

MATEMATICAS

FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

Unidad Autformativa No **37**

XV

CBS Colección Básica SENA



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

Servicio Nacional de Aprendizaje SENA
Subdirección General de Operaciones
División de Programación Didáctica
Bogotá - Colombia
Julio de 1978

MATEMÁTICAS

FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

Unidad Autoformativa N°37

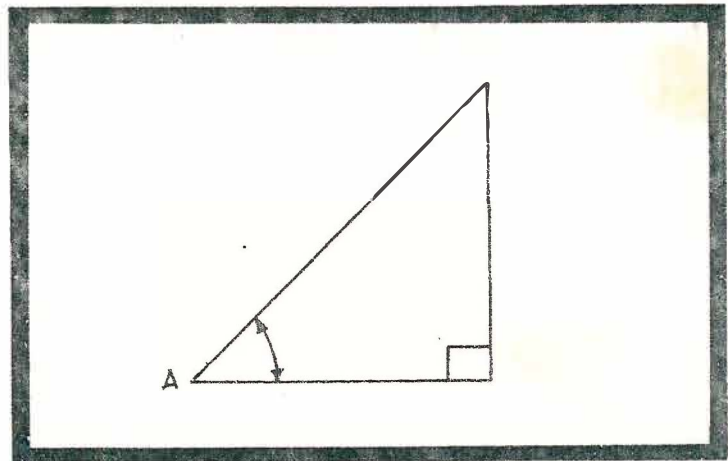
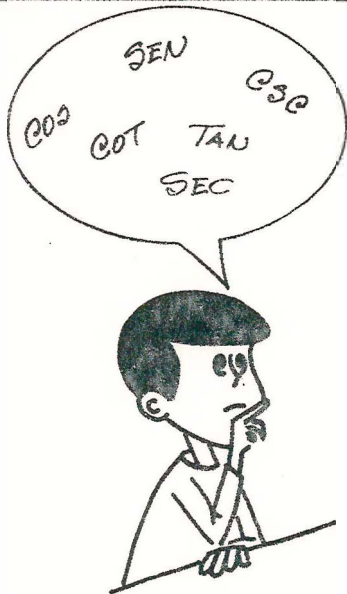
Elaborado por: NESTOR JIMENEZ
 CARLOS PIZARRO
 JESUS CORTES

C.B.S.: Colección Básica SENA

"Prohibida la reproducción total o parcial de este documento sin la autorización expresa del SENA".

OBJETIVO

Si usted domina el contenido de la presente unidad, está en capacidad de hallar las funciones trigonométricas de un ángulo determinado, a partir de las longitudes de los lados del triángulo rectángulo al que pertenece o utilizando las tablas de Funciones Trigonométricas, a la vez podrá determinar el valor de un ángulo a partir de sus funciones trigonométricas.



HOJA DE	TEMA	CODIGO
HE.	TRIGONOMETRIA	
HE.	TRIANGULO Y RECTANGULO	
HE.	FUNCIONES TRIGONOMETRICAS	
HE.	FUNCIONES Y COFUNCIONES	
HE.	TABLAS DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS: APLICACION	
HEJ.	FUNCIONES TRIGONOMETRICAS: AUTOCONTROL	
HEJ.	FUNCIONES TRIGONOMETRICAS: EJERCICIOS	

Concepto:



Veamos de donde proviene la palabra TRIGONOMETRIA

Esta palabra proviene del griego y significa dos cosas:

. TRIANGULO y . MEDIDA

La trigonometría es una rama de las matemáticas que trata de la medida de los ángulos, triángulos y distancias.

Para el conocimiento práctico de la Trigonometría se necesita comprender los principios fundamentales y construcciones empleados en Geometría.

Además se usan símbolos y se derivan ecuaciones algebraicas.

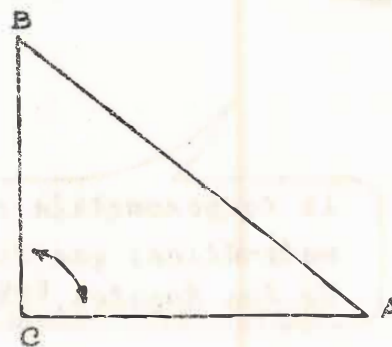
Los problemas en trigonometría se resuelven aplicando el Algebra.

Muchos técnicos prefieren la trigonometría a las otras ramas de la Matemática porque economiza tiempo y esfuerzo a la vez que simplifica la solución de problemas técnicos e industriales comunes.

Aun cuando la Trigonometría incluye tanto los triángulos rectángulos como los triángulos oblicuángulos (agudos y obtusos), trataremos más ampliamente del triángulo rectángulo.

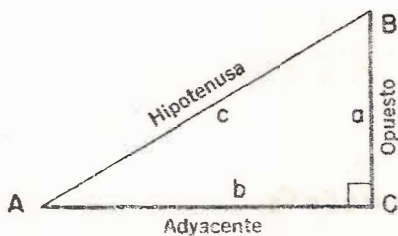
TRIANGULO RECTANGULO

Como su nombre lo indica, es el triángulo que tiene un ángulo RECTO.



Veamos la ilustración del triángulo rectángulo ABC, en él localizaremos:

- . La hipotenusa
- . El lado opuesto
- . El lado adyacente.
- . El lado OPUESTO al ángulo RECTO C es la HIPOTENUSA (c).
- . El lado opuesto al ángulo AGUDO A se llama lado OPUESTO (a).
- . Adyacente a los ángulos C y A está el lado ADYACENTE (b).



Notese que en el dibujo y la explicación los ángulos se indican con letras mayúsculas y los lados con minúsculas o con las palabras OPUESTO, ADYACENTE o HIPOTENUSA.

Recordemos el concepto de "Función".

. La palabra función indica "Relación y Dependencia".

Si una secretaria tiene que escribir a máquina un texto el tiempo que se demore DEPENDE de el número de palabras que tenga que escribir ó también según el tiempo de que disponga DEPENDE la cantidad de palabras que alcance a escribir.

En el primer caso podemos afirmar que:

El tiempo es función del número de palabras.

$$t = f(NP)$$

En el segundo caso:

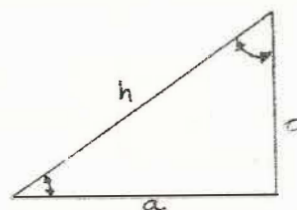
El número de palabras es función del tiempo.

$$NP = f(t)$$

Pero qué es una
función Trigonométrica



Muy sencillo:
Es la relación entre DOS de
los lados del triángulo rectángulo
respecto a un ángulo agudo.



Las funciones trigonométricas son seis (6). A continuación se encuentran sus nombres con la respectiva abreviatura:

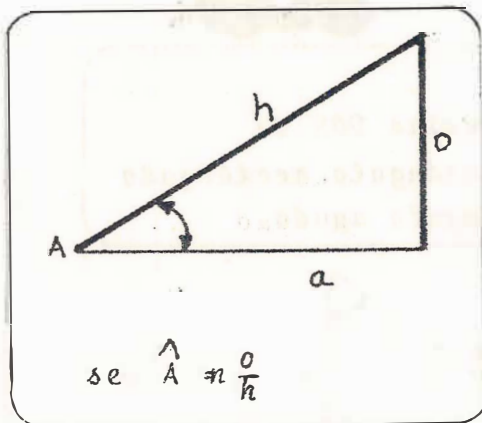


- * Seno . sen
- * Coseno . cos
- * Tangente . tan
- * Cotangente . cot
- * Secante . sec
- * Cosecante . csc.

Cada una de estas seis funciones, nos indica la relación de dos de los lados del triángulo rectángulo, RESPECTO a un ANGULO agudo.

Veamos en qué consiste cada una de ellas:

SENO



El seno (sen) de un ángulo es la relación entre:

- . El lado opuesto al ángulo agudo y
- . La hipotenusa.

Y decimos que el seno del ángulo agudo (A), es la relación \Rightarrow

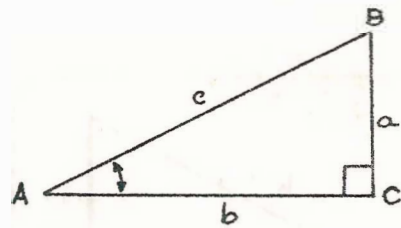
$$\text{sen } A = \frac{\text{lado opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

Veamos otro ejemplo:

En el triángulo ABC

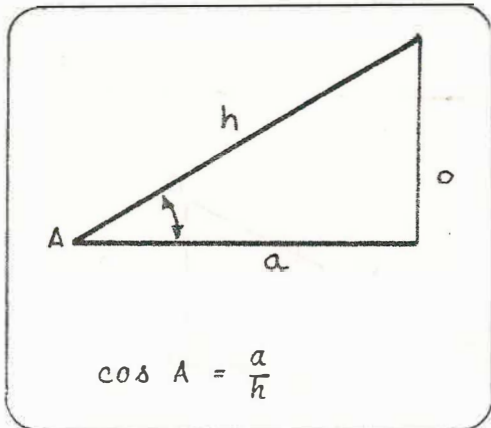
Seno del triángulo A =

$$\text{sen } A = \frac{\text{lado opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$



$$\text{sen } A = \frac{a}{c}$$

COSENO



El coseno (cos) de un ángulo es la relación entre:

- El lado *adyacente* al ángulo
- La hipotenusa

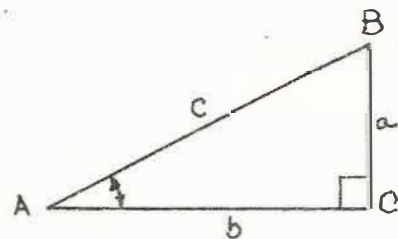
En el ejemplo, el coseno del ángulo (A) se obtiene hallando la relación:

$$\cos A = \frac{\text{lado adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

Tomemos el triángulo ABC

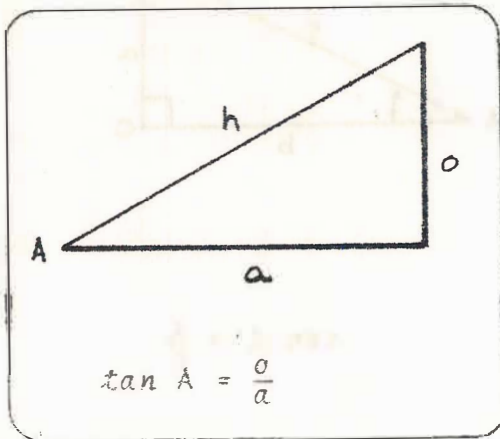
Cuál es el coseno de \hat{A} ?

$$\cos A = \frac{\text{lado adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$



$$\cos A = \frac{b}{c}$$

TANGENTE



La tangente (tan), de un ángulo, es la relación entre:

- . Lado opuesto y
- . Lado adyacente del ángulo.

Por lo tanto la tangente del ángulo A se obtiene con la relación:

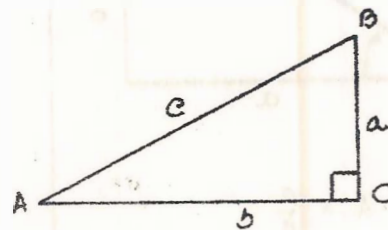
$$\text{TAN } A = \frac{\text{Lado opuesto}}{\text{Lado adyacente}}$$

Ejemplo:

En el triángulo ABC.

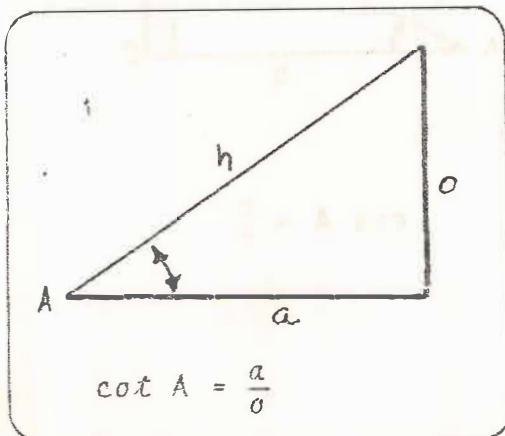
Cuál es el seno del ángulo A?

$$\text{sen } A = \frac{\text{lado opuesto}}{\text{lado adyacente}}$$



$$\tan A = \frac{a}{b}$$

COTANGENTE



En este caso, (cot), la relación se establece también entre:

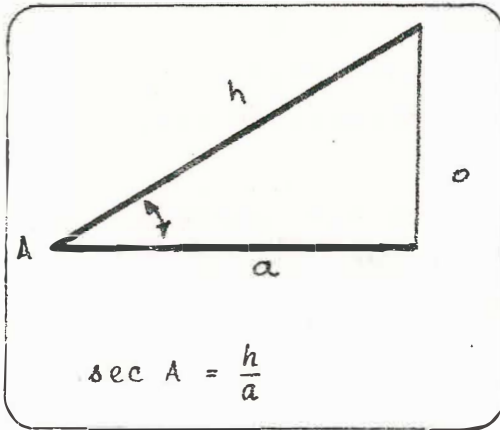
- . Lado adyacente
- . Lado opuesto.

Pero es a la inversa, así:

Cotangente del ángulo A se obtiene con la relación:

$$\text{COT } A = \frac{\text{lado adyacente}}{\text{lado opuesto.}}$$

SECANTE



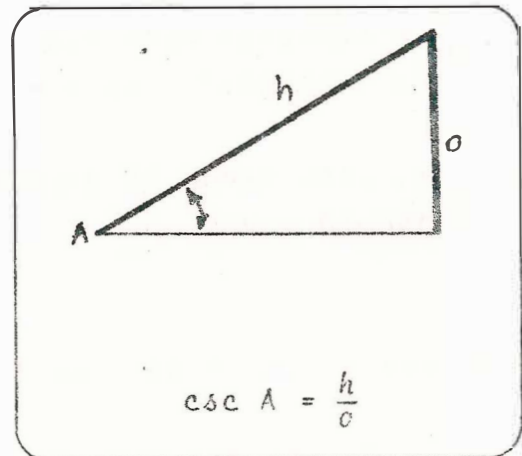
La secante (sec) de un ángulo se puede expresar en forma algebraica así:

$$sec A = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{lado adyacente}} = \frac{h}{a}$$

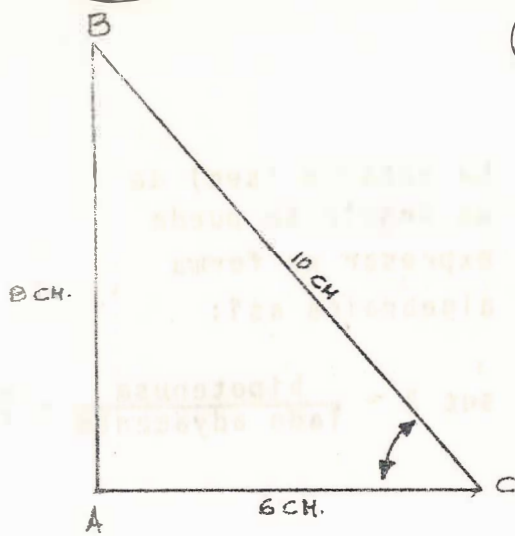
COSECANTE

La cosecante (csc) de un ángulo se expresa con la relación:

$$csc A = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{lado opuesto}}$$



EJEMPLOS



1. En el triángulo rectángulo ABC, los catetos miden 6 y 8 cms. respectivamente y la hipotenusa 10 cms.

Hallemos las funciones trigonométricas del ángulo agudo mayor.

Al resolver este tipo de problemas, es importante tener en cuenta que:

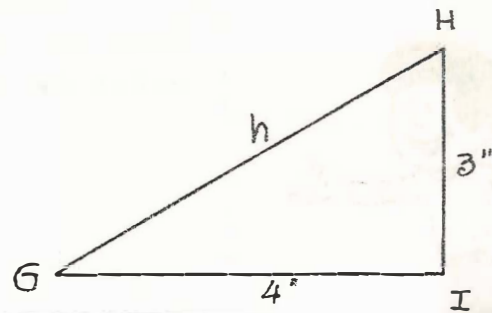
AL LADO MAYOR SE OPONE UN ANGULO MAYOR.



Hallamos el valor de cada función trigonométrica para \hat{C}

- $\text{sen } C = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{8 \text{ cms}}{10 \text{ cms}} = 0.8 \Rightarrow \text{sen } C = 0.8$
- $\text{cos } C = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{6 \text{ cms}}{10 \text{ cms}} = 0.6 \Rightarrow \text{cos } C = 0.6$
- $\text{tan } C = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{8 \text{ cms}}{6 \text{ cms}} = 1.333 \Rightarrow \text{tan } C = 1.333$
- $\text{cot } C = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{6 \text{ cms}}{8 \text{ cms}} = 0.75 \Rightarrow \text{cot } C = 0.75$
- $\text{sec } C = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{10 \text{ cms}}{6 \text{ cms}} = 1.666 \Rightarrow \text{sec } C = 1.666$
- $\text{csc } C = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{10 \text{ cms}}{8 \text{ cms}} = 1.25 \Rightarrow \text{csc } C = 1.25$

2. En el triángulo rectángulo GHI, halle el valor de las funciones trigonométricas del ángulo H.



Como conocemos el valor de los catetos podemos averiguar el valor de la tangente y la cotangente.

$$\tan H = \frac{4''}{3''} = 1.333''$$

$$\cot H = \frac{3''}{4''} = 0.75''$$

Para averiguar el valor de las demás funciones, debemos conocer el valor de la HIPOTENUSA.



La hipotenusa se halla aplicando el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Así:

$$h^2 = (\text{cateto opuesto})^2 + (\text{cateto adyacente})^2$$

$$h^2 = (4 \text{ pulg.})^2 + (9 \text{ pulg.})^2$$

$$h = \sqrt{(4 \text{ pulg.})^2 + (9 \text{ pulg.})^2}$$

$$h = \sqrt{16 \text{ pulg}^2 + 9 \text{ pulg}^2}$$

$$h = \sqrt{25 \text{ pulg}^2}$$

$$h = 5 \text{ pulg.}$$



Como ya conocemos el valor de la hipotenusa,

$$h = 5''$$

podemos hallar el valor de las funciones trigonométricas restantes.

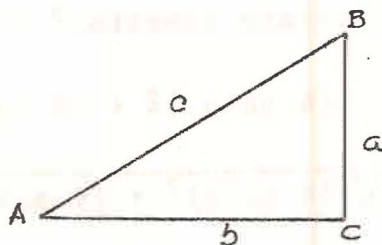
$$\cdot \operatorname{sen} H = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$\cdot \operatorname{cos} H = \frac{3}{5} = 0.6$$

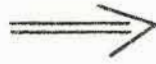
$$\cdot \operatorname{sec} H = \frac{5}{3} = 1.666$$

$$\cdot \operatorname{csc} H = \frac{5}{4} = 1.25$$

3. En el triángulo rectángulo ABC de la figura, el seno del ángulo A vale 0.350 y el lado a mide 12 cms. Cuánto miden los lados c y b.



$$\text{sen } A = \frac{a}{c}$$



Reemplazamos:

sen A por 0.350 y
a por 12 cms.

. Por lo tanto: $0.350 = \frac{12 \text{ cms}}{c}$

. Ahora se despeja el valor de c (hipotenusa)

$$c = \frac{12 \text{ cms}}{0.350} = 34.3 \text{ cms.}$$



. Conociendo el valor de la hipotenusa, (c) y el cateto opuesto (a), aplicamos el teorema de Pitágoras y así calculamos el valor del cateto adyacente (b).

$$a^2 = b^2 + c^2 \implies b^2 = c^2 - a^2$$

Se reemplazan los valores:

$$b^2 = (34.3 \text{ cms})^2 - (12 \text{ cms})^2$$

$$b = \sqrt{(34.3 \text{ cms})^2 - (12 \text{ cms})^2}$$

$$b = \sqrt{1032 \text{ cms}^2}$$

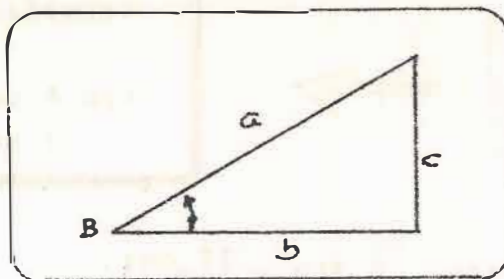
$$b = 32.1 \text{ cms.}$$

OBSERVE:

$$\text{sen } B = \frac{c}{a}$$

$$\text{tan } B = \frac{c}{b}$$

$$\text{sec } B = \frac{a}{b}$$



$$\text{cos } B = \frac{b}{a}$$

$$\text{cot } B = \frac{b}{c}$$

$$\text{csc } B = \frac{a}{c}$$

Si comparamos las seis funciones trigonométricas podemos observar dos cosas:

1. Las funciones pueden agruparse en pares:
 - * seno y coseno
 - * tangente y cotangente
 - * secante y cosecante.



2. Cada función trigonométrica tiene otra función recíproca

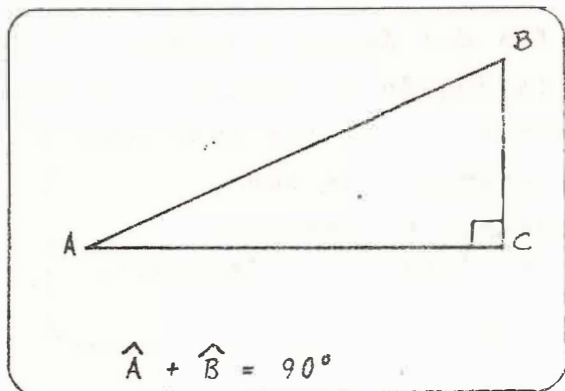
* $\text{sen } B = \frac{c}{a}$ su recíproca $\text{csc } B = \frac{a}{c}$

* $\text{cos } B = \frac{b}{a}$ su recíproca $\text{sec } B = \frac{a}{b}$

* $\text{tan } B = \frac{c}{b}$ su recíproca $\text{cot } B = \frac{b}{c}$



En base a lo anterior, veamos que son las funciones y cofunciones.



En el triángulo rectángulo ABC el ángulo A y el ángulo B son **COMPLEMENTARIOS** entre sí, esto quiere decir que la suma de los dos ángulos ($A + B$) es igual a 90° .

Pues bien, el término **COFUNCION** se refiere a la función del complemento o ángulo complementario.

Si tomamos las funciones trigonométricas encontramos que:

- . La cofunción de seno es el coseno
- . La cofunción de la tangente es la cotangente.
- . La cofunción de la secante es la cosecante.



En resumer:

- * El seno de un ángulo, agudo, es igual al coseno de su complemento.

Ejemplo:

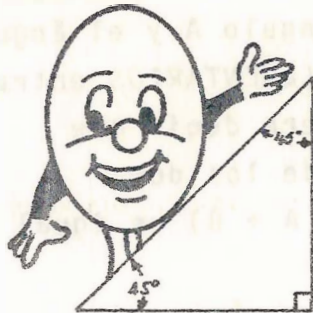
$$\text{sen } 25^\circ = \text{cos } 65^\circ$$

- * La tangente de un ángulo agudo, es igual a la cotangente de su complemento

$$\text{tan } 30^\circ = \text{cot } 60^\circ$$

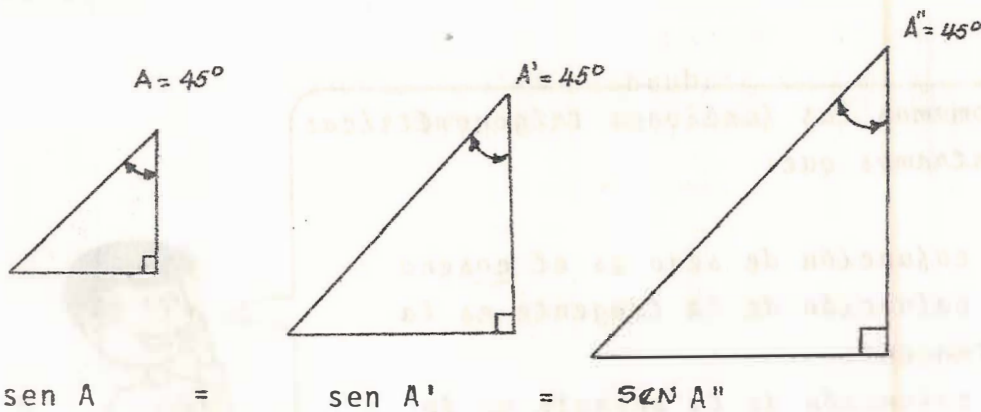
- * La secante de un ángulo agudo es igual a la cosecante de su complemento.

$$\text{sec } 75^\circ = \text{csc } 15^\circ.$$



Si los dos ángulos agudos de un triángulo rectángulo son iguales (45°), sus funciones trigonométricas son iguales y no cambian así el tamaño del triángulo varíe.

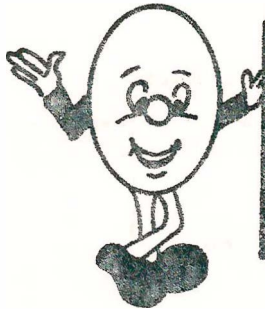
Las funciones trigonométricas de un ángulo de 45° de un triángulo rectángulo con lados de 2 cms., son iguales a los del triángulo de 3 cms. y a a los del de 4 cms, etc.



El valor de las funciones de un ángulo es constante, no lo afecta el tamaño de los lados del ángulo.



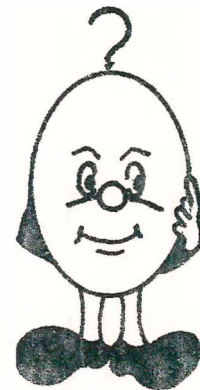
Y es por esta razón que se han construido tablas que facilitan encontrar el valor de las funciones trigonométricas de los ángulos.
Veamos cómo se utilizan.



Los valores de las funciones trigonométricas de un ángulo, pueden hallarse haciendo construcciones y medidas o utilizando tablas.

NOTA: Cuando se requiere precisión, el método de las tablas es el más seguro porque la mayor parte de las tablas de funciones trigonométricas tiene una precisión de cuatro o más cifras decimales, en tanto que el promedio de precisión cuando se usan instrumentos y reglas graduadas, está dentro de dos o tres cifras decimales.

Pero cuáles son las tablas de funciones trigonométricas y cómo se manejan?



En la página siguiente encontrará las tablas de funciones trigonométricas para ángulos desde $0^{\circ} 0' 0''$ hasta $90^{\circ} 0' 0''$.
! posteriormente a las tablas encontrará las instrucciones para su manejo.

TABLAS DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS NATURALES I

Grados	Sen	Cos	Tan	Cot	Sec	Csc	
0° 0'	.0000		.0000		1.000	1.0000	90° 0'
10'	.029	345.8	.029	343.8	.000	.000	50'
20'	.058	171.9	.058	171.0	.000	.000	40'
30'	.0087	111.6	.0087	114.6	1.000	1.0000	30'
40'	.116	85.95	.116	85.94	.000	.99999	20'
50'	.145	68.76	.145	68.75	.000	.999	10'
1° 0'	.0175	57.30	.0175	57.29	1.000	.9998	89° 0'
10'	.204	49.11	.204	49.10	.000	.998	50'
20'	.233	42.98	.233	42.96	.000	.997	40'
30'	.0262	38.20	.0262	38.19	1.000	.9997	30'
40'	.291	34.38	.291	34.37	.000	.996	20'
50'	.320	31.26	.320	31.24	.001	.995	10'
2° 0'	.0349	28.05	.0349	28.04	1.001	.9994	88° 0'
10'	.378	26.15	.378	26.13	.001	.993	50'
20'	.407	24.50	.407	24.54	.001	.992	40'
30'	.0439	22.03	.0437	22.00	1.001	.9990	30'
40'	.465	21.49	.466	21.47	.001	.989	20'
50'	.494	20.23	.495	20.21	.001	.988	10'
3° 0'	.0523	19.11	.0523	19.08	1.001	.9986	87° 0'
10'	.552	18.10	.553	18.07	.002	.985	50'
20'	.581	17.20	.582	17.17	.002	.983	40'
30'	.0610	16.38	.0612	16.35	1.002	.9981	30'
40'	.640	15.64	.641	15.60	.002	.980	20'
50'	.669	14.96	.670	14.92	.002	.978	10'
4° 0'	.0698	14.34	.0699	14.30	1.002	.9976	86° 0'
10'	.727	13.76	.729	13.73	.003	.974	50'
20'	.756	13.23	.758	13.20	.003	.971	40'
30'	.0785	12.75	.0787	12.71	1.003	.9969	30'
40'	.814	12.29	.816	12.25	.003	.967	20'
50'	.843	11.87	.846	11.83	.004	.964	10'
5° 0'	.0872	11.47	.0875	11.43	1.004	.9962	85° 0'
10'	.901	11.10	.904	11.06	.004	.959	50'
20'	.929	10.76	.934	10.71	.004	.957	40'
30'	.0958	10.43	.0963	10.39	1.005	.9954	30'
40'	.9987	10.13	.9992	10.08	.005	.951	20'
50'	.1016	9.839	.1022	9.788	.005	.948	10'
6° 0'	.1045	9.567	.1051	9.514	1.006	.9945	84° 0'
10'	.074	9.309	.080	9.255	.006	.942	50'
20'	.103	9.065	.110	9.010	.006	.939	40'
30'	.1132	8.834	.1139	8.777	1.006	.9936	30'
40'	.161	8.614	.169	8.556	.007	.932	20'
50'	.190	8.405	.198	8.345	.007	.929	10'
7° 0'	.1210	8.206	.1228	8.144	1.007	.9925	83° 0'
10'	.248	8.016	.257	7.953	.008	.922	50'
20'	.276	7.834	.287	7.770	.008	.918	40'
30'	.1305	7.661	.1317	7.596	1.009	.9914	30'
40'	.334	7.496	.346	7.429	.009	.911	20'
50'	.363	7.337	.376	7.269	.009	.907	10'
8° 0'	.1392	7.185	.1425	7.115	1.010	.9903	82° 0'
10'	.421	7.040	.435	6.968	.010	.899	50'
20'	.449	6.900	.465	6.827	.011	.894	40'
30'	.1478	6.765	.1495	6.691	1.011	.9890	30'
40'	.507	6.636	.524	6.561	.012	.886	20'
50'	.536	6.512	.554	6.435	.012	.881	10'
9° 0'	.1564	6.392	.1584	6.314	1.012	.9877	81° 0'
	Cos	Sec	Cot	Tan	Csc	Sen	Grados



TABLAS DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS NATURALES II.

Grados	Sen	Cos	Tan	Cot	Sec	Csc	
9° 0'	.1564	6.392	1581	6.314	1.017	.9877	31° 0'
10'	593	277	614	197	013	872	50'
20'	622	166	644	6.084	013	868	40'
30'	.1650	6.059	.1673	5.976	1.014	.9863	30'
40'	679	5.955	703	871	014	858	20'
50'	708	855	733	769	01	853	10'
10° 0'	.1736	5.759	.1761	5.671	1.015	.9818	50° 0'
10'	795	665	743	575	016	843	50'
20'	794	575	823	485	016	838	40'
30'	.1822	5.487	.1853	5.396	1.017	.9833	30'
40'	851	403	893	309	018	827	20'
50'	880	320	914	220	018	822	10'
11° 0'	.1908	5.241	.1944	5.143	1.019	.9810	79° 0'
10'	937	164	.1974	5.006	019	811	50'
20'	965	089	.2004	4.989	020	805	40'
30'	.1994	5.016	.2035	4.915	1.020	.9790	30'
40'	.2022	4.945	.2065	843	021	793	20'
50'	051	826	.2095	773	022	787	10'
12° 0'	.2079	4.810	.2126	4.705	1.022	.9781	78° 0'
10'	108	745	156	638	023	775	50'
20'	136	682	186	574	024	769	40'
30'	.2164	4.620	.2217	4.511	1.024	.9763	30'
40'	193	560	247	449	025	757	20'
50'	221	502	278	390	026	750	10'
13° 0'	.2250	4.445	.2309	4.331	1.026	.9744	77° 0'
10'	278	390	339	275	027	737	50'
20'	306	336	370	219	028	730	40'
30'	.2334	4.284	.2401	4.165	1.028	.9724	30'
40'	363	232	432	113	029	717	20'
50'	391	182	.462	061	030	710	10'
14° 0'	.2419	4.134	.2493	4.011	1.031	.9703	76° 0'
10'	447	086	524	3.962	031	696	50'
20'	476	4.039	555	914	032	689	40'
30'	.2504	3.994	.2586	3.867	1.033	.9681	30'
40'	532	950	617	821	034	674	20'
50'	560	906	648	776	034	667	10'
15° 0'	.2588	3.864	.2679	3.732	1.035	.9659	75° 0'
10'	616	822	711	689	036	652	50'
20'	644	782	742	647	037	644	40'
30'	.2672	3.742	.2773	3.606	1.038	.9636	30'
40'	700	703	805	566	039	628	20'
50'	728	665	826	526	039	621	10'
16° 0'	.2756	3.628	.2867	3.487	1.040	.9613	74° 0'
10'	784	592	899	450	041	605	50'
20'	812	556	931	412	042	596	40'
30'	.2840	3.521	.2962	3.376	1.043	.9588	30'
40'	868	487	2994	340	044	580	20'
50'	896	453	3026	305	045	572	10'
17° 0'	.2924	3.420	.3057	3.271	1.046	.9563	73° 0'
10'	952	388	089	237	047	555	50'
20'	.2979	357	121	204	048	546	40'
30'	.3007	3.326	.3153	3.172	1.048	.9537	30'
40'	035	295	185	140	049	528	20'
50'	062	265	217	108	050	520	10'
18° 0'	.3000	3.236	.3249	3.078	1.051	.9511	72° 0'
	Cos	Sec	Cot	Tan	Csc	Sen	Grados

TABLAS DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS NATURALES III.

Grados	Sen	Csc	Tan	Cot	Sec	Cos	
18° 0'	.3090	3.236	.3249	3.078	1.051	.9511	72° 0'
10'	118	207	281	047	052	502	50'
20'	145	179	314	3.018	053	492	40'
30'	.3173	3.152	.3346	2.989	1.054	.9483	30'
40'	201	124	378	960	056	474	20'
50'	228	098	411	932	057	465	10'
19° 0'	.3256	3.072	.3443	2.904	1.058	.9455	71° 0'
10'	283	046	470	877	059	440	50'
20'	311	3.021	508	850	060	436	40'
30'	.3338	2.996	.3541	2.824	1.061	.9426	30'
40'	365	971	574	798	062	417	20'
50'	393	947	607	773	063	407	10'
20° 0'	.3420	2.924	.3640	2.747	1.064	.9397	70° 0'
10'	448	901	673	723	065	387	50'
20'	475	878	706	699	066	377	40'
30'	.3502	2.855	.3739	2.675	1.068	.9367	30'
40'	529	833	772	651	069	356	20'
50'	557	812	805	628	070	346	10'
21° 0'	.3584	2.790	.3839	2.605	1.071	.9336	69° 0'
10'	611	769	872	583	072	325	50'
20'	638	749	906	560	074	315	40'
30'	.3665	2.729	.3939	2.539	1.075	.9304	30'
40'	692	709	3973	517	076	293	20'
50'	719	689	4006	496	077	283	10'
22° 0'	.3746	2.669	.4040	2.475	1.079	.9272	68° 0'
10'	773	650	074	455	080	261	50'
20'	800	632	108	434	081	250	40'
30'	.3827	2.613	.4142	2.414	1.082	.9239	30'
40'	854	595	176	394	084	228	20'
50'	881	577	210	375	085	216	10'
23° 0'	.3907	2.559	.4245	2.356	1.086	.9205	67° 0'
10'	934	542	279	337	088	191	50'
20'	961	525	314	318	089	182	40'
30'	.3987	2.508	.4348	2.300	1.090	.9171	30'
40'	.4014	491	383	282	092	159	20'
50'	041	475	417	264	093	147	10'
24° 0'	.4067	2.459	.4452	2.246	1.095	.9135	66° 0'
10'	094	443	487	229	090	124	50'
20'	120	427	522	211	097	112	40'
30'	.4147	2.411	.4557	2.194	1.099	.9100	30'
40'	173	396	592	177	100	088	20'
50'	200	381	628	161	102	075	10'
25° 0'	.4226	2.366	.4663	2.145	1.103	.9063	65° 0'
10'	253	352	699	128	105	051	50'
20'	279	337	734	112	106	038	40'
30'	.4305	2.323	.4770	2.097	1.108	.9026	30'
40'	331	309	806	081	109	013	20'
50'	358	295	841	066	111	.9001	10'
26° 0'	.4384	2.281	.4877	2.050	1.113	.8988	64° 0'
10'	410	268	913	035	114	975	50'
20'	436	254	950	020	116	962	40'
30'	.4462	2.241	.4986	2.006	1.117	.8949	30'
40'	488	228	.5022	1.991	119	936	20'
50'	514	213	059	977	121	923	10'
27° 0'	.4540	2.203	.5095	1.963	1.122	.8910	63° 0'
	Cos	Sec	Cot	Tan	Csc	Sen	Grados



EXPLICACION: TABLAS DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS: APLICACION

División de Programación

TABLAS DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS NATURALES IV

Grados	Sen	Csc	Tan	Cot	Sec	Cos	Grados
27° 0'	.4540	2.203	.5095	1.963	1.122	.8910	53° 0'
10'	566	190	132	949	124	897	50'
20'	592	178	169	935	126	884	40'
30'	.4617	2.166	.5206	1.921	1.127	.8870	30'
40'	643	154	243	907	129	857	20'
50'	669	142	280	894	131	843	10'
28° 0'	.4695	2.130	.5317	1.881	1.133	.8829	52° 0'
10'	720	118	354	868	134	816	50'
20'	746	107	392	855	136	802	40'
30'	.4772	2.096	.5430	1.842	1.138	.8788	30'
40'	797	085	467	829	140	774	20'
50'	823	074	505	816	142	760	10'
29° 0'	.4848	2.063	.5543	1.804	1.143	.8746	51° 0'
10'	874	052	581	792	145	732	50'
20'	899	041	619	780	147	718	40'
30'	.4924	2.031	.5658	1.767	1.149	.8704	30'
40'	950	020	696	756	151	689	20'
50'	.4975	010	735	744	153	675	10'
30° 0'	.5000	2.000	.5774	1.732	1.155	.8660	50° 0'
10'	025	1.990	812	720	157	646	50'
20'	050	980	851	709	159	631	40'
30'	.5075	1.970	.5890	1.698	1.161	.8616	30'
40'	100	961	930	686	163	601	20'
50'	125	951	.5969	675	165	587	10'
31° 0'	.5150	1.942	.6009	1.664	1.167	.8572	50° 0'
10'	175	932	048	653	169	577	50'
20'	200	923	088	643	171	542	40'
30'	.5225	1.914	.6128	1.632	1.173	.8526	30'
40'	250	905	168	621	175	511	20'
50'	275	896	208	611	177	496	10'
32° 0'	.5299	1.887	.6249	1.600	1.179	.8490	58° 0'
10'	324	878	289	590	181	465	50'
20'	348	870	330	580	184	450	40'
30'	.5373	1.861	.6371	1.570	1.186	.8434	30'
40'	398	853	412	560	188	418	20'
50'	422	844	453	550	190	403	10'
33° 0'	.5446	1.836	.6494	1.540	1.192	.8387	57° 0'
10'	471	828	536	530	195	371	50'
20'	495	820	577	520	197	355	40'
30'	.5519	1.812	.6619	1.511	1.199	.8339	30'
40'	544	804	661	501	202	323	20'
50'	568	796	703	492	204	307	10'
34° 0'	.5592	1.788	.6745	1.483	1.206	.8290	56° 0'
10'	616	781	787	473	209	274	50'
20'	640	773	830	464	211	258	40'
30'	.5664	1.766	.6873	1.455	1.213	.8241	30'
40'	688	758	916	446	216	225	20'
50'	712	751	.6959	437	218	208	10'
35° 0'	.5736	1.743	.7002	1.428	1.221	.8192	55° 0'
10'	760	736	046	419	223	175	50'
20'	783	729	089	411	226	158	40'
30'	.5807	1.722	.7133	1.402	1.228	.8141	30'
40'	831	715	177	393	231	124	20'
50'	854	708	221	385	233	107	10'
36° 0'	.5878	1.701	.7265	1.376	1.236	.8090	54° 0'

Cos Sec Cot Tan Csc Sen

Grados

TABLAS DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS NATURALES V

Grados	Sen	Csc	Tan	Cot	Sec	Cos	Grados
36° 0'	.5878	1.701	.7265	1.376	1.230	.8090	54° 0'
10'	901	695	310	368	239	073	50'
20'	925	688	355	360	241	056	40'
30'	.5948	1.681	.7400	1.351	1.244	.8039	30'
40'	972	675	445	343	247	021	20'
50'	.5995	668	490	335	249	.8004	10'
37° 0'	.6018	1.662	.7536	1.327	1.252	.7986	53° 0'
10'	041	655	581	319	255	969	50'
20'	065	649	627	311	258	951	40'
30'	.6088	1.643	.7673	1.303	1.260	.7934	30'
40'	111	636	720	295	263	916	20'
50'	134	630	766	288	266	898	10'
38° 0'	.6157	1.624	.7813	1.280	1.269	.7880	52° 0'
10'	180	618	860	272	272	862	50'
20'	202	612	907	265	275	844	40'
30'	.6225	1.606	.7954	1.257	1.278	.7826	30'
40'	248	601	.8002	250	281	808	20'
50'	271	595	050	242	283	790	10'
39° 0'	.6293	1.589	.8098	1.235	1.287	.7771	51° 0'
10'	316	583	146	228	290	753	50'
20'	338	578	195	220	293	735	40'
30'	.6361	1.572	.8243	1.213	1.296	.7716	30'
40'	383	567	292	206	299	698	20'
50'	406	561	342	190	302	679	10'
40° 0'	.6428	1.556	.8391	1.192	1.305	.7660	50° 0'
10'	450	550	441	185	309	642	50'
20'	472	545	491	178	312	623	40'
30'	.6494	1.540	.8541	1.171	1.315	.7604	30'
40'	517	535	591	164	318	585	20'
50'	539	529	642	157	322	566	10'
41° 0'	.6561	1.524	.8693	1.150	1.325	.7547	49° 0'
10'	583	519	744	144	328	528	50'
20'	604	514	796	137	332	509	40'
30'	.6626	1.509	.8847	1.130	1.335	.7490	30'
40'	648	504	899	124	339	470	20'
50'	670	499	.8952	117	342	451	10'
42° 0'	.6691	1.494	.9004	1.111	1.340	.7431	48° 0'
10'	713	490	057	104	349	412	50'
20'	734	485	110	098	353	392	40'
30'	.6756	1.480	.9163	1.091	1.356	.7373	30'
40'	777	476	217	085	360	353	20'
50'	799	471	271	079	364	333	10'
43° 0'	.6826	1.466	.9325	1.072	1.367	.7314	47° 0'
10'	841	462	380	066	371	294	50'
20'	862	457	435	060	375	274	40'
30'	.6884	1.453	.9490	1.054	1.379	.7254	30'
40'	905	448	545	048	382	234	20'
50'	926	444	601	042	386	214	10'
44° 0'	.6947	1.440	.9657	1.030	1.390	.7193	46° 0'
10'	967	435	713	030	394	173	50'
20'	.6988	431	770	024	398	153	40'
30'	.7009	1.427	.9827	1.018	1.402	.7133	30'
40'	030	423	884	012	406	112	20'
50'	050	418	.9942	006	410	092	10'
45° 0'	.7071	1.414	1.000	1.000	1.414	.7071	45° 0'
	Cos	Sec	Cot	Tan	Csc	Sen	Grados



Para hallar el valor de las funciones trigonométricas de un ángulo, en las tablas se procede de la siguiente manera:

Localizar el valor del ángulo más aproximado al que deseamos encontrar.

- Localizar la columna de la función que se desea hallar.
- Leer el valor de la función trigonométrica correspondiente para el ángulo deseado.

1 Localizar el valor del ángulo:

Grados	
0°	0'
	10'
	20'
	30'
	40'
	50'
1°	0'
	10'
	20'
	30'
	40'
	50'
2°	0'
	10'
	20'

Si observamos las tablas de funciones trigonométricas podemos ver que hay valores de ángulos a la derecha y a la izquierda de las tablas

90°	0'
	10'
	20'
	30'
	40'
	50'
89°	0'
	10'
	20'
	30'
	40'
	50'
88°	0'
	10'
	20'

Los valores de la izquierda se leen de arriba hacia abajo (↓) y van desde 0° hasta 45°

45°	0'
	10'
	20'
	30'
	40'
	50'
44°	0'
	10'
	20'
	30'
	40'
	50'
43°	0'
	10'
	20'

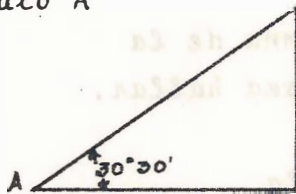
Los valores de la derecha se leen de abajo hacia arriba (↑) y van desde 45° hasta 90°.

47°	0'
	10'
	20'
	30'
	40'
	50'
46°	0'
	10'
	20'
	30'
	40'
	50'
45°	0'

El valor de los grados está dado en grados y minutos.

Si el valor del ángulo que nos interesa es MENOR de 45° lo buscamos a la izquierda de las tablas, pero si el valor del ángulo es MAYOR de 45° lo buscamos a la derecha de las tablas.

Localice en las tablas el ángulo A



Su respuesta es acertada si hallo el valor $30^\circ 30'$ en la columna izquierda de la IV tabla.

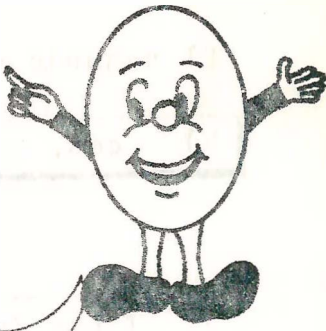
2

Localizar la función:

Una vez tenemos ubicado el ángulo deseado, procedemos a localizar la función, ya sea seno, coseno, secante, cosecante, tangente o cotangente.

En las tablas, las funciones se hallan ordenadas de dos maneras.

a) *sen, csc, tan, cot, sec, cos*



Este orden lo encontramos en la parte superior de las tablas y por lo tanto lo debemos tener en cuenta para ubicar el valor de las funciones de ángulos de 0° a 45°.

Cuál será la cotangente de un ángulo A de 37° 40'?



TABLAS DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS NATURALES V

Grados	Sen	Csc	Tan	Cot	Sec	Cos	
36° 0'	.5878	1.701	.7265	1.376	1.236	.8090	34° 0'
10'	901	695	310	368	239	073	30'
20'	925	688	355	360	241	056	40'
30'	.5948	1.681	.7400	1.351	1.244	.8039	30'
40'	972	675	445	343	247	021	20'
50'	.5995	668	490	335	249	004	10'
37° 0'	.6018	1.662	.7536	1.327	1.252	.7936	53° 0'
10'	041	655	581	319	255	969	50'
20'	065	649	627	311	258	951	40'
30'	.6088	1.643	.7673	1.303	1.260	.7934	30'
40'	111	636	720	295	263	916	20'
50'	134	630	766	288	266	898	10'
38° 0'	.6157	1.624	.7813	1.280	1.260	.7880	52° 0'
10'	180	618	860	272	272	862	50'
20'	202	612	907	265	275	844	40'
30'	.6225		.7954	1.257		.7826	30'
40'			8002			808	
50'							

La cosecante de A es: 1.636

NOTA: En la tabla aparece .636 pero es necesario tener en cuenta los valores superiores e inferiores, que nos indican que .636 es una abreviatura de 1.636 para economizar espacio en las tablas.

El segundo orden que debemos tener en cuenta es

b) *cos, sec, cot, tan, csc, sen*

Las funciones ordenadas de esta manera se encuentran en la parte inferior de las tablas y se debe tener en cuenta para funciones de ángulos de 45° a 90° .



Cuál es la cosecante de un ángulo B de $46^\circ 40'$?

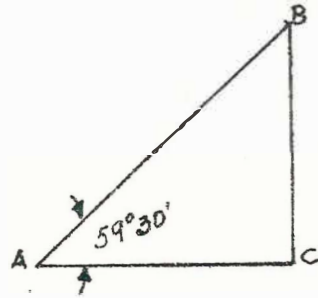
		.34	485		.48				40'
	40'	.6756	1.480		1.091	1.356	.73		30'
	50'	.777	476	217	085	360	353		20'
		799	471	271	079	364	333		10'
45°	0'	.6820	1.466	.9325	1.072	1.367	.7114		47° 0'
	10'	841	462	380	066	371	294		50'
	20'	862	457	435	060	.375	274		40'
	30'	.6884	1.453	.9490	1.054	1.379	.7254		30'
	40'	905	448	545	048	382	234		20'
	50'	926	444	601	042	386	214		10'
46°	0'	.6917	1.440	.9657	1.030	1.390	.7193		46° 0'
	10'	967	435	713	030	394	173		50'
	20'	.6988	431	770	024	398	153		40'
	30'	.7009	1.427	.9827	1.018	1.402	.7133		10'
	40'	930	423	884	012	406	112		20'
	50'	950	418	.9942	006	410	092		10'
46°	0'	.7071	1.414	1.000	1.000	1.414	.7071		46° 0'
		Cos	Sec	Cot	Tan	Csc	Sen		Grados

$Csc B = 1.375$

Aún cuando aparece .375 recordemos mirar los valores superiores e inferiores.

Ejercicio:

1. Determine el valor del seno de \hat{A} .



Solución:

Usted debió proceder de la siguiente manera:

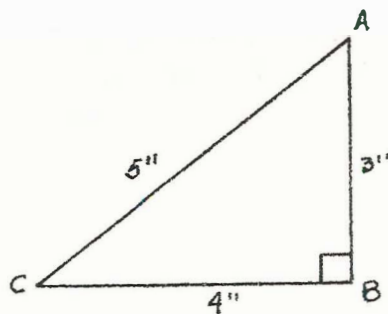
- . Localizar en la tabla el ángulo $59^{\circ} 30'$ (de abajo hacia arriba)
- . Localizar la columna seno (en la parte inferior)
- . En el punto de intersección se lee 0.8616.

Por lo tanto:

$$\text{sen } 59^{\circ} 30'' = 0.8616$$

$$\text{sen } A = 0.8616$$

2. Hallar los dos ángulos agudos en el triángulo ABC cuyos lados son 3" 4" y 5".



Solución:

Los pasos a seguir para resolver el anterior problema son:

1. El valor de los ángulos se puede hallar si conocemos alguna de las funciones.

Si tenemos el valor de los tres lados podemos encontrar cualquier función, así:

$$\text{sen } C = \frac{3}{5} = 0.6000$$

$$\text{sen } A = \frac{4}{5} = 0.8000$$

2. En la columna de los senos, buscamos los valores que más se aproximen a los que tenemos para \hat{C} y para \hat{A} .

<u>Grados</u>	<u>sen</u>
36 ° 50'	0.5995
37 ° 0'	0.6018

<u>Grados</u>	<u>sen</u>
53 ° 0'	0.7986
53 ° 10'	0.8004

Para sen de C.
 el valor que más se aproxima a 0.6000 es 0.5995 que corresponde a un ángulo de 36° 50'.

Para sen de A
 el valor que más se aproxima a 0.8000 es 0.7986 que corresponde a un ángulo de 53° 10'.

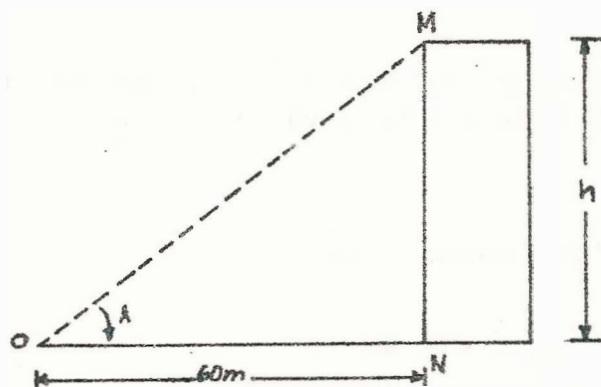
3. Probamos las cantidades para ver si los ángulos son complementarios:
(A + C = 90°)

$$\begin{array}{r} 36^\circ 50' \\ +53^\circ 10' \\ \hline 89^\circ 60' = \boxed{90^\circ} \end{array}$$



A continuación se incluyen ejercicios sobre las aplicaciones prácticas de la trigonometría, especialmente referidas a triángulos rectángulos. Sobra advertir que es ésta la parte más importante del estudio de la trigonometría, y a la cual debe prestarse especial atención.

1. Para calcular la altura de una torre se midió con un teodolito el ángulo A, obteniéndose un valor de 40°. Hallar la altura h. (ver figura)



Claramente se ve que el piso (línea ON) la torre (MN) y la visual (OM) forman un triángulo rectángulo.

Analizando las funciones y de acuerdo a los datos (cateto adyacente = 60 m y el ángulo A = 40°) vemos que se puede aplicar tangente del ángulo:

$$\tan A = \frac{h}{60} \qquad \tan 40^\circ = \frac{h}{60}$$

Despejando el valor de h

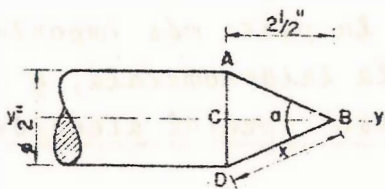
$$h = 60 \times \tan 40^\circ$$

Buscando en la tabla encontramos:

$$\tan A = \tan 40^\circ = 0.8391$$

$$h = 60 \times 0.8391$$

$$h = 50.34 \text{ m}$$



2. En un taller se ha de afilar un granete en la forma indicada en la figura. Cuánto deben medir a y x ?

En la figura se puede ver que el eje y bisecta al ángulo a y forma los triángulos rectángulos iguales ABC y BCD.

Por lo tanto el ángulo a se divide para los dos triángulos en dos ángulos iguales cuyo valor es $\frac{a}{2}$

En cualquiera de ellos tenemos que:

$$\tan \frac{a}{2} = \frac{1''}{2\frac{1}{2}''} = 0.40$$

Buscando en las tablas, encontramos:

$$\frac{a}{2} = 22^\circ$$

Por lo tanto, $a = 44^\circ$

Para calcular el valor de x (hipotenusa) aplicamos la función seno, que es la que cumple de acuerdo a los valores dados:

$$\text{sen } \frac{a}{2} = \text{sen } 22^\circ = \frac{1}{x}$$

Despejando el valor de x :

$$x = \frac{1}{\text{sen } 22^\circ}$$

Buscando en las tablas:

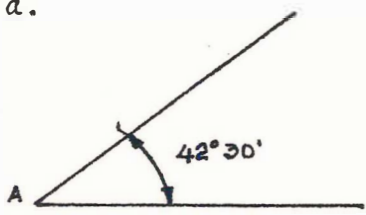
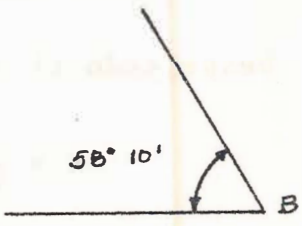
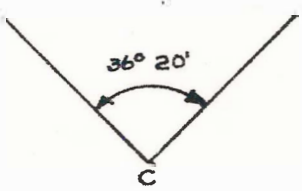
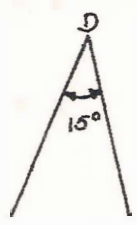
$$\text{sen } 22^\circ = 0.3746$$

$$x = \frac{1}{0.3746}$$

$$x = 2.67''$$

AUTOCONTROL

1. Halle las siguientes funciones trigonométricas:

<p>a.</p>  <p style="text-align: center;">$42^{\circ} 30'$</p> <p style="text-align: center;">A</p> <p style="text-align: center;">$\text{sen } A = \boxed{}$</p> <p style="text-align: center;">$\text{tan } A = \boxed{}$</p>	<p>b.</p>  <p style="text-align: center;">$58^{\circ} 10'$</p> <p style="text-align: center;">B</p> <p style="text-align: center;">$\text{csc } B = \boxed{}$</p> <p style="text-align: center;">$\text{cos } B = \boxed{}$</p>
<p>c.</p>  <p style="text-align: center;">$36^{\circ} 20'$</p> <p style="text-align: center;">C</p> <p style="text-align: center;">$\text{cot } C = \boxed{}$</p> <p style="text-align: center;">$\text{sec } C = \boxed{}$</p>	<p>d.</p>  <p style="text-align: center;">15°</p> <p style="text-align: center;">D</p> <p style="text-align: center;">$\text{cos } D = \boxed{}$</p> <p style="text-align: center;">$\text{cot } D = \boxed{}$</p>

2. Utilizando las tablas trigonométricas:

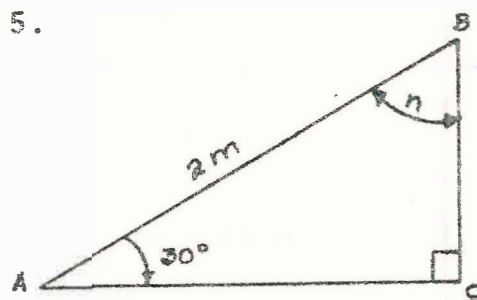
a) $\text{cos } A = 0.866,$ Cuánto mide \hat{A}

b) $\text{tan } B = 1,$ Cuánto mide \hat{B}

c) $\text{cos } L = 0.9563,$ Cuánto mide \hat{L}

d) $\text{tan } C = 7.596,$ Cuánto mide \hat{C}

3. En un triángulo rectángulo, el coseno de uno de sus ángulos agudos vale 0.750 y el cateto adyacente a éste ángulo mide 0.75 m. Halle la hipotenusa y el otro cateto.
4. a) El coseno de cierto ángulo es cero. Halle su seno.
- b) Si el seno de 21° es 0.3584. Cuánto valen las funciones de un ángulo de 69° ?
- c) La tangente de un ángulo vale 1. Calcule su seno, su coseno, y las funciones de su ángulo complementario.

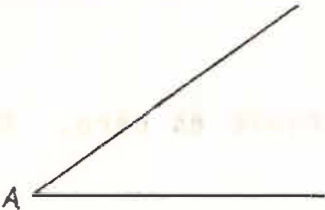
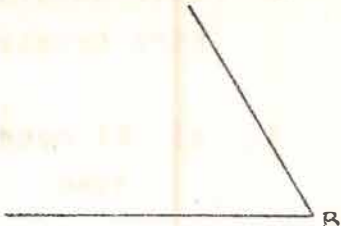




En el triángulo rectángulo de la figura hallar el ángulo n . Busque los valores de sus funciones y calcule las longitudes de sus catetos.

VERIFIQUE SUS RESPUESTAS EN LA
PAGINA SIGUIENTE.

RESPUESTAS

1.

<p>a.</p>  <p>$\text{sen } A = \boxed{.6756}$</p> <p>$\text{tan } A = \boxed{.9163}$</p>	<p>b.</p>  <p>$\text{csc } B = \boxed{.896}$</p> <p>$\text{cos } B = \boxed{.496}$</p>
<p>c.</p>  <p>$\text{cot } C = \boxed{.360}$</p> <p>$\text{sec } C = \boxed{.241}$</p>	<p>d.</p>  <p>$\text{cos } D = \boxed{.9659}$</p> <p>$\text{cot } D = \boxed{3.732}$</p>

- 2.
- a) $\hat{A} = 30^\circ$
 - b) $\hat{B} = 45^\circ$
 - c) $\hat{L} = 17^\circ$
 - d) $\hat{C} = 82^\circ 30'$

3. a) hipotenusa = 1 m
b) Cateto opuesto = 0.66 m

4. a) Seno del ángulo = 0
b) $\cos 69^\circ = 0.3584$
 $\tan 69^\circ = 2.605$
c) $\text{sen } 45^\circ = 0.7071$
 $\cos 45^\circ = 0.7071$

Las funciones de su ángulo complementario tienen los mismos valores por ser un ángulo de 45° .

5. a) ángulo n = 60°
b) $\text{sen } 60^\circ = 0.866$
 $\cos 60^\circ = 0.500$
 $\tan 60^\circ = 1.732$
c) Cateto opuesto al ángulo A = 1 m
Cateto adyacente al ángulo A = 1.73 m.

SI TODAS SUS RESPUESTAS FUERON CORRECTAS, LO FELICITO. SI POR EL CONTRARIO, ESTUDIE NUEVAMENTE EL TEMA.

EJERCICIOS:

1. La tangente de un ángulo de un triángulo vale 1.25 y el cateto opuesto al ángulo mide 30 cms. Hallar el otro cateto y la hipotenusa.
2. La hipotenusa de un triángulo mide 10 cms., y el coseno de uno de sus ángulos agudos vale 0.5. Calcular las otras funciones del ángulo y averiguar las longitudes de los catetos.
3. Utilizando las tablas de los valores que se piden a continuación:
 - a) $\text{sen } 30^\circ$
 - b) $\text{tan } 25^\circ$
 - c) $\text{cos } 69^\circ$
 - d) $\text{sen } 35^\circ$
 - e) $\text{tan } 86^\circ$
4. El coseno de un ángulo vale 0.7071. Hallar su seno.
5. El seno de un ángulo es cero. Hallar su coseno.