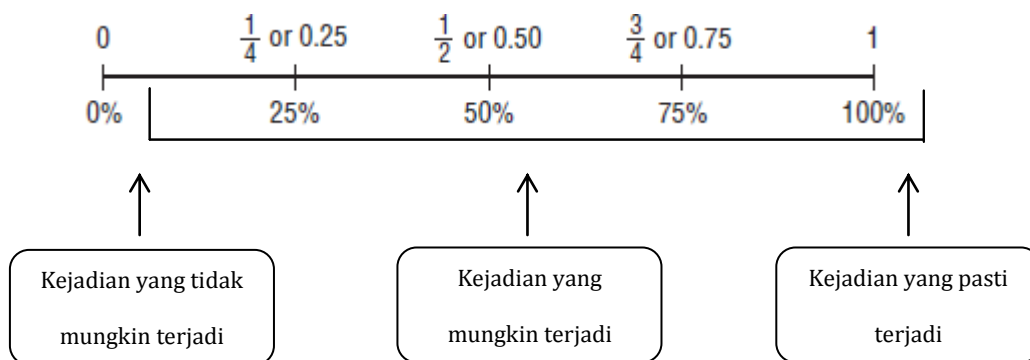
Keterangan

$P(A)$ = Peluang suatu kejadian A

$n(A)$ = Banyaknya anggota kejadian A

$n(S)$ = Banyaknya anggota ruang sampel

Nilai peluang suatu kejadian berkisar antara 0 dan 1. Semakin besar nilai peluang, maka suatu kejadian semakin mungkin terjadi.



Jika peluang suatu kejadian sama dengan 0, hal tersebut disebut kemustahilan atau kejadian yang tidak mungkin terjadi. Contohnya,

- a. munculnya mata dadu 7 pada dadu yang bermata 6 yang dilempar,
- b. matahari terbit dari utara,
- c. dua garis yang berpotongan selalu sejajar, dan lain-lain.

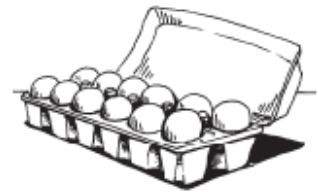
Sedangkan, jika peluang suatu kejadian sama dengan 1, hal tersebut disebut kepastian atau kejadian yang pasti terjadi. Contohnya,

- a. setiap makhluk hidup pasti mati,
- b. segitiga memiliki tiga sisi,
- c. matahari tenggelam di barat, dan lain-lain.

Adapun macam-macam konteks yang terkait disajikan dalam beberapa kasus berikut.

Kasus tiket. Sebuah tiket dipilih secara acak dari keranjang yang berisi 3 hijau, 4 kuning dan 5 tiket biru. Ruang sampel pada percobaan diatas adalah $\{H, H, H, B, B, B, B, K, K, K, K, \text{ dan } K\}$. Banyaknya anggota ruang sampel ($n(S)$) adalah $3 + 4 + 5 = 12$. Banyaknya tiket hijau ($n(H)$) adalah 3. Dengan demikian, peluang untuk mendapatkan sebuah tiket hijau adalah $\frac{n(H)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Kasus telur. Satu kotak telur berisi 8 telur yang berwarna coklat. Sisanya yaitu 4 butir telur berwarna putih. Satu kotak telur berisi 12 butir telur. Dengan demikian, peluang terambilnya telur putih adalah $\frac{4}{12}$.



Kasus Pemilihan Siswa. Di SMA Nusa terdapat 163 siswa perempuan dan 92 siswa laki-laki. Majalah sekolah tersebut memilih siswa secara acak untuk diwawancarai. Dalam kasus di atas, jumlah seluruh siswa di SMA Nusa adalah $163 + 92 = 255$ siswa. Peluang terpilihnya siswa yang diwawancarai adalah perempuan adalah $\frac{163}{255}$.

Peluang Kejadian Majemuk

Beberapa kejadian dikombinasikan menjadi satu kejadian baru disebut **kejadian majemuk**. Dalam mengombinasikan dua kejadian atau lebih, terdapat dua notasi yang biasa digunakan yaitu:

- Notasi “ \cap ” disebut irisan, dalam logika matematika disebut operasi “dan” (konjungsi)
- Notasi “ \cup ” disebut gabungan, dalam logika matematika disebut operasi “atau” (disjungsi)

Komplemen suatu kejadian

Komplemen adalah kejadian tidak terjadinya kejadian A . Komplemen A ditulis $\bar{A}, A',$ atau A^c . Misalnya, di dalam sebuah kotak berisi kartu bernomor 0-6. Jika kejadian A adalah munculnya kartu bernomor genap yaitu 2, 4, dan 6, maka komplemen kejadian A adalah peluang munculnya kartu bernomor tidak genap atau ganjil yaitu 0, 1, 3, dan 5. Oleh karena itu, $P(A)$ adalah $\frac{3}{7}$, sedangkan $P(A^c) = \frac{4}{7}$. Jika kejadian A adalah muncul kartu bernomor 1 yaitu 1, maka komplemen A adalah munculnya kartu bernomor bukan satu yaitu 0, 2, 3, 4, 5, dan 6. Oleh karena itu, $P(A)$ adalah $\frac{1}{7}$, sedangkan $P(A^c) = \frac{6}{7}$. Dari hubungan tersebut, dapat disimpulkan bahwa

$$P(A) + P(A^c) = 1$$

sehingga $P(A^c) = 1 - P(A)$

Adapun macam-macam konteks yang terkait disajikan dalam beberapa kasus berikut.

Kasus Hujan. Hari ini cuaca mendung. Peluang hari ini turun hujan adalah

0,77. Misalkan

(A) = kejadian hari ini turun hujan

A^c = kejadian hari ini tidak turun hujan

$$P(A) = 0,77$$

maka

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

$$P(A^c) = 1 - 0,77$$

$$P(A^c) = 0,23$$

Jadi, peluang tidak turun hujan adalah 0,23.

Kasus Kelereng. Sebuah kelereng diambil secara acak dari sebuah kotak berisi 5 kelereng hijau, 3 kelereng merah, dan 7 kelereng biru. Peluang munculnya kelereng merah adalah banyaknya kelereng merah dibagi banyaknya kelereng dalam kotak. Banyaknya kelereng dalam kotak $n(S)$ adalah 15, sedangkan banyaknya kelereng Merah atau $n(M)$ adalah 3, maka peluang munculnya kelereng merah dapat diperoleh $\frac{3}{15}$, maka untuk mencari peluang munculnya kelereng bukan merah ($P(M^c)$) adalah $1 - P(M) = 1 - \frac{3}{15} = \frac{12}{15}$.

Peluang Dua Kejadian yang Saling Bebas

Kejadian yang saling bebas adalah suatu kejadian yang tidak bergantung pada kejadian lainnya atau kejadian yang satu tidak mempengaruhi kejadian lainnya. Contohnya, pada pelemparan dadu dan uang logam bersamaan satu kali. Pada pelemparan tersebut, pelemparan dadu tidak mempengaruhi uang logam dan sebaliknya. Munculnya mata dadu ganjil tidak mempengaruhi munculnya gambar atau munculnya angka pada uang logam, sebaliknya munculnya gambar atau angka tidak mempengaruhi munculnya mata dadu ganjil. Jadi, peluang dua kejadian yang saling bebas adalah

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

keterangan

$P(A \cap B)$ = Peluang dua kejadian yang saling bebas

$P(A)$ = Peluang kejadian A

$P(B)$ = Peluang kejadian B



Misalkan

A = kejadian munculnya angka

B = kejadian munculnya bilangan ganjil yaitu $\{1, 3, 5\}$

Semua kemungkinan sebuah dadu dan uang logam secara bersamaan disajikan pada tabel berikut.

Dadu	1	2	3	4	5	6
Uang Logam						
Angka (A)	(A, 1)	(A, 2)	(A, 3)	(A, 4)	(A, 5)	(A, 6)
Gambar (G)	(G, 1)	(G, 2)	(G, 3)	(G, 4)	(G, 5)	(G, 6)

Pada tabel di atas, dapat disimpulkan bahwa $n(S) = 12$ dan $n(A \cap B) = 3$. Jadi,

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Selain cara di atas, $P(A \cap B)$ dapat diperoleh dengan mengalikan $P(A)$ dan $P(B)$.

$$n(A) = 1 \text{ dan } n(S_A) = 2, \text{ sehingga } P(A) = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ dan } n(S_B) = 6, \text{ sehingga } P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}P(A \cap B) &= P(A) \times P(B) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}\end{aligned}$$

Adapun macam-macam konteks yang terkait disajikan dalam beberapa kasus berikut.

Kasus Nyala Lampu. Peluang lampu A menyala 10 tahun lagi adalah 0,50, sedangkan peluang lampu B menyala 10 tahun lagi adalah 0,35. Kedua kejadian lampu A dan B menyala 10 tahun lagi adalah dua buah kejadian yang saling bebas. Jadi, peluang bahwa A dan B kedua-duanya akan hidup 10 tahun lagi adalah $= 0,50 \times 0,35 = 0,175$.

Kasus Fotokopi. Sebuah sekolah memiliki dua mesin fotokopi. Pada salah satu hari, mesin A memiliki kesempatan 8% dari rusak dan mesin B memiliki kesempatan 12% dari rusak. Dua hal tersebut tidak saling mempengaruhi, jadi peluang bahwa pada salah satu dari kedua mesin A rusak dan mesin B dapat digunakan adalah

Misalkan

$$P(A) = \text{peluang mesin A rusak} = 8\% = 0,08$$

$$P(B) = \text{peluang mesin B rusak} = 12\% = 0,12$$

$$\text{maka } P(B^c) = 1 - 0,12 = 0,88$$

$$\begin{aligned}P(A \cap B^c) &= P(A) \times P(B^c) \\ &= 0,08 \times 0,88 = 0,0704\end{aligned}$$

Peluang Gabungan Dua Kejadian

Peluang gabungan dua kejadian, untuk setiap kejadian A dan B berlaku

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Adapun macam-macam konteks yang terkait disajikan dalam beberapa kasus berikut.

Kasus Pelemparan Dadu Bersisi Delapan. Sebuah dadu bersisi delapan dilambungkan satu kali. Untuk menentukan peluang kejadian muncul mata dadu bilangan prima atau muncul mata dadu bilangan lebih dari 5 dapat dilakukan dengan mencari ruang sampel dari hasil melambungkan dadu bersisi delapan satu kali adalah $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, maka banyaknya anggota ruang sampel S adalah $n(S) = 8$.

Misal A adalah kejadian muncul mata dadu prima

B adalah kejadian muncul mata dadu bilangan lebih dari 5.

maka

$$A = \{2, 3, 5, 7\} \text{ sehingga } n(A) = 4$$

$$B = \{6, 7, 8\} \text{ sehingga } n(B) = 3$$

Oleh karena itu, kita dapat memperoleh

$$A \cap B = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{6, 7, 8\}$$

$$A \cap B = \{7\}$$

Sehingga banyaknya anggota kejadian $A \cap B$ adalah $n(A \cap B) = 1$. Berarti A dan B merupakan dua kejadian yang tidak saling lepas. Akibatnya,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{8} + \frac{3}{8} - \frac{1}{8}$$

$$P(A \cup B) = \frac{6}{8}$$

Jadi, peluang kejadian muncul mata dadu bilangan prima atau kejadian muncul mata dadu bilangan lebih dari 5 adalah $\frac{6}{8}$.

Kasus Kursus. Dina mengikuti kursus menjahit dan komputer. Peluang lulus dalam kursus menjahit = 0,70, dalam komputer = 0,39, dan lulus kedua mata pelajaran itu = 0,19. Misalkan

$$M = \text{Menjahit maka } P(M) = 0,70$$

$$K = \text{Komputer maka } P(K) = 0,39$$

$$P(M \cap K) = 0,19$$

Jadi, peluang siswa itu akan lulus dalam kursus menjahit atau komputer adalah

$$P(M \cup K) = P(M) + P(K) - P(M \cap K)$$

$$P(M \cup K) = 0,70 + 0,39 - 0,19$$

$$P(M \cup K) = 0,90$$

$$n(B) = 3 \rightarrow P(B) = \frac{3}{36}$$

Peluang Gabungan Dua Kejadian yang Saling Lepas

Dua buah kejadian dikatakan saling lepas jika irisan kedua himpunan tersebut kosong atau tidak mempunyai irisan. Dapat dikatakan, dua kejadian tersebut tidak terjadi secara bersamaan. Misalkan, satu kartu diambil dari seperangkat kartu bridge. Kejadian A dan B didefinisikan sebagai berikut.

A = kejadian terambilnya satu kartu As

B = kejadian terambilnya satu kartu King

$A \cap B = \{ \}$, maka A dan B dikatakan kejadian saling lepas.

Sehingga peluang kedua kejadian yang saling lepas adalah $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Macam-macam konteks yang terkait disajikan dalam beberapa kasus berikut.

Kasus Pelemparan Dadu. Dua buah dadu dilemparkan bersama-sama satu kali. Kejadian munculnya jumlah kedua dadu sama dengan 3 atau 10 adalah dua kejadian yang saling lepas. Banyaknya ruang sampel $n(S)$ adalah 36. Misalkan

A = kejadian muncul jumlah kedua mata dadu adalah 3

B = kejadian muncul jumlah kedua mata dadu adalah 10

Dari ruang sampel pelemparan dua buah dadu, diperoleh

$A = \{(1, 2), (2, 1)\}$

$B = \{(4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$

$n(A) = 2 \rightarrow P(A) = \frac{2}{36}$

Tidak ada yang sama antara A dan B, jadi $n(A \cap B) = 0$

Sehingga peluang "A atau B" adalah

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{2}{36} + \frac{3}{36}$$

$$P(A \cup B) = \frac{5}{36}$$

Frekuensi Harapan

Frekuensi harapan adalah banyaknya kemungkinan yang diharapkan dalam suatu percobaan. Jika A adalah suatu kejadian pada ruang sampel S dengan peluang $P(A)$, maka frekuensi harapan kejadian A dari n kali percobaan adalah

$$\text{Frekuensi Harapan} = P(A) \times n$$

Adapun macam-macam konteks yang terkait disajikan dalam beberapa kasus berikut.

Kasus uang logam. Sebuah uang logam dilemparkan, maka peluang munculnya angka adalah $\frac{1}{2}$. Dengan demikian, jika dadu tersebut dilempar sebanyak 12 kali, kemungkinan banyaknya mata dadu yang diharapkan muncul dalam 12 kali pelemparan itulah yang disebut frekuensi harapan. Jadi, frekuensi harapannya adalah $\frac{1}{2} \times 12 = 6$ kali.

Kasus penyakit campak. Disebuah negara, peluang seorang anak menderita penyakit campak adalah 0,11. Jika terdapat 1200 di negara tersebut, maka anak yang kemungkinan menderita penyakit campak adalah $1200 \times 0,11 = 132$ anak.

Kasus kartu bridge. Seperangkat kartu bridge dikocok dan satu kartu diambil secara acak, kemudian dikembalikan. Percobaan akan diteruskan sampai 104 kali. Banyaknya kemungkinan munculnya kartu King atau frekuensi harapan kartu King dapat diperoleh dengan mengalikan peluang munculnya kartu King dan banyaknya percobaan. Banyaknya percobaan di atas (n) adalah 104 kali. Kartu bridge berjumlah 52 buah dengan 4 kartu King. Dari 4 kartu king tersebut akan diambil 1 buah kartu king, maka peluang munculnya kartu King adalah $\frac{1}{52}$. Dengan demikian, banyaknya kemungkinan munculnya kartu King atau frekuensi harapan kartu King adalah $\frac{1}{52} \times 104 = 2$ kali.

Prinsip Perkalian pada Dua Kejadian Berurutan

Aturan perkalian merupakan dasar atas permutasi maupun kombinasi. Banyak konteks dalam kehidupan sehari-hari yang terkait erat dengan aturan perkalian tersebut sehingga solusinya seringkali sangat mudah dipahami dan dapat disajikan dengan beragam cara. Cara yang dimaksud adalah cara tabel, cara diagram pohon, cara mendaftar, dan penggunaan rumus. Aturan ini dapat diterapkan dalam menentukan anggota dan banyaknya anggota ruang sampel.

Suatu kejadian yang berkelanjutan terdiri dari dua langkah. Langkah pertama terdiri atas n_1 cara dan langkah kedua terdiri atas n_2 cara maka banyaklah langkah yang mungkin atas kejadian tersebut adalah $n_1 \times n_2$ cara. Ilustratrasi dari rumus tersebut tampak pada Gambar 4.1 berikut.



Gambar 4.1. Dua Kejadian Berkelanjutan

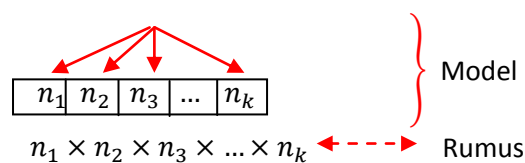
Prinsip Perkalian pada Lebih dari Dua Kejadian Berurutan

Secara umum misalkan ada sebanyak k kejadian berurutan dimana kejadian ke-1 mempunyai n_1 pilihan, kejadian ke-2 mempunyai n_2 pilihan, kejadian ke-3 mempunyai n_3 pilihan, kejadian ke-4 mempunyai n_4 pilihan, hingga sampai kejadian ke- k mempunyai n_k pilihan. Situasi ini dapat digambarkan pada Gambar 5.2. Banyak seluruh kejadian yang mungkin dihitung dengan rumus:

$$n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k$$

Notasi perkalian sebanyak k faktor ini dapat juga dituliskan dengan simbol $\prod_{i=1}^k n_i = n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k$.

Banyak pilihan pada tiap kejadian

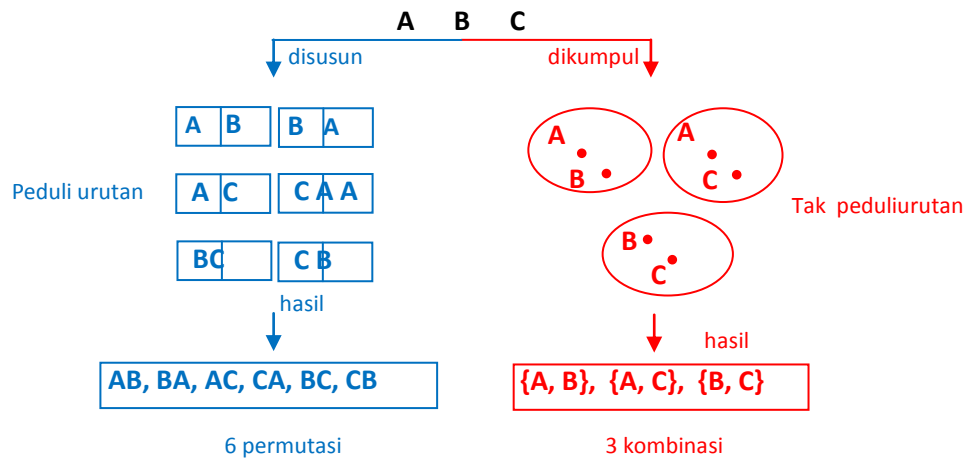


Gambar 4.2. Prinsip Perkalian pada kejadian-kejadian berurutan

Permutasi dan kombinasi

Beberapa objek berbeda dapat disusun dengan memperhatikan urutan dan dapat dikumpulkan tanpa memperhatikan urutan. Susunan objek (yang memperhatikan urutan) disebut dengan permutasi sedangkan kumpulan objek (yang tidak memperhatikan urutan) disebut dengan kombinasi, perhatikan Gambar 4.3.

Permutasi dan kombinasi memiliki cirinya masing-masing sehingga memerlukan perhatian yang berbeda dalam menentukan banyaknya. Untuk lebih membantu dalam pemahaman, ingat kembali konsep anggota ruang sampel dalam materi peluang.



Gambar 4.3.. Perbedaan Permutasi dan Kombinasi atas Tiga Objek

Permutasi

Ide susunan yang memperhatikan urutan memandang bahwa: AB berbeda dengan BA, 12 berbeda dengan 21, C32 berbeda dengan 3C2, dan (3, 5) berbeda dengan (5, 3). Susunan yang memperhatikan urutan dari beberapa objek berbeda inilah yang disebut dengan permutasi. Adapun kumpulan objek berbeda yang tidak memperhatikan urutan disebut dengan kombinasi.

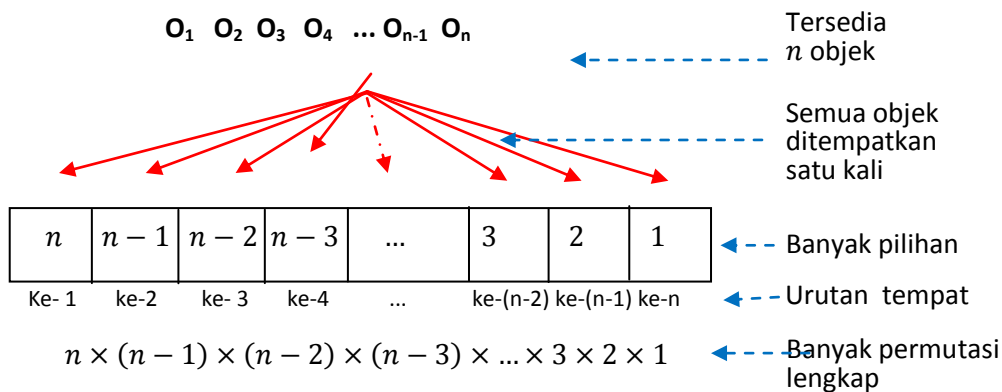
Ada tiga kasus permutasi, yakni permutasi lengkap, permutasi sebagian, dan permutasi melingkar. Untuk mengatakan “permutasi lengkap” dapat disebut “permutasi” saja. Masing-masing kasus permutasi mempunyai rumus yang berbeda-beda untuk menentukan banyaknya susunan. Rumus penentuan banyaknya permutasi dengan menggunakan prinsip perkalian yang telah dipelajari pada Kegiatan Belajar sebelum ini.

Dari sebanyak n objek berbeda dibuat permutasi lengkap. Lengkap berarti semua objek muncul sekali dalam setiap susunan permutasi. Dalam hal ini terdapat sebanyak n objek yang akan disusun dengan memperhatikan urutan pada sebanyak n tempat yang disediakan, lihat Gambar 4.4. Banyaknya pilihan pada tempat ke-1, ke-2, ke-3, ke-4, hingga ke- n berturut-turut adalah $n, n - 1, n - 2, n - 3$, hingga 1.

Selanjutnya dengan menggunakan prinsip perkalian akan diperoleh rumus banyaknya permutasi lengkap (dinotasikan $P(n, n)$) adalah:

$$P(n, n) = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times (n - 3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

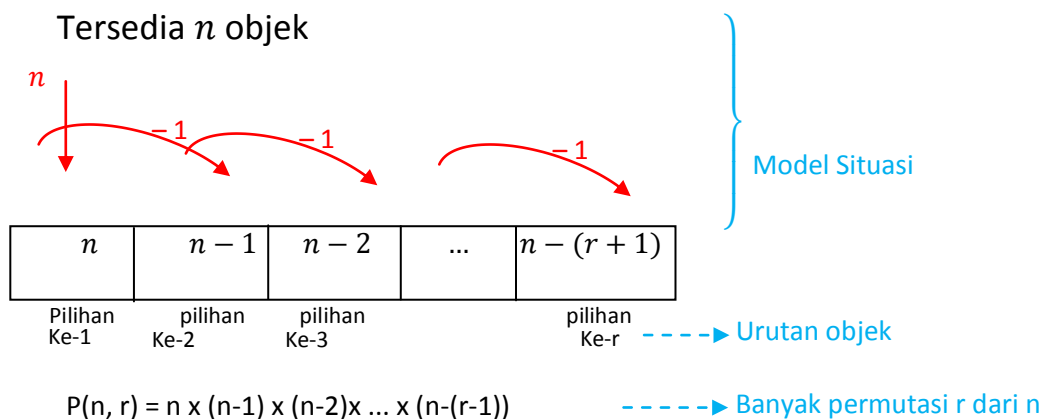
$$= n!$$



Gambar 4.4. Permutasi Lengkap atas n Objek

Berbeda dengan permutasi lengkap, permutasi sebagian tidak mengurutkan seluruh objek; namun hanya mengurutkan sebagian dari objek.

Pola penentuan banyaknya “permutasi sebagian” ini dapat digeneralisir untuk permutasi atas r objek yang diambil dari n objek yang tersedia, dimana $r < n$. Pada permutasi sebagian ini terdapat sebanyak r tempat secara berurutan yang akan ditempati oleh sebanyak n objek. Lihat Gambar 4.5.



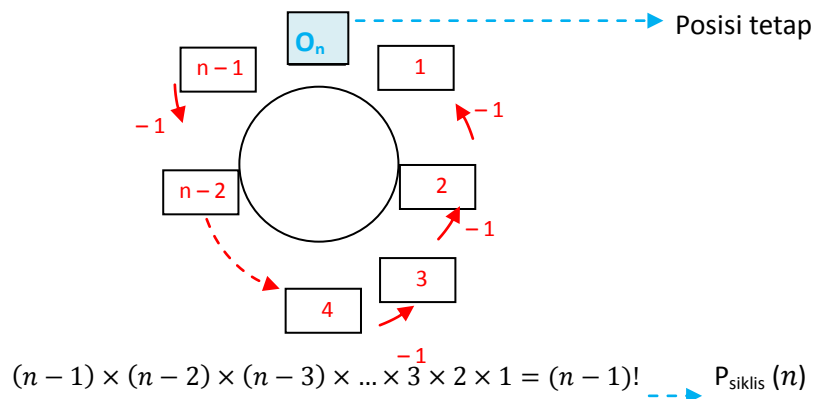
Gambar 4.5. Permutasi Sebagian: r dari n Objek

Permutasi r dari n objek yang dinotasikan dengan $P(n,r)$. Hasil yang diperoleh dapat diubah dalam bentuk faktorial, yakni:

$$\begin{aligned}
 P(n, r) &= n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-(r+1)) \\
 &= \frac{\{(n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-(r-1))\} \times \{(n-r) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1\}}{(n-r) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1} \\
 &= \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1}{(n-r) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1} \\
 &= \frac{n!}{(n-r)!}
 \end{aligned}$$

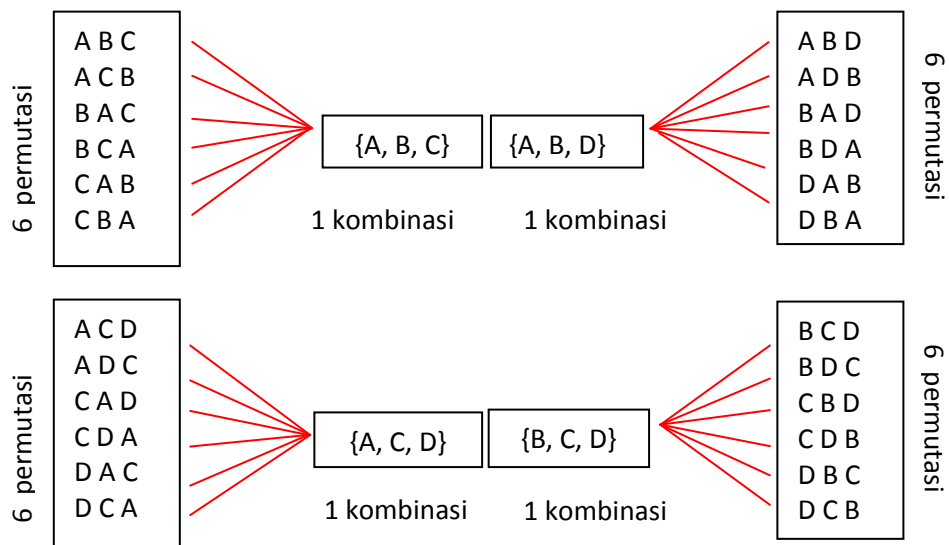
Permutasi siklis berarti susunan yang berurutan secara melingkar (siklis). Persyaratan melingkar mengakibatkan rumus yang ditemukan juga berbeda.

Model pada Gambar 4.6 menggambarkan n objek, yakni $O_1, O_2, O_3, O_4, \dots, O_{n-2}, O_{n-1}$, dan O_n . Objek terakhir (O_n) diposisikan tetap sehingga sisanya sebanyak $n - 1$ objek ($O_1, O_2, O_3, O_4, \dots, O_{n-2}$, dan O_{n-1}) dipermutasikan secara lengkap.



Gambar 4.6. Model Perhitungan Permutasi Siklis atas n Objek

Berbeda dengan permutasi yang berurutan dengan susunan yang memperhatikan urutan, kombinasi merupakan pengelompokan beberapa objek dari sejumlah objek yang ada. Objek-objek yang berada dalam satu kelompok tidak dibedakan urutan posisinya. Pengertian kumpulan yang tidak memperhatikan urutan sejalan dengan konsep himpunan. Dengan demikian kombinasi atas beberapa objek dapat dinotasikan memakai himpunan.



Gambar 4.7. Kaitan permutasi dan kombinasi 3 dari 4 objek

Penurunan rumus cara menentukan banyaknya kombinasi dapat dengan menggunakan rumus banyaknya permutasi. Pada Gambar 4.7., setiap 6 permutasi menjadi 1 kombinasi. Sehingga dari 24 permutasi diringkas menjadi 4 kombinasi. Oleh karena itu didapat hubungan $3! \times C(4, 3) = P(4, 3)$. Penurunan rumus penentuan banyaknya kombinasi atas r objek dari n objek yang tersedia adalah:

$$\begin{aligned} \leftrightarrow C(n, r) &= \frac{P(n, r)}{r!} \\ &= \frac{n!}{r!(n-r)!} \end{aligned}$$

Dengan demikian rumus menghitung banyaknya kombinasi r objek dari n objek adalah $C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

Penggunaan Aturan Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi dalam peluang

Pada kasus percobaan yang berkemungkinan sama, peluang suatu kejadian A didefinisikan sebagai rasio banyaknya anggota kejadian A dengan banyaknya anggota ruang sampel S , yaitu:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Sehingga perhitungan peluang kejadian A merupakan perhitungan banyaknya anggota kejadian A dan banyaknya anggota ruang sampel yang dapat dilakukan dengan menggunakan aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi.

Contoh:

1. Dalam sebuah kotak berisi 5 bola homogen terdiri dari 3 bola berwarna merah dan 2 bola berwarna putih. Tiga bola diambil sekaligus dari dalam kotak tersebut secara acak.
 - a. Berapa banyaknya semua hasil yang mungkin ($n(S)$)?
 - b. Jika A adalah kejadian terambil dua bola merah dan satu bola putih, berapakah $n(A)$?
 - c. Berapa peluang kejadian terambil dua bola merah dan satu bola putih ($P(A)$)?

Penyelesaian.

$$\mathbf{a.} \quad n(S) = C(5,3) = \frac{5!}{2!3!} = 10$$

$$\mathbf{b.} \quad n(A) = C(3,2) \times C(2,1) = \frac{3!}{1!2!} \times \frac{2!}{1!1!} = 6$$

$$\mathbf{c.} \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{C(3,2) \times C(2,1)}{C(5,3)} = \frac{6}{10}$$

2. Dewan penasihat suatu lembaga beranggotakan 15 orang terdiri dari 9 orang diantaranya mendukung suatu program tertentu, 4 orang menentang dan 2 orang abstain. Seorang reporter ingin memilih 3 orang secara acak dari 15 dewan penasihat tersebut dan ingin menyiarkan pandangan mereka dalam acara televisi.
 - a. Berapa peluang kejadian terpilihnya 2 orang mendukung program tersebut?
 - b. Berapa peluang kejadian terpilihnya dua orang pertama yang terpilih mendukung program dan orang ketiga yang terpilih menentang program?

Penyelesaian.

- a. Misal A adalah kejadian terpilihnya dua orang mendukung program. Pada kejadian ini urutan orang yang terpilih tidak diperhatikan, sehingga kita menggunakan kombinasi untuk menghitung $n(A)$ dan $n(S)$.

$$n(S) = C(15,3) = \frac{15 \times 14 \times 13}{3} = 910$$

$$n(A) = C(9,2) \times C(6,1) = \frac{9 \times 8}{2} \times \frac{6}{1} = 42$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{42}{910}$$

Jadi peluang kejadian terpilihnya 2 orang mendukung program tersebut adalah $\frac{42}{910}$.

- b. Misal A adalah kejadian terpilihnya dua orang pertama yang terpilih mendukung program dan orang ketiga yang terpilih menentang program. Pada kejadian ini urutan orang yang terpilih diperhatikan sehingga kita menggunakan permutasi untuk menghitung $n(A)$ dan $n(S)$.

$$n(S) = P(15,3) = 15 \times 14 \times 13 = 2730.$$

$$n(A) = P(9,2) \times P(4,1) = \frac{9 \times 8}{2} \times \frac{4}{1} = 288.$$

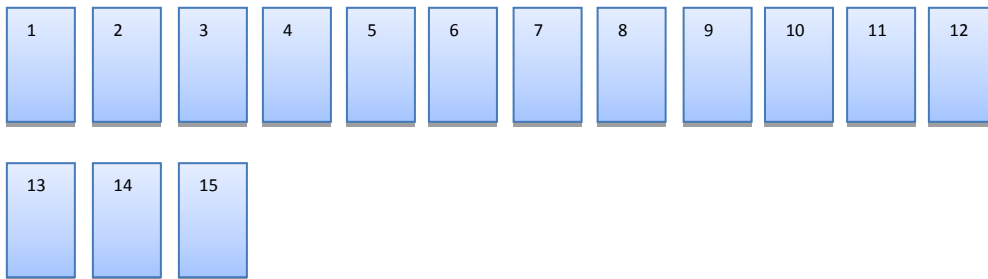
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{288}{2730}.$$

Jadi peluang kejadian terpilihnya dua orang pertama yang terpilih mendukung program dan orang ketiga yang terpilih menentang program adalah $\frac{288}{2730}$.

D. Aktivitas Pembelajaran

Aktivitas 1.

Lima belas kartu diberi nomor 1 sampai 15. Kartu-kartu tersebut dikocok kemudian diambil satu kartu secara acak (kartu yang telah terambil kemudian dikembalikan lagi). Tentukan peluang terambil kartu berangka genap!



Jawab:

Ruang sampelnya adalah $S = \dots\dots\dots$

sehingga $n(S) = \dots\dots\dots$

Misalkan A adalah himpunan kejadian terambil kartu berangka genap maka

$A = \dots\dots\dots$

sehingga

$n(A) = \dots\dots\dots$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\dots}{\dots}$$

Jadi, peluang terambil kartu berangka genap adalah

Aktivitas 2:

Sebuah keranjang berisi 11 bola homogen terdiri dari 5 bola kuning, 3 bola merah, dan 3 bola putih. Dari keranjang tersebut diambil sebuah bola secara acak. Berapa peluang terambil bola bukan kuning?

Jawab:

Cara 1

$$n(S) = 5 \text{ bola kuning} + 3 \text{ bola merah} + 3 \text{ bola putih} = \dots$$

Misalkan K adalah kejadian terambil bola kuning.

$$n(K) = \dots$$

$$P(K) = \frac{n(K)}{n(S)} = \frac{\dots}{\dots}$$

K^C = kejadian terambil bola bukan kuning.

$$\text{Jadi, } P(K^C) = 1 - P(K) = 1 - \frac{5}{11} = \frac{6}{11}$$

Cara 2

$$n(S) = 5 \text{ bola kuning} + 3 \text{ bola merah} + 3 \text{ bola putih} = \dots$$

Misalkan M adalah kejadian terambil bola merah.

$$n(M) = \dots$$

$$P(M) = \frac{n(M)}{n(S)} = \frac{\dots}{\dots}$$

Misalkan P adalah kejadian terambil bola putih.

$$n(P) = \dots$$

$$P(P) = \frac{n(P)}{n(S)} = \frac{\dots}{\dots}$$

Misal K^c = kejadian terambil bola bukan kuning.

$$P(K^c) = P(M) + P(P) = \dots + \dots = \dots$$

Aktivitas 3.

1. Tentukan banyaknya anggota ruang sampel pada percobaan berikut ini.

a. Melambungkan satu mata uang logam sebanyak satu kali.

$$n(S) = \dots$$

b. Melambungkan satu mata uang logam sebanyak dua kali.

$$n(S) = \dots \times \dots = \dots$$

c. Melambungkan satu mata uang logam sebanyak tiga kali.

$$n(S) = \dots \times \dots \times \dots = \dots$$

d. Melambungkan satu mata uang logam sebanyak empat kali.

$$n(S) = \dots \times \dots \times \dots \times \dots = \dots$$

e. Melambungkan dua mata uang logam sebanyak satu kali.

$$n(S) = (\dots \times \dots) = \dots$$

f. Melambungkan dua mata uang logam sebanyak dua kali.

$$n(S) = (\dots \times \dots) \times \dots = \dots$$

g. Melambungkan tiga mata uang logam sebanyak satu kali.

$$n(S) = (\dots \times \dots \times \dots) \times \dots = \dots$$

2. Kesimpulan apa yang dapat Anda peroleh dari jawaban no 1?

.....

Aktivitas 4

Sebuah kotak berisi 4 bola homogen yang terdiri 2bola berwarna putih dan 2 bola berwarna kuning.Dari kotak tersebut diambil 2 bola secara acak. Misal A adalah kejadian terambil 1 bola putih dan 1 bola kuning. Dengan menggunakan aturan perkalian/permutasi/kombinasi, tentukan $P(A)$ jika pengambilan bola tersebut dilakukan secara

c. Sekaligus.

d. Satu demi satu tanpa pengembalian.

e. Satu demi satu dengan pengembalian.

Penyelesaian

a. $n(S) = C(\dots, \dots) = \dots = \dots$

$$n(A) = C(\dots, \dots) \times C(\dots, \dots) = \dots \times \dots = \dots$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{C(\dots, \dots) \times C(\dots, \dots)}{C(\dots, \dots)} = \dots$$

b. $n(S) = P(\dots, \dots) = \dots = \dots$

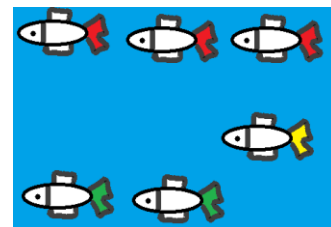
$$n(A) = P(\dots, \dots) \times P(\dots, \dots) = \dots \times \dots = \dots$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{P(\dots, \dots) \times P(\dots, \dots)}{P(\dots, \dots)} = \dots$$

E. Latihan/Kasus/Tugas

1. Pada percobaan pelemparan 3 mata uang logam sekaligus, peluang muncul angka lebih banyak daripada gambar adalah
2. Andri memiliki 5 bola putih dan 4 bola merah yang disimpan dalam sebuah kotak. Andri akan mengambil satu bola dari kotak secara acak. Peluang terambilnya bola berwarna merah adalah
3. Sebuah dadu bersisi delapan dilambungkan satu kali. Peluang kejadian muncul mata dadu bilangan prima atau muncul mata dadu bilangan lebih dari 5 adalah

4. Sebuah akuarium berisi 3 ikan mas koki berekor merah, 2 ikan mas koki berekor hijau, dan 1 ikan mas koki berekor kuning. Dari dalam akuarium diambil 2 ekor ikan sekaligus. Peluang terambil satu ikan berekor merah dan satu ikan berekor kuning adalah



5. Peluang kelulusan siswa dari SMA A dapat diterima di Perguruan Tinggi Negeri (PTN) dengan jalur undangan adalah $\frac{1}{3}$. Jika SMA

mendaftarkan siswanya sebanyak 300 siswa. Siswa yang mungkin diterima di Perguruan Tinggi Negeri (PTN) melalui jalur undangan adalah

F. Rangkuman

1. Kejadian yang saling bebas adalah suatu kejadian yang tidak bergantung pada kejadian lainnya atau kejadian yang satu tidak mempengaruhi kejadian lainnya. peluang dua kejadian yang saling bebas adalah

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

keterangan

$P(A \cap B)$ = Peluang dua kejadian yang saling bebas

$P(A)$ = Peluang kejadian A

$P(B)$ = Peluang kejadian B

2. Peluang gabungan dua kejadian, untuk setiap kejadian A dan B berlaku

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

3. Dua buah kejadian dikatakan saling lepas jika irisan kedua himpunan tersebut kosong atau tidak mempunyai irisan. Peluang kedua kejadian yang saling lepas adalah

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

keterangan

$P(A \cup B)$ = Peluang dua kejadian yang saling lepas

$P(A)$ = Peluang kejadian A

$P(B)$ = Peluang kejadian B

4. Frekuensi harapan adalah banyaknya kemungkinan yang diharapkan dalam suatu percobaan.

$$\text{Frekuensi Harapan} = P(A) \times n$$

keterangan

$P(A)$ = Peluang suatu kejadian A

n = banyaknya percobaan

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Setelah Anda mengerjakan latihan, cocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban yang telah disediakan. Jika Anda merasa kesulitan silakan pelajari kembali materi yang sudah disajikan. Anda juga bisa mempelajari materi dari sumber bacaan yang lain. Selanjutnya diskusikan hasil jawaban Anda dengan teman sejawat Anda.

Kunci Jawaban latihan Statistika Kegiatan Pembelajaran 1

1. C
2. D
3. A
4. A
5. C

Kunci Jawaban latihan Statistika Kegiatan Pembelajaran 2

1. Menurut bahan bacaan maka jawaban tugas nomer 1 adalah $x = 27$ dan $y = 24$
2. Menurut bahan bacaan maka jawaban tugas nomer 2 adalah $a = 3, b = 4$ dan $c = 4$ serta nilai mediannya adalah 4
3. Gunakan rumus untuk mencari mean(rata-rata) dengan metode rata-rata sementara
4. Dengan menggunakan rumus menentukan mean, median dan modus diperoleh bahwa $x + y = 13, x = 4$ dan $y = 9$. Nilai median adalah 6,5

Kunci Jawaban latihan Peluang Kegiatan Pembelajaran 3

1. $S = \{AAA, AAG, AGA, GAA, AGG, GAG, GGA, GGG\}$

Contoh kejadian yang mungkin terjadi adalah

- a. kejadian muncul minimal satu sisi angka.
- b. kejadian muncul satu sisi angka.
- c. kejadian muncul minimal dua sisi angka.
- d. kejadian muncul dua sisi angka.
- e. kejadian muncul tiga sisi angka.
- f. kejadian muncul minimal satu sisi gambar.
- g. kejadian muncul satu sisi gambar.
- h. kejadian muncul minimal dua sisi gambar.
- i. kejadian muncul dua sisi gambar.
- j. kejadian muncul tiga sisi gambar.
- k. dst

Kunci Jawaban

2. a. $S = \{M_1M_1, M_1M_2, M_1P_1, M_1P_2, M_2M_1, M_2M_2, M_2P_1, M_2P_2,$
 $P_1M_1, P_1M_2, P_1P_1, P_1P_2, P_2M_1, P_2M_2, P_2P_1, P_2P_2\}$
- b. Contoh kejadian:
Kejadian terambil kedua bola berwarna merah.
Kejadian terambil kedua bola berwarna putih.
Kejadian terambil 1 bola merah dan 1 bola putih.
dst.
- c. Peluang kejadian terambil kedua bola berwarna merah $= \frac{4}{16}$
Peluang kejadian terambil kedua bola berwarna putih $= \frac{4}{16}$
Peluang kejadian terambil 1 bola merah dan 1 bola putih $= \frac{8}{16}$

Kunci Jawaban latihan Peluang Kegiatan Pembelajaran 4

1. $\frac{1}{2}$ (Alasan: $P(Q) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$)
2. $\frac{4}{9}$ (Alasan: $n(S) = 9, n(A) = 4, P(A) = \frac{4}{9}$)
3. $\frac{6}{8}$ (Alasan: $\frac{4}{8} + \frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{6}{8}$)
4. $\frac{1}{5}$ (Alasan: $(\frac{3}{6} \cdot \frac{1}{5}) + (\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5}) = \frac{3}{30} + \frac{3}{30} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$)
5. 100 (Alasan: $F_h(A) = 300 \times \frac{1}{3} = 100$)

Evaluasi

Statistika dan Peluang

1. Nilai rata-rata ulangan matematika dari 15 siswa adalah 66. Jika ditambah satu orang lagi yang memiliki nilai 82, maka nilai rata-rata seluruh siswa adalah....
A. 64
B. 65
C. 66
D. 67

2. Jika berat badan rata-rata dari tabel berikut adalah 47. Tentukan nilai p

Berat badan	44	45	46	47	48	49	50
Frekuensi	4	3	6	6	2	p	4

- A. 3
 - B. 4
 - C. 5
 - D. 6
3. Diketahui data 23, 22, a , 34, 28, 29, b , 23, 25, 29. Modus data tersebut adalah 29 dan median adalah 28. Jika $a < b$ maka nilai b adalah
A. 22
B. 25
C. 28
D. 29

4. Nilai rata-rata matematika dalam suatu kelas 73, sedangkan nilai rata-rata siswa pria 70 dan nilai rata-rata siswa wanita 75. Jika banyak siswa dalam kelas adalah 40 siswa, banyak siswa pria adalah ...

- A. 16
- B. 18
- C. 22
- D. 24

5. Diketahui jangkauan nilai ulangan harian matematika siswa kelas IX sebesar 70. Cara menafsirkan jangkauannya adalah sebagai berikut misal x_i adalah nilai ulangan harian seorang siswa maka

- A. Ada seorang siswa yang nilainya 70 tetapi ada pula seorang siswa yang nilainya 30.
- B. Ada seorang siswa yang nilainya $x_i \geq 70$ tetapi ada pula seorang siswa yang nilainya $x_i \leq 30$.
- C. Ada seorang siswa yang nilainya $x_i \leq 100$ tetapi ada pula seorang siswa yang nilainya $x_i \leq 30$.
- D. Ada seorang siswa yang nilainya 60 tetapi ada pula seorang siswa yang nilainya 40.

6. Hasil ulangan Matematika tercantum pada tabel berikut

Nilai Matematika	Frekuensi
9	4
8	7
7	10
6	12
5	4
4	3

Mediannya adalah

- A. 6
- B. 6,5
- C. 7
- D. 12

7. Simpangan baku dari data 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 9 adalah

- A. 0
- B. 1
- C. $\sqrt{2}$
- D. 2

8. Perhatikan tabel distribusi frekuensi berikut

Nilai Matematika	Frekuensi
11 - 20	2
21 - 30	3
31 - 40	11
41 - 50	17
51 - 60	15
61 - 70	8
71 - 80	4

Tentukan modus dari tabel distribusi frekuensi di atas

- A. 41,5
 - B. B.45
 - C. 48
 - D. 49,5
9. Beberapa hal yang tidak perlu diperhatikan ketika menggambarkan diagram lingkaran adalah :
- A. Memasukkan kategori yang pertama kedalam lingkaran dimulai dari titik tertinggi
 - B. Memasukkan semua kategori kedalam lingkaran menggambarkan busur derajat
 - C. Memasukkan kategori lainnya harus searah jarum jam
 - D. Setiap kategori hendak diberi warna atau corak yang sama dalam lingkaran

10. Hal-hal berikut yang tidak perlu diperhatikan ketika menggambar diagram lambang adalah :
- Lambang yang digunakan harus sesuai dengan obyek yang diteliti
 - Banyak lambang yang digambarkan harus sesuai dengan banyak datanya
 - Bilangan yang digunakan untuk satu lambang jangan terlalu besar dan jangan terlalu kecil
 - Jika ada sisa bilangan yang bukan merupakan kelipatan dari bilangan untuk satu lambang, maka gambar lambangnya tidak utuh
11. Dua mata uang logam dilambungkan secara bersamaan. Kejadian muncul sisi gambar dan sisi angka adalah
- {AA, GG}
 - {AG, GA}
 - {AA, GG, AG}
 - {AA, AG, GA, GG}
12. Dua mata uang logam dilambungkan secara bersamaan. Ruang sampel dari percobaan tersebut adalah
- {AA, GG}
 - {AG, GA}
 - {AA, GG, AG}
 - {AA, AG, GA, GG}
13. Dalam percobaan pelemparan sebuah dadu sebanyak 50 kali diperoleh hasil dalam frekuensi relatif sebagai berikut.

Sisi dengan titik	1	2	3	4	5	6
Frekuensi relatif	0,11	0,23	0,29	0,18	0,13	0,06

Jika A adalah kejadian muncul titik ganjil, maka $P(A) = \dots$

- 0,35
 - 0,47
 - 0,53
 - 0,65
14. Sebuah mata uang logam dan sebuah dadu dilempar sebanyak satu kali. Peluang muncul sisi angka pada mata uang logam dan bilangan prima ganjil pada dadu adalah

- A. $\frac{1}{6}$
- B. $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{2}{3}$
- D. $\frac{5}{6}$

15. Dengan menggunakan elemen pada himpunan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dilakukan percobaan menyusun bilangan dua angka yang berlainan. Jika T menyatakan kejadian munculnya bilangan genap dari percobaan itu, maka

- A. $T = \{11, 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43\}$
- B. $T = \{12, 14, 24, 32, 34, 42\}$
- C. $T = \{12, 14, 22, 24, 32, 34, 42, 44\}$
- D. $T = \{11, 12, 13, 14\}$

Kunci Jawaban Evaluasi Statistika dan Peluang

- 1. D
- 2. C
- 3. C
- 4. A
- 5. B
- 6. C
- 7. C
- 8. C
- 9. D
- 10. B
- 11. B
- 12. D
- 13. C
- 14. A
- 15. B

Penutup

Salah satu usaha untuk menjaga dan meningkatkan kompetensi guru adalah dengan Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan (PKB), yaitu pengembangan kompetensi guru yang dilaksanakan sesuai dengan kebutuhan, bertahap dan berkelanjutan untuk meningkatkan profesionalitasnya. Kegiatan PKB ini harus dilakukan secara terus-menerus oleh guru agar kompetensinya terjaga dan terus ditingkatkan. Salah satu kegiatan PKB ini adalah kegiatan pengembangan diri yang dapat dilakukan melalui diklat guru pembelajar.

Modul statistika dan peluang ini merupakan salah satu modul yang digunakan pada kegiatan PKB. Modul ini membahas statistika meliputi menentukan ukuran pemusatan data tunggal dan data kelompok, ukuran penyebaran data tunggal dan data kelompok, serta penyajian data sedangkan untuk materi peluang meliputi pengertian percobaan, kejadian, ruang sampel, serta peluang suatu kejadian. Modul ini juga membahas tentang aturan perkalian, permutasi, kombinasi, agar dapat menambah wawasan guru.

Modul ini diharapkan dapat membantu guru dalam upaya meningkatkan kompetensi guru khususnya kompetensi profesional yang berkaitan dengan statistika dan konsep dasar peluang. Dengan meningkatnya kompetensi guru, diharapkan kompetensi peserta didik juga akan meningkat.

Demikianlah yang dapat penulis sampaikan mengenai uraian materi yang menjadi bahasan dalam modul ini. Diharapkan Anda dapat membaca materi yang ada dalam modul ini dengan baik. Melalui materi yang ada dalam modul ini, semoga dapat mengembangkan wawasan Anda serta memudahkan dalam menyelesaikan soal-soal yang ada. Untuk itu sangat diharapkan Anda mencoba menyelesaikan sendiri lembar kegiatan dan tugas yang ada dalam modul ini, baru setelah itu mencocokkan dengan kunci jawaban.

Semoga modul ini dapat bermanfaat bagi Anda.

Penutup

Daftar Pustaka

- Athanasios Papolilis (1992), "*Probabilitas, Variabel Random, dan Proses Stokastik*"(penerjemah: Dr Subanar), Gadjah Mada University Press, Yogyakarta
- Beecher, Penna, & Bittinger. (2006). *Algebra and Trigonometri* (Ed. 3th). Pearson Addison Wesley
- Furqon, (1999). *Statistika Terapan Untuk Penelitian*. Bandung. AFABETA.
- Goodaire, E.G. and Parmeter, M.M. 2006. *Upper Saddle River, N.J*: Pearson Prentice-Hall, Inc.
- Hasan, M. Iqbal, (2011). *Pokok – Pokok Materi Statistika 1 (Statistik Deskriptif)*. Jakarta . PT Bumi Aksara.
- Husein Tampomas, (2007).*Seribu Pena Matematika untuk SMA/MA Kelas XI*, Jakarta. Erlangga.
- Ismail, (2002).*Statistika*, Jakarta. Direktorat PLP.
- Iryanti, Puji, (2006).*Statistika*. Yogyakarta. PPPPTK Matematika
- Johnsonbaugh, R. 2001. *Discrete Mathematics. Fifth Edition*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, Inc.
- Lee J Bain dan Max Engelhardt (1992), "*Introduction to Probability and Mathematical Statistics*", California
- Kemdikbud, (2014). *Matematika SMA/SMK/MA/MAK kelas XI, Semester 2*, Jakarta. Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemdikbud
- Kurniawan dan Suryadi, (2007), *Olimpiade Matematika SMP*, Jakarta. Erlangga.
- Kusrini,(2003). *Statistika*. Jakarta. Direktorat Pendidikan Lanjutan Pertama.
- Nugroho Budiyuwono, (1990).*Pelajaran Statistik untuk SMEA dan Sederajat*, Yogyakarta. BPFE.
- Pasaribu, Amudi, (1975). *Pengantar Statistik*. Jakarta. Gahlia Indonesia.
- Rice, J.A. 1995. *Mathematical Statistics and Data Analysis*. Belmont: Wadsworth Publishing Company.
- Ronald E. Walpole (1986),"*Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*"(penerjemah: R.K. Sembiring), ITB, Bandung
- Ronald E. Walpole (1992),"*Pengantar Statistika*", PT Gramedia Pustaka Utama, Jakarta

- Riduwan , (2010). *Dasar-dasar Statistika*. Bandung : Alfabeta.
- Sultan, A. And Artzt, A.F. (2011). *The Mathematics That Every Secondary School Math Teacher Needs To Know*. New York: Routledge, Taylor & Francis.
- Siregar, Syofian, (2010). *Statistika Deskriptif untuk Penelitian Dilengkapi Perhitungan Manual dan Aplikasi SPSS Versi 17*. Jakarta. Rajawali Pers.
- Somantri, Ating dan Sambas Ali Muhidin, (2006). *Aplikasi statistika dalam Penelitian*. Bandung. Pustaka Ceria.
- Sujana, dkk. (2000). *Statistik Pendidikan*. Bandung. Pustaka Setia.
- Sudijono, Anas, (2009). *Pengantar Statistik Pendidikan*. Jakarta. PT RajaGrafindo Persada.
- Sudjana, M.A., M.SC. (2005). *Metode Statistika*. Bandung. Tarsito
- Sunardi, Slamet Waluyo, Sutrisno, Subagya,(2005). *Matematika Kelas XI Program Studi Ilmu Alam SMA & MA*. Jakarta. Bumi Aksara
- Soegyarto,(1997). *Pengantar statistik*. Jakarta.Rineka Cipta
- Sutrisno Hadi,(1985). *Statistik*. Jogjakarta. Universitas Gadjah Mada
- Sugiyono. (1997). *Statistika dalam penelitian*. Bandung. CV Alfabeta
- Supranto J, (1994). *Statistik. Teori dan Aplikasi*. Jakarta. Erlangga
- Urban, P. Owen, J. Martin, D. Haese, R. Haese, S. Bruce, M. (2004). *Mathematics for the international student: International Baccalaureate Mathematics HL Course*. Adelaide: Haese & Harris Publications.
- Urban, P., Owen, J., Martin, D., and Haese, R. *Mathematics for the International Student: Mathematics HL*. 2006. Adelaide: Haese&Harris Publications.
- Widyantini dan Marsudi R,(2014). *Bahan Belajar Statistika dan Peluang Jenjang SMP Diklat Pasca UKG Berbasis MGMP dengan Pola In On In*. Yogyakarta. PPPPTK Matematika
- Wirodikromo Sartono, (2007). *Matematika untuk SMA kelas XI, Semester I*, Jakarta. Erlangga.
- Zanzawi Soejoeti (1986), "*Metode Statistika 1*", Jakarta

