

Universität Leipzig
Fakultät für Mathematik und Informatik
Mathematisches Institut



Substanzwertrechnung bei Leasingunternehmen im Stresstest

Diplomarbeit



Leipzig, August 2011

vorgelegt von

Kapust, Julia

Studiengang Wirtschaftsmathematik

Betreuender Hochschullehrer:

Herr Juniorprofessor Dr. Frank Heyde

Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	iv
Einleitung	v
1 Einführung in die Thematik	1
1.1 Leasing ist anders	1
1.1.1 Das Leasinggeschäft	1
1.1.2 Der Substanzwert	2
1.2 Stresstests	6
1.2.1 Risiko	6
1.2.2 Sensitivitäts- und Szenarioanalyse	8
2 Mathematische Grundlagen	10
2.1 Die Monte-Carlo-Methode	10
2.2 Zeitreihenanalyse	13
2.2.1 lineare Regressionsanalyse	17
2.3 Simulation von Kovarianzen	22
3 Modellentwicklung	23
3.1 Suche nach sensiblen Positionen	23
3.2 Modellierung der Risikoabschläge	26
3.3 Das PD-Modell	28
3.4 Datenbasis und Modellschätzung	31
3.4.1 Grad der Integration	32
3.4.2 Modellierung der makroökonomischen Faktoren	33
3.4.3 Varianz Anpassung	34
3.4.4 Aufdeckung linearer Beziehungen	34
3.4.5 Korrelationen	37
3.4.6 Fehlerkorrekturmodell	38

Inhaltsverzeichnis

3.4.7	Testen auf Kointegration	39
4	Stresstest der Substanzwertrechnung	43
4.1	Mathematik der Intuition	43
4.2	Szenariosimulation im PD-Modell	44
4.3	Vorgehensweise im Stresstest	45
4.4	Modellrechnung	46
4.5	Stressszenarien	50
4.6	Ergebnisse	51
5	Fazit	55
5.1	Zusammenfassung	55
5.2	Interpretation der Ergebnisse und kritische Würdigung	56
5.3	Ausblick	57
	Anlagen	60

Vorwort

Diese Arbeit wurde im Auftrag der Deutschen Bundesbank, Hauptverwaltung München, erstellt und von Herrn Jürgen Büschelberger, Bundesbankdirektor der Deutschen Bundesbank, und Herrn Juniorprofessor Dr. Frank Heyde, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, betreut. Die Arbeit gibt die persönliche Meinung des Autors wieder und ist keine offizielle Äußerung der Deutschen Bundesbank.

Ich möchte mich bei der Deutschen Bundesbank, insbesondere bei Herrn Büschelberger, für die individuelle Betreuung, Kontaktknüpfung mit Ansprechpartnern und fachliche Unterstützung bedanken. Ein ebenso großes Dankeschön geht an Herrn Jun.-Prof. Dr. Heyde, der mir stets mit fachlicher Unterstützung und Engagement zur Seite stand. Mein Dank gilt auch Herrn Menne, Frau Boneberg und Herrn Heldt von der Hannover Leasing GmbH&Co. KG für die sehr hilfreichen Informationsgespräche und stets für Fragen offene Ohren. Ein Dankeschön geht an meine Kolleginnen Luz Guillén, Petra Alestalo und Olga Ruder für hilfreiche Denkanstöße sowie Christopher Bull für Ablenkung, Unterstützung und „thesis thoughts“ gleichermaßen.

Ich widme diese Arbeit meinen Eltern Heino und Angela Kapust, die mich zum Studium motiviert haben und mich stets unterstützen.

Für Fragen stehe ich gern zur Verfügung:

Julia Kapust

Zum Apfelgarten 6

18273 Güstrow

E-Mail: julia.kapust@gmail.com

Einleitung

Leasing hat sich neben dem klassischen Bankkredit zu der wichtigsten Finanzierungsalternative für kleine und mittelständische Unternehmen entwickelt¹. Eine bedeutende Form ist das Finanzierungsleasing. Finanzierungsleasingverträge besitzen Mietvertragscharakter und sind auf Vollamortisation ausgerichtet.

Seit dem 25. Dezember 2008 wird der Abschluss von Finanzierungsleasingverträgen als Leasinggeber und die Verwaltung von Objektgesellschaften im Sinne von § 2 Abs. 6 Satz 1 Nr. 17 KWG (Objektgesellschaften, deren Zweck es ist, ausschließlich für ein Leasingobjekt tätig zu werden) als erlaubnispflichtige Finanzdienstleistung eingestuft. Damit unterliegen betreffende Leasingunternehmen einer eingeschränkten Solvenzaufsicht durch die Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht (BaFin) und die Deutsche Bundesbank.

Typisch für die Leasingbranche ist eine zeitlich asymmetrische Aufwandsverteilung. In der Bilanz und der GuV werden u.a. vertraglich unterlegte zukünftige Zahlungsströme aufgrund des Realisationsprinzips nicht ausgewiesen. Daher spiegelt der nach handels- und steuerrechtlichen Richtlinien erstellte Jahresabschluss den tatsächlichen Unternehmenswert nicht vollständig wider². Sowohl für die Aufsicht als auch gegenüber Refinanzierungspartnern ist deshalb die Einführung eines ergänzenden Instruments zur Beurteilung der Unternehmenssituation naheliegend und notwendig. Hierfür wurde das Konzept des Substanzwertes entwickelt. Seine Aufgabe ist es, sämtliche zukünftige erfolgswirksamen Zahlungsvorgänge aus bestehenden Verträgen in die Abbildung des Unternehmenswertes aufzunehmen. Hierdurch wird auch der betriebswirtschaftliche Erfolg einer Periode (das Abschließen von zukünftig zahlungswirksamen Verträgen) in die Bewertung der wirtschaftlichen Situation einbezogen, um ein umfassenderes Bild der Unternehmenslage zu ermöglichen.

Die Substanzwertrechnung missachtet jedoch das Vorsichtsprinzip und simuliert ei-

¹[1]

²vgl. [1]

Einleitung

ne planmäßige Abwicklung der bestehenden Verträge. Desweiteren wird der Wert auf Grundlage von nicht sicher prognostizierbaren Größen, wie z.B. Kundenbonität und wirtschaftlicher Entwicklung, berechnet. Vor diesem Hintergrund sind die Auswirkungen von Veränderungen der Risikoparameter auf die Verlässlichkeit des Substanzwertes zu untersuchen. Die Durchführung dieser Untersuchungen findet im Rahmen von Stress-tests statt.

1 Einführung in die Thematik

In Abschnitt 1.1 wird ein Überblick über das Leasinggeschäft gegeben und auf Besonderheiten eingegangen. Aufgabe, Arten und die Durchführung von Stresstests werden in Abschnitt 1.2 vorgestellt.

1.1 Leasing ist anders

Leasing ist eine spezielle Form eines Mietverhältnisses zwischen dem Eigentümer des sogenannten Leasingobjekts, dem Leasinggeber, und dem Mieter, dem Leasingnehmer. In diesem Abschnitt wird auf Vertragsarten sowie auf den Substanzwert eines Leasingunternehmens eingegangen.

1.1.1 Das Leasinggeschäft

Als Leasing wird die vertraglich geregelte, gegen Entgelt gewährte und zeitlich begrenzte Nutzungsüberlassung beweglicher oder standortgebundener Wirtschaftsgüter³ bezeichnet. Grundsätzlich werden zwei Arten von Leasing⁴ unterschieden. Beim Operate Leasing trägt der Leasinggeber das Risiko der Vollamortisation, d.h. das Risiko der Deckung der Anschaffungskosten durch spätere Erträge. Typischerweise wird ein Leasingobjekt mehr als einmal Gegenstand eines Leasingvertrages. Die Vollamortisation tritt erst durch nachfolgende Leasing-/Mietzeiten oder Objektverwertungen ein. Diese Form des Leasing ist oft z.B. beim PC- oder Pkw-Leasing anzutreffen.

Die zweite Form des Leasing ist das Finanzierungsleasing. Hier garantiert der Leasingnehmer dem Leasinggeber die Vollamortisation des Leasingobjekts. Das Risiko der Voll-

³[2]

⁴bzgl. der folgenden Ausführungen vgl. [3]

amortisation und das Investitionsrisiko⁵ wird demzufolge auf den Leasingnehmer übertragen, für den Leasinggeber verbleibt das Kreditrisiko. Die typische Vertragslaufzeit eines Finanzierungsleasingvertrages beträgt vierzig bis neunzig Prozent der betriebsgewöhnlichen Nutzungsdauer des Leasingobjekts. Es wird zwischen zwei Vertragsarten unterschieden. Bei Vollamortisationsverträgen geschieht die Vollamortisation allein durch die fest vereinbarten Leasingzahlungen während der Grundmietzeit, Teilamortisationsverträge gewährleisten diese zusätzlich durch eine Restwertgarantie gegenüber dem Leasinggeber, die mittels eines Andienungsrechts seitens des Leasinggebers durchgesetzt wird. Unabhängig davon besteht meist nach Beendigung der Vertragslaufzeit für den Leasingnehmer eine Kaufoption des Objektes. Anwendung findet das Finanzierungsleasing u.a. bei Produktionsmaschinen und ähnlich spezialisierten Wirtschaftsgütern. Darüber hinaus gibt es weitere Spezialfälle des Leasing, wie z.B. Sale & Lease-Back (der Leasinggeber erwirbt ein Wirtschaftsgut vom Leasingnehmer, der es wiederum von ihm least). Aufgrund der gesetzlichen Neuerungen und des damit verbundenen Interesses seitens der Deutschen Bundesbank liegt der Fokus dieser Arbeit auf der Betrachtung von Finanzierungsleasingunternehmen.

1.1.2 Der Substanzwert

Der Vertragsablauf eines Leasinggeschäfts beginnt typischerweise mit der Finanzierung des Leasingobjekts durch den Leasinggeber. Anschließend überlässt er dieses dem Leasingnehmer, welcher aus dem Gebrauch einen wirtschaftlichen Nutzen zieht. Im Gegenzug erhält der Leasinggeber zuvor vereinbarte Ratenzahlungen über die Dauer der Vertragslaufzeit. Typisch ist also eine im zeitlichen Verlauf asymmetrische Aufwands- und Ertragsverteilung. Die durch den bestehenden Vertrag unterlegten zukünftigen Zahlungsströme stellen einen betriebswirtschaftlichen Erfolg dar, den das Leasingunternehmen jedoch nach geltenden Bilanzierungsregeln bezüglich unrealisierter Erträge nicht bilanzieren wird. Dies hat zur Folge, dass Gewinn- und Verlustrechnung sowie das bilanzielle Eigenkapital des Leasinggebers nicht notwendigerweise den tatsächlichen betriebswirtschaftlichen Erfolg einer Periode wiedergeben.

Gegenüber Refinanzierungspartnern wie Banken und Investoren ist es für das Unternehmen essentiell, eine unverzerrtes Bild seiner wirtschaftlichen Lage vermitteln zu können. Gelingt dies nicht, besteht die Gefahr des Ansteigens der Refinanzierungskosten auf-

⁵die Gefahr, dass die in der Zahlungsreihe eines Investitionsprojekts prognostizierten Werte ungünstiger ausfallen als erwartet

grund eines Risikoaufschlags. Dies schmälert wiederum den tatsächlichen Gewinn in der Zukunft. Um diesem Problem zu begegnen, hat der Bundesverband Deutscher Leasingunternehmen e.V. (kurz BDL) ein standardisiertes Schema zur Berechnung des sogenannten Substanzwertes entwickelt.

Berechnungsschema des BDL

Die Substanzwertrechnung hat das Ziel, Dritten ein realitätsgetreueres Bild des Unternehmenswertes zu vermitteln, als es das bilanzielle Eigenkapital allein vermag. Der Substanzwert erfasst den Unternehmenswert inklusive der aus Gründen des Realisationsprinzips nicht bilanzierten zukünftigen Erträge aus bereits bestehenden Leasingverträgen. Er summiert zum bilanziell ausgewiesenen Unternehmenswert, dem bilanziellen Eigenkapital, den Barwert zukünftiger Erträge abzüglich der zukünftigen, barwertigen, in Verbindung mit der Abwicklung des Vertragsbestandes stehenden, Aufwendungen.

Um dem unterschiedlichen Wert von Zahlungen in Bezug auf den Zeitpunkt ihrer Realisation Rechnung zu tragen, stehen zwei Methoden zur Verfügung. Bei der Nettomethode werden alle zukünftigen Aufwendungen und Erträge barwertig erfasst, während bei der Bruttomethode nominelle Werte in die Rechnung eingehen, die anschließend durch die zusätzliche Einbeziehung von Zinserträgen und -aufwendungen auf ihren Zeitwert korrigiert werden⁶.

Es sind Berechnungsschemata für den Substanzwert sowohl bezüglich der Bilanzierung nach HGB als auch nach IFRS verfügbar. Im Rahmen dieser Betrachtungen wird sich mit der Rechnung nach handelsrechtlicher Bilanzierung eingehender auseinandergesetzt und die Nettomethode zugrundegelegt. Die Ergebnisse der Stresstests sind leicht auf die Bilanzierung nach IFRS und die Bruttomethode übertragbar, sodass diese Spezialisierung keine echte Einschränkung darstellt.

Tabelle 1.1 stellt das der Substanzwertrechnung zugrundeliegende Schema in leicht vereinfachter Form dar. Für die vollständige Aufstellung und weiterführende Erläuterungen sei verwiesen auf [4].

Die zukünftigen Erträge aus bereits bestehenden Verträgen umfassen zukünftig fällige Leasingforderungen, ausgeschlossen von diesem Punkt werden forderungsverkaufte Leasingforderungen. Neben den Leasingraten werden oft Restwertzahlungen seitens der Leasingnehmer vereinbart, die zum Ende der Vertragslaufzeit fällig werden und ebenfalls Teil

⁶vgl. [4], S. 24.

1.	Bilanzielles Eigenkapital
2.	Barwert zukünftiger Erträge soweit vertraglich unterlegt (Verträge mit Mietbeginn bis zum Bilanzstichtag): <ul style="list-style-type: none"> - ausstehende, nicht forderungsverkaufte Leasingforderungen - ausstehende Restwertansprüche - Rechnungsabgrenzungsposten
3.	Barwert zukünftiger Aufwendungen (ohne künftige Verwaltungskosten): <ul style="list-style-type: none"> - Restbuchwerte - Risikoabschläge - Nettoerträge aus Mietkaufforderungen
4.	Künftige Verwaltungskosten für die Abwicklung des Vertragsbestands
5.	Barwert der erwarteten, nicht garantierten Nachgeschäftserlöse
6.	<i>= Substanzwert des bilanzierten Vertrags- und Objektbestands</i>
7.	Barwert der zukünftigen Ergebnisse aus dem Einsatz zinsfreier Mittel
8.	Substanzwert aus kontrahiertem, aber noch nicht bilanzwirksam gewordenem Vertragsbestand
9.	<i>= Substanzwert / Erweitertes betriebswirtschaftliches Eigenkapital</i>
10.	Substanzwert / Erweitertes betriebswirtschaftliches Eigenkapital von Tochtergesellschaften
11.	<i>= Substanzwert / Erweitertes betriebswirtschaftliches Eigenkapital im Konzern</i>

Tabelle 1.1: vereinfachtes Schema der Substanzwertrechnung unter HGB

des Substanzwertes sind. Anschließend werden forderungsverkaufte Leasingforderungen sowie vorträglich erhaltene, also nicht mehr ausstehende Leasingraten und Restwertansprüche in Form von passiven Rechnungsabgrenzungsposten berücksichtigt. Aktive und passive Rechnungsabgrenzungsposten stellen zukünftige Aufwendungen bzw. Erträge dar, die Addition passiver Rechnungsabgrenzungsposten bzw. Subtraktion aktiver Rechnungsabgrenzungsposten ergänzt die Posten „zukünftige Erträge“ bzw. „zukünftige Aufwendungen“ um nicht länger ausstehende, da bereits erhaltene Forderungen bzw. bezahlte Verbindlichkeiten.

Im dritten Block werden zukünftige Aufwendungen einbezogen, wobei der später in

die Berechnung eingehende zukünftige Verwaltungsaufwand zunächst unberücksichtigt bleibt. Es ist zu beachten, dass ausschließlich der mit der Abwicklung des zum Zeitpunkt der Substanzwertberechnung vorhandenen Vertragsbestandes in Verbindung stehende Verwaltungsaufwand angesetzt wird. Die Aufwendungen beinhalten die Restbuchwerte der Leasingobjekte zum Stichtag der Substanzwertberechnung, die zukünftig weiter abgeschrieben und/oder aufgrund von Veräußerung oder Verwertung ausgebucht werden und, sofern die Verwertungs-/Verkaufserlöse den derzeitigen Restbuchwert nicht übersteigen, zu Aufwendungen führen.

Im Substanzwert werden unrealisierte Erträge und Aufwendungen erfasst, wie es das strenge Realisationsprinzip der handelsrechtlichen Rechnungslegung verbietet. Dem Risiko, dass Zahlungsströme nicht wie vertraglich festgelegt realisiert werden, trägt die Einbeziehung von Risikoabschlägen Rechnung, die so einen wichtigen Beitrag zur Glaubwürdigkeit des Substanzwertes leistet.

Ebenso erfasst werden Erträge aus Mietkaufverträgen, bei denen der Leasingnehmer das Recht hat, die Mietkaufsache innerhalb einer bestimmten Frist zu einem vorher bestimmten Preis zu erwerben, wobei die bis dahin gezahlten Mieten auf den Kaufpreis angerechnet werden. Anders als im Finanzierungsleasing erfolgt beim Mietkauf die Aktivierung der Mietkaufsache sofort beim Mietkäufer⁷. Aufgrund der Einstufung als Finanzdienstleistung und der Relevanz für die Deutsche Bundesbank wird sich im Folgenden ausschließlich mit dem Finanzierungsleasing beschäftigt und nicht näher auf weitere Vertragsarten eingegangen.

In Punkt 4 der Tabelle finden schließlich die zur Abwicklung des Vertragsbestandes und somit zur Erzielung der zukünftigen Erträge erforderlichen Verwaltungsaufwendungen Beachtung. Die barwertige Betrachtung der erwarteten Nachgeschäftserlöse aus Veräußerung und Verwertung der Leasingobjekte schließt die Berechnung des Substanzwertes des bilanzierten Vertrags- und Objektbestandes ab.

Sowohl der Brutto- als auch der Nettomethode wird eine hundertprozentige Fremdkapitalfinanzierung unterstellt. Die durch Eigenfinanzierungsanteil zu hoch angesetzten Zinsaufwendungen werden durch Punkt 7 berichtigt. Gemeinsam mit dem Substanzwert aus gültigen Leasingverträgen, deren Laufzeitbeginn in der Zukunft liegt, ergänzen diese den Substanzwert zum sogenannten „erweiterten betriebswirtschaftlichen Eigenkapital“. Zum Substanzwert des Konzerns führt die Addition des Substanzwertes von Tochtergesellschaften.

⁷vgl. [3]

Die Berechnung des Substanzwertes beruht auf zahlreichen Annahmen über die zukünftige Entwicklung der zugrundeliegenden Risikoparameter. Es stellt sich die Frage, wie stark sich eine Abweichung der tatsächlichen Ausprägungen auf den Substanzwert auswirkt, die zentraler Gegenstand der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen sein wird.

1.2 Stresstests

Stresstests sind ein Analysewerkzeug aus dem Risikomanagement. Sie dienen der Untersuchung der Sensibilität eines Portfoliowertes bezüglich der Änderung äußerer Einflüsse. Insbesondere wird im Rahmen von Stresstests geprüft, inwieweit ein Unternehmen in Hinblick auf Liquidität und Eigenkapital negativen Einflüssen standhalten kann. Hierfür werden relevante Risikoparameter ausgewählt und Schwankungen unterworfen, anschließend werden die Auswirkungen auf das Unternehmen ermittelt und Handlungskonsequenzen geschlossen. Nur durch die Erfassung aller wichtigen Risikofaktoren wird die Qualität der Ergebnisse sichergestellt, die wiederum in die Risikoplanung und Risikosteuerung einfließen. Zur Diagnose der signifikanten Risikofaktoren sollte einem Stress-test daher immer eine umfassende und detaillierte Unternehmensanalyse vorausgehen. Bevor die zwei grundlegenden Methoden zur Durchführung von Stresstests vorgestellt werden erfolgt ein Darstellung der verschiedenen Risikoarten.

1.2.1 Risiko

Risiko ist die Gefahr, dass die realisierten Verluste den erwarteten Verlust übersteigen. Die Evaluierung der unternehmensrelevanten Risiken ist einer der zentralen Bestandteile jeder Unternehmensanalyse. Gemäß MaRisk (Mindestanforderungen an das Risikomanagement) werden vier Risikoarten unterschieden. Insbesondere in Bezug auf das Finanzierungsleasing kann jede Risikoart in verschiedene Risikokategorien aufgeschlüsselt werden.

- Adressenausfallrisiko:
 - Kundenausfallrisiko
- Marktpreisrisiko:
 - Zinsänderungsrisiko

- Marktpreisrisiko bei Objektverwertung (insbesondere bei Ausfall des Leasingnehmers)
- Liquiditätsrisiko:
 - Refinanzierungsrisiko
- Operationelles Risiko:
 - IT-Risiken
 - Diebstahl und Unterschlagung von Leasingobjekten

Das Adressenausfallrisiko bezeichnet das Risiko, dass ein Vertragspartner seinen vertraglichen Zahlungsverpflichtungen nicht oder nur teilweise nachkommt. Im Leasingbereich beinhaltet das Kundenausfallrisiko den Ausfall ausstehender Leasingforderungen. Aufgrund spezialisierter Leasingobjekte und einer damit verbundenen Differenz zwischen Verwertungserlösen zum Marktpreis und mit Leasingnehmern realisierten Nachgeschäftserlösen gehören auch Verwertungsverluste dem Kundenausfallrisiko an. Indikatoren für das Adressenausfallrisiko sind die Bonitätsveränderung von Leasingnehmern sowie Veränderungen des Zahlungsverhaltens und die Veränderung von Sicherheitenwerten.

Als Marktpreisrisiko wird das Risiko finanzieller Verluste aufgrund der Änderung von Marktpreisen bezeichnet. Im Speziellen kann das Zinsänderungsrisiko einen Margenverlust bei Deckungsbeiträgen aus dem Finanzierungsleasing wegen steigender Refinanzierungskosten bedeuten. Marktpreisrisiken beschreiben Schwankungen der sich aus der unsicheren Entwicklung ergebenden Preise, zu denen Leasingobjekte nach Ablauf der Vertragslaufzeit veräußerbar sind. Das Verlustrisiko besteht in einer Differenz zwischen einem höheren kalkulierten Restwert und einem niedrigeren Markt-Restwert.

Unter Liquiditätsrisiko wird das Risiko verstanden, Zahlungsverpflichtungen nicht jederzeit erfüllen zu können beziehungsweise über ungenügende Refinanzierungsmittel zur Finanzierung des geplanten Neugeschäfts zu verfügen⁸. Dies schließt einen Margenverlust durch eine ungeplante Notwendigkeit kurzfristiger Fremdkapitalaufnahme zu höheren Refinanzierungskosten sowie das Fehlen von Refinanzierungsquellen ein. Indikatoren sind beispielsweise eine Veränderung von liquiditätswirksamen Zahlungen und Veränderungen der Refinanzierungskosten.

Operationelle Risiken sind dem Geschäftsmodell inhärente Verlustrisiken, die sich aufgrund ungenügender personeller Ressourcen, inadäquater oder fehlerhafter Prozesse, Sys-

⁸[5], S. 20.

teme oder externer Ereignisse ergeben⁹. Dazu zählen im Leasingbereich mögliche Verluste durch Störungen des Betriebsablaufs. Hier sind insbesondere die zu den IT-Risiken zählenden potenziellen Verluste durch einen Systemausfall zu nennen. Der Diebstahl oder die Unterschlagung von Leasingobjekten führt zum Verlust der Restwerte. Zur Verringerung operationeller Risiken ist die Angemessenheit und Zuverlässigkeit der Infrastruktur, internen Verfahren und Mitarbeiter anzustreben.

1.2.2 Sensitivitäts- und Szenarioanalyse

Stresstests werden unterteilt in zwei Kategorien: die Sensitivitätsanalyse und die Szenarioanalyse. Eine Sensitivitätsanalyse erfolgt univariat, das bedeutet es wird der Wert eines ausgewählten Risikoparameters verändert, um die Folgen auf den Portfoliowert zu untersuchen. Auf diese Weise wird erforscht, wie stark sich die Sensibilität bezüglich der zugrundeliegenden Risikofaktoren darstellt.

Da die Veränderung ausschließlich in einem Parameter stattfindet und alle weiteren konstant gehalten werden, ist die Sensitivitätsanalyse vergleichsweise einfach durchzuführen. Diese Methode ist angemessen zur Evaluierung, ob und wie stark der Unternehmenswert auf eine Veränderung des Risikoparameters reagiert, um dann weitere Analysen anzuschließen. Infolge der Betrachtung einer univariaten Veränderung können Korrelationen verschiedener Risiken nicht berücksichtigt werden. Den realen Zusammenhängen kann in einer Szenarioanalyse hingegen stärker Rechnung getragen werden.

Die Szenarioanalyse beschäftigt sich mit der Frage nach den Auswirkungen einer bestimmten Entwicklung mehrerer Umwelteinflüsse auf den Portfoliowert. Hierfür werden Szenarien erdacht, die mitunter extreme, aber plausibel vorstellbare Entwicklungen des wirtschaftlichen Umfeldes darstellen. Anschließend wird die Ausprägung der relevanten Risikoparameter für jedes einzelne Szenario geschätzt und der Portfoliowert unter Verwendung des szenarioabhängigen Parameterwertes neu berechnet.

Als Konsequenz können Notfallpläne erarbeitet werden, die es ermöglichen, frühzeitig auf eine sich ankündigende Extremsituation zu reagieren. Die Szenarien dürfen hierbei mitunter sehr unwahrscheinlich gewählt werden, es ist allerdings zu beachten, dass Stresstestergebnisse auf Basis einer für unmöglich befundenen Umweltentwicklung wenig aussagekräftig sind.

⁹vgl. [5], S. 21.

1 Einführung in die Thematik

Szenariobasierte Stresstests ermöglichen eine Einbeziehung von Korrelationen zwischen verschiedenen Risikoparametern, indem aus historischen Daten abgeleitete Beziehungen in die Modellierung von Szenarien einfließen.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein szenariobasierter Stresstest durchgeführt. Im Folgenden wird das theoretische Grundgerüst vorgestellt, auf dessen Basis die Schätzung des Modells erfolgt.

2 Mathematische Grundlagen

Für die Modellierung und Durchführung der geplanten Stresstests auf den Substanzwert werden einige Resultate aus der Mathematik benötigt, auf die in diesem Kapitel eingegangen wird. Die Darstellung der Monte-Carlo-Methode erfolgt auf Grundlage von [6].

Der Begriff Monte-Carlo-Methode bezeichnet die numerische Approximation einer gesuchten Größe mithilfe einer Vielzahl von Zufallsversuchen. Unter Verwendung dieser Methode wird im Rahmen dieser Arbeit eine Vielzahl von Realisationen unsicherer Umweltentwicklungen simuliert, wobei verschiedene Ausprägungen mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten auftreten. Idee ist es, jeden Simulationsdurchlauf mit der Berechnung des Substanzwerts in Abhängigkeit der zufallskonstruierten Umweltsituation zu beenden. Durch einen mit den entsprechenden Eintrittswahrscheinlichkeiten gewichteten Mittelwert der erhaltenen Substanzwerte wird anschließend der erwartete Substanzwert approximiert. Die Umsetzung des Stresstests erfolgt, indem nur Werte, die eine Realisation eines prädefinierten Stressszenarios darstellen, einbezogen werden.

Desweiteren wird in Abschnitt 2.2 eine kurze Einführung in die Zeitreihenanalyse gegeben, die für die Modellierung der Ausfallwahrscheinlichkeit eines Leasingnehmers verwendet wird. Es werden lineare Regressionsanalysen durchgeführt, die in Abschnitt 2.2.1 näher beleuchtet werden.

2.1 Die Monte-Carlo-Methode

Eine typische Ausgangssituation zur Anwendung der Monte-Carlo-Methode ist das Ziel der Approximation einer Größe φ . Dabei gilt oft

$$\varphi := \int_{\mathbb{R}^d} f(x) d^d x,$$

mit $d \in \mathbb{N}$. Häufig ist φ der Erwartungswert einer Zufallsvariable oder kann als solcher interpretiert werden¹⁰.

Zur Approximation stehen verschiedene Methoden aus der Numerik zur Verfügung (z.B. Simpsonregel, Trapezregel). Da bei diesen Verfahren die Abschätzung des Fehlerterms immer eine Funktion des Abstands zweier benachbarter Stützstellen darstellt, wird mit zunehmend hoher Dimension eine exponentiell wachsende Anzahl von Stützstellen benötigt, um gleiche Genauigkeit zu gewährleisten. Werden n Stützstellen im \mathbb{R}^1 benutzt, um ein Integral über das Intervall $[0, 1]$ zu approximieren, so werden n^d Punkte benötigt, um ein Integral über $[0, 1]^d$ mit gleicher Genauigkeit anzunähern. Aus diesem Grund werden die Stützstellen stattdessen gleichverteilt aus dem Integrationsraum gezogen und nicht äquidistant gewählt.

Auch bei kleiner Dimension d liegen im Falle einer relativ komplexen Funktion f naturgemäß Simulationen zur numerischen Approximation anstelle eines arithmetischen Lösungsansatzes nahe.

Die Vorgehensweise in einer Monte-Carlo-Simulation stellt sich folgendermaßen dar.

1. Schritt: Schreibe φ als Erwartungswert einer Zufallsvariable: $\varphi = \mathbb{E}[X]$.
(z.B. $\int_0^1 e^{-x} dx = \mathbb{E}(e^{-U} \mathbf{1}_{[0,1]})$ mit $U \sim U[0, 1]$)
2. Schritt: Simuliere für $n \in \mathbb{N}$ Zufallsgrößen X_1, \dots, X_n unabhängig und identisch verteilt („independent and identically distributed“, kurz i.i.d.), die verteilt sind wie X .
3. Schritt: Approximiere φ durch $\mathbb{E}[X] \approx \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^n X_i)$.

Dieses Prinzip wird bei der Approximation des erwarteten Substanzwertes verwendet. Sei Z ein Zufallsvektor, dessen Realisierungen als unterschiedliche Umweltsituationen interpretiert werden können. Ordne eine Funktion f einer generierten Umweltsituation z den resultierenden Substanzwert zu. Unter Verwendung von n unabhängigen Realisierungen z_1, \dots, z_n stellt $\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^n f(z_i))$ eine Approximation an den erwarteten Substanzwert dar.

Im Folgenden wird Monte-Carlo-Methode abgekürzt durch MC-Methode bzw. MC-Simulation und beide Ausdrücke synonym verwendet.

¹⁰Im Rahmen dieser Arbeit wird der Substanzwert als Funktion der Umweltentwicklung modelliert. Multipliziert mit der Indikatorfunktion auf dem Stressszenario rücken ihre Verteilungseigenschaften in den Fokus. In Kapitel 4, S. 43 wird der gestresste Substanzwert eines Leasingunternehmens als Erwartungswert dieses Produktes die Rolle von φ einnehmen.

Beispiel 1. Angenommen,

$$\varphi = \int_{[0,1]^d} f(u_1, \dots, u_d) du_1 \dots du_d$$

ist zu bestimmen. Für $U_i \sim U[0, 1]$, $i = 1, \dots, d$, definiere $X := f(U_1, \dots, U_d)$. Dann gilt

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[X] &= \mathbb{E}[f(U_1, \dots, U_d)] \\ &= \int_{[0,1]^d} f(u_1, \dots, u_d) du_1 \dots du_d. \end{aligned}$$

Eine Folge $(U_i)_{i \in \mathbb{N}}$ von i.i.d. Zufallsgrößen mit $U_i \sim U[0, 1]$ sei simulierbar. Setze

$$\begin{aligned} X_1 &:= f(U_1, \dots, U_d) \\ X_2 &:= f(U_{d+1}, \dots, U_{2d}) \quad \text{etc.} \end{aligned}$$

Dann ist die Folge $(X_i)_{i \in \mathbb{N}}$ i.i.d. und jedes X_i hat die Dichte f .

Für $n > 0$ liefert $\frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n)$ eine Approximation von φ .

Es stellt sich nun die Frage, warum und wie schnell $\frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} \varphi$. Dabei sei an einige fundamentale Aussagen erinnert:

Satz 1. *Starkes Gesetz der Großen Zahlen*

Ist $(X_i)_{i \in \mathbb{N}}$ eine Folge von i.i.d. Zufallsvariablen mit $\mathbb{E}[|X_1|] < \infty$, dann gilt

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \xrightarrow{f.s.} \mathbb{E}[X_1].$$

Satz 2. *Zentraler Grenzwertsatz*

Sei $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge von i.i.d. Zufallsvariablen und $\mathbb{E}[X_1^2] < \infty$. Es bezeichne σ^2 die Varianz von X_1 . Sei $\varepsilon_n := \mathbb{E}[X] - \frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n)$.

Dann konvergiert $\frac{\sqrt{n}}{\sigma} \varepsilon_n$ schwach gegen $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$, d.h. für alle $a, b \in \mathbb{R}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}a \leq \varepsilon_n \leq \frac{\sigma}{\sqrt{n}}b\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

Es kann also für große n angenommen werden, dass ε_n eine zentrierte normalverteilte Zufallsvariable mit Varianz $\frac{\sigma^2}{n}$ ist, also $\varepsilon_n \sim \mathcal{N}(0, \frac{\sigma^2}{n})$.

Das Starke Gesetz der Großen Zahlen liefert die Konvergenz $\frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} \varphi$. Der Zentrale Grenzwertsatz belegt zudem, dass für großes n , d.h. häufige Szenariosimulation, der Fehler der Approximation annähernd normalverteilt ist mit Erwartungswert null und kleiner Varianz.

Satz 3. *Tschebyscheff-Ungleichung*

Sei X eine Zufallsvariable. Dann gilt

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{E}(X)| \geq \varepsilon) \leq \frac{\mathbb{V}(X)}{\varepsilon^2}.$$

Bemerkung 1. 1. $\mathbb{P}(\varepsilon_n \geq t) > 0 \forall t$, d.h. der bei der Approximation entstehende Fehler ist nicht beschränkt, da die Dichte der Normalverteilung auf ganz \mathbb{R} positiv ist.

2. Die Tshebyscheff-Ungleichung gibt eine wichtige Abschätzung für den Fehler der Approximation. Die Varianz $\frac{\sigma^2}{n}$ von ε_n spielt hierbei eine bedeutende Rolle und sollte bei der praktischen Anwendung der Methode demnach möglichst klein gehalten werden. Dies bedeutet wiederum, das bei der Konstruktion die Zufallsvariable X mit möglichst kleiner Varianz gewählt werden muss. Hierfür existieren verschiedene Methoden (z.B. Importance Sampling, Einführung einer Kontrollfunktion, Stratified Sampling), die über den Rahmen unserer Betrachtungen hinausgehen.

2.2 Zeitreihenanalyse

Im Allgemeinen wird unter einer Zeitreihe eine zeitlich geordnete Folge von Daten, beispielsweise Werte von Temperatur, Aktienindizes oder des Bruttoinlandsprodukts (BIP) verstanden. Typisch ist, dass nur eine einzige Messreihe existiert und die Folgenglieder im Allgemeinen nicht als unabhängig betrachtet werden können. So muss beispielsweise davon ausgegangen werden, dass das BIP eines Jahres von dem des Vorjahres abhängt. Oft besteht Interesse an der Aufdeckung möglicher Zusammenhänge zwischen verschiedenen beobachtbaren Variablen oder einer Vorhersage der zukünftigen Werte durch die Analyse der Vorangegangenen.

Gegenstand dieses Kapitels ist die Beschäftigung mit der Methode der linearen Regressionsanalyse, mithilfe derer später der Zusammenhang zwischen der Ausfallwahrscheinlichkeit eines Leasingnehmers und wirtschaftlichen Faktoren wie der gesamtkonjunkturellen Lage untersucht wird. Zuvor erfolgt die Formalisierung der mathematischen Hintergründe, wobei sich die Darstellung von Zeitreihen auf [8] stützt.

Definition 1. *Zeitreihe*

Eine Folge von zeitlich geordneten Beobachtungswerten eines mindestens auf Intervallskalenniveau gemessenen Merkmals wird als *Zeitreihe*¹¹ bezeichnet.

¹¹siehe [10]

Sei $T \neq \emptyset$ eine endliche Indexmenge und $\{X_t\}_{t \in T}$ ein stochastischer Prozess über einem Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathcal{A}, P) , d.h. für alle $t \in T$ ist $X_t : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ messbar. Für festes $\omega \in \Omega$ kann die Abbildung $t \mapsto X_t(\omega)$ als eine Realisierung des stochastischen Prozesses $\{X_t\}_{t \in T}$ interpretiert werden. Gegenstand der Zeitreihenanalyse ist die Auffassung einer vorliegenden Zeitreihe als (endliche) Realisation eines stochastischen Prozesses, um von dieser Datenbasis auf dessen Eigenschaften zu schließen¹². Dieser Daten erzeugende Prozess, dessen Modellierung mittels Tests auf den Zeitreihen erfolgt, wird mit DGP (engl. „data generating process“) bezeichnet.

Definition 2. Stationarität

Ein stochastischer Prozess heißt *stationär*, falls gilt:

- (i) $\mathbb{E}(|X_t|^2) < \infty \quad \forall t \in T$;
- (ii) $\mathbb{E}(X_t) = m = \text{const.} \quad \forall t \in T$;
- (iii) $\text{cov}(X_t, X_{t+h})$ hängt nur von h ab für alle $t, t+h \in T$.

Im Rahmen dieser Arbeit wird sich auf diese, in der Literatur als „schwache Stationarität“ bezeichnete, Stationaritätseigenschaft beschränkt. Es sei auf die Existenz eines Unterschiedes zur „starken Stationarität“ hingewiesen, auf die hier nicht näher eingegangen wird.

Die folgenden Abbildungen zeigen Realisierungen $t \mapsto X_t(\omega)$ eines nichtstationären und eines stationären Prozesses $X = \{X_t\}_{t \in T}$ und $Y = \{Y_t\}_{t \in T}$ für festes $\omega \in \Omega$.

In Abbildung 2.1 ist deutlich die Abhängigkeit von X_t und X_{t-1} erkennbar. Dieser Prozess wird auch als Random Walk bezeichnet, da ihm die Beziehung $X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$ zugrundeliegt, wobei $\{\varepsilon_t\}_{t \in T}$ einen Störterm darstellt und auch „weißes Rauschen“ genannt wird. Es gilt $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, i.i.d. für $t \in T$. Aufgrund dieser Beziehung wird die Stationaritätsbedingung (iii) verletzt, es ist leicht zu prüfen, dass $\mathbb{V}(X_t) \neq \mathbb{V}(X_{t-1})$.

Für den zweiten Prozess (Abbildung 2.2) gilt $\mathbb{E}(Y_t) = 0$ für alle Y_t , und alle Y_t besitzen eine gemeinsame Varianz. Trotz der unterschiedlichen Eigenschaften steht der zweite, stationäre Prozess mit dem ersten in einem engen Zusammenhang. Er entsteht durch Bilden der ersten Differenzen in X . Es gilt also $Y_t = \Delta X_t = X_t - X_{t-1}$. Die Eigenschaften eines Prozesses, auch Levels genannt, und seiner Differenzen können sich trotz des engen Zusammenhangs also stark unterscheiden. Im Folgenden wird formalisiert, wie oft ein Prozess differenziert werden muss, um Stationarität zu erhalten.

¹²vgl. [10], S. 40.

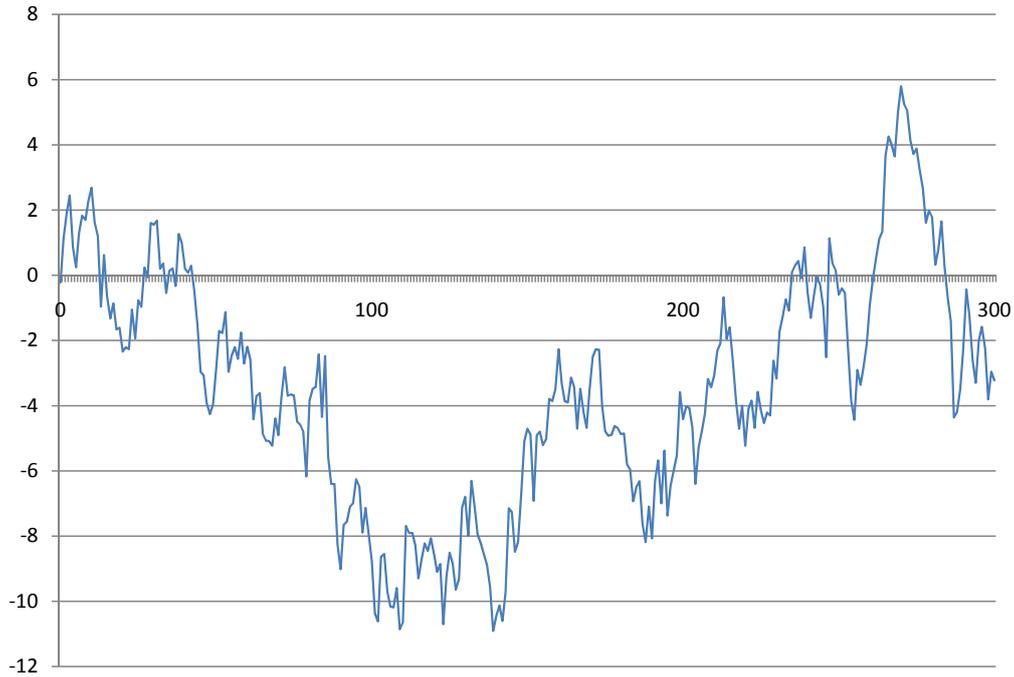


Abbildung 2.1: der nichtstationäre Zufallsprozess $\{X_t\}_{t \in T}$

Definition 3. *Integration*

Für einen Prozess $X = \{X_t\}_{t \in T}$ bezeichnet *Grad der Integration* von X das kleinste $p \in \mathbb{N}_0$ sodass die p -ten Differenzen $\Delta^p X$ von $\{X\}_{t \in T}$ mit $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$ stationär sind. X heißt dann *integriert der Ordnung p* . Wir schreiben $X \rightarrow I(p)$.

Bemerkung 2. Für den oben eingeführten Random Walk X gilt $X \rightarrow I(1)$, da die ersten Differenzen stationär sind. Für $Y = \Delta X$ gilt $Y \rightarrow I(0)$.

Zur Veränderung der Eigenschaften einer Zeitreihe wird von der Differenzenbildung bei der Vorbereitung für Analysen oft Gebrauch gemacht.

Im Allgemeinen sind empirisch beobachtete Zeitreihen nicht stationär. Sie unterliegen in der Praxis verschiedenen Effekten, zum Beispiel

- *Trends*: Änderungen des Mittelwertes mit der Zeit (bei der Beobachtung der Anzahl der Schafe in einer Population, monatlichen Flugmeilen, Einwanderungszahlen in den USA)
- *Saisoneffekte*: Zyklische Schwankungen in der Zeit (bei Temperaturmessungen)

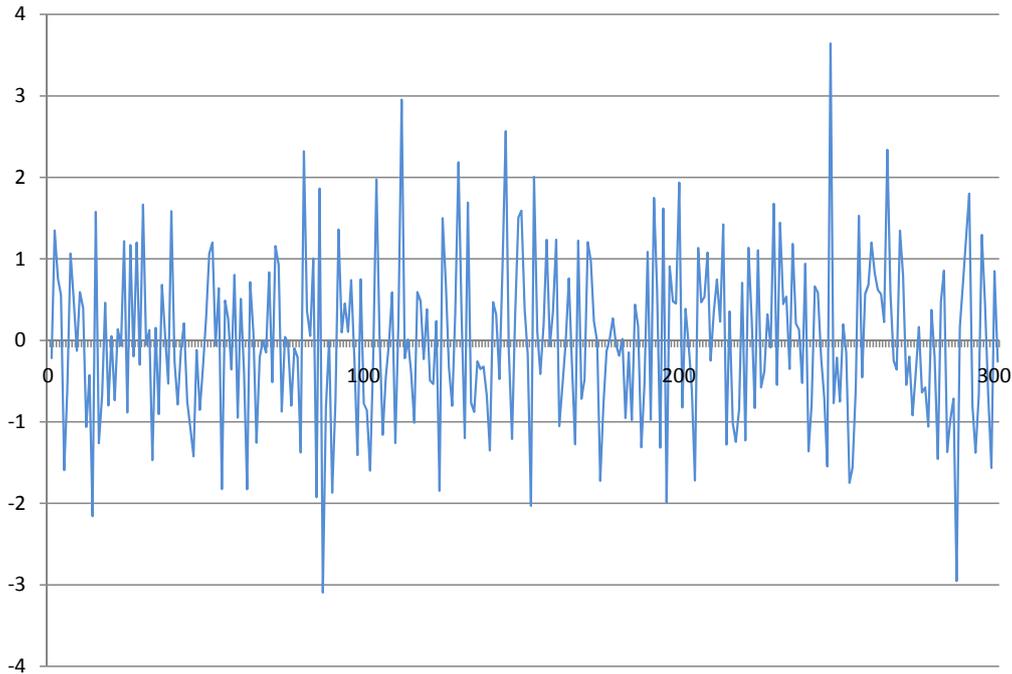


Abbildung 2.2: der stationäre Zufallsprozess $\{Y_t\}_{t \in T}$

- *Irreguläre Fluktuationen*: überlagern Trends und Saisoneffekte

Aufgrund dieser Beobachtungen lässt sich ein allgemeiner Ansatz zur Beschreibung einer Zeitreihe ableiten. Es wird angenommen, der DGP unterliege einem generellen Trend, um den er aufgrund von sich periodisch ändernden Umweltbedingungen und weiteren zufälligen äußeren Einflüssen fluktuiert. Er wird dargestellt als

$$X_t = m_t + s_t + \hat{X}_t,$$

wobei m_t die Trendkomponente darstellt, s_t den Saisoneffekt repräsentiert und \hat{X}_t ein stationärer stochastischer Prozess ist mit $\mathbb{E}(X_t) = 0, \forall t \in T$. In der Literatur werden Modelle, die eine Zerlegung des DGP in Trend, Saison- und Irreguläre Effekte vornehmen, auch als strukturelle Zeitreihenmodelle oder strukturelle Komponentenmodelle bezeichnet.

Als erster Schritt zur Analyse einer oder mehrerer Zeitreihen eignet sich meist ein Plot dieser. Dies vermittelt schnell eine Idee, ob für den DGP z.B. Stationarität vorliegt, ob offensichtliche Zusammenhänge verschiedener zugrundeliegender Prozesse bestehen und

wenn ja, welches Modell diese potenziell am besten beschreibt. Diese Vermutungen lassen sich anschließend durch weiterführende Tests und Analysen untermauern oder müssen zugunsten anderer Hypothesen verworfen werden. Ebenso dient dieser erste Blick auf die Daten dem Erkennen von offensichtlichen Fehlern sowie Ausreißern, die gegebenenfalls eliminiert werden können.

2.2.1 lineare Regressionsanalyse

Falls das Plotten der Daten einen linearen Zusammenhang suggeriert, ist die Annahme und Analyse eines zugrundeliegenden linearen Modells naheliegend. Die lineare Regressionsanalyse dient der Untersuchung und der Aufdeckung einer linearen Abhängigkeit zwischen DGP verschiedener Zeitreihen. Falls es gelingt, den Zusammenhang funktional zu beschreiben, sind diese Erkenntnisse beispielsweise für Prognosen verwendbar. Im Modell wird der DGP einer sogenannten abhängigen Variable dargestellt als lineare Funktion von einer oder mehreren unabhängigen Variablen. Im Folgenden wird sich auf die Ausführungen von [9] bezogen. Es wird folgender linearer Zusammenhang unterstellt:

$$Y_t = b_0 + b_1 X_{1,t} + \dots + b_k X_{k,t} + \varepsilon_t,$$

wobei $Y = \{Y_t\}_{t \in T}$ die abhängige Variable bezeichnet, die als Linearkombination der k unabhängigen Variablen X_1, \dots, X_k dargestellt wird. Der Term ε_t bezeichnet die Störgröße zur Beobachtungszeit t , die Größen $\{\varepsilon_t\}_{t \in T}$ werden auch *Residuen* der Regression genannt. Sie werden als vom Modell unerfasste Einflüsse auf die Ausprägung der Variable Y zu den entsprechenden Zeitpunkten $t \in T$ interpretiert und als Realisationen unkorrelierter, zentrierter, normalverteilter $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ -Zufallsgrößen mit gemeinsamer Varianz betrachtet.

Die Werte der Zufallsgrößen Y, X_1, \dots, X_k sind beobachtbar, während die Regressionskoeffizienten β_0, \dots, β_k und die Residuen zu approximieren sind. Ein lineares Regressionsmodell zeichnet sich durch die lineare Verknüpfung der unabhängigen Werte aus. Zu beachten ist insbesondere, dass statt den unabhängigen Variablen ebenso Funktionen dieser, z.B. $\ln X$ oder X^2 anstelle von X , in die Regressionsgleichung einfließen können.

Zunächst werden β_0, \dots, β_k auf Grundlage der vorliegenden Zeitreihen Y, X_1, \dots, X_k geschätzt. Es wird die lineare Funktion gesucht, deren Abstand zu den tatsächlichen empirischen Messwerten minimal ist. Falls $f(X_{1,t}, \dots, X_{k,t})$ diese Funktion bezeichnet, so ergibt sich für jedes $Y_t = f(X_1, \dots, X_k) + \varepsilon_t$ der Schätzer $\hat{Y}_t = f(X_{1,t}, \dots, X_{k,t}) =$

$\beta_0 + \beta_1 X_{1,t} + \dots + \beta_k X_{k,t}$. Die Differenz zwischen Y_t und \hat{Y}_t ist genau ε_t , sodass sich ein Optimierungsproblem der Form

$$\sum_{t \in T} \varepsilon_t^2 = \sum_{t \in T} (Y_t - \hat{Y}_t)^2 = \sum_{t \in T} (Y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{1,t} - \dots - \beta_k X_{k,t})^2 \longrightarrow \text{Min!}$$

ergibt. Es wird demnach die lineare Funktion gesucht, die den vertikalen Abstand zu den Messwerten minimiert. Dies ist der impliziten Modellannahme geschuldet, dass die beobachtbaren Variablen X_1, \dots, X_k keinerlei Störtermen unterliegen und direkt messbar sind, während die abhängige Variable Y auch von unerfassten Größen beeinflusst sein kann. Diese Methode wird Methode der kleinsten Quadrate, oder auch OLS-Methode (engl. „ordinary least squares“) genannt. Zu beachten ist, dass durch die Betrachtung der quadrierten Differenzen größere Abweichungen von der linearen Zielfunktion einen größeren Einfluss haben als kleinere.

Nahezu alle gängigen, statistische Analysen unterstützenden Softwarepakete wie z.B. Stata, R, Matlab oder SPSS stellen Funktionen zur Regressionsanalyse zur Verfügung, auf die im Rahmen der Stresstests zurückgegriffen wird. Aus Zeitgründen wird deshalb hier nicht näher auf die Herleitung der Lösung des Optimierungsproblems eingegangen. Stattdessen lohnt sich ein Blick auf die Voraussetzungen an die Inputdaten einer linearen Regressionsanalyse.

Modellannahmen

Um signifikante und unverfälschte Ergebnisse auf Basis einer linearen Regression zu erhalten, müssen einige Anforderungen an die zugrundeliegenden Daten erfüllt sein.

Folgende Eigenschaften werden von den *unabhängigen Variablen* gefordert:

- es sind alle relevanten unabhängigen Variablen erfasst,
- Linearität des Zusammenhangs zur abhängigen Variablen,
- fehlende lineare Abhängigkeit zwischen den unabhängigen Variablen.

Für die *Residualgrößen* wird angenommen:

- $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \forall t \in T$, insbesondere
- die Residualgrößen sind zentriert und haben eine gemeinsame Varianz,
- für $i \neq j$ sind ε_i und ε_j unkorreliert.

Desweiteren muss für die Schätzung des Modells die Anzahl der Beobachtungen mindestens so groß sein wie die Anzahl der zu schätzenden Parameter; um signifikante Resultate zu erhalten, sollte sie sogar mindestens drei- bis fünfmal so groß sein.

In der Praxis besitzen vorliegende Daten oft nicht die gewünschten Voraussetzungen. Es gibt verschiedene Methoden, um sie ohne Informationsverlust geeignet zu modifizieren und die benötigten Eigenschaften zu erhalten. Welche Folgen hat jedoch die Nutzung von Daten, die die Voraussetzungen verletzen, für die Regressionsergebnisse?

Falls relevante unabhängige Variablen unerfasst bleiben, können sich deren Einflüsse in den Regressionskoeffizienten der erfassten Variablen niederschlagen und so das Regressionsergebnis verfälschen. Unterliegen abhängige und unabhängige Variable einem nichtlinearen Zusammenhang, so wird eine lineare Regressionsanalyse den wahren Zusammenhang nicht hinreichend modellieren können, die Ergebnisse werden für quantitative Prognosen unbrauchbar. Lineare Abhängigkeit zwischen den unabhängigen Variablen hingegen hat zur Folge, dass keiner der Variablen der Einfluss auf die abhängige Variable eindeutig zugerechnet werden kann.

Genügen die Residualgrößen nicht den gewünschten Eigenschaften, deutet dies auf ein nicht dem realen Zusammenhang entsprechendes Modell hin.

Interpretation der Ergebnisse

Zur Analyse der Güte einer Modellanpassung stehen verschiedene Statistiken zur Verfügung. Eine ist das Bestimmtheitsmaß R^2 . Die Idee der Betrachtung dieser Statistik ist, dass unter ausschließlicher Verwendung der Zeitreihe $Y = \{Y_t\}_{t \in T}$ für Realisationen des entsprechenden DGP der beste Schätzer gegeben ist durch den Mittelwert $\bar{Y} := \frac{1}{\#T} \sum_{t \in T} Y_t$. Die Einbeziehung von unabhängigen Variablen in einem linearen Modell stellt im Idealfall eine Verbesserung des Schätzers dar, die Varianz des Fehlers ist demnach geringer. Falls $\hat{Y}_t = b_0 + b_1 X_{1,t} + \dots + b_k X_{k,t}$ den Schätzer für Y_t wiedergibt, ist R^2 gegeben durch

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t \in T} (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{\sum_{t \in T} (Y_t - \bar{Y})^2} \in [0, 1].$$

Dabei ist $\sum_{t \in T} (Y_t - \hat{Y}_t)^2$ ein Schätzer für die Varianz von \hat{Y} , die kleiner ist als die Varianz des Mittelwertes, welche durch $\sum_{t \in T} (Y_t - \bar{Y})^2$ approximiert wird. R^2 nimmt große Werte an, falls die Schätzer \hat{Y}_t nahe der beobachteten Werte Y_t liegen. Im schlechtesten Fall

vermögen die Zeitreihen X_1, \dots, X_K nicht zur Erklärung von Y beizutragen, sodass durch den Term b_0 der Schätzer \hat{Y} dem Mittelwert \bar{Y} entspricht und es gilt $R^2 = 0$.

Scheinkorrelation und Kointegration

Im Zusammenhang mit linearen Regressionsanalysen sind unterschiedliche Phänomene zu beobachten¹³. Die sogenannte Scheinkorrelation zweiter Art (engl. type II spurious regression) bezeichnet den Erhalt von signifikanten Regressionsergebnissen auf Grundlage von unabhängigen Zeitreihen bzw. solchen Daten, zwischen denen offensichtlich kein realer Zusammenhang besteht. So gibt es viele Fälle von „nonsense correlation“, beispielsweise lässt sich eine Beziehung zwischen der Anzahl der Minister und dem Alkoholkonsum in Großbritannien des 19. Jahrhunderts finden oder auch ein signifikanter Zusammenhang zwischen dem logarithmierten nominellen Einkommen und der logarithmierten Anzahl wachsender Sonnenflecke darlegen¹⁴. Zur Vermeidung dieser Art von Scheinkorrelation hat sich die Verwendung von Zeitreihen, deren DGP als stationär angenommen werden kann, etabliert: Im Anschluss an einen Test bezüglich des Grades der Integration des zugrundeliegenden DGP wird auf die entsprechenden Differenzen ausgewichen.

Dieses Vorgehen führt jedoch oft zu einem weiteren Problem, der Scheinkorrelation erster Art (engl. spurious regression type I). Das Bilden der Differenzen in den Zeitreihen führt zu einem Informationsverlust, in dessen Folge langfristige Zusammenhänge zwischen den untersuchten Prozessen nicht aufgedeckt werden. Eine langfristige Gleichgewichtsbeziehung liegt vor, wenn die Variablen nur kurzfristig von ihrer Gleichgewichtslage abweichen, langfristig jedoch einem gemeinsamen Trend folgen. Eine derartige Beziehung unterliegt beispielsweise den Aufenthaltsorten einer betrunkenen Person und dessen Hundes auf dem Heimweg: Kurzfristig können sich beide in unterschiedliche Richtungen voneinander entfernen, insgesamt folgen sie jedoch einer gemeinsamen Bewegung¹⁵. Ein weiteres Beispiel ist das Verhalten von Einkommen und Ausgaben eines Haushaltes oder eines Unternehmens: Kurzfristig können diese durch z.B. Konsum bzw. Investitionen stark voneinander abweichen, auf lange Sicht befinden sie sich hingegen in einem Gleichgewichtsverhältnis.

Das durch kurzfristige Fluktuationen um ein langfristiges Equilibrium gekennzeichnete

¹³die folgenden Ausführungen in Anlehnung an [11]

¹⁴Beispiele aus [12]

¹⁵Beispiel aus [13]

Verhalten wird Kointegration genannt. Es wird zwischen unterschiedlichen Graden der Kointegration unterschieden. Allgemein¹⁶ heißen Prozesse X_1, \dots, X_n mit $X_i \rightarrow I(p)$, $i = 1, \dots, n$, kointegriert der Ordnung q , für $p \geq q > 0$, falls es einen Vektor $a \in \mathbb{N}^n$ gibt sodass $a^T(X_1, \dots, X_n) \rightarrow I(p - q)$. Kurz schreibt man $X_1, \dots, X_n \rightarrow CI(p, q)$. Im Rahmen dieser Arbeit genügt die Beschäftigung mit der Kointegration von $I(1)$ -Prozessen, die die Definition eines engeren Kointegrationsbegriffs erlaubt.

Definition 4. Kointegration

Sei $p \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ und $X = (X_1, \dots, X_n)$ ein vektorieller Prozess mit $X_i \rightarrow I(1)$, $i = 1, \dots, n$. Falls ein Vektor $a \in \mathbb{N}^n$ existiert mit $a^T X$ stationär, so heißen X_1, \dots, X_n *kointegriert*.

Kointegration bedeutet folglich die Existenz einer stationären Linearkombination der Prozesse. Zeitreihen werden als kointegriert bezeichnet, falls ihre DGP diese Eigenschaft besitzen. Zu beachten ist insbesondere der Zusammenhang zur linearen Regressionsanalyse von Zeitreihen: Falls eine lineare Regressionsanalyse auf den Levels zu Residuen führt, denen ein stationärer DGP zugrunde gelegt werden kann, so kann auf Kointegration geschlossen werden. Der Regressionsvektor b_0, \dots, b_k stellt dann eine Approximation an den *Kointegrationsvektor* a dar.

Die meisten Tests¹⁷ zur Kointegration basieren auf dieser Überlegung und umfassen zwei Stufen. Im ersten Schritt wird ein Zufallsprozess mittels linearer Regressionsanalyse als Linearkombination der anderen geschätzt, anschließend erfolgt eine Stationaritätsanalyse der Residuen. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass die Anwendung von Stationaritätstests auf Schätzwerte zu weiteren Schwierigkeiten bezüglich der Ermittlung geeigneter kritischer Werte führt. Für eine detaillierte Darstellung der Problematik sowie Lösungen sei auf [14] verwiesen.

Abschließend ist festzuhalten, dass im Falle von kointegrierten Prozessen bei einer Regressionsanalyse auf den Levels mit aussagekräftigen Ergebnissen zu rechnen ist, während die Verwendung von Differenzen zum Verlust von Informationen über langfristige Beziehungen und zur Scheinkorrelation zweiter Art führen kann. Diese Erkenntnis wird im Rahmen der Untersuchungen eine wichtige Rolle spielen.

¹⁶vgl. [10]

¹⁷z.B. Cointegrating Regression Durbin-Watson Test, Dickey-Fuller Test, Augmented Dickey-Fuller Test, Engle-Granger Test, Johansen Test

2.3 Simulation von Kovarianzen

Um den Stresstest durchzuführen, werden verschiedene Schocks und Innovationen der wirtschaftlichen Parameter simuliert. Zur Vergrößerung der Realitätstreue der Simulation werden die Zusammenhänge, die zwischen verschiedenen Größen bestehen, unter Berücksichtigung der Kovarianzen modelliert. Hierfür wird folgendes Resultat benötigt.

Lemma 1. Sei $A = (a_{ij})_{i,j=1,\dots,n}$ symmetrisch und positiv definit und $X = (X_1, \dots, X_n)$ i.i.d. und zentriert mit $\mathbb{V}(X_i) = 1$ für alle i . Falls G mit $GG^T = A$ die Cholesky-Zerlegung von A ist, dann gilt $\text{cov}[(GX)_i, (GX)_j] = a_{ij}$.

Beweis. $G = (g_{ij})_{i,j=1,\dots,n}$ ist gegeben durch¹⁸

$$g_{ij} = \begin{cases} \sqrt{a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} g_{ik}^2}, & \text{für } i = j \\ \frac{1}{g_{jj}}(a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} g_{ik}g_{jk}), & \text{für } i > j \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Dabei ergibt sich die Matrix G zeilenweise und es gilt $g_{jj} \neq 0$, da A positiv definit. Für die Details sei verwiesen auf [19].

Aus der Darstellung von G und der Symmetrie $a_{ij} = a_{ji}$ folgt leicht $a_{ij} = \sum_{k=1}^j g_{ik}g_{jk}$. Seien $i, j \in \{1, \dots, n\}$. Dann gilt

$$\begin{aligned} \text{cov}[(GX)_i, (GX)_j] &= \mathbb{E}[(GX)_i - \mathbb{E}(GX))((GX)_j - \mathbb{E}((GX)_j))] \\ &= \mathbb{E}[(GX)_i(GX)_j] \\ &= \mathbb{E}[(g_{i1}X_1 + \dots + g_{in}X_n)(g_{j1}X_1 + \dots + g_{jn}X_n)] \\ &= \mathbb{E}[g_{i1}g_{j1}X_1^2 + \dots + g_{in}g_{jn}X_n^2] \\ &= g_{i1}g_{j1}\mathbb{E}[X_1^2] + \dots + g_{in}g_{jn}\mathbb{E}[X_n^2] \\ &= \sum_{k=1}^n g_{ik}g_{jk} \\ &= a_{ij}. \end{aligned}$$

Dabei gilt die zweite und die fünfte Gleichheit aufgrund der Linearität des Erwartungswertes und der Zentriertheit der Variablen X_1, \dots, X_n . In der vierten Gleichung wurde zusätzlich die Unabhängigkeit benutzt und die sechste Identität folgt aufgrund von $\mathbb{E}(X_i^2) = \mathbb{V}(X_i) + \mathbb{E}(X_i)^2 = 1 - 0$. \square

¹⁸vgl. [19], S. 43-44.

3 Modellentwicklung

In Abschnitt 3.1 erfolgt zunächst eine eingehende Beschäftigung mit den risikobehafteten Bausteinen der Substanzwertrechnung um in Abschnitt 3.2 eine angemessene Modellierung dieser vorzunehmen.

Das dem Stresstest zugrundeliegende Modell wird in Abschnitt 3.3 erläutert. In Abschnitt 3.4 wird die verwendete Datenbasis vorgestellt sowie einige auf Testergebnissen basierende Anpassungen des Modells an die Qualität der Datenbasis vorgenommen.

3.1 Suche nach sensiblen Positionen

Ziel des Stresstests ist die Berechnung des Substanzwerts unter der Annahme einer negativen Entwicklung des wirtschaftlichen Umfeldes des Leasingunternehmens. Dies erfordert zunächst eine Prüfung auf durch äußere Faktoren beeinflussbare Positionen der Substanzwertrechnung.

Um eine Konzentration auf das Wesentliche zu gewährleisten, werden einige vereinfachende Annahmen bezüglich der abgeschlossenen Leasingverträge getroffen. Es wird eine hundertprozentige und kongruente Fremdkapitalfinanzierung der Leasingobjekte durch den Leasinggeber angenommen und ausschließlich vom Abschluss von Finanzierungsleasingverträgen ausgegangen. Eine Betrachtung sowohl von bereits bilanzwirksam gewordenem als auch kontrahiertem, noch nicht bilanzwirksam gewordenem Vertragsbestand führt qualitativ zu keinen zusätzlichen Erkenntnissen. Aufgrund dessen bleibt die Betrachtung von zum Stichtag bereits bilanzwirksam gewordenem Vertragsbestand zugunsten der Übersichtlichkeit unberücksichtigt. Unter diesen Voraussetzungen ergibt

3 Modellentwicklung

sich aus der Darstellung des Substanzwertschemas auf Seite 4 folgende Identität:

$$\begin{aligned} \text{Substanzwert} &= \text{Eigenkapital} \\ &+ \text{Barwert Leasingforderungen} \\ &+ \text{Barwert Restwertansprüche} \\ &\pm \text{ARAP/ PRAP} \\ &- \text{Restbuchwerte} \\ &- \text{Risikoabschläge} \\ &- \text{Barwert zukünftiger Verwaltungskosten} \\ &+ \text{Barwert der Nachgeschäftserlöse} \end{aligned}$$

Wir bezeichnen mit ARAP und PRAP aktive bzw. passive Rechnungsabgrenzungsposten. Voraussetzung für eine erfolgreiche Durchführung eines Stresstests ist stets eine eingehende Beschäftigung mit den zugrunde liegenden Risikofaktoren. Der Substanzwert stellt eine Approximation des realen Wertes des Unternehmens dar. Die Möglichkeit einer Differenz zwischen Substanzwert und jenem, von zukünftigen Ereignissen abhängigen Unternehmenswert entsteht durch die Verwendung von Annahmen bezüglich der wirtschaftlichen Entwicklung.

Zur Veranschaulichung der Sensibilität der verschiedenen Positionen bezüglich auf Prognosen beruhender Werte betrachten wir eine formalhaftere Darstellung des aus einem einzelnen Leasingvertrag LV resultierenden Substanzwertes. Es bezeichne i den periodenbezogenen Zinssatz, $RBF(i, T)$ ¹⁹ den Rentenbarwertfaktor einer T -maligen nachschüssigen Rente zum Zinssatz i , PD ²⁰ die Ausfallwahrscheinlichkeit des Leasingnehmers und $RZ(\cdot)$ die Restlaufzeit eines Leasingvertrages.

$$\begin{aligned} \text{Substanzwert}(i, PD, LV) &= RBF(i, RZ(LV)) \cdot \text{Leasingrate von } LV \\ &+ (1 + i)^{-RZ(LV)} \cdot \text{Restwertanspruch bzgl. } LV \\ &\pm \text{ARAP/PRAP in Verbindung mit } LV \\ &- \text{Restbuchwert des Leasingobjekts aus } LV \\ &- \text{Risikoabschlag}(LV, PD) \\ &- RBF(i, RZ(LV)) \cdot \text{Verwaltungskosten für } LV \\ &+ (1 + i)^{-RZ(LV)} \cdot \text{Nachgeschäftserlöse aus } LV \end{aligned}$$

¹⁹ $RBF(i, T) = \frac{1}{i} - \frac{1}{i(1+i)^T}$

²⁰ PD steht für "probability of default"

3 Modellentwicklung

Durch die barwertige Betrachtung wird der Substanzwert offensichtlich von der Höhe des Zinses beeinflusst. Das Zinsänderungsrisiko ist für Leasingunternehmen von großer Bedeutung. In der Praxis nutzen Leasinggeber verschiedene Möglichkeiten zur Antizipation dieses Risikos. So werden oft kongruente Refinanzierungen abgeschlossen oder beispielsweise zinssatzabhängige, veränderliche Leasingraten vertraglich festgelegt. Unter Annahme einer Solvenz des Leasingnehmers entspricht der Barwert der realisierten Erträge folglich dem in der Substanzwertrechnung geführten Betrag. Aufgrund dieser erfolgreichen Absicherung der Unternehmen gegen das Zinsänderungsrisiko wird auf die Betrachtung einer Zinssatzveränderung im Rahmen dieser Arbeit verzichtet.

Eigenkapital, ARAP, PRAP und Restbuchwerte sind Ergebnisse vergangener Geschäftsvorgänge, ihre Höhe hängt nicht länger von mit der zukünftigen Entwicklung verbundenen Risiken ab. Die zukünftigen Verwaltungskosten ergeben sich in der Praxis aus gut planbaren Größen, sodass von einem geringen inhärenten Risiko ausgegangen werden kann.

Das größte Risiko eines Leasingunternehmens ist das Adressenausfallrisiko, die Zahlungsunfähigkeit des Leasingnehmers, die zum Ausfall der Leasingraten und Restwertansprüche²¹ führt. Zusätzlich wird ein Leasinggeber im Allgemeinen, insbesondere im Fall von stark spezialisierten Leasingobjekten, die Erzielung von Nachgeschäftserlösen aus Vollamortisationsverträgen stets in Verbindung mit dem Leasingnehmer anstreben. Ebenso liegt ein Interesse seitens des Leasingnehmers am Erwerb der Leasingssache oder einem weiteren Mietverhältnis in der Natur des Leasingkonzepts. Da die alternative Liquidation vieler Objekte (z.B. Produktionsmaschinen) auf dem Markt fast unmöglich ist, unterliegen auch die erwarteten, nicht garantierten Nachgeschäftserlöse insbesondere dem Adressenausfallrisiko, dem in Form der Risikoabschläge Rechnung getragen wird.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass viele Positionen der Substanzwertrechnung unter anderem durch Absicherung seitens der Leasingunternehmen abgesichert sind gegenüber äußeren Einflüssen. Es ist jedoch zu erwarten, dass die durch Adressenausfall realisierten Verluste ansteigen, falls sich die wirtschaftlichen Bedingungen für die Leasingnehmer verschlechtern. Diesen Verlusten stehen die Risikoabschläge gegenüber, welche die erwarteten Verluste antizipieren und in dessen Folge den Substanzwert in Abhängigkeit der zukünftigen wirtschaftlichen Situation beeinflussen.

Um diesen Einfluss eingehender zu untersuchen, werden im Folgenden die Risikoabschläge in Abhängigkeit der zukünftigen Umweltsituation modelliert.

²¹bei Teilamortisationsverträgen

3.2 Modellierung der Risikoabschläge

Risikoabschläge werden ermittelt, um den durch Ausfall von Leasingnehmern zu erwartenden Verlust zu antizipieren. Dem Ansatz eines Risikoabschlags für jeden einzelnen Vertrag liegt das Gesetz der Großen Zahlen (siehe Seite 12, Satz 1) zugrunde. Die Methode basiert auf der Idee, dass in einem hinreichend großen Portfolio, in dem Leasingnehmer unabhängig voneinander mit gleicher Wahrscheinlichkeit ausfallen, der erwartete Verlust den Wert darstellt, gegen den der realisierte Verlust je Vertrag mit wachsender Portfoliogröße konvergiert.

Falls X_{LV} den durch einen Leasingvertrag LV realisierten Verlust darstellt, entspricht $\mathbb{E}(X_{LV})$ dem in Verbindung mit LV anzusetzenden Risikoabschlag (kurz RA). Falls der Leasingnehmer nicht ausfällt, gilt $X_{LV} = 0$. Bei Ausfall des Leasingnehmers hängt der Verlust von der Höhe der noch ausstehenden Forderungen, den „exposure at default“, kurz EAD , sowie vom Anteil der Forderungen, der nicht eingebracht werden kann, dem „loss given default“, kurz LGD , ab. Bezeichne PD wieder die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls des Leasingnehmers, bezogen auf ein Jahr ab Stichtagsdatum. Dann ergibt sich für den innerhalb eines Jahres zu erwartenden Verlust

$$\widetilde{RA} = PD \cdot EAD \cdot LGD.$$

Aufgabe der in der Substanzwertrechnung angesetzten Risikoabschläge ist jedoch eine Risikovorsorge für die gesamte Restlaufzeit. Dabei muss von einer im Zeitablauf veränderlichen Ausfallwahrscheinlichkeit ausgegangen werden. Eine Prognose über einen zeitlichen Horizont vom einem Jahr hinaus erscheint aufgrund der mit der Schätzung verbundenen wachsenden Unsicherheiten nicht sinnvoll.

Der Gesetzgeber sieht in einem vergleichbaren Zusammenhang die Verwendung eines von der Ausfallwahrscheinlichkeit abhängigen Restlaufzeitkorrekturfaktors vor, der dem mit der längeren Laufzeit verbundenen zusätzlichen Risiko Rechnung trägt.

Exkurs in die Solvabilitätsverordnung

Die Solvabilitätsverordnung, kurz SolvV, regelt die angemessene Eigenmittelausstattung von Instituten, Institutsgruppen und Finanzholding-Gruppen im Zusammenhang mit Basel II. Die folgenden Ausführungen beziehen sich auf den fortgeschrittenen IRB-Ansatz.

3 Modellentwicklung

Die für einen Kredit mindestens zu hinterlegenden Eigenmittel, die sogenannten absoluten Kapitalanforderungen, stellen eine Risikovorsorge für die Differenz aus unerwartetem Verlust („unexpected loss“, kurz UL) und erwartetem Verlust („expected loss“, kurz EL) dar. Dabei bezeichnet der UL den erwarteten Verlust bedingt auf das Ereignis einer (stark) negativen Entwicklung des Marktes. Konkret werden die absoluten Kapitalanforderungen berechnet per

$$KA = F_1 \cdot F_2 \cdot EAD \cdot LGD \cdot 1,06.$$

Durch § 89 SolvV wird eine Größe R festgelegt, die die Korrelation zwischen der Marktentwicklung und dem Ausfall eines Kreditnehmers modelliert. Bezeichne \mathcal{N} die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung, dann stellt der Faktor

$$F_1 = \mathcal{N}\left(\frac{\mathcal{N}^{-1}(PD) + \sqrt{R} \cdot \mathcal{N}^{-1}(1 - \alpha)}{\sqrt{1 - R}}\right) - PD$$

ein Maß für den Einfluss des Marktes auf die Zahlungsfähigkeit des Kreditnehmers dar. Es gilt $F_1 = 0$, falls $R = 0$, d.h. die Solvenz des Unternehmens ist unabhängig von der Situation des Marktes, sodass neben der Risikovorsorge für den EL keine weiteren Eigenmittel zu hinterlegen sind. Wachsendes R hingegen bedeutet größere Korrelationen zum Markt, die zu entsprechend steigenden Eigenmittelanforderungen führen²², es gilt $F_1 \xrightarrow{R \rightarrow 1} 1 - PD$. Eine Herleitung von F_1 und die weiteren Formeln sind zu finden in [18], S. 64-65. Sei $M \in [1, 5]$ die Restlaufzeit des Kredites gemessen in Jahren. Dann ist

$$F_2 = \frac{1 + (M - 2,5)(0,11852 - 0,05478 \ln PD)^2}{1 - 1,5(0,11852 - 0,05478 \ln PD)^2}$$

der Restlaufzeitkorrekturfaktor²³, der die Kapitalanforderungen dem erhöhten Risiko durch die verbleibende Laufzeit anpasst. Der Faktor 1,06 wurde im Richtlinienentwurf der Europäischen Kommission im Juni 2004 eingeführt und spielt im Rahmen dieser Betrachtungen keine weitere Rolle.

Die alternative Darstellung der Kapitalanforderungen

$$KA = \mathcal{N}\left(\frac{\mathcal{N}^{-1}(PD) + \sqrt{R} \cdot \mathcal{N}^{-1}(1 - \alpha)}{\sqrt{1 - R}}\right) \cdot F_2 \cdot EAD \cdot LGD \cdot 1,06 \\ - PD \cdot F_2 \cdot EAD \cdot LGD \cdot 1,06$$

lässt auf die Interpretation des ersten Summanden als Risikovorsorge für den UL schließen, während der zweite Summand die Risikovorsorge für den EL verkörpert. Die starken Analogien zwischen obiger Risikovorsorge nach Vorgaben des Gesetzgebers und der

²²Interpretationen auf Basis von [18], S. 64-65.

²³vgl. [16], § 95 bzw. [18], S. 65.

Berechnung angemessener Risikoabschläge rechtfertigen eine Verwendung des Restlaufzeitkorrekturfaktors F_2 für die Ermittlung der Risikoabschläge. Für die Berechnung der Risikoabschläge ergibt sich somit die Formel

$$RA = PD \cdot EAD \cdot LGD \cdot F_2. \quad (3.1)$$

EAD und M sind aus dem Leasingvertrag hervorgehende feste Größen. Die Verlustquote bei Ausfall LGD ist vor Ausfall eines Vertragspartners nicht ermittelbar, kann jedoch auf Basis von historischen Daten geschätzt werden. In der Praxis können die LGD abhängig von der Art des Leasingobjekts stark variieren. Eine große Rolle spielen die Existenz und Stabilität eines Marktes zur Liquidation des Objekts. In §94 SolvV gibt der Gesetzgeber Richtlinien zur „Berücksichtigung vorhandener Sicherheiten in der aufsichtlichen Verlustquote bei Ausfall“, in der auch Leasingobjekte Beachtung finden. Die SolvV ist für ausschließlich Finanzierungsleasing betreibende Unternehmen nicht maßgeblich, dennoch bietet sie eine Orientierung. Abhängig von der Marktgängigkeit des Leasingobjekts wird von einem LGD von 100% oder 40% ausgegangen. Bei der Berechnung der Risikoabschläge im Rahmen des Stresstests wird individuell entschieden werden, welcher Prozentsatz angemessen ist.

In Bezug auf die Wahrscheinlichkeit einer Zahlungsunfähigkeit des Leasingnehmers innerhalb eines Jahres ist grundsätzlich von einer Abhängigkeit von unternehmensspezifischen Faktoren wie Unternehmensalter, Größe²⁴, Branche und insbesondere von der allgemeinen wirtschaftlichen Situation auszugehen.

In Hinblick auf die Durchführung des Stresstests steht die Modellierung der Ausfallwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der konjunkturellen Lage im Fokus dieser Arbeit.

3.3 Das PD-Modell

Das der Darstellung der Ausfallwahrscheinlichkeit zugrundeliegende Modell namens CreditPortfolioView wurde von McKinsey & Co entwickelt. Die Vorgehensweise orientiert sich an [20]. Um die Ausfallwahrscheinlichkeiten einem Stresstest zu unterziehen, werden diese als Funktion der sie beeinflussenden Faktoren dargestellt. Dies geschieht mittels einer Binomialregression, wobei die logistische Funktion als Linkfunktion fungiert. Dieses Verfahren heißt auch logistische Regression und findet häufig Anwendung bei der

²⁴Auf die Modellierung dieser muss wegen unzureichender Datenbasis jedoch verzichtet werden.

3 Modellentwicklung

Modellierung von Wahrscheinlichkeiten. Es gilt also

$$p = \frac{1}{1 + \exp(-y)}.$$

Die Ausfallwahrscheinlichkeit p_t zum Zeitpunkt t ist eine streng monoton wachsende Funktion der Umwelteinflüsse, die durch y repräsentiert werden. Der Vorteil der logistischen Funktion besteht darin, dass sie die Interpretation des Funktionswertes als Wahrscheinlichkeit zulässt, da sie jedem Argument einen Wert in $(0, 1)$ zuordnet. Zusätzlich werden auch marginale Veränderungen des Umweltzustandes durch die strenge Monotonie sowie das asymptotische Verhalten angemessen modelliert. So bewirkt eine Änderung der Situation des wirtschaftlichen Umfeldes nur noch eine kleine Änderung der Ausfallwahrscheinlichkeit, falls ohnehin bereits eine sehr positive oder negative Situation vorliegt.

Die Größe y wird modelliert als eine Linearkombination der Einflussfaktoren x_1, \dots, x_K :

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_K x_K + \varepsilon.$$

Der Term ε repräsentiert vom Modell unerfasste, vernachlässigbare sowie unerfassbare, unbeobachtbare Einflüsse auf die Ausfallwahrscheinlichkeit, kann aber auch als Schock oder Innovation im Markt interpretiert werden. Da ε als Summe vieler unterschiedlich gerichteter Einflüsse interpretiert wird, wird $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$ angenommen. Die Koeffizienten β_0, \dots, β_K spiegeln Stärke und Richtung des Einflusses der Faktoren auf die Ausfallwahrscheinlichkeit wider.

Der letzte Schritt ist die Modellierung der makroökonomischen Variablen, die jeweils als autoregressiver Prozess zweiter Ordnung dargestellt werden. Dieses Vorgehen beruht auf der Beobachtung, dass der Wert fast aller beobachtbaren makroökonomischen Größen maßgeblich vom Wert derselben Größe zu den vorhergehenden Zeitpunkten abhängt. Falls K die Anzahl der zugrundeliegenden Umweltfaktoren bezeichnet, so ergibt sich zusammen mit den vorherigen Annahmen folgendes Modell:

$$p_t = \frac{1}{1 + e^{-y_t}} \quad (3.2)$$

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1,t} + \dots + \beta_K x_{K,t} + \varepsilon_t \quad (3.3)$$

$$x_{k,t} = \gamma_{k,0} + \gamma_{k,1} x_{k,t-1} + \gamma_{k,2} x_{k,t-2} + \nu_{k,t} \quad (3.4)$$

$$E_t = \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \nu_t \end{pmatrix} \sim \mathcal{N}(0, \Sigma) \quad (3.5)$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_\varepsilon & \Sigma_{\varepsilon,\nu} \\ \Sigma_{\nu,\varepsilon} & \Sigma_\nu \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

3 Modellentwicklung

Auch in Gleichung 3.4 befindet sich ein Störterm $\nu_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\nu_k}^2)$, der die Interpretation von ε_t teilt. Da für den Stresstest ausschließlich makroökonomische Faktoren verwendet werden, wird y_t auch makroökonomischer Index genannt.

Die Schätzung des Modells, insbesondere der Gleichungen 3.3 und 3.4, erfolgt mittels linearer Regressionsanalyse, siehe hierzu auch Kapitel 2.2.1. Die Ausfallwahrscheinlichkeiten der Vergangenheit werden als bekannt vorausgesetzt, sodass der makroökonomische Index y_t gegeben ist durch $y_t = -\ln\left(\frac{1-p_t}{p_t}\right)$. Die Faktoren β_0, \dots, β_K und $\gamma_{k,0}, \dots, \gamma_{k,2}$, $k = 1, \dots, K$, stellen die Regressionskoeffizienten einer mittels empirischer Daten durchgeführten linearen Regressionsanalyse dar. Die entsprechenden Residuen werden als Realisierung der Störterme ε und ν interpretiert und erlauben die Schätzung von σ_ε^2 und σ_ν^2 .

Die Ausfallwahrscheinlichkeit von Leasingnehmern kann abhängig von der Branche stark variieren. Einen großen Anteil der Leasingobjekte stellen Mobilkrane und Baufahrzeuge, Nutzfahrzeuge und Verkehrsmittel wie Busse, Lkw, Anhänger und Sattelaufzieger sowie Schienenfahrzeuge und Flugzeuge dar. Ebenso bilden Krankenhäuser, Ärztehäuser und allgemein Arztpraxen, die Medizintechnik über Leasing finanzieren, einen großen Kundenanteil. Für das Leasinggeschäft bedeutende Branchen sind folglich die Baubranche, Transportbranche und die Gesundheitsbranche. Aus diesem Grund werden im Folgenden die Ausfallwahrscheinlichkeiten jeweils für in diesen Branchen tätige Unternehmen zu modelliert. Desweiteren liegen dem Modell folgende makroökonomische Faktoren x_1, \dots, x_K zugrunde:

- Bruttoinlandsprodukt (BIP)
- Arbeitslosenquote (AQ)
- Ausrüstungsinvestitionen (AInv)
- Private Konsumausgaben (PKA)
- Inflationsrate (In)
- Industrieproduktion ohne Energie und Bauhauptgewerbe (Pr)
- Dieselpreis (D)
- Einlagezins der Europäischen Zentralbank (Z)

3.4 Datenbasis und Modellschätzung

Die Ausfallwahrscheinlichkeit p_t der Leasingnehmer in vergangenen Perioden wird approximiert durch das Verhältnis aus Insolvenzen und Gesamtunternehmensanzahl. Die quartalsweisen Unternehmensinsolvenzzahlen der Bau-, Verkehrs- und Gesundheitsbranche liegen für den Zeitraum 1/2003 bis 2/2010 vor. Die entsprechenden Gesamtunternehmenszahlen werden jährlich seit 2002 erfasst, sind aber nur bis 2007 verfügbar.

Als Indikatoren für die Wirtschaftslage dienen jeweils quartalsweise das BIP (1/1991 - 3/2010), die Arbeitslosenquote (1/1992 - 3/2010), die Ausrüstungsinvestitionen (1/2002 - 3/2010), die Privaten Konsumausgaben (1/2002 - 3/2010), die Inflation (1/1992 - 3/2010), die Industrieproduktion ohne Energie und Bauhauptgewerbe (1/2001 - 3/2010), der Dieselpreis (1/1991 - 3/2010) und der Einlagezins der Europäischen Zentralbank (1/1999 - 3/2010).

Quelle des Einlagezinssatzes ist die Deutsche Bundesbank. Die quartalsweise Inflationsrate wurde auf Grundlage des Verbraucherpreisindex ermittelt, der gemeinsam mit allen weiteren Daten aus den Veröffentlichungen des Statistischen Bundesamts hervorgeht.

BIP, Arbeitslosenquote, Ausrüstungsinvestitionen, Private Konsumausgaben, Industrieproduktion (ohne Energie und Bau) sind saisonbereinigt mit Hilfe des Verfahrens Census X-12-ARIMA, Version 0.2.8., das BIP ist zusätzlich preisbereinigt zum Basisjahr 2000.

Da die Betrachtung der Unternehmensinsolvenzzahlen lösgelöst von der Unternehmensgesamttanzahl keinen hinreichenden Informationsgehalt hat, wird p_t für den Zeitraum 1/2003 bis 4/2007 approximiert, in dem Bewusstsein, dass Analyseergebnisse auf Basis von Zeitreihen derart kurzer Dimension mit Vorsicht zu interpretieren sind.

Die Schätzung des Modells beruht demnach auf Grundlage eines kurzen Beobachtungszeitraumes, der keinen vollen Konjunkturzyklus umfasst, sondern Teil einer konjunkturellen Wachstumsphase ist. Nichtsdestotrotz erlauben die Daten eine Schätzung der Beziehungen aller Parameter und Ausfallwahrscheinlichkeiten. In Abschnitt 3.4.3 wird eine einem längeren Beobachtungszeitraum entsprechende Varianz Anpassung für die Störterme vorgenommen, die eine angemessene Modellierung der Schocks für eine Krisensituation ermöglicht.

Ein Plot der Ausfallwahrscheinlichkeiten (Abbildung 3.1) bestätigt die Hypothese, dass diese in Abhängigkeit von der Branche stark variieren können. Desweiteren ist ein stärkeres Schwankungsverhalten der PD für die Bau- und Transportbranche erkennbar. Dies

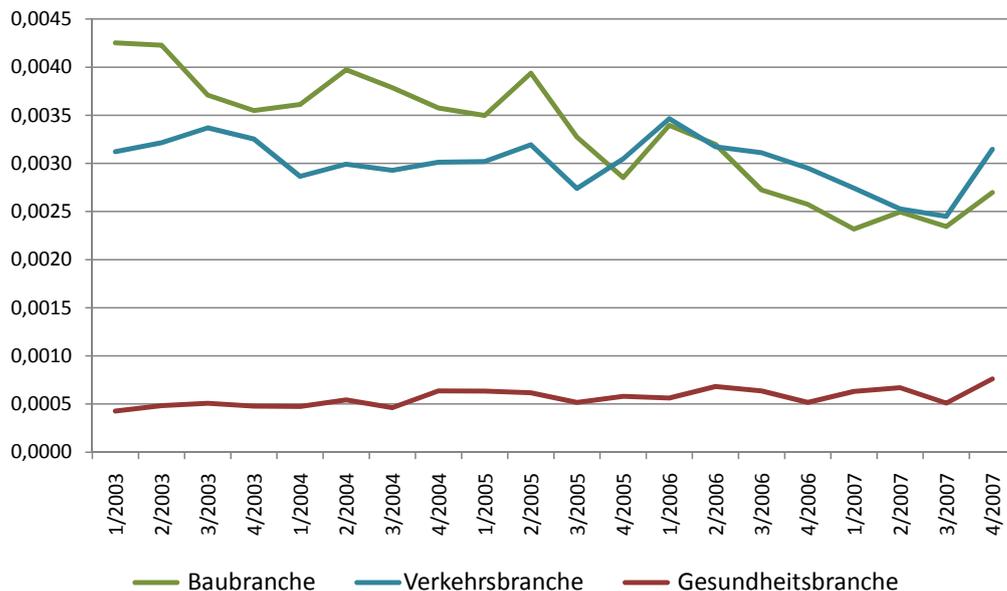


Abbildung 3.1: empirisch ermittelte Ausfallwahrscheinlichkeiten

lässt vermuten, dass diese Wirtschaftszweige empfindlicher auf eine Änderung der Umweltbedingungen reagieren als der Gesundheitssektor.

3.4.1 Grad der Integration

Eine Vielzahl der beobachtbaren Zeitreihen ist integriert der Ordnung eins, das bedeutet keine Stationarität in der Zeitreihe und Stationarität in den entsprechenden ersten Differenzen. Zur Vermeidung von Scheinregression zweiter Art²⁵ (siehe auch Kapitel 2.2.1, S. 20), werden in der Literatur deshalb oft erste Differenzen für die Regressionsanalyse verwendet. Dies kann wiederum zu Scheinregression erster Art²⁶ führen. Bevor die notwendigen Regressionen durchgeführt werden, sind einige Tests der vorliegenden Daten bezüglich des Grades ihrer Integration erforderlich.

²⁵Aufdeckung eines scheinbar signifikanten Zusammenhangs, der real jedoch nicht existiert

²⁶ein real existierender Zusammenhang wird nicht aufgedeckt

Zur Umsetzung der Tests dient die Software Matlab. Zu prüfen ist der Grad der Integration der Datenreihen. Im KPSS-Test bedeutet die Nullhypothese Stationarität der Zeitreihe, während die Alternativhypothese auf das Vorhandensein einer Einheitswurzel hinweist. Er wird angewendet auf die Levels der Zeitreihen. Die Differenzen werden auf Stationarität getestet mittels ADF-Test²⁷. Diesem Test wird das AR-Modell²⁸ $y_t = ay_{t-1} + \varepsilon_t$ mit $a \leq 1$ als DGP²⁹ zugrundegelegt. Es wird die Nullhypothese der Existenz einer Einheitswurzel getestet, d.h. $a = 1$ gegen die Alternativhypothese $a < 1$. Bei Ablehnung der Nullhypothese wird Stationarität der Zeitreihe angenommen.

Für die makroökonomischen Indizes wird im KPSS-Test ein Modell ohne deterministischen Trend zugrundegelegt, da von Schwankungen im Konjunkturzyklus, jedoch nicht von einem stetigen Ansteigen der Ausfallwahrscheinlichkeiten im Zeitverlauf ausgegangen wird. Die Alternativhypothese des Vorliegens einer Unit Root in y_B, y_V und y_G wird angenommen zum Signifikanzniveau 5%. Für $\Delta y_{t,B}$, $\Delta y_{t,V}$ und $\Delta y_{t,G}$ kann via ADF-Test die Nullhypothese einer Unit Root zu allen gängigen Signifikanzniveaus verworfen werden. Infolge dieser Ergebnisse wird $y_B, y_V, y_G \rightarrow I(1)$ angenommen.

Im KPSS-Test auf den Levels der makroökonomischen Faktoren kann die Nullhypothese der Stationarität zu allen gängigen Signifikanzniveaus verworfen werden. Die Anwendung des ADF-Testes auf die entsprechenden Differenzen liefert eine Annahme der Alternativhypothese der Stationarität zu allen gängigen Signifikanzniveaus. Es kann demnach für alle makroökonomischen Faktoren Integration ersten Grades angenommen werden: BIP, AQ, AInv, PKons, Infl, ProdoE, Diesel, Zins $\rightarrow I(1)$.

Für alle der Modellschätzung zugrundeliegenden Zeitreihen kann Integration der Ordnung eins angenommen werden.

3.4.2 Modellierung der makroökonomischen Faktoren

Zur Approximation der Ausfallwahrscheinlichkeit eines Leasingnehmers innerhalb eines in der Zukunft liegenden Zeitraumes wird die Prognostizierbarkeit der diese beeinflussenden wirtschaftlichen Größen vorausgesetzt. Der Modellierung der makroökonomischen Variablen erfolgt hierfür mittels eines AR-Modells. Ein Ergebnis der bisherigen Untersuchungen ist die Annahme des Vorliegens von Einheitswurzeln in den beobachteten

²⁷engl. „Augmented Dickey Fuller Test“

²⁸engl. „autoregressive“

²⁹engl. „data generating process“, das zu approximierende datenerzeugende Modell

3 Modellentwicklung

Zeitreihen (Abschnitt 3.4.1). Um den Kleinste-Quadrate-Schätzer für die Regressionskoeffizienten zu verwenden, wird daher anstelle der Levels auf die Modellierung der stationären Differenzen $\Delta x_1, \dots, \Delta x_K$ als autoregressive Prozesse ausgewichen. Es wird Gleichung 3.4, S. 29 ersetzt durch

$$x_{k,t} = x_{k,t-1} + \Delta x_{k,t} \quad (3.7a)$$

$$\Delta x_{k,t} = \gamma_{k,0} + \gamma_{k,1} \Delta x_{k,t-1} + \gamma_{k,2} \Delta x_{k,t-2} + \nu_{k,t}, \quad (3.7b)$$

für $k = 1, \dots, K$.

3.4.3 Varianzanpassung

Die Schätzung des Modells basiert auf kurzen Zeitreihen aus einer konjunkturell guten Zeit. Daher treten bei der Szenariosimulation nur sehr selten stark negative Schocks auf. In der Folge ist, bei Schätzung von Σ ausschließlich mit Residuen aus dem Zeitraum von 2003 bis 2007, ein Fallen des BIP um 4% beispielweise mit nur einer erfolgreichen Realisation je 10 Mio Simulationen praktisch nicht simulierbar. Um diesem Problem entgegen zu wirken, werden die Varianzen der Schocks angepasst.

Zunächst wird die Kovarianzmatrix Σ entsprechend der Daten von 2003 bis 2007 aufgestellt, um Schätzwerte für Kovarianzen der Schocks zu erhalten. Viele der Zeitreihen liegen jedoch über einen längeren als den genannten Zeitraum vor. In diesen Daten sind zusätzliche Informationen enthalten. Diese werden für das Modell nutzbar gemacht, indem für jeden Störterm ν_i , $i = 1, \dots, K$, dessen Varianz auf Basis der gesamten Zeitreihenlänge geschätzt wird. Bezeichne $\bar{\sigma}_i^2$ das Ergebnis dieser Schätzung und sei $\tilde{\sigma}_i^2 := \Sigma_\nu(i, i)$ der entsprechende Wert auf Basis der verkürzten Zeitreihe. Das Modell wird angepasst durch Übergang von Σ auf

$$\overset{\sim}{\Sigma} := D \cdot \Sigma \cdot D, \quad \text{wobei } D := \text{diag}\left(1, \frac{\bar{\sigma}_1}{\tilde{\sigma}_1}, \dots, \frac{\bar{\sigma}_K}{\tilde{\sigma}_K}\right).$$

Die Multiplikation von Σ mit D auf beiden Seiten erlaubt die Simulation der Störterme ν_i auf Basis der besseren Varianzschätzer $\bar{\sigma}_i^2$, $i = 1, \dots, K$, während der Grad der Interdependenzen durch entsprechend veränderte Kovarianzen erhalten bleibt.

3.4.4 Aufdeckung linearer Beziehungen

Bevor das vorgestellte Modell zur Prognose von Ausfallwahrscheinlichkeiten verwendbar ist, müssen die Parameter β_0, \dots, β_K sowie $\gamma_{k,0}, \dots, \gamma_{k,2}$, für alle k , und die Kovarianzma-

3 Modellentwicklung

trix Σ geschätzt werden. Mit y_B wird der makroökonomische Index in Bezug auf die Baubranche bezeichnet, entsprechend sind y_V und y_G die makroökonomischen Indizes bezüglich der Transport- und der Gesundheitsbranche. Wie bereits erwähnt, werden zur Parameterschätzung Regressionsanalysen durchgeführt. Um die Aussagekraft einer solchen Analyse zu gewährleisten, werden bestimmte Eigenschaften der zugrundeliegenden Daten gefordert, siehe hierzu Kapitel 2.2.1, Seite 18.

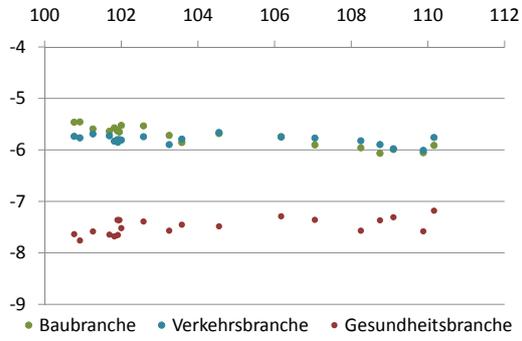
Beim Aufdecken (linearer) Zusammenhänge helfen zunächst die Plots der makroökonomischen Indizes in Abhängigkeit der verschiedenen Indikatoren (Abb. 3.2).

Die Darstellungen lassen tatsächlich einen linearen Zusammenhang vermuten. Es ist naheliegend, eine Gerade durch die Punktwolken zu legen, die die Beziehung approximiert. Dies geschieht durch Schätzungen der Gleichung $y = \beta_0 + \beta_1 x_k + \varepsilon$, wobei y den makroökonomischen Index und x_k den k -ten Faktor darstellt. Die aus diesen univariaten Regressionen resultierenden Statistiken können die Vermutung des linearen Zusammenhangs untermauern. Ist die Modellschätzung signifikant, so kann ebenso von einem signifikanten Einfluss von x_k auf y ausgegangen werden. Um zusätzlich eine eventuelle zeitliche Verzögerung eines Einflusses der makroökonomischen Faktoren auf die Indizes zu untersuchen, werden die Regressionen ebenfalls auf die um ein Quartal zeitlich verzögerten Werte durchgeführt.

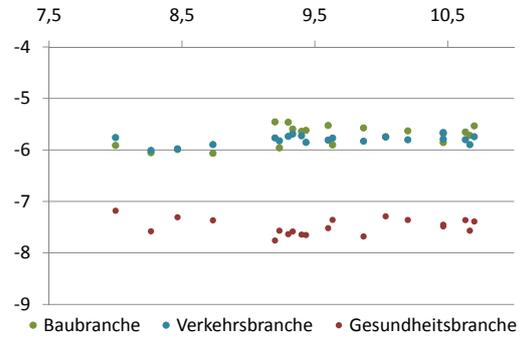
Auf das Bilden der ersten Differenzen, den Standardansatz zur Vorbereitung von Daten auf eine lineare Regressionsanalyse, wird aufgrund der Kointegrationsannahme verzichtet. Die Statistiken der linearen Regressionsanalysen sind zu finden im Anhang, Tabellen A.1, A.2 und A.3, Seite 61f.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass für fast alle Faktoren von einem Einfluss auf die Ausfallwahrscheinlichkeiten ausgegangen werden muss ($R^2 > 5\%$); eine Ausnahme bildet jedoch die Arbeitslosenquote in Bezug auf die Gesundheitsbranche mit einem R^2 von lediglich 0,21% bei einem pValue von 84,81%. Aufgrund dieses Ergebnisses wird die Arbeitslosenquote bei der Modellierung der Ausfallwahrscheinlichkeit von in der Gesundheitsbranche tätigen Unternehmen im Folgenden nicht einbezogen.

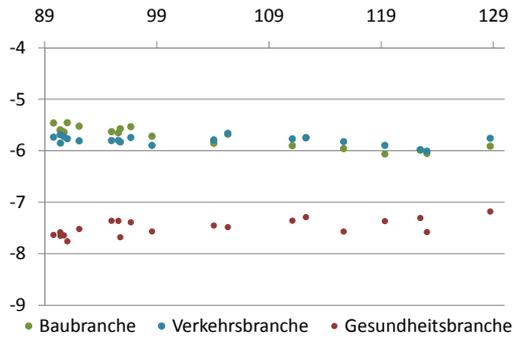
3 Modellentwicklung



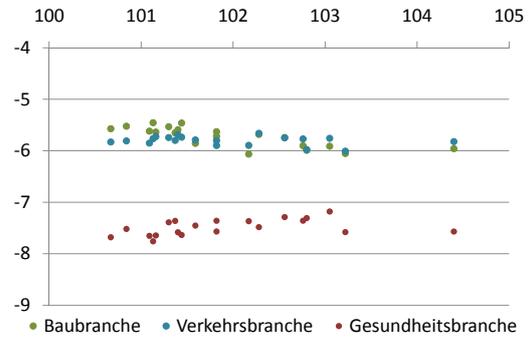
(a) BIP



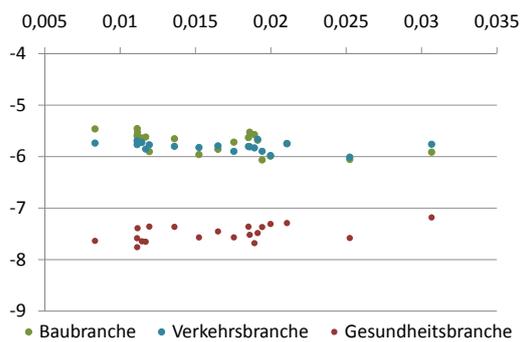
(b) Arbeitslosenquote



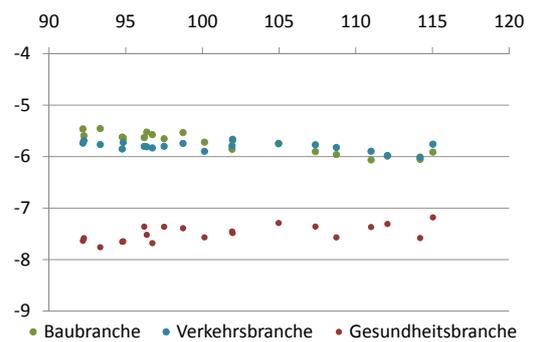
(c) Ausrüstungsinvestitionen



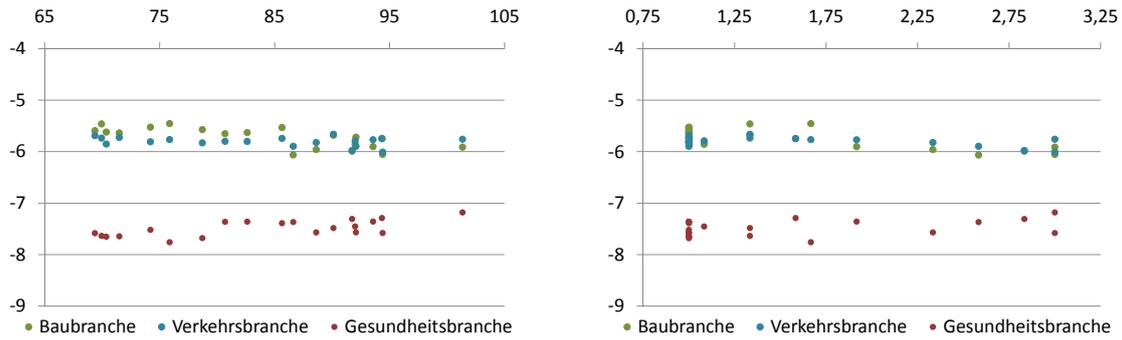
(d) Private Konsumausgaben



(e) Inflationsrate



(f) Industrieproduktion ohne Energie und Bauhauptgewerbe



(g) Dieselpreis

(h) Einlagezins der EZB

Abbildung 3.2: die makroökonomischen Indizes y_B , y_V und y_G in Abhängigkeit der makroökonomischen Indikatoren

3.4.5 Korrelationen

In Kapitel 2.2.1, S. 18 wurde bereits auf die Notwendigkeit der linearen Unabhängigkeit in den erklärenden Variablen hingewiesen. Anderenfalls kommt es zur Verfälschung der Schätzer für die Regressionskoeffizienten. Ein Maß für die Stärke der linearen Abhängigkeit der unabhängigen Variablen stellt der Korrelationskoeffizient dar. Zur Erinnerung:

$$|\varrho(X, Y)| = 1 \iff \exists a, b : Y = aX + b \quad \text{f.s.}$$

Für Zufallsvektoren X_1, \dots, X_n wird die Korrelationsmatrix gegeben durch $\text{corr}(X_1, \dots, X_n) = (\varrho(X_i, X_j))_{i,j=1, \dots, n}$.

Die Betrachtung der Korrelationsmatrix der makroökonomischen Faktoren gibt Aufschluss über bestehende lineare Abhängigkeiten.

$\text{corr}(\text{BIP AQ AInv PKA In Pr D Z}) =$

$$\begin{pmatrix} 1.0000 & -0.5988 & \mathbf{0.9873} & 0.8549 & 0.6961 & \mathbf{0.9895} & 0.7965 & 0.9183 \\ -0.5988 & 1.0000 & -0.5590 & -0.4240 & -0.4060 & -0.5281 & -0.1086 & -0.8079 \\ \mathbf{0.9873} & -0.5590 & 1.0000 & 0.8294 & 0.7479 & \mathbf{0.9900} & 0.8455 & 0.9062 \\ 0.8549 & -0.4240 & 0.8294 & 1.0000 & 0.4657 & 0.8178 & 0.7083 & 0.7723 \\ 0.6961 & -0.4060 & 0.7479 & 0.4657 & 1.0000 & 0.7331 & 0.7084 & 0.6063 \\ \mathbf{0.9895} & -0.5281 & \mathbf{0.9900} & 0.8178 & 0.7331 & 1.0000 & 0.8521 & 0.8890 \\ 0.7965 & -0.1086 & 0.8455 & 0.7083 & 0.7084 & 0.8521 & 1.0000 & 0.6106 \\ 0.9183 & -0.8079 & 0.9062 & 0.7723 & 0.6063 & 0.8890 & 0.6106 & 1.0000 \end{pmatrix}$$

Sehr starke Korrelationen bestehen mit $\varrho(\text{AInv}, \text{Pr}) = 0.9900$, $\varrho(\text{Pr}, \text{BIP}) = 0.9895$ sowie $\varrho(\text{AInv}, \text{BIP}) = 0.9873$ zwischen den Ausrüstungsinvestitionen, Industrieproduktion (ohne Energie und Bauhauptgewerbe) und dem Bruttoinlandsprodukt. Aufgrund der starken Korrelationen zum BIP und Industrieproduktion wird auf die weitere Einbeziehung der Ausrüstungsinvestitionen als erklärende Variable verzichtet.

In Bezug auf Bau- und Transportbranche kann aufgrund der univariaten Regressionsergebnisse (Vergleich der R^2 -Werte, siehe Tabellen A.1, A.2, A.3, S. 61) von einem stärkeren Einfluss seitens des Bruttoinlandsprodukts ausgegangen werden, sodass die Industrieproduktion (ohne Energie und Bauhauptgewerbe) in den entsprechenden Regressionsgleichungen außen vor bleibt. Die Gesundheitsbranche unterliegt offenbar einer größeren Sensibilität gegenüber Veränderungen der Industrieproduktion. Infolgedessen erfolgt die Einbeziehung der Industrieproduktion anstelle des BIP.

3.4.6 Fehlerkorrekturmodell

Bei der Modellschätzung ist insbesondere die Kürze der zugrundeliegenden Zeitreihen zu beachten, die zu verzerrten Schätzern für die Regressionskoeffizienten führt³⁰. Um diesem Problem entgegen zu wirken, ist die Anwendung eines ECM³¹ ratsam.

Vollständige Herleitungen des ECM für kointegrierte Modelle sind zu finden in [21] und [22]. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die Verwendung des Ansatzes zum Schätzen eines dynamischen Modells, vgl. [21] S. 88. Dieser Ansatz beinhaltet die zusätzliche Einbeziehung von Lags (zeitversetzten Werten) der erklärenden Variablen. Sein Grundgedanke wird im Folgenden erläutert.

Für kointegrierte Zeitreihen y und x sei $y = \lambda x$ die langfristig stabile Gleichgewichtsbeziehung. Dann ist ein Modell zur Darstellung der kurzfristigen Schwankungen gegeben durch das ECM-Modell

$$\Delta y_t = \alpha' \Delta x_t + \beta'(y_{t-1} - \lambda x_{t-1}) + \varepsilon_t. \quad (3.8)$$

Der Fehlerkorrekturterm $\beta'(y_{t-1} - \lambda x_{t-1})$ führt dabei zu einer ständigen Tendenz in Richtung der Gleichgewichtslage. Er simuliert bei der Modellierung von aus einem wirtschaftlichen Kontext entnommenen kointegrierten Zeitreihen die „unsichtbaren Kräfte“, die die Faktoren immer wieder in Richtung Gleichgewichtssituation lenken.

³⁰vgl. [21]

³¹engl. „error correction model“

3 Modellentwicklung

Das ECM-Modell ist mit $\alpha := \beta' + 1$, $\beta_1 := \alpha'$ und $\beta_2 = -\alpha' - \beta'\lambda$ äquivalent zum Dynamischen Modell

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \beta_1 x_t + \beta_2 x_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Die Erweiterung dieser Beziehung auf mehrere unabhängige Variablen sowie einen konstanten Term führt dazu, dass Gleichung 3.3 auf eine dynamische Darstellung ausgeweitet werden kann. Die zusätzlichen Regressionskoeffizienten bezüglich der gelagten Variablen werden entsprechend bezeichnet mit $\alpha, \delta_1, \dots, \delta_K$ und μ_1, \dots, μ_K . Folglich wird Gleichung 3.3 ersetzt durch:

$$\begin{aligned} y_t = \alpha y_{t-1} + \beta_0 + \beta_1 x_{1,t} + \delta_1 x_{1,t-1} + \mu_1 x_{1,t-2} + \dots \\ + \beta_K x_{K,t} + \delta_K x_{K,t-1} + \mu_K x_{K,t-2} + \varepsilon_t. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Durch die Wahl dieses, bewusst möglicherweise überparametrisierten Modells werden weniger stark verzerrte Schätzer für die Regressionskoeffizienten erwartet³². Auf die konkrete Wahl der einbezogenen makroökonomischen Faktoren in Abhängigkeit von der Branche wird in Abschnitt 3.4.7 eingegangen.

Das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Modell wird insbesondere auch vor dem Hintergrund der Quantität und Qualität der Inputdaten erstellt. Die geringe Zeitreihenlänge beschränkt die Wahl der Lags. Die auf gegebener Datenbasis ermittelten statistischen Ergebnisse sind insgesamt mit Vorsicht zu interpretieren. Die Statistiken dienen der Unterstützung von Entscheidungen zur Modellauswahl, die stets aufgrund der ökonomischen Theorie getroffen werden.

Unabhängig von der Modellauswahl entspricht die Qualität der Ergebnisse des Stress-tests höchstens der Qualität der Inputdaten. Bewusst wird die Komplexität und der Anpassungsgrad des Modells im Verhältnis zu der Qualität der Datenbasis gewählt und auf detailliertere Modellmodifikationen verzichtet.

3.4.7 Testen auf Kointegration

Die Vermutung der Kointegration in den Zeitreihen basiert auf der Vorstellung, alle makroökonomischen Faktoren und das Ausfallverhalten der Leasingnehmer unterlägen kurzfristigen Fluktuationen um eine langfristige Gleichgewichtslage (siehe hierzu auch S. 21). Wie in Kapitel 2.2.1 bereits erläutert, hat sich in der Ökonometrie die Differenzbildung als Vorbereitungsmaßnahme auf Regressionsanalysen etabliert. Hintergrund

³²vgl. [21] S.88.

3 Modellentwicklung

ist das Ziel, Scheinkorrelationen zweiter Art zu vermeiden. Der einhergehende Informationsverlust führt jedoch zu Scheinkorrelationen erster Art. Die Annahme der Kointegration begründet hingegen die Durchführung von Regressionsanalysen auf den Levels zur Schätzung von Gleichung 3.3.

Die Tests werden mittels ECM-Kointegrationstest durchgeführt. Eine ausführliche Darstellung und entsprechende kritische Werte sind zu finden in [15].

In der Situation von ECM 3.8 wird die mit $\Theta = -\lambda\beta$ äquivalente Darstellung

$$\Delta y_t = \alpha' \Delta x_t + \beta y_{t-1} + \Theta x_{t-1} + \varepsilon_t$$

betrachtet. Auf Basis der gegebenen Zeitreihen y und x werden mittels OLS die Parameter geschätzt. Die Nullhypothese lautet $H_0 : \beta = 0$, d.h. auf fehlende Kointegration zwischen y und x . Als Teststatistik dient die t -Statistik von β .

Zunächst wird jeweils das Vollmodell getestet. Sukzessive werden die am schwächsten signifikanten Variablen eliminiert. Dies führt zu einem reduzierten Modell, bei dem aufgrund der Teststatistik Kointegration angenommen werden kann. Dabei gehen alle Variablen mit Lag 0 und 1 ein. Auch ein um mehrere Quartale zeitverzögerter Einfluss erscheint plausibel, sodass dieses Vorgehen ebenfalls für die Lags 1 und 2 in den makroökonomischen Variablen durchgeführt wird.

Die ausführlichen Ergebnisse sind zu finden in den Tabellen B.1 - B.6, S. 64-66.

Der ECM-Test ergibt bei der Betrachtung der Baubranche im Vollmodell (mit BIP, AQ, PKA, In, D, Z) eine t -Statistik von $-2,4245$. Sukzessive Elimination von AQ, PKA, und D resultiert in $t = -3,8166$. Die Nullhypothese fehlender Kointegration kann zum Signifikanzniveau 10% verworfen werden (kritischer Wert $CV_{3;10\%} = -3,46$).

Elimination unsignifikanter Variablen führt im zeitverzögerten Ansatz von einer t -Statistik von $-1,5781$ im Vollmodell auf $t = -4,1081$ im Modell mit BIP, AQ, PKA, D. In diesem Modell kann die Nullhypothese verworfen werden zum Signifikanzniveau 10% (kritischer Wert $CV_{4;10\%} = -3,68$). Der Koeffizient von $y_{B,t-1}$ ist zudem mit einem P-Wert von $0,8291$ hochgradig insignifikant, sodass von einer Einbeziehung abgesehen wird und BIP, AQ, PKA und D mit Lags 1 und 2 in der Modellschätzung Verwendung finden.

Für die Verkehrsbranche ergibt der Kointegrationstest von y_V auf die makroökonomischen Faktoren BIP, AQ, PKA, In, D, Z eine Kointegrationsstatistik von $t = -1,4424$. Das Ergebnis der Elimination der am wenigsten signifikanten Variablen ist ein die Variablen BIP, AQ, PKA, In und $y_{V,t-1}$ umfassendes Modell mit einer Kointegrati-

3 Modellentwicklung

onsstatistik von $t = -2,7820$. Dies entspricht einem Signifikanzniveau von über 25% ($CV_{4;25\%} = -2,90$).

Identisches Vorgehen führt bei vergrößerter Zeitverzögerung zu einem hochsignifikanten $t = -7,0416$ im Vollmodell³³, bei Elimination von Z gar zu einem $t = -7,3374$. Das erste Ergebnis begründet die Einbeziehung von $y_{V,t-1}$, BIP, AQ, PKA, In, D, und Z in Gleichung 3.9 für die Verkehrsbranche.

Bei der Gesundheitsbranche besitzt das Vollmodell mit PKA, In, Pr, D, und Z eine Kointegrationsstatistik³⁴ von $t = -3,0444$. Nach Verkleinerung des Modells verbleiben $y_{G,t-1}$, PKA, In und D mit einer hochsignifikanten³⁵ Statistik von $t = -4,9964$.

Der Übergang auf die Lags 1 und 2 führt zu hochsignifikantem³⁶ $t = -6,0179$ im Vollmodell und ebenfalls hochsignifikantem³⁷ $t = -7,3614$ nach Elimination von D. Da auch in der Theorie von keinem direkten Einfluss des Dieselpreises auf das Ausfallverhalten von in der Gesundheitsbranchen tätigen Unternehmen ausgegangen wird, erfolgt hier die Einbeziehung von $y_{G,t-1}$, PKA, In, Pr und Z.

Die Ergebnisse implizieren die Einbeziehung der makroökonomischen Faktoren bzw. ihrer Lags nach folgendem Schema:

Lags	Y		BIP		AQ		PKA		In		Pr		D		Z			
	1	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2		
B			✓	✓		✓	✓							✓	✓			
V	✓		✓	✓		✓	✓		✓	✓				✓	✓		✓	✓
G	✓							✓	✓		✓	✓					✓	✓

Tabelle 3.1: in die Modellgleichungen einbezogene Lags

Unter Einbeziehung der gelagten Variablen entsprechend Tabelle 3.1 findet für die Approximation der Ausfallwahrscheinlichkeit nach Umsetzung der vorgestellten Modifika-

³³bei fünf Variablen liegt der kritische Wert zum Signifikanzniveau 1% bei $CV_{5;1\%} = -5,53$

³⁴signifikant zum Niveau 25%: $CV_{5;25\%} = -2,99$

³⁵ $CV_{3;1\%} = -4,92$

³⁶ $CV_{5;1\%} = -5,53$

³⁷ $CV_{4;1\%} = -5,27$

3 Modellentwicklung

tionen folgendes Modell Verwendung:

$$p_t = \frac{1}{1 + e^{-y_t}} \quad (3.10)$$

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \beta_0 + \beta_1 x_{1,t-1} + \delta_1 x_{1,t-2} + \dots + \beta_K x_{K,t-1} + \delta_K x_{K,t-2} + \varepsilon_t \quad (3.11)$$

$$x_{k,t} = x_{k,t-1} + \Delta x_{k,t} \quad (3.12)$$

$$\Delta x_{k,t} = \gamma_{k,0} + \gamma_{k,1} \Delta x_{k,t-1} + \gamma_{k,2} \Delta x_{k,t-2} + \nu_{k,t} \quad (3.13)$$

$$E_t = \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \nu_t \end{pmatrix} \sim \mathcal{N}(0, \overset{\rightsquigarrow}{\Sigma}) \quad (3.14)$$

Abschließend bestätigt der Vergleich zwischen realisierten Ausfallraten und auf Grundlage der makroökonomischen Faktoren prognostizierten Ausfallwahrscheinlichkeiten die guten Approximationseigenschaften des Modells (Abbildung 3.3).

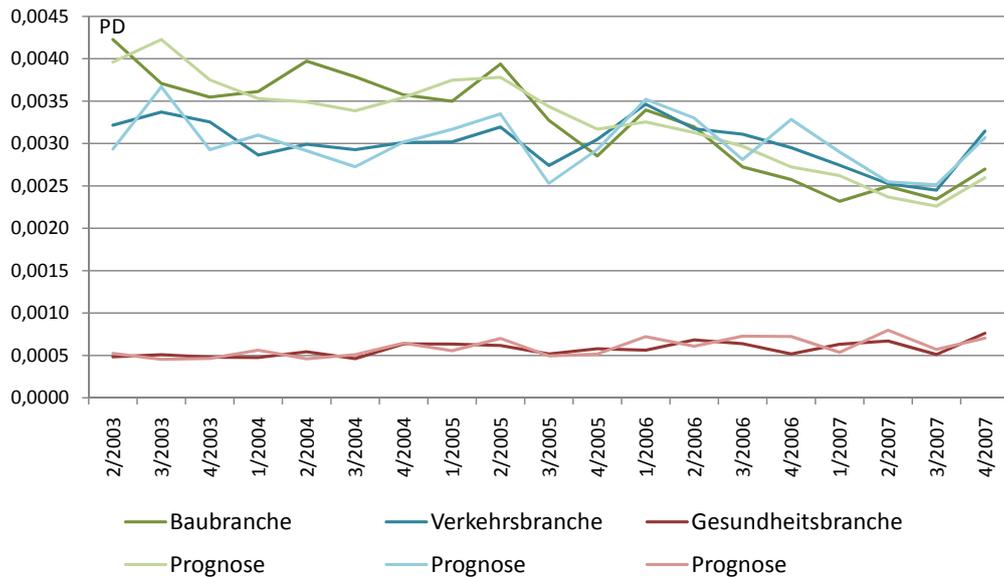


Abbildung 3.3: empirisch ermittelte Ausfallwahrscheinlichkeiten und Prognosen im Vergleich

4 Stresstest der Substanzwertrechnung

Das Modell ist Grundlage für die Entwicklung eines Verfahrens zur unabhängigen Simulation einer Vielzahl verschiedener zukünftiger Wirtschaftslagen. Im Stresstest wird nach jeder Simulation entschieden, ob ein Zustand der Umweltbedingungen einer Realisation der festgelegten Stresssituation entspricht oder nicht. Die Idee der Vorgehensweise im Stresstest ist die Berechnung des Substanzwertes für jedes der günstigen Ereignisse. Der Mittelwert der Ergebnisse stellt dann eine approximative Antwort dar auf die Frage „Wie groß ist der erwartete Substanzwert, falls sich die Wirtschaft in der definierten Situation befindet?“.

4.1 Mathematik der Intuition

Aufgrund der in Kapitel 3.1 und 3.2 durchgeführten Untersuchungen findet die Modellierung der Abhängigkeit des Substanzwertes von der Umweltentwicklung über die in die Risikoabschläge einfließende Ausfallwahrscheinlichkeit von Leasingnehmern statt. Es wird demnach auf die Approximation der Ausfallwahrscheinlichkeit statt des Substanzwertes mittels einer MC-Simulation ausgewichen, aus der sich anschließend der Substanzwert ableitet. Formal lässt sich das Problem folgendermaßen beschreiben:

Sei $Z : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ ein normalverteilter Zufallsvektor, dessen Realisierungen interpretiert werden als potenzielle Entwicklungen der Umweltsituation. Die Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow [0, 1]$ ordne jeder Entwicklung die sich individuell ergebende Ausfallwahrscheinlichkeit eines Leasingnehmers zu. Sei $SS := \{z \in \mathbb{R}^n \mid z \text{ führt zum Eintreten des Stressszenarios}\} \subset \mathbb{R}^n$ die Menge der Entwicklungen der externen Einflüsse, deren Auswirkungen einer Realisation des Stressszenarios entspricht. Die mittels MC-Simulation zu approximierende Größe φ ist somit der auf der Menge SS bedingte Erwartungswert von $f(Z)$. Es ergibt sich

$$\varphi := \mathbb{E}(f(Z) \mid Z \in SS) = \frac{\mathbb{E}[f(Z)1_{SS}(Z)]}{\mathbb{P}(Z \in SS)}.$$

Es werden $\mathbb{E}[f(Z)1_{SS}(Z)]$ und $\mathbb{P}(Z \in SS)$ zunächst separat ermittelt³⁸. Z_1, Z_2, \dots seien i.i.d. und verteilt wie Z . Es gilt

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(Z_i)1_{SS}(Z_i) \xrightarrow{f.s.} \mathbb{E}[f(Z)1_{SS}(Z)] \text{ für } n \rightarrow \infty$$

sowie

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{SS}(Z_i) \xrightarrow{f.s.} \mathbb{E}(1_{SS}(Z)) = \mathbb{P}(Z \in SS) \text{ für } n \rightarrow \infty$$

nach dem Starken Gesetz der Großen Zahlen (Satz 1, S. 12).

In Anlehnung an die Vorgehensweise bei einer Monte-Carlo-Methode, siehe Seite 10, wird im zweiten Schritt eine Stichprobe z_1, \dots, z_n von n unabhängigen Simulationen durchgeführt. Dabei wird jede Umweltentwicklung entsprechend ihrer Wahrscheinlichkeit realisiert (auf die konkrete Umsetzung wird in Abschnitt 4.2 eingegangen). Sei $n_{SS} := \sum_{i=1}^n 1_{SS}(z_i)$ die Anzahl der Simulationsergebnisse, die eine Realisation des Stressszenarios darstellen. Für großes n führt dies zu den Approximationen

$$\mathbb{E}[f(Z)1_{SS}(Z)] \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(z_i)1_{SS}(z_i) \quad \text{und} \quad \mathbb{P}(Z \in SS) \approx \frac{n_{SS}}{n}.$$

Damit ist der Quotient beider Schätzer

$$\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(z_i)1_{SS}(z_i) \right) \cdot \left(\frac{n_{SS}}{n} \right)^{-1} = \frac{1}{n_{SS}} \sum_{i=1}^n f(z_i)1_{SS}(z_i) = \frac{1}{n_{SS}} \sum_{i: z_i \in SS} f(z_i)$$

identisch mit dem intuitiven Schätzer für den gesuchten Wert und begründet die Vorgehensweise im Stresstest.

Bemerkung 3. Durch den Schätzer $\frac{n_{SS}}{n}$ für $\mathbb{P}(Z \in SS)$ wird insbesondere zusätzlich die Eintrittswahrscheinlichkeit des Szenarios angenähert, die bei Planung konkreter Risikovorsorgemaßnahmen Beachtung finden kann.

Im Folgenden wird dargestellt, wie das in Kapitel 3.4 geschätzte Modell zur Szenariosimulation entsprechend ihrer Wahrscheinlichkeiten genutzt werden kann.

4.2 Szenariosimulation im PD-Modell

Zur Approximation der Ausfallwahrscheinlichkeit eines Leasingnehmers werden zunächst die Änderungen der makroökonomischen Faktoren mittels eines AR-Modells

³⁸Genau genommen wird die MC-Methode also angewendet für $\varphi_1 := \mathbb{E}(f(Z)1_{SS}(Z))$ und $\varphi_2 := \mathbb{P}(Z \in SS)$, um anschließend den Quotienten $\varphi = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}$ zu bilden.

prognostiziert (Gleichung 3.13). Dieses enthält einen deterministischen Term, der die Abhängigkeit der Größe von vorhergehenden Werten modelliert, und einen zufälligen Anteil, der unerfasste Einflüsse sowie Schocks und Innovationen im Markt simuliert. Der deterministische Anteil wird berechnet aus den vorliegenden Daten, der zufällige Anteil wird simuliert über den Störterm ν_k , dessen Varianz $\sigma_{\nu_k}^2$ mittels der Residuen der Regression geschätzt wird. Im Anschluss an die Berechnung des deterministischen Terms erfolgt die Simulation einer konkreten Umweltsituation nach folgendem Schema³⁹:

1. Ziehe einen $(K + 1)$ -Vektor Z standardnormalverteilter, unabhängiger Zufallszahlen.
2. Berechne die Störterme in den Gleichungen 3.11 und 3.13 via $E_{t+1} := ZA^T$. Dabei bezeichne A die Cholesky-Zerlegung der Kovarianzmatrix Σ der Störterme.
3. Berechne die Änderungsraten der makroökonomischen Faktoren mittels Gleichung 3.13 sowie die Prognosen der Levels entsprechend Gleichung 3.12.

Diese Modellierung respektiert insbesondere auch Kovarianzen zwischen den verschiedenen Störtermen. Dies führt zur Erreichung einer größeren Modelldynamik. Die angemessene Simulation von Interdependenzen der Schocks bzw. Innovationen unterschiedlicher Faktoren wird gewährleistet durch Lemma 1, S. 22. Ebenso wird den unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten extremer und weniger extremer Entwicklungen durch die Annahme der Normalverteilung der Einflüsse $\nu_{k,t+1}$ Rechnung getragen, sodass extremere Entwicklungen mit geringerer Wahrscheinlichkeit realisiert werden.

4.3 Vorgehensweise im Stresstest

Der Aufbau des Stresstests ist eng orientiert an der mathematischen Theorie. Es werden $n \geq 1\,000\,000$ Szenariosimulationen gemäß Abschnitt 4.2 durchgeführt. Die i -te Simulation entspricht der Prognose $\mathbf{E}^i = (E_{t+1}^i, E_{t+2}^i, E_{t+3}^i, E_{t+4}^i)$ einer potenziellen Entwicklung der Umweltparameter über einen Zeithorizont von einem Jahr. Dabei stellt E_{t+l}^i die entsprechend Abschnitt 4.2 erhaltene Realisation von $(\varepsilon_{t+l} \nu_{t+l})^T$ dar. Diese wird interpretiert als Veränderung der Umweltsituation bzw. des Ausfallverhaltens von $t - 1$ nach t aufgrund externer Einflüsse.

Im Anschluss an jede Simulation wird entschieden, ob $\mathbf{E}^i \in SS$, d.h. die durch \mathbf{E}^i impli-

³⁹vgl. [20]

zierte Umweltsituation entspricht einer Realisation der Stresssituation. Ist dies der Fall, so werden die entsprechenden Ausfallwahrscheinlichkeiten mittels PD-Modell prognostiziert. Der für jedes Quartal resultierende Mittelwert der so berechneten Wahrscheinlichkeiten ist die zu erwartende quartalsweise Ausfallwahrscheinlichkeit.

Die Ausfallwahrscheinlichkeit bezogen auf ein Jahr ergibt sich aus den vierteljährlichen Daten über die Beziehung

$$PD_{Jahr} = 1 - \prod_{i=1}^4 (1 - PD_{\text{Quartal } i}).$$

Auf Grundlage dieser Ausfallwahrscheinlichkeit wird anschließend der szenarioabhängige Substanzwert berechnet. Auf die genaue Beziehung zwischen dem Substanzwert und der auf dem Stressszenario basierenden Ausfallwahrscheinlichkeit wird am Ende des Abschnitts 4.4 eingegangen.

4.4 Modellrechnung

Zur Untersuchung der Auswirkungen unerwarteter wirtschaftlicher Entwicklungen auf den Substanzwert wird eine Beispielrechnung aufgestellt. Das fiktive Leasingunternehmen besitze ein Portfolio aus drei identischen Leasingverträgen: je einen Vertrag mit einem Unternehmen der Baubranche, der Transportbranche und der Gesundheitsbranche. Es werden Vollamortisationsverträge zugrundegelegt. Dies stellt keine echte Einschränkung dar, da sich bei Teilamortisationsverträgen lediglich die Zahlungszeitpunkte und die Höhe der Zahlungen verlagern. Dieser Effekt wird durch die barwertige Betrachtung ausgeglichen.

Folgende Prämissen werden den Verträgen der Modellrechnung zugrundegelegt⁴⁰:

Anschaffungskosten des Leasingobjekts	100.000 €
Laufzeit in Monaten	60
Nutzungsdauer in Monaten	84
Beginn	1. Jan 2011
M (in Jahren)	5
nominaler jährlicher Zinssatz i	5%

⁴⁰Anschaffungskosten, Verhältnis aus Laufzeit und Nutzungszeit, Zinssatz, Anlaufkosten, Verwaltungskosten und Verwertungsaufwand in Anlehnung an [3], S. 10; die Laufzeit ist begrenzt durch den Restlaufzeitkorrekturfaktor s. S. 27, für den Verwertungserlös werden statt 5.000 € in [3] nur 4.000 € angenommen, da von einer längeren Laufzeit ausgegangen wird.

4 Stresstest der Substanzwertrechnung

Zur Berechnung der monatlichen Leasingrate werden seitens des Leasingunternehmens zusätzlich folgende Kostenpositionen sowie eine Gewinnmarge angenommen:

Anlaufkosten	2.000 €
Verwaltungskosten p.a.	240 €
Verwertungserlös	4.000 €
Verwertungsaufwand	300 €
Barwert der Kosten	103.444,82 €
Gewinnmarge	2,5%
Barwert Forderungen ohne Risikoaufschlag ⁴¹	106.030,94 €

Die Höhe der zu zahlenden Leasingrate hängt von der Höhe der zu erwartenden Ausfälle ab. In der Rate sind Risikoaufschläge enthalten, die branchenabhängig variieren. Bei der Berechnung der Risikoaufschläge wird vom Eintreten der erwarteten wirtschaftlichen Entwicklung ausgegangen. Diese wird prognostiziert mithilfe der Gleichungen 3.12 und 3.13, Seite 42, indem der Störterm $\nu_{k,t+1} = 0$ gesetzt wird. Die deterministischen Terme in Gleichung 3.11 und 3.10 liefern die erwartete Ausfallwahrscheinlichkeit. Dieses Szenario wird als „base case“ bezeichnet.

Unter Verwendung der Formel für Risikoabschläge, Gleichung 3.1, S. 28, wird berechnet, welcher Wert FmR zu fordern ist, um auf Gesamtportfoliosicht trotz Ausfällen die gewünschten Erträge zu realisieren: Es wird der Anteil $PD \cdot LGD \cdot F_2$ der Forderungen ermittelt, der erwartungsgemäß nicht eingebracht werden kann. Von der Zahlung des verbleibenden Anteils $1 - PD \cdot LGD \cdot F_2$ hingegen wird ausgegangen. Es folgt $FoR = (1 - PD \cdot LGD \cdot F_2) \cdot FmR$ und damit für den Barwert der Leasingforderungen inklusive Risikoaufschlag $FmR = \frac{FoR}{1 - PD \cdot LGD \cdot F_2}$.

Zusätzlich wird angenommen, dass der Leasinggeber auch das in Verbindung mit nicht planmäßig realisierten Nachgeschäftserlösen stehende Adressenausfallrisiko auf den Leasingnehmer übertragen möchte, sodass der Erwartungswert der aus einer Geschäftsverbindung resultierenden Erträge unabhängig von dessen Branche ist. Infolgedessen werden ebenso Risikoaufschläge für die erwarteten, nicht garantierten Nachgeschäftserlöse (kurz NGE) in die Leasingrate einbezogen. Diese Aufschläge sind gegeben durch $(\frac{1}{1 - PD \cdot LGD \cdot F_2} - 1) \cdot NGE$.

Die Risikoaufschläge dienen der Übertragung des Adressenausfallrisikos auf den Leasingnehmer. Sie erhöhen die Leasingforderungen in der Substanzwertrechnung, nicht jedoch

⁴¹kurz FoR

4 Stresstest der Substanzwertrechnung

	Baubranche	Verkehrsbranche	Gesundheitsbranche
PD-Prognose für 2008 in %	1,15%	1,76%	0,38%
<i>LGD</i>	40%	40%	100%
F_2	1,62	1,53	1,96
<i>FmR</i>	106.836,44 €	107.192,84 €	106.839,06 €
Risikoaufschlag <i>NGE</i>	23,68 €	34,15 €	23,75 €
Barwert Forderungen ⁴⁴	106.860,12 €	107.227,00 €	106.862,82 €
monatliche Leasingrate	2.016,58 €	2.023,51 €	2.016,63 €

Tabelle 4.1: Berechnung der Risikoaufschläge und resultierender Leasingraten

die zu erwartenden zukünftig realisierten Erträge. Zur realitätsgetreuen Darstellung des Unternehmenswertes impliziert der Aufschlag für Verluste in den Nachgeschäftserlösen durch Adressenausfall daher höhere Risikoabschläge in der Substanzwertrechnung. Die Formel 3.1, S. 28, wird entsprechend erweitert:

$$RA = PD \cdot EAD \cdot LGD \cdot F_2 + NGE \cdot LGD \cdot PD \cdot F_2. \quad (4.1)$$

Prognosen für PD_B , PD_V und PD_G werden auf Grundlage des PD-Modells ermittelt. In Abhängigkeit von der Marktgängigkeit des Leasingobjektes sieht der Gesetzgeber einen *LGD* von 40% vor, falls für den Leasinggeber Eigentum an dem Leasingobjekt besteht⁴² und dieses leicht und ohne signifikanten Wertverlust veräußerbar ist⁴³. Für Baumaschinen sowie Verkehrs- und Transportmittel existiert ein liquider Markt, sodass $LGD_B = LGD_V = 40\%$ gesetzt wird. Wegen der Spezialisierung der Objekte ist der Markt für medizintechnische Geräte weniger liquide, zur Verwertung sind intensivere Aufwendungen nötig. Daher wird ein LGD_G von 100% angenommen.

Aus der Prognose der Parameter und anschließender Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeiten im PD-Modell ergeben sich die in Tabelle 4.1 dargestellten Ausfallwahrscheinlichkeiten für 2008 im base case. Auf Grundlage dieser Daten werden Risikoaufschläge und Leasingraten ermittelt.

Bemerkenswert ist die unterschiedliche Risikoverteilung in den Branchen. Obgleich in der Gesundheitsbranche tätige Unternehmen mit einer deutlich geringeren Wahrscheinlichkeit zahlungsunfähig werden, ist bei Ausfall durch die Spezialisierung mit einem im

⁴²sodass eine vorrangige Sicherheit gegeben ist, vgl. § 94 Abs. 3 Satz 1.4b SolvV

⁴³vgl. § 161 sowie § 176 Abs. 2 bzw. § 175 SolvV

⁴⁴inklusive sämtlicher Risikoaufschläge

Vergleich höheren Verlust zu rechnen. Unternehmen in der Baubranche werden häufiger insolvent. Die Liquidierbarkeit des Leasinggegenstandes führt bei Ausfall dennoch zu geringeren Verlusten. Das Ergebnis sind identische Leasingkonditionen für Unternehmen in Bau- und Gesundheitsbranche.

Tabelle 4.2 zeigt die sich aus diesen Vertragsdaten ergebende Substanzwertrechnung für den base case. Es werden für jeden Leasingnehmer individuelle Vertragskonditionen berechnet. Aus der unterschiedlichen Höhe der Leasingraten resultieren voneinander abweichende Barwerte für die zukünftigen Erträge. Durch Adressenausfall werden jedoch nicht alle Erträge realisiert. Bei Verträgen, bei denen zuvor höhere Leasingraten gefordert wurden, müssen in der Zukunft höhere Verluste akzeptiert werden. Falls das wirtschaftliche Umfeld sich entsprechend der Prognosen im base case entwickelt, so sind die aus den verschiedenen Verträgen resultierenden Substanzwerte identisch und in einem hinreichend großen Portfolio approximieren die realisierten Gewinne den Substanzwert des Unternehmens.

	Bau	Verkehr	Gesundheit	Portfolio
2. Leasingraten	106.860,12 €	107.227,00 €	106.862,82 €	320.949,93 €
BW zukünftiger Erträge	106.860,12 €	107.227,00 €	106.862,82 €	320.949,93 €
3. RBW	100.000 €	100.000 €	100.00 €	300.000 €
Risikoabschläge	829,18 €	1.196,05 €	831,87 €	2.857,11 €
zukünftige Aufwendungen	100.829,18 €	101.196,05 €	100.831,87 €	302.857,11 €
4. Künftige Verwaltungskosten	1.293,58 €	1.293,58 €	1.293,58 €	3.880,73 €
5. BW der erwarteten Nach- geschäftserlöse	3.116,82 €	3.116,82 €	3.116,82 €	9.350,46 €
Substanzwert	7.854,19 €	7.854,19 €	7.854,19 €	23.562,56 €

Tabelle 4.2: Entscheidende Positionen der Substanzwertrechnung für das Beispielportfolio im base case

Es ist zu erwarten, dass eine andere als die im base case prognostizierte wirtschaftliche Entwicklung zu einem anderen Ausfallverhalten seitens der Leasingnehmer führt. Dies hat Auswirkungen auf den tatsächlichen, mittels Substanzwert approximierten Unternehmenswert. In der Substanzwertrechnung spiegeln die Risikoabschläge den durch Adressenausfall erwarteten Verlust wider und verändern sich entsprechend der abweichenden Ausfallwahrscheinlichkeiten gemäß Formel 4.1. Dabei enthalten die auf dem

base case basierenden Leasingforderungen einen abweichenden Risikoaufschlag, sodass eine Differenz zum im base case geplanten Substanzwert entsteht.

4.5 Stressszenarien

Die Schwierigkeit der Prognose hinsichtlich ihrer Eintrittszeit, Ursache und Intensität liegt in der Natur von Krisen. Die Herausforderung besteht darin, die möglichen Risiken schon vor dem Eintreten der Schocks auszumachen, um die Möglichkeit zu haben, rechtzeitig Gegenmaßnahmen zu ergreifen⁴⁵. Die Aufdeckung und Antizipation von marktspezifischen sowie unternehmensspezifischen Risiken sollte fester Bestandteil im Risikomanagement von Unternehmen sein. Im Rahmen dieser Arbeit werden Finanzierungsleasingunternehmen im Allgemeinen betrachtet, deren größtes Risiko der Adressenausfall ist. Dieses wird insbesondere durch den Verlauf des Konjunkturzyklus und das Eintreten von Krisen beeinflusst.

So unterschiedlich die Ursachen von Wirtschaftskrisen sein können, so ähnlich ist ihre primäre Auswirkung: eine signifikante Verschlechterung der Wirtschaftsleistung. Aufgrund dieser Gemeinsamkeit wird im Rahmen der Stresstests insbesondere eine stetige Verschlechterung des BIP betrachtet. Diese wirkt sich auf die Substanzwertrechnung eines Leasingunternehmens mittelbar über steigende, durch Adressenausfall begründete Verluste aus.

Der Substanzwert wird für unterschiedlich starke, negative Veränderungen des BIP berechnet, wobei durch die dynamische Modellierung die weiteren makroökonomischen Faktoren synchron angepasst werden. Einen Anhaltspunkt über eine realistische Größenordnung der Verschlechterung der Wirtschaftsleistung bietet ein Blick auf vergangene Krisen. Während der Finanzkrise ist das BIP zwischen den ersten Quartalen 2008 und 2009 um 6,6% gefallen.

Zur Ermittlung der Risikotreiber im PD-Modell wird die Substanzwertveränderung unter Zugrundelegung negativer Veränderungen jeweils eines einzelnen Parameters berechnet. Dies entspricht einer Durchführung des Stresstests mit dem Szenario „der betrachtete Parameter fällt bzw. steigt innerhalb eines Jahres im Vergleich zum derzeitigen Wert“. Die Ergebnisse sind dargestellt in Tabelle 4.3.

Mit einem Verlust von 156 € auf Portfoliosicht hat die stärksten Auswirkungen das Fallen

⁴⁵[17], S. 165.

Szenario	gestresster Substanzwert			
	Bau	Verkehr	Gesundheit	Portfolio
base case	7.854,19 €	7.854,19 €	7.854,19 €	23.562,56 €
BIP ↘	7.825,02 €	7.821,52 €	7.844,27 €	23.490,81 €
PKA ↘	7.825,37 €	7.802,76 €	7.872,98 €	23.501,11 €
In ↗	7.849,30 €	7.804,33 €	7.772,85 €	23.426,47 €
Pr ↘	7.853,43 €	7.855,80 €	7.790,48 €	23.499,71 €
D ↗	7.844,97 €	7.789,07 €	7.834,59 €	23.468,63 €
Z ↘	7.846,44 €	7.770,09 €	7.790,52 €	23.407,04 €

Tabelle 4.3: Ermittlung der Risikotreiber im PD-Modell: separat gestresste Faktoren

des Zinssatzes. Dieser weist einen Korrelationskoeffizienten von 0,9183 in Bezug auf das BIP auf (vgl. S. 37). Der Zinssatz ist ein Steuerungsinstrument, seine Veränderung stellt eine Reaktion auf die gesamtwirtschaftliche Entwicklung dar. Als Stressszenario wird ein Fallen innerhalb eines Jahres auf unter 0,25% angenommen. Dieses wird bezeichnet mit „Z ↘_{0,25%}“.

Auch Negativveränderungen der Inflationsrate und des Dieselpreises führen zu großen Substanzwertverlusten. Bei der Szenariofindung für den Stresstest unter Veränderung des Dieselpreises dient die Datenhistorie als Orientierung. Der Dieselpreis steigt im Mittel um 4,90% mit einer Varianz von ca. 1,54% im Vergleich zum Vorjahr. Unter der Annahme einer Normalverteilung ergibt sich ein 99%-Quantil⁴⁶ von 8,48%. Als Stressszenario wird daher ein Ansteigen des Dieselpreises um mindestens 10%, kurz „ $\Delta D \nearrow^{10\%}$ “, angenommen. Für die Inflationsrate wird als Szenario ein Ansteigen auf mindestens 5% zugrundegelegt, Schreibweise: „In ↗^{5%}“.

4.6 Ergebnisse

Die Variable τ bezeichne den prozentuale Veränderung des Bruttoinlandsprodukts im Vergleich zum Vorjahr. „ $\tau \leq -1$ “ bezeichnet folglich das Stressszenario „das Bruttoinlandsprodukt fällt im Vergleich zum Vorjahr um mindestens ein Prozent“. In Tabelle 4.4 sind die Auswirkungen auf den Substanzwert dargestellt. Dabei entspricht der base case

⁴⁶ $0,049 + 2,326 \cdot 0,0154 = 0,0848$

4 Stresstest der Substanzwertrechnung

auf Grundlage der Darstellung der Faktoren als AR-Prozesse zweiter Ordnung einem Wachstum des BIP um 1,19%, einem Zinssatz von 2,77%, einem Ansteigen des Dieselpreises um 2,15% und einer Inflationsrate von 2,88%.

Szenario	Bau	Verkehr	Gesundheit	Portfolio
$\tau \leq 0$	-0,37%	-0,41%	-0,12%	-0,30%
$\tau \leq -1$	-0,50%	-0,57%	-0,17%	-0,41%
$\tau \leq -2$	-0,65%	-0,72%	-0,20%	-0,52%
$\tau \leq -3$	-0,79%	-0,91%	-0,25%	-0,65%
$\tau \leq -4$	-0,96%	-1,08%	-0,29%	-0,77%
$\tau \leq -5$	-1,12%	-1,27%	-0,35%	-0,92%
$\tau \leq -6$	-1,30%	-1,48%	-0,40%	-1,06%
$\tau \leq -7$	-1,46%	-1,65%	-0,45%	-1,18%
$Z \searrow_{0,25\%}$	-0,41%	-5,01%	-3,68%	-3,03%
$\Delta D \nearrow^{10\%}$	-0,27%	-1,95%	-0,53%	-0,92%
$In \nearrow^{5\%}$	-0,19%	-1,92%	-3,32%	-1,81%

Tabelle 4.4: Stresstestergebnisse: Szenarioabhängige Substanzwertverluste der einzelnen Verträge und des Portfolios im Vergleich zum base case

Ein Sinken der Wirtschaftsleistung um 7% zieht für alle drei Branchen ein Fallen der entsprechenden Substanzwerte um 0,45% – 1,65% nach sich. Dieses Ergebnis erscheint plausibel. Die Herstellung von 7% weniger Gütern im Vergleich zum Vorjahr ist ein Einkommenseinbruch der Volkswirtschaft, wobei mit einer in vergleichbarem Maße verringerten Zahlungsfähigkeit der Teilnehmer zu rechnen ist. Da bei Ausfall des Leasingnehmers der Leasinggeber stets über das Leasingobjekt als Sicherheit verfügt, fällt der Verlust geringer aus. Vor diesem Hintergrund entspricht die Größenordnung der ermittelten Substanzwertverluste den Erwartungen.

Mit Portfolioverlusten zwischen 0,92% und 3,03% liegen auch die übrigen Stresstestergebnisse im erwarteten Bereich.

Die Auswirkungen eines Einbruchs der Wirtschaftsleistung sind verschieden. Die Verkehrsbranche reagiert am sensibelsten, der Substanzwert fällt um bis zu 130 € (Tabelle C.1, S. 67), dies entspricht 1,65% des ursprünglichen Wertes. Die Baubranche ist ähnlich abhängig, der Verlust beträgt rund 115 € bzw. 1,46%. Im Vergleich dazu ist die Gesundheitsbranche sehr stabil und verliert mit 35 € lediglich 0,45%. In Abbildung 4.1 ist die

4 Stresstest der Substanzwertrechnung

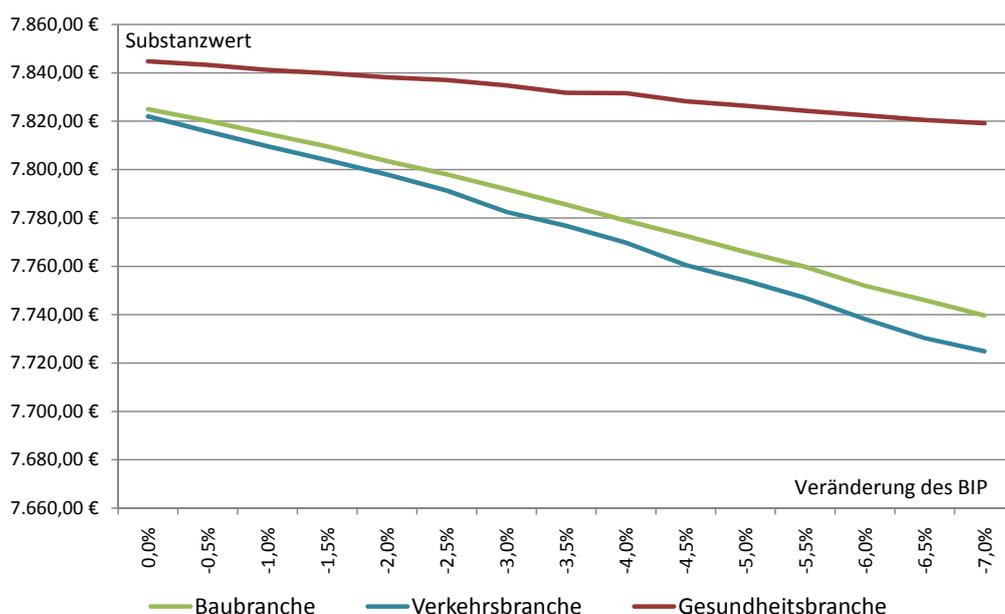


Abbildung 4.1: Substanzwert für verschiedene Branchen in Abhängigkeit der Veränderung des BIP

Entwicklung der branchenabhängigen Substanzwerte dargestellt.

Trotz unterschiedlicher Risikoverteilung können Unternehmen der Bau- und der Gesundheitsbranche zu identischen Konditionen leasen. Die Differenzen werden jedoch im Stresstest deutlich. Während der Substanzwert eines Unternehmens aus der Gesundheitsbranche nur wenig schwankt, ist der Substanzwert eines Unternehmens aus der Baubranche stark vom gesamtwirtschaftlichen Kontext abhängig.

Die Ergebnisse des Stresstests der weiteren Faktoren (Tabellen 4.4 und C.1) verdeutlichen zusätzlich eine unterschiedlich stark ausgeprägte Sensibilität der Branchen gegenüber Veränderungen der verschiedenen Faktoren. Insgesamt unterliegt der Substanzwert eines Vertrags mit einem in der Verkehrsbranche tätigen Unternehmen den größten Schwankungen. Im Vergleich reagiert die Gesundheitsbranche besonders sensibel auf Veränderungen am Finanzmarkt. Dagegen wird die Baubranche am stärksten von Schwankungen der Wirtschaftsleistung beeinflusst.

Leasinggeber versuchen mittels unterschiedlicher Risikoaufschläge eine Branchenunabhängigkeit der aus den Leasingverträgen resultierenden Substanzwerte zu erreichen. Dieses Ziel wird vor dem Hintergrund, dass jeder Substanzwert den Erwartungswert der realisierten Erträge darstellt, falls die prognostizierte wirtschaftliche Entwicklung eintritt, erreicht. Nicht erreicht wird eine Branchenunabhängigkeit des Schwankungsverhal-

4 Stresstest der Substanzwertrechnung

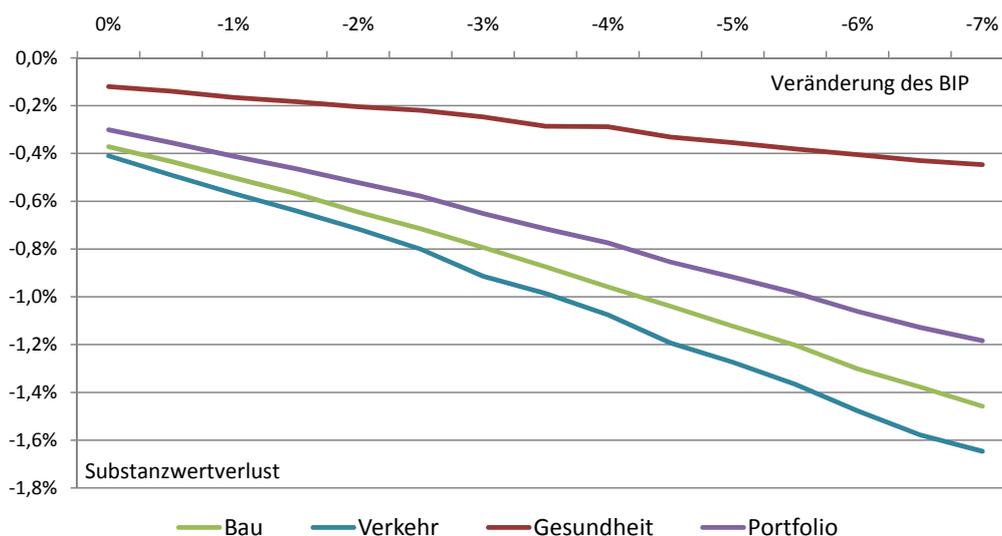


Abbildung 4.2: prozentuale Substanzwertveränderung in Abhängigkeit der Veränderung des BIP

tens des Substanzwertes, d.h. das mit der Prognose verbundene Risiko ist abhängig von der Branche des Leasingnehmers.

Dieses Ergebnis unterstreicht die verbleibende Heterogenität unterschiedlicher Branchen und die Grenzen der Risikokontrolle durch den Leasinggeber.

Ogleich Leasinggeber die Möglichkeit haben, sich durch die Vertragsgestaltung gegen das Adressenausfallrisiko und insbesondere dessen branchenspezifische Schwankungen abzusichern, bleibt zu beachten, dass der resultierende Substanzwert abhängig von Branche und zukünftiger Entwicklung unterschiedlich starken Volatilitäten unterliegt.

Bei der Beurteilung des Unternehmenswertes auf Grundlage der Substanzwertrechnung kann demnach für Dritte ein gleichzeitiger Blick auf den Kundenstamm insbesondere im Hinblick auf die Branchenzugehörigkeit zusätzliche Erkenntnisse bringen. Die Bildung eines Portfolios aus verschiedenen Branchen kann die unterschiedliche Sensibilität gegenüber wirtschaftlichen Veränderungen ausgleichen. In der Portfoliosicht zeigt sich ein sinkender Substanzwert des Leasingunternehmens, der bei starker Verschlechterung des BIP um bis zu 1,18% fällt (Tabelle 4.4 und Abbildung 4.2).

5 Fazit

5.1 Zusammenfassung

Das Leasinggeschäft unterliegt einer asymmetrischen Ertrags- und Aufwandsverteilung, sodass der nach handelsrechtlichen Grundsätzen erstellte Jahresabschluss allein eine vollständige Beurteilung der Unternehmenssituation nicht zulässt. Die Substanzwertrechnung hingegen bezieht zusätzlich künftige Erträge und Aufwendungen aus dem bestehenden Vertragsbestand ein und legt so stille Reserven offen.

Durch die Berücksichtigung von unrealisierten Erträgen, die aufgrund des Vorsichtsprinzips in der Bilanz nicht geführt werden, unterliegt die Rechnung zusätzlichen, mit der unsicheren zukünftigen Entwicklung verbundenen Risiken. Durch eine Analyse der Geschäftspraxis von Leasinggebern stellt sich heraus, dass das größte Risiko vom Adressenausfall ausgeht, welches durch die Ausfallwahrscheinlichkeit von Leasingnehmern modelliert werden kann.

Abhängig von einer negativen konjunkturellen Entwicklung wird der erwartete Verlust für das Gesamtportfolio approximiert. Hierfür wird ein Modell aufgestellt, welches die Ausfallwahrscheinlichkeit von Unternehmen unterschiedlicher Branchen approximiert. Anschließend wird der Substanzwert unter Annahme einer negativen Entwicklung mittels Monte-Carlo-Simulation approximiert.

Die Untersuchungsergebnisse belegen deutliche Unterschiede im Schwankungsverhalten verschiedener Substanzwerte. Dabei spielt die Kombination aus Art des Stressszenarios und der Branche des Leasingnehmers eine entscheidende Rolle. Durch das Bilden eines Portfolios mit Verträgen verschiedener Branchen kann die unterschiedlich empfindliche Reaktion der Wirtschaftszweige ausgeglichen werden. Bei der Beurteilung der Stabilität des Substanzwertes seitens Dritter ist folglich die Einbeziehung der Branchenzugehörigkeit der Leasingnehmer sinnvoll.

Die Substanzwertrechnung ist ein Hilfsmittel zur Unternehmensbewertung. Trotz einer

hohen Akzeptanz und wachsender Bedeutung sowie des Versuchs einer möglichst realitätsgetreuen und angemessenen Einbeziehung von Risikovorsorgemaßnahmen, unterliegen die tatsächlich realisierten Werte unvorhersehbaren und unterschiedlich starken Schwankungen. Sofern diese Erkenntnisse bei ihrer Verwendung stets im Bewusstsein bleiben, steht mit der Substanzwertrechnung ein angemessenes Instrument der Unternehmensbewertung zur Verfügung.

5.2 Interpretation der Ergebnisse und kritische Würdigung

Bei der Interpretation der Ergebnisse sind die Einschränkungen des PD-Modells zu berücksichtigen. Mangels geeigneter Datenbasis wird ausschließlich der Einfluss der Branchenzugehörigkeit als unternehmensspezifischer Faktor auf die Ausfallwahrscheinlichkeit modelliert, nicht jedoch weitere potentiell wichtige Faktoren wie Unternehmensalter, Größe, Geschäftsform etc. Durch den für die Ermittlung der Risikoabschläge gewählten Ansatz wird zudem nur für große Portfolien mit einer Vielzahl homogener Unternehmen der erwartete Verlust approximiert. Eine gröbere Körnung des Portfolios verlangt die zusätzliche Beachtung von Klumpenrisiken.

Die Untersuchungen zeigen deutliche Unterschiede in der Verlässlichkeit des Substanzwertes. Die den verschiedenen Geschäftsmodellen inhärenten Risiken führen abhängig vom Stressszenario zu unterschiedlich starken Schwankungen. Die Empfindlichkeit der Reaktion hängt insbesondere nicht nur von der Branche, sondern auch von dem veränderten Umweltfaktor ab. Dabei wird jede Branche von einigen Faktoren stark und von anderen weniger stark beeinflusst. Dies bedeutet, dass es in Bezug auf Leasingnehmer keine „stabile Branche“ gibt.

Bei der Fremdkapitalvergabe sollten Refinanzierungspartner daher neben dem Substanzwert auch die Branchen der Leasingnehmer beleuchten. Ebenso sind auch Klumpenrisiken zu beachten, die zu einer vergrößerten mittleren Abweichung des realisierten Verlustes von seinem Erwartungswert führen. Der Heterogenität der Geschäftsmodelle verschiedener Leasingunternehmen und dem damit verbundenen unterschiedlichen Schwankungsverhalten der entsprechenden Substanzwerte kann durch die Höhe der Refinanzierungskosten Rechnung getragen werden.

In der Substanzwertrechnung sind Auswirkungen unrealisierter Geschäftsvorfälle akku-

muliert. Auch die Einbeziehung von Risikoabschlägen bietet keine Garantie der Realisation der erwarteten Erträge. Dieser Tatsachen sollten sich Entscheidungsträger stets bewusst sein. Trotz dieser Unsicherheit stellt der Substanzwert als Ergänzungsrechnung im Rahmen der Jahresabschlussanalyse ein geeignetes Kommunikationswerkzeug zur Unternehmensbewertung dar. Die Rechnung leistet entscheidende Hilfestellungen zur Beseitigung von Informationsasymmetrien und trägt so zur Reduktion von Refinanzierungskosten für Leasingunternehmen bei.

5.3 Ausblick

Seitens der Fremdkapitalgeber ist nicht nur die Höhe des Substanzwertes als Risikodeckungsmasse des Leasingunternehmens interessant, zusätzliche Aufmerksamkeit verdient auch dessen Schwankungsverhalten. Zu einer eingehenden Untersuchung der Sensibilität auch in Bezug auf die individuellen Eigenschaften von Leasingnehmern ist ein größerer Datenpool notwendig.

Vorstellbar ist beispielsweise die zentrale Sammlung von Daten und Erstellung von Statistiken über ausgefallene Leasingnehmer seitens des Bundesverbandes Deutscher Leasing-Unternehmen e.V. als Interessenvertreter der Leasinggeber. Auf Grundlage dieser Daten kann eine individuelle Ermittlung von Risikoabschlägen erreicht werden, die zusätzlich zur Glaubhaftigkeit des Substanzwertes beiträgt. Die auf Basis der Statistiken ermittelten Erkenntnisse über die zu erwartende Volatilität des Unternehmenswertes können ein besseres Verständnis des eingegangenen Risikos für den Fremdkapitalgeber vermitteln, Informationsasymmetrien weiter abbauen und so Refinanzierungskosten mindern.

Literaturverzeichnis

- [1] Marijan Nemet, *Gesetzliche Neuerungen - Herausforderungen für die Leasingbranche*, Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen, 63(2010),15, S.787-794.
- [2] H.E.Büschgen, *Praxishandbuch Leasing*, 1.Aufl., C.H.Beck Verlag, München, 1998, S. 366f.
- [3] Homepage des BDL: www.bdl-leasing-verband.de unter "Leasing A-Z"
- [4] Bundesverband Deutscher Leasing-Unternehmen e.V., *Substanzwertrechnung für Leasing-Gesellschaften unter HGB und IFRS*, Broschüre, Berlin, 2010.
- [5] Marijan Nemet, *Risikomanagement für Leasinggesellschaften*, 1.Auflage, Logopublic, München, 2010.
- [6] Étienne Pardoux, *Markov Processes and Applications*, Chapter 1, Wiley-Dunod, Chichester, 2009.
- [7] Paul Glasserman, Philip Heidelberger, Perwez Shahabuddin, *Efficient Monte Carlo Methods for Value-at-Risk*, Research Report, New York, 2000.
- [8] Josef Steinebach, *Zeitreihenanalyse*, Skript zur Vorlesung, Universität Köln, Köln, Wintersemester 2005/06.
- [9] Sönke Albers, Bernd Skiera, *Regressionsanalyse*, Beitrag in *Marktforschung. Grundlagen-Methoden-Anwendungen*, S. 205-236, Wiesbaden, 1999.
- [10] Winfried Stier, *Methoden der Zeitreihenanalyse*, Springer, 2001.
- [11] Carl Chiarella und Shenhuai Gao, *Type I Spurious Regression in Econometrics*, University of Technology Sydney, School of Finance and Economics, Working Paper No. 114, Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=880000>, Sydney, April 2002.
- [12] D. Ventosa-Santaulària, *Spurious Regression*, Journal of Probability and Statistics, vol. 2009, Article ID 802975, 27 pages, 2009. doi:10.1155/2009/802975

- [13] Michael P. Murray, *Econometrics - A modern Introduction*, Eddison Wesley Verlag, August 2005.
- [14] Jeff B. Cromwell, Michael J. Hannan, Walter C. Labys, Michel Terraza *Multivariate Tests for Time series Models*, A Sage University Sage Paper on Quantitative Applications in the Social Sciences, series no. 7-100, Sage Publications, Thousand Oaks, 1994.
- [15] Anindya Banerjee, Juan J. Dolado, Ricardo Mestre, *Error-Correction Mechanism Tests for Cointegration in a Single-Equation Framework*, 0143-9782/98/03 267-283, Journal of Time Series Analysis Vol. 19, No.3,S.267ff., Blackwell Publishers Ltd 1998.
- [16] Bundesministerium für Finanzen, *Verordnung über die angemessene Eigenmittelausstattung von Instituten, Institutgruppen und Finanzholding-Gruppen (Solvabilitätsverordnung-SolvV)*, 14. Dezember 2006.
- [17] Kai-Oliver Klauck, Claus Stegmann, *Stresstests in Banken - Von Basel II bis ICAAP*, Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart, Stuttgart, September 2006.
- [18] Georg von Pförtl, *Messung und Modellierung der Ausfallwahrscheinlichkeit von Krediten*,S.64-66, Schriftenreihe Finanzmanagement Band 29, Verlag Dr. Kovač, Hamburg, 2005.
- [19] Dr. Andreas Meister, *Numerik linearer Gleichungssysteme - Eine Einführung in moderne Verfahren*, Vieweg Verlag, Braunschweig/Wiesbaden, 1999.
- [20] Michael Boss, *Ein makroökonomisches Kreditrisikomodell zur Durchführung von Krisentests für das österreichische Kreditportfolio* erschienen im Finanzmarktstabilitätsbericht 4, S. 68-88, Oesterreichische Nationalbank, Wien, 2002.
- [21] Richard Harris, Robert Sollis, *Applied Time Series Modelling And Forecasting*, Wiley, 2003.
- [22] A.C. Harvey, *Ökonometrische Analyse von Zeitreihen*, R. Oldenbourg Verlag, München, 1994.

Anlagenverzeichnis

A univariate Regressionsergebnisse	61
B Modellerstellung mittels Elimination im Kointegrationstest	63
C Stresstestergebnisse	67

A univariate Regressionsergebnisse

Baubranche	aktuelle Werte x_t		gelagte Werte x_{t-1}	
	R^2	pValue	R^2	pValue
BIP	0.8519	0.0000	0.8297	0.0000
Arbeitslosenquote	0.2366	0.0296	0.0474	0.3565
Ausrüstungsinvestitionen	0.8157	0.0000	0.8207	0.0000
Private Konsumausgaben	0.6189	0.0000	0.6988	0.0000
Inflationsrate	0.3336	0.0076	0.2462	0.0261
Industrieproduktion	0.8516	0.0000	0.8140	0.0000
Dieselpreis	0.5290	0.0003	0.6250	0.0000
Zinssatz	0.6422	0.0000	0.4090	0.0024

Tabelle A.1: univariate Regressionsergebnisse der makroökonomischen Faktoren auf y_B

Verkehrsbranche	aktuelle Werte x_t		gelagte Werte x_{t-1}	
	R^2	pValue	R^2	pValue
BIP	0.2402	0.0283	0.2820	0.0160
Arbeitslosenquote	0.1558	0.0850	0.1100	0.1531
Ausrüstungsinvestitionen	0.2073	0.0437	0.2306	0.0321
Private Konsumausgaben	0.0837	0.2161	0.1015	0.1711
Inflationsrate	0.1503	0.0912	0.0462	0.3626
Industrieproduktion	0.2632	0.0207	0.2601	0.0216
Dieselpreis	0.0885	0.2028	0.0504	0.3413
Zinssatz	0.2621	0.0210	0.2065	0.0441

Tabelle A.2: univariate Regressionsergebnisse der makroökonomischen Faktoren auf y_V

A univariate Regressionsergebnisse

Gesundheitsbranche	aktuelle Werte x_t		gelagte Werte x_{t-1}	
	R^2	pValue	R^2	pValue
BIP	0.3149	0.0100	0.2928	0.0137
Arbeitslosenquote	0.0021	0.8481	0.0159	0.5962
Ausrüstungsinvestitionen	0.3781	0.0039	0.3562	0.0055
Private Konsumausgaben	0.1755	0.0660	0.2306	0.0321
Inflationsrate	0.2748	0.0177	0.4451	0.0013
Industrieproduktion	0.3590	0.0052	0.3473	0.0062
Dieselpreis	0.4547	0.0011	0.3994	0.0028
Zinssatz	0.1461	0.0963	0.0686	0.2645

Tabelle A.3: univariate Regressionsergebnisse der makroökonomischen Faktoren auf y_G

B Modellerstellung mittels Elimination im Kointegrationstest

Variable	Y_B		BIP		AQ		PKA		In		Pr		D		Z		Statistiken		
	y_{t-1}	Δx_t	x_{t-1}	Δx_t	Δx_{t-1}	x_{t-1}	Δx_t	x_{t-1}	Δx_t	x_{t-1}	Δx_t	R^2	t						
1. Koeffizient	-1.1630	0.0147	-0.1263	-0.0192	0.0431	-0.0026	-0.0249	4.3983	10.9463	n.a.	n.a.	0.0033	-0.0033	0.2126	0.2823	0.6933	-2.4245		
p-Wert	0.0598	0.9347	0.5041	0.9491	0.8679	0.9821	0.8919	0.7233	0.6223	n.a.	n.a.	0.9021	0.9013	0.8144	0.5006	0.6913	-3.1092		
2. Koeffizient	-1.1482	0.0192	-0.1371	n.a.	n.a.	-0.0119	-0.0260	3.2254	7.9865	n.a.	n.a.	0.0062	$7.97 \cdot 10^{-4}$	0.2723	0.2759	0.6897	-3.7372		
p-Wert	0.0171	0.8696	0.2660	n.a.	n.a.	0.8856	0.8562	0.7041	0.4764	n.a.	n.a.	0.6840	0.9240	0.6743	0.4122	0.6897	-3.7372		
3. Koeffizient	-1.1678	0.0057	-0.1491	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	3.2427	8.2599	n.a.	n.a.	0.0080	$7.85 \cdot 10^{-4}$	0.3073	0.2909	0.6897	-3.7372		
p-Wert	0.0046	0.9434	0.0609	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.6601	0.3959	n.a.	n.a.	0.4059	0.9003	0.4996	0.2167	0.6897	-3.7372		
4. Koeffizient	-1.1286	0.0146	-0.1281	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	6.5069	12.3187	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.1677	0.2160	0.6546	-3.8166		
p-Wert	0.0029	0.8026	0.0249	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.3030	0.1087	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.6290	0.1942	0.6546	-3.8166		

Tabelle B.1: Modellerstellung mittels Elimination im Kointegrationstest für die Baubranche mit Lags 0 und 1

Variable	Y_B		BIP		AQ		PKA		In		Pr		D		Z		Statistiken		
	y_{t-1}	Δx_{t-1}	x_{t-2}	R^2	t														
1. Koeffizient	-0.9795	0.0220	-0.1011	0.2331	-0.2512	-0.1036	-0.0479	-0.5574	-2.2333	n.a.	n.a.	0.0047	0.0198	0.2277	-0.0306	0.8302	-1.5781		
p-Wert	0.1754	0.8470	0.4212	0.2888	0.3539	0.3075	0.7660	0.9534	0.8897	n.a.	n.a.	0.7561	0.3591	0.7701	0.9521	0.8302	-1.5781		
2. Koeffizient	-0.9997	0.0214	-0.1011	0.2238	-0.2300	-0.0988	-0.0459	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.0034	0.0176	0.2214	-0.0143	0.8293	-2.0079		
p-Wert	0.0846	0.8144	0.2909	0.1904	0.1968	0.2173	0.7295	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.7277	0.1638	0.7105	0.9694	0.8293	-2.0079		
3. Koeffizient	-1.0572	0.0530	-0.0627	0.2751	-0.1412	-0.1036	-0.0796	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	-0.0024	0.0112	n.a.	n.a.	0.8028	-4.1081		
p-Wert	0.0026	0.4756	0.0826	0.0689	0.0937	0.0508	0.2590	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.7097	0.1700	n.a.	n.a.	0.8028	-4.1081		

Tabelle B.2: Modellerstellung mittels Elimination im Kointegrationstest für die Baubranche mit Lags 1 und 2

Variable	Y_V		BIP		AQ		PKA		In		Pr		D		Z		Statistiken		
	y_{t-1}	Δx_t	x_{t-1}	Δx_t	Δx_t	x_{t-1}	Δx_t	x_{t-1}	Δx_t	x_{t-1}	Δx_t	x_{t-1}	Δx_t	x_{t-1}	Δx_t	x_{t-1}	Δx_t	R^2	t
1. Koeffizient	-1.2779	0.1030	-0.0550	-0.0760	0.0356	0.1174	-3.3459	5.6735	n.a.	n.a.	0.0078	-0.1530	-0.1956	0.6756	-1.4424				
p-Wert	0.2226	0.7453	0.8782	0.8671	0.7786	0.5652	0.8205	0.8065	n.a.	n.a.	0.8348	0.9249	0.8487						
2. Koeffizient	-1.1715	0.0584	-0.0962	-0.1400	0.0305	0.0971	-0.9753	8.6265	n.a.	n.a.	0.0083	n.a.	n.a.	0.6671	-1.7212				
p-Wert	0.1360	0.6816	0.0928	0.5777	0.7568	0.5236	0.9221	0.5952	n.a.	n.a.	0.6569	n.a.	n.a.						
3. Koeffizient	-1.3055	0.0922	-0.0592	n.a.	0.0481	0.1257	0.4999	12.2231	n.a.	n.a.	-4.77 · 10 ⁻⁴	-0.0036	n.a.	0.6015	-2.3422				
p-Wert	0.0473	0.4582	0.1041	n.a.	0.5177	0.3370	0.9538	0.2769	n.a.	n.a.	0.9651	0.5787	n.a.						
4. Koeffizient	-0.8959	0.0400	-0.0939	-0.0724	-0.0047	0.0473	n.a.	0.1657	n.a.	n.a.	0.0053	0.0175	n.a.	0.6309	-1.6798				
p-Wert	0.1315	0.7427	0.0638	0.7192	0.9501	0.6961	n.a.	0.1464	n.a.	n.a.	0.5876	0.1452	n.a.						
5. Koeffizient	-1.3529	0.0659	-0.0866	-0.1687	0.0542	0.1249	0.4973	13.9314	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.6548	-2.7820				
p-Wert	0.0238	0.5903	0.0438	0.4296	0.3783	0.1819	0.9476	0.1592	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.						

Tabelle B.3: Modellerstellung mittels Elimination im Kointegrationstest für die Verkehrsbranche mit Lags 0 und 1

Variable	Y_V		BIP		AQ		PKA		In		Pr		D		Z		Statistiken		
	y_{t-1}	Δx_t	x_{t-1}	Δx_t	Δx_t	x_{t-1}	Δx_t	R^2	t										
1. Koeffizient	-1.2716	0.1221	-0.0269	-0.0449	-0.0330	-0.0356	3.8224	7.9351	n.a.	n.a.	-0.0051	0.0246	-0.5846	0.9797	-7.0416				
p-Wert	0.0021	0.0626	0.5896	0.5530	0.3164	0.4940	0.2863	0.2210	n.a.	n.a.	0.5175	0.0244	0.0736						
2. Koeffizient	-1.2323	0.0957	-0.0150	-0.0706	n.a.	n.a.	4.9327	10.9931	n.a.	n.a.	-0.0058	0.0209	-0.6859	0.9727	-7.3374				
p-Wert	3.27 · 10 ⁻⁴	0.0338	0.6448	0.3013	0.0035	0.0035	0.1239	0.0431	n.a.	n.a.	0.2128	0.0026	0.0106						

Tabelle B.4: Modellerstellung mittels Elimination im Kointegrationstest für die Verkehrsbranche mit Lags 1 und 2

Variable	Y_G		BIP		AQ		PKA		In		Pr		D		Z		Statistiken		
	y_{t-1}	Δx_t	x_{t-1}	Δx_t	R^2														
1. Koeffizient	-1.2826	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.0439	0.2053	-14.665	6.2428	-0.0552	-0.0225	0.0337	0.0086	0.1523	0.0172	0.8236	-3.0444		
p-Wert	0.0227	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.7919	0.4066	0.3306	0.7415	0.5669	0.8411	0.2497	0.8197	0.9048	0.9832				
2. Koeffizient	-1.3060	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.0469	0.1873	-15.572	5.5727	-0.0413	-0.0161	0.0299	0.0083	n.a.	n.a.	0.8200	-3.6131		
p-Wert	0.0069	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.4978	0.1778	0.2229	0.7025	0.3607	0.3892	0.0642	0.2545	n.a.	n.a.				
3. Koeffizient	-1.4985	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.0172	0.0764	-18.556	0.6140	n.a.	n.a.	0.0222	0.0076	n.a.	n.a.	0.7936	-4.9964		
p-Wert	$5.401 \cdot 10^{-4}$	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.7391	0.2307	0.0936	0.9553	n.a.	n.a.	0.0816	0.2649	n.a.	n.a.				

Tabelle B.5: Modellerstellung mittels Elimination im Kointegrationstest für die Gesundheitsbranche mit Lags 0 und 1

Variable	Y_G		BIP		AQ		PKA		In		Pr		D		Z		Statistiken		
	y_{t-1}	Δx_t	x_{t-1}	Δx_t	R^2														
1. Koeffizient	-1.6038	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.1003	0.3239	19.3713	43.6324	-0.0889	-0.0135	0.0124	0.0027	-0.2018	-0.1787	0.9193	-6.0179		
p-Wert	$9.49 \cdot 10^{-4}$	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.2339	0.0512	0.0569	0.0081	0.1283	0.7696	0.5246	0.8445	0.7518	0.5488				
2. Koeffizient	-1.4979	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.0902	0.2600	21.7300	43.4242	-0.0607	0.0014	n.a.	n.a.	-0.3528	-0.2308	0.9119	-7.3614		
p-Wert	$7.90 \cdot 10^{-5}$	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	0.0635	0.0054	0.0109	0.0020	0.0372	0.9280	n.a.	n.a.	0.2550	0.0528				

Tabelle B.6: Modellerstellung mittels Elimination im Kointegrationstest für die Gesundheitsbranche mit Lags 1 und 2

C Stresstestergebnisse

Szenario	Bau	Verkehr	Gesundheit	Portfolio
base case	7.854,19 €	7.854,19 €	7.854,19 €	23.562,56 €
$\tau \leq 0,0$	7.824,97 €	7.822,01 €	7.844,75 €	23.491,73 €
$\tau \leq -0,5$	7.820,11 €	7.815,72 €	7.843,27 €	23.479,10 €
$\tau \leq -1,0$	7.814,80 €	7.809,65 €	7.841,21 €	23.465,66 €
$\tau \leq -1,5$	7.809,57 €	7.803,92 €	7.839,82 €	23.453,31 €
$\tau \leq -2,0$	7.803,50 €	7.797,98 €	7.838,12 €	23.439,60 €
$\tau \leq -2,5$	7.797,99 €	7.791,34 €	7.836,98 €	23.426,31 €
$\tau \leq -3,0$	7.791,87 €	7.782,44 €	7.834,78 €	23.409,09 €
$\tau \leq -3,5$	7.785,51 €	7.776,75 €	7.831,74 €	23.393,99 €
$\tau \leq -4,0$	7.778,89 €	7.769,72 €	7.831,58 €	23.380,20 €
$\tau \leq -4,5$	7.772,58 €	7.760,48 €	7.828,18 €	23.361,23 €
$\tau \leq -5,0$	7.765,97 €	7.754,14 €	7.826,35 €	23.346,46 €
$\tau \leq -5,5$	7.759,76 €	7.746,88 €	7.824,27 €	23.330,90 €
$\tau \leq -6,0$	7.751,95 €	7.738,15 €	7.822,42 €	23.312,52 €
$\tau \leq -6,5$	7.746,03 €	7.730,27 €	7.820,48 €	23.296,77 €
$\tau \leq -7,0$	7.739,67 €	7.724,85 €	7.819,12 €	23.283,64 €
$Z \searrow_{0,25\%}$	7.822,23 €	7.460,99 €	7.565,09 €	22.848,31 €
$\Delta D \nearrow_{10\%}$	7.833,24 €	7.700,69 €	7.812,33 €	23.346,26 €
$\text{In} \nearrow_{5\%}$	7.839,64 €	7.703,49 €	7.593,75 €	23.136,88 €

Tabelle C.1: Ergebnisse des Stresstest

C Stresstestergebnisse

Szenario	Bau	Verkehr	Gesundheit	Portfolio
$\tau \leq 0,0$	-0,37%	-0,41%	-0,12%	-0,30%
$\tau \leq -0,5$	-0,43%	-0,49%	-0,14%	-0,35%
$\tau \leq -1,0$	-0,50%	-0,57%	-0,17%	-0,41%
$\tau \leq -1,5$	-0,57%	-0,64%	-0,18%	-0,46%
$\tau \leq -2,0$	-0,65%	-0,72%	-0,20%	-0,52%
$\tau \leq -2,5$	-0,72%	-0,80%	-0,22%	-0,58%
$\tau \leq -3,0$	-0,79%	-0,91%	-0,25%	-0,65%
$\tau \leq -3,5$	-0,87%	-0,99%	-0,29%	-0,72%
$\tau \leq -4,0$	-0,96%	-1,08%	-0,29%	-0,77%
$\tau \leq -4,5$	-1,04%	-1,19%	-0,33%	-0,85%
$\tau \leq -5,0$	-1,12%	-1,27%	-0,35%	-0,92%
$\tau \leq -5,5$	-1,20%	-1,37%	-0,38%	-0,98%
$\tau \leq -6,0$	-1,30%	-1,48%	-0,40%	-1,06%
$\tau \leq -6,5$	-1,38%	-1,58%	-0,43%	-1,13%
$\tau \leq -7,0$	-1,46%	-1,65%	-0,45%	-1,18%

Tabelle C.2: Ergebnisse des Stresstest: Substanzwertverluste im Vergleich zum base case

Erklärung

Ich versichere, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt habe, insbesondere sind wörtliche oder sinngemäße Zitate als solche gekennzeichnet.

Mir ist bekannt, dass Zuwiderhandlung auch nachträglich zur Aberkennung des Abschlusses führen kann.

Ort

Datum

Unterschrift