MATEMATICAS

CIRCULO Y CIRCUNFERENCIA

Unidad Autotormativa No 35

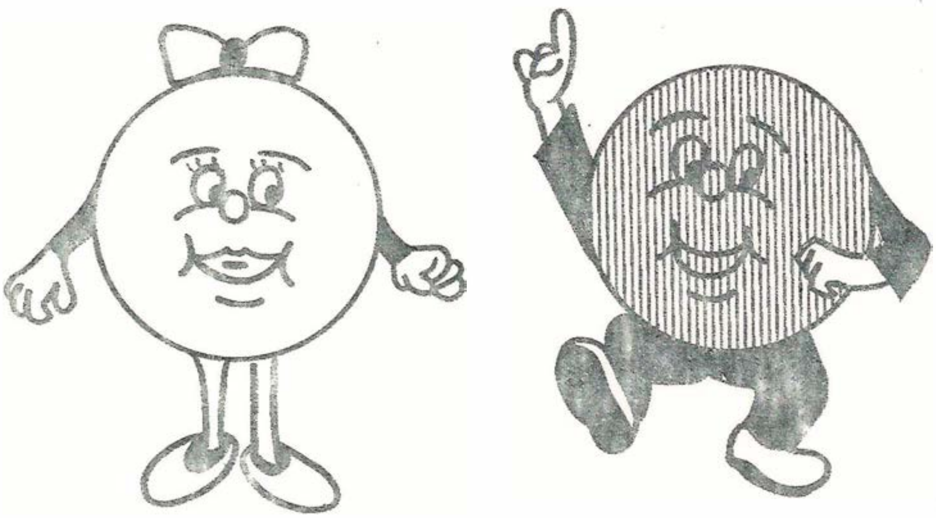
CBS Colección Básica SENA

CBS División de Programación	HOJA DE TAREA	REF
	CIRCULO Y CIRCUNFERENCIA	CODIGO

OBJETIVO

Una vez terminado el estudio de la presente Unidad, usted estará en capacidad de resolver un problema en el que tenga que determinar el área del círculo o sus elementos o la longitud de la circunferencia o sus elementos, y también problemas que puedan resolverse a partir de los cálculos anteriores.

Para ello puede utilizar las fórmulas presentadas en esta Unidad.



HOJA DE	TEMA	CODIGO
HE	Circulo y circunferencia: Elementos de la circunferencia	
HE	Area del círculo	
HE	Elementos del círculo	
HEJ	Circulo y circunferencia. Autocontrol	
HEJ	Circulo y circunferencia. Ejercicios.	

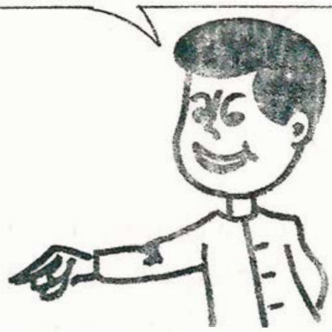
Comunmente estos dos términos, círculo y circunferencia, *se confunden o se utilizan como sinónimos, pero recordaremos que esto es un error. Distingámoslos.*

Círculo   Circunferencia

Como puede observar, el CIRCULO es la SUPERFICIE PLANA limitada por la circunferencia, y la CIRCUNFERENCIA es la LINEA CURVA cuyos puntos están todos a la misma distancia de uno interior llamado CENTRO.

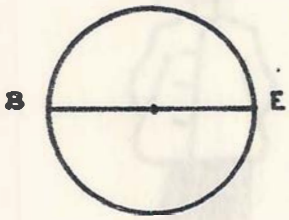
En la circunferencia podemos distinguir varios elementos, los principales son:

* DIAMETRO
* RADIO
* ARCO
* CUERDA



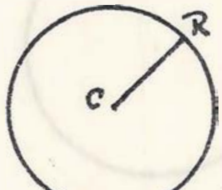
Estos son los elementos de la circunferencia que se usan generalmente para resolver problemas prácticos, veamos en qué consiste cada uno de ellos.

DIAMETRO



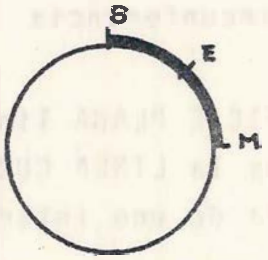
Es la línea recta que pasa por el centro de la circunferencia y termina en dos puntos opuestos de ella. Divide la circunferencia en dos partes iguales. Ejemplo: BE.

RADIO



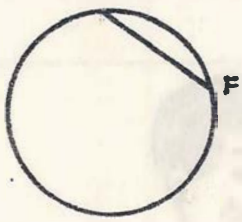
Es la recta trazada desde el centro del círculo, a cualquier punto de la circunferencia. Ejemplo: CR.

ARCO



Es una parte cualquiera de la circunferencia, comprendida entre dos puntos, es decir, una porción de la circunferencia. Ejemplo: SM.

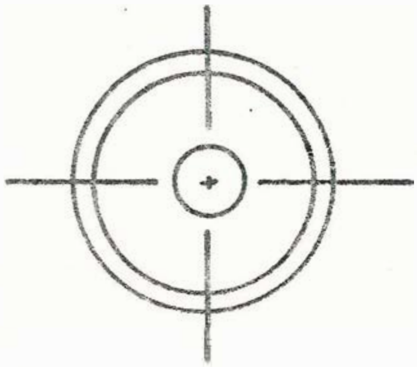
CUERDA



Es la recta que sin pasar por el centro del círculo, une dos puntos de la circunferencia. Ejemplo: HF.

También en algunos casos tendremos que trabajar con circunferencias CONCENTRICAS o con circunferencias EXCENTRICAS, o con círculos concéntricos o excéntricos; en la página siguiente encontrará en qué consisten.

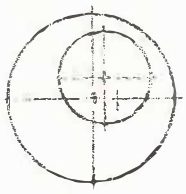
CIRCUNFERENCIAS CONCENTRICAS



Cuando las circunferencias tienen un MISMO CENTRO, decimos que son concéntricas.

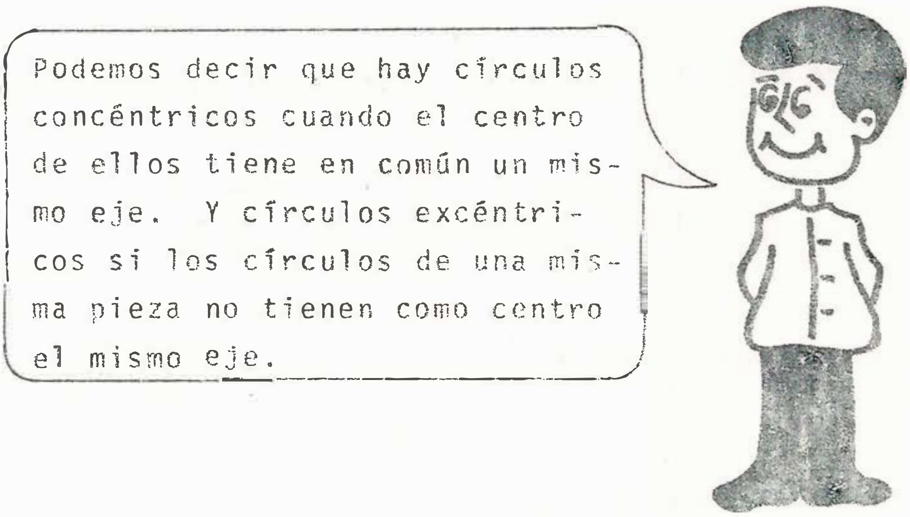
Las piezas redondas que tienen más de un diámetro, generalmente se labran o se proyectan CONCENTRICAS, es decir, todas tienen el mismo centro.

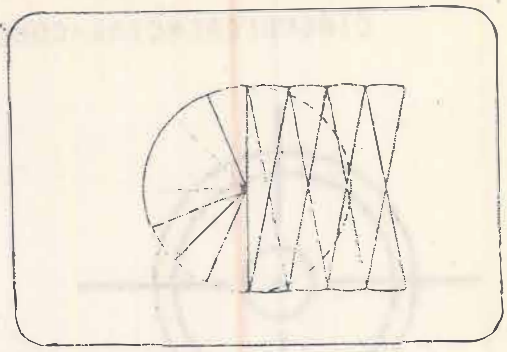
CIRCUNFERENCIAS EXCENTRICAS



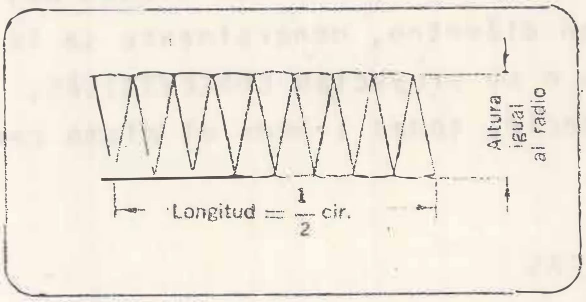
Son aquellas que estando en el mismo plano, una entre otra, tienen centros diferentes.

Ocasionalmente los centros de los círculos de una pieza, no coinciden, en este caso son excéntricos.





Si se divide un círculo en igual número de partes y...



Los triángulos así obtenidos se forman a lo largo de dos líneas paralelas y estas dos hileras de triángulos se juntan...

... se forma una figura que se aproxima a la de un rectángulo.

A medida que aumenta el número de triángulos en que se divide el círculo, la longitud del rectángulo se aproxima a la longitud de la MITAD de la circunferencia del círculo.

El área del rectángulo es igual a su longitud por altura

área del rectángulo = L x h

Si en el rectángulo formado con las "partes triangulares del círculo":

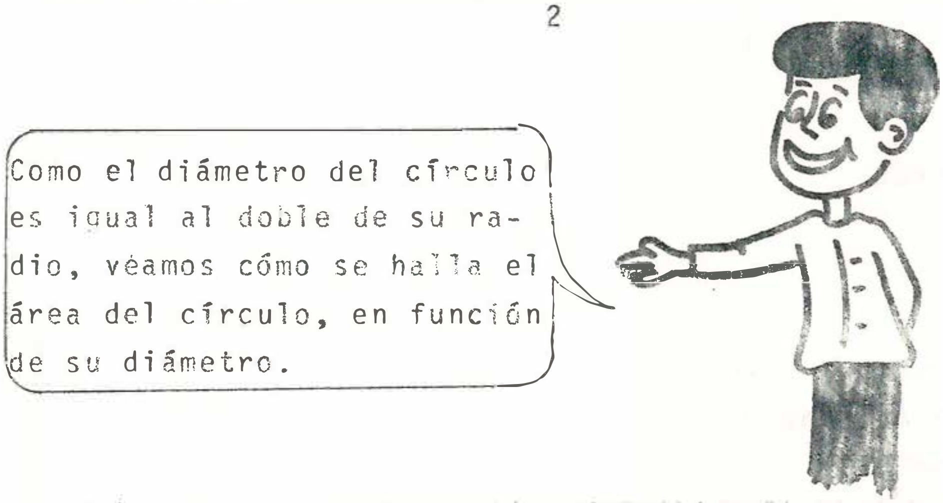
- La longitud (L) es igual a la mitad de la circunferencia del círculo.
- La altura (h) es igual al radio.

Para hallar el área del círculo reemplazamos los valores así:

A del rectángulo = L x h

A del círculo = (mitad de la circunferencia)x(radio del círculo)

$$A \text{ del círculo } = \frac{3.1416 \text{ x diámetro del círculo)x(radio}}{2} \text{ del círculo)}$$



$$A = \frac{3.1416 \text{ x diámetro}}{2} \text{ x } \frac{\text{diámetro}}{2}$$

$$A = \frac{3.1416 \text{ x diámetro x diámetro}}{4}$$

$$A = \frac{3.1416 \text{ x } D^2}{4}$$

$$\boxed{A = 0.7854 \text{ x } D^2}$$

El área del círculo se puede expresar en términos más sencillos:

Area = 3.1416 x radio x radio

$$\boxed{A = 3.1416 \, . \, r^2}$$

Area del círculo en función del diámetro.	$\frac{\pi D^2}{4} = 0.7854\ D^2$

Area del círculo en función del radio.	$\pi\ r^2 \quad 3.1416\ r^2$

Ejemplo:

1 Determine el área de un círculo cuyo diámetro es 4". Haga el cálculo con una aproximación de dos cifras decimales.

Solución:

La solución tiene tres pasos:

1º Paso $A = 0.7854 \times D^2$

$A = 0.7854 \times 4^2$

$A = 0.7854 \times 16$

$A = 12.5664$

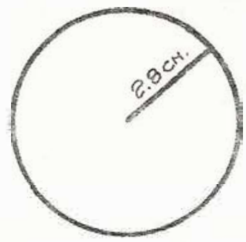
2º Paso Redondear el resultado a dos decimales:

12.5664 = 12.57

3º Paso Expresar el resultado en unidades de medida superficial:

Area = 12.57 $pulg^2$

(2.) Determine el área de un círculo cuyo radio es 2.8 cm. Efectúe el cálculo con una aproximación de dos cifras decimales.



Solución:

1º Paso $A = \pi \cdot r^2$

$A = 3.1416 \times 2.8 \times 2.8$

$A = 24.630144$

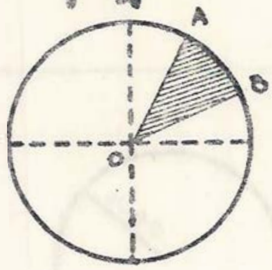
2º Paso Redondear el resultado a dos decimales:

$A = 24.630144 = 24.63$

3º Paso Expresar el resultado en unidades de medida de superficie:

$A = 24.63 \ cm^2$

SECTOR CIRCULAR



El sector circular es el área o superficie comprendida entre un área de circunferencia (AB) y los radios que llegan a sus extremos (OA, ⋏ , OB).

El ángulo del sector es el ángulo que forman los radios que lo limitan o sea $\widehat{AOB}$

El área de un sector circular es igual a la del círculo dividida entre la parte fraccionaria que ocupa el sector.

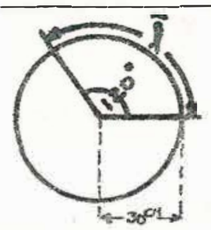
1. Longitud del arco de un sector circular

Esta longitud se averigua MULTIPLICANDO la longitud de la circunferencia por la relación entre el número de grados del ángulo y el número de grados de la circunferencia (360°).

$$\text{longitud de la circunferencia} \times \frac{\text{grados del ángulo}}{\text{grados de la circunferencia}}$$

Determinación de la longitud del arco de un sector circular:

Veamos en un ejemplo cuáles son las reglas para calcular la longitud del arco de un sector circular.



Cuál es la longitud del arco de un sector comprendido en un ángulo de 120° en un círculo de 30 cms. de radio?

Paso 1. *Se calcula la longitud de la circunferencia*

En el ejemplo para calcular la LONGITUD de la circunferencia:

L de la circunferencia = $\pi \cdot 2r$

$L = 3.1416 \times 2 \times 30$

$L = 188.49$

Paso 2. *Se averigua el valor de la fracción circular,* es decir, se determina la parte fraccionaria del círculo que ocupa el sector.

Para esto se divide el número de grados del sector entre 360°

$$\frac{120°}{360°} = \frac{1}{3}$$

La fracción que representa el sector circular es 1/3.

Paso 3. *Se calcula la longitud del área.*
Para esto se multiplica la longitud de la circunferencia por la fracción obtenida.

En el ejemplo, multiplicamos (188.49) por la parte fraccionaria ocupada por el sector (1/3).

$$188.49 \times \frac{1}{3} = 62.83$$

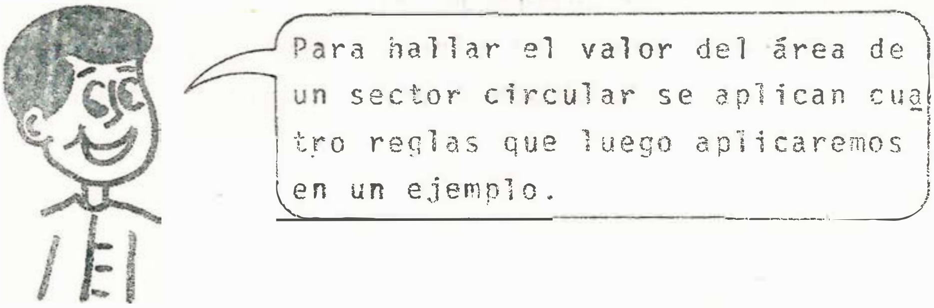
Paso 4. Se expresa el resultado en medida de longitud.

Longitud del arco = 62.83 cms.

En resumen, la longitud del arco se puede expresar como aparece a continuación:

$$\boxed{\text{Longitud del arco} = 2\pi R \times \frac{n°}{360°}}$$

2. Area de un sector circular

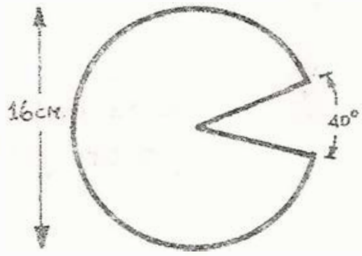


Area de un sector circular

1. Calcular el área del círculo
2. Determinar el valor de la fracción circular
3. Hallar el valor del área del sector
4. Expresar el resultado (área) en medidas de superficie.

Ejemplo:

Hallar el área de un sector de 40° en un círculo de 16 cms. de diámetro.



Paso 1. Se calcula el AREA del círculo (πr^2)

$$A = 3.1416 \times 8^2$$

$$A = 201.06$$

Paso 2. Para determinar el valor de la parte fraccionaria del círculo que ocupa el sector, se divide el ángulo del sector entre 360°.

$$\frac{40}{360°} = \frac{1}{9}$$

Paso 3. Se determina el área del sector multiplicando el área del círculo (201.06) por la parte fraccionaria ocupada por el sector (1/9).

$$201.06 \times \frac{1}{9} = 22.34$$

Paso 4. Expresar el resultado en unidades de medida de superficie.

$$\text{Area} = 22.34 \text{ cm}^2$$

En resumen, el área del sector circular se determina con las siguientes fórmulas:

1

En función del radio

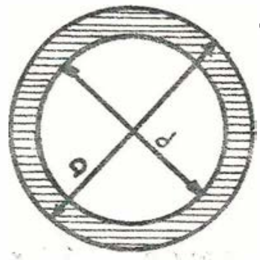
$$\boxed{\text{Area del sector circular} = \pi r^2 \times \frac{n°}{360°}}$$

2

En función del diámetro

$$\boxed{\text{Area del sector circular} = \frac{\pi D^2}{4} \times \frac{n°}{360°}}$$

CORONA CIRCULAR



La corona circular es la parte del círculo comprendida entre dos circunferencias que tienen el mismo centro (concéntricas).

La corona circular también recibe el nombre de anillo circular.

AREA DE LA CORONA CIRCULAR

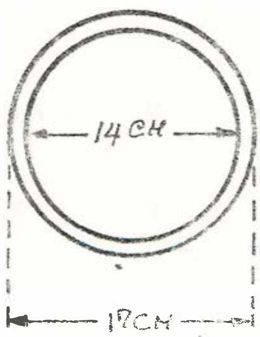
Observando la gráfica, se puede deducir que el área de la parte rayada (corona o anillo circular) se halla RESTANDO del área del círculo mayor el área del círculo menor.

Estas son las reglas para determinar el área de una corona circular.

1. Calcular el área del círculo mayor
2. Calcular el área del círculo menor
3. Efectuar la diferencia de áreas
4. Expresar el resultado (área) en medidas de superficie.

Ejemplo:

Hallar el área de la sección transversal de un tubo cuyo diámetro interior es de 14 cm. y el diámetro exterior es de 17 cm.



Paso 1. Para calcular el área del círculo mayor ($\pi \times R^2$)

$A = (3.1416) \times (8.5)^2$

$A = 3.1416 \times 72.25$

$A = 226.98$

Paso 2. Para calcular el área del círculo menor ($\pi \times r^2$)

$A = 3.1416 \times 7^2$

$A = 153.94$

Paso 3. Obtiene el área de la corona circular mediante la diferencia entre las áreas.

$$\begin{array}{r} 226.98 \\ -\ \underline{153.94} \\ 73.04 \end{array}$$

Paso 4. Expresar el resultado en unidades de superficie.

$\text{Area} = 73.04\ cm^2$

$$\text{Area de la corona circular} = \begin{cases} \pi R^2 - \pi r^2 \\ \pi (R^2 - r^2) \end{cases}$$

R = radio del círculo mayor

r = radio del círculo menor

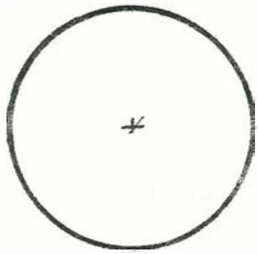
AUTOCONTROL

1. En la circunferencia que aparece a continuación trace los siguientes elementos:

   a. Cuerda

   b. Arco

   c. Radio

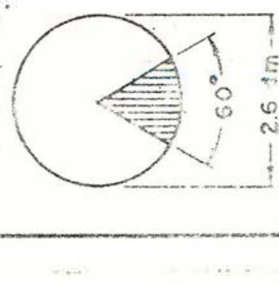


2. Haga la pareja entre la fórmula y el elemento que le corresponde, colocando en el paréntesis el número correcto.

	(1) $\pi r \frac{n°}{360°}$
( ) a. Longitud de la circunferencia	(2) $\pi (R^2 - r^2)$
( ) b. Area del círculo	(3) $2 \pi R \times \frac{n°}{360°}$
( ) c. Area del sector circular	(4) πD
( ) d. Area de la corona circular	(5) $\pi R^2 \frac{n°}{360°}$
( ) e. Longitud del área del sector circular	(6) πD^2
	(7) πr^2

3. Calcule el área del sector sombreado del círculo de 2.6 dm. de diámetro.

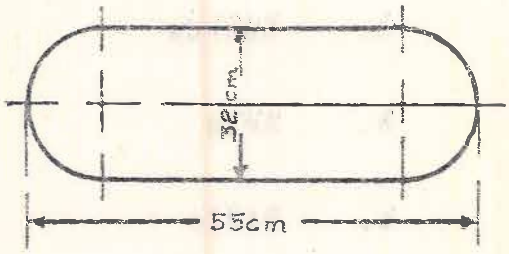
A



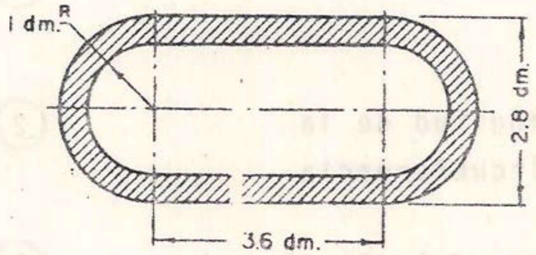
4. Halle el área del fondo de un tanque con los extremos semi-circulares que se ilustra en la figura.

Recuerde que:

Area del rectángulo = b x h



5. Calcule la región transversal del eslabón (área sombreada) con una aproximación de dos cifras decimales

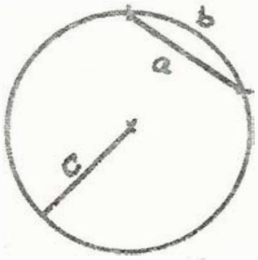


6. Cuál es el área de la sección transversal comprendida entre las paredes de una columna hueca de hierro fundido, si el diámetro interior es de 28 mm. y el metal tiene un grosor de 2.75 cm.

VERIFIQUE SUS RESPUESTAS CON LAS DE LA PAGINA SIGUIENTE

RESPUESTAS

1.



a. Cuerda

b. Arco

c. Radio

2. a. (4)

b. (7)

c. (5)

d. (2)

e. (3)

3. El área del sector circular es: $A = 0.88\ dm^2$

4. $A = 1539.84\ cm^2$

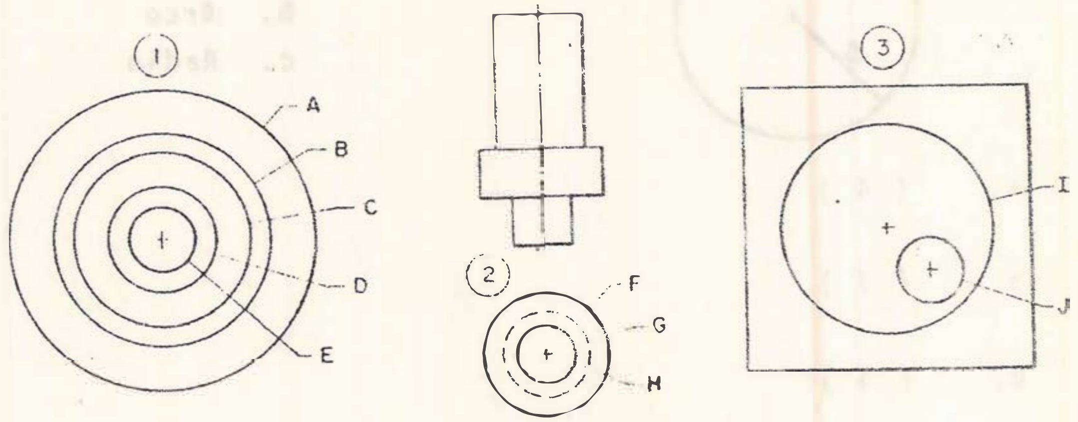
5. $A = 5.89\ dm$

6. $A = 47.92\ cm^2$

SI TODAS SUS RESPUESTAS SON CORRECTAS, PUEDE CONTINUAR SU ESTUDIO. SI POR EL CONTRARIO TUVO ALGUN ERROR, LE SUGERIMOS ESTUDIAR NUEVAMENTE EL TEMA ANTERIOR.

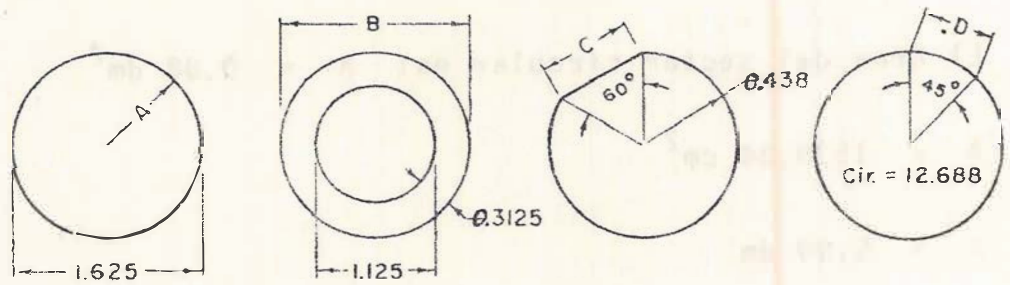
1. Identifique los tipos de círculos usados en las piezas 1, 2 y 3.

• Identifique los tipos de círculos usados en las piezas 1, 2 y 3.



2. De el nombre y determine el valor de cada dimensión faltante.

Dé el nombre y determine el valor de cada dimensión faltante.



3. Halle el área de un círculo de 14 cm. de diámetro.

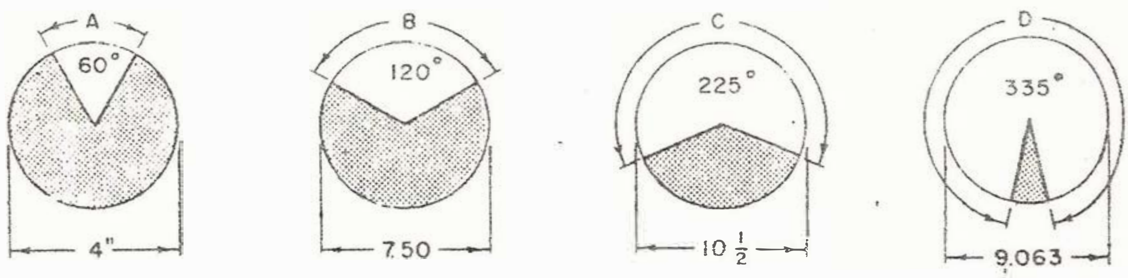
4. Halle el área de un círculo de 1.8 cm. de radio.

5. Cuál es el diámetro de un disco circular cuya área es 5 1/4 $pulg^2$?

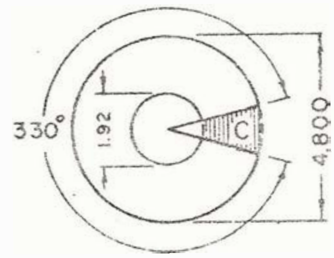
6. Hay que pintar la campana de un gasómetro de 28 mts. de diámetro con un costo de $2.50 el $mt.^2$

7. Halle el área de un émbolo que tiene 4.5 cms. de radio.

8. Halle la longitud de los arcos A al D y el área del sector de cada uno de los ángulos cuyos diámetros se dan.



9. Determine el área del sector sombreado C con aproximación de tres cifras decimales.



10. Halle el área de la sección transversal de una tubería de latón con 3 mm. de espesor y 30 mm. de diámetro interior.

11. A una pieza circular de acero de 6.25 cm. de radio, le hacemos un agujero en el centro de 22 mm. de diámetro. Calcule el área de la arandela.