



GURU PEMBELAJAR MODUL MATEMATIKA SMP

KELOMPOK KOMPETENSI D

KURIKULUM MATEMATIKA 1, SEJARAH FILSAFAT DAN ALJABAR 1

Kata Sambutan

Peran guru profesional dalam proses pembelajaran sangat penting sebagai kunci keberhasilan belajar siswa. Guru profesional adalah guru yang kompeten membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan pendidikan yang berkualitas. Hal tersebut menjadikan guru sebagai komponen yang menjadi fokus perhatian pemerintah pusat maupun pemerintah daerah dalam peningkatan mutu pendidikan terutama menyangkut kompetensi guru.

Pengembangan profesionalitas guru melalui program Guru Pembelajar merupakan upaya peningkatan kompetensi untuk semua guru. Sejalan dengan hal tersebut, pemetaan kompetensi guru telah dilakukan melalui uji kompetensi guru (UKG) untuk kompetensi pedagogik profesional pada akhir tahun 2015. Hasil UKG menunjukkan peta kekuatan dan kelemahan kompetensi guru dalam penguasaan pengetahuan. Peta kompetensi guru tersebut dikelompokkan menjadi 10 (sepuluh) kelompok kompetensi. Tindak lanjut pelaksanaan UKG diwujudkan dalam bentuk pelatihan guru paska UKG melalui program Guru Pembelajar. Tujuannya untuk meningkatkan kompetensi guru sebagai agen perubahan dan sumber belajar utama bagi peserta didik. Program Guru Pembelajar dilaksanakan melalui pola tatap muka, daring penuh (*online*), dan daring kombinasi (*blended*) tatap muka dengan *online*.

Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK), Lembaga Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Kelautan Perikanan Teknologi Informasi dan Komunikasi (LP3TK KPTK) dan Lembaga Pengembangan dan Pemberdayaan Kepala Sekolah (LP2KS) merupakan Unit Pelaksana Teknis di lingkungan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan yang bertanggung jawab dalam mengembangkan perangkat dan melaksanakan peningkatan

kompetensi guru sesuai bidangnya. Adapun perangkat pembelajaran yang dikembangkan tersebut adalah modul untuk program Guru Pembelajar tatap muka dan Guru Pembelajar online untuk semua mata pelajaran dan kelompok kompetensi. Dengan modul ini diharapkan program Guru Pembelajar memberikan sumbangan yang sangat besar dalam peningkatan kualitas kompetensi guru.

Mari kita sukseskan program Guru Pembelajar ini untuk mewujudkan Guru Mulia Karena Karya.

Jakarta, Maret 2016

Direktur Jenderal,



Sumarna Surapranata

NIP. 195908011985031002



GURU PEMBELAJAR

MODUL MATEMATIKA SMP

KELOMPOK KOMPETENSI D

PEDAGOGIK

KURIKULUM MATEMATIKA SMP I

**DIREKTORAT JENDRAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
2016**

Penulis:

Yogi Anggraena, M.Si, 082345678219, yogi_anggraena@yahoo.com

Penelaah :

Marfuah, S.Si, MT, 085875774483, marfuah@p4tkmatematika.org

Ilustrator:

Ratna Kumala Hapsari

Copyright © 2016

Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial tanpa izin tertulis dari Kementerian Pendidikan Kebudayaan.

Kata Pengantar

Peningkatan kualitas pendidikan saat ini menjadi prioritas, baik oleh pemerintah pusat maupun daerah. Salah satu komponen yang menjadi fokus perhatian adalah peningkatan kompetensi guru. Peran guru dalam pembelajaran di kelas merupakan kunci keberhasilan untuk mendukung keberhasilan belajar siswa. Guru yang profesional dituntut mampu membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan output dan outcome pendidikan yang berkualitas.

Dalam rangka memetakan kompetensi guru, telah dilaksanakan Uji Kompetensi Guru (UKG) Tahun 2015. UKG tersebut dilaksanakan bagi semua guru, baik yang sudah bersertifikat maupun belum bersertifikat untuk memperoleh gambaran objektif kompetensi guru, baik profesional maupun pedagogik. Hasil UKG kemudian ditindaklanjuti melalui Program Guru Pembelajar sehingga diharapkan kompetensi guru yang masih belum optimal dapat ditingkatkan.

PPPPTK Matematika sebagai Unit Pelaksana Teknis Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan di bawah pembinaan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan mendapat tugas untuk menyusun modul guna mendukung pelaksanaan Guru Pembelajar. Modul ini diharapkan dapat menjadi sumber belajar bagi guru dalam meningkatkan kompetensinya sehingga mampu mengambil tanggung jawab profesi dengan sebaik-baiknya.

Yogyakarta, Maret 2016

Kepala PPPPTK Matematika,



Dr. Dra. Daswatia Astuty, M.Pd.

NIP. 196002231985032001

Daftar Isi

Kata Pengantar	iii
Daftar Isi	iii
Pendahuluan.....	1
A. Latar Belakang.....	1
B. Tujuan	2
C. Peta Kompetensi.....	2
D. Ruang Lingkup.....	4
E. Saran Cara Penggunaan Modul.....	4
KEGIATAN PEMBELAJARAN 1 PENGEMBANGAN KURIKULUM MATEMATIKA.....	5
A. Tujuan	5
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	5
C. Uraian Materi.....	5
1. Prinsip Pengembangan Kurikulum	5
2. Perubahan Kurikulum di Indonesia	7
D. Aktivitas Pembelajaran	11
E. Latihan/Kasus/Tugas.....	11
F. Rangkuman.....	11
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	12
KEGIATAN PEMBELAJARAN 2 SKL, KI, KD, DAN INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI MATEMATIKA SMP/MTs	13
A. Tujuan	13
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	13
C. Uraian Materi.....	13
1. Standar Kompetensi Lulusan (SKL)	13
2. Kompetensi Inti.....	14
3. Kompetensi Dasar	15
4. Indikator	16
D. Aktivitas Pembelajaran	20
E. Latihan/Kasus/Tugas.....	20
F. Rangkuman.....	20
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	21

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3 KARAKTERISTIK DAN TUJUAN MATA PELAJARAN	
MATEMATIKA.....	23
A. Tujuan.....	23
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	23
C. Uraian Materi	23
1. Karakteristik Mata Pelajaran Matematika	23
2. Tujuan Pembelajaran Matematika.....	25
3. Ruang Lingkup Matematika SMP/MTs.....	28
D. Aktivitas Pembelajaran	29
E. Latihan/Kasus/Tugas	29
F. Rangkuman	29
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	30
KEGIATAN PEMBELAJARAN 4 DESAIN PEMBELAJARAN MATEMATIKA SMP/MTs.	31
A. Tujuan.....	31
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	31
C. Uraian Materi	31
D. Aktivitas Pembelajaran	48
E. Latihan/Kasus/Tugas	48
F. Rangkuman	49
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	49
KUNCI JAWABAN LATIHAN	51
EVALUASI.....	53
PENUTUP.....	55
GLOSARIUM.....	57
DAFTAR PUSTAKA.....	59

Pendahuluan

A. Latar Belakang

Dalam Undang-Undang No. 20 tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional (UU Sisdiknas) disebutkan bahwa pengembangan kurikulum mengacu pada Standar Nasional Pendidikan (SNP). Kurikulum, menurut Pasal 1 Ayat (19) UU Sisdiknas, adalah seperangkat rencana dan pengaturan mengenai tujuan, isi, dan bahan pelajaran serta cara yang digunakan sebagai pedoman penyelenggaraan kegiatan pembelajaran untuk mencapai tujuan pendidikan tertentu.

Pengembangan kurikulum 2013 bersifat sistemik, fleksibel, dan kontekstual. Dalam arti bahwa: *pertama*, kurikulum sebagai salah satu komponen pendidikan saling tergantung dan mempengaruhi komponen-komponen lainnya; *kedua*, kurikulum dapat berubah dan/atau diubah sesuai dengan kondisi dan kebutuhan; dan *ketiga*, kurikulum harus dapat menjadi instrumen penghubung antara konsep dan kenyataan.

Kurikulum sebagai salah satu komponen pendidikan memiliki keterkaitan yang signifikan dengan upaya peningkatan mutu pendidikan yang terdiri atas indikator input, proses, dan *outcomes*. Rangkaian logis hubungan antara kurikulum dan pencapaian mutu pendidikan adalah sebagai berikut. (1) adanya input yang memiliki kesiapan mental untuk mempelajari berbagai kompetensi yang terdapat dalam kurikulum; (2) adanya proses pembelajaran yang didukung dengan kurikulum, guru, buku pelajaran, dan peran orang tua; dan (3) adanya *outcomes* yang berkualitas dan memenuhi standar sebagai produk dari rangkaian proses sebelumnya

Undang-undang Republik Indonesia Nomor 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional menyatakan bahwa jabatan guru sebagai pendidik merupakan jabatan profesional. Dengan demikian profesionalisme guru dituntut terus berkembang sesuai dengan perkembangan zaman, perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, serta kebutuhan masyarakat. Peraturan Pemerintah No.19 tahun 2005 tentang Standar Nasional Pendidikan Bab VI pasal 28 ayat 1, menyiratkan bahwa pendidik harus memiliki kualifikasi akademik dan kompetensi

sebagai agen pembelajaran, sehat jasmani dan rohani, serta memiliki kemampuan untuk mewujudkan tujuan pendidikan nasional. Sebagai agen pembelajar, guru dituntut untuk memiliki kompetensi pedagogik, kepribadian, sosial, dan profesional. Keempat kompetensi tersebut harus dikembangkan secara utuh sehingga terintegrasi dalam kinerja guru. Berdasarkan hal tersebut, modul pengembangan kurikulum ini disusun sebagai bentuk fasilitasi bagi guru dalam meningkatkan profesionalismenya.

B. Tujuan

Dengan menggunakan modul ini melalui kegiatan diklat, pertemuan MGMP, atau belajar mandiri pada materi pengembangan kurikulum, secara tepat guru dapat menjelaskan rasional dan prinsip pengembangan kurikulum, menganalisis SKL, KI, dan KD, dan memilih pembelajaran berdasarkan pendekatan saintifik.

C. Peta Kompetensi

Kompetensi yang akan dicapai atau ditingkat dengan mempelajari modul ini adalah terkait dengan kompetensi pedagogik, yang dikaitkan dengan kompetensi profesional no. 21.

STANDAR KOMPETENSI GURU		
KOMPETENSI INTI GURU	KOMPETENSI GURU MATA PELAJARAN/KELAS/KEAHLIAN/BK	Indikator Esensial/ Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)
3. Mengembangkan kurikulum yang terkait dengan mata pelajaran yang diampu	3.1 Memahami prinsip-prinsip pengembangan kurikulum.	3.1.1 Menjelaskan rasional pengembangan Kurikulum
		3.1.2 Mengidentifikasi prinsip pengembangan kurikulum
		3.1.3 Menjelaskan fungsi dan peranan kurikulum

STANDAR KOMPETENSI GURU		
KOMPETENSI INTI GURU	KOMPETENSI GURU MATA PELAJARAN/KELAS/KEAHLIAN/BK	Indikator Esensial/ Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)
	3.2 Menentukan tujuan pembelajaran yang diampu.	3.2.1 Menganalisis keterkaitan Standar Kompetensi Lulusan dengan Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar
		3.2.2 Menganalisis kesesuaian indikator pembelajaran dengan kompetensi dasar
		3.2.3 Mengidentifikasi contoh tujuan pembelajaran sesuai dengan kompetensi dasar
	3.3 Menentukan pengalaman belajar yang sesuai untuk mencapai tujuan pembelajaran yang diampu	3.3.1 Mengidentifikasi pengalaman belajar yang sesuai dengan karakteristik mapel matematika SMP/MTs
		3.3.2 Memilih pengalaman belajar yang sesuai dengan tujuan pembelajaran mapel matematika SMP/MTs
	3.4 Memilih materi pembelajaran yang diampu yang terkait dengan pengalaman belajar dan tujuan pembelajaran.	3.4.4 Mengklasifikasikan materi pembelajaran yang diampu yang terkait dengan pengalaman belajar dan tujuan pembelajaran yang telah ditentukan

D. Ruang Lingkup

Modul ini hanya terdiri dari beberapa kegiatan pembelajaran mengenai Pengembangan kurikulum, yaitu mengenai pengembangan kurikulum, SKL, KI, KD, dan indikator, karakteristik dan tujuan mata pelajaran, serta desain pembelajaran saintifik.

E. Saran Cara Penggunaan Modul

Modul ini secara khusus diperuntukkan bagi guru yang mengikuti diklat pasca UKG atau diklat Guru Pembelajar. Berikut ini beberapa saran dalam cara penggunaan dan pemanfaatan modul.

1. Bacalah modul ini secara runtut, dimulai dari Bab Pendahuluan, agar dapat lebih mudah dan lancar dalam mempelajari kompetensi dan materi dalam modul ini.
2. Lakukan aktivitas belajar yang terdapat pada modul. Dalam melakukan aktivitas belajar tersebut, sesekali dapat melihat kembali materi di dalam modul.
3. Materi di dalam modul lebih bersifat ringkas dan padat, sehingga dimungkinkan untuk menelusuri literatur lain yang dapat menunjang penguasaan kompetensi.
4. Setelah melakukan aktivitas belajar, barulah berusaha sekuat pikiran, untuk menyelesaikan latihan dan/atau tugas yang ada. Jangan tergoda untuk melihat kunci dan petunjuk jawaban. Kemandirian dalam mempelajari modul akan menentukan seberapa jauh penguasaan kompetensi.
5. Setelah mendapatkan jawaban atau menyelesaikan tugas, bandingkan dengan kunci atau petunjuk jawaban.
6. Lakukan refleksi berdasarkan proses belajar yang telah dilakukan dan penyelesaian latihan/tugas. Bagian rangkuman dapat dijadikan modal dalam melakukan refleksi. Hasil refleksi yang dapat terjadi antara lain ditemukan beberapa bagian yang harus direviu dan dipelajari kembali, ada bagian yang perlu dipertajam atau dikoreksi, dan lain lain.
7. Setelah mendapatkan hasil refleksi, rencanakan dan lakukan tindak lanjut yang relevan. Baik dalam sesi maupun di luar sesi.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

PENGEMBANGAN KURIKULUM MATEMATIKA

A. Tujuan

Setelah membaca modul ini, diharapkan guru dapat:

1. menjelaskan rasional dan prinsip-prinsip pengembangan kurikulum dengan tepat dan jelas.
2. menjelaskan fungsi dan peranan kurikulum dari berbagai sudut pandang dan kepentingan.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Diharapkan guru setelah membaca modul ini dapat:

1. menjelaskan rasional pengembangan kurikulum, terutama pengembangan Kurikulum 2013.
2. mengidentifikasi prinsip-prinsip pokok pengembangan kurikulum yang harus dijadikan acuan.
3. menjelaskan beberapa fungsi kurikulum dari berbagai sudut pandang dan kepentingan.
4. menjelaskan beberapa peranan kurikulum dari berbagai sudut pandang dan kepentingan.

C. Uraian Materi

1. Prinsip Pengembangan Kurikulum

Terdapat dua dimensi kurikulum, yang pertama adalah rencana dan pengaturan mengenai tujuan, isi, dan bahan pelajaran, sedangkan yang kedua adalah cara yang digunakan untuk kegiatan pembelajaran. Kurikulum senantiasa berkembang secara dinamis sesuai dengan tuntutan perkembangan zaman.

Kurikulum sebagai satu kesatuan dari beberapa komponen pastilah ada memiliki peran dan fungsi. Peran kurikulum yaitu:

- a. Peran konservatif. Peran konservatif kurikulum adalah melestarikan berbagai budaya sebagai warisan masa lalu.
- b. Peran kreatif. Dalam peran kreatifnya, kurikulum harus mengandung hal-hal baru sehingga dapat membantu siswa untuk dapat mengembangkan setiap potensi yang dimilikinya agar dapat berperan aktif dalam kehidupan sosial masyarakat yang senantiasa bergerak maju secara dinamis.
- c. Peran kritis dan evaluatif. Kurikulum berperan untuk menyeleksi nilai dan budaya mana yang perlu dipertahankan, dan mana yang harus dimiliki oleh siswa.

Sedangkan fungsi kurikulum yaitu:

- a. Fungsi umum pendidikan. Maksudnya untuk mempersiapkan peserta didik agar menjadi anggota masyarakat yang bertanggung jawab dan baik.
- b. Suplementasi. Kurikulum sebagai alat pendidikan harus dapat memberikan pelayanan kepada setiap siswa.
- c. Eksplorasi. Kurikulum harus dapat menemukan dan mengembangkan minat dan bakat masing-masing siswa.
- d. Keahlian. Kurikulum berfungsi untuk mengembangkan kemampuan anak sesuai dengan keahliannya yang didasarkan atas minat dan bakat siswa.

Adapun prinsip pengembangan kurikulum, yaitu.

- a. Relevansi. Kurikulum yang dikembangkan oleh sekolah harus memiliki kesesuaian (relevansi) sehingga kurikulum tersebut bisa bermanfaat. Ada dua relevansi: relevansi internal, yaitu kesesuaian antara setiap komponen (anatomi) kurikulum; kedua relevansi eksternal, yaitu program kurikulum harus sesuai dan mampu menjawab terhadap tuntutan dan perkembangan kehidupan masyarakat.
- b. Fleksibilitas. Kurikulum harus bisa diterapkan secara lentur disesuaikan dengan karakteristik dan potensi setiap siswa, juga dinamika kehidupan masyarakat.
- c. Kontinuitas. Isi program dan penerapan kurikulum di setiap sekolah harus memberi bekal bagi setiap siswa untuk mengembangkan kemampuan dan potensi yang dimilikinya secara berkesinambungan dan berkelanjutan (kontinuitas). Setiap satuan pendidikan mengembangkan kurikulum dengan membaca dan mengetahui bagaimana program kurikulum di satuan pendidikan yang lainnya.
- d. Efisiensi dan Efektivitas. Kurikulum harus memungkinkan setiap personil untuk menerapkannya secara mudah dengan menggunakan biaya secara proporsional

dan itulah efisien. Penggunaan seluruh sumber daya baik piranti kurikulum, sumber daya manusia maupun sumber finansial harus menjamin bagi tercapainya tujuan atau membawa hasil secara optimal dan itulah makna dari prinsip efektivitas

2. Perubahan Kurikulum di Indonesia

a. Sebelum Kurikulum 2013

Sejak Indonesia merdeka berturut-turut diberlakukan Kurikulum 1947 (Rentjana Peladjaran), Kurikulum 1952 (Rentjana Peladjaran Terurai), Kurikulum 1964 (Rentjana Pendidikan 1964), dan Kurikulum 1968. Istilah matematika sendiri baru muncul pada Kurikulum 1968 sebagai bagian dari Mata Pelajaran Ilmu Pasti pada tingkat SMA. Sedangkan istilah matematika sebagai nama mata pelajaran, baru digunakan pada Kurikulum 1975 pada jenjang SD, SMP, dan SMA.

Ciri pembelajaran matematika pada kurikulum 1968 antara lain sebagai berikut (Russeffendi, 1985): penekanan lebih diberikan pada keterampilan berhitung, lebih mengutamakan hafalan, program berhitung kurang memperhatikan aspek kontinuitas dengan materi berikutnya, kurang terkait dengan dunia luar, dan penyajian materi kurang memberikan peluang untuk tumbuhnya motivasi serta rasa ingin tahu anak.

Pada tahun 1975, terjadi perubahan besar dengan dimasukkannya matematika modern. Matematika modern tersebut memiliki karakteristik sebagai berikut: terdapat topik himpunan, pergeseran ke pengajaran yang lebih mengutamakan pengertian, soal lebih diutamakan yang pemecahan masalah, ada kesinambungan dalam penyajian bahan ajar antar jenjang, terdapat penekanan kepada struktur, program pengajaran memperhatikan keberagaman antar siswa, pergeseran ke pengajaran yang lebih berpusat pada siswa, metode mengajar lebih ke penemuan dan pemecahan masalah dengan teknik diskusi, serta upaya pengajaran matematika lebih menarik, misalnya melalui permainan, teka-teki, atau kegiatan lapangan. (Ruseffendi, 1979). Sementara perubahan ke Kurikulum 1984 sebenarnya tidak terlalu banyak. Perbedaan utama, pada Kurikulum 1984 ini materi pengenalan komputer mulai diberikan. (Ruseffendi: 1988).

Pada tahun 1994 terjadi lagi perubahan terhadap kurikulum. Pada kurikulum matematika SD ini, terdapat penekanan khusus pada penguasaan bilangan (*number*

sense) termasuk di dalamnya berhitung. Untuk SLTP, bahan kajian intinya mencakup: aritmetika, aljabar, geometri, peluang, dan statistika. Terdapat upaya untuk menanamkan pemikiran deduktif yang ketat melalui struktur deduktif terbatas pada sebagian bahan geometri. Materi matematika SMU terdapat pengenalan teori graf (bagian matematika diskrit).

Pada Tahun 2006 terjadi lagi perubahan dan masyarakat mengenalnya dengan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP). Ciri-ciri Kurikulum pendidikan matematika adalah: dikembangkan berdasarkan kompetensi tertentu, berpusat pada anak sebagai pengembang pengetahuan, terdapat penekanan pada pengembangan kemampuan pemecahan masalah, kemampuan berpikir logis, kritis, dan kreatif serta kemampuan mengkomunikasikan matematika, mencakup komponen kompetensi dasar, materi pokok dan indikator hasil pencapaian belajar, terdapat sedikit perubahan pada cakupan materi misalnya dengan dimaksukannya pemecahan masalah, penalaran dan komunikasi matematis, namun bukan merupakan pokok bahasan lebih merupakan tujuan pembelajaran.

b. Kurikulum 2013

Pengembangan Kurikulum 2013 merupakan langkah lanjutan pengembangan Kurikulum Berbasis Kompetensi (KBK) yang telah dirintis pada tahun 2004 dan Kurikulum 2006. Di dalam kerangka pengembangan kurikulum 2013, hanya 4 standar yang berubah, yakni Standar Kompetensi Lulusan (SKL), Standar Proses, Standar Isi, dan Standar Penilaian. Standar Kompetensi Lulusan adalah kriteria mengenai kualifikasi kemampuan lulusan yang mencakup sikap, pengetahuan, dan keterampilan. Standar Isi adalah kriteria mengenai ruang lingkup materi dan tingkat Kompetensi untuk mencapai Kompetensi lulusan pada jenjang dan jenis pendidikan tertentu. Standar Proses adalah kriteria mengenai pelaksanaan pembelajaran pada satu satuan pendidikan untuk mencapai SKL. Standar Penilaian Pendidikan adalah kriteria mengenai mekanisme, prosedur, dan instrumen penilaian hasil belajar peserta didik.

Pada Kurikulum 2013, penyusunan kurikulum dimulai dengan menetapkan SKL berdasarkan kesiapan siswa, tujuan pendidikan nasional, dan kebutuhan. Setelah kompetensi ditetapkan kemudian ditentukan kurikulumnya yang terdiri dari kerangka

dasar kurikulum dan struktur kurikulum. Satuan pendidikan dan guru tidak diberikan kewenangan menyusun silabus, tetapi disusun pada tingkat nasional. Guru lebih diberikan kesempatan mengembangkan proses pembelajaran tanpa harus dibebani dengan tugas-tugas penyusunan silabus yang memakan waktu yang banyak dan memerlukan penguasaan teknis penyusunan yang memberatkan guru.

Kurikulum 2013 dikembangkan berdasarkan rasional berikut:

1. Tantangan internal. Tantangan internal antara lain terkait dengan kondisi pendidikan dikaitkan dengan tuntutan pendidikan yang mengacu kepada 8 Standar Nasional Pendidikan yang meliputi SI, standar proses, SKL, standar pendidik dan tenaga kependidikan, standar sarana dan prasarana, standar pengelolaan, standar pembiayaan, dan standar penilaian pendidikan. Tantangan lainnya terkait perkembangan penduduk usia produktif Indonesia. Jumlah penduduk usia produktif ini akan mencapai puncaknya pada tahun 2020-2035 pada saat angkanya mencapai 70%.
2. Tantangan eksternal. Tantangan eksternal antara lain terkait dengan arus globalisasi dan berbagai isu yang terkait pendidikan. Tantangan eksternal juga terkait dengan pergeseran kekuatan ekonomi dunia, pengaruh dan imbas teknoains serta mutu, investasi, dan transformasi bidang pendidikan. Keikutsertaan Indonesia di dalam studi *International Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) dan *Program for International Student Assessment* (PISA) sejak tahun 1999 juga menunjukkan bahwa capaian anak-anak Indonesia tidak mengembirakan. Hal ini antara lain dikarenakan banyak materi uji yang ditanyakan tidak terdapat dalam kurikulum Indonesia.

Kurikulum 2013 dirancang dengan karakteristik sebagai berikut.

1. Mengembangkan keseimbangan antara sikap spiritual dan sosial, pengetahuan dan keterampilan, serta menerapkannya dalam berbagai situasi di sekolah dan masyarakat;
2. Menempatkan sekolah sebagai bagian dari masyarakat yang memberikan pengalaman belajar agar peserta didik mampu menerapkan apa yang dipelajari di sekolah ke masyarakat dan memanfaatkan masyarakat sebagai sumber belajar;

3. Memberi waktu yang cukup leluasa untuk mengembangkan berbagai sikap, pengetahuan, dan keterampilan;
4. Mengembangkan kompetensi yang dinyatakan dalam bentuk Kompetensi Inti kelas yang dirinci lebih lanjut dalam kompetensi dasar mata pelajaran;
5. Mengembangkan Kompetensi Inti kelas menjadi unsur pengorganisasi (*organizing elements*) Kompetensi Dasar. Semua KD dan proses pembelajaran dikembangkan untuk mencapai kompetensi yang dinyatakan dalam KI;
6. Mengembangkan Kompetensi Dasar berdasar pada prinsip akumulatif, saling memperkuat (*reinforced*) dan memperkaya (*enriched*) antar-mata pelajaran dan jenjang pendidikan (organisasi horizontal dan vertikal).

Dalam kurikulum 2013, proses pembelajaran menggunakan pendekatan saintifik, yaitu pembelajaran yang mendorong siswa lebih mampu dalam mengamati, menanya, mengumpulkan informasi, mengasosiasi/menalar, dan mengomunikasikan. Hasil akhirnya adalah peningkatan dan keseimbangan antara *soft skills* serta *hard skills* siswa yang meliputi aspek kompetensi sikap, keterampilan, dan pengetahuan. Model pembelajaran yang diperlukan adalah yang memungkinkan terbudayakannya kecapakan berpikir sains, terkembangkannya "*sense of inquiry*" dan kemampuan berpikir kreatif siswa. Model pembelajaran harus mampu menghasilkan kemampuan untuk belajar, bukan saja diperolehnya sejumlah pengetahuan, keterampilan, dan sikap, tetapi yang lebih penting adalah bagaimana hal itu diperoleh siswa.

Penguatan materi pada Kurikulum 2013 dilakukan dengan pengurangan materi yang tidak relevan serta pendalaman dan perluasan materi yang relevan bagi peserta didik. Juga menambahkan materi yang dianggap penting dalam perbandingan internasional, serta penguatan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai. Cakupan materi di SMP meliputi bilangan rasional, real, pengenalan aljabar, himpunan, geometri dan pengukuran (termasuk transformasi, bangun tidak beraturan), dan statistika dan peluang (termasuk metode statistik sederhana).

D. Aktivitas Pembelajaran

Aktivitas 1:

Identifikasi bagaimana penerapan masing-masing prinsip pengembangan kurikulum di kurikulum 2013. Apakah semua prinsip terpenuhi! Buatlah dalam suatu bentuk tabel.

Aktivitas 2:

Bukalah dokumen kurikulum 2006 dan 2013, lalu bandingkan kesamaan dan perbedaan antara kurikulum 2006 dan 2013.

Aspek Perbedaan	Kurikulum 2006	Kurikulum 2013
..
..

E. Latihan/Kasus/Tugas

1. Apa yang dimaksud dengan kurikulum menurut Undang-Undang Nomor 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional?
2. Mengapa kurikulum suatu negara berubah-berubah?
3. Faktor apa saja yang menjadi landasan dalam pengembangan kurikulum 2013?

F. Rangkuman

Kurikulum merupakan gambaran bahan tertulis dalam melaksanakan pembelajaran oleh pendidik (guru) bersama peserta didik (siswa) yang senantiasa berkembang secara dinamis sesuai dengan tuntutan perkembangan zaman. Sejak awal kemerdekaan di Indonesia telah terjadi beberapa kali perubahan kurikulum matematika sejak Kurikulum 1947 (Rentjana Peladjaran) hingga yang terakhir

kurikulum 2013. Pengembangan kurikulum harus melihat pada fungsi, peran, dan prinsip-prinsip pengembangan kurikulum.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Periksalah pemahaman Anda dengan materi yang disajikan dalam modul ini, serta hasil pengerjaan latihan/tugas dengan kunci jawaban. Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar latihan, maka Anda telah menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika belum optimal, silakan dipelajari kembali dan berdiskusi dengan teman sejawat untuk memantapkan pemahaman dan kompetensi yang diharapkan. Setelah Anda telah benar-benar menguasai kompetensinya, silakan berlanjut ke kegiatan pembelajaran selanjutnya.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2

SKL, KI, KD, DAN INDIKATOR PENCAPAIAN

KOMPETENSI MATEMATIKA SMP/MTs

A. Tujuan

Setelah membaca modul ini, diharapkan guru dapat:

1. Memahami tentang SKL, KI, dan KD.
2. Menganalisis keterkaitan SKL, KI, KD, dan indikator.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Diharapkan guru setelah membaca modul ini dapat:

1. Menjelaskan pengertian SK, KI, dan KD.
2. Menganalisis keterkaitan SKL dengan KI dan KD.
3. Menganalisis kesesuaian indikator pembelajaran dengan KD.

C. Uraian Materi

1. Standar Kompetensi Lulusan (SKL)

Berdasarkan analisis kebutuhan, potensi, dan karakteristik sosial, ekonomi, dan budaya daerah, maka ditetapkan SKL sebagai kriteria kualifikasi kemampuan lulusan yang mencakup sikap, pengetahuan, dan keterampilan. SKL sebagai acuan utama pengembangan ketujuh standar pendidikan lainnya. SKL terdiri 3 ranah yaitu sikap, pengetahuan dan ketrampilan. Ranah sikap mencakup 4 elemen yaitu proses, individu, sosial, dan alam. Ranah pengetahuan mencakup 3 elemen yaitu proses, obyek, dan subyek, sedangkan ranah ketrampilan terbagi 3 elemen yaitu proses, abstrak, dan kongkrit. Setiap elemen digunakan kata-kata operasional yang berbeda. Selanjutnya SKL diterjemahkan kedalam Kompetensi Inti yang berada dibawahnya.

Standar Kompetensi Lulusan terdiri atas:

- a. Dimensi Sikap. Manusia yang memiliki pribadi yang beriman, berakhlak mulia, percaya diri, dan bertanggung jawab dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial, alam sekitar, serta dunia dan peradabannya, yang dicapai melalui: menerima, menjalankan, menghargai, menghayati, dan mengamalkan.

- b. Dimensi Pengetahuan. Manusia yang memiliki pribadi yang menguasai ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya dan berwawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban, yang dicapai melalui: mengetahui, memahami, menerapkan, menganalisis, dan mengevaluasi.
- c. Dimensi Keterampilan. Manusia yang memiliki pribadi yang berkemampuan pikir dan tindak yang efektif dan kreatif dalam ranah abstrak dan konkret, yang dicapai melalui: mengamati; menanya; mencoba dan mengolah; menalar; mencipta; menyajikan dan mengomunikasikan

Perumusan kompetensi lulusan antarsatuan pendidikan mempertimbangkan gradasi setiap tingkatan satuan pendidikan dan memperhatikan kriteria sebagai berikut: perkembangan psikologis anak, lingkup dan kedalaman materi, kesinambungan, dan fungsi satuan pendidikan.

Kompetensi lulusan satuan pendidikan SMP/MTs/SMPLB/PAKET B Lulusan SMP/MTs/SMPLB/PAKET B adalah manusia yang memiliki kualifikasi berikut.

Tabel. Kompetensi Lulusan SMP/MTs/SMPLB/PAKET B

DIMENSI	KOMPETENSI LULUSAN
SIKAP	Memiliki perilaku yang mencerminkan sikap orang beriman, berakhlak mulia, berilmu, percaya diri, dan bertanggung jawab dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya
PENGETAHUAN	Memiliki pengetahuan faktual, konseptual, dan prosedural dalam ilmu pengetahuan, teknologi, seni, dan budaya dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait fenomena dan kejadian yang tampak mata
KETERAMPILAN	Memiliki kemampuan pikir dan tindak yang efektif dan kreatif dalam ranah abstrak dan konkret sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain sejenis.

2. Kompetensi Inti

Kompetensi inti (KI) merupakan standar penilaian yang harus dimiliki secara berbeda pada setiap tingkatan dan kelas. KI merupakan komponen penilaian yang akan dapat mengejawantahkan/mewujudkan isi dari SKL. Isi KI harus mencerminkan harapan dari SKL Kompetensi inti (KI) terdiri dari KI-1 sampai dengan KI-4. Rumusan setiap KI berbeda sesuai dengan aspeknya. Untuk mencapai

kemampuan yang terdapat di dalam KI perlu diterjemahkan kedalam KD yang sesuai dengan aspek pada setiap KI.

KI merupakan tingkat kemampuan untuk mencapai SKL yang harus dimiliki seorang peserta didik pada setiap tingkat kelas atau program yang menjadi landasan pengembangan Kompetensi Dasar. Rumusan KI meliputi: KI-1 untuk kompetensi inti sikap spiritual, KI-2 untuk kompetensi inti sikap sosial, KI-3 untuk kompetensi inti pengetahuan, dan KI-4 untuk kompetensi inti keterampilan. KI berfungsi sebagai unsur pengorganisasi (*organising element*) KD. Sebagai unsur pengorganisasi, KI merupakan pengikat untuk organisasi vertikal dan organisasi horizontal KD. Organisasi vertikal KD adalah keterkaitan KD satu kelas dengan kelas di atasnya sehingga memenuhi prinsip belajar yaitu terjadi suatu akumulasi yang berkesinambungan antarkompetensi yang dipelajari peserta didik. Organisasi horizontal adalah keterkaitan antara KD satu mata pelajaran dengan KD dari mata pelajaran yang berbeda dalam satu kelas yang sama sehingga saling memperkuat.

Uraian tentang KI untuk jenjang SMP/MTs adalah sebagai berikut.

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mengolah, menyaji, dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

3. Kompetensi Dasar

Kompetensi dasar dirumuskan untuk mencapai kompetensi inti. Rumusan Kompetensi Dasar dikembangkan dengan memperhatikan karakteristik peserta

didik, kemampuan awal, serta ciri dari suatu mata pelajaran. Kompetensi dasar dibagi menjadi empat kelompok sesuai dengan pengelompokan kompetensi inti:

1. kelompok kompetensi dasar sikap spiritual dalam rangka menjabarkan KI-1;
2. kelompok kompetensi dasar sikap sosial dalam rangka menjabarkan KI-2;
3. kelompok kompetensi dasar pengetahuan dalam rangka menjabarkan KI-3;
4. kelompok kompetensi dasar keterampilan dalam rangka menjabarkan KI-4.

Kompetensi dasar yang berkenaan dengan sikap spiritual (mendukung KI-1) dan sikap sosial (mendukung KI-2) ditumbuhkan melalui pembelajaran tidak langsung (*indirect teaching*) yaitu pada saat peserta didik belajar tentang pengetahuan (mendukung KI-3) dan keterampilan (mendukung KI-4). Pembelajaran langsung berkenaan dengan pembelajaran yang menyangkut KD yang dikembangkan dari KI-3 dan KI-4. Keduanya, dikembangkan secara bersamaan dalam suatu proses pembelajaran dan menjadi wahana untuk mengembangkan KD pada KI-1 dan KI-2. Pembelajaran KI-1 dan KI-2 terintegrasi dengan pembelajaran KI-3 dan KI-4.

4. Indikator

a. Pengertian Indikator Pencapaian Kompetensi

Indikator pencapaian kompetensi (IPK) merupakan penanda pencapaian KD yang ditandai oleh perubahan perilaku yang dapat diukur yang mencakup sikap, pengetahuan, dan keterampilan. IPK dikembangkan sesuai dengan karakteristik siswa, mata pelajaran, satuan pendidikan, potensi daerah dan dirumuskan dalam kata kerja operasional yang terukur dan/atau dapat diobservasi. Dalam mengembangkan IPK perlu mempertimbangkan: (a) tuntutan kompetensi yang dapat dilihat melalui kata kerja yang digunakan dalam KD; (b) karakteristik mata pelajaran, siswa, dan sekolah; (c) potensi dan kebutuhan siswa, masyarakat, dan lingkungan/daerah.

Dalam mengembangkan pembelajaran dan penilaian, terdapat dua rumusan indikator, yaitu: indikator pencapaian kompetensi yang terdapat dalam RPP, dan indikator penilaian yang digunakan dalam menyusun kisi-kisi dan menulis soal yang dikenal sebagai indikator soal.

b. Fungsi Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)

IPK memiliki kedudukan yang sangat strategis dalam mengembangkan pencapaian kompetensi dasar. IPK berfungsi sebagai berikut:

- a. Pedoman dalam mengembangkan materi pembelajaran.

Pengembangan materi pembelajaran harus sesuai dengan indikator yang dikembangkan. IPK yang dirumuskan secara cermat dapat memberikan arah pengembangan materi pembelajaran yang efektif sesuai dengan karakteristik mata pelajaran, potensi dan kebutuhan siswa, sekolah, serta lingkungan.

- b. Pedoman dalam mendesain kegiatan pembelajaran.

Pengembangan desain pembelajaran hendaknya sesuai IPK yang dikembangkan, karena IPK dapat memberikan gambaran kegiatan pembelajaran yang efektif untuk mencapai kompetensi. IPK yang menuntut kompetensi dominan pada aspek prosedural menunjukkan agar kegiatan pembelajaran dilakukan tidak dengan strategi *ekspositori* melainkan lebih tepat dengan strategi *discovery-inquiry*.

- c. Pedoman dalam mengembangkan bahan ajar.

Bahan ajar perlu dikembangkan oleh guru guna menunjang pencapaian kompetensi siswa. Pemilihan bahan ajar yang efektif harus sesuai tuntutan IPK sehingga dapat meningkatkan pencapaian kompetensi secara maksimal.

- d. Pedoman dalam merancang dan melaksanakan penilaian hasil belajar.

Indikator menjadi pedoman dalam merancang, melaksanakan, serta mengevaluasi hasil belajar. Rancangan penilaian memberikan acuan dalam menentukan bentuk dan jenis penilaian, serta pengembangan indikator penilaian.

c. Mekanisme Pengembangan Indikator Pencapaian Kompetensi

Pengembangan IPK harus mengakomodasi kompetensi yang tercantum dalam KD. IPK dirumuskan dalam bentuk kalimat dengan kata kerja operasional. Rumusan IPK sekurang-kurangnya mencakup dua hal yaitu tingkat kompetensi dan materi yang menjadi media pencapaian kompetensi. Kata kerja operasional pada IPK pencapaian kompetensi aspek pengetahuan dapat mengacu pada ranah kognitif taksonomi Bloom, aspek sikap dapat mengacu pada ranah afektif taksonomi Bloom, aspek keterampilan dapat mengacu pada ranah psikomotor taksonomi Bloom.

IPK pada Kurikulum 2013 untuk KD yang diturunkan dari KI-1 dan KI-2 dirumuskan dalam bentuk perilaku umum yang bermuatan nilai dan sikap yang gejalanya dapat diamati sebagai dampak pengiring dari KD pada KI-3 dan KI-4. IPK untuk KD yang diturunkan dari KI-3 dan KI-4 dirumuskan dalam bentuk perilaku spesifik yang dapat diamati dan terukur.

d. Contoh Analisis Keterkaitan KI dan KD dengan Indikator Pencapaian Kompetensi dan Materi Pembelajaran

Pada bagian ini akan diberikan contoh analisis keterkaitan KI dan KD dengan indikator pencapaian kompetensi dan materi pembelajara pada topik kekongruenan dan kesebangunan.

Kompetensi Inti	Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi	Materi Pembelajaran
<p>1. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata</p>	<p>3.6 Memahami konsep kesebangunan dan kekongruenan geometri melalui pengamatan</p>	<p>3.6.1. Menjelaskan syarat kongruen dua bangun segibanyak (polygon). 3.6.2. Menentukan sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian pada dua bangun datar yang kongruen 3.6.3. Menentukan panjang sisi dan besar sudut yang belum diketahui pada dua bangun yang kongruen 3.6.4. Menjelaskan syarat-syarat dua segitiga yang kongruen. 3.6.5. Membuktikan dua segitiga kongruen 3.6.6. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kekongruenan dua segitiga 3.6.7. Menjelaskan syarat-syarat dua bangun sebangun</p>	<p>Topik: Kekongruenan dan Kesebangunan Sub Topik: Kekongruenan Bangun Datar Kekongruenan Dua Segitiga Kesebangunan Bangun Datar Kesebangunan Dua Segitiga</p>

Kompetensi Inti	Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi	Materi Pembelajaran
		3.6.8. Menentukan sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian pada dua bangun yang sebangun 3.6.9. Menentukan panjang sisi yang belum diketahui dari dua bangun sebangun 3.6.10. Menjelaskan syarat-syarat dua segitiga yang sebangun 3.6.11. Menentukan sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian pada dua segitiga yang sebangun 3.6.12 Menentukan panjang sisi yang belum diketahui dari dua segitiga sebangun	
4 Mengolah, menyaji, dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori	4.5. Menyelesaikan permasalahan nyata hasil pengamatan yang terkait penerapan kesebangunan dan kekongruenan	4.5.1. Memilih strategi yang tepat dalam menyelesaikan masalah nyata yang berkaitan dengan kekongruenan dan kesebangunan. 4.5.2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kekongruenan dan kesebangunan.	

D. Aktivitas Pembelajaran

Pilihlah satu topik/ subtopik pembelajaran matematika SMP. Kemudian susunlah analisis keterkaitan KI dan KD dengan IPK dan Materi Pembelajaran sesuai format berikut.

Format

Mata Pelajaran : _____
 Kelas : _____
 Semester : _____

Kompetensi Inti	Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi	Materi Pembelajaran Topik/Subtopik

E. Latihan/Kasus/Tugas

1. Jelaskan pemahaman Anda tentang Standar Kompetensi Lulusan!
2. Jelaskan pemahaman Anda tentang Kompetensi Inti!
3. Apakah pemahaman Anda tentang Kompetensi Dasar?
4. Apakah pemahaman Anda tentang Indikator?
5. Bagaimana cara penyusunan Indikator dari Kompetensi Dasar?

F. Rangkuman

Standar Kompetensi Lulusan adalah kriteria mengenai kualifikasi kemampuan lulusan yang mencakup sikap, pengetahuan, dan keterampilan. Standar Kompetensi Lulusan digunakan sebagai acuan utama pengembangan standar lainnya. Kompetensi Inti merupakan tingkat kemampuan untuk mencapai SKL yang harus dimiliki seorang peserta didik pada setiap tingkat kelas atau program yang menjadi landasan pengembangan KD. Kompetensi dasar dirumuskan untuk mencapai kompetensi inti. Rumusan Kompetensi Dasar dikembangkan dengan memperhatikan karakteristik peserta didik, kemampuan awal, serta ciri dari suatu mata pelajaran. Indikator pencapaian kompetensi (IPK) merupakan penanda

pencapaian KD. IPK dikembangkan sesuai dengan karakteristik siswa, mata pelajaran, satuan pendidikan, potensi daerah dan dirumuskan dalam kata kerja operasional yang terukur/terobservasi.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Periksalah pemahaman Anda dengan materi yang disajikan dalam modul ini, serta hasil pengerjaan latihan/tugas dengan kunci jawaban. Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar latihan/tugas, maka Anda dapat dianggap menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan dipelajari kembali dan berdiskusi dengan teman sejawat untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan. Setelah Anda telah dapat menguasai kompetensi pada kegiatan pembelajaran ini, maka silakan berlanjut pada kegiatan pembelajaran selanjutnya.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3

KARAKTERISTIK DAN TUJUAN MATA PELAJARAN

MATEMATIKA

A. Tujuan

Setelah membaca modul ini, diharapkan guru dapat:

1. Menjelaskan karakteristik mata pelajaran matematika SMP/MTs.
2. Menjelaskan manfaat dan tujuan dari belajar matematika SMP/MTs.
3. Menjelaskan ruang lingkup mata pelajaran matematika SMP/MTs.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Diharapkan guru setelah membaca modul ini dapat:

1. menjelaskan karakteristik mata pelajaran matematika sesuai dengan jenjang SMP/MTs.
2. menjelaskan dengan lengkap, manfaat dan tujuan mapel matematika SMP.
3. mengidentifikasi pengalaman belajar yang sesuai dengan karakteristik mapel matematika SMP/MTs.
4. memilih pengalaman belajar yang sesuai dengan tujuan pembelajaran mapel matematika SMP/MTs.

C. Uraian Materi

1. Karakteristik Mata Pelajaran Matematika

Dalam pembelajaran, pemahaman konsep matematika dapat dilakukan melalui proses induktif dengan pengamatan terhadap pola, fenomena, atau pengalaman nyata. Selanjutnya, konsep tersebut harus dapat dijelaskan atau dibuktikan secara deduktif. Proses dan cara berpikir induktif maupun deduktif sangat penting dan saling melengkapi dalam proses pembelajaran matematika. Dengan kedua proses dan cara berpikir tersebut, akan terbentuk berbagai sikap ilmiah positif, seperti kritis, kreatif, jujur, dan komunikatif pada peserta didik.

Matematika memiliki beberapa karakteristik. Menurut Soedjadi (1999), karakteristik tersebut adalah memiliki objek abstrak, bertumpu pada kesepakatan, berpola pikir deduktif, memiliki simbol yang kosong arti, memperhatikan semesta pembicaraan, dan konsisten dalam sistemnya.

Menurut Soedjadi (1999: 138) matematika adalah salah satu ilmu dasar, baik aspek terapannya maupun aspek penalarannya mempunyai peranan yang penting dalam upaya penguasaan ilmu dan teknologi. Itulah alasan penting mengapa matematika perlu diajarkan di setiap jenjang sekolah. Mengingat begitu luasnya materi matematika, maka perlu dipilih materi matematika tertentu yang akan diajarkan di jenjang sekolah. Materi yang dipilih itu kemudian disebut matematika sekolah. Matematika sekolah adalah unsur-unsur atau bagian-bagian dari matematika yang dipilih berdasarkan atau berorientasi kepada kepentingan pendidikan dan perkembangan IPTEK. Dengan demikian menurut Soedjadi (1999; 37), matematika sekolah tidak sama dengan matematika sebagai ilmu dal hal penyajiannya, pola pikirnya, keterbatasan semestanya, dan tingkat keabstrakannya.

Terdapat beberapa karakteristik matematika, antara lain:

- a. Objek yang dipelajari abstrak. Sebagian besar yang dipelajari dalam matematika secara nyata tidak ada atau merupakan hasil pemikiran otak manusia.
- b. Kebenarannya berdasarkan logika. Kebenaran dalam matematika adalah kebenaran secara logika bukan empiris. Kebenarannya tidak dapat dibuktikan melalui eksperimen seperti dalam ilmu fisika atau biologi.
- c. Pembelajarannya secara bertingkat dan kontinu. Penyajian materi matematika disesuaikan dengan tingkatan pendidikan dan dilakukan secara terus-menerus.
- d. Ada keterkaitan antara materi yang satu dengan yang lainnya. Materi yang akan dipelajari harus memenuhi atau menguasai materi sebelumnya.
- e. Menggunakan bahasa simbol. Dalam matematika penyampaian materi menggunakan simbol-simbol yang telah disepakati dan dipahami secara umum.
- f. Diaplikasikan dibidang ilmu lain. Materi matematika dapat digunakan atau diaplikasikan dalam bidang ilmu lain.

Berdasarkan karakteristik tersebut maka matematika merupakan suatu ilmu yang penting dalam kehidupan bahkan dalam perkembangan ilmu pengetahuan. Hal ini

yang harus ditekankan kepada siswa sebelum mempelajari matematika dan dipahami oleh guru.

Perkembangan matematika, bermula dari kepekaan serta kesadaran ataupun kepedulian untuk memahami fenomena empiris dalam kehidupan keseharian. Bermunculanlah konsep-konsep dasar yang mengalami perluasan (ekspansi), pembenaran (*justification*), pembenahan serta generalisasi atau formalisasi. Konsep matematika disajikan dengan bahasa yang jelas/tidak ambigu, singkat, efisien dan spesifik, yang terlihat dalam menyusun suatu definisi ataupun teorema.

Dengan belajar matematika diharapkan peserta didik memperoleh manfaat berikut:

- a. Cara berpikir secara sistematis, melalui urutan-urutan yang teratur dan tertentu. dengan belajar matematika, kita terbiasa untuk memecahkan masalah secara sistematis.
- b. Cara berpikir matematika itu secara deduktif. Kesimpulan di tarik dari hal-hal yang bersifat umum sehingga kita menjadi terhindar dengan cara berpikir menarik kesimpulan secara “kebetulan”.
- c. Melatih teliti, cermat, dan tidak ceroboh dalam bertindak. harus memperhatikan benar-benar berapa angkanya, berapa digit nol dibelakang koma, bagaimana grafiknya, bagaimana dengan titik potongnya dan lain sebagainya. Jika tidak, jawaban soal yang diperoleh menjadi salah.
- d. Melatih kesabaran dalam menghadapi semua hal dalam hidup ini.
- e. Penerapan matematika dalam kehidupan nyata.
 - a. Kecakapan atau kemahiran matematika merupakan bagian dari kecakapan hidup yang harus dimiliki siswa terutama dalam pengembangan penalaran, komunikasi, dan pemecahan masalah yang dihadapi dalam kehidupan siswa sehari-hari.

2. Tujuan Pembelajaran Matematika

Terdapat kaitan antara penguasaan matematika dengan ketinggian, keunggulan dan kelangsungan hidup suatu peradaban. Penguasaan demikian pada dasarnya bukanlah penguasaan terhadap matematika sebagai ilmu, melainkan penguasaan akan kecakapan matematika (*mathematical literacy*) yang diperlukan untuk dapat memahami dunia di sekitarnya serta untuk berhasil dalam kehidupan atau kariernya.

Mata pelajaran matematika bertujuan agar peserta didik dapat:

a. Memahami konsep matematika, merupakan kompetensi dalam menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan menggunakan konsep maupun algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat, dalam pemecahan masalah. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi:

- 1) menyatakan ulang konsep yang telah dipelajari
- 2) mengklasifikasikan objek-objek berdasarkan dipenuhi tidaknya persyaratan yang membentuk konsep tersebut
- 3) mengidentifikasi sifat-sifat operasi atau konsep
- 4) menerapkan konsep secara logis.
- 5) memberikan contoh atau bukan contoh dari konsep yang dipelajari
- 6) menyajikan konsep dalam berbagai macam bentuk representasi matematis (tabel, grafik, diagram, gambar, sketsa, model matematika, atau cara lainnya)
- 7) mengaitkan berbagai konsep dalam matematika maupun di luar matematika.
- 8) mengembangkan syarat perlu dan /atau syarat cukup suatu konsep

Termasuk dalam kecakapan ini adalah melakukan algoritma atau prosedur, yaitu kompetensi yang ditunjukkan saat bekerja dan menerapkan konsep-konsep matematika, meliputi:

- 1) menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur/algoritma
- 2) memodifikasi atau memperhalus prosedur
- 3) mengembangkan prosedur
- 4) menggunakan matematika dalam konteks matematika seperti melakukan operasi matematika yang standar ataupun tidak standar (manipulasi aljabar) dalam menyelesaikan masalah matematika

b. Menggunakan pola sebagai dugaan dalam penyelesaian masalah, dan mampu membuat generalisasi berdasarkan fenomena atau data yang ada. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi:

- 1) mengajukan dugaan (*conjecture*)
- 2) menarik kesimpulan dari suatu pernyataan
- 3) memberikan alternatif bagi suatu argumen
- 4) menemukan pola pada suatu gejala matematis

- c. Menggunakan penalaran pada sifat, melakukan manipulasi matematika baik dalam penyederhanaan, maupun menganalisa komponen yang ada dalam pemecahan masalah dalam konteks matematika maupun di luar matematika (kehidupan nyata, ilmu, dan teknologi) yang meliputi kemampuan memahami masalah, membangun model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh termasuk dalam rangka memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari (dunia nyata). Masalah ada yang bersifat rutin maupun yang tidak rutin. Untuk menyelesaikan masalah tidak rutin, tidak cukup bagi siswa untuk meniru cara penyelesaian masalah-masalah yang telah dikenalnya, melainkan ia harus melakukan usaha-usaha tambahan. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi:
- 1) memahami masalah
 - 2) mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah.
 - 3) menyajikan suatu rumusan masalah secara matematis dalam berbagai bentuk
 - 4) memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah
 - 5) menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah
 - 6) menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah
 - 7) menyelesaikan masalah.
- d. Mengkomunikasikan gagasan, penalaran serta mampu menyusun bukti matematika dengan menggunakan kalimat lengkap, simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi:
- 1) memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan
 - 2) Menduga dan memeriksa kebenaran dugaan (*conjecture*)
 - 3) memeriksa kesahihan/kebenaran suatu argumen dengan penalaran induksi
 - 4) Menurunkan atau membuktikan rumus dengan penalaran deduksi
 - 5) Menduga dan memeriksa kebenaran dugaan (*conjecture*)
- e. Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet

dan percaya diri dalam pemecahan masalah. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi: memiliki rasa ingin tahu yang tinggi, penuh perhatian dalam belajar matematika, antusias dalam belajar matematika, gigih dalam menghadapi permasalahan, percaya diri dalam belajar dan menyelesaikan masalah.

- f. Memiliki sikap dan perilaku yang sesuai dengan nilai-nilai dalam matematika dan pembelajarannya, seperti taat azas, konsisten, menjunjung tinggi kesepakatan, toleran, menghargai pendapat orang lain, santun, demokrasi, ulet, tangguh, kreatif, menghargai kesemestaan/konteks, kerjasama, adil, jujur, teliti, cermat, bersikap luwes dan terbuka, memiliki kemauan berbagi rasa.
- g. Melakukan kegiatan-kegiatan motorik yang menggunakan pengetahuan matematika.
- h. Menggunakan alat peraga sederhana maupun hasil teknologi untuk melakukan kegiatan-kegiatan matematika.

3. Ruang Lingkup Matematika SMP/MTs

Berdasarkan pentingnya materi matematika, maka ruang lingkup matematika untuk SMP/MTs adalah sebagai berikut.

- a. Konsep, operasi dan pola bilangan, meliputi: bilangan bulat dan bilangan pecahan, urutan bilangan, operasi pangkat dan akar, pola bilangan, barisan, dan deret.
- b. Aljabar dan relasi, meliputi: pola gambar bangun/bentuk dan bilangan, himpunan, ekspresi aljabar dan non aljabar, relasi dan fungsi, persamaan dan pertidaksamaan (linear dan non linear sederhana), perbandingan.
- c. Geometri dan pengukuran, meliputi: satuan dasar dan satuan turunan sederhana, geometri bidang datar, kesebangunan dan kekongruenan, pengukuran jarak dan sudut, Teorema Pythagoras, transformasi, perbandingan.
- d. Statistika dan peluang, meliputi: pengolahan data, penyajian data, ukuran pemusatan dan penyebaran, peluang empirik, dan peluang teoritik.

D. Aktivitas Pembelajaran

Aktivitas 1:

Bukalah dokumen kurikulum (Permendikbud 58 Tahun 2014, Lampiran I, Mata pelajaran matematika, mengenai KI dan KD), lalu telaah ruang lingkup materi yang ada dalam dokumen tersebut.

Aktivitas 2

Bukalah buku kelas VII, lalu materi apa saja yang ada dalam buku tersebut dan masuk ruang lingkup mana.

Aktivitas 3

Berilah contoh pengalaman belajar yang sesuai dengan karakteristik dan tujuan mata pelajaran matematika SMP/MTs.

E. Latihan/Kasus/Tugas

1. Materi apa saja yang menjadi ruang lingkup geometri dan pengukuran pada mata pelajaran matematika SMP/MTs?
2. Jelaskan apakah yang dimaksud dengan indikator kecakapan penalaran dalam matematika.

F. Rangkuman

Beberapa karakteristik matematika, antara lain: objek yang dipelajari abstrak, kebenarannya berdasarkan logika, pembelajarannya secara bertingkat dan kontinu, ada keterkaitan antar materi, menggunakan bahasa simbol, dan berguna di bidang ilmu lain. Mata pelajaran matematika bertujuan agar peserta didik dapat memahami dan menggunakan konsep matematika, membuat generalisasi, menggunakan penalaran dan pemecahan masalah, mengkomunikasikan gagasan menggunakan ekspresi dan model matematika untuk memperjelas keadaan atau masalah. Ruang lingkup matematika untuk SMP adalah sebagai berikut: konsep, operasi dan pola bilangan; aljabar dan relasi; geometri dan pengukuran; serta statistika dan peluang.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Periksalah pemahaman Anda dengan materi yang disajikan dalam modul ini, serta hasil pengerjaan latihan/tugas dengan kunci jawaban. Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar latihan/tugas, maka Anda dapat dianggap menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan dipelajari kembali dan berdiskusi dengan teman sejawat untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan. Setelah Anda telah dapat menguasai kompetensi pada kegiatan pembelajaran ini, maka silakan berlanjut pada kegiatan pembelajaran selanjutnya.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 4

DESAIN PEMBELAJARAN MATEMATIKA SMP/MTs

A. Tujuan

Setelah membaca modul ini, diharapkan guru dapat memahami dan menerapkan pembelajaran dengan pendekatan saintifik.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Merancang skema penyajian materi yang mengakomodasi kegiatan pembelajaran dengan pendekatan saintifik.
2. Menerapkan pembelajaran dengan pendekatan saintifik dalam pembelajaran untuk suatu topik matematika SMP.

C. Uraian Materi

Kompetensi profesional merupakan kemampuan yang berkenaan dengan penguasaan materi pembelajaran bidang studi secara luas dan mendalam. Kompetensi paedagogik merupakan kemampuan yang berkenaan dengan pemahaman peserta didik dan pengelolaan pembelajaran yang mendidik dan dialogis. Pendekatan pembelajaran matematika yang tepat dapat mendorong para siswa mendapatkan pemahaman yang lebih baik tentang matematika sehingga dapat sukses dalam belajar matematika. (Murtiyasa, 2015)

Berkaitan dengan hal di atas, penting bagi guru untuk menguasai pendekatan pembelajaran yang digunakan dan metode penilaian apa yang digunakan. Pembelajaran pada Kurikulum 2013 menggunakan pendekatan saintifik. Pendekatan saintifik dapat menggunakan beberapa strategi seperti pembelajaran kontekstual. Berkaitan dengan penilaian, Kurikulum 2013 mempersyaratkan penggunaan penilaian autentik. Hal ini diyakini bahwa penilaian autentik lebih mampu memberikan informasi kemampuan peserta didik secara holistik dan valid.

Pembelajaran adalah proses interaksi antarpeserta didik, antara peserta didik dengan tenaga pendidik dan sumber belajar pada suatu lingkungan belajar.

Pembelajaran merupakan suatu proses pengembangan potensi dan pembangunan karakter setiap peserta didik sebagai hasil dari sinergi antara pendidikan yang berlangsung di sekolah, keluarga dan masyarakat. (Permendikbud Nomor 103 tahun 2013 tentang Pembelajaran pada Pendidikan Dasar dan Menengah). Proses pembelajaran pada kurikulum 2013, diharapkan menyentuh tiga ranah, yaitu: sikap, pengetahuan, dan keterampilan. Hasil belajar melahirkan peserta didik yang produktif, kreatif, inovatif, dan afektif melalui penguatan sikap, keterampilan, dan pengetahuan yang terintegrasi. Hasil akhirnya adalah peningkatan dan keseimbangan antara kemampuan untuk menjadi manusia yang baik (*soft skills*) dan manusia yang memiliki kecakapan dan pengetahuan untuk hidup secara layak (*hard skills*) dari peserta didik yang meliputi aspek kompetensi sikap, pengetahuan, dan keterampilan.

Pendekatan saintifik dapat menggunakan beberapa strategi seperti pembelajaran kontekstual. Pembelajaran pada kurikulum 2013 menggunakan modus pembelajaran langsung (*direct instructional*) dan tidak langsung (*indirect instructional*). Pembelajaran langsung adalah pembelajaran yang mengembangkan pengetahuan, kemampuan berpikir dan keterampilan menggunakan pengetahuan peserta didik melalui interaksi langsung dengan sumber belajar yang dirancang dalam silabus dan RPP. Dalam pembelajaran langsung peserta didik melakukan kegiatan mengamati, menanya, mengumpulkan informasi/mencoba, menalar/mengasosiasi, dan mengomunikasikan. Pembelajaran langsung menghasilkan pengetahuan dan keterampilan langsung, yang disebut dengan dampak pembelajaran (*instructional effect*). Pembelajaran tidak langsung adalah pembelajaran yang terjadi selama proses pembelajaran langsung yang dikondisikan menghasilkan dampak pengiring (*nurturant effect*). Pembelajaran tidak langsung berkenaan dengan pengembangan nilai dan sikap yang terkandung dalam KI-1 dan KI-2. Hal ini berbeda dengan pengetahuan tentang nilai dan sikap yang dilakukan dalam proses pembelajaran langsung oleh mata pelajaran Pendidikan Agama dan Budi Pekerti serta Pendidikan Pancasila dan Kewarganegaraan. Pengembangan nilai dan sikap sebagai proses pengembangan moral dan perilaku, dilakukan oleh seluruh mata pelajaran dan dalam setiap kegiatan yang terjadi di kelas, sekolah, dan masyarakat.

Sesuai permendikbud Nomor 103 Tahun 2013 tentang Pembelajaran Dikdasmen, Pelaksanaan pendekatan saintifik/pendekatan berbasis proses keilmuan merupakan pengorganisasian pengalaman belajar dengan urutan logis meliputi proses pembelajaran: mengamati (*observing*), menanya (*questioning*), mengumpulkan informasi/mencoba (*experimenting*), menalar/mengasosiasi (*reasoning/associating*); dan mengomunikasikan (*communicating*).

a. Mengamati (*observing*)

Kegiatan mengamati dapat berbentuk mengamati dengan indra (membaca, mendengar, menyimak, melihat, menonton, dsb) dengan atau tanpa alat. Bentuk hasil belajar dari kegiatan mengamati antara lain adalah adanya perhatian terhadap hal-hal yang diamati, catatan yang dibuat tentang yang diamati, kesabaran, waktu (*on task*) yang digunakan untuk mengamati. Pengalaman belajar mengamati diharapkan dapat memfasilitasi siswa dalam mengembangkan dan melatih kesungguhan, ketelitian, dan mendorong tumbuhnya kemampuan suka mencari informasi. Kegiatan mengamati dalam mata pelajaran matematika dapat dikelompokkan dalam dua macam kegiatan yang masing-masing mempunyai ciri berbeda, yaitu: (a) mengamati fenomena hal-hal yang dapat disaksikan dengan panca indera dan dapat diterangkan serta dinilai secara ilmiah) dalam lingkungan kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan objek matematika tertentu, (b) mengamati objek matematika yang abstrak.

b. Menanya

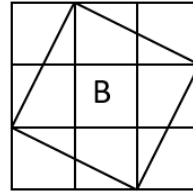
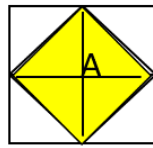
Pengalaman belajar menanya dimaknai sebagai menanya dan mempertanyakan terhadap hal-hal yang diamati. Terjadinya kegiatan 'menanya' oleh siswa dapat disebabkan belum dipahaminya hal-hal yang diamati, atau dapat pula karena ingin mendapatkan informasi tambahan tentang hal-hal yang diamati. Kegiatan menanya dapat berbentuk membuat dan mengajukan pertanyaan, melakukan tanya-jawab, berdiskusi tentang informasi yang belum dipahami atau informasi tambahan yang ingin diketahui atau sebagai klarifikasi. Bentuk hasil belajar dari kegiatan menanya antara lain adalah jenis, kualitas, dan jumlah pertanyaan yang diajukan siswa yang dapat terdiri atas pertanyaan faktual, konseptual, prosedural dan hipotetik.

Bila siswa belum terbiasa melakukan kegiatan menanya, maka agar proses menanya oleh siswa semakin hari semakin lancar dan berkualitas, guru dapat memfasilitasi dengan pancingan yang berfungsi menggiring atau mengarahkan siswa agar mempertanyakan hal-hal yang diamati. Pertanyaan yang dilontarkan guru adalah pertanyaan yang berfungsi sebagai penuntun. Dalam hal ini pertanyaan tersebut disebut pertanyaan penuntun/pancingan. Berhubung objek kajian matematika yang dipelajari siswa bersifat abstrak, sehingga memerlukan langkah pedagogis yang tepat, maka menjadi penting keberadaan dari pertanyaan penuntun/pancingan demi terwujudnya proses pembelajaran mengamati dan menanya yang berkualitas dan efektif. Pertanyaan penuntun/pancingan yang diajukan guru diharapkan juga dapat melatih tumbuhnya sikap kritis dan logis.

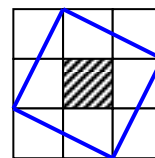
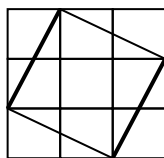
Kreativitas berprosedur dapat dibangkitkan dari pemberian pertanyaan yang tepat. Pertanyaan-pertanyaan didesain agar siswa dapat berpikir tentang alternatif-alternatif jawaban atau alternatif-alternatif cara berprosedur. Dalam hal ini guru diharapkan agar menahan diri untuk tidak memberi tahu jawaban pertanyaan. Pembiasaan terhadap siswa untuk 'menanya' diharapkan mampu memfasilitasi berkembang dan terbangunnya sikap ingin tahu yang tinggi, kritis, logis dan kreatif dan menghargai pikiran atau pendapat orang lain. Melalui pengalaman menanya dan mempertanyakan, siswa diharapkan terasah kemampuan memformulasikan pertanyaan yang hal itu akan berdampak pada terampilnya kemampuan merumuskan masalah. Dalam proses pembelajaran matematika, pembiasaan kemampuan menanya dan merumuskan masalah sangat mendukung siswa dalam meniti keterampilan memecahkan masalah matematika.

Contoh kegiatan menanya.

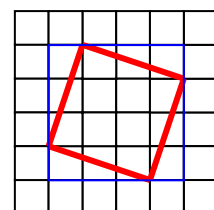
Disampaikan kepada siswa: "Tentu kalian pernah mendengar Teorema Pythagoras yang hanya berlaku pada segitiga siku-siku. Coba kamu selidiki bagaimana cara kamu mencari luas daerah bangun di bawah ini?"



- G : Bagaimana kamu mendapatkan berapa luas bangun A?
- S₁ : Menurutku luasnya 2 satuan.
- G : Bagaimana memperolehnya?
- S₁ : Aku menghitungnya . $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
- G : Adakah di antara kalian yang cara mendapatkannya secara berbeda?
- S₂ : Ada Bu Guru.
- G : Coba kamu (S₂).
- S₂ : Menurutku benar luasnya 2, tapi aku menghitungnya sebagai:
 $4 - 4 (\frac{1}{2}) = 4 - 2 = 2$
- G : Berarti sudah ada 2 cara berbeda untuk mendapatkan luas bangun A. Sekarang coba kita beralih ke bangun B. Berapakah luasnya?
- S₃ : Menurutku luasnya 5.
- G : Bagaimana kamu mendapatkan nilai 5?
- S₃ : Nilai 5 kan diperoleh dari $1 + (4 \times 1)$
 yang di tengah dan 4 buah segitiga yang luasnya masing-masing satu satuan luas. Sehingga seluruhnya 5 satuan luas.



- G : Bagus, apakah ada cara lain selain yang dilakukan oleh S₃?
- S₄ : Aku punya cara lain Bu. Ku hitung mula-mula $3 \times 3 = 9$. Dikurangi 4 kali segitiga yang luasnya 1 sehingga: $9 - 4 (1) = 5$
- G : Coba kamu pikirkan apakah masih ada cara yang lain ?
 Dari dua cara di atas masih dimungkinkan untuk ditemukan cara lain. Siswa masih diberi kesempatan

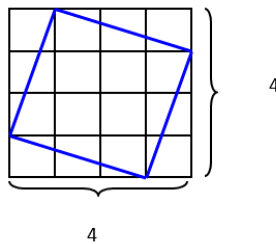


bagaimana mendapatkan cara lain selain cara di atas. Misalnya kepada siswa diberi kesempatan untuk menyelidiki luas persegi berikut ini.

G : Coba kamu cari suatu strategi bagaimana mendapatkan luas bangun tersebut.

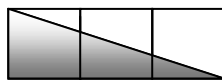
S₆ : Menurut saya luasnya adalah 16 sebab $4 \times 4 = 16$

S₅ : Tak mungkin 16, sebab luas persegi yang bersisi 4 adalah 16, padahal bangun yang dimaksud lebih kecil dari 16. Lihat gambar di bawah ini.



G : Kalau demikian berapa luasnya?

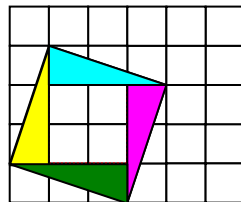
S₅ : Menurut saya sih hanya 10, sebab $16 - 1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2}$



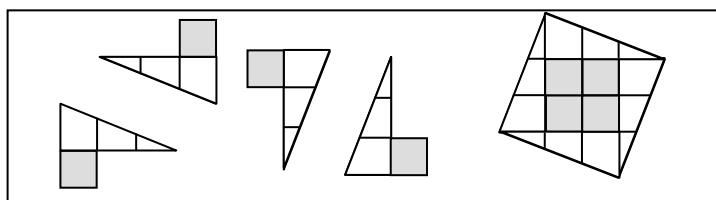
Luas bagian ini $1\frac{1}{2}$

S₄ : Secara khusus saya melihat bahwa bangun di bawah ini luasnya 10.

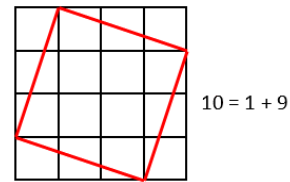
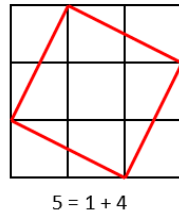
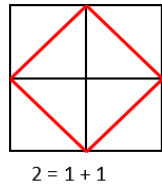
Empat buah segitiga pada bagian luar masing-masing luasnya $1\frac{1}{2}$, sedangkan di bagian dalam ada satu persegi yang luasnya 2×2 . Sehingga semuanya adalah $4 + (4 \times 1\frac{1}{2}) = 4 + 6 = 10$.



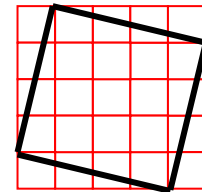
Dengan pola-pola seperti itu berarti kalau kita memiliki 4 bangun berikut, jika digabungkan akan menjadi sebuah persegi yang luasnya 10 satuan



Dari tiga gambar, kiranya guru dapat memandu bahwa luasnya berpola.



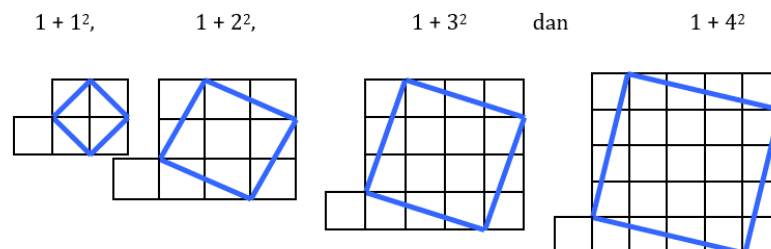
Berikan suatu situasi, dan mintalah siswa untuk memberikan dugaan sementara (*conjecture*) berapa luas persegi berikut ini.



Kelompok siswa di bawah ini sedang mendiskusikan untuk mendapatkan berapa luas bangun-bangun di atas secara berurutan.

- S1 : Aku lihat pola $1+1$, $1+4$, $1+9$, karenanya susunan berikutnya adalah $1+16$.
- S2 : Berarti luasnya adalah 17.
- S3 : Bagaimana kamu memperoleh 16?
- S1 : Sebab, bilangan pertama itu tetap yaitu 1, sedangkan bilangan ke 2 adalah bilangan kuadrat
- S2 : Maksudmu (sambil menunjuk kepada S1) ?
- S1 : Yaitu 12, 22, 32 dan 42

Oleh karena itu pola bilangan itu berbentuk:



S₁ : Sepertinya sih kelompok kita akan melihat bahwa luas setiap bangun ada unsur

Satu. Kemudian **satu** ditambah **sesuatu**.

Dengan melihat keadaan di atas kelompok siswa ini sudah dapat mengkaitkan antara pola bilangan $1 + 1^2$, $1 + 2^2$, $1 + 3^2$ dan $1 + 4^2$ dengan bentuk fisik bangun-bangun itu, bahwa bilangan 1 diperlihatkan oleh luas persegi satu satuan. (Turmudi, 2009).

c. Mengumpulkan informasi

Kegiatan mengumpulkan informasi/mencoba dapat berbentuk mengeksplorasi, mencoba, berdiskusi, mendemonstrasikan, meniru bentuk/gerak, melakukan eksperimen, membaca sumber lain selain buku teks, mengumpulkan data dari nara sumber melalui angket, wawancara, dan memodifikasi/menambahi/menegembangkan. Bentuk hasil belajar kegiatan mengumpulkan informasi/mencoba antara lain: jumlah dan kualitas sumber yang dikaji/digunakan, kelengkapan informasi, validitas informasi yang dikumpulkan, dan instrumen/alat yang digunakan untuk mengumpulkan data.

Dari kegiatan mengumpulkan informasi ini akan diperoleh data atau informasi yang selanjutnya siap diolah, misalnya dengan dihubung-hubungkan (diasosiasikan), dianalisis dan dinalar, sehingga seringkali terjadi pengalaman belajar 'mengumpulkan informasi' dan 'mengolah informasi' terjadi simultan.

Dalam proses belajar matematika, pengalaman belajar mengumpulkan informasi dapat terjadi pada pertemuan pembelajarannya memiliki tujuan yang berbeda-beda, misalnya dalam kegiatan 'menemukan (kembali) konsep matematika', memahami konsep matematika, maupun dalam menerapkan konsep matematika untuk memecahkan masalah, ataupun dalam tugas proyek.

Pemberian pengalaman belajar 'mengumpulkan informasi' dilakukan dengan cara guru memberikan penugasan (latihan) kepada siswa. Materi penugasan (latihan) hendaknya didesain sedemikian rupa agar siswa dapat berinteraksi dengan berbagai sumber belajar, misalnya sumber belajar dari media cetak atau noncetak, makhluk hidup (misal pakar bidang tertentu) atau benda dari lingkungan yang dekat dengan siswa, media elektronik dan non elektronik (misal alat peraga). Sumber-sumber belajar tersebut diharapkan dapat memfasilitasi berkembang dan terbangunnya sikap teliti, jujur, sopan, menghargai pendapat orang lain, kemampuan berkomunikasi, kemampuan mengumpulkan informasi melalui

berbagai cara yang dipelajari, mengembangkan kebiasaan belajar dan belajar sepanjang hayat pada diri siswa.

d. Menalar/Mengasosiasi

Kegiatan menalar/mengasosiasi dapat berbentuk mengolah informasi yang sudah dikumpulkan, menganalisis data dalam bentuk membuat kategori, mengasosiasi atau menghubungkan fenomena/informasi yang terkait dalam rangka menemukan suatu pola, dan menyimpulkan. Bentuk hasil belajar kegiatan menalar/mengasosiasi antara lain adalah adanya fakta/konsep/teori, menyintesis dan argumentasi serta kesimpulan keterkaitan antar berbagai jenis fakta/konsep/teori/pendapat; mengembangkan interpretasi, struktur baru, argumentasi, dan kesimpulan yang menunjukkan hubungan fakta/konsep/teori dari dua sumber atau lebih yang tidak bertentangan; mengembangkan interpretasi, struktur baru, argumentasi dan kesimpulan dari konsep/teori/pendapat yang berbeda dari berbagai jenis sumber.

Kegiatan menalar/mengasosiasi dimaknai sebagai kegiatan mengolah terhadap informasi yang sudah dikumpulkan secara terbatas pada suatu eksperimen maupun informasi yang diperoleh dari hasil mengamati dan mengumpulkan informasi yang lebih luas. Adapun proses pengolahan informasi dapat terjadi dari yang bersifat menambah keluasan dan kedalaman sampai kepada yang bersifat mencari solusi dari berbagai sumber yang memiliki pendapat yang berbeda atau bahkan bertentangan. Kegiatan menalar/mengasosiasi ini diharapkan dapat memfasilitasi berkembang dan terbangunnya sikap jujur, teliti, disiplin, taat aturan, kerja keras, kemampuan menerapkan prosedur dan kemampuan berpikir induktif serta deduktif dalam menyimpulkan, yang akan banyak diterapkan dalam kehidupan sehari-hari siswa atau dalam mempelajari mata pelajaran lain.

Contoh kegiatan menalar

Sesuai dengan tingkat berpikirnya, siswa SD/MI dan SMP/MTs yang umumnya dalam tingkat berpikir operasional konkret dan peralihan ke tingkat operasional formal, sehingga cara memperoleh pengetahuan matematika pada diri siswa SD/MI dan SMP/MTs banyak dilakukan dengan penalaran induktif, sedangkan untuk siswa SMA/MA sudah mulai banyak dilakukan dengan penalaran deduktif.

Berikut ini ilustrasi kegiatan melakukan *penalaran induktif* oleh siswa.

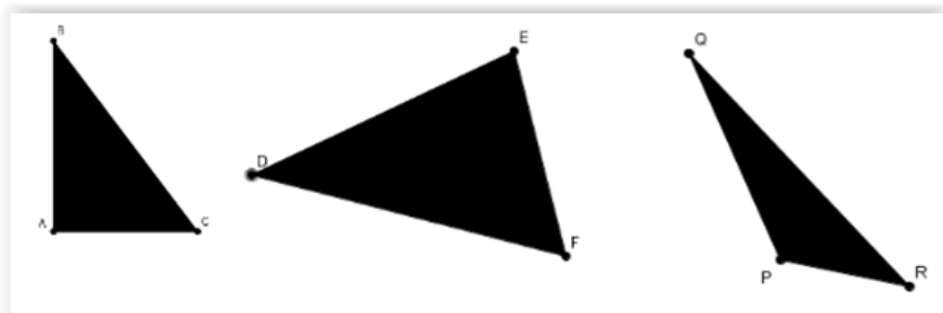
Tujuan: Menemukan jumlah sudut-sudut dalam suatu segitiga.

Siswa dikatakan mampu melakukan penalaran secara induktif apabila mampu menyimpulkan bahwa jumlah sudut dalam suatu segitiga adalah 180° berdasarkan hasil eksperimen mencuil/memotong/mengukur tiga sudut pada segitiga lancip, siku-siku, dan tumpul.

Alternatif kegiatannya:

- Siswa menggambar tiga macam segitiga (lancip, siku-siku, tumpul).
- Pada tiap segitiga, tiga sudut dalamnya dicuil/dipotong.
- Hasil cuilan/potongan tiga sudut dalam tiap segitiga dirangkai, dan ternyata rangkaiannya membentuk sudut lurus. Hal itu berlaku pada tiga segitiga.
- Berdasarkan keadaan pada c tersebut siswa menyimpulkan bahwa tiga sudut dalam suatu segitiga membentuk sudut lurus.
- Karena sudut lurus besarnya 180° , maka siswa kemudian menyimpulkan bahwa jumlah sudut dalam suatu segitiga adalah 180° .

Cara lain menyelidiki jumlah sudut dalam suatu segitiga adalah melakukan pengukuran terhadap tiga sudut dalam segitiga tersebut (siku-siku, lancip, tumpul) dengan menggunakan busur derajat, mendata hasil pengukuran dalam tabel, menjumlahkannya, kemudian menyimpulkan hasilnya.



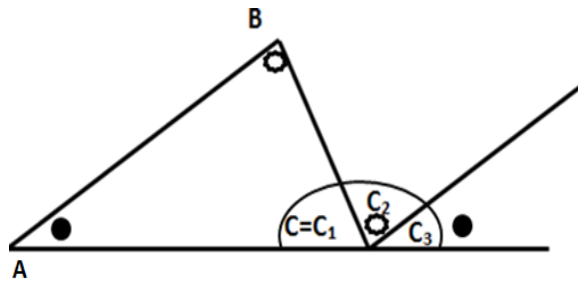
No	Nama Segitiga	Hasil Pengukuran Sudut			Jumlah sudut ke-1, ke-2 dan ke-3
		Sudut ke-1	Sudut ke-2	Sudut ke-3	
1.	ΔABC
2.	ΔDEF
3.	ΔPQR

Kesimpulan: Jumlah sudut dalam suatu segitiga adalah 180° .

Berikut ini ilustrasi kegiatan melakukan *penalaran deduktif* oleh siswa.

Alternatif kegiatannya:

Siswa melakukan pembuktian bahwa jumlah sudut dalam segitiga adalah 180° dengan menggunakan sifat sudut pada dua garis sejajar yang dipotong oleh garis ketiga (sehadap, berseberangan, sepihak) yang sudah dipelajari sebelumnya.



$$\begin{array}{l}
 \angle A = \angle C_3 \text{ (sudut sehadap)} \\
 \angle B = \angle C_2 \text{ (sudut dalam berseberangan)} \\
 \angle C = \angle C_1 \\
 \hline
 \angle A + \angle B + \angle C = \angle C_1 + \angle C_2 + \angle C_3 = 180^\circ \text{ (sudut lurus)}
 \end{array}$$

Kesimpulan: Jumlah sudut dalam suatu segitiga adalah 180°

Agar kemampuan siswa dapat optimal ketika mempelajari suatu konsep matematika maka harus didukung oleh pembiasaan melakukan penalaran yang tinggi selama proses belajar. Nuansa penalaran yang tinggi dapat dihadirkan antara lain melalui pemberian kesempatan kepada siswa untuk: (a) mengajukan dugaan (*conjecture*), (b) menemukan pola pada suatu gejala matematis, (c) menarik kesimpulan dari suatu pernyataan, (d) memberikan alternatif bagi suatu argumen.

Kesempatan siswa melakukan penalaran tinggi dapat difasilitasi melalui kegiatan "penemuan kembali" konsep matematika yang dipelajari pada suatu KD dengan menggunakan media yang relevan. Kesempatan siswa melakukan penalaran tinggi juga dapat difasilitasi melalui penyajian sumber belajar. Sumber belajar yang dapat memunculkan nuansa penalaran tinggi adalah penyajian soal atau tugas yang menuntut siswa melakukan kegiatan antara lain: mengajukan dugaan (*conjecture*), menemukan pola pada suatu gejala matematis, menarik kesimpulan dari suatu pernyataan, memberikan alternatif bagi suatu argumen.

Pembiasaan terhadap siswa untuk mengolah informasi, khususnya terkait kegiatan menganalisis dan menalar serta membuat kesimpulan dimaksudkan untuk membekali siswa agar terlatih daya pikir analitisnya. Bila daya pikir analitisnya memadai, siswa diharapkan mampu dan terampil dalam membuat keputusan yang benar dan bermanfaat untuk dirinya. Salah satu ciri dari abad 21 adalah bahwa otomasi telah menjangkau banyak pekerjaan rutin. Pesawat terbang, mobil, dan banyak alat dalam rumah tangga dioperasikan secara otomatis. Kesuksesan dalam melaksanakan pekerjaan yang berhubungan dengan hal-hal yang bersifat otomatis banyak didukung oleh keterampilan mengambil keputusan yang didasarkan pada analisa yang benar, sehingga terampil membuat keputusan sangat dibutuhkan agar nyaman hidup di abad 21 ini.

Agar kemampuan siswa dapat optimal ketika mempelajari suatu konsep matematika maka harus didukung oleh pembiasaan melakukan penalaran yang tinggi selama proses belajar. Nuansa penalaran yang tinggi dapat dihadirkan antara lain melalui pemberian kesempatan kepada siswa untuk: (a) mengajukan dugaan (*conjecture*), (b) menemukan pola pada suatu gejala matematis, (c) menarik kesimpulan dari suatu pernyataan, (d) memberikan alternatif bagi suatu argumen.

e. Mengomunikasikan

Kegiatan mengomunikasikan dapat berbentuk menyajikan laporan dalam bentuk bagan atau diagram atau grafik; menyusun laporan tertulis; dan menyajikan laporan meliputi proses, hasil, dan kesimpulan secara lisan. Bentuk hasil belajar kegiatan mengomunikasikan antara lain adalah menyajikan hasil kajian (dari mengamati sampai dengan menalar) dalam bentuk tulisan, grafis, media elektronik, multi media dan lain-lain.

Dalam kegiatan mengomunikasikan dapat dilakukan pembelajaran kolaboratif. Pembelajaran kolaboratif merupakan suatu filsafat personal, lebih dari sekadar teknik pembelajaran di kelas-kelas sekolah. Kolaborasi esensinya merupakan filsafat interaksi dan gaya hidup manusia yang menempatkan dan memaknai kerja sama sebagai struktur interaksi yang dirancang secara baik dan disengaja rupa untuk memudahkan usaha kolektif untuk mencapai tujuan bersama. Pada pembelajaran kolaboratif kewenangan guru dan fungsi guru lebih bersifat direktif atau manajer

belajar. Sebaliknya, peserta didiklah yang harus lebih aktif. Peserta didik berinteraksi dengan empati, saling menghormati, dan menerima kekurangan atau kelebihan masing-masing. Dengan cara semacam ini akan tumbuh rasa aman sehingga memungkinkan peserta didik menghadapi aneka perubahan dan tuntutan belajar secara bersama-sama.

Dalam pembelajaran guru diharapkan mampu memilih model pembelajaran yang sesuai dengan materi yang diajarkan. Dimana dalam pemilihan Model pembelajaran meliputi pendekatan suatu model pembelajaran yang luas dan menyeluruh. Misalnya pada model pembelajaran berdasarkan masalah, kelompok-kelompok kecil siswa bekerja sama memecahkan suatu masalah yang telah disepakati oleh siswa dan guru. Ketika guru sedang menerapkan model pembelajaran tersebut, seringkali siswa menggunakan bermacam-macam keterampilan, prosedur pemecahan masalah dan berpikir kritis. Model pembelajaran berdasarkan masalah dilandasi oleh teori belajar konstruktivis. Pada model ini pembelajaran dimulai dengan menyajikan permasalahan nyata yang penyelesaiannya membutuhkan kerjasama diantara siswa-siswa. Dalam model pembelajaran ini guru memandu siswa menguraikan rencana pemecahan masalah menjadi tahap-tahap kegiatan; guru memberi contoh mengenai penggunaan keterampilan dan strategi yang dibutuhkan supaya tugas-tugas tersebut dapat diselesaikan. Guru menciptakan suasana kelas yang fleksibel dan berorientasi pada upaya penyelidikan oleh siswa.

Pemilihan model pembelajaran untuk diterapkan guru di dalam kelas mempertimbangkan beberapa hal yaitu tujuan pembelajaran, sifat materi pelajaran, ketersediaan fasilitas, kondisi peserta didik, alokasi waktu yang tersedia serta dapat menumbuhkembangkan kecerdasan emosional yaitu linguistik, logika matematika, spasial, kinestetik tubuh, musikal, interpersonal, intrapersonal, dan natural. Ciri model pembelajaran yang baik adalah adanya keterlibatan intelektual – emosional peserta didik melalui kegiatan mengalami, menganalisis, berbuat, dan pembentukan sikap; adanya keikutsertaan peserta didik secara aktif dan kreatif selama pelaksanaan model pembelajaran; guru bertindak sebagai fasilitator, koordinator, mediator dan motivator kegiatan belajar peserta didik; dan penggunaan berbagai metode, alat dan media pembelajaran. Pembelajaran matematika yang diharapkan dalam praktek pembelajaran di kelas adalah (1)

pembelajaran berpusat pada aktivitas siswa, (2) siswa diberi kebebasan berpikir memahami masalah, membangun strategi penyelesaian masalah, mengajukan ide-ide secara bebas dan terbuka, (3) guru melatih dan membimbing siswa berpikir kritis dan kreatif dalam menyelesaikan masalah, (4) upaya guru mengorganisasikan bekerjasama dalam kelompok belajar, melatih siswa berkomunikasi menggunakan grafik, diagram, skema, dan variabel, (5) seluruh hasil kerja selalu dipresentasikan di depan kelas untuk menemukan berbagai konsep, hasil penyelesaian masalah, aturan matematika yang ditemukan melalui proses pembelajaran.

Selanjutnya untuk mengetahui keberhasilan belajar para siswanya, guru diharapkan menggunakan berbagai metode dan teknik penilaian. Dalam membuat instrumen penilaian, perlu mempertimbangkan aspek-aspek penalaran matematika dan pemecahan masalah. Berkaitan dengan penilaian, Implementasi Kurikulum 2013 menghendaki agar penilaian hasil belajar peserta didik mencakup penilaian kompetensi ranah sikap, pengetahuan, dan keterampilan yang pelaksanaannya terintegrasi dengan proses pembelajaran. Ada beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam proses penilaian pada pembelajaran dengan Kurikulum 2013, yaitu: (1) mengukur tingkat berpikir siswa mulai dari rendah sampai tinggi, (2) menekankan pada pertanyaan yang membutuhkan pemikiran mendalam (bukan sekedar hafalan), (3) mengukur proses kerjasama, bukan hanya hasil kerja, (4) menggunakan portofolio pembelajaran siswa. Dengan demikian kompetensi peserta didik yang dinilai pada tiap ranah kompetensi disesuaikan dengan aktivitas yang ditempuh peserta didik dalam proses pembelajaran.

Dalam konteks pendidikan berdasarkan standar (*standard-based education*), kurikulum berdasarkan kompetensi (*competency-based curriculum*), dan pendekatan belajar tuntas (*mastery learning*) penilaian proses dan hasil belajar merupakan parameter tingkat pencapaian kompetensi minimal. Untuk itu, berbagai pendekatan, strategi, metode, teknik, dan model pembelajaran perlu dikembangkan untuk memfasilitasi peserta didik agar mudah dalam belajar dan mencapai keberhasilan belajar secara optimal.

Kurikulum 2013 mempersyaratkan penggunaan penilaian autentik (*authentic assesment*). Secara paradigmatik penilaian autentik memerlukan perwujudan

pembelajaran autentik (*authentic instruction*) dan belajar autentik (*authentic learning*). Hal ini diyakini bahwa penilaian autentik lebih mampu memberikan informasi kemampuan peserta didik secara holistik dan valid.

Studi *Trend in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) dan *Program for International Student Assessment* (PISA) telah menjadi standar baru bagi pembelajaran matematika. Salah satu tujuan studi dari TIMSS dan PISA yaitu mengetahui kemampuan siswa dalam penalaran, mengidentifikasi, dan memahami, serta menggunakan dasar-dasar matematika yang diperlukan dalam kehidupan sehari-hari. Atau dengan kata lain, siswa harus memiliki literasi matematika. Konsep tentang literasi matematika dimaksudkan kemampuan individu untuk memformulasikan, menggunakan, dan menginterpretasikan matematika dalam berbagai konteks. Hal ini termasuk penalaran matematis dan menggunakan konsep-konsep matematika, prosedur, fakta, dan peralatan untuk menggambarkan, menjelaskan, dan memprediksi fenomena atau peristiwa (OECD, 2013). Kelemahan pembelajaran matematika saat ini para siswa tidak dapat menghubungkan konsep-konsep matematika di sekolah dengan pengalaman mereka sehari-hari. Pembelajaran matematika terlalu formal, kurang mengkaitkan dengan makna, pemahaman, dan aplikasi dari konsep-konsep matematika, serta gagal dalam memberikan perhatian yang cukup terhadap kemampuan penalaran dan pemecahan masalah (NCTM, 2014). Semoga dengan penerapan kurikulum 2013, dengan pendekatan pembelajaran aktif dan penilaian autentik, dapat meningkatkan kemampuan penalaran dan pemecahan masalah.

Contoh Perancangan Penerapan Pendekatan Saintifik dalam Pembelajaran Matematika Materi Kekongruenan dan Kesebangunan

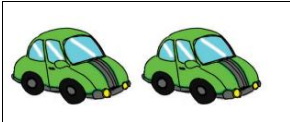
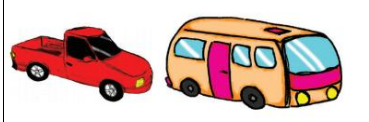
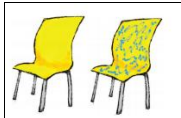
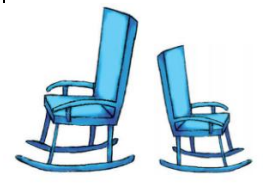






Kompetensi Dasar	: 3.6. Memahami konsep kesebangunan dan kekongruenan geometri melalui pengamatan
	4.5. Menyelesaikan permasalahan nyata hasil pengamatan yang terkait penerapan kesebangunan dan kekongruenan.
Indikator Pencapaian Kompetensi	: 3.6.1. Menjelaskan Kekongruenan dua bangun datar
	3.6.2. Menentukan sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian pada dua bangun datar yang kongruen

Topik /Tema : Kekongruenan dan Kesebangunan

Sub : Kekongruenan Bangun Datar

Topik/Tema

Alokasi Waktu : 2 X 40 menit

Pengalaman Belajar	Kegiatan
Mengamati	<ul style="list-style-type: none"> Siswa mencermati gambar pasangan benada, yang berkaitan dengan dua benda kongruen dan dua benda tidak kongruen yang diajukan guru seperti berikut ini <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">  </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">  </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">  </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">  </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">  </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">  </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  <p>40 cm</p> <p>60 cm</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>40 cm</p> <p>60 cm</p> </div> </div> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;"><i>Sumber: Dokumen Kemdikbud</i> Gambar 4.4 Dua pigura lukisan yang kongruen</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  <p>30 cm</p> <p>40 cm</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>80 cm</p> <p>40 cm</p> </div> </div> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;"><i>Sumber: Dokumen Kemdikbud</i> Gambar 4.5 Dua pigura lukisan yang tidak kongruen</p> <p>Catatan :</p> <ol style="list-style-type: none"> Gambar-gambar tersebut ditayangkan dalam slide powerpoint, dan menggunakan benda yang ada disekitar

Pengalaman Belajar	Kegiatan
	<p>siswa</p> <p>2. Dari kegiatan mengamati tersebut diharapkan dapat menumbuhkan dan mengembangkan <i>rasa ingin tahu</i> siswa terhadap <i>syarat kekongruenan</i> dua benda.</p>
Menanya	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa didorong untuk mengajukan atau membuat pertanyaan. Jika proses bertanya dari siswa kurang lancar, guru memberikan pertanyaan pancingan/ penuntun secara bertahap. <p>Catatan</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pertanyaan pancingan yang digunakan guru (jika Siswa tidak ada yang bertanya) <ul style="list-style-type: none"> ➢ Setelah mencermati gambar yang ada, apa yang terfikir dalam benak kalian? • Kemungkinan reaksi siswa dari pertanyaan pancingan guru <ul style="list-style-type: none"> ➢ Ada gambar yang sama dan ada yang tidak sama. ➢ Ada yang disebut kongruen dan ada yang tidak kongruen ➢ <i>Mengapa yang “itu” disebut kongruen dan yang “ini” disebut tidak kongruen ?</i> ➢ <i>Apa yang membedakan (syarat) dua benda bisa disebut kongruen, dan disebut tidak kongruen?</i> • Untuk menjelaskan pertanyaan siswa, guru mengajak siswa mencermati dan menyelesaikan LK
Mengumpulkan informasi	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa menerima LK dari guru untuk diselesaikan bersama kelompoknya • Dengan teman sekelompoknya siswa berdiskusi, saling menanya dan memberi saran untuk menyelesaikan masalah yang ada di LK. • Dengan mengukur panjang sisi dan besar sudut bangun yang ada di LK, siswa mengumpulkan informasi sebanyak-banyaknya(bisa dalam bentuk tabel, atau diskripsi)
Mengasosiasikan	<ul style="list-style-type: none"> • Secara berkelompok siswa mengolah informasi dan melakukan pembuktian <p>catatan</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pembuktian yang bisa dilakukan siswa adalah dengan menggunting satu bangun dan menghimpitkan dengan bangun yang lain • Diharapkan siswa mendapatkan fakta bahwa dua bangun yang kongruen itu jika “ memiliki panjang sisi yang bersesuaian sama” dan “ besar sudut yang bersesuaian sama”
Mengomunikasikan	<ul style="list-style-type: none"> • Secara berkelompok siswa menjelaskan proses tercapainya kesimpulan.

Pengalaman Belajar	Kegiatan
	Catatan <ul style="list-style-type: none"> • Guru memberikan apresiasi positif setiap kali siswa selesai presentasi untuk menjaga motivasi siswa dalam menyelesaikan tugas.

D. Aktivitas Pembelajaran

Buatlah perancangan Penerapan Pendekatan Saintifik yang tersedia di bawah ini.

Kompetensi Dasar	:
Indikator Pencapaian	:
Kompetensi	
Topik /Tema	:
Sub Topik/Tema	:
Alokasi Waktu	:

Pengalaman Belajar	Kegiatan
Mengamati	
Menanya	
Mengumpulkan informasi	
Megasosiasikan	
Mengomunikasikan	

E. Latihan/Kasus/Tugas

1. Apa pengertian dari pembelajaran? Jelaskan!
2. Pelaksanaan pendekatan saintifik/pendekatan berbasis proses keilmuan merupakan pengorganisasian pengalaman belajar dengan urutan logis meliputi proses pembelajaran 5M, yaitu meliputi apa saja?
3. Apakah M1, M2, M3, M4, dan M5 harus berlangsung urut?
4. Apakah dimungkinkan terjadi proses/ pengalaman belajar yang mengulang, misal: (a) M1-M2, kembali ke M1-M2 baru lanjut M3, M4, M5, atau (b) M1-M2-M3, kembali M2-M3 baru lanjut ke M4 dan M5, dll?

F. Rangkuman

Pembelajaran merupakan suatu proses pengembangan potensi dan pembangunan karakter setiap peserta didik sebagai hasil dari sinergi antara pendidikan yang berlangsung di sekolah, keluarga dan masyarakat. Proses pembelajaran pada kurikulum 2013, meliputi tiga ranah, yaitu: sikap, pengetahuan, dan keterampilan.

Pembelajaran pada Kurikulum 2013 menggunakan pendekatan saintifik. Pendekatan ini menggunakan beberapa strategi seperti pembelajaran kontekstual. Pembelajaran pada kurikulum 2013 menggunakan modus pembelajaran langsung (*direct instructional*) dan tidak langsung (*indirect instructional*). Dalam pembelajaran langsung peserta didik melakukan kegiatan mengamati, menanya, mengumpulkan informasi/mencoba, menalar/ mengasosiasi, dan mengomunikasikan.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Evaluasi kembali pemahaman Anda mengenai modul ini, apabila Anda sudah menguasai 80% dari materi ini, maka Anda dinyatakan lulus dan apabila kurang dari 80% maka Anda diminta membaca dan memahami isi modul kembali dan menjawab latihan lagi. Refleksikan dari jawaban Anda tersebut dengan menuliskan beberapa masukan yang dapat dijadikan bahan untuk penyempurnaan modul ini.

Setelah Anda memperoleh pengetahuan, keterampilan dan sikap dari mempelajari modul ini, tugas Anda selanjutnya adalah melaksanakan dan mengembangkan pengetahuan, keterampilan dan sikap Anda tersebut dalam melaksanakan tugas sebagai Anda sebagai guru matematika. Disamping itu Anda juga mempunyai tugas untuk mendesiminasikan pengetahuan, keterampilan dan sikap tersebut pada rekan kerja Anda di sekolah atau dalam kegiatan MGMP.

KUNCI JAWABAN LATIHAN

A. Kunci Jawaban Latihan/Kasus/Tugas Kegiatan Pembelajaran 1

1. Kurikulum, menurut Pasal 1 Ayat (19) UU Sisdiknas, adalah seperangkat rencana dan pengaturan mengenai tujuan, isi, dan bahan pelajaran serta cara yang digunakan sebagai pedoman penyelenggaraan kegiatan pembelajaran untuk mencapai tujuan pendidikan tertentu
2. Kurikulum senantiasa berkembang secara dinamis sesuai dengan tuntutan perkembangan zaman. Dengan tujuan, output yang dihasilkan nanti mampu bersaing dengan negara lain di era globalisasi.
3. Faktor yang menjadi landasan pengembangan kurikulum 2013, terbagi 2: tantangan internal dan tantangan eksternal. (selanjutnya silakan merujuk pada uraian materi).

B. Kunci Jawaban Latihan/Kasus/Tugas Kegiatan Pembelajaran 2

1. Standar Kompetensi Lulusan adalah kriteria mengenai kualifikasi kemampuan lulusan yang mencakup sikap, pengetahuan, dan keterampilan.
2. Kompetensi Inti merupakan tingkat kemampuan untuk mencapai SKL yang harus dimiliki seorang peserta didik pada setiap tingkat kelas atau program yang menjadi landasan pengembangan Kompetensi Dasar
3. Kompetensi dasar dirumuskan untuk mencapai kompetensi inti. Rumusan Kompetensi Dasar dikembangkan dengan memperhatikan karakteristik peserta didik, kemampuan awal, serta ciri dari suatu mata pelajaran
4. Indikator pencapaian kompetensi (IPK) merupakan penanda pencapaian KD yang ditandai oleh perubahan perilaku yang dapat diukur yang mencakup sikap, pengetahuan, dan keterampilan. IPK dikembangkan sesuai dengan karakteristik siswa, mata pelajaran, satuan pendidikan, potensi daerah dan dirumuskan dalam kata kerja operasional yang terukur dan/atau dapat diobservasi.
5. Berikut ini urutan cara penyusunan Indikator :

- a. Mengkaji KD tersebut untuk mengidentifikasi indikatornya dan rumuskan indikatornya yang dianggap relevan tanpa memikirkan urutannya lebih dahulu juga tentukan indikator-indikator yang relevan dan tuliskan sesuai urutannya.
- b. Kajilah apakah semua indikator tersebut telah mempresentasikan KD nya, apabila belum lakukanlah analisis lanjut untuk menemukan indikator-indikator lain yang kemungkinan belum teridentifikasi.
- c. Tambahkan indikator lain sebelumnya dan ubahlah rumusan yang kurang tepat dengan lebih akurat dan pertimbangkan urutannya.

C. Kunci Jawaban Latihan/Kasus/Tugas Kegiatan Pembelajaran 3

1. Geometri dan pengukuran, meliputi: satuan dasar dan satuan turunan sederhana, geometri bidang datar, kesebangunan dan kekongruenan, pengukuran jarak dan sudut, Teorema Pythagoras, transformasi, perbandingan
2. Indikator-indikator pencapaian kecakapan penalaran, meliputi: memahami masalah, mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah, menyajikan suatu rumusan masalah secara matematis dalam berbagai bentuk, memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah, menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah, menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah, dan menyelesaikan masalah.

D. Kunci Jawaban Latihan/Kasus/Tugas Kegiatan Pembelajaran 4

1. Pembelajaran adalah proses interaksi antarpeserta didik, antara peserta didik dengan tenaga pendidik dan sumber belajar pada suatu lingkungan belajar
2. Sesuai permendikbud Nomor 103 Tahun 2013 tentang Pembelajaran Dikdasmen, Pelaksanaan pendekatan saintifik/pendekatan berbasis proses keilmuan merupakan pengorganisasian pengalaman belajar dengan urutan logis meliputi proses pembelajaran: mengamati (*observing*), menanya (*questioning*), mengumpulkan informasi/mencoba (*experimenting*), menalar/mengasosiasi (*reasoning/associating*); dan mengomunikasikan (*communicating*).

EVALUASI

Berusahalah untuk menjawab tanpa melihat catatan, atau materi, atau kunci jawaban. Ini untuk evaluasi diri sejauh mana telah mencapai apa yang dipelajari dari modul ini.

Pilihlah satu jawaban yang dianggap paling tepat.

1. Observasi, membuat pertanyaan, mengumpulkan informasi, mengasosiasi, dan mengomunikasikan merupakan langkah-langkah pembelajaran pada
 - A. Pendekatan Scientific Learning
 - B. Pendekatan Belajar Aktif
 - C. Pendekatan Otentik
 - D. Pendekatan Problem-based learning
2. Berikut ruang lingkup materi pada jenjang SMP, kecuali
 - A. Geometri
 - B. Aljabar
 - C. Statistika dan Peluang
 - D. Kalkulus
3. Perbedaan matematika sebagai ilmu atau pengetahuan dan matematika sebagai mata pelajaran, tercakup dalam hal, *kecuali*
 - A. Semesta pembicaraannya
 - B. Modus penyajiannya
 - C. Tingkat keabstrakan
 - D. Derajat validitasnya
4. Dalam mendesain pembelajaran matematika, perlu diperhatikan pengelolaan materi matematika sehingga peserta didik
 - A. belajar secara bertahap dapat memperoleh pengetahuan matematika.
 - B. menerima penyajian materi matematika dalam berbagai modus representasi.
 - C. langsung memperoleh rumusan konsep materi matematika yang dipelajari.

- D. memperoleh kesempatan mengkonstruksi sendiri pengetahuan matematikanya.
5. Agar peserta didik mempunyai keterampilan dalam menentukan hasil refleksi suatu objek, materi pokok pembelajaran yang tepat adalah
- A. transformasi
 - B. persamaan linear
 - C. himpunan
 - D. barisan bilangan

Kunci Jawaban :

No.	Kunci	No.	Kunci
1	A	4	D
2	D	5	A
3	D		

PENUTUP

Penulisan modul ini disertai harapan besar akan kemanfaatan yang dapat dipetik oleh pembaca untuk meningkatkan pemahaman dan keterampilan dasar mengenai model dan prinsip pembelajaran.

Kesempurnaan hanya milik Sang Maha Pencipta sehingga tentu saja modul ini tidak lepas dari kekurangan dan kekeliruan. Oleh karena itu, saran dan kritik yang konstruktif untuk perbaikan modul dan pemanfaatannya, senantiasa diharapkan.

Akhirnya, jika ditemukan ada kekeliruan fatal dalam modul atau saran konstruktif untuk perbaikan esensial terhadap modul ini, silakan disampaikan langsung ke PPPPTK Matematika, jl. Kaliurang km.6, Sambisari, Depok, Sleman, DIY, (0274) 881717, atau melalui email sekretariat@p4tkmatematika.org dengan tembusan (cc) ke penulis yogi_anggraena@yahoo.com atau langsung melalui email penulis.

GLOSARIUM

Kurikulum	:	seperangkat rencana dan pengaturan mengenai tujuan, isi, dan bahan pelajaran serta cara yang digunakan sebagai pedoman penyelenggaraan kegiatan pembelajaran untuk mencapai tujuan pendidikan tertentu.
Standar Kompetensi Lulusan	:	kriteria mengenai kualifikasi kemampuan lulusan yang mencakup sikap, pengetahuan, dan keterampilan
Standar Isi	:	kriteria mengenai ruang lingkup materi dan tingkat Kompetensi untuk mencapai Kompetensi lulusan pada jenjang dan jenis pendidikan tertentu
Standar Proses	:	kriteria mengenai pelaksanaan pembelajaran pada satu satuan pendidikan untuk mencapai standar kompetensi lulusan

DAFTAR PUSTAKA

- Callison, D., 2013, 'Common Core for Mathematics' dalam *School Library Monthly Vol 29 (5): 21 – 24*, Santa Barbara: Libraries Unlimited, Inc.
- Chapman, O., 2012, 'Challenge in Mathematics Teacher Education' dalam *Journal Mathematics Teacher Education (2012) 15:263–270*.Springer.
- Fast, G.R., dan Hanks, J.E., 2011, 'Intentional Integration of Mathematics Content Instruction with Constructivist Pedagogy in Elementary Mathematics Education' dalam *School Science and Mathematics Vol 110(7) : 330 - 340*.
- Departemen P dan K. (1993). *Kurikulum Pendidikan Dasar 1994*, Jakarta: CV. Aneka Ilmu.
- Edward, C. H., Jr. (1980). *The Historical Devepoment of the Calculus*. Springer Verlag. New York.
- Gollub, J.P., Bertenthal,M.W., Labov, J.B., & Curtis, P.C. (2002) *Learning and Understanding Improving Advanced Study of Mathematics and Science in U S High Schools*. NRC: Washington.
- Hendra, G. (2007). *Perkembangan Matematika di Indonesia*, ITB, Bandung.
- Kemdiknas. (2007). *Permendikas No. 16 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru*. Jakarta: Kementerian Pendidikan Nasional
- Kemdikbud. (2013). *Permendikbud 54 tahun 2013 tentang Standar Kompetensi Lulusan Pendidikan Dasar Dan Menengah*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
- Kemdikbud. (2013). *Permendikbud 64tahun 2013 tentang Standar Isi Pendidikan Dasar dan Menengah*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
- Kemdikbud. (2014). *Permendikbud No. 58 Tahun 2014 tentang Kurikulum 2013 Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
- Kemdikbud. (2014). *Permendikbud No. 103 Tahun 2014 tentang Pembelajaran pada Dikdasmen*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
- Kemdikbud. (2014). *Permendikbud No. 104 Tahun 2014 tentang Penilaian Hasil Belajar oleh Pendidik pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

- Kemdikbud. (2015). *Buku Siswa dan Buku Guru Mata Pelajaran Matematika Kelas IX*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
- Kemdikbud. (2015). *Modul Materi Pelatihan Kurikulum 2013*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
- Mink, D.V. (2010). *Strategies for teaching mathematics*. Shell Education: Oceanus Drive.
- Murtiyasa, Budi,. (2015). *Tantangan Pembelajaran Matematika Era Global*. Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UMS 2015: ISBN: 978.602.361.002.0
- National Council of Teachers of Mathematics (2014, *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*, Reston: nctm.org
- National Research Council (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: USA.
- OECD. (2013). *PISA 2015 Draft Mathematical Framework*, Paris: OECD.org
- Robert Haese, Sandra Haese, Michael Haese, Roger Dixon, Jon Roberts, Michel Teubner, Anthony Thompson (2002). *Specialist Mathematics: Mathematics for Year 12*. Haese & Harris Publications: Adelaide, Australia.
- Ruseffendi, E.T. (1988). *Pengantar Kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito
- Ruseffendi, E.T. (1979). *Pengajaran Matematika Moderen untuk Orang Tua Murid, Guru dan SPG, buku 1*, Bandung: Tarsito.
- Ruseffendi, E.T. (1985). *Pengajaran Matematika Moderen untuk Orang Tua Murid, Guru dan SPG, buku 6*, Bandung: Tarsito.
- Sri Wardhani. (2013). *Instrumen Penilaian Kompetensi Sikap-Pengetahuan-Keterampilan dalam Pembelajaran Matematika SMP/MTs*. Modul Diklat Guru Matematika SMP/MTs Tahun 2013. Yogyakarta: PPPPTK Matematika

Sri Wardhani. (2014). *Implementasi Kurikulum 2013 dalam Pembelajaran Matematika SMP/MTs*. Bahan E-Training Guru Matematika SMP/MTs Tahun 2014. Yogyakarta: PPPPTK Matematika

Turmudi. (2006). *Designing contextual learning strategies for mathematics for junior secondary schools in Indonesia*. Disertasi Ph.D.: La Trobe University, Australia.
Tidak diterbitkan.

Turmudi. (2009). *Panduan Pendidik Matematika SMP/MTs*. Pusurbuk, Jakarta.
Tidak Diterbitkan

Undang-undang No. 14 Tahun 2005 tentang Guru dan Dosen

http://www.acara.edu.au/verve/resources/ac_info_learning_areas_indonesian.pdf



GURU PEMBELAJAR

MODUL MATEMATIKA SMP

KELOMPOK KOMPETENSI D

PROFESIONAL

SEJARAH FILSAFAT DAN ALJABAR I

**DIREKTORAT JENDRAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
2016**

Penulis:

1. Dr. Sumardiyono, 081328516171, smrdyn2007@gmail.com,
2. Idris Harta, M.A., Ph.D. , 081548548277, idrisharta@gmail.com,
3. Dra. Atmini Dhoruri, M.S.i, 08122744139, atmini_uny@yahoo.co.id,
4. Marfuah, S.Si, MT, 085875774483, marfuah@p4tkmatematika.org,

Penelaah :

1. Al Krismanto, M.Si, 081328011398, kristemulawak@yahoo.co.id
2. Ratna Herawati, M.Si, 081328743071, hera_taa3@yahoo.com

Ilustrator:

Ratna Kumala Hapsari

Copyright © 2016

Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial tanpa izin tertulis dari Kementerian Pendidikan Kebudayaan.

Kata Pengantar

Peningkatan kualitas pendidikan saat ini menjadi prioritas, baik oleh pemerintah pusat maupun daerah. Salah satu komponen yang menjadi fokus perhatian adalah peningkatan kompetensi guru. Peran guru dalam pembelajaran di kelas merupakan kunci keberhasilan untuk mendukung keberhasilan belajar siswa. Guru yang profesional dituntut mampu membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan output dan outcome pendidikan yang berkualitas.

Dalam rangka memetakan kompetensi guru, telah dilaksanakan Uji Kompetensi Guru (UKG) Tahun 2015. UKG tersebut dilaksanakan bagi semua guru, baik yang sudah bersertifikat maupun belum bersertifikat untuk memperoleh gambaran objektif kompetensi guru, baik profesional maupun pedagogik. Hasil UKG kemudian ditindaklanjuti melalui Program Guru Pembelajar sehingga diharapkan kompetensi guru yang masih belum optimal dapat ditingkatkan.

PPPPTK Matematika sebagai Unit Pelaksana Teknis Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan di bawah pembinaan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan mendapat tugas untuk menyusun modul guna mendukung pelaksanaan Guru Pembelajar. Modul ini diharapkan dapat menjadi sumber belajar bagi guru dalam meningkatkan kompetensinya sehingga mampu mengambil tanggung jawab profesi dengan sebaik-baiknya.

Yogyakarta, Maret 2016

Kepala PPPPTK Matematika,



Dr. Dra. Daswatia Astuty, M.Pd.

NIP. 196002231985032001

Daftar Isi

KATA PENGANTAR.....	III
DAFTAR ISI.....	III
PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang.....	1
B. Tujuan.....	1
C. Peta Kompetensi.....	2
D. Ruang Lingkup.....	2
E. Saran Cara Penggunaan Modul.....	3
KEGIATAN PEMBELAJARAN 1 SEJARAH DAN FILSAFAT MATEMATIKA.....	5
A. Tujuan.....	5
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	5
C. Uraian Materi	5
1. Sejarah Matematika dalam Pembelajaran.....	5
2. Beberapa Tokoh Matematika	7
3. Filsafat Matematika.....	16
D. Aktivitas Pembelajaran	21
E. Latihan.....	23
F. Rangkuman	23
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	23
KEGIATAN PEMBELAJARAN 2 SUKU BANYAK.....	25
A. Tujuan.....	25
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	25
C. Uraian Materi	25
1. Suku Tunggal dan Suku Banyak	25
2. Suku Dua dan Suku Tiga.....	26
3. Penjumlahan.....	27

4. Pengurangan.....	28
5. Perkalian.....	32
D. Aktivitas Pembelajaran	34
E. Latihan.....	37
F. Rangkuman	37
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	38
PERPANGKATAN.....	39
A. Tujuan.....	39
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	39
C. Uraian Materi	39
1. Perpangkatan	40
2. Perkalian Perpangkatan.....	41
3. Pembagian Pangkat.....	42
D. Aktivitas Pembelajaran	44
E. Latihan.....	45
F. Rangkuman	46
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	46
KEGIATAN PEMBELAJARAN 4 PEMFAKTORAN	47
A. Tujuan.....	47
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	47
C. Uraian Materi	47
D. Aktivitas Pembelajaran	54
E. Latihan.....	56
F. Rangkuman	57
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	57
KEGIATAN PEMBELAJARAN 5 PERSAMAAN GARIS LURUS	59
A. Tujuan.....	59

B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	59
C. Uraian Materi	59
1. Menggambar Grafik Fungsi Linear	60
2. Kemiringan Garis Lurus	61
3. Menentukan Persamaan Garis Lurus.....	63
D. Aktivitas Pembelajaran	68
E. Latihan.....	70
F. Rangkuman	70
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	70
KEGIATAN PEMBELAJARAN 6 SKALA DAN PERBANDINGAN	72
A. Tujuan	72
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	72
C. Uraian Materi	72
1. Pengertian Skala	72
2. Perbandingan.....	74
3. Penerapan Perbandingan dalam Kehidupan	82
D. Aktivitas Pembelajaran	83
E. Latihan/Kasus/Tugas	87
F. Rangkuman	87
G. Umpan balik dan Tindak Lanjut.....	87
KUNCI JAWABAN LATIHAN	89
PENUTUP.....	95
GLOSARIUM	97
DAFTAR PUSTAKA.....	103

Pendahuluan

A. Latar Belakang

Modul ini membahas empat materi utama: 1) Sejarah dan filsafat matematika, 2) Bentuk Aljabar, 3) Persamaan garis lurus dan 4) Perbandingan. Materi utama tersebut kemudian diurai menjadi beberapa bagian sesuai kedalaman pembahasan.

Pada topik sejarah dan filsafat matematika dibahas tokoh-tokoh matematika dan sejarah konsep-konsep matematika serta filsafat matematika. Topik sejarah dan filsafat sebagian besar berasal dari Sumardyono (2012). Materi ini sangat penting dikuasai oleh para guru agar dapat memberikan motivasi belajar kepada para siswa. Bentuk Aljabar merupakan konsep yang dikembangkan dari konsep sebelumnya, yaitu bilangan. Bentuk aljabar dan operasinya akan terus berkembang membentuk konsep-konsep lain dalam matematika. Sebagai contoh, apabila terdapat dua bentuk aljabar dan keduanya dihubungkan dengan tanda sama dengan, maka terciptalah konsep baru, yaitu persamaan. Tidak hanya itu, bentuk aljabar dan operasinya dalam berbagai bentuknya akan menjadi bagian integral dari disiplin lain seperti Geometri, Statistika, Matriks, dan Kalkulus.

Sementara itu, persamaan garis lurus membahas kemiringan garis lurus, persamaan garis lurus, dan analisis sifat garis lurus. Perbandingan membahas skala, perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai.

B. Tujuan

Tujuan dari penyusunan modul ini adalah: (1) meningkatkan kompetensi guru matematika SMP dalam pembelajaran, (2) menambah pengetahuan guru tentang materi : bentuk aljabar, persamaan garis lurus, skala dan perbandingan, sejarah dan filsafat matematika (3) memfasilitasi para guru dalam mengelola kegiatan pembelajaran agar lebih profesional di bidangnya.

C. Peta Kompetensi

Kompetensi yang terkait dengan modul ini adalah kompetensi profesional, dengan peta kompetensinya sebagai berikut.

STANDAR KOMPETENSI GURU		
KOMPETENSI INTI GURU	KOMPETENSI GURU MATA PELAJARAN/KELAS /KEAHLIAN/BK	Indikator Esensial/ Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)
20. Menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampu.	20.7 Menggunakan konsep-konsep aljabar.	20.7.1 Menentukan model matematika dari masalah nyata
		20.7.2 Melakukan operasi bentuk aljabar
		20.7.14 Menganalisis sifat grafik fungsi linear
		20.7.17 Menggunakan konsep skala dan perbandingan dalam menyelesaikan masalah nyata.
	20.12 Menjelaskan sejarah dan filsafat matematika	20.12.1 Mengidentifikasi manfaat sejarah matematika untuk memotivasi siswa dalam pembelajaran matematika
		20.12.2 Mengidentifikasi karakteristik pembelajaran matematika SMP/M.Ts yang sesuai dengan aliran filsafat matematika

D. Ruang Lingkup

Penyusunan modul ini dimaksudkan untuk memberikan bantuan bagi para guru matematika SMP/MTs dalam menguasai materi bentuk aljabar, faktorisasi bentuk aljabar, persamaan garis lurus, perbandingan dan penerapannya dalam pembelajaran Matematika. Materi yang akan dibahas dalam modul ini tertuang dalam 6 kegiatan belajar sebagai berikut.

Kegiatan Pembelajaran 1 : Sejarah dan Filsafat Matematika

Kegiatan Pembelajaran 2 : Suku banyak (bentuk aljabar)

Kegiatan Pembelajaran 3: Perpangkatan

Kegiatan Pembelajaran 4 : Pemfaktoran

Kegiatan Pembelajaran 5 : Persamaan Garis Lurus

Kegiatan Pembelajaran 6 : Skala dan Perbandingan

E. Saran Cara Penggunaan Modul

Modul ini secara khusus diperuntukkan bagi guru yang mengikuti Guru Pembelajar atau sedang belajar mandiri secara individu atau dengan teman sejawat.

Berikut ini beberapa saran dalam cara penggunaan dan pemanfaatan modul.

1. Bacalah modul ini secara runtut, dimulai dari Pendahuluan, agar dapat lebih mudah dan lancar dalam mempelajari kompetensi dan materi dalam modul ini.
2. Lakukan aktivitas belajar yang terdapat pada modul. Dalam melakukan aktivitas belajar tersebut, sesekali dapat melihat kembali materi di dalam modul.
3. Materi di dalam modul lebih bersifat ringkas dan padat, sehingga dimungkinkan untuk menelusuri literatur lain yang dapat menunjang penguasaan kompetensi.
4. Setelah melakukan aktivitas belajar, barulah berusaha sekuat pikiran, untuk menyelesaikan latihan dan/atau tugas yang ada. Jangan tergoda untuk melihat kunci dan petunjuk jawaban. Kemandirian dalam mempelajari modul akan menentukan seberapa jauh penguasaan kompetensi.
5. Setelah memperoleh jawaban atau menyelesaikan tugas, bandingkan dengan kunci atau petunjuk jawaban.
6. Lakukan refleksi berdasarkan proses belajar yang telah dilakukan dan penyelesaian latihan/tugas. Bagian rangkuman dapat dijadikan modal dalam melakukan refleksi. Hasil refleksi yang dapat terjadi antara lain ditemukan beberapa bagian yang harus direview dan dipelajari kembali, ada bagian yang perlu dipertajam atau dikoreksi, dan lain lain.
7. Setelah mendapatkan hasil refleksi, rencanakan dan lakukan tindak lanjut yang relevan. Baik dalam sesi pelatihan maupun di luar sesi pelatihan.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

SEJARAH DAN FILSAFAT MATEMATIKA

A. Tujuan

Peserta dapat menjelaskan tentang sejarah dan filsafat matematika dan dapat menerapkan dalam pembelajaran untuk membelajarkan dan memotivasi peserta didik.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menjelaskan sejarah matematika khususnya terkait matematika SMP secara garis besar dan akurat.
2. Menjelaskan manfaat sejarah matematika dalam pembelajaran terkait tujuan, proses, dan hasil pembelajaran.
3. Mengidentifikasi beberapa cara memanfaatkan sejarah matematika dalam pembelajaran.
4. Menjelaskan filsafat matematika secara garis besar dan jenis alirannya.
5. Menjelaskan pengaruh filsafat matematika dalam persepsi dan gaya membelajarkan guru secara garis besar.

C. Uraian Materi

Pada bagian ini dibahas mengenai filsafat matematika dan juga sejarah matematika untuk sekolah. Materi ini hampir seluruhnya berasal dari modul dengan judul yang sama (Sumardiyono, 2012).

1. Sejarah Matematika dalam Pembelajaran

Salah satu kompetensi guru adalah memahami sejarah matematika. Pentingnya sejarah matematika bagi guru, tidak semata-mata karena sejarah matematika sebagai salah satu cabang matematika, tetapi lebih dari itu, karena peran sejarah matematika yang secara langsung maupun tak langsung mempengaruhi pembelajaran matematika.

Bagaimanakah cara menggunakan sejarah matematika tersebut? Sesungguhnya sangat banyak cara yang dapat ditempuh sesuai dengan tujuan apa yang diinginkan. Berikut ini secara lebih rinci, John Fauvel (Garner, 1996) menyarankan beberapa cara yang dapat ditempuh dalam menggunakan sejarah dalam pembelajaran matematika di kelas, yaitu:

- 1) menyebutkan atau menceritakan tentang matematikawan pada zaman dahulu secara menyenangkan.
- 2) Menyediakan pengantar sejarah untuk konsep-konsep yang baru bagi siswa.
- 3) Memacu siswa untuk memahami masalah-masalah sejarah untuk mana konsep-konsep yang telah mereka pelajari merupakan jawabannya.
- 4) memberitugas-tugas tentang sejarah matematika.
- 5) Melengkapi latihan-latihan di kelas atau di rumah dengan menggunakan tulisan-tulisan matematika dari zaman dahulu.
- 6) Aktivitas drama langsung dengan kegiatan refleksi interaksi matematika.
- 7) Memacu kreasi tampilan poster atau proyek lain dengan topik-topik sejarah.
- 8) Merencanakan proyek tentang aktivitas lokal matematika pada zaman dahulu.
- 9) Menggunakan contoh-contoh penting dalam sejarah matematika untuk menggambarkan teknik-teknik atau metode-metode matematika.
- 10) Mengeksplorasi miskonsepsi, kesalahan, atau pandangan lain pada zaman dahulu untuk membantu pemahaman dan penyelesaian kembali akan kesulitan-kesulitan yang dijumpai oleh siswa pada masa sekarang.
- 11) Merencanakan suatu pendekatan pedagogik untuk suatu topik tertentu dengan menggunakan perkembangannya.
- 12) Merencanakan urutan dan struktur topik dalam silabus pembelajaran dengan landasan sejarah.

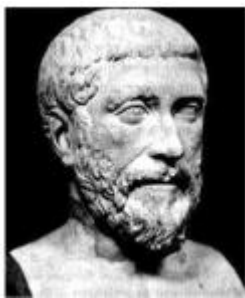
Pada bagian selanjutnya, dibahas mengenai sejarah matematika. Di bawah ini disajikan sejarah matematika berdasarkan tokoh matematika dan topik matematika sekolah.

2. Beberapa Tokoh Matematika

Pada bagian ini disajikan sebagian kecil saja dari tokoh-tokoh matematika, namun memiliki kontribusi yang penting di dalam matematika, terutama matematika sekolah.

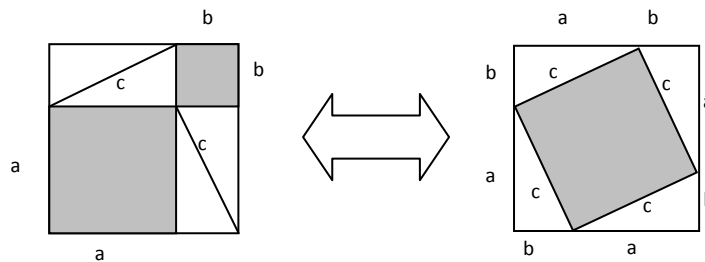
a. Pythagoras (580-501 SM)

Pythagoras yang lahir di pulau Samos (di Turki) mendirikan perguruan yang disebut Perguruan Pythagoras. Dasar perguruan tersebut adalah bilangan, yang mengatur



segala sesuatu. Karya perguruan Pythagoras kita ketahui hanya dari tulisan Aristoteles, Euclid, Proclus, Diogenes Laertius, dan lain-lain.

Sumbangan matematika yang penting dari perguruan Pythagoras, antara lain bukti Teorema Pythagoras dan konversinya. Bukti teorema Pythagoras dari perguruan Pythagoras berdasarkan pada gambar geometris di atas. Ada yang mengatakan rumus Tripel Pythagoras: $\frac{(m^2-1)}{2}$, m , $\frac{(m^2+1)}{2}$ (berasal dari perguruan Pythagoras, tetapi sesungguhnya telah dikenal di Babilonia).



Perguruan ini membahas apa yang disebut dengan bilangan segitiga, bilangan persegi, bilangan segilima, bilangan sempurna dan bilangan bersahabat. Bilangan sempurna adalah bilangan bulat positif yang sama dengan jumlah dari pembagi-pembagi murninya. Contohnya $6 = 1 + 2 + 3$. Bilangan-bilangan bersahabat adalah dua bilangan bulat positif, masing-masing merupakan jumlah dari pembagi-pembagi murni dari bilangan pasangannya. Contohnya, pasangan 220 dan 284. Selain itu, juga mengenai rata-rata hitung, geometris, harmonik, dan hubungan ketiganya. Teorema

yang menyatakan bahwa jumlah sudut-sudut sebarang segitiga sama dengan dua kali sudut siku-siku, pertama kali berasal dari perguruan Pythagoras.

Pythagoras mengajarkan bahwa semua bilangan adalah rasional. Namun, muridnya yang bernama Theodorus membuktikan bahwa akar dari 3, 5, 6, 7, 10, 11, 13, 14, 15, dan 17 adalah irasional. Sementara bukti bahwa akar suatu bilangan asli adalah irasional jika dan hanya jika bilangan asli tersebut bukan bentuk kuadrat, diberikan oleh Theaetetus. Berdasarkan beberapa literatur, Pythagoras meninggal sekitar 507 SM saat kompleks perguruannya dibakar oleh penguasa setempat karena dianggap mengajarkan aliran yang sesat.

b. Euclid (325-265 SM)

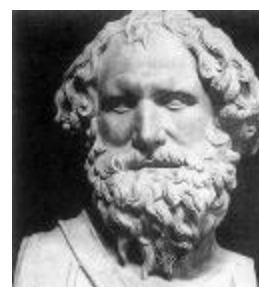
Euclid dari Alexandria sangat terkenal dalam matematika. Data yang dapat dipercaya berasal dari Proclus sekitar tahun 420 M. Euclid dipastikan pernah belajar di Akademi Plato di Athena. Tidak ada karya Euclid yang memiliki kata pengantar, sehingga kita tidak dapat mengetahui “siapa” pengarangnya. Karya terkenal dari Euclid adalah *Element*, yang merupakan kompilasi pengetahuan dan menjadi sumber belajar selama 2000 tahun. Buku tersebut dimulai dengan definisi dan lima postulat, serta aksioma. Yang terkenal adalah postulat kelima atau postulat paralel. Dengan mengganti postulat ini, kita mengenal geometri non-euclidean. Geometri euclidean adalah geometri yang dipelajari di sekolah.



Buku *Element* yang terdiri dari 13 buah buku terpisah, amat menakjubkan dalam hal kecermatan dan urutan teori yang dinyatakan dan dibuktikan. Buku ini menjadi cikal bakal sistem aksiomatis dalam matematika. Telah ada ribuan edisi diterbitkan sejak pertama kali dicetak tahun 1482. Euclid juga menulis banyak buku lain, tetapi yang dapat bertahan hingga kini terkait matematika antara lain *Data* yang berisi 94 proposisi dan *On Divisions* yang membahas mengenai cara membagi sebuah bangun menurut perbandingan yang diberikan.

c. Archimedes (287-212 SM)

Archimedes berasal dari Syracuse, pulau Sicilia yang menjadi koloni Yunani. Barangkali ia belajar di Universitas Alexandria



sebab ia bersahabat dengan Erasthoteles, murid Euclid. Ia sering disebut sebagai matematikawan terbesar sebelum Isaac Newton. Archimedes mampu memusatkan perhatiannya pada suatu persoalan hingga terkadang melupakan dirinya sendiri. Cerita tentang penemuan hukum hidrostatis merupakan salah satu contohnya, ketika ia mendapatkan tugas dari raja Hieron, untuk menguji kemurnian mahkota emas. Di saat mandi, ia menemukan sifat hidrostatis, dan karena kegembiraannya ia berlari ke luar dalam keadaan tanpa pakaian sambil berteriak “*Eureka-Eureka*” (aku menemukan, aku menemukan). Pada saat Syracuse diserang oleh Romawi, Archimedes membantu dengan membuat beberapa mesin untuk mempertahankan kotanya. Pada saat Syracuse akhirnya jatuh pada 212 tahun SM, Archimedes pun terbunuh oleh tentara Romawi karena begitu asyiknya melukis kurva di pasir.

Archimedes menulis banyak subjek, dan seringkali menggunakan cara apa yang sekarang dalam bentuk modern kita sebut dengan kalkulus. Karena itu ia sering disebut sebagai Bapak Integral. Beberapa karyanya sebagai berikut: *The Method* (Metode) yang banyak menjelaskan tentang metode menemukan teorema-teoremanya, *Quadrature of the Parabola* (Membujursangkarkan parabola) yang berisi 24 dalil, *Measurement of a Circle* (Pengukuran lingkaran) di mana dengan “metode klasik” (metode poligon beraturan) ia mendapatkan perbandingan π berada di antara $\frac{223}{71}$ dan $\frac{22}{7}$ dengan menghitung keliling poligon segi 96 beraturan, *On Spirals* (Tentang spiral) yang berisi 28 dalil mengenai sifat-sifat spiral yang kini disebut spiral Archimedes, dengan persamaan polar $r = a.\theta$, juga buku tentang Conoida dan Sferoida yang memuat 40 dalil mengenai isi benda putaran yang terbentuk oleh kurva derajat dua dan soal-soal mengenai membagi bola sehingga volum segmen-segmen bola mengikuti suatu perbandingan yang ditentukan.

d. Brahmagupta (598-670 M)



Brahmagupta adalah kepala observatori astronomi di Ujjain yang merupakan pusat perkembangan matematika India saat itu. Karya terpenting adalah *Brahmasphutasiddhanta* (628) yang ditulis di Bhinmal, ibukota Dinasti Gurjara. Sebagai pelengkap karya di atas, Brahmagupta juga menulis

Khandakhadyaka pada tahun 665 saat ia berusia 67 tahun. *Brahmasphutasiddhanta* memuat 25 bab.

Pemahaman Brahmagupta tentang sistem bilangan jauh melebihi orang-orang sejamannya. Dalam *Brahmasphutasiddhanta*, ia mendefinisikan nol sebagai hasil pengurangan sebuah bilangan dengan dirinya sendiri. Brahmagupta juga memberikan aturan aritmetika dalam istilah untung (bilangan positif) dan istilah rugi/hutang (bilangan negatif). Brahmagupta juga memberikan metode perkalian yang menggunakan nilai tempat, yang menjadi cikal bakal cara perkalian kita. Terdapat tiga metode yang dinyatakan dalam *Brahmasphutasiddhanta*. Sumbangan lain adalah algoritma untuk menghitung akar kuadrat suatu bilangan. Algoritma ini kini dikenal dengan rumus iterasi Newton-Raphson. Brahmagupta juga mengembangkan notasi aljabar dan metode menyelesaikan persamaan kuadrat, serta metode menyelesaikan persamaan tak tentu berbentuk $ax + c = by$. Dalam *Brahmasphutasiddhanta*, ia juga memberikan rumus untuk luas segiempat tali busur dan diagonal segiempat talibusur dengan menggunakan sisi-sisi segiempat. Dalam buku *Khandakhadyaka*, ia membahas rumus interpolasi untuk menghitung nilai sinus yang sekarang dikenal dengan nama rumus interpolasi Newton-Stirling.

e. Al-Khwarizmi (780-850 M)

Abu Musa al-Khwarizmi lahir di Khiran, al-Khwarizm, Uzbekistan dan wafat di kota 1001 malam, Baghdad. Aljabar sering dilekatkan dengan nama Ibnu Musa al-Khwarizmi. Gandz dalam *The Source of Al-Khwarizmi's algebra* menyebut bahwa al-Khwarizmi adalah "Bapak aljabar", begitu pula Boyer dalam *A history of mathematics*. Abu Musa al-Khwarizmi menyusun karya aljabar *Hisab al-Jabr wal-Muqabala* yang selama berabad-abad digunakan di Timur maupun Barat, di mana kitab asli berbahasa Arabnya telah lama hilang. Terjemahan yang termasyur oleh Gerard de Cremona yaitu *De Jebra et Almucabala*. Di dalam terjemahan karya al-Khwarizmi tersebut terdapat 6 bab yang berisi 6 bentuk persamaan linear dan kuadrat. Selain secara aljabar, al-Khwarizmi juga memberikan penyelesaian secara geometri dengan membuat diagram geometris. Salah satu contohnya untuk persamaan kuadrat $x^2 + 10x = 39$.



Lewat sebuah karya aritmetikanya, yaitu *Liber Argoritum* atau *Algorismi de Numero Indorum* (arabnya : *Al-Jami' wa at-Tafriq bil Hisab al-Hind*) diperkenalkan angka-angka Hindu-Arab untuk pertama kali ke Eropa beserta sistem desimal. Ia berjasa dalam merintis dan memelopori perhitungan dengan angka nol (bahasa Inggris: *chipper*, yang berasal dari bahasa arab *sifr*) dan sistem desimal. Karena pengkajiannya yang analitis dalam karya-karyanya, namanya menjadi suatu istilah “algoritma”.

Selain karya yang telah disebutkan, terdapat pula karya lain yang terkenal yaitu *Trattati d'Arithmetica*, terjemahan Prince Boncompagni. Tokoh ini sering dikaitkan dengan teorema *The Casting Out 9's*. Sebagai astronom, al-Khwarizmi juga menyusun Zij (daftar astronomi) yang sangat populer pada saat itu dan berisi nilai-nilai sinus dan tangens. Dia pun mempersiapkan sebuah peta bumi bersama-sama ilmuwan lain.

f. Fibonacci (1170-1250 M)

Fibonacci memiliki nama Leonardo Pisano. Fibonacci lahir di Pisa, Italia, dan dibesarkan di Afrika Utara tempat ayahnya bekerja. Tahun 1200, Fibonacci kembali ke Pisa. Fibonacci menulis karya yang terkenal yaitu *Liber Abaci* tahun 1202. Buku tersebut berisi aritmetika dan aljabar yang ia himpun selama perjalanannya di Afrika Utara. Buku ini memperkenalkan sistem nilai tempat dan angka Hindu-Arab. Pada bagian berikutnya, banyak dibahas mengenai soal-soal yang berkaitan dengan perdagangan, sedang pada bagian ketiga memperkenalkan bilangan Fibonacci dan barisan Fibonacci, yaitu 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, (tetapi Fibonacci tidak menulis suku pertama dalam bukunya) dari suatu masalah yang dikenal sebagai masalah kelinci. Barisan ini sangat terkenal dan diketahui banyak ditemukan dalam gejala alam.



Buku lainnya, *Practica geometriae* ditulis tahun 1220. Buku ini berisi koleksi soal geometri yang dibagi ke dalam 8 bab. Dalam *Flosi* (1225), Fibonacci memberikan pendekatan yang akurat terhadap akar dari $10x + 2x^2 + x^3 = 20$. Buku *Liber quadratorum* yang ditulis tahun 1225 berisi kajian teori bilangan. Salah satunya

sebagai berikut: Tak ada bilangan bulat x dan y yang memenuhi $x^2 + y^2$ dan $x^2 - y^2$ kedua-duanya bilangan kuadrat.

g. Descartes (1596-1650 M)

Rene Descartes selain belajar filsafat, ia juga mempelajari matematika dari buku Clavius. Saat sekolah, kesehatannya memburuk, lalu diijinkan untuk tetap di tempat



tidur hingga jam 11 siang. Hal ini kemudian menjadi kebiasaan Descartes hingga meninggal dunia. Ia mulai belajar matematika sejak tahun 1618. Tahun 1623, ia berhubungan dengan Mersenne, seorang matematikawan di Paris. Korespondensi ini meneguhkannya untuk bergelut dengan ilmu pengetahuan.

Karena dorongan kolega-koleganya, ia lalu menerbitkan *Discours de la methode pour bien conduire sa raison et chercher la verite dans les sciences*, sebuah karya sain. Karya ini dilengkapi dengan tiga apendiks, yaitu *La Dioptrique* tentang optika, *Les Meteores* tentang meteorologi, serta *La Geometrie*. Karya terpenting, terletak pada *La Geometrie* yang membahas mengenai matematika. Dalam karya ini terdapat ide geometri analitik yaitu masalah yang memuat gagasan mengaitkan geometri dan aljabar. Sebagai penghormatan, kini koordinat silang (tegak lurus) kita namakan koordinat kartesian/kartesius. Karya yang penting lainnya adalah *Principia Philosophiae* yang dipublikasi di Amsterdam tahun 1644. Karya ini terbagi dalam 4 bagian yang membawa masalah alam ke dalam matematika.

Tahun 1649, ratu Christina dari Swedia mengundang Descartes untuk datang dan mengajar di Stockholm. Karena suatu tugas dari ratu, di sana ia mengubah pola bangun tidur siangnya. Setelah beberapa bulan dari musim dingin yang ekstrim, ia meninggal tahun 1650 karena pneumonia.

h. Fermat (1601-1665 M)

Pierre Fermat mula-mula belajar di universitas Toulouse lalu tahun 1620 di Bordeaux. Dari Bordeaux, ia pindah ke Orleans dan menyelesaikan studi hukum di sana. Ia lalu bekerja sebagai pengacara sekaligus terpilih dan masyur di parlemen. Tahun



1636 dimulai kontak antara Mersenne dengan Fermat. Fermat lalu menceritakan penemuannya mengenai kesalahan yang dibuat Galileo mengenai jatuh bebas, juga penemuannya tentang spiral, dan perbaikan tulisan Apollonius mengenai titik pada bidang. Fermat lalu menulis *Method for determining Maxima and Minima and Tangents to Curved Lines*.

Selama tahun 1643 hingga 1654, ia tidak lagi mengajar di Paris namun banyak mengenai Teori Bilangan walaupun kurang disenangi pada saat itu. Teorema Terakhir Fermat, yang menyatakan bahwa $x^n + y^n = z^n$ tidak memiliki penyelesaian bulat x , y dan z untuk $n > 2$ menjadi terkenal. Ia menulis dalam bagian tepi terjemahan Bachet terhadap karya Diophantus, *Arithmetica*: "Aku telah menemukan bukti yang benar namun tepi halaman ini terlalu kecil untuk memuat bukti itu". Sekarang, matematikawan menunjukkan bahwa bukti Fermat salah. Bukti lengkap ditunjukkan oleh Andrew Wiles pada Nopember 1994.

Fermat mulai berkorespondensi dengan Blaise Pascal tahun 1654. Dari sini terungkap idenya mengenai teori probabilitas. Kini, Fermat dan Pascal dihormati sebagai pendiri teori probabilitas.

Dalam buku *New Account of Discoveries in the Sciences of Numbers* tahun 1659, banyak memuat metode antara lain untuk menunjukkan bahwa setiap bilangan prima berbentuk $4k+1$ dapat ditulis sebagai jumlah dua bilangan kuadrat, namun tidak detail. Di kemudian hari, Euler membuat bukti yang lebih rinci.

i. Pascal (1623-1662 M)

Blaise Pascal adalah anak ketiga dari Étienne Pascal. Blaise secara mandiri telah mempelajari geometri di usia 12 tahun. Sejak itu, ayahnya memberi Blaise buku Element dari Euclid. Saat berusia 14 tahun, Blaise Pascal telah mengikuti ayahnya mengikuti pertemuan ilmiah atas prakarsa Mersenne di Paris. Pada usia 16 tahun, Pascal mempresentasikan makalahnya di bulan Juni 1639, yang memuat sejumlah



teorema geometri proyektif, termasuk *Pascal's mystic hexagon*. Pascal menyelesaikan buku pertamanya, *Essay on Conic Sections* yang diterbitkan tahun 1640. Pascal juga membuat kalkulator digital pertama, yang disebut *Pascaline* untuk membantu pekerjaan ayahnya. Untuk membuatnya ia

membutuhkan waktu antara tahun 1642 hingga 1645. Tahun 1651, ayahnya Étienne Pascal meninggal. Peristiwa ini mendorongnya menulis tentang filsafat, yang terkenal, *Pensées*, sebuah koleksi pemikirannya antara tahun 1656 hingga 1658. Tahun 1653, Pascal menulis *Treatise on the Equilibrium of Liquids*, di mana ia menjelaskan tentang Hukum Pascal mengenai tekanan.

Setelah sempat dimulai tahun 1648, tahun 1654 ia menyelesaikan bukunya tentang irisan kerucut, *The Generation of Conic Sections*. Pascal menganggap irisan kerucut sebagai hasil dari proyeksi titik terhadap lingkaran. Walaupun Pascal bukan orang pertama yang membahas mengenai “Segitiga Pascal”, tetapi tulisannya dalam *Treatise on the Arithmetical Triangle* amat penting. Melalui surat-menyurat dengan Fermat tahun 1654, Pascal membangun dasar-dasar Teori Probabilitas. Dalam lima buah suratnya, ia membahas dua masalah terkenal, *the dice problem* dan *the problem of points*. Karya terakhir tentang kurva *cycloid*, sebelum ia meninggal pada usia 39 tahun karena sakit.

j. Newton (1643-1727 M)

Isaac Newton dilahirkan di Lincolnshire, Inggris. Masa kecil Newton kurang mendapat perhatian. Menurut de Moivre, ketertarikan Newton pada matematika dimulai tahun 1663 saat ia dibelikan buku astrologi di Cambridge tetapi ia tidak memahami matematika di dalamnya. Ia lalu memutuskan untuk mempelajari beberapa buku matematika lainnya.



Talenta Newton mulai berkembang pesat setelah kedatangan seorang matematikawan Barrow di Cambridge tahun 1663. Barrow melihat bakat jenius pada Newton. Tahun 1671, Newton menulis dasar-dasar kalkulus differensial dan integral, dengan Metode Fluxion-nya lewat buku *De Methodis Serierum et Fluxionum* (diterbitkan 1736).

Tahun 1669, saat Newton baru berusia 27 tahun, ia telah dipromosikan Barrow untuk menduduki profesor Lucasian. Karya Newton pertama sebagai profesor Lucasian adalah mengenai optik di mana ia meneliti bahwa cahaya putih adalah gabungan berbagai tipe-tipe sinar lewat aberasi kromatik. Tahun 1672, Newton terpilih sebagai anggota *Royal Society* setelah mempersembahkan teleskop reflektif.

Tahun itu juga, ia menerbitkan makalah tentang cahaya dan warna di the *Philosophical Transactions of the Royal Society*. Tahun 1666, Newton telah membuat versi awal dari tiga hukum geraknya. Ia juga menjelaskan tentang gerak sentrifugal. Atas saran dari Halley, Newton lalu menyusun buku yang terkenal, *Philosophiae naturalis principia mathematica* (disingkat dengan nama *Principia*). Ia menganalisa gerak benda, gerak sentrifugal dan sentripetal, dan bahwa setiap benda sesungguhnya saling mempengaruhi melalui apa yang disebut Hukum Gravitasi Umum, “semua benda mempengaruhi benda lain dengan suatu gaya sebanding dengan hasil kali massanya dan berbanding terbalik dengan kuadrat jaraknya”.

Walau mulai tahun 1703, ia terpilih sebagai presiden the *Royal Society* hingga ia meninggal dan menerima penghargaan kehormatan sebagai ilmuwan dari Ratu Anne (1705), namun di akhir hidupnya ia berkonfrontasi dengan Leibniz mengenai siapa yang menemukan Kalkulus.

k. Euler (1707-1803 M)

Leonhard Euler dibesarkan di Riehen (Swiss). Mula-mula mendapat pendidikan dari ayahnya, akhirnya menyelesaikan studi di Universitas Basel (1726). Karya pertamanya: kurva *isochronous*. Sejak tahun 1729 ia bekerja di *St Petersburg Academy of Science* dan mempublikasikan makalah dan buku *mechanica* (1736-1737) yang merupakan awal dari kontribusi matematikanya. Selama 21 tahun, ia telah menulis sekitar 380 makalah. Tahun 1771, ia menderita kebutaan total. Namun Euler terus menulis bahkan jumlahnya hampir setengah dari total tulisan sebelum kebutaan. Bahkan *St Petersburg Academy* masih menerbitkan karya Euler yang belum diterbitkan selama hampir 50 tahun setelah kematiannya. Selain di bidang fisika, ia membuat lompatan besar pada geometri analitik dan trigonometri, kalkulus, dan teori bilangan. Ia memperkenalkan fungsi Beta dan fungsi Gamma (1729), serta faktor integrasi untuk persamaan differensial. Euler juga yang memperkenalkan lambang $f(x)$ tahun 1734, e (1727), i (1777), π , Σ (1755), dan masih banyak lagi. Euler menunjukkan bahwa untuk $k = 2^4$ maka $2^k + 1$ habis dibagi 641, mendapatkan $\ln(-1) = \pi i$ (tahun 1727), memperkenalkan fungsi $\phi(n)$, tahun 1735 menyelesaikan the *Basel problem* dengan menunjukkan $\Sigma(1/n^2) = \pi^2/6$, tahun 1737 memberi relasi yang terkenal yaitu: $\Sigma(1/n^s) = \prod(1 - p^{-s})^{-1}$, tahun 1735

memperkenalkan konstanta Euler, γ sebagai limit dari $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \log_e n$ tahun 1744 sebagai orang pertama yang menyajikan fungsi aljabar sebagai deret lewat: $\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} = \sin x + \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + \dots$, menulis apa yang kini disebut Rumus Jumlah Euler-Maclaurin, dan bukti Teorema Terakhir Fermat untuk pangkat 3.



Dalam buku *Introductio in analysin infinitorum* (1748) Euler mendasarkan kalkulus pada teori dasar fungsi bukan pada kurva-kurva geometris seperti yang dilakukan sebelum Euler. Dalam karya ini, juga memuat persamaan terkenal: $e^{ix} = \cos x + i \sin x$. Selain menerbitkan *Institutiones calculi differentialis* (1755) dan *Institutiones calculi integralis* (1768-1770), Euler juga menulis *Methodus inveniendi lineas curvas ...* (1740) yang memuat studi murni tentang kalkulus variasi.

Kontribusinya yang lain pada bidang matematika fisika, geometri differensial (teori permukaan dan kurvatur), topologi (rumus Euler pada polihedra, soal jembatan Königsberg), mekanika (terbit *Mechanika*-1736), astronomi (*lunar theory*), matematika musik (buku *Tentamen novae theoriae musicae*-1739), dan kartografi.

3. Filsafat Matematika

a. Pengertian Filsafat dan Alirannya

Filsafat matematika telah lahir dalam bentuk awal sejak ribuan tahun yang lalu. Perkembangan yang penting diwakili oleh Pythagoras dan para pengikutnya, yang berkeyakinan bahwa bilangan adalah yang paling bertanggung jawab dalam mengatur alam semesta, "*Numbers rules the universe*" (bilangan memerintah/mengatur alam semesta).

Filsafat matematika (*philosophy of mathematics*) merupakan bidang kajian filsafati yang sasarannya adalah matematika. Matematika dipikirkan dengan cermat dengan pemikiran refleksif. Filsafat matematika berbeda dengan landasan matematika (*foundation of mathematics*) yang merupakan bidang kajian yang lebih sempit dari filsafat matematika, karena hanya membahas konsep-konsep dan azas-azas fundamental yang dipergunakan dalam matematika. Secara umum terdapat empat

aliran besar yang mempengaruhi jalan perkembangan matematika termasuk perkembangan pendidikan matematika.

1) Platonisme

Pandangan Plato terhadap matematika bahwa objek matematika bersifat abstrak dan tidak memiliki hubungan realitas atau asal usul sehingga bersifat abadi dan tak berubah. Penggunaan nama Plato karena pandangan ini mirip dengan pandangan Plato dalam bukunya *Theory of Form*.

Masalah dari aliran ini antara lain tidak dapat menjawab pertanyaan: tepatnya, di mana dan bagaimana objek matematika itu ada, dan bagaimana cara kita mengetahui keberadaannya?

2) Formalisme

Ahli matematika Jerman, David Hilbert (1862-1943) menjadi pelopor aliran matematika ini. Bagi kaum formalis, objek-objek matematika tidak adahingga diciptakan oleh manusia melalui sistem aksioma. Pemikiran ini mempengaruhi buku-buku pelajaran dan kurikulum matematika selama pertengahan abad ke-20. Walaupun semua sistem matematika masih menggunakan aksioma tetapi menganggap bahwa formalisme menjadi landasan matematika tidak diterima oleh beberapa ahli. Keberatan bermula ketika Godel membuktikan bahwa kita tidak mungkin dapat membuat suatu sistem lengkap yang konsisten dalam dirinya sendiri. Pernyataan ini terkenal dengan sebutan Teorema Ketidaklengkapan Godel (*Godel's Incompleteness Theorem*).



3) Logisisme

Dua ahli matematika sekaligus ahli filsafat dari Inggris menjadi pioner aliran atau landasan matematika ini yaitu Bertrand Russell (1872-1970) dan Alfred North Whitehead (1861-1947) lewat buku mereka *Principia Mathematica* (1903). Menurut mereka semua matematika dapat diturunkan dari prinsip-prinsip logika. Kebanyakan ide-ide logika juga diterima oleh kaum formalis namun mereka tidak percaya bahwa matematika dapat diturunkan dari logika saja. Sementara menurut kaum logisisme, matematika itu tidak lain adalah logika. Menurut istilah

mereka, matematika itu masa dewasa dari logika. Keberatan utama terhadap aliran ini muncul dari adanya paradoks-paradoks logika (seperti paradoks teori himpunan pada aliran formalisme) yang tidak dapat diselesaikan oleh kaum pendukung logisisme.

4) Intuisionisme

Pioner aliran ini adalah Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881-1966) seorang matematikawan Belanda. Intuisionis mengklaim bahwa matematika berasal dan



berkembang di dalam pikiran manusia, jadi matematika lahir karena dikonstruksi secara mental. Ketepatan dalil-dalil matematika tidak terletak pada simbol-simbol di atas kertas, tetapi terletak dalam akal pikiran manusia. Hukum-hukum matematika tidak ditemukan melalui pengamatan terhadap alam, tetapi mereka ditemukan dalam pikiran manusia. Keberatan terhadap aliran ini terutama adalah

bahwa pandangan kaum intuisionis tidak memberikan gambaran yang jelas tentang bagaimana matematika bekerja dalam pikiran.

b. Implikasi Filsafat Matematika dalam Pembelajaran

Selanjutnya di mana implikasi teori-teori filsafat matematika itu bagi pembelajaran matematika? Filsafat matematika itu akan mempengaruhi pola pikir seseorang (guru) dalam memandang matematika sehingga mempengaruhi cara guru membelajarkan matematika. Guru yang menganggap matematika *hanya* merupakan kumpulan angka-angka dan rumus-rumus belaka, maka sadar atau tidak ia telah menjadi pendukung kaum formalisme (yang ekstrem). Guru tipe ini seringkali hanya *mengajarkan* matematika bukannya *membelajarkan* matematika. Selanjutnya, guru yang *hanya* mengandalkan logika atau akal sehat belaka tergolong guru logis. Biasanya guru tipe ini sulit memahami atau menerima kebenaran-kebenaran matematika yang kelihatannya sulit diterima akal sehat atau mungkin bertentangan dengan akal sehat. Bila guru tersebut tidak memahami struktur matematika, bisa jadi ia akan terjerembab ke dalam miskonsepsi-miskonsepsi (kesalahan konsep) yang diajarkan kepada siswa. Pola pikir intuitif ekstrem juga kurang baik dalam pembelajaran. Contoh yang kurang tepat dari guru dengan pola pikir intuitif

ekstrem adalah dengan membiarkan siswa menemukan jalan penyelesaiannya sendiri atau menggunakan bahasanya sendiri. Guru intuitif hanya mementingkan hasilnya saja, asalkan benar maka tidak menjadi masalah. Seharusnya guru juga harus berperan sebagai fasilitator, yaitu mengarahkan siswa pada penalaran dan juga penulisan lambang formal.

Mengikuti pendapat dari Lakatos (dalam Herman, 1990) terdapat dua kelompok besar filsafat matematika: *the absolutist philosophy of mathematics* (filsafat matematika yang absolut) dan *the fallibilist philosophy of mathematics* (filsafat matematika yang boleh salah - tidak absolut). Menurut Lakatos, yang termasuk ke dalam *the absolutist philosophy of mathematics* adalah aliran Platonisme, Logisme, Intuisiisme, dan Formalisme.

Berikut ini implikasi kedua filsafat matematika itu dalam kurikulum pendidikan matematika.

1) Filsafat matematika absolut dan kurikulumnya.

Bagi filsafat matematika absolut, pengetahuan matematika atau objek matematika “terlepas” dari dunia nyata, dan memiliki kedudukan yang bebas dari masyarakat.

Mengutip Paul Ernest dari berbagai pendapat ahli, berikut ini beberapa karakteristik kurikulum matematika yang menganut filsafat matematika absolut.

- a. Kurikulum diorganisasi berdasarkan konten matematika (*content-centered*).
- b. Guru berperan sebagai “penceramah” untuk membantu siswa memahami, menghubungkan ide, dan konsep. Guru sebagai sumber utama dan pengetahuannya tak terbantahkan.
- c. Terdapat kurikulum pokok (standar) yang menjadi model dalam pengembangan kurikulum. Bagi filsafat ini, objek matematika “ditemukan” dan statis berdasarkan kurikulum.
- d. Belajar melalui abstraksi, menghubungkan ide-ide dan konsep-konsep matematika tanpa ada bagian yang real.
- e. Matematika dilihat sebagai disiplin ilmu yang terisolasi dan diskrit dan dalam hubungannya dengan kurikulum matematika diperlakukan secara terpisah dan tidak ada integrasi materi.

Jadi, secara umum, filsafat matematika absolut fokus pada konten matematika, bukan pada “proses” atau “bagaimana berpikir matematis”.

2) Filsafat matematika non-absolut dan kurikulumnya.

Berdasarkan pendapat Popper dalam Ernest (1991), filsafat matematika non-absolut (*fallibilist*) memandang pengetahuan matematika atau objek matematika sebagai hasil dari aktivitas manusia (hasil sosial dan budaya). Filsafat ini memandang sejarah matematika sebagai bagian dari matematika. Lebih lanjut, filsafat matematika non-absolut fokus pada pembelajaran *bukan* pada konten matematika. Pandangan filsafat matematika non-absolut bersifat pragmatis dan fokus pada aspek proses matematis di mana realitas selalu berubah, pengetahuan matematis tidak statis.

Mengutip Paul Ernest dari berbagai pendapat ahli, berikut ini beberapa karakteristik kurikulum matematika yang menganut filsafat matematika non-absolut.

- a. Peserta didik dibebaskan dari pembelajaran tradisional yang menekankan pada belajar menghafal, pengulangan latihan (*drill*), dan bergantung pada buku teks (*text book authority*).
- b. Belajar dilakukan dengan cara aktivitas yang melibatkan pemecahan masalah di mana kompetensi yang diperoleh memungkinkan diterapkan pada situasi dan objek yang lain.
- c. Peran guru adalah membantu peserta didik mengidentifikasi masalah mereka dan mencari solusi masalah.
- d. Pembelajaran bersifat *student-centered* berbeda dengan filsafat tradisional.
- e. Belajar merupakan bagian integral dari kehidupan dan bukan rencana untuk kehidupan masa depan.
- f. Kurikulum bersifat *problem-centered* yang membantu peserta didik mengembangkan keterampilan bagaimana berpikir.

D. Aktivitas Pembelajaran

AKTIVITAS 1

Jelaskanlah manfaat dimasukkannya sejarah matematika dalam pembelajaran matematika!

Diskusikan pendapat Anda bersama guru lain.

AKTIVITAS 2

Alat: spidol warna, kertas *flipchart*

1. Bagi kelas diklat menjadi 5 kelompok untuk mendirikan café.
2. Beri nama café kelompok Anda dengan nama yang menarik pengunjung.
3. Setiap café (seluruh anggota kelompok) agar menghadirkan menu spesial sebagai berikut. Menu dapat berupa topik, konsep, atau tokoh yang dianggap penting dan menarik. (Manfaatkan spidol warna dan kertas *flipchart* untuk memvisualisasikan menu semenarik mungkin sehingga pengunjung tertarik untuk bertanya)

Kelompok 1. Tokoh Matematika

Kelompok 2. Sejarah Bilangan

Kelompok 3. Sejarah Geometri

Kelompok 4. Sejarah Aljabar

Kelompok 5. Sejarah Peluang dan Statistika

Kelompok 6. Filsafat Matematika dan Implikasi pada Pembelajaran

4. Tetapkan satu orang anggota kelompok sebagai *host* / tuan rumah / pemilik café, dan anggota kelompok yang lain sebagai pengunjung.
5. Seluruh anggota kelompok, kecuali *host*, silahkan berkunjung ke *café* lain untuk menikmati menu yang disajikan oleh *hostcafé* yang dikunjungi.

Host bertugas:

- menjelaskan sajian menu dan memimpin diskusi/konsultasi/tanya jawab terkait menu yang disajikannya.

- mengarahkan catatan yang diberikan setiap pengunjung agar tanggapannya fokus, singkat, dan relevan dengan menu sajian.
 - mencatat atau memberi memvisualisasikan tambahan pada pendapat atau tanggapan peserta di kertas *flipchart*.
6. Seluruh peserta wajib mengunjungi semua *café* (lainnya).Setiap pengunjung dapat memberikan tanggapan dengan cara menulis pada bagian kosong pada menu yang telah disajikan dan diakhiri dengan no.presensi dan/atau nama.
7. Masing-masing *host* dapat melakukan penilaian terhadap pengunjung sebagai berikut.

Kriteria	Nilai
Menambahkan lebih dari 3 ide yang relevan dengan menu <i>dan</i> belum ditambahkan pengunjung lain.	3
Menambahkan 2 ide yang relevan dengan menudan belum ditambahkan kelompok lain	2
Menambahkan 1 ide yang relevan dengan menudan belum ditambahkan kelompok lain	1
Tidak memberi kontribusi	0

8. Setiap pengunjung juga dapat memberikan penilaian terhadap *host* sebagai berikut.

Kriteria	Nilai
Penjelasan dan <i>performance</i> yang sangat baik.	3
Penjelasan dan <i>performance</i> yang cukup baik.	2
Penjelasan dan <i>performance</i> yang kurang baik.	1
Penjelasan dan <i>performance</i> yang tidak baik.	0

AKTIVITAS 3

Pilihlah salah satu topik matematika di SMP, kemudian tuliskan ide Anda secara lengkap tentang bagaimana menggunakan sejarah untuk pembelajaran topik tersebut.

Anda dapat merujuk pada John Fauvel (Garner, 1996) tentang beberapa cara yang dapat ditempuh dalam menggunakan sejarah dalam pembelajaran matematika di kelas.

E. Latihan

Selesaikan soal-soal berikut.

1. Buku *Algoritmi de numero Indorum* merupakan buku yang membahas mengenai penggunaan angka atau sistem bilangan Hindu-Arab. Penulisnya adalah
2. Tokoh matematika yang pertama kali membuktikan bahwa banyak bilangan prima ada tak hingga adalah
3. Generasi Komputer pertama yang menghitung nilai π adalah
4. Tokoh matematika yang mampu menyelesaikan soal deret dalam sekejap saat di bangku SD adalah
5. Jelaskan ciri-ciri filsafat matematika absolut.
6. Jelaskan ciri-ciri filsafat matematika non-absolut.

F. Rangkuman

Terdapat banyak cara untuk menggunakan sejarah matematika dalam proses pembelajaran. Sejarah tokoh-tokoh seperti Archimedes, Pythagoras, Gauss, Euclid, dan lain-lain diharapkan dapat menjadi makna positif yang dapat disampaikan pada siswa SMP.

Secara garis besar, filsafat pembelajaran matematika terdiri dari filsafat absolut dan non-absolut.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Tuliskan konsep apa saja yang penting ketika mempelajari sejarah matematika.
2. Pengertian mana dari topik ini yang masih dirasakan sulit untuk dipahami? Mengapa?
3. Tuliskan kesan-kesan setelah mempelajari topik ini. Mengapa hal itu berkesan?
4. Apakah tugas-tugas yang diberikan dalam modul ini mendorong Anda untuk aktif di kelas? Mengapa?
5. Tuliskan manfaat yang diperoleh setelah Anda mempelajari sejarah dan filsafat matematika dihubungkan dengan:

- a. konsep lain dalam bidang matematika,
- b. bidang di luar matematika,
- c. kehidupan sehari-hari.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2

SUKU BANYAK

A. Tujuan

Setelah mengikuti kegiatan pembelajaran ini, dengan contoh-contoh yang diberikan, guru diharapkan dapat mengidentifikasi jenis suku banyak dan menyelesaikan permasalahan terkait suku banyak, metode penjumlahan dan pengurangan suku banyak, perkalian dan menggunakan model matematika dari masalah nyata.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Melakukan operasi bentuk aljabar (klasifikasi suku banyak, penjumlahan, pengurangan, perkalian)
2. Menentukan model matematika dari masalah nyata

C. Uraian Materi

Cecropia adalah sejenis nyengat (*moth*). Banyak telur seekor ngengat betina secara empiris dapat dinyatakan dalam bentuk aljabar $14x^3 - 17x^2 - 16x + 34$, dengan x merupakan lambang dari lebar perutnya dalam milimeter. Bentuk aljabar seperti pada contoh ngengat tersebut sering terdapat pada kehidupan sehari-hari. Pada pembelajaran ini akan dibahas pengertian, jenis-jenis bentuk aljabar, sifat-sifat operasinya, dan aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari.



1. Suku Tunggal dan Suku Banyak

Suku tunggal adalah bentuk aljabar yang terdiri atas bilangan, variabel, atau hasil kali bilangan dan variabel yang pangkatnya positif.

Contoh: Tentukan apakah masing-masing ekspresi berikut merupakan suku tunggal atau bukan.

a. $-3xy$

b. $b^2 - 4$

Ekspresi $-3xy$ adalah suku tunggal karena merupakan hasil kali dari bilangan dan variabel. Ekspresi $b^2 - 4$ bukan suku tunggal karena hasil penjumlahan.

Suku tunggal atau jumlah dari beberapa suku tunggal disebut **suku banyak**. Ekspresi seperti $14x^3 - 17x^2 - 16x + 34$ yang berhubungan dengan banyak telur nyengat yang telah disebut di muka merupakan contoh dari suku banyak. Suku banyak ini terdiri atas empat suku yaitu $14x^3$, $-17x^2$, $-16x$, dan 3 .

Suku banyak adalah jumlah dari satu atau beberapa suku tunggal.

2. Suku Dua dan Suku Tiga

Banyak suku suatu suku banyak menentukan nama khusus suku banyak tersebut.

Contoh: Tentukan apakah ekspresi berikut dapat disebut suku banyak atau bukan. Jika termasuk suku banyak, tentukan nama khususnya: suku tunggal, suku dua, atau suku tiga.

a) $x^2 + 4x - 5$ b) $\frac{2}{3y} + 5$

Ekspresi ini $x^2 + 4x - 5$ merupakan suku banyak, sebagai jumlah tiga suku tunggal, suku banyak ini disebut suku tiga. Ekspresi $\frac{2}{3y} + 5$ bukan suku banyak karena $\frac{2}{3y}$ bukan merupakan suku tunggal.

Derajat Suku Banyak

Derajat suku banyak tergantung pada derajat setiap sukunya. Derajat tertinggi di antara suku-suku yang ada merupakan derajat suku banyak tersebut.

Suku Banyak	Suku-suku	Derajat suku	Derajat Suku banyak
$2a + 7$	$2a, 7$	1, 0	1

$3y^2 + 5x$	$3y^2, 5x$	2, 1	2
$x^6 + 2x^3 + 1$	$x^6, 2x^3, 1$	6, 3, 0	6
$5z^4 - 4a^2b^3 + 3z$	$5z^4, -4a^2b^3, 3z$	4, 5, 1	5

Contoh: Tentukan derajat suku banyak $5x^2 - 4x^2y - 3xy$.

Suku banyak ini terdiri atas tiga suku yaitu: $5x^2$, $(-4x^2y)$, dan $(-3xy)$. Derajat masing-masing suku berturut-turut 2, 3, dan 2. Karena derajat yang tertinggi yaitu 3, derajat dari $5x^2 - 4x^2y - 3xy$ adalah 3.

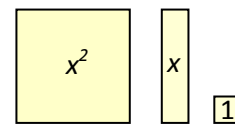
3. Penjumlahan

Operasi penjumlahan suku banyak dapat dilakukan menggunakan berbagai metode.

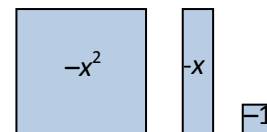
Metode 1: Keping Aljabar

Keping Aljabar terdiri atas beberapa bangun datar: persegi besar, persegi panjang, dan persegi kecil.

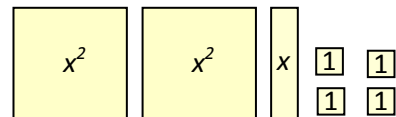
Bangun berwarna terang untuk $+x^2$, $+x$, dan $+1$.
seperti ditunjukkan gambar di samping ini



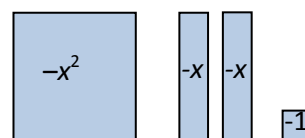
Bangun berwarna gelap untuk $-x^2$, $-x$, dan -1
seperti ditunjukkan gambar di samping ini



Model untuk $2x^2 + x + 4$ ditunjukkan oleh gambar di samping ini



Model untuk $-x^2 - 2x - 1$ ditunjukkan oleh gambar di samping ini



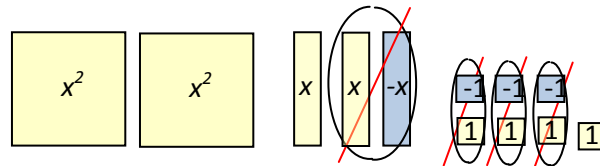
Contoh: Gunakan Keping Aljabar untuk menyelesaikan di bawah ini.

Jumlahkan $x^2 + 2x - 3$ dan $x^2 - x + 4$.

Langkah 1: Buat model untuk masing-masing

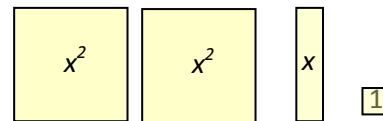


Langkah 2: Gabungkan bangun-bangun sejenis dan buang semua pasangan nol. Pasangan nol dibentuk oleh sepasang bangun sejenis dengan tanda berbeda.



Langkah 3: Gambarlah sisa bangun

Bangun yang tersisa yaitu dua persegi besar positif, satu persegi panjang positif, dan satu satuan positif atau $2x^2 + x + 1$. Jadi, $(x^2 + 2x - 3) + (x^2 - x + 4) = 2x^2 + x + 1$



Metode 2: Horisontal (Baris)

Metode ini dilakukan dengan cara mengelompokkan suku-suku sejenis dilanjutkan dengan mengoperasikannya.

Contoh:

Hitunglah hasil dari $(2x^2 + 3) + (x^2 - 2x - 1)$.

$$(2x^2 + 3) + (x^2 - 2x - 1) = (2x^2 + x^2) + (-2x) + (3-1) = 3x^2 + (-2x) + (2) = 3x^2 - 2x + 2$$

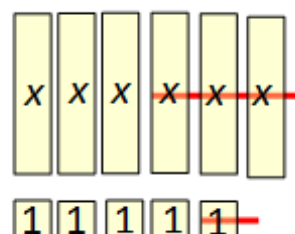
Metode 3: Vertikal (Kolom)

$$\begin{array}{r} 2x^2 \quad + 3 \\ x^2 - 2x - 1 \\ \hline 3x^2 - 2x - 2 \end{array} \quad (+) \quad \text{Sejajarkan suku-suku sejenis}$$

4. Pengurangan

Metode yang digunakan dalam operasi penjumlahan juga dapat digunakan pada operasi pengurangan suku banyak.

Contoh: Tentukan hasil dari $(6x + 5) - (3x + 1)$.



Metode 1: Keping Aljabar

$$(6x + 5) - (3x + 1) = 6x - 3x + 5 - 1$$

Pengurangan diperagakan dengan mengambil keping. Sehingga $6x - 3x$ diperagakan sebagai 6 keping x kemudian diambil sebanyak 3 keping sehingga sisa 3 keping x . Dan $5 - 1$ berarti lima keping satuan diambil satu keping satuan sehingga sisa 4 keping satuan.

$$6x + 5) - (3x + 1) = 6x - 3x + 5 - 1 = 3x + 4$$

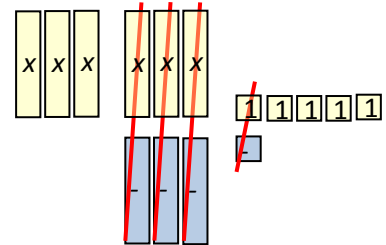
Atau apabila siswa telah memahami bahwa pengurangan adalah penjumlahan dengan lawannya, dapat diilustrasikan sebagai berikut.

$$(6x + 5) - (3x + 1) = (6x + 5) + (-3x - 1)$$

Dengan hilangnya pasangan nol model yang tersisa

adalah: Tiga persegi positif $+3x$ dan Empat satuan

positif $+4$. Jadi, hasil dari $(6x + 5) - (3x + 1) = 3x + 4$



Metode 2: Horizontal (Baris)

$$\begin{aligned} (6x + 5) - (3x + 1) &= (6x + 5) + (-3x - 1) = (6x - 3x) + (5 - 1) \\ &= (6 - 3)x + (5 - 1) = 3x + 4 \end{aligned}$$

Metode 3: Vertikal (Kolom)

Selesaikan $(3x^2 + 5) - (-4x + 2x^2 + 3)$

$$(3x^2 + 5) - (-4x + 2x^2 + 3) = (3x^2 + 5) - (2x^2 - 4x + 3) \quad \text{Pengurutan}$$

Selanjutnya,

$$\begin{array}{r} 3x^2 \quad + 5 \\ 2x^2 - 4x + 3 \\ \hline \end{array} \quad (-) \quad \text{sejajarkan suku-suku sejenis}$$

$$x^2 + 4x + 2$$

Contoh 1.

Panjang kerangka segitiga pembentuk jembatan yaitu $7x + 2y$. Berapakah panjang kerangka yang ketiga apabila panjang dua kerangka lainnya masing-masing $2x + y$ satuan panjang?

Memahami Masalah: (a) Apa yang diketahui: Keliling segitiga ABC yaitu $7x + 2y$. Dua sisi lainnya masing-masing panjangnya yaitu: $2x + y$, (b) Apa yang ditanya: Panjang sisi ketiga.

Menyusun Rencana: Soal ini berhubungan dengan geometri. Karena itu, menggambar dan melabeli bangun yang diberikan perlu dilakukan. Kemudian akan diterapkan rumus keliling segitiga.

Melaksanakan Rencana: Keliling segitiga adalah

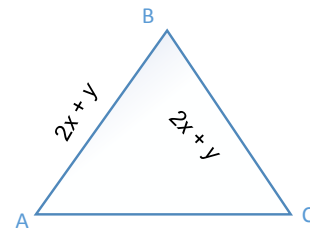
$$K = \text{panjang sisi-1} + \text{panjang sisi-2} + \text{panjang sisi-3}$$

$$(7x + 2y) = (2x + y) + (2x + y) + \text{panjang sisi-3}$$

$$\text{Panjang sisi-3} = (7x + 2y) - (2x + y) - (2x + y) =$$

$$(7x + 2y) + (-4x - 2y) = (7x - 4x) + (2y - 2y)$$

$$= (7 - 4)x + (2 - 2)y = 3x$$



Jadi, panjang sisi ketiga segitiga tersebut adalah $3x$ satuan panjang.

Memeriksa Jawaban:

Akan diperiksa menggunakan metode vertikal.

$$\begin{array}{r} 7x + 2y \\ 4x + 2y \\ \hline 3x \end{array}$$

Jadi, jawaban di atas dapat diterima.

Contoh 2.

Tentukan hasil dari $3x^3(2x^2 - 5x + 8)$

Penyelesaian:

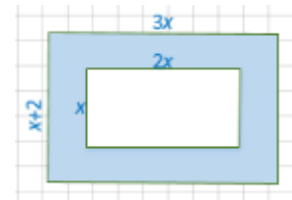
$$3x^3(2x^2 - 5x + 8) = 3x^3(2x^2) + 3x^3(-5x) + 3x^3(8) = 6x^5 - 15x^4 + 24x^3$$

Persamaan seringkali memuat suku banyak yang harus dikalikan untuk menyelesaikannya.

Contoh :

Gunakan langkah-langkah Polya untuk menyelesaikan permasalahan yang disajikan di bagian awal kegiatan pembelajaran ini.

Sebuah lapangan berbentuk persegi panjang dengan panjang $3x$ satuan panjang. Pada bagian tengah lapangan tersebut terdapat lapangan sepak bola. Berapa luas bagian lapangan di luar lapangan sepak bola?



Memahami Masalah

Apa yang diketahui:

- Lapangan berbentuk persegi panjang dengan panjang $3x$.
- Lapangan sepak bola dengan panjang $2x$ dan lebar x .

Apa yang ditanya: Luas di luar lapangan sepak bola tetapi masih di dalam lapangan besar.

Menyusun strategi

Pertama akan dicari luas lapangan besar. Kedua akan dicari luas lapangan sepak bola. Selanjutnya kedua luas akan dicari selisihnya.

Melaksanakan strategi

$$\text{Luas lapangan besar} = (3x)(x + 2) = 3x^2 + 6x$$

$$\text{Luas lapangan bola} = (2x)x = 2x^2$$

$$\text{Selisihnya adalah } (3x^2 + 6x) - 2x^2 = x^2 + 6x$$

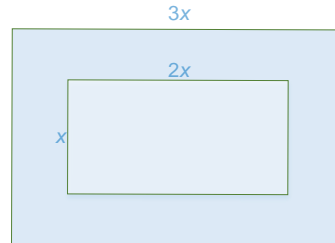
Jadi, luas di luar lapangan sepak bola adalah $x^2 + 6x$ satuan luas.

Memeriksa Jawaban

Jawaban dapat diterima karena dengan cara kolom dihasilkan luas yang sama.

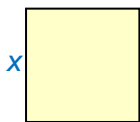
5. Perkalian

Misal terdapat sebuah lapangan berbentuk persegi panjang dengan panjang $3x$ satuan. Pada bagian tengah lapangan tersebut terdapat lapangan sepak bola yang panjangnya $2x$ dan lebar x satuan. Luas lapangan sepak bola atau bagian luar sepak bola dapat ditentukan dengan bantuan sifat-sifat operasi suku banyak dengan suku tunggal.

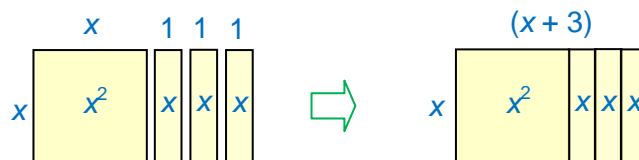


Sebelum menyelesaikan permasalahan di atas akan dipelajari terlebih dahulu konsep perkalian suku banyak dengan suku tunggal.

Misal anda memiliki persegi yang panjang dan lebarnya yaitu x satuan. Apabila panjangnya ditambah 3 satuan, berapakah luas daerah bangun baru ini?



Masalah ini dapat dimodelkan menggunakan batang aljabar. Bangun di bawah ini menunjukkan bagaimana membuat persegi panjang dengan panjang $x + 3$ satuan dan lebar x satuan.



Luas daerah persegi panjang adalah hasil kali dari panjang dan lebarnya. Luas daerah ini juga dapat ditunjukkan dengan menambahkan luas masing-masing batang.

Rumus	Batang Aljabar
-------	----------------

$L = pl$ $= (x + 3)x \text{ atau } x(x + 3)$ $= x^2 + 3x$	$L = x^2 + x + x + x$ $= x^2 + 3x$
---	------------------------------------

Karena luasnya sama, $x(x + 3) = x^2 + 3x$.

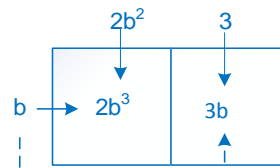
Contoh ini menunjukkan bagaimana Sifat Distributif dapat digunakan untuk mengalikan suatu suku banyak dengan suku tunggal.

Contoh 1:

Tentukan hasil dari $b(2b^2 + 3)$.

$$b(2b^2 + 3) = b(2b^2) + b(3)$$

$$= 2b^3 + 3b$$



Contoh 2:

Tentukan hasil dari $3x^3(2x^2 - 5x + 8)$

$$3x^3(2x^2 - 5x + 8) = 3x^3(2x^2) + 3x^3(-5x) + 3x^3(8)$$

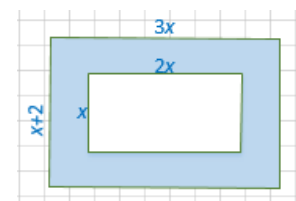
$$= 6x^5 - 15x^4 + 24x^3$$

Persamaan seringkali memuat suku banyak yang harus dikalikan untuk menyelesaikannya.

Contoh 3:

Gunakan langkah-langkah Polya untuk menyelesaikan permasalahan yang disajikan di bagian awal kegiatan pembelajaran ini.

Sebuah lapangan berbentuk persegi panjang dengan panjang $3x$ satuan panjang. Pada bagian tengah lapangan tersebut terdapat lapangan sepak bola seperti pada gambar. Berapa luas bagian lapangan di luar lapangan sepak bola?



Memahami Masalah

- Apa yang diketahui:
 - lapangan berbentuk persegi panjang dengan panjang $3x$
 - Lapangan sepak bola dengan panjang $2x$ dan lebar x .
- Apa yang ditanya?
 - Luas di luar lapangan sepak bola tetapi masih di dalam lapangan besar.

Menyusun strategi

- Pertama akan dicari luas lapangan besar
- Kedua akan dicari luas lapangan sepeak bola
- Kedua luas akan dicari selisihnya.

Melaksanakan strategi

Luas lapangan besar = $(3x)(x + 2) = 3x^2 + 6x$

Luas lapangan bola = $(2x)x = 2x^2$

Selisihnya adalah $(3x^2 + 6x) - 2x^2 = x^2 + 6x$

Jadi, luas di luar lapangan sepak bola adalah $x^2 + 6x$ satuan luas.

Memeriksa Jawaban

Jawaban dapat diterima karena dengan cara kolom dihasilkan luas yang sama.

D. Aktivitas Pembelajaran

Lakukan kegiatan-kegiatan berikut secara individual atau kelompok.

AKTIVITAS 1

Perhatikan contoh-contoh suku tunggal, suku dua, suku tiga, dan suku banyak, berikut:

Bentuk Aljabar	Contoh
Suku tunggal	$\frac{1}{5}, 7xy, 2r3s^{-3}t$
Suku dua	$(4x + 2), (3x^2 - 7x)$
Suku tiga	$(3y^2 - 6 + 7y), (8m^3 - 2m^2n^2 + 5)$

Suku banyak	$10, 3x^4, (\frac{1}{5}x + 2), (3y^2 - 6 + 7y), (h^2 - 3h + 8 + 2)$
Bukan Suku banyak	$(\frac{5}{-x}), (4m^{-2} + 2)$

1. Jelaskan persamaan dan perbedaan antara suku banyak dan bukan suku banyak
2. Tulis ciri-ciri dari suku tunggal, suku dua, dan suku tiga.
3. Dengan kata-kata sendiri, jelaskan perbedaan dan persamaan antara suku tunggal, suku dua, dan suku tiga.
4. Beri beberapa contoh lain untuk masing-masing jenis suku banyak. Berikan alasan mengapa contoh yang anda berikan benar.

AKTIVITAS 2

Dua orang siswa mencoba mengurutkan suku banyak $5xy + 6x^2 + y^2$ sebagai berikut:

$$\text{Ayra mengurutkannya menjadi} \quad : \quad 6x^2 + 5xy + y^2$$

$$\text{Dimas mengurutkannya menjadi} \quad : \quad y^2 + 5xy + 6x^2$$

Jawaban siapa yang salah? Beri alasan.

AKTIVITAS 3

Ekspresi $(-2x + 1)$ merupakan jawaban terhadap operasi penjumlahan atau pengurangan.

1. Tentukan dua ekspresi yang jumlah atau selisihnya adalah $(-2x + 1)$.
2. Gambar model untuk memeriksa kebenaran pekerjaan Anda.

AKTIVITAS 4

Selain menggunakan alat manipulatif, penjumlahan dan pengurangan suku banyak dapat dilakukan menggunakan Metode Vertikal dan Horisontal:

1. Tulis ketentuan untuk menjumlahkan/mengurangkan suku banyak menggunakan Metode Vertikal.
2. Apakah kelebihan dan atau kekurangannya dibandingkan dengan Metode Horisontal.

AKTIVITAS 5

Cermati masalah berikut.

Soal ujian akhir matematika terdiri dari 50 soal. Untuk setiap soal benar diberi skor 2. Untuk setiap soal yang tidak dijawab diberi skor 0 dan untuk setiap soal yang dijawab salah diberi skor (-1) . Aldi mendapat nilai 78 dengan 2 soal tidak dijawab. Jika b menyatakan banyaknya soal yang dijawab benar oleh Aldi, tentukan nilai b .

Bayangkan Anda menjelaskan penyelesaian masalah tersebut pada siswa yang belum terampil menggunakan bentuk aljabar. Bagaimana Anda menjelaskannya?

AKTIVITAS 6

Tulis beberapa contoh perkalian suku banyak dan suku tunggal. Gunakan langkah-langkah perkalian yang telah dirumuskan untuk menyelesaikannya. Lengkapi penyelesaian dengan modelnya.

AKTIVITAS 7

Berikut pekerjaan Kris dan Siti untuk menentukan hasil kali $3x$ dan $2x^2 - 3x + 8$.

<i>Kris</i>	<i>Siti</i>
$3x(2x^2 - 3x + 8)$ $= 6x^2 - 9x + 24$	$3x(2x^2 - 3x + 8)$ $= 6x^3 - 9x^2 + 24x$

Siapakah yang benar? Jelaskan mengapa terjadi kesalahan tersebut.

E. Latihan

1. Nyatakan apakah masing-masing bentuk aljabar berikut merupakan suku banyak. Apabila merupakan suku banyak, tentukan jenisnya: suku tunggal, suku dua, atau suku tiga.

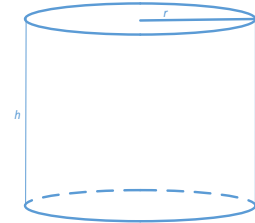
a. $\frac{9}{d} - d^2$

b. $15x^2$

c. $2r + 3s^3 - t$

d. $x^2 - 5x$

2. **Geometri** Luas permukaan suatu tabung dinyatakan dalam suku banyak $2\pi rh + 2\pi r^2$, dengan r jari-jari alas tabung dan h tinggi tabung tersebut.



- a. Tentukan luas permukaan tabung dengan tinggi 50 cm dan jari-jari 30 cm. Bulatkan hasilnya hingga ke persepuluhan terdekat.
- b. Hitung volum tabung tersebut, apabila rumusnya $\pi r^2 h$. Bulatkan hasilnya hingga ke persepuluhan terdekat.
3. **Analisis Kesalahan** Leman mengatakan bahwa $2x(3x + 4) = 6x^2 + 8x$ merupakan pernyataan yang benar. Shani berpendapat lain. Menurutnya yang benar adalah $2x(3x + 4) = 6x^2 + 4$. Siapakah yang salah? Jelaskan.
4. Ujian akhir semester terdiri dari 50 soal. Untuk setiap soal yang dijawab benar memperoleh skor 2, yang tidak dijawab diberi skor 0 dan soal yang dijawab salah diberi skor (-1). Inung mendapatkan nilai 78 dengan 2 soal yang tidak dijawab. Jika b menyatakan banyaknya soal yang dijawab benar oleh Inung, tentukan model matematika untuk menyatakan masalah di atas.

F. Rangkuman

Suku tunggal dan suku banyak merupakan bagian dari bentuk aljabar. Operasi aljabar pada suku banyak yang dibahas di modul ini antara lain penjumlahan, pengurangan, dan perkalian. Dalam kehidupan sehari-hari banyak dijumpai penyelesaian masalah dengan suku banyak.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Tuliskan konsep apa saja yang penting ketika mempelajari suku banyak. Mengapa?
2. Bagian manakah dari topik ini yang masih dirasakan sulit untuk dipahami? Mengapa?
3. Tuliskan kesan-kesan setelah mempelajari suku banyak. Mengapa hal itu berkesan?
4. Apakah tugas-tugas yang diberikan dalam pembelajaran ini mendorong Anda untuk aktif di kelas? Mengapa?
5. Tuliskan manfaat yang diperoleh setelah Anda mempelajari topik ini dihubungkan dengan:
 - a. operasi bilangan dengan pangkat negatif.
 - b. konsep lain dalam bidang matematika,
 - c. disiplin di luar matematika,
 - d. kehidupan sehari-hari.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3

PERPANGKATAN

A. Tujuan

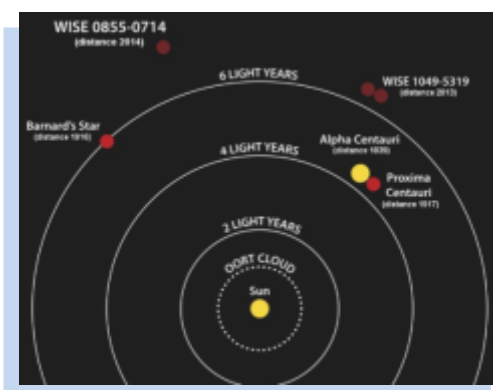
Setelah mengikuti kegiatan pembelajaran ini, dengan contoh-contoh yang diberikan, guru diharapkan dapat menambah wawasan dalam menentukan hasil perkalian dan pembagian perpangkatan minimal dua variabel, pangkat negatif, dan menggunakannya untuk penyelesaian masalah.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Melakukan operasi bentuk aljabar (perkalian dan pembagian perpangkatan, pangkat negatif).
2. Menentukan model matematika dari masalah nyata

C. Uraian Materi


Alpha Centauri adalah sistem bintang terdekat ke Bumi dengan jarak 4,3 tahun cahaya. Tahun cahaya adalah jarak yang dapat ditempuh oleh cahaya dalam satu tahun. Cahaya menempuh 300.000 kilometer per detik. Berapa kilometer jarak dari Bumi ke *Alpha Centauri*? Bagaimana menulis jarak ini dalam bentuk yang ringkas sehingga dapat dimasukkan dalam kalkulator? Dalam pembelajaran ini Anda akan melakukan kegiatan yang berhubungan dengan pangkat dan menggunakannya untuk menyatakan bilangan yang sangat besar dan sangat kecil dalam bentuk yang ringkas.



1. Perpangkatan

Perhatikan barisan bilangan 1, 4, 9, 16. Masing-masing bilangan tersebut merupakan bilangan kuadrat sempurna. Bilangan kuadrat sempurna adalah hasil kali suatu bilangan dengan dirinya sendiri. Misal: 16 merupakan bilangan kuadrat sempurna karena $16 = 4 \times 4$. Ekspresi 4×4 dapat ditulis menggunakan perpangkatan. Perpangkatan menunjukkan berapa kali suatu bilangan, disebut bilangan pokok, digunakan sebagai faktor. Bilangan yang dinyatakan menggunakan perpangkatan disebut pangkat. Ekspresi 4×4 dapat ditulis 4^2 .

Perhatikan tabel berikut untuk cara membaca bilangan berpangkat.

Simbol	Kata-kata	Artinya
4^1	empat pangkat satu	4
4^2	empat pangkat dua	4×4
4^3	empat pangkat tiga	$4 \times 4 \times 4$
4^4	empat pangkat empat	$4 \times 4 \times 4 \times 4$
.	.	.
4^n	empat pangkat n	$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times \dots \times 4$ 

Contoh: Tulis masing-masing ekspresi menggunakan perpangkatan.

a) $m \times m \times m \times m$

Bilangan pokoknya m . Terdapat 4 kali sebagai faktor.

Jadi, $m \times m \times m \times m = m^4$.

b) $(2)(2)(2)(-5)(-5)$

Menggunakan Sifat Asosiatif diperoleh;

$$(2)(2)(2)(-5)(-5) = [(2)(2)(2)][(-5)(-5)] = (2)^3 (-5)^2$$

Bentuk perpangkatan dapat diubah menjadi ekspresi perkalian. Contoh-contoh selanjutnya mengubah perpangkatan menjadi bentuk perkalian.

c) b^3

Bilangan pokoknya yaitu b . Pangkat 3 berarti bahwa b merupakan faktor sebanyak 3 kali. Jadi, $b^3 = bbb$

d) Jarak antara Bumi dan Matahari sekitar 10^8 kilometer. Tulis bilangan ini sebagai ekspresi perkalian dan kemudian tentukan nilainya.

$$10^8 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100.000.000$$

Jadi jarak antara Bumi dan Matahari sekitar 100 juta km.

Apabila suatu ekspresi memuat perpangkatan, sederhanakan ekspresi tersebut menggunakan aturan urutan operasi seperti berikut.

1. Kerjakan operasi dalam kurung, mulai dari yang paling dalam.
2. Operasikan perpangkatan dari kiri ke kanan.
3. Operasikan perkalian dan pembagian dari kiri ke kanan.
4. Operasikan penjumlahan dan pengurangan dari kiri ke kanan.

Contoh: Tentukan nilai masing-masing ekspresi.

a. $4z^3$ jika $z = 2$

$$4z^3 = 4(2)^3 = 4(8) = 32$$

b. $3x + y^2$ jika $x = -2$ dan $y = -3$

$$3x + y^2 = 3(-2) + (-3)^2 = 3(-2) + (9) = (-6) + (9) = 3$$

2. Perkalian Perpangkatan

Perpangkatan dapat dikalikan dan dibagi. Pada contoh berikut ini, perpangkatan 2 digunakan untuk membentuk aturan tentang perkalian perpangkatan. Perhatikan tabel berikut.

Perpangkatan 2	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
Nilai	2	4	8	16	32	64

Tabel ini dapat digunakan untuk mengganti perpangkatan ke dalam bentuk faktor-faktor persamaan perkalian. Apa yang Anda ketahui tentang perpangkatan pada hasil kali berikut ini?

Produk bilangan	$4 \cdot 2 = 8$	$4 \cdot 8 = 32$	$8 \cdot 8 = 64$
Produk pangkat	$2^2 \cdot 2 = 2^3$	$2^2 \cdot 2^3 = 2^5$	$2^3 \cdot 2^3 = 2^6$

Contoh: Sederhanakan masing-masing ekspresi berikut.

1) $(4a^2)(3a)$

$$(4a^2)(3a) = (4 \cdot 3)(a^2 \cdot a) = 12a^{2+1} = 12a^3$$

2) $(x^3y^2)(x^2y^4)$

$$(x^3y^2)(x^2y^4) = (x^3 \cdot x^2)(y^2 \cdot y^4) = x^{3+2} \cdot y^{2+4} = x^5 \cdot y^6$$

3. Pembagian Pangkat

Perpangkatan 2 dapat juga digunakan untuk merumuskan aturan pembagian pangkat. Pelajari tabel berikut ini. Apa yang Anda ketahui tentang pangkat-pangkatnya?

Hasil bagi bilangan	$16 \div 8 = 2$	$32 \div 4 = 8$	$64 \div 2 = 32$
Hasil bagi pangkat	$2^4 \div 2^3 = 2$	$2^5 \div 2^2 = 2^3$	$2^6 \div 2^1 = 2^5$

Contoh di atas menunjukkan bagaimana cara membagi dua perpangkatan dengan bilangan pokok yang sama. Contoh: Sederhanakan masing-masing ekspresi.

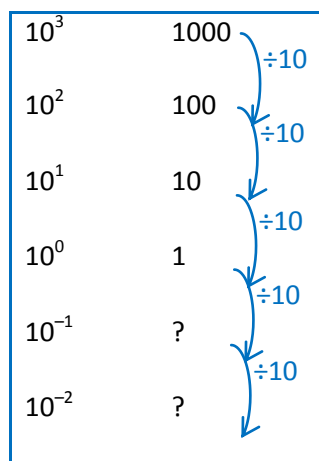
1) $\frac{x^6}{x^4}$

$$= x^{6-4} = x^2$$

2) $\frac{8a^4b^5}{2a^3b^2}$

$$\frac{8a^4b^5}{2a^3b^2} = \left(\frac{8}{2}\right) \left(\frac{a^4}{a^3}\right) \left(\frac{b^5}{b^2}\right) = 4a^{4-3}b^{5-2} = 4a b^3$$

Pada pembelajaran sebelumnya telah disajikan bilangan-bilangan berpangkat untuk melambangkan bilangan-bilangan besar. Bilangan berpangkat negatif seringkali digunakan untuk melambangkan ukuran sangat kecil seperti bakteri *E. coli* lebarnya 10^{-3} milimeter. Artinya, tidak semua pangkat berupa bilangan bulat positif. Pola berikut ini digunakan untuk menentukan nilai dari 10^{-1} dan 10^{-2} .



Pola di atas menunjukkan bahwa apabila dikalikan dengan bilangan pokok maka pangkat pada hasilnya bertambah satu. Sebagai contoh, $10^3 \times 10 = 10^4$. Apabila dibagi dengan bilangan pokok, maka pangkat pada hasilnya berkurang satu. Sebagai contoh, $10^{-2} \times 10 = 10^{-3}$.

Sifat Hasil Bagi Perpangkatan dan definisi perpangkatan dapat digunakan untuk menyederhanakan suatu ekspresi dan menulis definisi pangkat negatif. Perhatikan contoh berikut:

Metode 1:	Metode 2:
Hasil Bagi Perpangkatan: $\frac{x^3}{x^5} = x^{3-5} = x^{3-5} = x^{-2}$	Definisi perpangkatan: $\frac{x^3}{x^5} = \frac{x \cdot x \cdot x}{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x} = \frac{1}{x \cdot x} = \frac{1}{x^2}$

Berdasarkan dua metode pada contoh di atas dapat disimpulkan bahwa $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$

karena $\frac{x^3}{x^5}$ tidak dapat memiliki dua nilai yang berbeda.

Contoh: Sederhanakan ekspresi berikut.

$$1. \frac{a^5b}{a^3b^4}$$

$$\frac{a^5b}{a^3b^4} = \frac{a^5}{a^3} \cdot \frac{b^1}{b^4} = a^{5-3} \cdot b^{1-4} = a^2 \cdot b^{-3} = a^2 \cdot \frac{1}{b^3} = \frac{a^2}{b^3}$$

$$2. \frac{-6r^3s^5}{18r^{-7}s^5t^{-2}}$$

$$\frac{-6r^3s^5}{18r^{-7}s^5t^{-2}} = \left(\frac{-6}{18}\right) \left(\frac{r^3}{r^{-7}}\right) \left(\frac{s^5}{s^5}\right) \left(\frac{1}{t^{-2}}\right) = \left(\frac{-1}{3}\right) \left(\frac{r^3}{r^{-7}}\right) \left(\frac{s^5}{s^5}\right) \left(\frac{t^0}{t^{-2}}\right)$$

$$= \left(\frac{-1}{3}\right) (r^{3-(-7)}) (s^{5-5}) (t^{0-(-2)}) = \frac{-1}{3} r^{10} s^0 t^2 = \frac{-r^{10} s^0 t^2}{3}$$

$$= \frac{-r^{10} t^2}{3}$$

D. Aktivitas Pembelajaran

AKTIVITAS 1

Beri contoh ekspresi dalam bentuk pembagian dengan pangkat positif dan minimal 5 variabel yang berbeda.

1. Menggunakan Bahasa Indonesia yang baik dan benar, tulis langkah-langkah untuk menyederhanakannya.
2. Sederhanakan ekspresi tersebut menggunakan langkah-langkah yang telah dirumuskan.

AKTIVITAS 2

Diberikan $(5^2)^3 = (5^2)(5^2)(5^2) = 5^6$

1. Gambarkan dengan kata-kata proses dan hasilnya.
2. Rumuskan dengan simbol aturan perpangkatan dari pangkat.

AKTIVITAS 3

Beri contoh ekspresi dalam bentuk pembagian dengan pangkat positif dan minimal 5 variabel yang berbeda.

1. Menggunakan Bahasa Indonesia yang baik dan benar, tulis langkah-langkah untuk menyederhanakannya.
2. Sederhanakan ekspresi tersebut menggunakan langkah-langkah yang telah dirumuskan.

AKTIVITAS 4

Diberikan $(5^2)^{-3} = \frac{1}{(5^2)^3} = \frac{1}{(5^{2 \times 3})} = \frac{1}{5^6} = \frac{1}{15625}$

1. Gambarkan dengan kata-kata proses dan hasilnya.
2. Rumuskan dengan simbol aturan yang dipergunakan.

E. Latihan

1. Sisipkan tanda kurung sehingga masing-masing kesamaan bernilai benar.
 - a. $4 \times 4 \div 4 + 4 = 2$
 - b. $4 + 4 + 4 \div 4 = 3$
2. **IPA** Arus listrik dapat diukur dalam ampere, miliampere, atau mikroampere. Awalan *mili* dan *mikro* berarti berturut-turut 10^{-3} dan 10^{-6} . Nyatakan 10^{-3} dan 10^{-6} menggunakan pangkat positif.

3. Sederhanakan

a. $\frac{-30a^5b^2}{a^3b}$ b. $\frac{9x^{12} \times 4x^{10}}{18x^4 \times x^{18}}$ c. $\frac{5b^2 \times 10b^5}{26b^{12}}$

4. **Analisis Kesalahan** Yani mengatakan bahwa $(6n)^3$ sama dengan $6n^3$. Beti mengatakan tidak sama. Siapa yang benar? Jelaskan alasannya.

F. Rangkuman

Perkalian/pembagian pangkat positif memiliki urutan operasi yang berbeda dengan perkalian/pembagian pangkat negatif. Selain itu, pada perkalian/pembagian pangkat terdapat aturan-aturan.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

6. Tuliskan konsep apa saja yang penting ketika mempelajari perkalian dan pembagian perpangkatan. Mengapa?
7. Bagian manakah dari topik ini yang masih dirasakan sulit untuk dipahami? Mengapa?
8. Tuliskan kesan-kesan setelah mempelajari perkalian dan pembagian perpangkatan. Mengapa hal itu berkesan?
9. Apakah tugas-tugas yang diberikan dalam pembelajaran ini mendorong Anda untuk aktif di kelas? Mengapa?
10. Tuliskan manfaat yang diperoleh setelah Anda mempelajari topik ini dihubungkan dengan:
 - e. operasi bilangan dengan pangkat negatif.
 - f. konsep lain dalam bidang matematika,
 - g. disiplin di luar matematika,
 - h. kehidupan sehari-hari.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 4

PEMFAKTORAN

A. Tujuan

Setelah mengikuti kegiatan pembelajaran ini, dengan contoh-contoh yang diberikan, guru diharapkan dapat menambah wawasan terkait pemfaktoran suku banyak dan menggunakannya untuk penyelesaian masalah.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

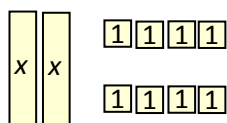
1. Melakukan operasi bentuk aljabar (pemfaktoran dengan sifat distributif).
2. Melakukan operasi bentuk aljabar (pemfaktoran bentuk $x^2 + bx + c$).
3. Melakukan operasi bentuk aljabar (pemfaktoran bentuk $ax^2 + bx + c$).
4. Menentukan model matematika dari masalah nyata.

C. Uraian Materi

Pada bagian terdahulu Anda telah mempelajari bagaimana mendapatkan hasil kali beberapa bentuk aljabar. Sebaliknya, seringkali Anda diminta untuk menentukan faktor-faktor dari hasil kali tersebut. Proses ini disebut sebagai pemfaktoran. Dengan pemfaktoran dimungkinkan untuk menyelesaikan masalah sehari-hari yang melibatkan suku banyak. Sebagai contoh, suku banyak dapat digunakan untuk membangun jalan setapak mengelilingi sebuah taman berbentuk persegi panjang dengan ukuran tertentu.

Model berupa Batang atau Keping Aljabar dapat digunakan untuk membantu memfaktorkan suatu suku banyak. Berikut ini merupakan contoh memfaktorkan $2x + 8$ menggunakan model tersebut.

Langkah 1: Sediakan atau gambar model untuk suku banyak $2x + 8$.



Langkah 2:

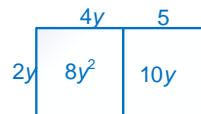
Susun atau gambar model di atas menjadi bangun berbentuk persegi panjang seperti ditunjukkan di samping. Luasnya mewakili hasil kali kedua faktor, atau $2(x + 4)$ satuan luas. Panjang dan lebarnya merupakan faktor-faktornya yaitu 2 dan $(x + 4)$ satuan panjang. Menggunakan rumus luas daerah persegi panjang diperoleh: $2x + 8 = 2(x + 4)$.

	x	x
1	1	
1	1	
1	1	
1	1	

Pada bagian terdahulu telah dibahas bahwa untuk mengalikan suku banyak dengan suku tunggal, Sifat Distributif dapat digunakan. Sebagai contoh,

$$2y(4y + 5) = 2y(4y) + 2y(5)$$

$$= 8y^2 + 10y$$



Pemfaktoran suku banyak dapat dilakukan dengan cara membalik proses perkalian di atas. Untuk memfaktorkan $8y^2 + 10y$, misalnya, pertama-tama tentukan FPB dari $8y^2$ dan $10y$, yaitu $2y$. Kemudian, gunakan Sifat Distributif sehingga diperoleh:

$$8y^2 + 10y = 2y(4y) + 2y(5) = 2y(4y + 5) \quad \text{Sifat Distributif}$$

Jadi, $8y^2 + 10y$ ditulis dalam bentuk faktor sebagai $2y(4y + 5)$.

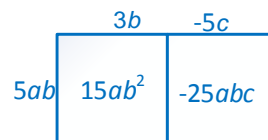
Contoh:

- a) Faktorkan $15ab^2 - 25abc$

FPB dari $15ab^2$ dan $25abc$ adalah $5ab$.

$$15ab^2 - 25abc = 5ab(3b) - 5ab(5c)$$

$$= 5ab(3b - 5c)$$



b) Faktorkan $18x^2y + 12xy^2 + 6xy$

FPB dari $18x^2y$, $12xy^2$, dan $6xy$ yaitu $6xy$,
sehingga diperoleh:

	3x	2y	1
6xy	$18x^2y$	$12xy^2$	$6xy$

$$18x^2y + 12xy^2 + 6xy$$

$$= 6xy(3x) + 6xy(2y) + 6xy(1) = 6xy(3x + 2y + 1)$$

c) Faktorkan: $7x^2 - 9yz$

Selain 1, tidak ada FPB dari $7x^2$ dan $9yz$. Karena itu, $7x^2 - 9yz$ tidak dapat difaktorkan. Suku banyak seperti ini disebut suku banyak prima.

Pada pelajaran IPA, *Persegi Punnet* digunakan untuk menunjukkan berbagai kemungkinan yang dapat diturunkan dari orang tua kepada anak-anaknya.

Setiap orang tua memiliki dua *gen* untuk masing-masing kemungkinan. Huruf yang melambangkan *gen* orang tua diletakkan di luar persegi. Huruf di dalam menunjukkan kombinasi *gen* yang mungkin pada turunannya.

	G	g
G	GG	Gg
g	Gg	gg

Persegi Punnet di atas menunjukkan kombinasi *gen* untuk warna bulu kelinci.

- G melambangkan *gen* dominan untuk bulu berwarna abu-abu
- g melambangkan *gen* resesif untuk bulu berwarna putih.

Perhatikan kesamaan *Persegi Punnet* dan model perkalian suku dua. Model di samping menunjukkan hasil kali dari $(x + 1)$ dan $(x + 3)$. Atau,

$$(x + 1)(x + 3) = x^2 + 3x + 1x + 3 = x^2 + 4x + 3$$

	x	3
x	x^2	$3x$
1	$1x$	3

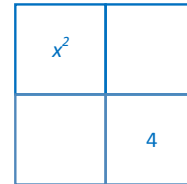
Memfaktorkan suku banyak berbentuk $x^2 + bx + c$ dapat dilakukan dengan berbagai metode.

Contoh: Faktorkan $x^2 + 5x + 4$.

Metode 1: Menggunakan Model

Langkah 1:

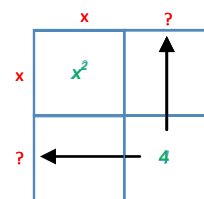
Gambar sebuah persegi, kemudian bagi atas empat bagian yang sama seperti bangun di samping. Letakkan suku pertama dan terakhir seperti ditunjukkan pada gambar.



Langkah 2:

Faktorkan x^2 sebagai $x \cdot x$ dan tulis faktor-faktor tersebut di luar.

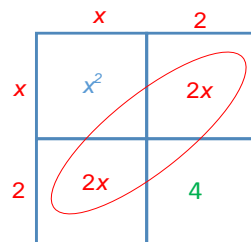
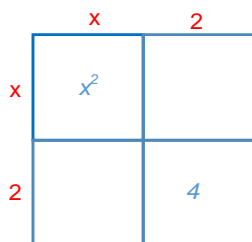
Sekarang, pikirkan beberapa kemungkinan faktor-faktor dari 4 dan tulis di luar kotak.



Langkah 3:

Bilangan 4 memiliki beberapa pasang faktor, yaitu: 2 dan 2, dan 4 dan 1. Cobalah kedua pasangan tersebut sehingga diperoleh hasil yang sama dengan suku tengah, yaitu $5x$.

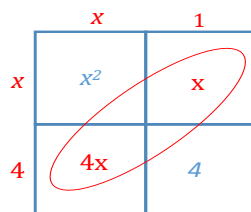
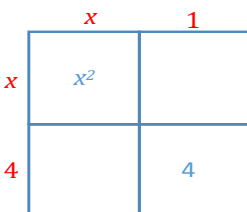
Mencoba 2 dan 2



$2x + 2x = 4x$

Jumlah tidak sama dengan $5x$

Mencoba 4 dan 1



$4x + x = 5x$

Jumlahnya sama dengan $5x$

Langkah 4: Faktor 4 dan 1 menghasilkan jumlah yang benar, yaitu sama dengan $5x$. Karena itu, $x^2 + 5x + 4 = (x + 4)(x + 1)$.

Metode 2: Menggunakan PLDA

PLDA merupakan singkatan dari Pertama, Luar, Dalam dan Akhir. Penjelasan metode ini sebagai berikut.

Langkah 1:

x^2 adalah hasil kali dari suku-suku **P**ertama, dan 4 adalah hasil kali dari suku-suku **A**khir,

$$x^2 + 5x + 4 = (x + ?)(x + ?)$$

Langkah 2:

Cobakan setiap pasangan faktor dari 4 sampai diperoleh jumlah hasil kali suku-suku bagian **L**uar dan **D**alamnya sama dengan $5x$.

Untuk 2 dan 2, $(x + 2)(x + 2) = x^2 + 2x + 2x + 4 = x^2 + 4x + 4$

($4x$ tidak sama dengan suku tengah; $5x$.)

Untuk 4 dan 1, $(x + 4)(x + 1) = x^2 + 4x + x + 4 = x^2 + 5x + 4$

($5x$ sama dengan suku tengah; $5x$ benar)

Jadi, $x^2 + 5x + 4 = (x + 4)(x + 1)$.

Metode 3: Metode ini menggunakan metode sebelumnya (PLDA), ditambah dengan pembuatan tabel.

$$x^2 + 5x + 4 = (x + ?)(x + ?)$$

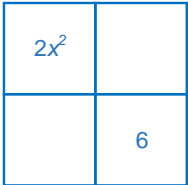
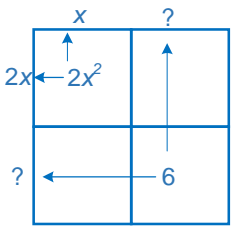
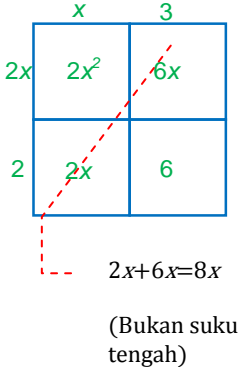
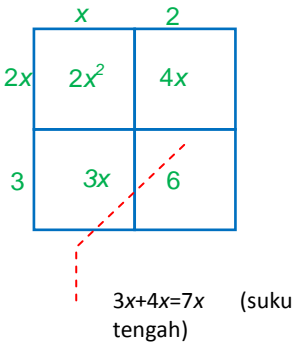
Cari dua bilangan bulat yang hasil kalinya sama dengan 4 dan jumlahnya sama dengan 5 pada tabel berikut.

Hasil kali	Bilangan bulat	Jumlah

$2 \times 2 = 4$	2, 2	$2 + 2 = 4$
$4 \times 1 = 4$	4, 1	$4 + 1 = 5$

Berdasarkan tabel, dua bilangan yaitu 2 dan 2 tidak memenuhi. Dua bilangan yang memenuhi adalah 4 dan 1 sehingga diperoleh: $x^2 + 5x + 4 = (x + 4)(x + 1)$.

Pada pembelajaran sebelumnya, Anda telah mempelajari pemfaktoran suku banyak berbentuk $x^2 + bx + c$. Pada pembelajaran ini anda akan memfaktorkan suku banyak yang koefisien x^2 -nya bilangan bukan 1. Ilustrasi berikut merupakan contoh penggunaan model untuk memfaktorkan $2x^2 + 7x + 6$.

Langkah 1:	Gambar persegi dengan empat bagian. Letakkan suku pertama dan terakhir seperti ditunjukkan pada gambar.	
Langkah 2:	Faktorkan $2x^2$ sebagai $2x \cdot x$ dan dan tempatkan faktor-faktor tersebut di luar. Pikirkan juga faktor-faktor dari 6 dan letakkan di luar.	
Langkah 3:	Bilangan 6 mempunyai dua pasang faktor, yaitu 2 dan 3, serta 1 dan 6. Uji cobakan pasangan-pasangan tersebut sampai diperoleh hasilnya sama dengan suku tengah yaitu $7x$. Pertama, coba 2 dan 3. Ingat ada dua cara menempatkan 2 dan 3 diluar kotak 6.	
		
Langkah 4:	Model kedua menghasilkan suku tengah yang benar, yaitu $7x$. Karena	

	itu, $2x^2 + 7x + 6 = (2x + 3)(x + 2)$.
--	--

Contoh:

1. Faktorkan: $2x^2 - 7x + 3$

$2x^2$ merupakan hasil kali suku-suku pertama, dan 3 merupakan hasil kali suku-suku terakhir.

$$2x^2 - 7x + 3 = (2x + ?)(x + ?)$$

Suku terakhir 3, bertanda positif. Jumlah suku dalam dan luar -7 , bertanda negatif. Sehingga kedua faktor dari 3 harus negatif. Cobakan pasangan 3 tersebut sampai diperoleh hasil kali suku-suku luar dan dalam sama dengan -7 .

Coba -3 dan -1 , $(2x - 3)(x - 1) = 2x^2 - 2x - 3x + 3 = 2x^2 - 5x + 3$

$(-5x$ salah, karena tidak sama dengan suku tengah $-7x)$

$(2x - 1)(x - 3) = 2x^2 - 6x - 1x + 3 = 2x^2 - 7x + 3$ ($-7x$ benar = suku tengah)

Jadi, $2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3)$

2. Faktorkan : $4x^2 + 12x + 5$

Bilangan	Pasangan faktor
4	4 dan 1, 2 dan 2
5	5 dan 1

Coba 4 dan 1 sehingga $(4x + 5)(1x + 1) = 4x^2 + 4x + 5x + 5 = 4x^2 + 9x + 5$

$(+9x$ salah, karena tidak sama dengan suku tengah, $+12x)$

$(4x + 1)(1x + 5) = 4x^2 + 20x + 1x + 5 = 4x^2 + 21x + 5$

Coba 2 dan 2 sehingga $(2x + 5)(2x + 1) = 4x^2 + 2x + 10x + 5 = 4x^2 + 12x + 5$

$(+12x$ benar, sama dengan suku tengah, $+12x)$

Jadi, $4x^2 + 12x + 5 = (2x + 5)(2x + 1)$.

Perlu diingat bahwa langkah pertama untuk memfaktorkan suku banyak adalah mendapatkan faktor berupa FPB selain 1. Perhatikan contoh berikut.

3. Volum kontainer berbentuk balok yaitu $6x^3 - 15x^2 - 36x$. Tentukan dimensi yang mungkin untuk kontainer tersebut.

Penyelesaian:

Rumus volum balok adalah $V = plt$. Akan dicari tiga faktor dari $6x^3 - 15x^2 - 36x$. Pertama akan dicari FPB dari $6x^3 - 15x^2 - 36x$.

$$6x^3 - 15x^2 - 36x = 3x(2x^2 - 5x - 12); \text{FPB nya} = 3x.$$

$3x$ merupakan satu faktor dari $6x^3 - 15x^2 - 36x$. Untuk dua faktor lainnya, faktorkan $2x^2 - 5x - 12$. Sehingga $2x^2 - 5x - 12 = (2x + ?)(x + ?)$

Faktor dari -12 yaitu -3 dan 4 , 3 dan -4 , -2 dan 6 , 2 dan -6 , -1 dan 12 , serta 1 dan -12 . Periksa beberapa kombinasi sampai diperoleh pasangan yang benar. Dalam hal ini faktor yang benar yaitu 3 dan 4 , sehingga diperoleh:

$$2x^2 - 5x - 12 = (2x + 3)(x + 4)$$

Jadi, $6x^3 - 15x^2 - 36x = 3x(2x + 3)(x + 4)$. Dengan demikian dimensi yang mungkin untuk kontainer tersebut yaitu $3x$, $(2x + 3)$, dan $(x + 4)$.

D. Aktivitas Pembelajaran

Lakukan kegiatan-kegiatan berikut secara individual atau berkelompok.

AKTIVITAS 1

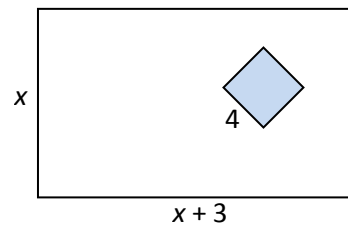
Menggunakan Bahasa Indonesia yang baik dan benar:

1. Tulis langkah-langkah untuk memfaktorkan suku banyak dengan menggunakan Sifat Distributif.
2. Jelaskan mengapa dalam memfaktorkan tersebut diperlukan FPB, bukan sekedar faktor.

AKTIVITAS 2

Diberikan masalah berikut:

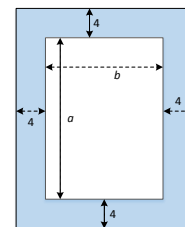
Sebuah tempat pasir yang berbentuk persegi terletak di taman yang berbentuk persegi panjang. Nyatakan luas daerah di luar tempat pasir sebagai suku banyak.



1. Susun strategi untuk penyelesaian masalah tersebut.
2. Periksa keefektifan strategi yang telah Anda susun. Apabila tidak efektif, perbaiki sehingga diperoleh strategi yang efektif.

AKTIVITAS 3

Di samping ini merupakan denah sebidang tanah. Tulis minimal satu soal mengenai denah tersebut.



AKTIVITAS 4

1. Beri contoh suku tiga dalam bentuk $ax^2 + bx + c$
2. Faktorkan menggunakan model.
3. Gambarkan bagaimana Anda menggunakan model untuk memfaktorkan bentuk aljabar di atas.

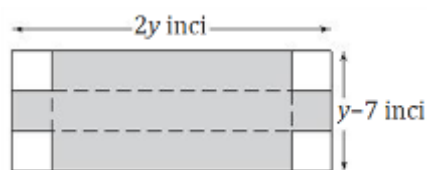
AKTIVITAS 5

Pada pembelajaran ini dan pembelajaran sebelumnya pemfaktoran suku tiga menggunakan Metode *PLDA*.

1. Tulis persamaan Metode *PLDA* pada pemfaktoran bentuk $x^2 + bx + c$ dan $ax^2 + bx + c$, untuk $a \neq 1$.
2. Tulis perbedaan Metode *PLDA* pada pemfaktoran bentuk $x^2 + bx + c$ dan $ax^2 + bx + c$, untuk $a \neq 1$.

AKTIVITAS 6

1. Gambar ilustrasi di samping pada sepotong kertas karton.
2. Potong mengikuti garis lurus.
3. Lipat mengikuti garis putus-putus.
4. Gunakan isolatif sehingga membentuk bangun berbentuk bangun tanpa tutup.



Tentukan volum bangun yang anda buat? Adakah perbedaan dengan hasil kelompok lain? Mengapa terjadi perbedaan dalam volum?

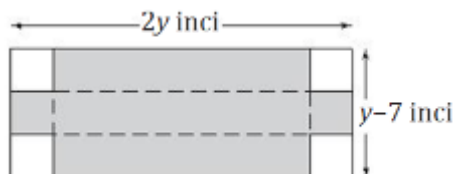
E. Latihan

1. **Analisis Kesalahan** Dua orang siswa memfaktorkan $12axy - 14ay + 20ax$ seperti di bawah ini. Jawaban siapa yang salah. Jelaskan alasannya.

Siti	Sita
FPB dari $12axy - 14ay + 20ax$ yaitu $2a$, sehingga diperoleh $12axy - 14ay + 20ax$ $= 2a(6xy) - 2a(-7y) + 2a(10ax) \dots(1)$ $= 2a(6xy) + 2a(7y) + 2a(10ax) \dots(2)$ $= 2a(6xy + 7y + 10ax) \dots\dots\dots(3)$	FPB dari $12axy - 14ay + 20ax$ adalah $2a$, sehingga diperoleh $12axy - 14ay + 20ax$ $= 2a(6xy - (7y) + (10ax)) \dots(1)$ $= 2a(6xy - 7y + 10ax) \dots\dots\dots(2)$ $= 2a(6xy - 7y + 10ax) \dots\dots\dots(3)$

2. Jamal memfaktorkan $18k^2 - 24k + 8 = (3k - 2)(6k - 4)$. Jeki tidak setuju dengan jawaban Jamal. Dia mengatakan bahwa Jamal tidak memfaktorkan suku tiga itu secara komplit. Siapa yang benar? Berikan alasan.

3. **Kemasan** Perhatikan ilustrasi lembaran kardus di bawah ini.



Apabila pada masing-masing pojok dipotong 1 inci \times 1 inci, tulis ekspresi yang melambangkan luas kardus. Nyatakan luas tersebut dalam bentuk faktor.

F. Rangkuman

1. Tunjukkan bagaimana cara memfaktorkan $x^2 + 2x$ dengan menggunakan model atau menggambar model tersebut.
2. Jelaskan apa yang dimaksud dengan memfaktorkan suku banyak.
3. Dengan kata-kata sendiri, gambarkan apa yang harus dilakukan untuk memfaktorkan $a^2 - 3a - 10$.
4. Dengan kata-kata sendiri, gambarkan apa yang harus dilakukan untuk memfaktorkan $a^2 - 3a - 10$.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Tuliskan konsep apa saja yang penting ketika mempelajari pemfaktoran bentuk aljabar. Mengapa?
2. Pengertian mana dari topik ini yang masih dirasakan sulit untuk dipahami? Mengapa?
3. Tuliskan kesan-kesan setelah mempelajari topik ini. Mengapa hal itu berkesan?
4. Apakah tugas-tugas yang diberikan dalam buku ini mendorong Anda untuk aktif di kelas? Mengapa?
5. Tuliskan manfaat yang diperoleh setelah Anda mempelajari pemfaktoran dihubungkan dengan (a) konsep lain dalam bidang matematika, (b) bidang di luar matematika, (c) kehidupan sehari-hari.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 5

PERSAMAAN GARIS LURUS

A. Tujuan

Setelah mengikuti kegiatan pembelajaran ini, peserta diharapkan dapat menganalisis sifat persamaan garis lurus serta menerapkannya dalam pemecahan masalah.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menentukan kemiringan garis lurus
2. Menganalisis sifat persamaan garis lurus
3. Menentukan persamaan garis lurus

C. Uraian Materi

Sebelum mengikuti kegiatan pembelajaran ini, Anda diharapkan telah tuntas memahami konsep relasi dan fungsi. Perhatikan gambar berikut.



Ketika mendaki tangga, manakah yang lebih mudah mendaki tangga yang curam atau yang landai? Demikian pula pada kasus lain seperti kemiringan jalan, kemiringan atap rumah, dan lain-lain. Konsep matematika mengenai kemiringan suatu garis lurus merupakan bagian dari konsep persamaan garis lurus.

Fungsi linear didefinisikan sebagai berikut:

Misalkan a, b bilangan real dan $a \neq 0$ maka fungsi yang dirumuskan oleh

$$f(x) = ax + b$$

dinamakan fungsi linear dalam variabel x .

Perhatikan bentuk pembuat nol fungsi, yaitu $ax + b = 0$ merupakan bentuk umum persamaan linear dengan satu peubah.

1. Menggambar Grafik Fungsi Linear

Grafik fungsi linear merupakan suatu garis lurus.

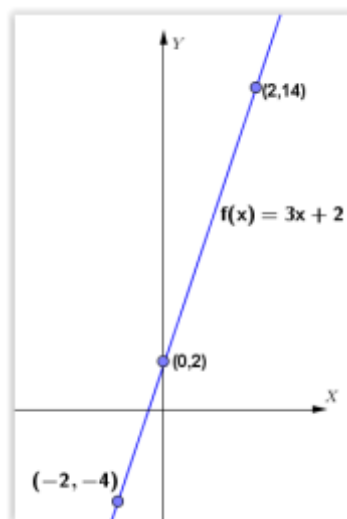
- a. Menggambar Grafik Fungsi Linear dengan Mendaftar Pasangan Titik
Perhatikan contoh berikut.

Gambarkan grafik fungsi $f: x \rightarrow 3x + 2, x \in R$

Jawab

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x) = 3x + 2$	-4	-1	2	5	8	11	14	17

Dari tabel di atas dapat digambar sebagai berikut :



- b. Menggambar Grafik Fungsi Linear dengan Menentukan Titik Potong Sumbu
Menggambar grafik fungsi linear $f(x) = ax + b, a, b \neq 0$ dapat dilakukan dengan langkah berikut.

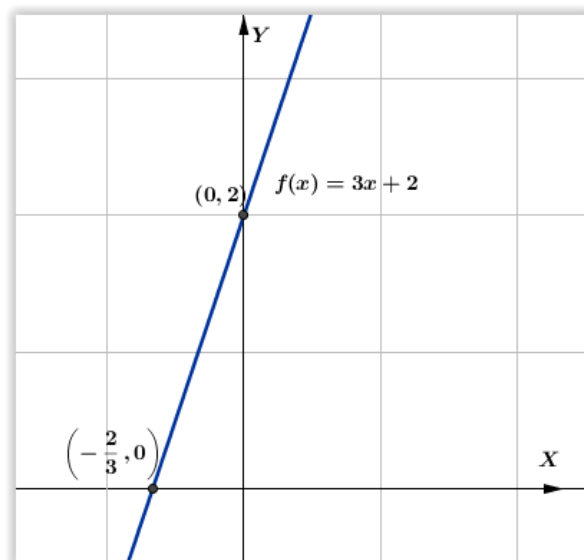
- tentukan titik potong dengan sumbu X
- tentukan titik potong dengan sumbu Y
- hubungkan kedua titik potong tersebut

Contoh:

Gambarkan grafik fungsi $f: x \rightarrow 3x + 2, x \in R$

x	$-\frac{2}{3}$	0
y	0	2
	Titik Potong sumbu X: $(-\frac{2}{3}, 0)$	Titik potong sumbu Y: $(0, 2)$

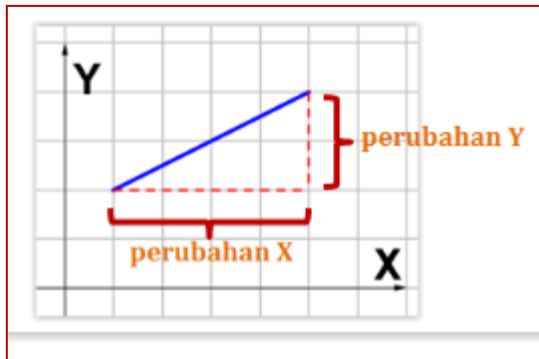
Setelah titik potong sumbu X dan titik potong sumbu Y diperoleh, hubungkan kedua titik potong tersebut sehingga diperoleh grafik sebagai berikut.



2. Kemiringan Garis Lurus

Apakah yang dimaksud dengan kemiringan pada garis lurus? Bayangkan Anda menaiki suatu anak tangga. Semakin landai tangga tersebut, semakin sedikit energi yang dibutuhkan. Sebaliknya, semakin curam tangga tersebut akan terasa semakin sulit dan lebih melelahkan.

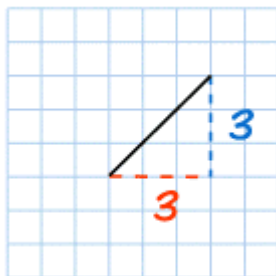
Kemiringan pada suatu garis lurus, disebut juga gradien, adalah perbandingan antara perubahan panjang sisi tegak dan perubahan sisi mendatar.



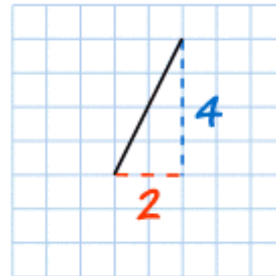
$$\text{Gradien} = \frac{\text{perubahan sisi tegak}}{\text{perubahan sisi mendatar}}$$

Contoh

a)



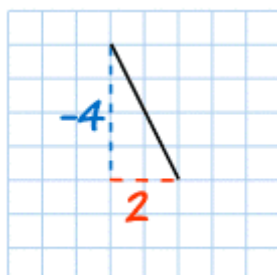
b)



a) Gradien = $\frac{3}{3} = 1$

b) Gradien = $\frac{4}{2} = 2$.

Pada contoh di atas, kedua garis memiliki gradien positif. Namun, gradien juga dapat bernilai negatif maupun nol. Perhatikan gambar berikut.

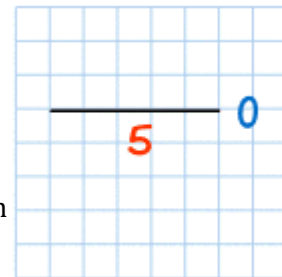


Gradien garis ini adalah $\frac{-4}{2} = -2$

Garis dengan gradien negatif memiliki arah berlawanan dengan garis bergradien positif.

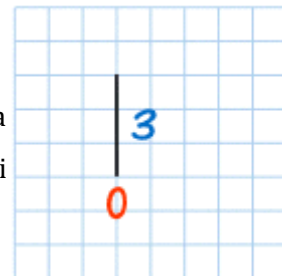
Gradien garis ini $\frac{0}{5} = 0$

Garis sejajar sumbu X memiliki gradien 0. Garis dengan gradien 0 dikatakan tidak memiliki kemiringan.



Gradien garis ini $\frac{3}{0} = \text{undefined}$

Garis sejajar sumbu Y menyebabkan pembagi 0 pada perhitungan gradiennya, sehingga tidak terdefinisi (undefined).

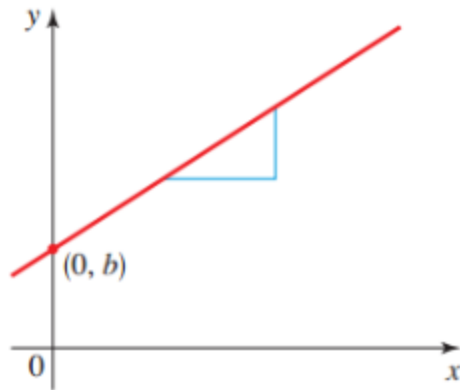


3. Menentukan Persamaan Garis Lurus

Pada bagian ini, fungsi linear dinyatakan sebagai persamaan. Misal, fungsi $f(x) = 5 + 3x$ akan dinyatakan dalam bentuk persamaan $y = 5 + 3x$, dengan y merupakan variabel terikat dan x merupakan variabel bebas.

Secara umum, **persamaan linear dua variabel** adalah persamaan dengan bentuk umum $y = mx + b$, dengan m menyatakan gradien dan b konstanta.

- Menentukan persamaan garis lurus yang diketahui gradien dan titik potong sumbu Y



Persamaan garis dengan gradien m dan memotong sumbu Y di $(0, b)$ adalah :

$$y = mx + b$$

Contoh:

Tentukan persamaan garis lurus dengan gradien 3 dan memotong sumbu Y di $(0, -2)$.

Jawab.

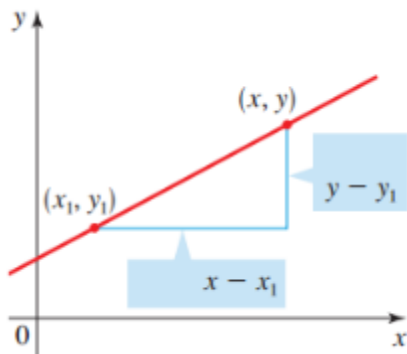
$$y = mx + b$$

$$y = 3x + (-2)$$

$$y = 3x - 2$$

Jadi persamaan garis lurus tersebut adalah $y = 3x - 2$.

- b. Menentukan persamaan garis lurus yang diketahui gradien dan suatu titik pada garis tersebut.



Perhatikan gambar. Titik (x_1, y_1) terletak pada suatu garis lurus. Maka untuk setiap titik (x, y) pada garis tersebut, berlaku:

$$\text{gradien} = m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$\text{Atau, } y - y_1 = m(x - x_1)$$

Persamaan garis lurus dengan gradien m dan melalui titik (x_1, y_1) adalah :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Contoh:

Tentukan persamaan garis lurus yang melalui $(1, -3)$ dengan kemiringan $-\frac{1}{2}$.

Jawab.

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ y - (-3) &= -\frac{1}{2}(x - 1) \\ y + 3 &= -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ y &= -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Maka persamaan garis tersebut adalah $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$.

c. Menentukan persamaan garis lurus yang diketahui dua titik pada garis tersebut.

Perhatikan contoh berikut.

Contoh:

Tentukan persamaan garis yang melalui titik $(-1, 2)$ dan $(3, -4)$.

Pertama, tentukan gradien menggunakan kedua titik yang diketahui tersebut.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 2}{3 - (-1)} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

Dengan demikian, kita memiliki informasi yang diketahui adalah:

- gradien = $-\frac{3}{2}$
- salah satu titik adalah $(-1, 2)$

Dari sini maka persamaan garis lurus dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 y - y_1 &= m(x - x_1) \\
 y - 2 &= -\frac{3}{2}(x - (-1)) \\
 y - 2 &= -\frac{3}{2}(x + 1) \\
 y - 2 &= -\frac{3}{2}x - \frac{3}{2} \\
 y &= -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

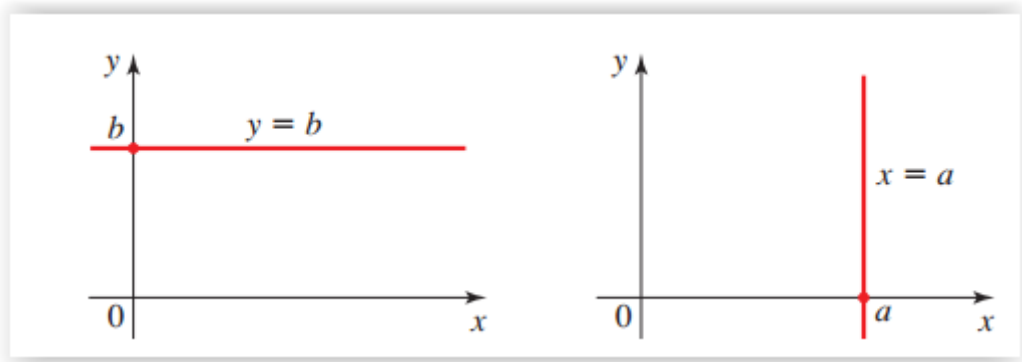
Secara umum, persamaan garis lurus yang melalui titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah :

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

d. Persamaan Garis Horizontal dan Garis Vertikal

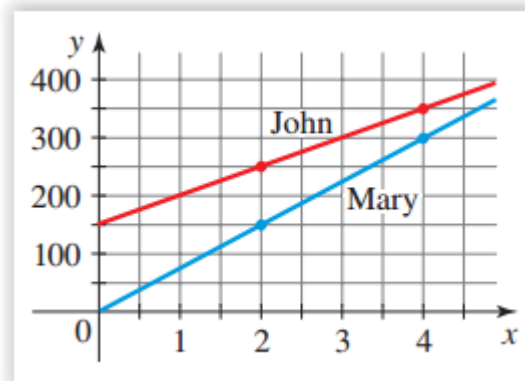
Pada bagian sebelumnya telah ditunjukkan bahwa garis horizontal (sejajar sumbu X) memiliki gradien 0 dan garis vertikal (sejajar sumbu Y) tidak memiliki gradien.

Karena garis horizontal memiliki gradien 0, maka persamaan garisnya adalah $y = b$. Demikian pula garis vertikal persamaan garisnya adalah $x = a$ karena setiap titik pada garis tersebut memiliki absis a .



e. Persamaan Garis Lurus dalam Kehidupan Sehari-hari

Dalam kehidupan sehari-hari, persamaan garis lurus sangat membantu dalam menginterpretasikan berbagai hal. Seperti pada contoh berikut.



Dari kota A, John dan Mary masing-masing mengemudi mobil ke arah yang berbeda dengan kecepatan tetap. Sumbu Y pada grafik di atas menggambarkan jarak yang ditempuh John dan Mary dalam km. Sumbu X menunjukkan pukul (jam), dengan $x=0$ diasumsikan pukul 12.00, $x=1$ diasumsikan pukul 13.00, dan seterusnya.

- Tentukan kecepatan mengemudi John dan Mary. Siapa yang mengemudi lebih cepat? Bagaimana kaitannya dengan grafik di atas?
- Nyatakan jarak yang ditempuh John dan Mary sebagai fungsi dalam x .
- Berapa jarak yang ditempuh John dan Mary pada pukul 17.00 ?

Jawab.

- Dari grafik terlihat bahwa pada pukul 14.00 John telah menempuh 250 km dan pada pukul 16.00 telah menempuh 350 km. Sementara Mary telah menempuh 150 km pada pukul 14.00 dan telah menempuh 300 km pada pukul 16.00 .

Kecepatan adalah selisih jarak dibagi selisih waktu. Dengan demikian, kecepatan dalam hal ini adalah kemiringan atau gradien kedua garis tersebut.

$$m_{john} = \frac{350 - 250}{4 - 2} = 50$$

$$m_{mary} = \frac{300 - 150}{4 - 2} = 75$$

Jadi kecepatan John adalah 50 km/jam dan kecepatan Mary 75 km/jam . Berarti Mary mengemudi lebih cepat daripada John. Terlihat bahwa grafik John lebih landai dari grafik Mary.

b. Misal $f(x)$ jarak yang ditempuh John pada pukul x . Dan $g(x)$ jarak yang ditempuh Mary pada pukul x . Maka $f(x)$ dan $g(x)$ merupakan fungsi linear karena kecepatan John dan Mary tetap. Sehingga:

- Pada grafik John terlihat titik potong sumbu Y adalah $(0,150)$. Dan telah diperoleh gradien $m_{john} = 50$.

$$\text{Sehingga } f(x) = 50x + 150$$

- Pada grafik Mary terlihat titik potong sumbu Y adalah $(0,0)$. Dan telah diperoleh gradien $m_{mary} = 75$.

$$\text{Sehingga } g(x) = 75x$$

c. Jarak yang ditempuh John dan Mary pada pukul 17.00 berarti $x = 5$.

$$f(5) = 50(5) + 150 = 400$$

$$g(5) = 75(5) = 375$$

Jadi pada pukul 17.00, jarak yang ditempuh John adalah 400 km dan jarak yang ditempuh Mary adalah 375 km.

D. Aktivitas Pembelajaran

AKTIVITAS 1

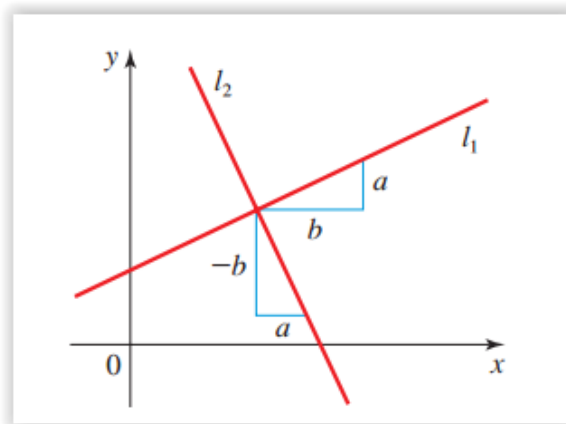
Gambarkan grafik-grafik fungsi linear $f(x) = 2x + b$ untuk $b = -1, 0, 1, 2$ dan 3 .
Periksa hubungan antara grafik-grafik tersebut.

AKTIVITAS 2

Tunjukkan bahwa dua garis nonvertikal yang saling tegak lurus dengan gradien m_1 dan m_2 berlaku:

$$m_1 = -\frac{1}{m_2}$$

Sebagai bantuan, Anda dapat mencermati gambar berikut.



Selanjutnya, periksalah apakah berlaku untuk sumbu X dan sumbu Y yang saling tegak lurus.

AKTIVITAS 3

GPS (Global Positioning System) digunakan untuk menentukan posisi suatu objek di bumi dengan bantuan satelit. Misal terdapat 3 lokasi yang diketahui koordinatnya pada GPS dan Anda ingin mencari tahu apakah tiga titik itu terletak pada suatu garis lurus. Bagaimana Anda melakukannya dengan menggunakan konsep gradien? Adakah cara lain?

AKTIVITAS 4

Seorang manajer perusahaan furnitur menganalisis bahwa biaya produksi set kursi tamu bergantung linear terhadap banyaknya set kursi yang diproduksi. Jika memproduksi 100 set, maka biaya produksi per set nya adalah Rp2.200.000,- . Jika memproduksi 300 set, maka biaya produksi per set nya adalah Rp4.800.000,- .

- Tentukan persamaan linear yang memodelkan harga (y) terhadap banyaknya set kursi yang diproduksi (x). Gambarkan grafiknya.

- b. Berapa biaya produksi 75 set kursi?
- c. Tentukan kemiringan grafik tersebut. Apakah yang direpresentasikan kemiringan tersebut?
- d. Tentukan titik potong grafik terhadap sumbu Y. Apakah yang direpresentasikan titik potong tersebut?

E. Latihan

- 1. Tentukan persamaan garis lurus yang:
 - a. melalui titik (1,7) dengan gradien $\frac{2}{3}$
 - b. memotong sumbu Y di (0,2) dan gradien 5
 - c. melalui (-1,6) dan (1,2)
 - d. sejajar garis $y = -\frac{1}{2}x + 1$ dan melalui (-1,4)
 - e. tegak lurus garis $y = \frac{2}{3}x + 5$ dan melalui (2,6)
- 2. Sebuah pompa air digunakan untuk mengisi air di kolam renang. Pompa air tersebut mengalirkan 5 liter air setiap menit. Setelah 20 menit, volum air di kolam renang 300 liter. Tentukan persamaan linear untuk memodelkan volum air di kolam renang untuk setiap x menit.

F. Rangkuman

Misalkan a, b bilangan real dan $a \neq 0$ maka fungsi yang dirumuskan oleh

$$f(x) = ax + b$$

dinamakan fungsi linear dalam variabel x . Kemudian dari fungsi tersebut dapat dibentuk persamaan garis lurus $y = ax + b$.

Grafik fungsi linear merupakan garis lurus. Kemiringan pada suatu garis lurus, disebut juga gradien, merupakan perbandingan antara perubahan panjang sisi tegak dan perubahan sisi mendatar.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

- 1. Tuliskan konsep apa saja yang penting ketika mempelajari persamaan garis lurus. Mengapa?
- 2. Pengertian mana dari topik persamaan garis lurus yang masih dirasakan sulit untuk dipahami? Mengapa?

3. Tuliskan kesan-kesan setelah mempelajari topik persamaan garis lurus. Mengapa hal itu berkesan?
4. Apakah tugas-tugas yang diberikan dalam pembelajaran ini mendorong Anda untuk aktif di kelas? Mengapa?

KEGIATAN PEMBELAJARAN 6

SKALA DAN PERBANDINGAN

A. Tujuan

Peserta dapat menjelaskan tentang skala, perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai dan mampu menyelesaikan masalah yang terkait skala, perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menjelaskan pengertian skala.
2. Menggunakan konsep skala untuk menyelesaikan masalah.
3. Menjelaskan pengertian perbandingan senilai.
4. Menggunakan konsep perbandingan senilai untuk menyelesaikan masalah.
5. Menjelaskan pengertian perbandingan berbalik nilai.
6. Menggunakan konsep perbandingan berbalik senilai untuk menyelesaikan masalah.

C. Uraian Materi

1. Pengertian Skala

Untuk mengetahui letak suatu tempat, kota, gunung, sungai dan lain sebagainya pada suatu wilayah, tidak mungkin kita dapat melihat secara keseluruhan dalam keadaan yang sebenarnya. Untuk mendapatkan gambaran tentang hal tersebut, dibuatlah suatu gambar yang mewakili keadaan sebenarnya. Agar gambar dengan keadaan sebenarnya memiliki bentuk yang sesuai, maka gambar itu dibuat dengan *perbandingan tertentu* yang disebut skala. Gambar-gambar yang dibuat dengan menggunakan skala tertentu sehingga mewakili keadaan sebenarnya di antaranya adalah *peta* dan *denah*.

Pada suatu peta, biasanya dicantumkan besar skala yang digunakan. Skala adalah perbandingan antara ukuran pada gambar dengan ukuran sebenarnya. Skala 1: n artinya setiap jarak pada peta atau gambar mewakili n cm jarak sebenarnya. Sehingga dapat dituliskan sebagai berikut.



$$\text{Skala} = \frac{\text{ukuran pada peta/gambar}}{\text{ukuran sebenarnya}}$$

Dari rumus tersebut diperoleh hubungan sebagai berikut.

- a. Jarak pada peta/gambar = skala \times jarak sebenarnya
 b. Jarak sebenarnya = $\frac{\text{jarak pada peta/gambar}}{\text{skala}}$

Pada umumnya, skala ditulis dalam bentuk perbandingan. Misalnya peta Jawa tengah menggunakan skala 1:5.000.000. Artinya, jarak 1 cm pada peta menunjukkan jarak 5.000.000 cm = 50 km pada keadaan yang sebenarnya. Berikut ini gambar peta Jawa Tengah dengan skala 1: 5.000.000.



Gambar 3. 2. Peta Jawa Tengah dengan Skala 1: 5.0000.000

(Sumber: google map)

Contoh: Diketahui jarak antara kota Yogyakarta dan kota Kebumen adalah 100 km. Tentukan jarak kedua kota tersebut pada sebuah peta dengan skala 1: 2.000.000.

Penyelesaian: Jarak sebenarnya antara kota Yogyakarta dan kota Kebumen adalah

$$100 \text{ km} = 10.000.000 \text{ cm. Skala peta adalah } 1: 2.000.000 = \frac{1}{2.000.000}$$

$$\text{Dengan demikian, Skala} = \frac{\text{ukuran pada gambar}}{\text{ukuran sebenarnya}} \Leftrightarrow \frac{1}{2.000.000} = \frac{\text{ukuran pada gambar}}{10.000.000}$$

Ukuran pada gambar = $\frac{10.000.000}{2.000.000} = 5$. Jadi jarak kota Yogyakarta dan kota Kebumen pada peta adalah 5 cm.

Faktor skala diperlukan untuk menentukan perbesaran atau pengecilan sebuah gambar berskala. Faktor skala (k) adalah perbandingan antara ukuran model dan ukuran sebenarnya dari suatu benda.

Contoh: Panjang sebuah model kerajinan adalah 8 cm dan lebarnya 6,6 cm. Panjang sebenarnya model kerajinan tersebut adalah 40 cm. 1) Tentukan faktor skala model benda kerajinan tersebut. 2) Tentukan pula lebar sebenarnya model kerajinan tersebut.

Penyelesaian: Diketahui: panjang model kerajinan = 8 cm, lebarnya = 6,6 cm, dan panjang sebenarnya = 40 cm.

$$1) \text{ Faktor skala } k = \frac{\text{Panjang model}}{\text{Panjang sebenarnya}} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$$

Dengan demikian, faktor skala model kerajinan tersebut adalah $\frac{1}{5}$.

$$2) \frac{\text{Panjang model}}{\text{Panjang sebenarnya}} = \frac{\text{Lebar model}}{\text{Lebar sebenarnya}}$$

$$\frac{8}{40} = \frac{6,6}{\text{Lebar sebenarnya}}$$

Lebar sebenarnya = $\frac{40 \times 6,6}{8} = 33$. Dengan demikian lebar sebenarnya model kerajinan tersebut adalah 33 cm.

Contoh: Sebidang tanah digambar dengan skala 1 : 400. Jika ukuran tanah pada gambar adalah 30 cm x 20 cm, tentukan luas tanah sebenarnya.

Penyelesaian: Skala: 1 : 400. Panjang sebenarnya = 30 cm x 400.

Lebar sebenarnya = 20 cm x 400.

Luas sebenarnya = panjang sebenarnya × lebar sebenarnya
 = (30 cm x 400) × (20 cm x 400) = 600 cm² × 160.000
 = 96.000.000 cm² = 9.600 m²

Jadi luas sebenarnya adalah 9.600 m².

2. Perbandingan

a. Pengertian Perbandingan

Dalam kehidupan sehari-hari sering dijumpai hal-hal yang berkaitan dengan perbandingan, misalnya: 1) Tinggi badan Dika lebih dari tinggi badan Wisnu.

2) Umur Rini tiga kali umur Wiwik.

Besaran-besaran seperti tinggi badan, berat badan, umur, dan lain sebagainya dapat dibandingkan. Perhatikan contoh berikut: Bu Harni mempunyai dua orang anak, Tina dan Nadia. Umur Tina 12 tahun, sedangkan umur Nadia 4 tahun. Kedua besaran umur tersebut dapat dibandingkan dengan cara sebagai berikut. Umur Tina tiga kali umur Nadia. Dalam hal ini, perbandingan umur kedua anak itu dilakukan dengan cara menghitung hasil bagi, yaitu $12 : 4 = 3$.

b. Membandingkan dua Besaran yang Sejenis

Dalam membandingkan dua besaran dengan cara menghitung hasil bagi, besaran-besaran tersebut harus merupakan besaran sejenis, artinya harus mempunyai satuan yang sama. Hasil bagi kedua besaran merupakan suatu bilangan dalam bentuk paling sederhana, yaitu bentuk $\frac{a}{b}$ atau $a : b$, dibaca a berbanding b dengan a dan b merupakan bilangan bulat positif.

Penulisan bentuk suatu perbandingan sama dengan penulisan bentuk pecahan, yaitu dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$. Bentuk $\frac{a}{b}$ dalam perbandingan artinya membandingkan suatu besaran atau bilangan dengan besaran atau bilangan lainnya. Untuk menyederhanakan suatu perbandingan, dapat digunakan cara seperti menyederhanakan pecahan. Perbandingan antara a dan b dengan $b \neq 0$ adalah $\frac{a}{b}$ atau $a : b$ dan dibaca a berbanding b .

c. Perbandingan Senilai

1) Pengertian Perbandingan Senilai

Untuk memahami perbandingan senilai perhatikan contoh perbandingan antara jumlah liter bahan bakar yang dibeli dan jumlah uang yang harus dibayar, misalnya sebagai berikut.

Jumlah Liter	Jumlah Harga (Rp)

1	7.400,00
2	14.800,00
⋮	⋮
10	74.000,00
15	111.000,00

Berdasarkan tabel di atas, dapat dilihat bahwa semakin banyak bahan bakar yang dibeli semakin besar pula uang yang harus dibayar. Perbandingan seperti ini disebut dengan **perbandingan senilai**. Dengan memisalkan harga x_1 liter bensin adalah y_1 dan harga x_2 liter bensin adalah y_2 , maka perbandingan senilai dapat dirumuskan sebagai:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \Leftrightarrow x_1 : x_2 = y_1 : y_2$$

Perhatikan perbandingan-perbandingan berikut ini.

Jika $a : b = 3 : 5$ dan $c : d = 3 : 5$ maka $a : b = c : d$ atau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Bentuk perbandingan senilai $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ dapat diubah menjadi bentuk perkalian sebagai berikut.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow bd \times \frac{a}{b} = bd \times \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc \text{ atau } a \times d = b \times c.$$

Telah dijelaskan bahwa bentuk perbandingan $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ dapat diubah menjadi bentuk perkalian $a \times d = b \times c$. Dengan demikian, bentuk perbandingan $a : b = c : d$ juga dapat diubah menjadi $a \times d = b \times c$.

Contoh: Tentukan nilai p pada perbandingan $8 : (p + 1) = 16 : (p + 6)$

Penyelesaian:

$$8 : (p + 1) = 16 : (p + 6)$$

$$8(p + 6) = 16(p + 1) \Leftrightarrow 8p + 48 = 16p + 16 \Leftrightarrow -8p = -32 \Leftrightarrow p = \frac{-32}{-8} = 4.$$

Jadi nilai p pada perbandingan tersebut adalah 4.

2) Perhitungan Perbandingan Senilai

(1) Berdasarkan nilai satuan

Misalnya harga 4 liter premium Rp 29.600,00. Bagaimanakah menentukan harga 25 liter premium dengan menggunakan cara nilai satuan? Untuk menjawab permasalahan tersebut dengan menggunakan nilai satuan, maka harus dicari terlebih dahulu harga satu liter premium.

Karena harga 4 liter premium adalah Rp 29.600,00 maka harga satu liter premium adalah $\frac{\text{Rp } 29.600,00}{4} = \text{Rp } 7.400,00$. Dengan demikian, harga 25 liter premium adalah $25 \times \text{Rp } 7.400,00 = \text{Rp } 185.000,00$.

Pada contoh tersebut, untuk mencari perbandingan senilai berdasarkan nilai satuan, maka harus dicari nilai satu satuan barangnya terlebih dahulu.

(2) Berdasarkan Perbandingan

Masalah matematika yang berkaitan dengan perbandingan senilai dapat pula diselesaikan dengan menggunakan perbandingan. Perhatikan tabel hubungan antara jumlah liter premium dan harga yang harus dibayar berikut.

Jumlah Liter	Jumlah Harga (Rp)
2	14.800,00
30	x

Bagaimana menentukan harga 30 liter premium?

Pada tabel tersebut, terlihat bahwa perbandingan “jumlah liter” pada baris kedua dan baris pertama adalah $\frac{30}{2}$. Dengan menggunakan perbandingan $\frac{30}{2} =$

$\frac{x}{14.800}$ diperoleh $x = \frac{30}{2} \times 14.800,00 = 222.000$. Jadi harga 30 liter premium adalah Rp 22.000,00.

Contoh: Perbandingan banyaknya siswa putra dan putri di suatu kelas adalah 3:7. Jumlah seluruhnya adalah 40 siswa. Tentukan banyaknya siswa putra dan siswa putri.

Penyelesaian: Perbandingan siswa putra dan siswa putri adalah 3:7. Jumlah siswa seluruhnya adalah 40 siswa. Jumlah siswa putra dikelas tersebut adalah

$$\frac{\text{perbandingan siswa putra}}{\text{jumlah perbandingan}} \times \text{jumlah siswa seluruhnya} \Leftrightarrow \frac{3}{(3+7)} \times 40 = 12 .$$

Jadi banyaknya siswa putra adalah 12 orang.

Dengan cara yang sama, diperoleh jumlah siswa putri adalah $\frac{7}{(3+7)} \times 40 = 28$.

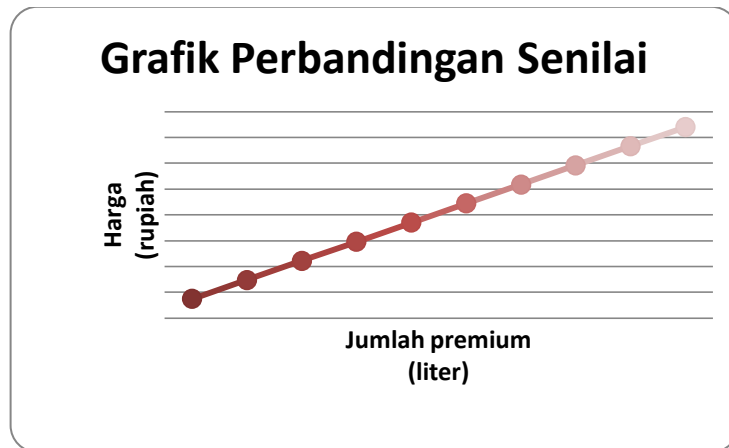
Jadi banyaknya siswa putri adalah 28 orang. Jika dijumlahkan, banyaknya siswa putra dan siswa putri di kelas tersebut adalah $12 + 28 = 40$ siswa.

3) Grafik Perbandingan Senilai

Perhatikan kembali tabel harga premium sebagai berikut.

Jumlah Premium (Liter)	Jumlah Harga (Rp)
1	7.400
2	14.800
3	22.200
⋮	
10	74.000

Grafik yang diperoleh seperti gambar di bawah ini.



d. Perbandingan Berbalik Nilai

Perhatikan tabel perbandingan antara kecepatan kendaraan terhadap waktu tempuh perjalanan di bawah ini.

Kecepatan (km/jam)	Waktu (jam)
90	8
80	9
72	10
60	12

Berdasarkan tabel diatas, semakintinggi kecepatan kendaraan, akan semakin banyak waktu yang dibutuhkan oleh kendaraan tersebut, diilustrasikan dengan dua tanda panah yang saling berlawanan. Perbandingan semacam ini disebut dengan **perbandingan berbalik nilai**.

Dari tabel tersebut , perbandingan berbalik nilai dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\frac{90}{80} = \frac{9}{8}; \frac{80}{72} = \frac{10}{9}; \frac{72}{60} = \frac{12}{10}; \text{ atau } \frac{90}{60} = \frac{12}{8}$$

Ternyata hasil perbandingan kecepatan dan waktu dari setiap baris nilainya sama. Misalkan untuk kecepatan x_1 membutuhkan waktu y_1 , dan untuk kecepatan x_2 membutuhkan waktu y_2 . Dengan demikian bentuk umumnya adalah sebagai berikut.

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \Leftrightarrow x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2$$

Perhatikan contoh berikut.

Pecahan $\frac{4}{3}$ berbalik harga dengan $\frac{6}{8}$, dan $\frac{6}{8}$ juga berbalik harga dengan $\frac{1}{6} : \frac{1}{8}$, sebab $\frac{1}{6} : \frac{1}{8} = \frac{1}{6} \times \frac{8}{1} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$. Dengan demikian $4 : 3 = \frac{1}{6} : \frac{1}{8}$. Jika perbandingan $\frac{4}{3}$ diganti dengan $\frac{a}{b}$, dan $\frac{p}{q} = \frac{6}{8}$, maka $\frac{a}{b}$ dikatakan berbalik nilai dengan $\frac{p}{q}$, dan juga $\frac{p}{q}$ berbalik nilai dengan $\frac{1}{p} : \frac{1}{q}$. Dengan demikian berlaku bahwa $a : b = \frac{1}{p} : \frac{1}{q}$. Untuk mendapatkan perbandingan $p : q$ yang berbalik nilai dengan $a : b$ dapat digunakan perbandingan $a : b = \frac{1}{p} : \frac{1}{q}$.

Contoh 3.7

Diketahui perbandingan $p : q$ berbalik nilai dengan $a : b$. Jika $a : b = 3 : 5$ dan $q = 18$, tentukan nilai p .

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} a : b = \frac{1}{p} : \frac{1}{q} &\Leftrightarrow 3 : 5 = \frac{1}{p} : \frac{1}{18} \Leftrightarrow 3 \times \frac{1}{18} = 5 \times \frac{1}{p} \\ \Leftrightarrow \frac{3}{18} = \frac{5}{p} &\Leftrightarrow 3p = 5 \times 18 \Leftrightarrow p = 5 \times 6 \Leftrightarrow p = 30 \end{aligned}$$

Jadi nilai $p = 30$.

Penyelesaian Perbandingan Berbalik Nilai

1) Penyelesaian Berdasarkan Hasil Kali

Perhitungan Perbandingan Berbalik Nilai dapat diselesaikan dengan penyelesaian berdasarkan hasil kali.

Contoh: Pada sebuah proyek pembangunan sebuah ruko, 60 orang menyelesaikan suatu pekerjaan dalam waktu 12 hari. Jika ada 80 orang yang tersedia sebelum pekerjaan dimulai, berapa hari pekerjaan ini selesai?

Penyelesaian: Perhatikan tabel berikut.

Banyak pekerja (orang)	Waktu (hari)
60	12
80	x

Dengan menggunakan perhitungan hasil kali maka penyelesaiannya adalah

$$60 \times 12 = 80x \Leftrightarrow x = \frac{60 \times 12}{80} \Leftrightarrow x = 9.$$

Jadi, dengan adanya 80 orang pekerja, proyek tersebut akan selesai dalam 9 hari.

2) Penyelesaian Berdasarkan Perbandingan

Perbandingan berbalik nilai dapat pula diselesaikan dengan menggunakan cara perbandingan.

Contoh: Seorang peternak memiliki 12 kelinci yang dapat menghabiskan satu keranjang wortel dalam waktu 5 hari. Kemudian, peternak kelinci membeli 8 ekor lagi, berapa lama waktu yang diperlukan untuk menghabiskan satu keranjang wortel?

Penyelesaian: Perhatikan tabel berikut.

Banyak Kelinci	Waktu (hari)
12	5
20	x

Dengan menggunakan cara perbandingan maka diperoleh

$$\frac{12}{20} = \frac{x}{5} \Leftrightarrow 20x = 12 \times 5 \Leftrightarrow x = \frac{60}{20} = 3.$$

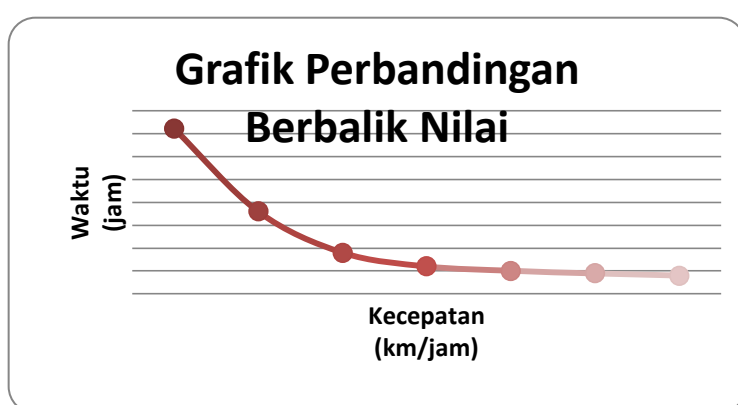
Dengan demikian, waktu yang diperlukan untuk menghabiskan satu keranjang wortel adalah 3 hari.

Grafik Perbandingan Berbalik Nilai

Perhatikan tabel perbandingan antara kecepatan kendaraan terhadap waktu tempuh perjalanan di bawah ini.

Kecepatan (km/jam)	Waktu (jam)
10	72
20	36
⋮	⋮
90	8

Grafik yang diperoleh seperti gambar di bawah.



3. Penerapan Perbandingan dalam Kehidupan

Untuk menyelesaikan masalah-masalah yang berkaitan dengan perbandingan, perlu diketahui terlebih dahulu apakah soal-soal tersebut berkaitan dengan *perbandingan senilai* atau *perbandingan berbalik nilai*.

Contoh: Rina akan mengadakan acara syukuran dengan menjamu tamu. Untuk keperluan acara tersebut Rina memperkirakan untuk menjamu 18 orang membutuhkan beras 3 kg. Jika Rina ingin mengundang 90 orang, berapakah beras yang harus disediakan?

Penyelesaian: Untuk menyelesaikan masalah tersebut dibuat tabel terlebih dahulu.

Banyak orang	Banyak beras (kg)
18	3
90	x

Ternyata banyak orang yang diundang bertambah banyak, maka banyaknya beras yang dibutuhkan juga bertambah banyak. Jadi soal tersebut merupakan soal yang berkaitan dengan perbandingan senilai. Dari permasalahan tersebut diperoleh hubungan berikut.

$$\frac{18}{90} = \frac{3}{x} \Leftrightarrow 18x = 270 \Leftrightarrow x = 15.$$

Jadi untuk menjamu 56 orang diperlukan 15 kg beras.

Contoh : Seorang perternak ayam mempunyai persediaan makanan untuk 1.000 ekor ayam selama 2 minggu. Jika ia menambahkan 400 ekor ayam lagi, tentukan berapa lama persediaan makanan itu akan habis.

Penyelesaian: Untuk meyelesaikan masalah di atas dibuat tabel terlebih dahulu.

Banyak ayam	Waktu (hari)
1000	14
1400	x

Ternyata ayam bertambah banyak, maka perdiaan makanan akan cepat habis, berarti waktunya semakin sedikit. Jadi soal tersebut berkaitan dengan perbandingan berbalik nilai. Dari permasalahan tersebut diperoleh hubungan berikut.

$$\frac{1000}{1400} = \frac{x}{14} \Leftrightarrow 1400x = 14000 \Leftrightarrow x = 10$$

Jadi persediaan makanan akan habis dalam waktu 10 hari.

D. Aktivitas Pembelajaran

AKTIVITAS 1

Lakukan kegiatan berikut ini untuk memahami cara mencari faktor skala.

1. Perhatikan model uang kertas pecahan Rp 100.000,00 dalam ukuran sebenarnya berikut.



2. Ukurlah panjang dan lebar pada model uang tersebut.
3. Perhatikan gambar model uang kertas Rp 100.000,00 yang telah diperkecil berikut.



4. Ukurlah panjang dan lebar model uang kertas yang telah diperkecil tersebut.

Pertanyaan:

- a. Berapakah panjang dan lebar sebenarnya dari uang kertas Rp 100.000,00?
- b. Berapakah panjang dan lebar dari uang kertas Rp 100.000,00 yang telah diperkecil?
- c. Hitunglah:

$$1) \frac{\text{Panjang model}}{\text{Panjang sebenarnya}} = \frac{\dots}{\dots} \qquad 2) \frac{\text{Lebar model}}{\text{Lebar sebenarnya}} = \frac{\dots}{\dots}$$

Samakah nilai keduanya? Misal k adalah perbandingan antara ukuran model dan ukuran sebenarnya dari suatu benda. Bilangan k dinamakan faktor skala. Dengan demikian, nilai k yang diperoleh setelah melakukan kegiatan tersebut adalah $k = \dots$

Apabila kita memperbesar ukuran sebuah model maka faktor skala $k > \dots$ sedangkan jika kita memperkecil ukuran sebuah model maka faktor skalanya adalah $\dots < k < \dots$

AKTIVITAS 2

Perhatikan tabel yang menyatakan hubungan antara banyak baju yang dibeli dan harga yang harus dibayar oleh seorang pedagang sebagai berikut.

Banyaknya baju	Harga (rupiah)
1	30.000
2	60.000
3	90.000
4	120.000

Dengan menggunakan tabel di atas, buatlah perbandingan banyak baju pada dua baris tertentu, dan juga perbandingan harga baju yang diperlukan pada dua baris tertentu, sebagai berikut.

a. Perhatikan baris ke-2 dan ke-3

$$\frac{\text{Kecepatan pada baris ke } 2}{\text{Kecepatan pada baris ke } 3} = \dots = \dots$$

$$\frac{\text{Banyak waktu baris ke } 2}{\text{Banyak waktu baris ke } 3} = \dots = \dots$$

Bilangan $\frac{2}{3}$ merupakan kebalikan dari $\frac{3}{2}$.

b. Dengan cara yang sama, buatlah perbandingan baris ke-2 dan baris ke-4.

$$\frac{\text{Kecepatan pada baris ke } 2}{\text{Kecepatan pada baris ke } 4} = \dots = \dots$$

$$\frac{\text{Banyak waktu baris ke } 2}{\text{Banyak waktu baris ke } 4} = \dots = \dots$$

Berdasarkan kegiatan di atas buatlah kesimpulannya.

AKTIVITAS 3

Perhatikan tabel yang menyatakan hubungan antara kecepatan dan waktu tempuh kendaraan sebagai berikut.

Kecepatan (km/jam)	Waktu (jam)
40	6
60	4
80	3
120	2

Dengan menggunakan table di atas, buatlah perbandingan kecepatan pada duabaris tertentu, dan juga perbandingan waktu yang diperlukan pada dua baris tertentu.

- a. Perhatikan baris ke-2 dan ke-3

$$\frac{\text{Kecepatan pada baris ke } - 2}{\text{Kecepatan pada baris ke } - 3} = \dots = \dots$$

$$\frac{\text{Banyak waktu baris ke } - 2}{\text{Banyak waktu baris ke } - 3} = \dots = \dots$$

Bilangan $\frac{3}{4}$ merupakan kebalikan dari $\frac{4}{3}$.

- b. Dengan cara yang sama, buatlah perbandingan baris ke-2 dan baris ke-4.

$$\frac{\text{Kecepatan pada baris ke } - 2}{\text{Kecepatan pada baris ke } - 4} = \dots = \dots$$

$$\frac{\text{Banyak waktu baris ke } - 2}{\text{Banyak waktu baris ke } - 4} = \dots = \dots$$

Berdasarkan kegiatan di atas buatlah kesimpulannya.

AKTIVITAS 4

Cermati masalah berikut.

Suatu pekerjaan diselesaikan oleh delapan pekerja dalam waktu 3 minggu. Apabila jumlah pekerja menjadi 24 orang maka waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikannya adalah...

Bayangkan Anda menjelaskan penyelesaian permasalahan tersebut pada siswa yang belum memahami konsep perbandingan. Bagaimana Anda menjelaskannya ?

E. Latihan/Kasus/Tugas

Selesaikan soal-soal berikut

1. Jarak sebenarnya antara kota Denpasar dan kota Singaraja adalah 80 km. apabila ditulis dalam sebuah peta, jarak tersebut menjadi 5 cm. tentukanlah skala peta tersebut.
2. Diketahui sebuah taman berbentuk persegi panjang, kelilingnya 150 meter. Perbandingan antara panjang dan lebar taman tersebut adalah 3:2. Tentukanlah panjang dan lebar taman tersebut.
3. Pada sebuah rak di perpustakaan, terdapat buku matematika, bahasa Indonesia, dan fisika dengan perbandingan 3:5:2. Tentukan banyaknya buku bahasa Indonesia dan buku Fisika jika diketahui banyaknya buku matematika adalah 24 buku.
4. Suatu asrama mempunyai persediaan makanan untuk 60 orang selama 30 hari. Jika di dalam asrama itu bertambah 30 orang lagi maka berapa hari persediaan makanan itu habis?

F. Rangkuman

1. Skala pada peta adalah perbandingan antara jarak pada peta dan jarak sebenarnya.
2. Perbandingan antara a dan b di mana $b \neq 0$ ditulis $a:b$ atau $\frac{a}{b}$.
3. Jika $a:b = c:d$ maka $ad = bc$.
4. Jika a dan b memenuhi $a:b = c:d$, maka a dan b dihubungkan dengan perbandingan senilai atau seharga.
5. Jika a dan b memenuhi $a:b = \frac{1}{c}:\frac{1}{d}$ atau $\frac{1}{a}:\frac{1}{b} = c:d$ maka a dan b dihubungkan dengan perbandingan berbalik nilai atau berbalik harga.

G. Umpan balik dan Tindak Lanjut

1. Tuliskan konsep apa saja yang penting ketika mempelajari skala dan perbandingan. Mengapa?
2. Pengertian mana dari topik ini yang masih dirasakan sulit untuk dipahami? Mengapa?

3. Tuliskan kesan-kesan setelah mempelajari topik ini. Mengapa hal itu berkesan?
4. Apakah tugas-tugas yang diberikan dalam pembelajaran ini mendorong Anda untuk aktif di kelas? Mengapa?
5. Tuliskan manfaat yang diperoleh setelah Anda mempelajari topik ini dihubungkan dengan:
 - a. konsep lain dalam bidang matematika,
 - b. konsep pada bidang selain matematika,
 - c. kehidupan sehari-hari.

Kunci Jawaban Latihan

Latihan pada Kegiatan Pembelajaran 1

1. Al Khwarizmi .
2. Euclid
3. ENIAC
4. Gauss
5. dapat dicermati pada bagian filsafat matematika
6. dapat dicermati pada bagian filsafat matematika

Latihan pada Kegiatan Pembelajaran 2

1. Cermati pengertian suku banyak
2. Gunakan rumus luas permukaan tabung dan substitusikan apa yang diketahui
3. Leman
4. $2b - (50 - 2 - b) = 78$

Latihan pada Kegiatan Pembelajaran 3

1.
 - a. $(4 \times 4) \div (4 + 4) = 2$
 - b. $(4 + 4 + 4) \div 4 = 3$
2. gunakan definisi pangkat negatif
3.
 - a. $-30a^2b$
 - b. 2
 - c. $\frac{25}{13b^{-5}}$

Latihan pada Kegiatan Pembelajaran 4

1. Cobalah bekerja mundur dari jawaban baris ke-3 Siti dan Sita
2. Cek apakah jawaban Jamal masih bisa difaktorkan
3. Tentukan luas persegi panjang utuh, kemudian kurangkan dengan luas persegi-persegi yang dipotong.

Latihan pada Kegiatan Pembelajaran 5

1. Persamaan garis lurus:
 - a. gunakan $y - y_1 = m(x - x_1)$
 - b. gunakan $y = mx + b$
 - c. gunakan $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
 - d. gunakan sifat gradien garis sejajar
 - e. gunakan sifat gradien garis tegak lurus
2. Dalam hal ini, gradien adalah kecepatan aliran air tiap menit dan diketahui $(x, y) = (20, 300)$.

Latihan pada Kegiatan Pembelajaran 6

1. Ubahlah bentuk perbandingan (5 cm : 80 km) menjadi (1 cm : cm)
2. Keliling = $2p + 2l$. Perbandingan antara panjang dan lebar taman tersebut adalah 3:2, maka setiap $2l$ senilai dengan $3p$. Sehingga:
Keliling $2p + 2l = 2p + 3p = 5p = 150$ meter. Temukan nilai p kemudian substitusikan pada panjang dan lebar taman.
3. buku matematika : bahasa Indonesia : dan fisika = 3:5:2 = 24 : 40: 16
4. gunakan perbandingan berbalik nilai

Evaluasi

Petunjuk:

1. Soal ini berbentuk pilhan ganda
2. Kerjakan semua soal dengan cara memberi tanda silang pada pilihan Anda.
3. Setiap soal hanya ada satu jawaban benar.

1. Broto membeli p kelereng 3 warna. Jika ia membagi kelereng tersebut sama banyak kepada q orang, masing-masing orang akan mendapat kelereng....
 - A. $\frac{q}{p}$
 - B. pq
 - C. $\frac{p}{q}$
 - D. $\frac{p}{3q}$
2. Perhatikan pemfaktoran berikut:
 - (i) $4p^2 - 9 = (2p - 2)(2p - 2)$
 - (ii) $25x^2 - y^2 = (5x + y)(5x - y)$
 - (iii) $4m^2 - 9n^2 = (m + 3n)(4m - 3n)$
 - (iv) $20p^2 - 5q^2 = 5(2p + q)(2p - q)$Pernyataan yang benar adalah
 - A. (i) dan (ii)
 - B. (i) dan (iii)
 - C. (ii) dan (iii)
 - D. (ii) dan (iv)
3. Jika gradien garis yang melalui titik $R(-3, 4a)$ dan $S(9, a)$ adalah 2, maka $a = \dots$
 - A. -8
 - B. -2
 - C. 2
 - D. 8

4. Garis g melalui titik $O(0,0)$ dan $(3,2)$. Persamaan garis h yang sejajar dengan garis g dan melalui titik $(0,4)$ adalah...
 - A. $2x - 3y + 12 = 0$
 - B. $2x + 3y + 12 = 0$
 - C. $3x - 2y + 12 = 0$
 - D. $3x + 2y + 12 = 0$

5. Garis yang melalui titik $(3,2)$ dan $(1,6)$ memotong sumbu X di P. Koordinat titik P adalah ...
 - A. $(-4,0)$
 - B. $(-3\frac{1}{2}, 0)$
 - C. $(3\frac{1}{2}, 0)$
 - D. $(4,0)$

6. Persamaan garis lurus yang melalui titik $(-2,4)$ dan tegak lurus dengan garis yang melalui titik $(-5,6)$ dan $(9, -1)$ adalah
 - A. $x + 2y - 12 = 0$
 - B. $x + 2y - 6 = 0$
 - C. $2x - y + 6 = 0$
 - D. $2x - y + 8 = 0$

7. Sebuah mobil memerlukan bahan bakar 25 liter untuk menempuh jarak 250 km. Apabila jarak yang ditempuh 78 km, maka bahan bakar diperlukan sebanyak...
 - A. 7 liter
 - B. 7,5 liter
 - C. 7,8 liter
 - D. 8 liter

8. Jika Dika memerlukan waktu 7,2 jam untuk menempuh jarak 360 km maka waktu yang diperlukan Dika untuk menempuh jarak 240 km dengan kecepatan yang sama adalah...
 - A. 4 jam 2 menit
 - B. 4 jam 8 menit
 - C. 4 jam 20 menit
 - D. 4 jam 48 menit

9. Konsep awal transformasi bangun geometri berkembang dengan pesat di tangan matematikawan
- A. Yunani kuno
 - B. Arab kuno
 - C. India kuno
 - D. Cina kuno
10. Tokoh yang membagi jenis persamaan kuadrat ke dalam 6 bentuk dan memecahkannya dengan diagram geometris adalah
- A. Euclid
 - B. Aryabhata I
 - C. al-Khwarizmi
 - D. Savasorda
11. Metode Eliminasi Gauss (yang didasarkan pada teknik eliminasi) untuk memecahkan sistem persamaan linear telah dikenal dan digunakan secara intensif pada jaman ...
- A. Mesir Kuno
 - B. India kuno
 - C. Arab kuno
 - D. Cina kuno
12. Ciri-ciri berikut ini merupakan ciri filsafat matematika yang bersifat absolut dalam pembelajaran, kecuali ...
- A. Belajar dimulai dari buku teks
 - B. Tujuan belajar untuk mendapatkan nilai yang tertinggi
 - C. Lebih mementingkan hubungan antar konsep
 - D. Solusi masalah matematika diverifikasi berdasarkan aturan atau norma.

Kunci Jawaban soal evaluasi

1	C	6	D	11	D
2	D	7	C	12	C
3	A	8	D		
4	A	9	C		
5	D	10	C		

Penutup

Modul ini disusun untuk mencapai level berpikir tingkat tinggi, berpikir kritis dan kreatif. Untuk itu dalam modul ini disediakan berbagai kegiatan yang cukup menantang. Mudah-mudahan apa yang disajikan dapat memfasilitasi peserta pelatihan mencapai level berpikir tingkat tinggi tersebut. Penulis berharap modul ini dapat digunakan sebagai sumber belajar dan dapat mendukung para guru dalam melaksanakan pembelajaran di kelas, sehingga kualitas pembelajaran menjadi semakin baik.

Penulis menyadari isi modul dan mekanisme penyajiannya masih jauh dari sempurna. Penulis berharap modul edisi selanjutnya akan jauh lebih baik, dilihat dari isi maupun dari mekanisme penyajiannya. Untuk itu, penulis memohon sumbang saran dari semua pihak untuk menyempurnakan modul ini. Terima kasih.

Penutup

Glosarium

B	<p>Bilangan Kardinal</p> <p>Banyak anggota dari himpunan A adalah m, dan ditulis $n(A) = m$. Jadi bilangan kardinal dari himpunan A adalah m. Contoh: $A = \{2, 4, 6, 8\}$</p> <p>Bilangan kardinal A yaitu $n(A) = 4$.</p>
D	<p>Derajat Suku Banyak adalah derajat tertinggi di antara suku-suku pada suku banyak. Contoh: Derajat suku banyak $5z^4 - 4a^2b^3 + 3z$ adalah 5 karena jumlah pangkat tertinggi yaitu 5.</p>
	<p>Derajat Suku Tunggal adalah jumlah dari pangkat g-masing variabelnya. Contoh: Derajat suku tunggal $5z^4$ yaitu 4 karena pangkat tertinggi variabelnya adalah 4.</p>
F	<p>Faktor Persekutuan Terbesar (FPB)</p> <p>FPB dari $18x^2y$, $12xy^2$, dan $6xy$ yaitu $6xy$</p> <p>Flow Chart adalah suatu bagan dengan simbol-simbol tertentu yang menggambarkan urutan proses secara mendetail</p>
H	<p>Hasil Kali perpangkatan adalah hasil perkalian perpangkatan dengan bilangan pokok yang sama dilakukan dengan menjumlahkan pangkat-pangkatnya, yakni : $a^m \times a^n = a^{m+n}$</p> <p>Contoh: $(4a^2)(3a) = 12a^3$</p>
	<p>Hasil Bagi Perpangkatan adalah hasil pembagian perpangkatan dengan bilangan pokok yang sama dilakukan dengan mengurangi pangkat-pangkatnya, yakni $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; $a \neq 0$. Contoh: $\frac{x^6}{x^4} = x^{6-2} = x^4$</p>
K	<p>Koefisien adalah suku tunggal yang faktornya berupa bilangan.</p> <p>Contoh: Koefisien suku $2xy$ pada suku tiga $x^2 + 2xy - 3$ adalah 2.</p>
	<p>Konstanta adalah suku tunggal yang faktor-faktornya berupa bilangan. Contoh: Koefisien suku tiga $x^2 + 2x - 3$ adalah -3.</p>

Konstanta adalah suku tunggal yang faktor-faktornya berupa bilangan.
 Contoh: Koefisien suku tiga $x^2 + 2x - 3$ adalah -3 .

Langkah-Langkah Polya merupakan langkah-langkah penyelesaian masalah yang dikenalkan oleh seorang tokoh Matematika yang dikenal sebagai “Bapak Pemecahan Masalah” yaitu George Polya:

- 1) Memahami Masalah, 2) Merencanakan strategi, 3) Melaksanakan strategi, 4) Memeriksa hasil.

Pangkat Negatif : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$. **Contoh**: $xy^{-2} = x \cdot y^{-2} = \frac{1}{xy^2}$

Pernyataan adalah kalimat yang sudah dapat ditentukan nilai kebenarannya.

Contoh:

1. Tiga adalah bilangan prima (benar)
2. Sembil belas habis dibagi tiga (salah)

Persamaan adalah kalimat terbuka dengan yang dihubungkan dengan tanda sama dengan (=).

Contoh: $x + 5 = 7$

Persamaan linear satu variabel adalah kalimat terbuka dengan satu variabel berpangkat satu dan dihubungkan dengan tanda sama dengan (=).

Contoh: $7 - 3x = 8 - 2x$

Perbandingan senilai adalah dua perbandingan yang nilainya sama.

Jika a dan b memenuhi $a:b = c:d$, maka a dan b dihubungkan dengan perbandingan senilai atau seharga.

Perbandingan berbalik nilai adalah dua perbandingan yang harganya saling berbalikan.

Jika a dan b memenuhi $a:b = \frac{1}{c}:\frac{1}{d}$ atau $\frac{1}{a}:\frac{1}{b} = c:d$ maka a dan b dihubungkan dengan perbandingan berbalik nilai atau berbalik harga.

Pertidaksamaan linear satu variabel adalah kalimat terbukadengan satu variabel berpangkat satu dan dihubungkan dengan tanda $<$, $>$, \leq , atau \geq

Contoh: $15 + 3x \leq 2x + 1$

P	<p>Pangkat Negatif: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$. Contoh: $xy^{-2} = x \cdot y^{-2} = \frac{1}{xy^2}$</p> <p>Pernyataan adalah kalimat yang sudah dapat ditentukan nilai kebenarannya.</p> <p>Contoh:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Tiga adalah bilangan prima (benar) 2. Sembil belas habis dibagi tiga (salah) <p>Persamaan adalah kalimat terbuka dengan yang dihubungkan dengan tanda sama dengan (=).</p> <p>Contoh: $x + 5 = 7$</p> <p>Persamaan linear satu variabel adalah kalimat terbuka dengan satu variabel berpangkat satu dan dihubungkan dengan tanda sama dengan (=).</p> <p>Contoh: $7 - 3x = 8 - 2x$</p> <p>Perbandingan senilai adalah dua perbandingan yang nilainya sama.</p> <p>Jika a dan b memenuhi $a:b = c:d$, maka a dan b dihubungkan dengan perbandingan senilai atau seharga.</p> <p>Perbandingan berbalik nilai adalah dua perbandingan yang harganya saling berbalikan.</p> <p>Jika a dan b memenuhi $a:b = \frac{1}{c}:\frac{1}{d}$ atau $\frac{1}{a}:\frac{1}{b} = c:d$ maka a dan b dihubungkan dengan perbandingan berbalik nilai atau berbalik harga.</p> <p>Pertidaksamaan linear satu variabel adalah kalimat terbuka dengan satu variabel berpangkat satu dan dihubungkan dengan tanda $<$, $>$, \leq, atau \geq</p> <p>Contoh: $15 + 3x \leq 2x + 1$</p>
----------	--

S	<p>Sifat Distributif</p> $2y(4y + 5) = 2y(4y) + 2y(5)$ $= 8y^2 + 10y$ <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; display: inline-block; margin-left: 20px;"> </div>
	<p>Suku Banyak adalah jumlah dari satu atau beberapa suku tunggal.</p> <p>Contoh: $-4, \frac{1}{2}x^2y, y^2 - 1, a^2 + 3ab - 7$</p>
	<p>Suku Dua adalah bentuk aljabar yang terdiri atas dua suku.</p> <p>Contoh: $(y^2 - 1), (3x^2 - 7xy)$</p>
	<p>Suku Tiga adalah bentuk aljabar yang terdiri atas tiga suku.</p> <p>Contoh: $3x^2 - 7xy - y^2$</p>
	<p>Suku Tunggal adalah suatu bilangan, variabel, atau produk bilangan dan variabel yang pangkatnya positif. Contoh: $-4, \frac{1}{2}x^2y, \frac{1}{5}$</p>
	<p><i>Skala adalah bentuk perbandingan senilai dari ukuran suatu besaran nyata.</i></p> $\text{Skala} = \frac{\text{ukuran pada peta/gambar}}{\text{ukuran sebenarnya}}$ <p>Contoh: Pada suatu peta tercantum skala 1: 5.000.000. Artinya, jarak 1 cm pada peta menunjukkan jarak 5.000.000 cm = 50 km pada keadaan yang sebenarnya.</p>
V	<p>Variabel adalah faktor suatu suku yang nilainya belum ditentukan.</p> <p>Contoh: Variabel suku $2xy$ pada suku tiga $x^2 + 2xy - 3$ adalah x dan y.</p>

Daftar Pustaka

- Anglin, W. S. 1994. *Mathematics: A Concise History and Philosophy*. New York: Springer-Verlag.
- Bailey, Day, McClain. 2006. *Mathematics: Concepts and Applications*. Course 1-3. Mc Graw Hill Glencoe. New York.
- Bell, Eric Temple. 1987. *Mathematics, Queen & Servant of Science*. Washington: Tempus Books of Microsoft Press.
- Boyer, Carl B. 1968. *A History of Mathematics*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Cooke, R. 1997. *The History of Mathematics. A Brief Course*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Courant, Richard & Robbins, Herbert. 1981. *What is Mathematics, An Elementary Approach To Ideas and Methods*. New York: Oxford University Press.
- Dali S. Naga. 1980. *Berhitung, Sejarah dan Perkembangannya*. Jakarta: Gramedia
- David Phillips, et al. 2000. *Maths Quest 7 for Victoria*. Jacaranda: John Wiley & Sons Australia LTD.
- Eves, Howard. 1964. *An Introduction to The History of Mathematics*. New York: Holt, Rinehart, & Winston, Inc.
- Fauvel, John. 2000. *The Role of History of Mathematics Within a University Mathematics Curriculum for the 21st century*. dalam <http://www.bham.ac.uk/ctimath/talum/newsletter/>. London: The Mathematical Association.
- Freudenthal, Hans. 1981. *Should a Mathematics Teacher Know Something about The History of Mathematics?*. dalam <http://www.dcs.warwick.ac.uk/bshm/education/ineduc.html>. London: British Society for The History of Mathematics.
- Garner, Mary. 1996. *The Importance of History in Mathematics Teaching and Learning*. dalam <http://www.aug.edu/dvskel/Garner1SU97.htm>
- Harta, I. 2006. *Matematika Bermakna. Buku Pelajaran untuk SMP*. Mediatama. Surakarta.
- Holliday, et al. 1999. *Algebra 1*. New York: Glencoe Mc Graw Hill.

- Holt, Rinehart, Winston. 2006. *Mathematics in Context*. Encyclopædia Britannica, Inc. New York.
- Marsigit dan Nugroho Budi Susilo. 2006. *Matematika SMP Kelas VII*. Jakarta: Quadra.
- M. Cholik Adinawan, Sugijono. 2002. *Matematika untuk SMP Kelas VII*. Jakarta: Erlangga.
- O'Connor, J. J. & Robertson, E. F. 1999. kumpulan esai dalam <http://www-history.mcs.st-andrew.ac.uk/history/HistTopic/> & dalam <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Mathematics/>
- Rosen, K.H. 2012. *Mathematics Discrete and its Applications*. Mc Graw Hill. New York.
- Sitorus, J. 1990. *Pengantar Sejarah Matematika dan Pembaharuan Pengajaran Matematika di Sekolah*. Bandung: Tarsito.
- Sukino, Wilson Simangunsong. 2006. *Matematika untuk SMP Kelas VII*. Jakarta: Erlangga.
- Siu Man-Keung. 2000. *The ABCD of Using History of Mathematics in The (undergraduate) Classroom*. dalam <http://www.dcs.warwick.ac.uk/bshm/education/ineduc.html>. London: British Society for The History of Mathematics.
- Sumardiyono. 2003. Sejarah Topik Matematika Sekolah. Seri Paket Pembinaan Penataran. Yogyakarta: Pusat Pengembangan Penataran Guru Matematika (PPP-G Matematika)
- Sumardiyono. 2004. Karakteristik Matematika dan Implikasinya terhadap Pembelajaran Matematika. Seri Paket Pembinaan Penataran. Yogyakarta: Pusat Pengembangan Penataran Guru Matematika (PPP-G Matematika)
- Sumardiyono. 2012. Sejarah dan Filsafat Matematika. Modul Diklat Pasca UKA. Yogyakarta: Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Matematika (PPP-PTK Matematika)
- Stewart, James et al. 2011. *College Algebra: Concepts and Contexts*. Brooks/Cole. USA.
- The Liang Gie. 1984. *Filsafat Ilmu*. Yogyakarta: Supersukses.
- The Liang Gie. 1985. *Filsafat Matematika*. Yogyakarta: Supersukses.
- Wilder, Raymond L. 1981. *Mathematics as A Cultural System*. New York: Pergamon Press.

