FACULTAD DE TURISMO Y FINANZAS

DOBLE GRADO EN FINANZAS Y CONTABILIDAD Y RELACIONES LABORALES Y RECURSOS HUMANOS

ESTUDIO Y APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE JUEGOS. EL JUEGO DE EMISIÓN GLOBAL

Trabajo Fin de Grado presentado por Mary Sheyla Mendoza Huacchillo, siendo la tutora del mismo Victoriana Rubiales Caballero.

Vº. Bº. del Tutor/a/es/as: Alumno/a:

Dña. Victoriana Rubiales Caballero Dña. Mary Sheyla Mendoza Huacchillo

Sevilla. Junio de 2019

DOBLE GRADO EN FINANZAS Y CONTABILIDAD Y RELACIONES LABORALES Y RECURSOS HUMANOS

FACULTAD DE TURISMO Y FINANZAS

TRABAJO FIN DE GRADO

CURSO ACADÉMICO [2018-2019]

TÍTULO:

ESTUDIO Y APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE JUEGOS. EL JUEGO DE EMISIÓN GLOBAL.

AUTOR:

MARY SHEYLA MENDOZA HUACCHILLO

TUTOR:

Dra. Dª. VICTORIANA RUBIALES CABALLERO

DEPARTAMENTO:

ECONOMIA APLICADA III

ÁREA DE CONOCIMIENTO:

MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA ECONOMÍA Y EMPRESA

RESUMEN:

El presente trabajo aborda el estudio de la Teoría de Juegos: una herramienta matemática que analiza el comportamiento de los jugadores con la finalidad de dar soluciones a situaciones conflictivas. El trabajo se estructura en dos partes, los primeros capítulos comprenden un marco teórico de carácter introductorio donde se explican los fundamentos y conceptos generales relevantes para plantear el juego que posteriormente se desarrolla en la aplicación práctica.

Para esta segunda parte donde se aborda la aplicación de la teoría de juegos, nos centraremos en el juego de emisión global planteado por Finus (2001) en el libro "*Game theory and international environmental cooperation".*

PALABRAS CLAVE:

Juegos no cooperativos; Equilibrio de Nash, Juegos cooperativos; Óptimo Social; Cooperación medioambiental.

ABSTRACT

This paper deals with the study of game theory: a mathematical tool that analyzes the behavior of the players in order to provide solutions to conflict situations. The work is structured in two parts, the first chapters comprise a theoretical framework of introductory character explaining the fundamentals and general concepts relevant to raise the game that later develops in the practical application.

For this second part where the application of the game theory is addressed, we will focus on the global emission game posed by Finus (2001) in the book "Game Theory and international environmental cooperation".

KEY WORDS

Non-cooperative Games; Nash equilibrium; Cooperative games; Social Optimum; Environmental cooperation.

PRÓLOGO

Este trabajo tiene como objetivo principal el de servir como guía orientativa para aquellos interesados en el estudio de la Teoría de Juegos y, más específicamente, centrarse en la aplicación para la resolución de los problemas medioambientales.

Entre los objetivos complementarios está el de afianzar aquellos conocimientos adquiridos durante la carrera en esta materia y constatar la eficacia de la teoría.

Además, se pretende demostrar que la teoría de juegos no solo proporciona soluciones óptimas y válidas que suponen una mejor asignación de los beneficios para los participantes de los juegos en el ámbito económico, sino que va un paso más allá, y sirve como herramienta para otro tipo de campos como es el caso de la preocupación medioambiental.

Los problemas cuyo origen provienen del poco cuidado del medio ambiente han aumentado progresivamente en el último periodo de años. El foco de la problemática se centra en el calentamiento global, el cual se deriva de la producción y emisión de gases de efecto invernadero y de la industria cárnica, disminuyendo asi la calidad de vida y contribuyendo a la destrucción del entorno natural.

No existe ninguna entidad a nivel mundial que se encargue de supervisar el cumplimiento del cuidado del medio ambiente, es por esto que, como consecuencia de esa falta de regulación se realizan acuerdos medioambientales internacionales como única vía de solución.

Algunos ejemplos de estos acuerdos son el tratado de Kyoto y el último celebrado en París en diciembre del 2015, donde tras dos años de haber aceptado dicho acuerdo, EE.UU se negó a reducir sus niveles de emisión de gases. Sin embargo, hay que destacar que a pesar de la negativa de EE.UU, la Unión Europea continua respetando el acuerdo y sigue luchando por el bienestar del medio ambiente.

Por lo motivos expuestos y ya que se trata de un tema que repercute a toda la población es por lo que me parece interesante enfocar el estudio de mi TFG a este ámbito y analizar las posibles soluciones que se alcanzarían si los países decidiesen optar por aplicar esta herramienta con el objetivo de reducir las emisiones que producen.

Para llevar a cabo este TFG hemos realizado un trabajo de investigación acerca de la teoría de juegos. Ha sido necesario el apoyo bibliográfico en diversas fuentes científicas como son artículos de revistas, conferencias y libros especializados en teoría de juegos para elaborar asi un marco teórico que posteriormente nos servirá de apoyo para formular la aplicación práctica.

A continuación, describiremos brevemente la estructura y contenidos de este trabajo:

El Capítulo I tiene un carácter introductorio. En esta primera parte se hace una breve introducción a lo que se entiende por Teoría de Juegos, se hace un repaso histórico de todos los autores y las aportaciones más relevantes que han dado forma a esta teoría hasta llegar a ser como la conocemos a día de hoy. En resumen, se muestran los antecedentes históricos de forma cronológica para asi comprender de donde surge la teoría y observar su continua evolución hasta la actualidad.

En el capítulo II se hace referencia a aquellos conceptos básicos e imprescindibles para la comprensión de este trabajo. En este marco teórico de la teoría de juegos se abordan conceptos como los componentes que dan lugar a un juego, la tipología de los juegos, las representaciones de los juegos (estratégica o normal, extensiva, coalicional) y finalmente las posibles soluciones.

Se hará un énfasis en el estudio de dos tipos de juegos: cuando los jugadores forman coaliciones por medio de contratos vinculantes (juegos cooperativos) y cuando los jugadores actúan independientemente velando por sus propios beneficios (juegos no cooperativos).

Para dar respuesta a los mismos se profundizará en los conceptos de soluciones más significativos. Existen una multiplicidad de conceptos de solución para los juegos no cooperativos, sin embargo, nos enfocaremos en tres de ellos: el Equilibrio de Nash, Modelo de Stackelberg y la colusión de Cournot. En el caso de los juegos cooperativos el concepto de solución en el que profundizaremos será el Valor de Sharpley.

En el capítulo III se aborda el marco teórico de la aplicación: el juego de emisión global. Michael Finus (1965), profesor de economía climática y ambiental en el Departamento de Economía de la Universidad de Graz, publicó en 2001 el libro "*Game theory and international environmental cooperation"* donde se hace mención al juego de emisión global y en el cual nos basaremos para desarrollar esta aplicación de la Teoría de Juegos.

Este capítulo empieza con una breve introducción que explica en que consiste el juego, a continuación se centra en la formalización del mismo para luego plantear los conceptos de solución tanto desde una perspectiva cooperativa (óptimo social) como desde una perspectiva no cooperativa (Equilibrio de Nash).

En el capítulo IV se aplica la teoría desarrollada en el capítulo anterior, por lo que se ha creado una situación hipotética del juego de emisión global que analizaremos en profundidad tanto su planteamiento como las opciones que se producirían si los países cooperasen o actuasen de forma independiente.

Por último, en el Capítulo V se recopilan tanto conclusiones obtenidas del análisis del juego propuesto como reflexiones finales del trabajo en general.

ÍNDICE

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE JUEGOS.

La Teoría de Juegos es la teoría matemática que se ocupa de los problemas de decisión interactivos. Estos problemas se caracterizan por estar formados por una multiplicidad de agentes quienes toman decisiones de las cuales se obtienen un resultado.

Como su propio nombre indica, el elemento clave objeto de estudio de esta teoría son los juegos, por lo que será necesario definir que es un juego. ¿A qué se denomina juego? Un juego es una situación en la que dos o más individuos, sometiéndose a unas reglas preestablecidas, deben tomar decisiones que, consideradas conjuntamente, conducen a un resultado.

Por lo que cada vez que unos individuos se relacionan con otros, se desarrolla un juego y, es allí donde la Teoría de Juegos desarrolla su papel, ya que, se ocupa sobre todo lo que ocurre cuando los individuos se relacionan de forma racional, es decir, de aquellos que son consecuentes con sus actos.

La Teoría de Juegos se define como el estudio de situaciones de conflicto y cooperación entre agentes racionales e inteligentes (Tenorio y Martín, 2015), además de utilizarse como un instrumento analítico para la toma de decisiones en contextos estratégicos.

Esta teoría es el estudio de la interdependencia de las decisiones de los agentes, ya que, para buscar nuestro propio beneficio debemos tener en cuenta el comportamiento racional de nuestros competidores.

La Teoría de juegos fue creada en el año de 1944 por el matemático estadounidense John Von Neumann (1903-1957) y el economista alemán Oskar Morgenstern (1902-1977) con la publicación de su libro “Theory of Games and Economic Behavior”.

En los antecedentes históricos cabe mencionar la importancia de una serie de autores que señalaremos a continuación.

Antoine Augustin Cournot, matemático y economista francés (1801-1877), fue el primero en estudiar los aspectos estratégicos cuando los agentes económicos interactuaban entre sí. Este estudio se ve reflejado en su obra “Investigaciones acerca de los principios matemáticos de la Teoría de las riquezas” publicada en el año 1838.

En el año 1881, el economista inglés Francis Ysidro Edgeworth (1845-1926) en su publicación “Matemáticas psíquicas: Un ensayo sobre la aplicación de las matemáticas a las ciencias morales” introdujo una herramienta de representación de interacción entre agentes sin producción llamada “la caja de Edgeworth” que permite analizar todas las posibilidades de asignación de recursos entre entidades y observar si esa asignación es una asignación óptima.

Posteriormente, en 1913, el matemático y filósofo alemán Ernst Ferdinand Zermelo (1871-1953) aportó el primer teorema formal de la Teoría de Juegos. El teorema consiste en determinar las estrategias óptimas de los jugadores desde la última jugada retrocediendo hasta la primera.

Como mencionamos anteriormente, esta teoría nace con las aportaciones de Neumann y Morgenstern. En 1944, en su libro se distinguen dos conceptos clave de la Teoría de Juegos: los juegos no cooperativos y los juegos cooperativos.

La temática de los juegos no cooperativos se abordó con la resolución de los problemas de “suma cero”, es decir, aquellos en donde todos los agentes implicados en el juego buscan el mismo objetivo, por lo que, la ganancia de uno se traduce como la pérdida total del otro.

En cuanto a los juegos cooperativos se busca el describir la conducta óptima en juegos con muchos jugadores, sin embargo, los resultados fueron menos precisos que en los juegos de “suma cero” debido a la propia complejidad del problema.

No fue hasta la llegada del economista y matemático norteamericano John Forbes Nash (1928-2015), que se logró consolidar la Teoría de Juegos. En el año 1950, Nash agregó un componente clave: la predicción. Para esto, introdujo lo que se conoce como El equilibrio de Nash, con el que, fue posible analizar las situaciones de los juegos no cooperativos (Nash, 1953). Los individuos toman sus decisiones considerando que los demás optarán por su mejor elección, para así, llegar a una solución.

El Equilibrio de Nash ha resultado ser eficaz y enriquecedor en el estudio de muchas situaciones de tipo económico, social, político y legal. En un principio fue de aplicación para juegos de tipo “suma cero” que se concentraban en temas de estrategia militar. Más recientemente, ha sido utilizada en estudios sobre corrupción y mencionada en relación a la crisis financiera griega.

En el año 1967, el economista húngaro John Harsany (1920-2000) dio un paso más adentrándose en la teoría de juegos de información incompleta, es decir, aquellos en que los jugadores no conocen todas las características del juego (beneficios, resultados, etc.)

En 1975, el economista y matemático alemán Reinhard Selten (1930-2016) perfeccionó el Equilibrio de Nash y definió el concepto de equilibrio perfecto en el subjuego para juegos de información completa y una generalización para el caso de juegos de información imperfecta.

La Academia Real de Ciencias Sueca en 1994, otorgó el primer Premio Nobel de Economía gracias a las contribuciones e investigaciones de Nash, Harsany y Selten en su análisis de equilibrio en la teoría de los juegos no cooperativos, ya que, a pesar de tratarse de publicaciones independientes eran complementarias entre sí (Tenorio y Martín, 2015).

Una década más tarde, el matemático Robert J. Aumann y el economista Thomas C. Schelling reciben el Premio Nobel de Economía por mayores aportaciones en el campo de la Teoría de Juegos (Fernández, 2006). En concreto, expusieron un análisis de opciones estratégicas que pueden ayudar a resolver conflictos en materia comercial y empresarial.

Según la Academia Real de Ciencias Sueca estos estudios pueden ser aplicados en políticas de seguridad y desarme, en la formación de precios en los mercados, así como en negociaciones políticas y económicas (El Nobel de Economía para la teoría de juegos, 2005).

La Teoría de Juegos a día de hoy sigue siendo un tema de interés y de expansión en el que seguimos apreciando continuas contribuciones, además, se debe resaltar su importancia en distintas aplicaciones.

En la Economía, nos encontramos con una situación en el mercado en el que si los recursos son escasos es porque hay más gente que los quiere de la que puede llegar a tenerlos en realidad, por lo que su contribución ayuda a la distribución de la oferta y la demanda. Además con la Teoría de Juegos se puede comprender como se fijan los precios en los oligopolios, ya que en estos, los resultados que obtiene cada empresa no dependen sólo de su decisión sino también de las decisiones de los competidores.

En la Ciencia Política ha contribuido en como los partidos políticos eligen sus programas; en la Biología, los biólogos evolucionistas se apoyan en la Teoría de Juegos para explicar historias de conducta animal; y en cuanto a la Filosofía Social, se utiliza para estudiar el comportamiento de grupos delincuentes y ejemplificar el modo en el que pueden llegar a operar (Binmore, 1993).

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO: TEORÍA DE JUEGOS. CONCEPTOS GENERALES

2.1 COMPONENTES DE UN JUEGO

Para que se forme un juego tiene que existir tres elementos básicos: los jugadores, las estrategias de cada uno de los jugadores y los resultados que obtiene cada uno de ellos con cada combinación posible de estrategias.

- **Los jugadores o agentes del juego** son los participantes que toman decisiones de forma racional con el fin de maximizar su utilidad. Pueden ser dos o más individuos.
- **Las estrategias o acciones de cada jugador** son las decisiones que puede tomar cada jugador en cada momento en que le toque jugar. El conjunto de acciones de un jugador en cada momento del juego puede ser finito o infinito (Pérez, Jimeno y Cerdá, 2013).

  Las estrategias, a su vez, pueden ser puras, mixtas y óptimas.

  - Las *estrategias puras* serán aquellas en las que todos los movimientos serán siempre los mismos para cada situación.

  - En las *estrategias mixtas*, estos movimientos no son concebidos previamente como en las estrategias puras, sino que, se van realizando a medida en que se va desarrollando el juego como contra respuesta a las estrategias del jugador contrincante. Los movimientos no serán los mismos para cada situación, sino que, se van a decidir por probabilidad.

    Según Pindyck y Rubinfeld (2009): “Una estrategia mixta se define como la estrategia en la que un jugador elige aleatoriamente entre dos o más opciones posibles, basándose en un conjunto de probabilidades elegidas.”

  - Las *estrategias óptimas* son aquellas que no pueden ser superadas por ninguna otra. Te garantiza como mínimo el empate.

    Según Pindyck y Rubinfeld (2009): “La estrategia óptima para un jugador es la que maximiza su ganancia esperada.”

- Los **resultados** del juego son los distintos modos en que puede concluir un juego. Cada resultado lleva aparejadas unas consecuencias para cada jugador (Pérez et al., 2013).

Otros autores amplían estos elementos, agregando los siguientes:

Al finalizar un juego, cada jugador recibe un **pago**, que depende de cual haya sido el resultado del juego. El significado de dicho pago es la utilidad que cada jugador atribuye a dicho resultado, es decir, la valoración que para el jugador tienen las consecuencias de alcanzar un determinado resultado en el juego.

Las decisiones estratégicas reportan **ganancias** a los jugadores. Se definen como el valor o rendimiento que cada jugador obtiene una vez finalizado el juego. Los resultados generan recompensas o beneficios (Pindyck y Rubinfeld, 2009). Además, Véntsel (1977) añade que “tanto la ganancia o pérdida no siempre tiene una expresión cuantitativa pero, generalmente, estableciendo ciertas escalas de medidas, se puede expresar con un número definido”.

Las **reglas** son una serie de condiciones en las que se establecen unas normas y límites para poder realizar un juego. Según Véntsel (1977): “Se entiende por reglas del juego, el sistema de condiciones que determina las posibles variantes de acción de las dos partes, la cantidad de información de cada parte sobre la conducta de la otra, la sucesión de las alternaciones de las jugadas y también el resultado o el fin del juego al que conduce un determinado conjunto de jugadas”.

La **información** es el grado de conocimiento del que se dispone en cada momento acerca de los valores de las distintas variables. Se define como el conocimiento de cómo se ha desarrollado el juego hasta ese momento y de las acciones que han tomado los jugadores.

2.2 TIPOS DE JUEGOS

Juegos cooperativos y Juegos no cooperativos

En el libro de Von Neumann y Morgenstern ya se hace una distinción entre juegos no cooperativos y juegos cooperativos.

Un juego se considera **<u>cooperativo</u>** cuando los jugadores pueden llegar a acuerdos vinculantes. De esta manera, lo que se pretende es que los participantes unifiquen sus estrategias, formando así, coaliciones para lograr un objetivo en común.

En cambio, en un **<u>juego no cooperativo</u>** pasa totalmente lo contrario, puesto que, se analiza al jugador individual o empresa. Se busca la maximización de los propios beneficios.

Para Nash la diferencia entre juegos cooperativos y no cooperativos depende de la posibilidad o imposibilidad de coaliciones, comunicaciones y pagos laterales. (Restrepo, 2009).

Juegos Secuenciales y Juegos Simultáneos

El criterio que se utiliza para diferenciar ambos tipos de juegos es la implicación del tiempo.

Se considera **<u>simultáneo</u>** cuando los jugadores deciden al mismo tiempo sus estrategias.

En el caso de que los jugadores decidan uno detrás del otro se llamaría **<u>secuencial</u>**. En este tipo de juego, los competidores se mueven o se ajustan continuamente, respondiendo a las acciones y reacciones de los demás (Restrepo, 2009).

Juegos Simétricos y Juegos Asimétricos

Un **<u>juego simétrico</u>** es un juego en el que las recompensas por jugar una estrategia en particular dependen sólo de las estrategias que empleen los otros jugadores y no de quién las juegue. Si las identidades de los jugadores pueden cambiarse sin que cambien las recompensas de las estrategias, entonces el juego es simétrico. Un ejemplo de juego simétrico es el Dilema del prisionero.

El Dilema del prisionero describe una situación en la que dos delincuentes deben decidir por separado si confiesan o no un delito. Ante esta problemática se dan las siguientes situaciones: si uno de los delincuentes confiesa recibirá una condena menor que su compañero, pero, en el caso de que ninguno de los dos confiese las condenas serán menores en comparación de las que recibirían si sí lo hubiesen hecho. La matriz que representa este juego es la siguiente:

		Prisionero 2	
		Confesar	No confesar
Prisionero 1	Confesar	-5,-5	-3,-10
	No confesar	-10,-3	-1,-1

Tabla 2.1. Dilema del prisionero

Fuente: Elaboración propia

En el ejemplo que se acaba de plantear, se observa que si ambos prisioneros confesasen se le impondrían 5 años siendo éstos negativos ya que representan los años que pasarían en la cárcel, lo mismo se aplica para los siguientes casos. En el caso de que uno confesase y el otro no, la condena seria de 10 años para aquel que no confesase y de 3 años para quien sí lo hiciera, y la última situación que se plantea es en la que ambos confesasen donde a cada uno le correspondería 1 año de cárcel.

Los **juegos asimétricos** más estudiados son los juegos donde no hay conjuntos de estrategias idénticas para ambos jugadores.

Por ejemplo, el Juego del Ultimátum y el Juego del dictador tienen diferentes estrategias para cada jugador.

El juego del dictador es un juego muy simple de economía experimental. El primer jugador, el que propone, determina la asignación entre los dos jugadores de alguna dotación, como por ejemplo, un premio en metálico. El que responde en este caso simplemente recibe la cantidad de la dotación que no se ha asignado a sí mismo el que propone. El papel del que responde es totalmente pasivo (no toma decisiones en el juego). El segundo jugador no podrá reclamar nada y simplemente acepta la decisión del primer jugador por eso este juego lleva el nombre de dictador.

En el juego del ultimátum se plantea la siguiente situación: a un individuo que se denominará “A” se le propone que reparta 100€ con otro individuo “B” según crea conveniente. “A” hace una única propuesta a “B”, si éste la acepta se llevará a cabo el reparto, en el caso de que la rechace ningún individuo se llevaría nada. Siendo x e y, las ganancias que se llevarían ambos individuos si “B” aceptase la propuesta de “A”, la matriz de este juego seria la siguiente:

	B	
	Acepta	No Acepta
A	x, y	0,0

Tabla 2.2. Juego del Ultimátum

Fuente: Elaboración propia

Juegos de suma cero y Juegos de suma no cero

Los juegos de suma cero son aquellos en el que los pagos siempre suman cero. Se aplicará cuando los intereses de ambos jugadores sean diametralmente opuestos. Los juegos de suma cero modelizan situaciones de conflicto puro entre dos jugadores, en las cuales lo que un jugador gana es exactamente lo que su contrincante pierde (Pérez et al., 2013).

Para ejemplificar este juego nos basaremos en el juego de las monedas. Dos jugadores depositan de manera simultánea dos monedas de un euro sobre una mesa. Si resultan dos caras o dos cruces, el jugador 1 se llevaría 2€, mientras que, si saliese una cara y una cruz, el jugador 2 se llevaría los 2€. La matriz de este juego seria la siguiente:

		Jugador 2	
		Cara	Cruz
Jugador 1	Cara	1,-1	-1,1
	Cruz	-1,1	1,-1

Tabla 2.3. Juego de las monedas

Fuente: Elaboración propia a partir de Pérez et al. (2013, pp 42)

En **los juegos de suma no cero**, la ganancia de un jugador no necesariamente se corresponde con la pérdida de otro.

Juegos de información perfecta y Juegos de información imperfecta

Por el carácter y la cantidad de información que es accesible a cada jugador sobre las acciones del otro, se clasifican por juegos con información perfecta o imperfecta.

Los Juegos de información perfecta son aquellos en el que cada jugador al hacer cada jugada personal conoce el resultado de todas las jugadas anteriores, tanto las personales como las de azar. Como ejemplo de esta clase de juegos están el ajedrez, tres en raya, entre otros (Véntsel, 1977).

La información perfecta se confunde a menudo con la información completa, que es un concepto similar. La información completa requiere que cada jugador conozca las estrategias y recompensas del resto pero no necesariamente las acciones.

Según la opinión de Tirole (1990): "los juegos pueden ser con **información imperfecta,** es decir, si se desconoce lo que han hecho los otros jugadores previamente o no se conoce del todo a los otros jugadores".

Juegos repetidos

Según Pindyck y Rubinfeld (2009) se entiende por juegos repetidos a aquellos juegos en el que "se emprende acciones y se reciben ganancias una y otra vez". Su carácter repetitivo hace que los jugadores tengan en cuenta el valor de su reputación previa, además, deben considerar el efecto de sus acciones presentes sobre las expectativas futuras del adversario.

Guerrien (1998) destaca una serie de características:

- Su número de estrategias aumenta exponencialmente con el número de veces que se repita el juego y permite vislumbrar una gran diversidad de situaciones.
- Por otro lado, tal salida conduce a la situación de introducir el concepto de amenaza, que de hecho resalta muy bien el carácter condicional de las estrategias "si él hace esto, yo respondo con aquello".

Los juegos repetidos se pueden desglosar en dos tipos: juegos finitos y juegos infinitos.

Véntsel (1977) añade que si el criterio se basa al número de posibles estrategias, los juegos se dividen en finitos e infinitos. A un juego se le denomina **finito** cuando cada jugador solo puede tener un número finito de estrategias. Si el juego se repite **indefinidamente**, las estrategias se hacen más complejas debido a esa multiplicidad de las estrategias que posee el jugador.

2.3 REPRESENTACIÓN

La representación varía en función de los juegos a los que se refieran. Si se tratan de juegos no cooperativos se representan de forma estratégica o normal y extensiva o en forma de árbol.

Los que se representan de forma *estratégica o normal*, se refiere al juego que se define de forma que cada jugador escoge una estrategia, y el conjunto de estrategias escogidas entre todos los jugadores simultánea e independientemente, determinan los resultados de cada jugador (Corcho, 2000).

Mientras que, la *representación extensiva* de un juego describe la secuencia de movimientos de los jugadores.

En la forma extensiva se especifican el orden del juego, las alternativas disponibles para cada jugador, la información disponible para cada uno cada vez que le toque jugar, y los pagos para cada uno de ellos en cada secuencia posible de acciones tomada por el conjunto de jugadores (Tarziján y Paredes, 2006).

En el caso de los juegos cooperativos, su representación es coalicional, lo cual, consiste en la descripción de los pagos que reciben cada una de las coaliciones posibles

2.3.1 Representación estratégica o normal

La forma estratégica o normal organiza la descripción en forma rectangular, centrando su énfasis en las estrategias de los jugadores (como si estos fueran capaces de tomar todas sus decisiones de una vez).

Un juego en forma estratégica está compuesto por el conjunto de jugadores, el conjunto de estrategias para cada jugador y los pagos o utilidades que reciben los jugadores para cada combinación de estrategias.

1) **El conjunto de los jugadores** que se denominan con J_1 para el jugador 1 y J_2 para el segundo jugador y hasta J_n en el caso de que existan más jugadores.
2) **El conjunto de estrategias** de cada uno $\{X_{1,}X_2\},\{Y_{1,}Y_2\}$. Según nuestra representación cada jugador tiene dos estrategias posibles.
3) **La función de pagos o ganancias** de cada uno se le asigna la simbología (A, B, C, D). Cada combinación de estrategias proporciona un pago para cada jugador.

		J_2	
		Y_1	Y_2
J_1	X_1	$(A_{1,}A_2)$	$(C_{1,}C_2)$
	X_2	$(B_{1,}B_2)$	$(D_{1,}D_2)$

Tabla 2.4. Representación estratégica o normal de un juego

Fuente: Elaboración propia

A continuación, se plantea un **ejemplo** para visualizar la representación estratégica o normal de un juego:

Existen empresas que dominan la mayoría de la cuota del mercado. En el sector del *fast-food* a nivel mundial se sitúan dos rivales muy fuertes: Burger King y McDonald's. La competencia entre ambas marcas se manifiesta desde los años 50, a esto se le suma que cuentan con una línea de productos similares que necesitan de una constante actualización, para asi, captar a un mayor número de consumidores. A parte de los productos que ofertan, otra clave importante en su rivalidad radica en la publicidad por lo que plantearemos un problema a raíz de esto.

Si ambas marcas deciden invertir en publicidad como resultado perderían 8 millones de euros al año. Si Burger King decide invertir pero McDonald's no lo hace, entonces Burger King ganaría 8 millones de euros al año, mientras que su competidor perdería la misma cantidad. Lo mismo se produciría en el caso contrario, en donde la única que decidiese invertir fuera McDonald's. Si ambas empresas decidiesen no invertir en publicidad, ambas no obtendrían ningún beneficio. Una vez establecido el juego su representación seria la siguiente:

		McDonald's	
		Invertir en publicidad	No Invertir
Burger King	Invertir en publicidad	-8,-8	8,-8
	No Invertir	-8,8	0,0

Tabla 2.5. Representación estratégica del juego entre BK y McDonald's

Fuente: Elaboración propia

2.3.2 Representación extensiva o de árbol

La forma extensiva de un juego se define como la representación de los movimientos posibles de un juego en forma de árbol (Pindyck y Rubinfeld, 2009).

Se pretende resaltar la secuencia del juego, es decir, la manera en que se desarrollan o podrían desarrollarse las acciones de los jugadores para alcanzar los posibles resultados del juego.

Los elementos que caracterizan a un juego en forma de árbol son:

- **El conjunto de jugadores** que participan se denotará por J_1, J_2,...,J_n, siendo *n* el número total de jugadores dentro del juego.

- **Conjunto de nodos:** un nodo representa una posible situación del juego en la que se encuentren los jugadores. Se hace referencia a tres tipos de nodos:
  - Existe una única raíz (o <u>nodo inicial</u>) que no tiene ningún predecesor inmediato y que precede a todos los demás nodos. Este nodo inicial se interpreta como el comienzo del juego.
  - Un nodo será de <u>decisión</u> si le sigue algún otro nodo y representa la situación en la que se encuentra un jugador a medida que transcurre el juego.
  - Un nodo es <u>terminal o final</u> cuando no tiene ramas que salgan de ellos y representa el final del juego. Éstos muestran los resultados que obtiene cada jugador si el juego terminase en ese nodo (π_i).

- **Conjunto de acciones o ramas:** son aquellas que enlazan un nodo con otro y representan las acciones disponibles en el juego, y por tanto, se corresponden a las elecciones que toman los jugadores. El número de ramas será variable e irá en función al número de elecciones que tenga cada jugador.

- **El camino:** describe el recorrido que elige cada jugador, partiendo desde el nodo inicial hasta llegar al nodo final, donde se nos muestra el resultado que se obtiene a raíz de las elecciones tomadas durante el juego.

Por tanto, un juego en forma extensiva viene representado de la siguiente forma:

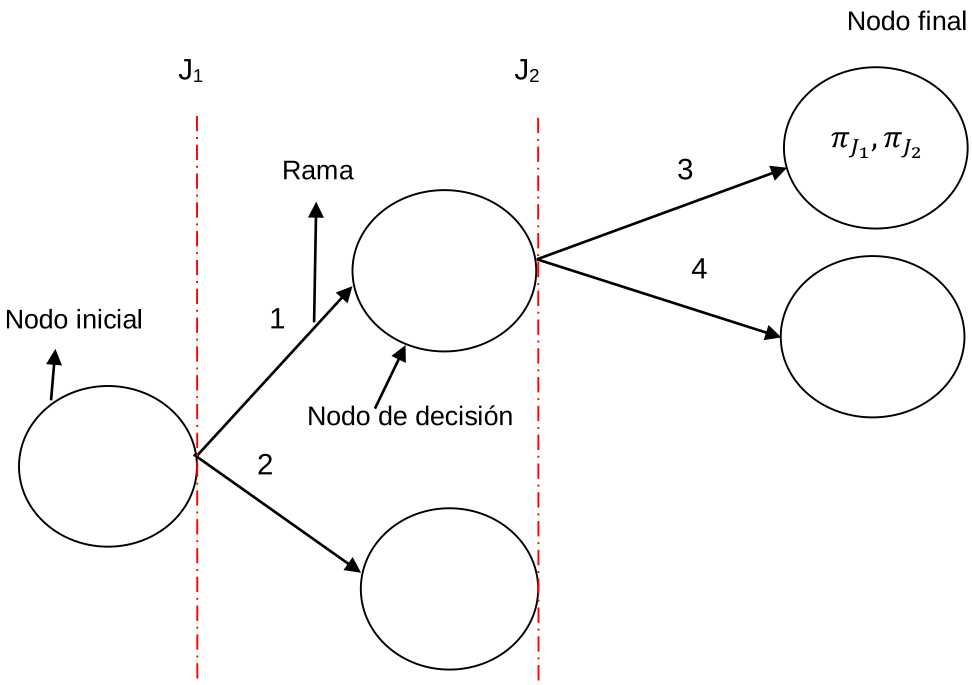


Figura 2.1. Representación extensiva o de árbol de un juego

Fuente: Elaboración propia

Ejemplo:

Para representar un juego de forma extensiva nos basaremos en el problema planteado en el apartado anterior (la problemática entre Burger King y McDonald’s).

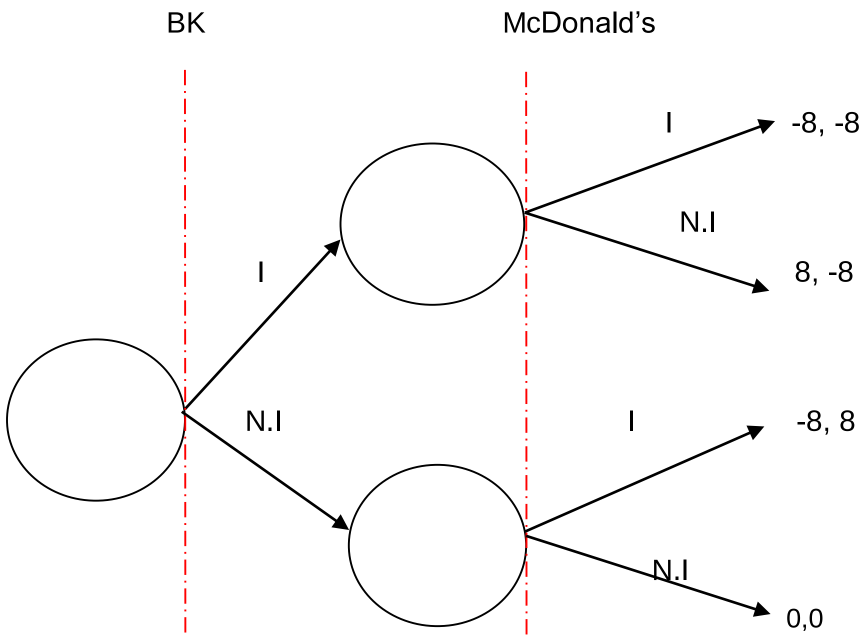


Figura 2.2. Representación extensiva o de árbol del juego entre BK y McDonald’s

Fuente: Elaboración propia

2.3.3 Representación coalicional

Como se menciona al principio de este apartado, la representación coalicional se utiliza para representar juegos cooperativos y tiene como finalidad la de estudiar la repartición de los rendimientos obtenidos en la cooperación entre los participantes.

Este tipo de juego se caracteriza por cada una de las posibles coaliciones que se pueden formar. En el caso de que las utilidades de los jugadores sean transferibles, las ganancias/pérdidas que se obtienen por actuar como coalición, pueden repartirse entre los jugadores que forman parte de ella.

La representación coalicional de un juego se compone de los siguientes elementos:

- **Un conjunto finito de jugadores**, que viene definido por J= {1,2,…, n}. Siendo n el número total de jugadores participantes en el juego.

- **Las coaliciones (S)** que se pueden formar. Éstas variarán dependiendo del número total de jugadores por el que esté compuesto el juego.

- Para una coalición S, a **v(S)** se le llama **valor de coalición** y es el valor máximo que puede obtener la coalición si todos sus miembros se asocian y juegan en equipo.

La representación formal para un juego de 3 jugadores seria:

S	{1}	{2}	{3}	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
v(S)	a	b	c	d	e	f	g

Tabla 2.6. Representación coalicional de un juego

Fuente: Elaboración propia

A continuación para explicar este tipo de juego, nos basaremos en un **ejemplo** de Pérez et al., 2013, pág. 454:

Una finca rústica está valorada por su actual propietario en 350.000€. Un empresario le ofrece acondicionarla para su utilización como polígono industrial, con lo que su valor de mercado alcanzaría los 700.000€. Una empresa constructora le ofrece urbanizar la finca para su posible subdivisión en parcelas destinadas a viviendas unifamiliares. Con esta urbanización el valor de la finca sería de 775.000€.

Este juego cooperativo $J = \{1,2,3\}$ está formado por tres jugadores; donde el jugador 1 es el empresario que ofrece acondicionar la finca como polígono industrial, la jugadora 2 es la empresa constructora y el jugador 3 es el propietario actual de la finca.

Tanto el jugador 1 como la jugadora 2 necesitan el acuerdo con el jugador 3 para poder utilizar la finca.

Si el jugador 3 no coopera con ninguno de los otros dos jugadores mantiene la situación actual, es decir que la finca seguirá valorada por 350.000€. En el caso de que llegue a un acuerdo con el jugador 1, entre ambos obtendrían 700.000€. Si llega a un acuerdo exclusivamente con la jugadora 2 para obtener el mayor valor posible obtendrán entre los dos 775.000€. Finalmente si cooperan los tres jugadores y deciden llevar conjuntamente adelante el proyecto que dé mayor valor de mercado, obtendrán entre los tres 775.000€.

La representación formal de este juego coalicional sería la siguiente:

S	{1}	{2}	{3}	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
v(S)	0	0	350	0	700	775	775

Tabla 2.7. Representación coalicional del juego de Finca Rústica

Fuente: Elaboración propia

2.4 CONCEPTO DE SOLUCIONES

En la elección de un modelo para encontrar la solución de un juego se hará en base a dos premisas: el tipo de juego que se esté llevando a cabo (juegos cooperativos o juegos no cooperativos) y el tipo de representación de dicho juego (forma estratégica, forma extensiva o coalicional).

2.4.1 Soluciones para juegos cooperativos

Los juegos cooperativos se originan cuando se producen contratos vinculantes entre los distintos jugadores, todos poseen información completa del juego para llevar a cabo así sus estrategias, y es por medio de coaliciones y los beneficios que se generen a partir de ellas, donde se sopesan las soluciones del juego, donde la finalidad última está en que cada jugador obtenga el mayor beneficio posible.

En los juegos cooperativos de utilidad transferible, un conjunto de jugadores que dispone de mecanismos para tomar acuerdos vinculantes, deben decidir cómo repartirse los beneficios de su cooperación.

En los juegos cooperativos de utilidad transferible que a partir de ahora lo denominaremos como *juegos TU*, el carácter transferible se deriva de la repartición libre de los beneficios/ganancias generadas por los grupos de jugadores (coaliciones).

A pesar de que se estudia las acciones de los participantes centrándose en su actuación colectiva, el concepto de unanimidad no existe, ya que dentro del juego puede haber algunos grupos de jugadores capaces de forzar determinados repartos.

La representación de los juegos *TU* viene dada por $G = (J, v)$, donde podemos observar que los mismos están compuestos por J (jugadores) y $v(S)$ que se denomina función característica y que describe la suma total de los pagos que les corresponderían a los miembros que conforman la coalición (S) cuando se lleva a cabo dicha cooperación.

El objetivo principal de la teoría de los *juegos TU* es proponer, para cada *juego TU*, una asignación o conjunto de asignaciones que pueda ser aceptado por todos los jugadores involucrados en el problema. Para esto, nos centramos en dos enfoques (Casas et al., 2012):

- **Estabilidad**: se refiere a que ningún jugador tiene incentivos para abandonar el juego, ya que, lo que puede obtener en el reparto de los beneficios es al menos lo que puede garantizarse por sí mismo.
- **Ecuanimidad**: se basa en que el reparto sea igualitario y aceptable para todos los grupos de jugadores en función a su participación en el juego.

El problema que se deriva de los *juegos TU* radica en la distribución de pagos entre los jugadores que forman las coaliciones y para la resolución de este dilema se propone el concepto de solución: Valor de Shapley (Shapley, 1953). El valor de Shapley se basa en el concepto de ecuanimidad, por lo que, se pretende lograr una asignación que sea un compromiso aceptable para todos los jugadores.

Se llega a una única asignación de pagos entre los jugadores a partir de cuatro axiomas:

1. **Eficiencia**: los pagos deben sumar $v(J)$, es decir, que la función de asignación de pagos debe ser repartida entre todos los jugadores.
2. **Simetría**: los jugadores son sustitutos porque contribuyen con el mismo grado a cada coalición, es por eso, que se les debe tratar idénticamente cuando se obtenga la solución.
3. **Propiedad del jugador nulo:** si el jugador no contribuye en nada en ninguna coalición, por consiguiente, en el reparto de los beneficios tampoco le corresponde nada.
4. **Aditividad**: es un requerimiento técnico y significa que la asignación de pagos debe ser invariante a cualquier descomposición arbitraria del juego.

El Valor de Shapley es la única asignación que verifica estos cuatro axiomas y se expresa de la siguiente forma (Pérez et al., 2013):

$$\phi_i(v) = \sum_{S \in P(J)} q(s)[v(S) - v(S - \{i\})]$$

En donde:

$$q(s) = \frac{(s-1)!\,(n-s)!}{n!}$$

Siendo s=│S│ que representa el número de jugadores que hay en la coalición S y n el número de participantes en el juego.

En cuanto a $[v(S) - v(S - \{i\})$, éste representa la contribución marginal del jugador i al beneficio total que se obtiene de la coalición. Mientras que $q(s)$ es la probabilidad de que al jugador i le toque incorporarse a la coalición.

El ejemplo anterior (el juego de la Finca Rústica) se trata de un juego de tres jugadores cuyo valor de Shapley es:

$$\phi(v) = \left(\frac{350}{6}, \frac{575}{6}, \frac{3.725}{6}\right)$$

2.4.2 Soluciones para juegos no cooperativos

En los juegos no cooperativos se tratan situaciones en donde las alianzas están totalmente prohibidas, por lo que, las partes no pueden suscribir acuerdos obligatorios entre sí.

La resolución de este tipo de juegos se puede llevar a cabo a través de distintos modelos, sin embargo, nos centraremos en tres de ellos: el Equilibrio de Nash, Modelo de Stackelberg y la colusión de Cournot, los cuales explicaremos detalladamente a continuación.

Equilibrio de Nash

Para los juegos no cooperativos, John Nash demostró que existe un equilibrio en una combinación de estrategias si ninguno de los jugadores tuviese incentivos individuales para incumplir con el acuerdo tomado, ya que al hacerlo, esta decisión no le proporcionaría mayores ganancias sino todo lo contrario. A este equilibrio se le denomina como Equilibrio de Nash.

El Equilibrio de Nash constituye una condición mínima de racionalidad individual (Guerrien, 1998), y es allí donde se reivindica el carácter no cooperativo de las elecciones individuales, o en otras palabras, cada jugador mira por su propio beneficio. Un jugador racional nunca empleará estrategias que le produzcan unas ganancias inferiores ante cualquier creencia o elección que pudieran hacer sus adversarios.

Nash demostró que en cualquier juego finito, es decir, aquellos que se componen por un número finito de jugadores y que, a su vez, los mismos cuentan con un numero finito de estrategias puras; existe al menos un punto de equilibrio (Nash, 1953). El punto de equilibrio que se obtiene es un punto fijo resultante de las intersecciones de las expectativas de los jugadores con respecto a lo que los otros jugadores harán.

Este teorema fue probado por Nash en 1951, pero en realidad, se remonta a 1838 donde fue Cournot quien se adelantó a la definición de Nash pero llevó su aplicación al contexto de un modelo de duopolio.

A lo largo de las explicaciones nos referiremos al Equilibrio de Nash como equilibrio de Cournot-Nash (EN) para indicar que se trata del equilibrio de Nash del juego definido por el modelo de Cournot.

El Equilibrio de Cournot-Nash está formado por estrategias que son óptimas para cada jugador en función de las estrategias elegidas por el resto de jugadores (Sánchez-Cuenca, 2009). Esto se traduce en que cada jugador utilizará una estrategia que maximice los pagos que vaya a obtener en el juego, teniendo en cuenta, que las predicciones que haya formulado previamente acerca de las elecciones de los otros jugadores sean correctas.

La definición de EN incluye dos requisitos indispensables (Pérez et al., 2013):

1. Cada jugador debe jugar una respuesta óptima ante una creencia relativa al comportamiento del resto de jugadores.

2. La creencia relativa al comportamiento del resto de jugadores deben de ser compartidas entre todos los jugadores, por lo que se deduce, que los jugadores cuentan con la información completa del juego.

Los juegos están formados por (1) los *n* jugadores que participen en el mismo, (2) el conjunto de estrategias utilizadas por cada jugador que se definen como E_i y, (3) las utilidades que les proporciona dichos movimientos que serán definidos como U_i.

Por lo que los componentes de todo juego serán:

$$G = (E_i, U_i)$$

Si se establece un juego entre dos jugadores, éste vendría representado de la siguiente forma:

$$G = (E_1, E_2, U_1 (j_1,j_2), U_2 (j_1,j_2))$$

La respuesta óptima de cada jugador se deriva de lo que le conviene hacer a ese jugador en función de lo que podrían hacer los demás. Para lograr el EN:

- Se calcula la respuesta óptima de cada jugador.
- Se identifica los EN como los perfiles estratégicos que son puntos de intersección de todas las correspondencias de respuesta óptima.

Por lo que, para empezar con el cálculo de EN, se tiene que buscar las respuestas óptimas de cada jugador.

El modelo de Cournot describe una situación en la que un pequeño número de empresas compiten en el mercado de un producto homogéneo, decidiendo simultáneamente que cantidades de producción van a aportar al mercado, y el precio de mercado queda determinado por la cantidad total aportada de acuerdo con la función de demanda inversa (Pérez et al., 2013).

En nuestro caso, dentro del mercado participan dos empresas que definiremos como J_1 y J_2. Cada una de ellas produce una cantidad siendo q_1 la cantidad que produce J_1 y q_2 la que produce J_2.

Suponemos que la función de demanda inversa es decreciente y lineal en el intervalo [0, *a/b*] y que los costes marginales (c) de cada empresa son constantes, menores que *a* e iguales para ambas empresas.

A continuación, definiremos los parámetros descritos:

La **función de demanda inversa** viene representada de la siguiente forma:

$$P(Q) = \begin{cases} a - bQ & si \ \ bQ < a \\ 0 & si \ bQ \geq a \end{cases}$$

Donde $b > 0$ y Q es la demanda agregada, es decir, $Q = q_1 + q_2$

En cuanto a las **funciones de costes:**

$$C_1(q_1) = cq_1$$

$$C_2(q_2) = cq_2$$

Donde $c < a$, y como hemos mencionado anteriormente estos serán constantes e iguales para ambas empresas.

Los **beneficios ($\boldsymbol{\pi}$)** serán:

$$\pi_1(q_1, q_2) = \ q_1(a - bq_1 - bq_2) - cq_1 = q_1(a - bq_1 - bq_2 - c)$$

$$\pi_2(q_1, q_2) = \ q_2(a - bq_1 - bq_2) - cq_2 = q_2(a - bq_1 - bq_2 - c)$$

Respecto a las **utilidades** suponemos que coinciden con los beneficios, por tanto, vendrán definidos así:

$$U_1(q_1, q_2) = q_1(a - bq_1 - bq_2 - c)$$
$$U_2(q_1, q_2) = q_2(a - bq_1 - bq_2 - c)$$

Siendo U_1 el beneficio de J_1 y U_2 el de J_2.

Para encontrar la respuesta óptima de J_1, ante una acción cualquiera de J_2, será necesario resolver los problemas de maximización: Max U_1 (q_1, q_2).

$$Max\ U_1(q_1, q_2) = q_1(a - bq_1 - bq_2 - c)$$

A continuación, se tienen que cumplir dos condiciones:

La condición de primer orden es:

$$\boldsymbol{\frac{\partial U_1\ (q_1, q_2)}{\partial q_1} = a - 2bq_1 - bq_2 - c = 0}$$

La condición de segundo orden es:

$$\boldsymbol{\frac{\partial^2 U_1(q_1, q_2)}{\partial q_1^2} = -2b < 0}$$

Esta última proporciona la condición suficiente de máximo.

De esta forma, se obtiene la **curva de reacción de J_1**:

$$\boldsymbol{R_1(q_2) = \frac{a - c - bq_2}{2b}}$$

Análogamente, obtendríamos **la respuesta óptima de J_2** ante una acción cualquiera de J_1:

$$\boldsymbol{R_2(q_1) = \frac{a - c - bq_1}{2b}}$$

En el punto de intersección de las curvas de reacción de ambas empresas se haya el Equilibrio de Nash.

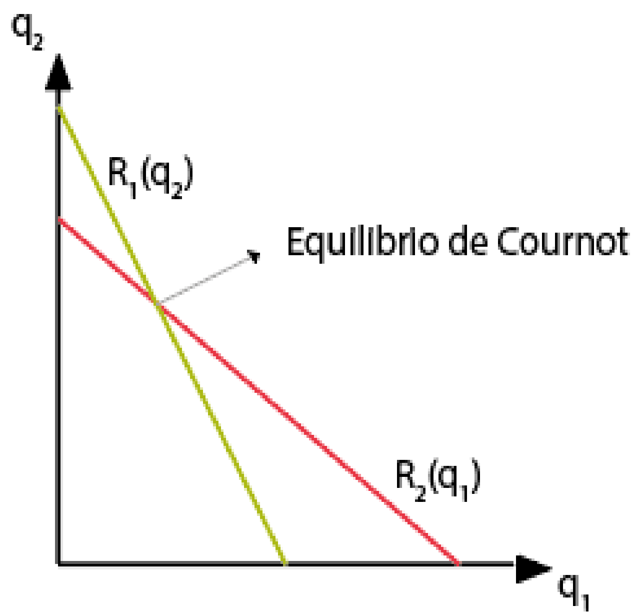


Figura 2.3. Equilibrio Cournot-Nash para dos empresas

Fuente: Elaboración Propia

<u>Modelo de Stackelberg: Inducción hacia atrás.</u>

En este caso, se aborda una situación en la que los jugadores son dos empresas que constituyen un duopolio con un producto homogéneo compitiendo en cantidades, pero a diferencia del modelo de Cournot-Nash las acciones serán continuas.

Los juegos en representación extensiva se caracterizan por la continuidad de las decisiones de sus jugadores, es decir, uno de ellos toma una decisión y el siguiente jugador lo hará tras observar lo que ha decidido el primer jugador. Es por esto que se emplea el modelo de Stackelberg para este tipo de juegos.

En este juego existen una empresa líder y otra empresa seguidora. La empresa líder será quien decida su producción en primer lugar y, a continuación, la empresa seguidora decidirá la cantidad que va a producir en función de la decisión tomada por la empresa líder.

Suponemos que hay dos empresas que fabrican un determinado producto homogéneo cuya función de demanda inversa es decreciente y lineal en el intervalo [0, a], que los costes marginales de cada empresa son constantes, menores que *a* e iguales a *c* para ambas (Pérez et al., 2013).

El juego se dará de la siguiente manera: En la primera etapa, J_1 (empresa líder) escoge una cantidad $q_1>0$. En la segunda etapa, J_2 (empresa seguidora) observa q_1, y a raíz de esa elección, procede a elegir una cantidad $q_2>0$.

A continuación, analizaremos la segunda etapa donde J_2 toma su decisión. Para esto, tiene que resolver el problema de maximización de su utilidad:

$$Max\ U_2(q_1, q_2) = q_2[a - c - q_1 - q_2]$$

Y como en el modelo de Cournot, aquí también se tienen que cumplir dos condiciones:

La condición de primer orden es

$$\frac{\partial U_2(q_1, q_2)}{\partial q_2} = a - c - q_1 - 2q_2 = 0$$

La condición de segundo orden es

$$\frac{\partial^2 U_2(q_1, q_2)}{\partial q_2^2} = -2 < 0$$

Siendo esta última la que le otorgue la condición suficiente de máximo.

Asi, se obtiene la respuesta de J_2 hacia el q_1 fijado por la empresa líder o también lo llamamos **la curva de reacción de J_2**:

$$R_2(q_1) = \frac{a - q_1 - c}{2}$$

Previamente, a la decisión de J_2, la empresa líder en la primera etapa, ha tenido en cuenta la posible decisión de la empresa seguidora en función del q_1 que iba a fijar, por lo que también se ha adelantado y ha maximizado su utilidad: Max U_1 (q_1, R_2 (q_1)), donde se tiene que cumplir las dos condiciones:

La condición de primer orden será:

$$\frac{\partial U_1(q_1,\ R_2(q_1))}{\partial q_1} = \frac{a - 2q_1 - c}{2} = 0$$

La condición de segundo orden será:

$$\frac{\partial^2 U_1(q_1,\ R_2(q_1))}{\partial q_1^2} = -1 < 0$$

Es así que, J_1 (empresa líder) obtiene la cantidad ideal a producir $q_1 = \frac{a-c}{2}$, que maximiza su utilidad teniendo en cuenta también la decisión óptima de la otra empresa.

Una vez obtenido el valor de q_1, se procede a sustituirla en la función de la curva de reacción de J_2, logrando así el valor del mismo. El resultado de inducción hacia atrás de este juego seria el siguiente:

$$q_1^* = \frac{a - c}{2}$$

$$R_2(q_1^*) = \frac{a - q_1^* - c}{2} = \frac{a - c}{4}$$

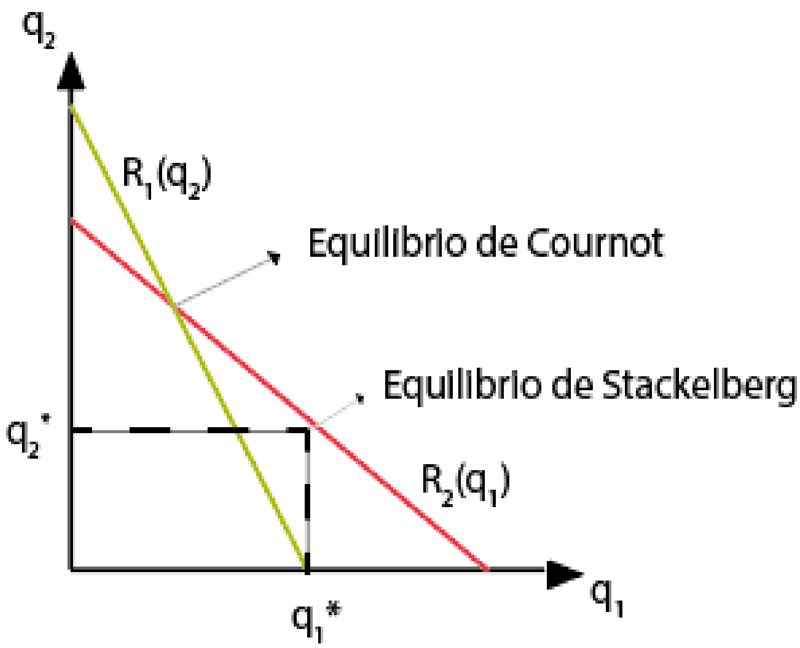


Figura 2.4. Equilibrio Cournot-Nash y Equilibrio de Stackelberg para dos empresas

Fuente: Elaboración Propia

Colusión entre duopolistas de Cournot

El oligopolio fue una de las primeras aplicaciones en las que se mostró que la repetición infinita de un juego podía generar un comportamiento colusivo, en el que las empresas se comportan como si hubiesen firmado un acuerdo (Gibbons, 1993).

Por colusión se entiende la cooperación que se produce entre diferentes empresas (Martínez, 2019). Como consecuencia de esta estrategia la competencia del mercado se ve limitada, ya que las empresas actúan conjuntamente, surgiendo de esta forma sinergias que se traducirán como mayores beneficios para las empresas, aunque a su vez el bienestar de los consumidores se ve perjudicado.

En el caso de los duopolios, se produce una colusión cuando dos empresas se ponen de acuerdo para actuar como un monopolio, y asi, tomar decisiones como si se tratase de una sola empresa. Fijan los niveles de producción y el precio de tal manera que se maximizan de forma conjunta el beneficio de ambas.

Aplicando el modelo de colusión tenemos un mejor equilibrio que bajo el duopolio de Stackelberg, ya que la colusión maximiza el beneficio agregado de ambas empresas, debido a que las curvas de reacción de cada empresa, es decir aquellas que les proporcionan un mayor beneficio son tangentes.

El equilibrio que se obtiene a través de la colusión, además de ilegal, se considera un equilibrio inestable. En palabras de Martínez (2019), cada empresa siempre mirará por sus propios beneficios y ante la existencia de alguna posibilidad de incrementar los mismos, no dudará en cambiar la cantidad producida y/o el precio, incumpliendo asi el acuerdo previo pactado con el resto de empresas. Para evitar esta práctica, cualquier desviación por parte de una de las partes deberá ser castigada de forma inmediata.

Tomaremos como ejemplo, el caso de un duopolio. Si las dos empresas coluden, fijarán unos niveles de producción que maximizarán los beneficios totales, para luego, repartirlos por igual entre ambas empresas.

Para lograr la maximización de los beneficios de ambas empresas se elegirá el nivel de producción total (Q) donde el ingreso marginal sea igual que el coste marginal, para esto, se igualará el ingreso marginal a cero.

$$I.Marg = \frac{\Delta I}{\Delta Q} = 0$$

Una vez obtenido Q podremos definir la curva de colusión. Según Pindyck y Rubinfeld (2009): “la curva de colusión indica todos los pares de niveles de producción (q_1 y q_2) que maximizan los beneficios totales”.

Ambas empresas acuerdan el reparto igualitario de los beneficios, por lo que, cada una producirá la mitad de la producción total, es decir:

$$q_1 = q_2 = \frac{Q}{2}$$

Las dos empresas producen menos pero obtienen mayores beneficios que en el equilibrio de Cournot-Nash.

CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO: JUEGO DE EMISIÓN GLOBAL.

3.1 INTRODUCCIÓN

Michael Finus (1965), profesor de economía climática y ambiental en el Departamento de Economía de la Universidad de Graz, publicó en 2001 el libro “*Game theory and international environmental cooperation”* donde se hace mención al juego de emisión global y en el cual nos basaremos para desarrollar esta aplicación de la Teoría de Juegos.

El juego de emisión global es un juego no cooperativo con información completa, donde se describe la situación en la que dos o más países emiten un contaminante transfronterizo o global. Al tratarse de un juego no cooperativo, cada gobierno actuará en base a sus propios intereses y se decantará por las opciones que le proporcionen mayor rentabilidad.

El planteamiento de este juego es simple en el sentido de que las funciones con las que se trabajan solo se basan en un argumento: las emisiones de gases contaminantes. Las emisiones globales y transfronterizas exhiben una externalidad negativa no solo en el país que las emite sino en el resto de países. Asi que, existe una interdependencia entre países por lo que las consideraciones estratégicas son relevantes.

Además, este juego no tendría ningún sentido si las emisiones que producen cada país se analizaran individualmente porque, al fin y al cabo, los gases contaminantes afectan en su conjunto al medio ambiente y éste se considera un bien global. Es por esto que el análisis se centra en la producción conjunta o también llamado producción agregada.

La producción conjunta implica también que el consumo o la producción de bienes privados están directamente relacionado con la calidad medioambiental. La elección del consumidor no solo se refiere a la cantidad de dinero que se asigna a la compra de bienes privados frente al bien público “medio ambiente”, sino que el consumo de bienes privados afecta a la calidad medioambiental y viceversa.

La finalidad del juego de emisión global es lograr la cooperación entre los países, buscar soluciones que maximicen sus beneficios y, que a su vez, logren una reducción de la emisión de gases contaminantes, para así luchar contra la contaminación medioambiental a nivel internacional.

3.2 DESCRIPCIÓN DEL JUEGO DE EMISIÓN GLOBAL

La forma normal del juego de emisión global viene definido así:

$$G = (J, \mathrm{E}, \Pi)$$

El juego de emisión global está compuesto por tres elementos: (1) jugadores (países), (2) las estrategias que adopte cada país y (3) los pagos de cada país.

(1) Los **jugadores** vienen definidos por $J = \{1,2, \ldots, N\}$. Siendo N el número de jugadores que conforman el juego.
(2) Las **estrategias** se representan $E = \{E_1, \ldots, E_N\}$. El juego se encuentra definido por el intervalo $E_i = [0, e_i^{max}]$ en donde estarán delimitadas las estrategias.
(3) Los **pagos** que reciben los países en función de las estrategias que decidan. Estos pagos se definen como $\Pi = \{\Pi_1, \ldots, \Pi_N\}$.
Dentro del espacio de pagos se establecen unos límites que determinan las opciones de amenaza y riesgo, los cuales se representan así $\Pi_i = [\pi_i^L, \pi_i^U]$.

Las funciones de pagos del juego de emisión global tienen como único argumento: las emisiones. Las emisiones serán aquellos gases contaminantes que produzca un país dañando así el medio ambiente y que, a su vez, perjudique al resto de países a nivel mundial. Estas emisiones se denotaran e_i.

Un análisis individual de las emisiones no nos proporcionará ningún dato relevante debido a la externalidad global que se produce entre los países, por lo que hay que incorporar las emisiones agregadas ($\sum e_i$).

Siguiendo a Finus (2001), La función de pagos del país i (π_i) o también llamada función de beneficio neto se define como la diferencia entre los beneficios que se derivan de la producción y emisión de gases del país y el coste derivado de las emisiones conjuntas que generan el resto de países.

La **función de pagos** del país i se define como:

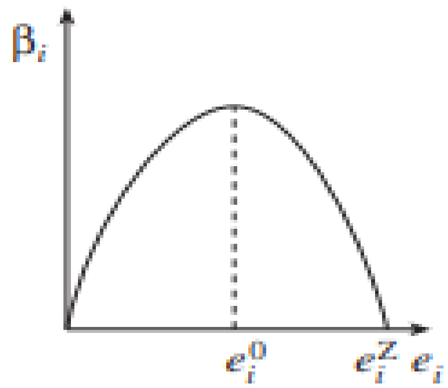
$$\pi_i = \beta_i(e_i) - \phi_i\left(\sum_{j=1}^{N} e_j\right) \qquad i, j \in J$$

β_i es el beneficio derivado de su emisión y ϕ_i es el coste para el país i derivado de las emisiones agregadas.

Las hipótesis que se asumen respecto a estas funciones son las siguientes:

- $\beta_i' \geq 0,\ \beta_i'' \leq 0\ \ \forall e_i \geq 0$
- $\phi_i' \geq 0, \phi_i'' \geq 0\ \ \forall \sum e_j \geq 0$
- π_i es una función cóncava en e_i.

El comportamiento de la función β_i determina el nivel máximo de emisión del país i, e_i^{max} . Supongamos que la curvatura es la siguiente:



Finus, M. (2001). Possible curvatures of benefit functions. [Figura]. Recuperado de: Game theory and international environmental cooperation.

Se puede observar como las emisiones se incrementan hasta llegar al nivel $e_i{}^0$. En este caso, nos encontramos con $e_i{}^0$ que representa el punto donde se obtiene el mayor beneficio posible, por lo que a los países producir e_i>e_i^0 supondría una descenso en sus ingresos, por tanto es una decisión incongruente.

Por otra parte, producir e_i>e_i^z supone unos ingresos negativos. e_i^z representa aquel límite en el que ya no interesa seguir incrementando el número de emisiones ya que se traducirían como daños elevados para los gobiernos.

e_i^{max} se puede identificar como ${e_i}^0$ o e_i^z. La elección óptima para determinar el límite del espacio de estrategias es que $e_i^{max} = {e_i}^0$. Esto es porque aunque no se tuviesen en cuenta los daños los gobiernos no elegirían unas emisiones superiores a ${e_i}^0$.

En la función de pagos, las emisiones juegan un doble papel. Se considera tanto como el ingreso derivado de la producción como el coste procedente del uso de los bienes que producen estos gases. Es asi que, desde el punto de vista de su contrapartida (los costos), la evaluación del daño ambiental se puede interpretar como lo que estaría dispuesto a pagar la sociedad por reducir las emisiones.

Respecto a los **límites** de los espacios de pagos, estos son:

Límite superior ($\boldsymbol{\pi_i^U}$): se determina asumiendo que el resto de los países no realizan emisiones y el país i maximiza su pago. Es decir: $\max_{e_i} \pi_i\ (e_i, 0)$

Límite inferior ($\boldsymbol{\pi_i^L}$): es el beneficio más pequeño que puede obtener un país y se producirá cuando el resto de países elijan su nivel de emisión más alto (e_j^{max}). En este caso se plantean dos posibilidades:

Si $\frac{\partial \pi_i}{\partial e_i}\left(e_i, e_j^{max}\right) > 0$ cuando e_i tiende a cero, entonces $\pi_i^L = \pi_i\left(0, e_j^{max}\right)$.

Si $\frac{\partial \pi_i}{\partial e_i}\left(e_i, e_j^{max}\right) < 0\ \forall\ e_i > 0$, entonces $\pi_i^L = \pi_i\left(e_i^{max}, e_j^{max}\right)$.

3.3 SOLUCIONES DEL JUEGO DE EMISIÓN GLOBAL

3.3.1 Equilibrio de Nash

Cuando los jugadores se comportan no cooperativamente emiten aquella cantidad que maximiza sus beneficios.

El Equilibrio de Nash, como explicamos en el capítulo anterior, define una situación de equilibrio donde sus jugadores, a través de la elección de sus estrategias óptimas, maximizarán sus pagos.

Para encontrar el Equilibrio de Nash:

- Cada jugador, en nuestro caso cada país, deberá establecer la mejor estrategia en función de las estrategias tomadas por el resto de los países.
- Se determina la n-tupla de estrategias para la cual a ningún país le gustaría modificar su elección dadas las estrategias óptimas de los otros países.

Las **funciones de reacción** para el país i viene dada por $r_i = e_i(e_j)\ \ i \neq j$, obtenido como $\frac{\partial \pi_i}{\partial e_i}(e_i, e_j) = 0$.

En el punto donde se intersectan las funciones de reacción será donde se encuentre el Equilibrio de Nash (e^N).

3.3.2 Óptimo Social

El óptimo social se produce cuando los jugadores actúan de forma cooperativa y contribuyen a maximizar el bienestar agregado.

El óptimo social (e^S) se obtiene maximizando los beneficios netos globales ($\sum \pi_i$). El óptimo social en el juego de emisión global es la solución del siguiente problema de optimización:

$$\max_{e_1,\ldots,e_N} \sum_{i=1}^{N} \pi_i(e_1, \ldots, e_N)$$

$$s.a. \quad e_i \in E_i \qquad i \in N$$

Para el juego de emisión global entre dos países, los conceptos de solución explicados anteriormente (equilibrio de Nash y óptimo social) se representan gráficamente de la siguiente manera:

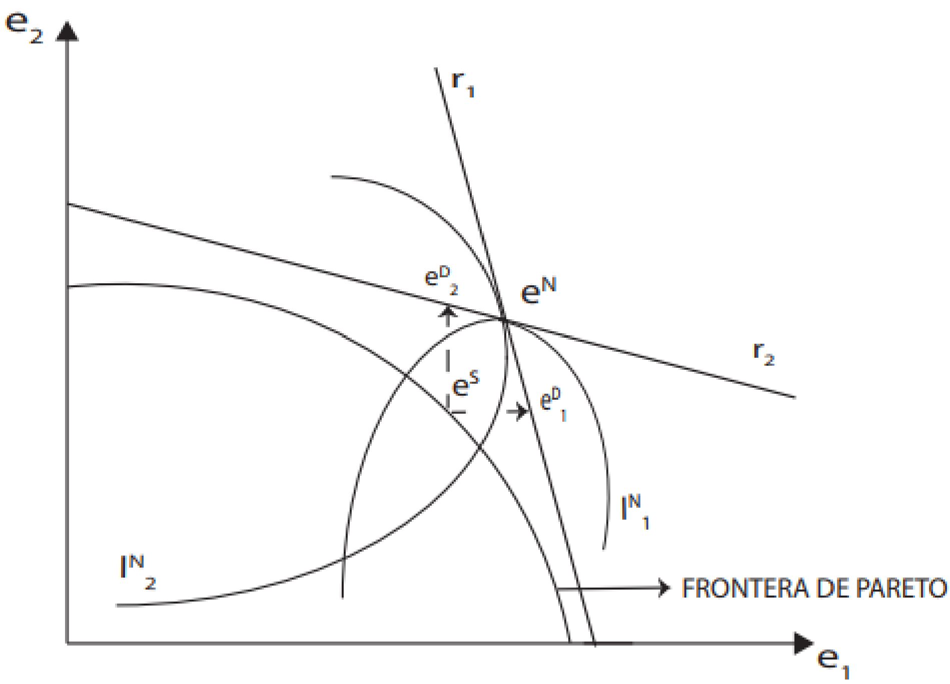


Figura 3.1. Curvas de indiferencia del Equilibrio de Nash, Óptimo Social y otros parámetros en el juego de emisión global

Fuente: Elaboración propia

El juego de emisión global comprende una serie de parámetros, por lo que se anexará una tabla que comprenderá los mismos y su significado.

Parámetros	Significado
e^N	Tuplas de las emisiones en el equilibrio de nash.
e^S	Tuplas de las emisiones en el óptimo social.
e^0	Tupla de la emisión si no se ha reducido las emisiones en absoluto.

Tabla 3.1. Parámetros del juego de emisión global

Fuente: Elaboración propia

Las curvas de indiferencia (I) representan todas las combinaciones de emisiones para un nivel de pago constante dado de un país. Todas las emisiones que se encuentren dentro de la curva de indiferencia proporcionan la misma utilidad.

En la gráfica se puede apreciar I_i^N, que representa todas las tuplas de emisión que proporcionan al país la misma recompensa que en el equilibrio de Nash.

Los objetivos que persigue cada país son contrarios ya que debido a su racionalidad individual siempre buscarán el mayor beneficio posible, y en su actuación conjunta se refleja el carácter global de la externalidad negativa. Existe una interdependencia entre los países ya que los niveles de emisión óptimos de un país están negativamente relacionados con los de emisión de otro país, provocando asi que los ejes de las curvas de indiferencia de los países estén invertidos.

Las curvas de indiferencia y las curvas de reacción comparten una misma condición: ambas maximizan sus beneficios tomando la derivada de primer orden de la función de beneficio e igualando la misma a cero. Por tanto es lógico que las curvas de reacción corran a través de todos los puntos donde la pendiente de la curva de indiferencia es cero.

En la gráfica, podemos observar la relación existente entre el equilibrio de Nash y el óptimo social. Cuando todos los países han llegado al acuerdo de emitir e^S, siempre existirá un incentivo que provoque que los países rompan ese pacto e incrementen sus emisiones. Para llevar a cabo este objetivo, cada país intentará desplazarse hacia sus curvas de reacción, ya que así sus beneficios se verían incrementados $e_i^D = e_i({e_j}^S)$.

Una vez resueltos todos los parámetros descritos a lo largo de la explicación, los **resultados** se recogen en una matriz donde se visualiza la comparativa entre las elecciones de los participantes del juego.

	$\boldsymbol{e_2^S}$	$\boldsymbol{e_2(e_1)}$	$\boldsymbol{e_2^0}$
$\boldsymbol{e_1^S}$	A	B	C
$\boldsymbol{e_1(e_2)}$	D	E	F
$\boldsymbol{e_1^0}$	G	H	I

Tabla 3.2. Matriz de la estructura de función de pagos en el juego de emisión global

Fuente: Elaboración propia a partir de Finus (2001, pp.142)

En la gráfica también se destaca la **Frontera de Pareto**, aquella curva que comprende todos los puntos de tangencia de las curvas de indiferencia. La frontera de Pareto representa todas aquellas tuplas de emisión para las que no es posible aumentar la recompensa de un país sin reducir la recompensa de otro país. En otras palabras, no es posible beneficiar a una parte sin perjudicar al contrario. Dentro de la frontera solo se considera como pareto óptimo a e^S (las emisiones socialmente óptimas).

e^N No se considera pareto eficiente ya que no está dentro de la frontera de Pareto. A esto se añade que debido al carácter de sus curvas de indiferencia, las mismas no son tangentes entre sí. Sin embargo, tal como observamos en la gráfica hay dos e^N, y éste último sí se encuentra dentro de la frontera, por tanto, si cumple la condición de Pareto óptimo.

Las emisiones que formen parte de una curva proporcionan la misma utilidad, por lo que en el caso de e^N podría optar por su punto alterno dentro de la frontera de pareto y así obtener los mismos beneficios y emitir a su vez un número inferior de gases contaminantes.

CAPÍTULO IV: APLICACIÓN PRÁCTICA DEL JUEGO DE EMISIÓN GLOBAL.

4.1 PLANTEAMIENTO DEL JUEGO

El juego de emisión global definido por Finus (2001) describe la situación entre dos países que emiten un gas contaminante.

El planteamiento de nuestro juego de emisión describe una situación hipotética donde dos países que emiten gases transfronterizos, lógicamente contaminantes, buscan la reducción de estas emisiones. Para atajar este problema se realiza un análisis desde un marco cooperativo y no cooperativo.

La forma normal del juego será:

$$G = (\mathrm{J}_1, \mathrm{J}_2, \mathrm{E}_1, \mathrm{E}_2, \Pi_1(e_1, e_2), \Pi_2(e_1, e_2))$$

Las funciones de pagos o función de beneficio de los jugadores, siguiendo el modelo propuesto por Finus (2001), vienen dadas por:

$$\pi_i = b_i\left(de_i - \frac{1}{2}e_1^2\right) - \frac{c_i}{2}\left(\sum_{j=1}^{N} e_i\right)^2 ; b_i > 0, c_i > 0, d > 0 \; \forall \; i \in J$$

La función de pagos del país 1 (π_1) viene definido como:

$$\pi_1 = 5\left(10e_1 - \frac{1}{2}{e_1}^2\right) - \frac{1}{2}(e_1 + e_2)^2$$

La función de pagos del país 2 (π_2) viene definido como:

$$\pi_2 = 4\left(9e_2 - \frac{1}{2}{e_2}^2\right) - \frac{1}{2}(e_1 + e_2)^2$$

La finalidad del juego de emisión global es lograr la cooperación entre los países, buscar soluciones que maximicen sus beneficios y, que a su vez, logren una reducción de la emisión de gases contaminantes, para así luchar contra la contaminación internacional.

A lo largo del capítulo se darán a conocer las posibles soluciones al juego y se profundizara en el análisis de los resultados obtenidos.

4.2 CONCEPTOS DE SOLUCIÓN DEL JUEGO

Como se ha mencionado en la modelización de la aplicación, el juego de emisión global es un juego no cooperativo con información completa donde se describe la situación hipotética en la que dos países emiten un contaminante transfronterizo.

Para encontrar la solución a este juego se puede analizar desde dos perspectivas: si los jugadores se comportan cooperativamente o deciden no cooperar.

Cuando el juego es cooperativo se producen contratos vinculantes entre los distintos jugadores, cada uno de ellos poseen información completa del juego de esa manera elaboran sus estrategias y forman coaliciones. La finalidad de cooperar será que cada jugador contribuirá a la maximización del bienestar agregado. El concepto de solución que abordaremos si los jugadores deciden actuar cooperativamente será el óptimo social.

Aunque actúen formando coaliciones, los jugadores siempre se regirán por el principio de racionalidad individual, es decir, que velan por sus propios beneficios. Es por esto que también se analiza el juego desde una perspectiva no cooperativa.

En los juegos no cooperativos no se suscriben acuerdos entre los participantes. Cada gobierno actuará en base a sus propios intereses y se decantará por las opciones que le proporcionen mayor rentabilidad. El concepto de solución que abordaremos si los jugadores deciden actuar independientemente será el equilibrio de Nash.

4.2.1 Equilibrio de Nash

Si aplicamos el modelo de Nash (1953) al caso propuesto, el equilibrio de Nash será el que nos proporcione una solución al juego de emisión global.

En primer lugar, cada país deberá establecer su mejor respuesta en función de las estrategias tomadas por el resto de los países. En otras palabras, cada país deberá hallar su **función de reacción**.

La función de reacción se obtiene realizando la derivada de primer orden de la función de pagos en función de e_i e igualando a cero.

La función de reacción del país 1 será:

$$\pi_1 = 5\left(10e_1 - \frac{1}{2}{e_1}^2\right) - \frac{1}{2}(e_1 + e_2)^2$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial e_1} = 50 - 5 * \frac{1}{2} * 2e_1 - 2 * \frac{1}{2}(e_1 + e_2) = 0$$

$$\boldsymbol{e_1 = r_1(e_2) = \frac{50 - e_2}{6}}$$

Una vez obtenida la función de reacción podemos conocer el intervalo donde estarán delimitadas las estrategias de J_1:

$$\boldsymbol{E_1 = [0, {e_1}^{max}]}$$
$$\boldsymbol{E_1 = [0, 8.\widehat{3}]}$$

La función de reacción del país 2 será:

$$\pi_2 = 4\left(9e_2 - \frac{1}{2}{e_2}^2\right) - \frac{1}{2}(e_1 + e_2)^2$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial e_2} = 36 - 4 * \frac{1}{2} * 2e_2 - 2 * \frac{1}{2}(e_1 + e_2) = 0$$

$$\boldsymbol{e_2 = r_2(e_1) = \frac{36 - e_1}{5}}$$

Una vez obtenida la función de reacción podemos conocer el intervalo donde estarán delimitadas las estrategias de J_2:

$$\boldsymbol{E_2 = [0, {e_2}^{max}]}$$
$$\boldsymbol{E_2 = [0, 7.2]}$$

Las emisiones en el equilibrio de Nash, e^N, es el resultado de la intersección de las funciones de reacción entre el país 1 $(\boldsymbol{r_1})$ y el país 2. $(\boldsymbol{r_2})$. Por tanto, el punto de equilibrio se encuentra en $e^N = (7.38, 5.72)$.

4.2.2 Óptimo Social

El óptimo social se consigue resolviendo los problemas de optimización y viene descrito de la siguiente forma:

$$\max_{e_1,\dots,e_N} \sum_{i=1}^{N} \pi_i(e_1, \dots, e_N)$$

$$s.a. \quad e_i \in E_i \qquad i \in J$$

La función de beneficios globales del juego $(\sum \pi_i)$ surge de la suma de la función de pagos de ambos países:

$$\max_{e_1,e_2} \pi_1(e_1,e_2) + \pi_2(e_1,e_2)$$

$$s.a \;\; e_1 \in E_1, e_2 \in E_2$$

$$\max_{e_1,e_2} \pi_1(e_1,e_2) + \pi_2(e_1,e_2) = 5\left(10e_1 - \frac{1}{2}{e_1}^2\right) - \frac{1}{2}(e_1+e_2)^2 + 4\left(9e_2 - \frac{1}{2}{e_2}^2\right) - \frac{1}{2}(e_1+e_2)^2$$
$$= 5\left(10e_1 - \frac{1}{2}{e_1}^2\right) + 4\left(9e_2 - \frac{1}{2}{e_2}^2\right) - (e_1+e_2)^2$$

La resolución de este problema de optimización proporciona las emisiones correspondientes al óptimo social $e^S = (6,4)$ que representa aquellas tuplas de emisiones donde se maximizan los beneficios globales agregados.

A continuación se muestra la representación gráfica de los conceptos de solución: equilibrio de Nash y óptimo social. e^N es el resultado de la intersección de las funciones de reacción de ambos países, mientras que el óptimo social representa unas emisiones inferiores a las que se emitirían en el e^N.

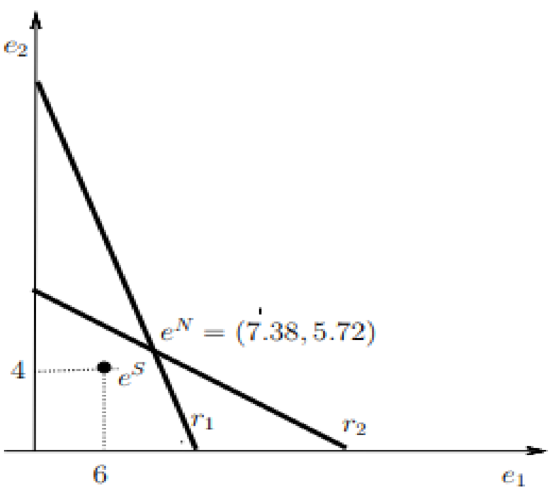


Figura 4.1. Equilibrio de Nash y Óptimo Social en el juego de emisión global

Fuente: Elaboración propia

4.3 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Tras la resolución de los distintos parámetros del juego de emisión global, se procede a comparar cada uno de ellos. Los resultados obtenidos de cada país se recogerán en la siguiente tabla:

$\mathbf{e^S = (e_1^s, e_2^s) = (6,4)}$ $\mathbf{\pi^S = (160, 62)}$	$\mathrm{e} = (e_1^s, e_2(e_1^s)) = (6{,}6)$ $\pi = (138, 72)$	$\mathrm{e} = (e_1^s, e_2^0) = (8.56{,}7.2)$ $\pi = (120.628, 31.332)$
$\mathrm{e} = (e_1(e_2^s), e_2^s) = (7.66{,}4)$ $\pi = (168.33, 44.022)$	$\mathbf{e^N = \left(e_1^N, e_2^N\right) = (7.38, 5.72)}$ $\boldsymbol{\pi^N = (147.045, 54.678)}$	$\mathrm{e} = (e_1(e_2^0), e_2^0) = (7.13, 7.2)$ $\pi = (126.736, 52.846)$
$\mathrm{e} = (e_1^0, e_2^S) = (8.33, 6.9125)$ $\pi = (126.88, 37.12)$	$\mathrm{e} = \left(e_1^0, e_2(e_1^0)\right) = (8.33, 5.534)$ $\pi = (145.445, 41.879)$	$\mathbf{e^0 = (e_1^0, e_2^0) = (8.33, 7.2)}$ $\boldsymbol{\pi^0 = (122.925, 35.395)}$

Tabla 4.1. Matriz de la estructura de pagos en el juego de emisión global

Fuente: Elaboración propia a partir de Finus (2001, pp.142)

Entre los resultados destacamos que la recompensa que reciben ambos jugadores cuando maximizan sus beneficios, es decir cuando emiten e^0, está por debajo de la que obtendrían en el equilibrio de Nash. e^0 representa la opción de castigo en el juego de emisión y por lo tanto se considera la peor opción de todas.

Mientras que el beneficio procedente de e^N es inferior al que se obtendría si ambos países se comportasen cooperativamente (e^S).

La finalidad de comparar el equilibrio de Nash con el óptimo social es averiguar si formando coaliciones es posible reducir el nivel de emisiones que se producen en la tupla de estrategias del EN. A través de la matriz de estructura de pagos, esta premisa se ha visto comprobada.

Los niveles de emisión socialmente óptimos no solo son menores que los que se producen en el equilibrio de Nash, sino que también reportan un beneficio superior.

Si se logra reducir las emisiones hasta llegar a e^S, debido a las características del propio juego y a la externalidad global, se hará presente un incentivo donde los países tenderán a incrementar sus emisiones hasta aproximarse a la curva de reacción más próxima obteniendo asi un mayor beneficio.

Si un jugador rompe el contrato vinculante y decide desviarse no tendrá ningún incentivo para pedir que el resto de participantes siga el mismo comportamiento ya que se está beneficiando de las actividades de reducción de la coalición.

La resolución del juego muestra ideas contrapuestas ya que por una parte se comprueba que la elección ideal sería que los países actuasen cooperativamente. De esta forma, se lograría cumplir la finalidad del juego que es reducir el nivel de emisiones de gases contaminantes sin que esto signifique una reducción de sus beneficios, ya que con esas coaliciones se maximiza el bienestar global.

Mientras que, por otra parte, se manifiesta el carácter egoísta de los propios jugadores donde pretenden aprovecharse de esa reducción de gases para captar un mayor beneficio. Esto provoca que la colaboración entre los países sea cada vez más complicada.

Así que, para que los países formen coaliciones o no dependerá de una serie de factores:

El nivel de emisiones: los países con un índice más alto tienen un mayor interés en la reducción de emisiones que aquellos con un índice más bajo, es decir, los países con un índice más alto eligen menores emisiones en el equilibrio no cooperativo (e^N) que aquellos con un índice inferior.

Los países de alto índice se benefician más de una solución socialmente óptima que los países de bajo índice debido a su mayor daño, ya que con e^S lo que se busca es un bienestar global y no se repara en un acuerdo en función del nivel de contaminación de cada jugador individualmente. Es más, los países de bajo índice pueden recibir una recompensa más baja en el óptimo social que en el equilibrio de Nash.

Información asimétrica: los gobiernos solo poseen información de algunos de los parámetros como las funciones de daño y reducción del costo en torno al estado actual.

Como aportación final se muestra la representación de las curvas de indiferencia del juego de emisión global planteado:

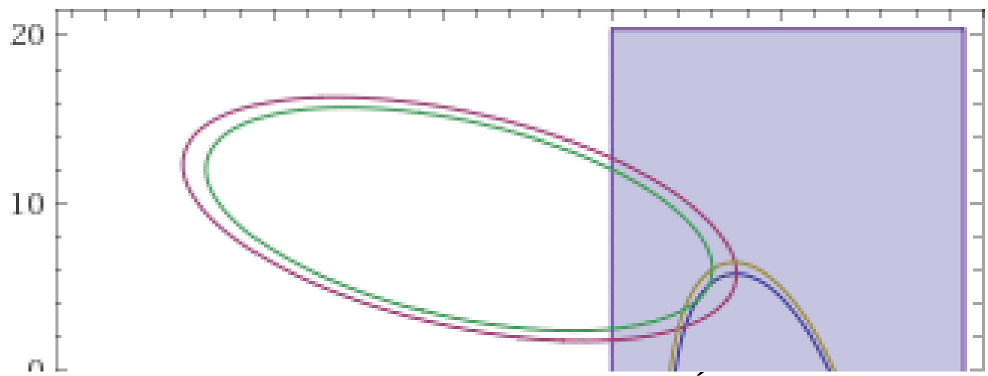


Figura 4.2. Curvas de indiferencia del Equilibrio de Nash y Óptimo Social en el juego de emisión global

Fuente: Elaboración propia

La intersección de las curvas morada y rosa representan todas las tuplas de emisión que proporcionan a los paises la misma recompensa que en el equilibrio de Nash. Esta intersección da lugar a dos puntos, que como comentamos anteriormente, uno será Pareto eficiente mientras que el otro no, aunque ambos reporten el mismo beneficio.

Las curvas representadas en verde y azul son tangentes y tienen un punto en común que se identifica como el óptimo social del juego, que será, aquel que cumpla la condición de eficiencia de Pareto y reporte un bienestar global agregado a los participantes del juego.

CAPÍTULO V: REFLEXIONES FINALES

Un juego es un modelo matemático que analiza el comportamiento estratégico de los jugadores y facilita la toma de decisiones en situaciones conflictivas.

La Teoría de Juegos se puede aplicar para resolver situaciones cotidianas donde no hace falta emplear mucho la lógica, como son los juegos de mesa o la elección del próximo destino vacacional entre otros. Aunque su papel tiene mayor relevancia a la hora de llevar a cabo su aplicación en problemas de gran envergadura en diversos sectores a nivel económico, psicológico, político, etc.

Entre sus múltiples aplicaciones en el mundo real destacamos:

- El análisis del comportamiento de las empresas en un monopolio ante la posible entrada de un competidor: barreras de entrada, variaciones en los precios, acuerdos de competencia o de cooperación, etc.
- Financiación de departamentos en empresas.
- El estudio de oligopolios.
- Las estrategias que realizan los partidos políticos para llegar al poder.
- Gestión de operaciones en la industria como la gestión de los recursos escasos.

A lo largo de la explicación de este trabajo se ha planteado como objetivo el dar a conocer lo que es la Teoría de Juegos, estableciendo un marco teórico que sirva de guía para futuros trabajos que aborden este tema. Se han expuesto los principales conceptos necesarios para plantear un juego, la descripción representativa y cómo llegar a la solución de ellos.

Todos los conocimientos planteados en los primeros capítulos nos han servido de base para desarrollar la aplicación práctica.

Nuestra aplicación aborda la problemática medioambiental. El caso práctico que analizamos se basa en el juego de emisión global propuesto por Finus.

El planteamiento de nuestro juego de emisión describe una situación hipotética donde dos países que emiten gases transfronterizos, lógicamente contaminantes, buscan la reducción de estas emisiones. Para atajar este problema se realiza un análisis desde un marco cooperativo y no cooperativo.

Las conclusiones a las que se llegan tras el análisis de la aplicación práctica del juego de emisión global es que:

Si los países deciden cooperar formando coaliciones, la solución la encontraremos en el óptimo social (e^S). Este punto será donde los países logren reducir las emisiones contaminantes y que a su vez maximicen el bienestar global.

Si los países deciden actuar de forma independiente, el concepto de solución que se aplica es la búsqueda del equilibrio de Nash (e^N). Cada jugador emite el nivel de emisiones que maximice sus beneficios en función de las emisiones que haya elegido el otro jugador. La finalidad del modelo planteado por Nash es encontrar aquel equilibrio donde a ninguno de los países les gustaría modificar su decisión, ya que ningún otro conjunto de estrategias le proporcionaría esa maximización en los beneficios.

Con la comparativa de ambas soluciones, se concluye que la solución óptima seria (e^S), no solo porque las emisiones que se producen son inferiores a las del e^N sino que los beneficios derivados de dichas emisiones son superiores a los que le proporciona el e^N.

Además, debido a la externalidad global de los países, sus intereses son contrapuestos por lo que será difícil lograr una coalición. La actuación cooperativa dependerá de factores como el nivel de emisiones que produzca cada participante (El interés de reducir emisiones estará relacionado con el índice alto o bajo de emisión del país) y la información asimétrica, es decir, que los gobiernos solo poseen información de una serie de parámetros que le dificultará la toma de decisiones.

A día de hoy, los países actúan por su libre albedrío y no acatan los compromisos establecidos en los acuerdos internacionales ambientales como es el caso de EE.UU.

Según la jerarquía de prioridades de los gobiernos, las políticas medioambientales se encuentran en última instancia. Esto ha provocado la continua destrucción del entorno y podemos notar como ha ido haciendo mella en la calidad de vida de la población.

Al ser un problema relevante, al que no se prevé una solución en un futuro próximo, se debería tomar conciencia de ello y aplicar medidas para apalearlo.

Con la aplicación de la Teoría de Juegos podemos comprobar como si se puede llegar a un acuerdo factible para luchar contra la contaminación. Solo queda en los países el formular sus planes estratégicos para llevar a cabo una reducción en la emisión de gases contaminantes y comprobar asi que no implica un daño a su propia economía, sino que, se puede lograr beneficios y cumplir con los acuerdos establecidos a nivel mundial si todos contribuyesen a la cooperación.

Bibliografía

Binmore, K. (1993). *Teoría de juegos*. Madrid: McGraw-Hill.

Casas, B., Fiestras, M., García, I., y González, J. (2012). *Introducción a la teoría de juegos*. Santiago de Compostela: Universidad de Santiago de Compostela.

Corcho, P. (2000). Matemáticas aplicadas a la Economía: La teoría de juegos*. Rect@: Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA,* 2(1), 3-27.

Cournot, A. (1838). *Recherche sur les principes mathématiques de la théorie de la richesse.* París: L.Hachette, libraire de l'université royale de france.

Edgeworth, F (1881). *Mathematical Psychis: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences.* Stanford University Libraries.

Fernández, J. (2006). El Premio Nobel de Economía y la Teoría de juegos: un encuentro más. *Análisis Económico*, XXI (48), 79-92.

Finus, M. (2001). *Game theory and international environmental cooperation*. UK: Edward Elgar.

Gibbons, R. (1993). *Un primer curso de teoría de juegos*. Barcelona: Antoni Bosch.

Guerrien, B. (1998). *Microeconomía.* Medellín: Ensayos de economía.

Nash, J. (1953). "*Two person Cooperative Games*". Econométrica.

Pérez, J., Jimeno, J., y Cerdá, E. (2013). *Teoría de juegos.* Madrid: Garceta.

Pindyck, R. y Rubinfeld, D. (2009). *Microeconomía.* Madrid: Pearson Prentice-Hall.

Restrepo, C. (2009). Aproximación a la Teoría de Juegos. *Ciencias Estratégicas,* XVII (22), 157-175.

Sánchez-Cuenca, I. (2009). *Teoría de juegos.* Madrid: Centro de investigaciones sociológicas.

Shapley, L. (1953). *A value for n-person games. Contributions to Theory of Games,* (*2*), 307-317. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

Tarziján, J., y Paredes, R. (2006). *Organización industrial para la estrategia empresarial*. México: Pearson Educación.

Tenorio, A. y Martín, A. (2015). Un paseo por la historia de la Teoría de Juegos. *Boletín de Matemáticas,* 22(1), 77-95.

Tirole, J. (1990). *La teoría de la organización industrial*. Barcelona: Ariel.

Véntsel, E. (1977). *Elementos de la teoría de los juegos.* Moscú: MIR

Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1944). *Theory of games and economic behavior*. Princeton: Princeton University Press.

Páginas web

(11 de octubre de 2005). El Nobel de Economía, para la teoría de juegos. Cinco Días. Recuperado de https://cincodias.elpais.com/cincodias/2005/10/11/sentidos/1128997639_850215.html

Martinez, A. (2019). Oligopolio II: Colusión. Recuperado el 10 Abril 2019, de: https://policonomics.com/es/lp-oligopolio2-colusion/