

Universität Leipzig
Fakultät für Mathematik und Informatik
Institut für Informatik

Nichtlineare Registrierung von
Diffusions-Tensor-Bildern

Diplomarbeit

Leipzig, September 2008

vorgelegt von
Düster, Maxim

Studiengang Medizininformatik

Betreuer:

Dr. A. Anwander (MPI für Kognitions- und Neurowissenschaften)

Prof. Dr. G. Scheuermann (Abteilung Bild- und Signalverarbeitung)

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Hintergrund	1
1.2	Aufbau der Arbeit	2
2	Diffusions-Tensor-Bildgebung	3
2.1	Messesequenzen	3
2.2	Physikalisches Modell	4
2.3	Berechnung des Diffusions-Tensors	5
2.4	Interpretation des Diffusions-Koeffizienten	5
2.5	Visualisierung	6
2.5.1	Schnittbilder	6
2.5.2	Traktografie	7
2.5.3	Tensor-Glyphen	8
2.6	Anwendungen	8
2.6.1	Diagnostik	8
2.6.2	Operationsplanung	9
2.6.3	Forschung	9
2.7	Weiterentwicklung des Verfahrens	9
2.7.1	Verbesserung der Bildqualität	9
2.7.2	Erhöhung der Winkelauflösung	10
3	Registrierung	11
3.1	Registrierung von Grauwertbildern	11
3.1.1	Aufgabenstellung	11
3.1.2	Klassifizierung der Methoden	12
3.1.2.1	Suchraum	12
3.1.2.2	Merkmalsraum	14
3.1.2.3	Suchstrategie	16
3.1.2.4	Klassifizierung nach Aufgabetypp	20
3.1.3	Nichtlineare Registrierung	22
3.1.3.1	Algorithmus von Thirion	22
3.1.3.2	Algorithmus von Vercauteren	27
3.2	Registrierung von Diffusionsbildern	28
3.2.1	Existierende Lösungen	28
3.2.1.1	Elastisches Matching	28
3.2.1.2	Schablonen-Matching (<i>template matching</i>)	29

3.2.1.3	Registrierung, basiert auf transformationsinvarianten Tensor-Charakteristiken	30
3.2.1.4	Viskoses-Fluid-Registrierung	32
3.2.1.5	Fluide Registrierung	33
3.2.2	Alternativer Ansatz	34
4	Reorientierung von Tensoren	35
4.1	Finite strain strategy (FS)	35
4.2	Small strain strategy	36
4.3	Preservation of principal direction (PPD)	37
4.4	Alternative FS-Methode	39
4.5	PPD-Methode für HARDI-Daten	39
4.6	Transformationen höherer Ordnung	40
5	Implementierung und Auswertung	41
5.1	Methoden der Tensor-Reorientierung	41
5.1.1	Beispiel-Verformung	41
5.1.2	Verformung durch <i>vdemon</i>	43
5.1.3	Verformung durch <i>MedINRIA</i>	44
5.2	Erweiterung der Registrierungsmethode nach Thirion	49
6	Zusammenfassung	64
	Anhang A Algorithmus von J.-P. Thirion und seine Erweiterung	65
A.1	Ursprünglicher Algorithmus	65
A.2	Erweiterung	65
	Anhang B Algorithmus von T. Vercauteren	67
B.1	Dämonen-Algorithmus	67
B.2	Iteration mit diffeomorphen Dämonen	67
	Anhang C PPD-Algorithmus	68
	Literaturverzeichnis	69
	Abbildungsverzeichnis	72
	Erklärung	73

1. Einleitung

1.1. Hintergrund

Viele Wissenschafts- und Ingenieursdisziplinen, wie Mikroskopie, medizinische Diagnostik, Astronomie oder Maschinenbau, nutzen die Methoden und Techniken der Bildverarbeitung, um bestimmte Objekte darzustellen, zu zählen, zu vermessen und Ähnliches.

Eine häufig genutzte Technik in der digitalen Bildverarbeitung ist die Bildregistrierung. Darunter versteht man Methoden, die es ermöglichen, zwei oder mehrere Bilder derselben Szene, oder zumindest ähnlicher Szenen, bestmöglich in Übereinstimmung miteinander zu bringen [1]. Mit anderen Worten, beim Registrierungsproblem geht es darum, eine Übereinstimmung zwischen den Punkten zweier oder mehrerer Bilder herzustellen.

Die Registrierung wird zum Beispiel in der Kartografie bei Erzeugung einer großen Karte aus mehreren Satellitenbildern angewandt oder beim Vergleich eines Röntgenbildes eines Prüfteils mit dem eines Referenzteils bei einem Röntgendurchleuchtungsverfahren, um eventuelle Abweichungen von der Norm herauszufinden.

Außerdem ist das Problem fundamental für das Computersehen, wo es bei der Lösung verschiedener Aufgaben auftritt, darunter die Erkennung von Änderungen in einer Bildreihe, Bewegungsanalyse, Zusammenfassung von Information von verschiedenen Sensoren oder Stereosehen. Eine enge Verbindung besteht zur Erkennung eines Objekts anhand seines Bildes. Denn verschiedene Registrierungsmethoden beinhalten solche Grundoperationen wie Konturerkennung, Segmentierung und Strukturbeschreibung, welche auch eine Basis für die Objekterkennung bilden.

Ein weiterer, für diese Arbeit wichtiger Anwendungsbereich ist die medizinische Bildgebung. Zum einen verfolgt man dabei das Ziel, Bilder, die von einer Person, aber aus verschiedenen bildgebenden Verfahren stammen (man spricht dabei von unterschiedlichen Modalitäten), aneinander anzugleichen. Zum anderen werden Bilder gleicher Modalität, die zu verschiedenen Personen gehören, miteinander registriert.

Beim ersten Ansatz will man aus den zusammengefügt Bildern neue Informationen gewinnen, die in den einzelnen Bildern ohne weiteres nicht vorhanden sind. So werden zum Beispiel in der neurologischen Tumorforschung benachbarte Hirnschnitte von Tieren mit verschiedenen Verfahren aufgenommen (beispielsweise Histologie, Autoradiografie) und daraus ein 3D-Modell rekonstruiert [2]. Das ermöglicht eine gleichzeitige Beobachtung verschiedener Eigenschaften des Tumors und dadurch dessen Untersuchung auf molekularer Ebene. Auf ähnliche Weise können zum Beispiel MRT- und PET-Bilder miteinander registriert werden. Das gibt zum Beispiel Antwort auf die Frage, in welchen Hirnregionen bestimmte Stoffwechselprozesse stattfinden.

Den zweiten Ansatz nutzt man zum Beispiel, um mehrere Bilder zu mitteln und

dadurch einen Standard zu erstellen, der in einen Atlas aufgenommen werden kann. Andere Bilder können dann mit diesem Standard verglichen und Unterschiede zwischen den Bildern/den Probanden festgestellt werden.

1.2. Aufbau der Arbeit

Im Kapitel 2 wird ein in der Medizin noch nicht so lange angewandtes Bildgebungsverfahren beschrieben, die Diffusions-Tensor-Bildgebung, das maßgeblich für diese Arbeit ist. Das nächste Kapitel befasst sich ausführlich mit dem Problem der Bildregistrierung. Es wird ein Überblick verschiedener Techniken gegeben, sowie zwei Algorithmen zur Registrierung skalarer (Grauwert-)Bilder aufgeführt. Danach wird auf die Nuancen eingegangen, die bei der Registrierung von Diffusions-Tensor-Bildern entstehen und mögliche Lösungen verschiedener Autoren vorgestellt. Ein weiterer, selbst entwickelter Algorithmus wird vorgeschlagen und analysiert.

Die Anwendung von Registrierungsmethoden auf Diffusions-Tensor-Bilder hat außerdem eine Neuorientierung der Diffusions-Tensoren zur Folge. Die Beschreibung der Methoden dazu wird im Kapitel 4 gegeben. Im Kapitel 5 werden alle dargestellten Methoden analysiert und Ergebnisse ausgewertet und im nächsten Kapitel die Arbeit zusammengefasst. Im Anhang werden einige der angewandten Algorithmen detaillierter angegeben.

2. Diffusions-Tensor-Bildgebung

Mit dem Begriff *diffusionsgewichtete Magnetresonanztomografie* wird eine Reihe von bildgebenden Verfahren bezeichnet, die mit Hilfe der Magnetresonanztomografie die Diffusionsbewegung von Wassermolekülen im Körpergewebe messen und darstellen [1]. Man verwendet es vor allem zur Untersuchung von Gehirnen, weil bestimmte Erkrankungen des zentralen Nervensystems das Diffusionsverhalten charakteristisch verändern. Die Verfahren werden mit DW-MRI abgekürzt (engl.: *diffusion-weighted magnetic resonance imaging*). Eine oft eingesetzte Variante davon ist die *Diffusions-Tensor-Bildgebung*, als DTI oder DT-MRI abgekürzt (engl.: *diffusion tensor imaging* bzw. *diffusion tensor magnetic resonance imaging*). Diese berücksichtigt die Richtungsabhängigkeit der Diffusion und ermöglicht dadurch Rückschlüsse auf den Verlauf von großen Nervenbahnen.

Die Methode ist nicht-invasiv, wie auch die “normale” MRT. Das heißt, sie erfordert keinen chirurgischen Eingriff, außerdem verwendet sie keine Kontrastmittel und keine potentiell schädliche ionisierende Strahlung. Die Messung wird dabei gegenüber der klassischen Variante deutlich zeitaufwändiger und es werden umfangreichere Daten erzeugt, denn pro Voxel wird nicht nur ein Zahlenwert ermittelt, der im Bild als Grauwert dargestellt wird, sondern ein Tensor (in dem Falle eine 3x3-Matrix), der verschiedene Aspekte des Diffusionsverhaltens beschreibt. Interpretation dieser Daten erfolgt dann mit Hilfe verschiedener Visualisierungsverfahren.

Die Entwicklung der Diffusions-Bildgebung begann in den 1980er Jahren. Heutzutage hat sie sich vor allem zur Schlaganfall-Diagnose etabliert, weil die betroffenen Hirnregionen dabei früher erkennbar sind als in der klassischen MRT. In den 1990er Jahren entstand dann die DTI. Sie wird heute zum großen Teil in der medizinischen Forschung genutzt, insbesondere zur Erforschung von Krankheiten, die mit Veränderungen der weißen Substanz zusammenhängen (zum Beispiel Alzheimer oder multiple Sklerose).

2.1. Messesequenzen

Die Diffusions-Bildgebung basiert auf den gleichen physikalischen Prinzipien wie die klassische MRT und wird auf ähnliche Weise durchgeführt. Bei einer Messequenz wird der Summenvektor zunächst um 90° in die xy -Ebene gekippt. Zur Diffusionswichtung wird dann kurzzeitig ein Gradientenfeld geschaltet, das die Feldstärke des äußeren Magnetfeldes in einer vorgegebenen Richtung variiert. Entlang dieser Richtung geraten Protonen (Wasserstoff-Kerne) aus der Phase, dadurch verschwindet die vorhin induzierte Spannung in der Messspule. Danach wird die Richtung der Kerne mit einem erneuten hochfrequenten Puls (180° -Puls) umgekehrt und das gleiche Gradientenfeld noch einmal eingeschaltet. Dadurch gelangen die magnetischen Momente wieder in Phase und es tritt erneut eine Spannung auf, das so genann-

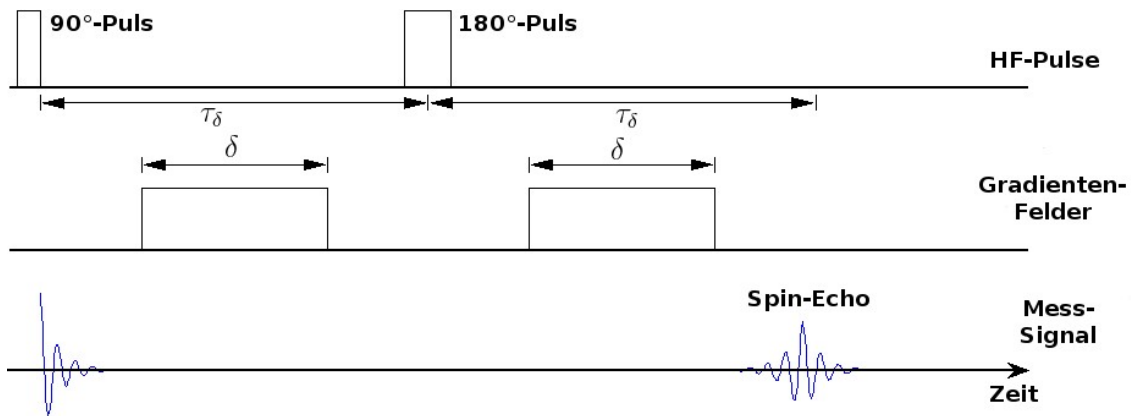


Abbildung 2.1.: Schema der Stejskal-Tanner-Sequenz für die DW-MRI

te Spin-Echo. Allerdings ist es schwächer als das Signal zu Beginn der Sequenz, da nicht alle Kerne wieder in Phase geraten, insbesondere diejenigen nicht, die sich während der Messung in Richtung des Gradientenfeldes bewegt haben. Das heißt, eine Diffusionsbewegung in dieser Richtung äußert sich in einer Abschwächung des Signals. Jedoch wird das Signal auch durch so genannte Spin-Spin-Wechselwirkungen abgeschwächt, Feldinhomogenitäten beeinflussen es dagegen nicht. Um nun den Einfluss der Diffusionsbewegung abschätzen zu können, ist zum Vergleich eine zweite Aufnahme notwendig, in der kein Gradient geschaltet wird.

Das Vorgehen ist in [Abbildung 2.1](#) schematisch dargestellt:

2.2. Physikalisches Modell

Zur Beschreibung der Richtungsabhängigkeit der Diffusion nutzt die DT-MRI das mathematische Modell der freien Diffusion, die in der Physik durch die Fick'schen Gesetze beschrieben wird. Das erste Fick'sche Gesetz lautet:

$$J = -D\nabla c. \quad (2.1)$$

Es zeigt die Abhängigkeit der Teilchenstromdichte J vom Konzentrationsgradienten ∇c . D ist der skalare Diffusionskoeffizient. In anisotropen Medien ist dieser richtungsabhängig und muss in obiger Gleichung daher durch den Diffusionstensor ersetzt werden – eine symmetrische 3x3-Matrix, die eine lineare Abbildung beschreibt.

Bei der Diffusions-Bildgebung wird die Selbstdiffusion von Wasser gemessen, das heißt die brownische Molekularbewegung, die von Wasser-Molekülen auf Grund ihrer thermischen Energie ständig ausgeführt wird. Sie ist nicht mit einem Konzentrationsgradienten verbunden, bildet jedoch die physikalische Grundlage für den durch die Fick'schen Gesetze beschriebenen Prozess und folgt dem gleichen mathematischen Modell. Streng genommen ist das beschriebene Diffusionstensor-Modell in der DT-MRI nicht anwendbar, weil hier keine freie Diffusion vorliegt, sondern die Molekularbewegung durch Hindernisse auf zellulärer Ebene eingeschränkt ist. Das Ziel des Verfahrens ist es, aus der Beobachtung dieser Einschränkung Rückschlüsse auf die Struktur des Gewebes zu ziehen, in dem das Wasser diffundiert.

Deswegen benutzt man in diesem Kontext einen genaueren Begriff, nämlich den des *apparent diffusion coefficient* (ADC). Das ist dem Namen nach ein “scheinbarer” Diffusions-Koeffizient, der nicht nur von der Richtung, sondern auch von der Diffusionslänge abhängt. Das heißt: Wird das Gradientenfeld nur so kurz geschaltet, dass der Großteil der Moleküle während dieser Zeit auf kein Hindernis trifft, erscheint die Diffusion frei; erhöht man die Diffusionszeit, zeigt sich die Einschränkung der Bewegung, der ADC nimmt ab. In technischen Anwendungen wird dieser Effekt genutzt, um durch Messungen mit variabler Diffusionszeit den Porendurchmesser von mikroporösen Stoffen zu ermitteln. In der Diffusions-Tensor-Bildgebung ist die Größenordnung der untersuchten Zellstrukturen bekannt, so dass die Diffusionszeit an sie angepasst werden kann. Somit kann man in der Praxis die Abhängigkeit des ADC von der Diffusionslänge ignorieren und spricht häufig weiterhin vereinfachend vom Diffusions-Koeffizienten.

2.3. Berechnung des Diffusions-Tensors

Die zentrale Gleichung der Diffusions-Tensor-Bildgebung (als Stejskal-Tanner-Gleichung bezeichnet) beschreibt die Abschwächung des Messsignals in Abhängigkeit von den Messparametern und dem Diffusions-Tensor:

$$A(g) = A_0 \cdot e^{-bg^T Dg} \quad (2.2)$$

Dabei steht $A(g)$ für die Signalstärke unter Wirkung eines Gradientenfelds in Richtung g , A_0 ist die Signalstärke einer ungewichteten Messung und b fasst die Messparameter zusammen. Der Diffusions-Tensor D beschreibt eine positiv semidefinite quadratische Form, die jeder Richtung g einen ADC zuordnet.

Nach der Messung sind $A(g)$, A_0 , g und b bekannt. Da die symmetrische Matrix D sechs Freiheitsgrade besitzt¹, müssen neben der ungewichteten noch mindestens sechs diffusionsgewichtete Messungen in verschiedenen Richtungen gemacht werden, um dann den vollständigen Diffusionstensor schätzen zu können. Da jedoch die Genauigkeit der Ergebnisse aufgrund von Rauschen und Messartefakten eingeschränkt ist, werden die Messungen meistens mehrmals wiederholt oder zusätzliche Richtungen herangezogen. Die Schätzung des Tensors kann dann beispielsweise nach der Methode der kleinsten Quadrate erfolgen.

Durch die hohe Zahl von Einzelmessungen erklärt sich der Zeitaufwand des Verfahrens, der, abhängig von der Anzahl der Schnittbilder, benötigter Genauigkeit und Feldstärke des Scanners, zwischen einigen Minuten und einer Stunde beträgt. Um äußere Bewegungen zu minimieren, gegen die das Verfahren sehr empfindlich ist, wird der Kopf des Probanden während dieser Zeit durch ein Gestell fixiert.

2.4. Interpretation des Diffusions-Koeffizienten

Die Beweglichkeit der Wasser-Moleküle im Hirngewebe ist durch Hindernisse, wie zum Beispiel Zellmembranen, eingeschränkt. Insbesondere können sich die Moleküle

¹Das heißt, es können 6 von 9 Elementen frei gewählt werden (nämlich die obere bzw. untere Dreiecksmatrix), die restlichen 3 sind dann wegen der Symmetrie der Matrix eindeutig bestimmt.

in Nervenfasern entlang der lang gestreckten Axone viel freier bewegen als quer zu ihnen. Die grundlegende Annahme bei der Interpretation von Diffusions-Tensor-Daten ist deshalb, dass die Richtung des größten Diffusions-Koeffizienten dem Verlauf der Nervenfasern entspricht.

Bei der Interpretation muss man berücksichtigen, dass die Axone mit einem Durchmesser im Mikrometer-Bereich deutlich unterhalb der Auflösung des Verfahrens liegen, die wenige Millimeter beträgt. Mit anderen Worten: Das gemessene Signal ist ein Mittelwert über ein bestimmtes Volumen, der nur dann aussagekräftig ist, falls das Gewebe innerhalb dieses Gebiets homogen ist. Deswegen können nur größere Nervenbahnen dargestellt werden. Außerdem sind die genauen Mechanismen, die dem beobachteten Diffusionsverhalten zugrunde liegen, noch nicht vollständig geklärt. Man geht davon aus, dass die Richtungsabhängigkeit sowohl die Moleküle innerhalb als auch jene außerhalb der Zellen betrifft und durch die Myelinisierung von Nervenfasern verstärkt, aber nicht allein verursacht wird [3].

Auch in Muskelfasern gibt es eine klare Vorzugsrichtung der Diffusionsbewegung. So wurde das Diffusions-Tensor-Modell zuerst mittels Messungen an Skelettmuskeln erprobt, da die Ergebnisse hier leicht zu verifizieren sind [4]. Aber auch der Aufbau des Herzmuskels von Säugetieren, in dem die Ausrichtung der einzelnen Fasern zwischen innerer und äußerer Wand um etwa 140° rotiert, konnte mittels Diffusions-Tensor-Messungen an isolierten Herzen von Versuchstieren sichtbar gemacht werden. In der Klinik jedoch spielt die DTI zur Untersuchung des Herzens keine Rolle, da wegen der hohen Bewegungsempfindlichkeit keine Messungen am schlagenden Herzen möglich sind.

2.5. Visualisierung

Die Tatsache, dass diffusionsgewichtete MR-Bilder keine Grauwerte enthalten, sondern Tensorinformationen, macht deren Visualisierung zu einer Herausforderung. Ein vollständiger Diffusions-Tensor-Datensatz enthält nämlich mehr Informationen als der Mensch durch eine einzige Abbildung aufnehmen könnte. Deshalb wurde eine Vielzahl von Techniken entwickelt, die sich jeweils auf Visualisierung bestimmter Aspekte der Daten beschränken und sich gegenseitig ergänzen. In der Praxis etabliert haben sich Darstellungen von *Schnittbildern*, *Traktografie*, sowie *Tensor-Glyphen*.

2.5.1. Schnittbilder

Um Schnittbilder darzustellen, werden die Diffusions-Tensoren auf einen Grau- oder Farbwert reduziert. Die Ergebnisse ähneln den Bildern traditioneller MRT und sind bei Radiologen sehr beliebt. Bereits einfache Grauwert-Darstellungen, etwa die des mittleren Diffusions-Koeffizienten, sind klinisch aussagekräftig und ermöglichen zum Beispiel die Diagnose von Schlaganfällen.

Darüber hinaus wird die Richtung des größten Diffusions-Koeffizienten häufig als Farbwert kodiert. Hierbei wird jeder der drei Achsen eine der Grundfarben rot, grün und blau zugeordnet, die bei dazwischen liegenden Richtungen gemischt werden. Mathematisch gesehen wird dabei das Intervall $[0, 1]$ (mögliche Werte der Koordinaten des normierten Hauptvektors) auf das Intervall $[0, 255]$ (mögliche Farbwerte)

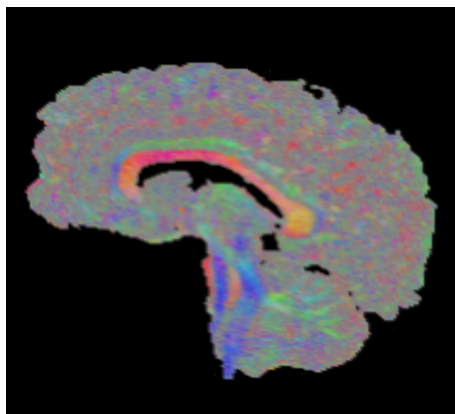


Abbildung 2.2.: Darstellung von Schnittbildern mit Farbkodierung

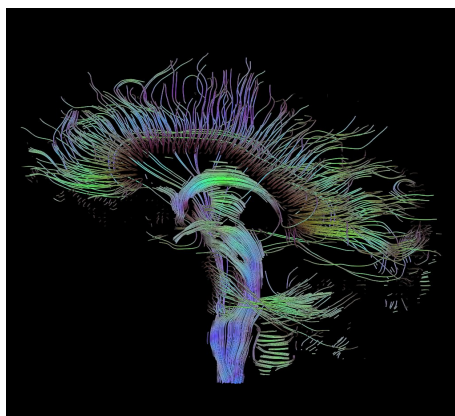


Abbildung 2.3.: Traktografische Darstellung

abgebildet. Voxel ohne klare Hauptrichtung erscheinen dadurch grau (siehe die Abbildung 2.2).

2.5.2. Traktografie

Unter Traktografie fasst man Verfahren zusammen, die den Verlauf größerer Nervenbahnen rekonstruieren. Üblich sind hierbei Darstellungen dreidimensionaler Linien, deren Verlauf der Richtung des größten Diffusions-Koeffizienten folgt [5]. Die Abbildung 2.3 zeigt beispielhaft alle Bahnen, die die Medianebene schneiden:

Die Tatsache, dass die Diffusions-Tensor-Bildgebung derzeit das einzige Verfahren ist, das eine nicht-invasive Darstellung der Nervenbahnen erlaubt, hat wesentlich zu ihrer Verbreitung beigetragen. Allerdings gibt es bislang kaum gesicherte Erkenntnisse darüber, inwiefern die Ergebnisse gängiger Traktografie-Verfahren mit dem tatsächlichen Verlauf der Nervenbahnen übereinstimmen. Denn selbst in Fällen, in denen im Nachhinein eine Sektion durchgeführt werden kann, verformt sich das Gehirn bei der Eröffnung des Schädels so stark, dass ein genauer Abgleich der Messergebnisse nicht mehr möglich ist.

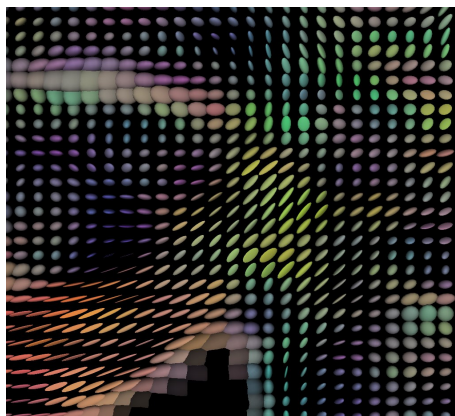


Abbildung 2.4.: Darstellung mit Diffusions-Ellipsoiden

2.5.3. Tensor-Glyphen

Als Glyphen bezeichnet man in der Visualisierung geometrische Körper, deren Form und Ausrichtung die gewünschte Information vermitteln. Die Tensor-Glyphen bieten die Möglichkeit, die in einem Diffusionstensor enthaltene Information vollständig darzustellen. Es kann jedoch in diesem Fall nur ein Ausschnitt der Daten gezeigt werden, da Glyphen eine gewisse Größe haben müssen und sich nicht verdecken dürfen, um erkennbar zu bleiben. Die am meisten genutzten Tensor-Glyphen sind Ellipsoide, deren Halbachsen mit der Stärke der Diffusion in der jeweiligen Richtung skaliert sind: Die längste Halbachse zeigt also in Richtung der stärksten Diffusion. Ist der Diffusions-Koeffizient in allen Richtungen etwa gleich, so ähnelt das Diffusions-Ellipsoid einer Kugel (siehe Abbildung 2.4).

2.6. Anwendungen

Die DT-MRI wird in verschiedenen Bereichen angewandt, hauptsächlich zur Unterstützung der *Diagnostik* und der *Operationsplanung*, sowie in der *Forschung*.

2.6.1. Diagnostik

Eine häufige Anwendung der diffusionsgewichteten MRT ist die Schlaganfall-Diagnostik. Es ist bekannt, dass das betroffene Hirngewebe oft schon nach wenigen Minuten geringere Diffusions-Koeffizienten aufweist als die gesunde Umgebung. Dieser Effekt wird damit erklärt, dass nach Ausfall der Natrium-Kalium-Pumpen im geschädigten Bereich extrazelluläre Flüssigkeit in die Zellen einströmt, wo ihre Diffusionsbewegung stärkeren Einschränkungen unterliegt. In herkömmlichen MRT-Bildern wird der Infarkt erst deutlich später sichtbar, manchmal erst nach 8 bis 12 Stunden. Und dieser Unterschied ist klinisch bedeutsam, da eine Thrombolyse-Therapie in der Regel nur innerhalb von drei Stunden nach Beginn des Infarkts sinnvoll ist.

2.6.2. Operationsplanung

Im Falle einer Operation am Gehirn und bei Bestrahlung von Hirntumoren ist es wichtig, die Nervenbahnen so weit wie möglich zu erhalten, da ihre Verletzung in der Regel zu bleibenden Funktionsausfällen führt. Die Diffusions-Tensor-Bildgebung kann dabei helfen, vorab die Lage der Nerven festzustellen und bei der Operations- bzw. Bestrahlungsplanung zu berücksichtigen. Da sich allerdings das Gehirn während des Eingriffs verformt, ist es mitunter sinnvoll sein, eine Operation zu unterbrechen, um eine erneute Aufnahme anzufertigen. Die DT-Bildgebung gibt zudem Hinweise darauf, ob ein Tumor bereits in eine Nervenbahn eingedrungen ist und kann in einigen Fällen die Einschätzung unterstützen, ob eine Operation überhaupt gute Aussichten auf Erfolg hat.

2.6.3. Forschung

Die Diffusions-Tensor-Bildgebung wird zunehmend in medizinischen und kognitions-wissenschaftlichen Studien als Forschungsinstrument erprobt. Es wurde zum Beispiel gezeigt, dass Alterungsprozesse einen signifikanten Einfluss auf DT-Bilder haben. Auch einige neurologische und psychiatrische Krankheiten finden ihren Ausdruck in DT-MRI-Daten, etwa multiple Sklerose, Epilepsie, Morbus Alzheimer, Schizophrenie und HIV-Enzephalopathie. Die Neurowissenschaft nutzt zudem stochastische Traktografie-Verfahren², die Hinweise auf Nervenverbindungen zwischen bestimmten Hirnarealen liefern [6]. Die Diffusions-Tensor-Bildgebung wird hierbei bisweilen auch komplementär zur funktionellen Magnetresonanztomografie³ eingesetzt.

Derartige Studien befinden sich allerdings zum großen Teil noch in einem relativ frühen Stadium. Die Methoden, mit denen sie die DTI-Daten weiterverarbeiten und auswerten, sind noch nicht hinreichend vereinheitlicht und führen bisweilen zu widersprüchlichen Ergebnissen. Deshalb ist noch nicht abschließend geklärt, in welchem Ausmaß die Diffusions-Tensor-Bildgebung zur Aufklärung von Struktur und Erkrankungen des Gehirns beitragen wird.

2.7. Weiterentwicklung des Verfahrens

Das Verfahren kann und muss weiter verfeinert und verbessert werden, um breitere Anwendung in der Medizin zu finden.

2.7.1. Verbesserung der Bildqualität

Die Bildqualität bei diffusionsgewichteten MRT-Messungen ist häufig eingeschränkt. Die gegenüber traditioneller MRT höhere Anfälligkeit gegen Störungen erklärt sich

²Hier untersucht man den Grad der Verbundenheit zweier Areale A und B , ausgedrückt als Anteil der Fasern, die in A starten und in B ankommen; das Maß ist demnach per Definition nicht symmetrisch.

³Hierbei werden Stoffwechselvorgänge, die aufgrund von Aktivität entstehen, sichtbar gemacht. Rückschlüsse auf den Ort einer Aktivität können dann in Form von Wahrscheinlichkeiten berechnet werden.

aus dem oben beschriebenen Messverfahren: Einerseits äußert sich die Diffusionsbewegung in einer Abschwächung des gemessenen Signals, das somit stärker vom Rauschen der Mess-Apparatur beeinflusst wird. Andererseits benötigt man eine große Zahl von Einzelmessungen und nutzt meist zeitsparende Mess-Sequenzen wie das *echo planar imaging*, um den Gesamtaufwand und die Belastung des Patienten vertretbar zu halten. Doch gerade diese Sequenzen führen besonders häufig zu Artefakten.

Diese Probleme kann man zum einen durch Nachbearbeiten der Messdaten im Computer entschärfen, wodurch die Störungen zum Teil korrigiert werden können. In der radiologischen Forschung wird außerdem nach neuen MRT-Sequenzen gesucht, die weniger fehleranfällig sind.

2.7.2. Erhöhung der Winkelauflösung

Die Beschreibung des Diffusionsverhaltens innerhalb eines Voxels durch das Diffusions-Tensor-Modell ist nur dann annähernd korrekt, wenn die Diffusion eine einzige Hauptrichtung besitzt. Somit stößt es in Voxeln, in denen Nervenbahnen sich kreuzen oder auffächern, an seine Grenzen. In vergangenen Jahren wurden daher Ansätze entwickelt, bei denen in sehr vielen (30–60, manchmal sogar mehr) verschiedenen Richtungen diffusionsgewichtete Aufnahmen gemacht werden, um komplexes Diffusionsverhalten besser erfassen zu können. Derartige Verfahren bezeichnet man mit der Abkürzung HARDI (engl.: *high angular resolution diffusion imaging*, also “Diffusions-Bildgebung mit hoher Winkelauflösung”). An der Modellierung, Visualisierung und Interpretation dieser Daten wird zurzeit noch geforscht.

3. Registrierung

3.1. Registrierung von Grauwertbildern

Zurzeit existiert eine große Anzahl von Registrierungsmethoden, die für jeweils unterschiedliche Einschränkungen/Bedingungen für Ausgangsdaten erarbeitet wurden. Diese Einschränkungen entstehen bei Betrachtung konkreter Aufgabenstellungen auf natürliche Weise und variieren je nach Aufgabe. Allerdings können sich die Methoden auch bei gleichen Einschränkungen erheblich unterscheiden, deswegen müssen sie nach bestimmten von der Aufgabenstellung unabhängigen Merkmalen klassifiziert werden. Dieser Aspekt wird im Abschnitt 3.1.2 angesprochen. Zunächst soll aber die klassische Aufgabenstellung beim Registrierungsproblem dargestellt werden.

3.1.1. Aufgabenstellung

Bei der Registrierungsaufgabe geht man von zwei gegebenen Bildern aus:

$$I_1: S \rightarrow \mathbb{R}, I_2: T \rightarrow \mathbb{R}, S, T \subset \mathbb{R}^d, \quad (3.1)$$

wobei d für die Dimension der Bilder steht und in den meisten Fällen gleich 2 ist. In den biomedizinischen Anwendungen werden allerdings Volumenbilder benutzt, also $d = 3$.

Das Registrierungsproblem besteht nun in der Findung einer räumlichen Abbildung $g: S \rightarrow T$ und einer Transformation der Helligkeit (der Grauwerte) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, die es ermöglichen, ein Bild so gegenüber dem anderen zu transformieren, dass korrespondierende Punkte in den beiden Bildern übereinstimmen:

$$I_1(x) = f(I_2(g(x))), x \in S, g(x) \in T. \quad (3.2)$$

Koordinatensysteme zweier Bilder können sich infolge der Änderungen bei der Aufnahme, der Kameradrehung und der Bewegung des zu fotografierenden Objekts unterscheiden. Deshalb gilt als Hauptaufgabe die Reduzierung der Bilder auf ein gemeinsames Koordinatensystem. Die Notwendigkeit der Berücksichtigung der Helligkeitstransformation entsteht infolge einer eventuellen Beleuchtungs-, einer saisonalen Änderung oder Tagesänderungen. Sowohl die räumliche als auch die Helligkeitstransformation kann auch dadurch verursacht werden, dass die zu registrierenden Bilder von verschiedenartigen Sensoren stammen (Multimodalität). Da die Gleichung (3.2) in der Praxis nur ungefähr erfüllt sein kann, kann die folgende Größe als Qualitätskriterium für die gegebene räumliche und Helligkeitstransformation dienen:

$$C_1(g, f) = \int_{x \in S} [I_1(x) - f(I_2(g(x)))]^2 dx. \quad (3.3)$$

Es wird die folgende Definition eingeführt. Die Punkte, für die die entsprechenden Positionen in beiden Bildern identifiziert wurden, nennen wir Stützpunkte. Weil die Stützpunkte durch die räumliche Transformation genau abgebildet werden sollen, bilden sie die Bedingungen, denen die räumliche Transformation genügen soll:

$$x'_i = g(x_i), i = 1, \dots, N, \quad (3.4)$$

wobei x_i und x'_i die korrespondierenden Stützpunkte im 1. und 2. Bild sind, N die Zahl der Paare der Stützpunkte. Abweichungen bei der Abbildung der Stützpunkte können dabei zur Bewertung der Genauigkeit der Transformation genutzt werden:

$$C_2(x) = \sum_{i=1}^N \|x'_i - g(x_i)\|^2. \quad (3.5)$$

Noch vor einigen Jahrzehnten wurde die Auswahl und die Zuordnung der Stützpunkte per Hand von einem menschlichen Operateur durchgeführt. Später, bei halbautomatischen Methoden, musste der Operateur die Punkte nur zuordnen, während die Auswahl der Stützpunkte und deren genaue Koordinatenbestimmung von Computerprogrammen gemacht wurde. Die zuletzt entwickelten Methoden sind vollautomatisch und bedürfen keines menschlichen Eingriffs.

Somit reduziert sich die Aufgabe der Registrierung zweier Bilder auf die Findung einer räumlichen Transformation g und einer Helligkeitstransformation f , die das Minimum einer Zielfunktion ergeben, die durch die Gleichungen (3.3) bzw. (3.5) gegeben ist.

3.1.2. Klassifizierung der Methoden

Ein häufig benutztes Klassifizierungsschema, das die ganze Vielfalt existierender Registrierungsmethoden einheitlich beschreibt, beinhaltet die drei wichtigsten Charakteristiken: den *Suchraum* oder die zulässige räumliche und Helligkeitstransformation, das *Merkmalsraum* oder den Typ der verwendeten charakteristischen Bildelemente und die *Strategie* der Suche nach einer optimalen Lösung. Die drei Charakteristiken sind nicht unabhängig voneinander. So engt die Auswahl der konkreten charakteristischen Bildelemente den möglichen Suchraum erheblich ein, und diese beiden Charakteristiken legen zu einem großen Teil die Suchstrategie fest.

3.1.2.1. Suchraum

Die allgemeine Aufgabenstellung bei der Registrierung impliziert die Notwendigkeit der Suche nach einer räumlichen Transformation g und einer Helligkeitstransformation f , die das Minimum einer bestimmten Zielfunktion ergeben. Natürlich ist die Suche nach so einem Minimum für beliebige Funktionen g und f unmöglich, so dass die Notwendigkeit entsteht, die Klasse der möglichen Transformationen festzulegen, also den Suchraum anzugeben. In der Mehrzahl der Arbeiten, die sich mit dem Thema der Registrierung befassen, wird die Suche nach der Helligkeitstransformation nicht durchgeführt. Das hat zwei Gründe: entweder ist a priori bekannt, dass diese Transformation identisch ist, oder die entwickelten Methoden sind invariant gegenüber einer Helligkeitstransformation. Solche Methoden sind nötig, denn

die Transformation kann auch inhomogen sein, das heißt, verschiedene Bildbereiche unterliegen unterschiedlicher Helligkeitstransformation. Die Transformation selbst kann dann, wenn sie später gebraucht wird, nach der Registrierung der Bilder bestimmt werden.

Die wichtigste Aufgabe ist also das Finden der räumlichen Transformation, die durch eine von drei Möglichkeiten beschrieben werden kann: globale Transformation, lokale Transformation, Verschiebungsfeld.

Als *globale Transformation*, die eine gemeinsame Abbildung der gesamten Fläche des einen Bildes auf das andere angibt, können Bewegungs-, Ähnlichkeits-, affine oder auch Projektionstransformationen dienen. Manche Autoren benutzen auch polynomielle Abbildungen. Die Projektionsabbildung wird durch die Gleichungen

$$x' = \frac{a_0x + a_1y + a_2}{a_3x + a_4y + 1}, y' = \frac{a_5x + a_6y + a_7}{a_3x + a_4y + 1} \quad (3.6)$$

definiert und ist als einzige der aufgeführten Abbildungen nicht linear in ihren Parametern. Die affine Transformation wird durch dieselben Gleichungen beschrieben, wobei die Koeffizienten a_3 und a_4 auf 0 gesetzt sind. Für Volumenbilder kann sie in der Matrixform folgendermaßen geschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Somit kann die affine Abbildung als Spezialfall der Projektionsabbildung oder als polynomielle Abbildung 1. Grades aufgefasst werden. Ein Spezialfall der affinen Transformation ist wiederum die Ähnlichkeitsabbildung (zum Beispiel Skalierung), die auch die Bewegungsgruppe (Rotation und Translation) beinhaltet.

Wenn die räumliche Transformation zwischen den Bildern nicht durch eine einheitliche globale Abbildung beschrieben werden kann oder das Modell der globalen Abbildung nicht bekannt ist, kommen andere Methoden der Transformationsbeschreibung in Frage.

Die *lokale Transformation*, die manchmal auch elastische Abbildung genannt wird, wird wie globale Transformation angegeben, deren Parameter von den räumlichen Koordinaten abhängen. Diese Parameter werden oft nur an bestimmten Schlüsselpunkten festgelegt und dann auf das ganze Gebiet interpoliert. Neben der kontinuierlichen Abhängigkeit der Parameter von den räumlichen Koordinaten kann auch eine diskrete Abhängigkeit verwendet werden, bei der die Parameter in bestimmten Bildbereichen konstant bleiben, aber von einem Bereich zum anderen sich ändern können. Diese Situation ist charakteristisch für Volumenszenen, wo jede einzelne Fläche eine eigene Projektionsabbildung ergibt, die durch die Gleichung (3.6) beschrieben wird.

Das *Verschiebungsfeld*, das auch optischer Fluss genannt wird, gibt für jeden Punkt einen Verschiebungsvektor, der angibt, wie weit ein Punkt verschoben werden muss, um zum korrespondierenden Punkt im zweiten Bild zu gelangen. Der optische Fluss wird als eine oft kontinuierliche Funktion betrachtet, die optimiert werden soll

und bestimmten Einschränkungen unterliegt. Das Verschiebungsfeld wird in den Fällen benutzt, wo die globale Transformation nicht vorhanden ist und die Verschiebungen selbst nicht allzu groß sind. Dann wird die Gesamttransformation $g(x)$ folgendermaßen durch das Verschiebungsfeld $u(x)$ ausgedrückt:

$$g(x) = x + u(x), \quad x \in S, \quad g(x) \in T. \quad (3.8)$$

Der optische Fluss kann sowohl in expliziter Form genutzt werden (als Abhängigkeit $u(x)$) als auch in bestimmter Parametrisierung. Als so eine Parametrisierung können zum Beispiel Fourier-Reihen dienen:

$$u(x) = \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \mu_{jk} e^{-i \cdot \langle x, \omega_{jk} \rangle}, \quad (3.9)$$

wobei μ_{jk} der zweidimensionale komplexwertige Vektor der Koeffizienten der Fourier-Reihe, N Breite und Höhe des Bildes in Pixel sind, $\omega_{jk} = \left[\frac{2\pi j}{N}, \frac{2\pi k}{N} \right]^T$ und $\langle \cdot, \cdot \rangle$ das Skalarprodukt bezeichnet.

Das Problem, in dessen Rahmen die Registrierungsaufgabe gelöst wird, erlegt erhebliche Einschränkungen auf die geometrische Transformation auf. So werden in medizinischen Anwendungen oft entweder dreidimensionale affine Transformationen oder kontinuierliche Verschiebungsfelder benutzt, während im Bereich des Stereosehens ein Verschiebungsfeld seine Anwendung findet, dessen einzige Komponente entlang der epipolaren Linien gerichtet ist, das Feld kann dabei auch diskret sein.

Einschränkungen der räumlichen Transformation können noch verstärkt werden, wenn einige vereinfachende Einnahmen eingeführt werden. Bei Bildern aus der Luft- und Raumfahrt beispielsweise beschränkt man sich oft auf eine globale affine Transformation. Die Projektionskomponente und eventuelle lokale Abweichungen von der globalen Transformation werden vernachlässigt. Im Bereich des Stereosehens wird angenommen, dass eine globale Transformation nicht vorhanden ist und die Gleichungen für epipolare Linien bekannt sind. Bedingt durch solche vereinfachenden Annahmen wird das Registrierungsproblem nur annähernd gelöst oder es werden bestimmte Forderungen an die technischen Geräte gestellt, mit deren Hilfe die Bilder konstruiert werden.

Viel öfter als die räumliche Transformation werden deren mögliche Koeffizientenwerte beschränkt, das heißt, man betrachtet nicht den ganzen Suchraum, sondern einen Ausschnitt davon. Eine der am weitesten verbreiteten Beschränkungen dieser Art ist die Beschränkung des möglichen Unterschieds in den Maßstäben zweier Bilder. Weil der Skalenfaktor erheblich von der 1 abweichen kann (insbesondere für Bilder, die von verschiedenen Sensoren stammen), erfordern Registrierungsmethoden die Angabe dessen ungefähren Wertes. Deswegen bleibt die Entwicklung universellerer Methoden eine aktuelle Aufgabe.

3.1.2.2. Merkmalsraum

Der nächste wichtige Bestandteil einer Registrierungsmethode ist der Typ der benutzten charakteristischen Bildmerkmale. Nach diesem Kriterium unterscheidet man

zwischen flächenorientierten und elementorientierten Methoden. Im 1. Fall sind die Bildmerkmale die Pixel/Voxel selbst mit den entsprechenden Intensitätswerten. Im 2. Fall können als charakteristische Merkmale Umrisspunkte, Struktur- oder geometrische Elemente und Ähnliches dienen. Dabei gibt jedes Bildelement einen Stützpunkt an. Bei den flächenorientierten Methoden sind die Hauptinformation die Intensitätswerte der Pixel/Voxel, deshalb reduziert sich die Aufgabe auf die Minimierung der Zielfunktion, die durch die Gleichung (3.3) oder analoge Gleichungen angegeben wird. Im Falle von elementorientierten Methoden ist das Ziel die Zuordnung der Stützpunkte zueinander, das heißt, man will die Gleichung (3.5) minimieren.

Verschiedene Sichten existieren bezüglich der Frage, welcher Ansatz nun aussichtsreicher ist. Verschiedene Autoren weisen auf unterschiedliche Vor- und Nachteile der beiden Methoden hin.

So werden flächenorientierte Methoden als die allgemeinsten angesehen, da sie keine Annahmen über den Bildkontext machen. Außerdem können mit deren Hilfe die besten Registrierungsergebnisse erzielt werden, weil dabei die ganze Bildinformation effektiv genutzt werden kann. Bei Bedarf können zur Betonung einzelner Details binäre Masken oder andere Gewichtungsprozeduren eingeführt werden, was zu einer größeren Robustheit dieser Methoden führt. Jedoch wird bei flächenorientierten Methoden die bildinvariante Information von der Information, die sich von Bild zu Bild ändert, nicht getrennt, was ihre Nutzung in einer Reihe von Anwendungen erschwert. Durch die Benutzung des ganzen Volumens der Ausgangsdaten sind sie sehr rechenintensiv und auch die Suche nach einer globalen Transformation mit einer großen Parameterzahl gestaltet sich dadurch oft schwierig.

Registrierung unter Benutzung von Strukturelementen verschiedener Art gilt als weniger rechenintensiv, denn die Dimension der Ausgangsdaten ist bei diesem Ansatz stark reduziert. Da die Strukturelemente nicht direkt die Bildintensitäten nutzen, sind sie viel robuster gegenüber bestimmten Unterschieden in den Bildern, wie Änderung der Beleuchtung, des Sensortyps und anderes. Allerdings ist die Bestimmung solcher Bildmerkmale selbst eine schwierige Aufgabe. Für viele Klassen von Bildern kann das ein ernsthafter Nachteil sein, denn die Registrierungsgenauigkeit ist dann eventuell nicht höher als wenn die ursprüngliche Auswahl der Stützpunkte durchgeführt werden würde, aber es geschieht mit einem höheren Aufwand. Die Zahl der Strukturelemente und die Positionsgenauigkeit der zugehörigen Stützpunkte sind meistens begrenzt, so dass die Elemente keine Information über die lokalen Verschiebungen tragen und die globale Transformation, die mit deren Hilfe berechnet wurde, ziemlich grob sein kann.

Bei den elementorientierten Methoden ist ein wichtiger Aspekt der Aufbau einer adäquaten Beschreibung des Bildes. Beim Aufbau dieser Beschreibung muss die relevante Information über den Bildinhalt ausgegliedert werden. Das ist die Information, die nicht von den Aufnahmebedingungen abhängt, sondern räumliche Zusammenhänge zwischen den physischen Objekten der Szene widerspiegelt. Deshalb spielen elementorientierte Methoden eine große Rolle in Sachen der Bildinterpretation und -verständnisses, und die Effizienz dieser Methoden, angewandt an ein bestimmtes Bildmodell, kann als Kriterium der Modelltauglichkeit dienen.

Man kann versuchen, die Vorzüge beider Ansätze auszunutzen, indem zunächst

eine ungenaue, dafür aber robuste Registrierung mit einer elementorientierten Methode durchgeführt und dann mit einer flächenorientierten Methode die globale Transformation präzisiert und das Verschiebungsfeld bestimmt wird. Eine andere Herangehensweise ist es, ein Mehrebenensystem der Bildregistrierung aufzubauen, wobei verschiedene Darstellungen eines Bildes mit jeweils höherem Abstraktionsgrad verwendet werden. Aber auch bei solchen Systemen gibt es eine Freiheit für die Wahl der charakteristischen Bildmerkmale für jede Ebene. Zum Beispiel können bei flächenorientierten Methoden die einzelnen Pixel zu Flächen vereinigt werden, die dann als Schablonen für die Registrierung genutzt werden. Um kontinuierliche Deformationsfelder zu erhalten, verwendet man theoretische Modelle, bei denen jedes Pixel seine eigene Verschiebung haben kann. Bei elementorientierten Methoden ist die Wahl noch größer. So verwendet man zur Konturendarstellung eines Bildes unter anderem Mengen von Punkten, die an der Grenze der Helligkeitsunterschiede liegen, des Weiteren die Grenzen der Bildbereiche mit einer homogenen Textur und so weiter.

3.1.2.3. Suchstrategie

Die letzte Charakteristik einer Registrierungsmethode ist die Suchstrategie, bestehend aus dem Kriterium der Qualitätsbewertung der Abbildung (Optimalitätskriterium) und dem Optimierungsalgorithmus, die im Weiteren näher beschrieben werden.

Optimalitätskriterium. Das Kriterium der Qualitätsbewertung der Abbildung ist von der Wahl der charakteristischen Bildmerkmale abhängig. Weil die räumlichen Koordinaten die wichtigsten Charakteristiken von Strukturelementen sind, findet die Methode der kleinsten Quadrate in diesem Zusammenhang eine breite Anwendung (siehe Gleichung (3.5)). In diese Gleichung können weitere Summanden hinzugefügt werden, falls die Strukturelemente neben den räumlichen Koordinaten zusätzliche Merkmale besitzen. Als solche Merkmale können beispielsweise Orientierungswinkel und geometrische Abmaße fungieren, die dann nach der Anwendung der richtigen Transformation für die entsprechenden Strukturelemente übereinstimmen sollen. Da bei weitem nicht alle Strukturelemente in zwei Bildern miteinander identifiziert werden können, wird das Kriterium (3.5) nur an die Elemente angewandt, wo diese Identifizierung erfolgreich war. Damit die Lösungen mit unterschiedlichen Zahlen der erfolgreichen Identifizierungen miteinander vergleichbar sind, muss das Qualitätskriterium einen Summand beinhalten, der diese Zahlen berücksichtigt.

Im Falle, das Umrisspunkte als charakteristische Bildmerkmale verwendet werden, basiert das Optimalitätskriterium oft auf der so genannten *distance map*. Die *distance map* ist eine Abbildung einer Menge der Umrisspunkte in den Bildraum. Sei $T \subset \mathbb{R}^d$ wieder der Definitionsbereich des 2. Bildes (siehe Gleichung (3.1)) und $\Xi' = \{x'_i | x'_i \in T\}$ die Menge der Umrisspunkte auf diesem Bild. Dann wird die *distance map* wie folgt definiert:

$$D(x') = \min_{x'_i \in \Xi'} \{\|x' - x'_i\|\}, x' \in T. \quad (3.10)$$

3. Registrierung

Das Kriterium der Abbildungsqualität wird nun folgendermaßen durch die distance map ausgedrückt:

$$C_3(g) = \sum_{i=1}^N D^2(g(x_i)), \quad x_i \in \Xi, \quad (3.11)$$

wobei $\Xi = \{x_i | x_i \in S\}$ die Menge der Umrisspunkte auf dem 1. Bild ist. Die Gleichung (3.11) unterscheidet sich von der Gleichung (3.5) nur dadurch, dass man bei der Berechnung die Zuordnung zwischen den charakteristischen Bildmerkmalen nicht kennen muss, diese Zuordnung wird für die gegebene Transformation automatisch festgelegt. Die Gleichung (3.11) kann verallgemeinert werden für den Fall, dass die Umrisspunkte orientiert sind. Orientierung bedeutet dabei die Richtung des Gradientenvektors in einem Punkt. Die Verwendung von orientierten Umrisspunkten ermöglicht es, die tatsächliche räumliche Transformation genauer zu bestimmen.

Das Kriterium der kleinsten Quadrate wird auch für flächenorientierte Methoden breit angewandt. Dabei wird jedoch die mittlere quadratische Abweichung der Intensitäten minimiert (siehe Gleichung (3.3)). Falls bestimmte apriorische Einschränkungen der räumlichen Transformation vorhanden sind, können in die Funktion, die das Qualitätskriterium beschreibt, entsprechende Summanden hinzugefügt werden. Eine der weit verbreiteten Einschränkungen in biomedizinischen Anwendungen ist die Einschränkung der linearen Elastizität, die das Optimalitätskriterium wie folgt abändert:

$$C_4(g, f) = \int_{x \in S} [I_1(x) - f(I_2(g(x)))]^2 dx + \int_{x \in S} \|Lg(x)\|^2 dx, \quad (3.12)$$

wobei $Lg(x) = -\alpha \nabla^2 g(x) - \beta \nabla(\nabla \cdot g(x)) + \gamma$. Durch diese Einschränkung werden stetige, kontinuierliche Transformationen bevorzugt.

Manchmal wird bei flächenorientierten Methoden der Korrelationskoeffizient dem Kriterium der kleinsten Quadrate vorgezogen. Die Lage des Korrelations-Maximums bestimmt eine optimale Verschiebung zwischen den Fragmenten des 1. und des 2. Bildes, wodurch ein paar Stützpunkte für die Registrierung gegeben sind. Dabei wird bei der Berechnung der Kreuzkorrelation mit Hilfe der FFT (schnelle Fourier-Transformation; engl.: *fast Fourier transform*) eine gute Leistung erzielt.

Zur Konstruierung robusterer flächenorientierter Algorithmen werden Qualitätskriterien herangezogen, die invariant gegenüber einer Helligkeitstransformation sind. Eine aussichtsreiche Methode ist ein informationstheoretischer Ansatz, der auf der Maximierung der wechselseitigen Information (auch Transinformation; engl.: *mutual information*) beruht. Die wechselseitige Information für zwei Bilder berechnet sich bei gegebener räumlicher Transformation wie folgt:

$$I(I_1(x), I_2(g(x))) = H(I_2(g(x))) - H(I_2(g(x)) | I_1(x)), \quad (3.13)$$

wobei $H(X) = - \sum_{x \in X} p(x) \log p(x)$ die Entropie der Zufallsgröße X mit der Verteilung der Wahrscheinlichkeitsdichte $p(X)$ misst. Da in der Gleichung (3.13) nicht die Übereinstimmung der entsprechenden Pixel-/Voxelintensitäten nach der Anwendung der räumlichen Transformation wichtig ist, sondern die Vergrößerung der

Wahrscheinlichkeit für ein gemeinsames Auftreten beliebiger Intensitätspaare, ist die wechselseitige Information invariant gegenüber einer Helligkeitstransformation. Registrierungsmethoden, die auf der Maximierung der wechselseitigen Information beruhen, unterscheiden sich in Art und Weise, wie die Wahrscheinlichkeitsdichten $p(I_1(x))$ und $p(I_2(g(x)))$ sowie die Entropie H geschätzt werden. Bei Berechnung der lokalen Entropie eines Bildes in einem Fenster wird in einer Reihe von Arbeiten (zum Beispiel [7]) vorgeschlagen, die Zahl verschiedener Intensitätsniveaus als eine schnell zu bestimmende Schätzung zu nutzen.

Ein wichtiges Mittel zur Verbesserung der Zuverlässigkeit der Registrierung ist die Verwendung einer symmetrischen Qualitätsfunktion. Die in den Gleichungen (3.3), (3.5), (3.11) und (3.12) verwendeten Qualitätsfunktionen $C(I_1(x), I_2(g(x)))$ sind nicht symmetrisch in dem Sinne, dass deren Minima im Allgemeinen nicht mit denen der Funktion $C(I_2(y), I_1(h(y)))$ übereinstimmen (dabei ist $y = g(x)$, $h(x) = g^{-1}(x)$). Mit anderen Worten, das Ergebnis der Registrierung hängt von der Reihenfolge der Bilder ab. Das hängt mit Mehrdeutigkeiten zusammen, die durch eine große Anzahl von lokalen Minima bedingt sind, deren Zahl mit der Vergrößerung der Dimension der globalen Transformation steigt. Wie in einigen Arbeiten (etwa [8]) gezeigt worden ist, führt die Verwendung einer symmetrischen Funktion zur Verringerung der Zahl der lokalen Minima und also auch zur Verbesserung der Registrierung. Eine Möglichkeit, eine symmetrische Funktion zu konstruieren, ist die gleichzeitige Lösung der direkten und der inversen Aufgabe, das heißt die Findung eines Transformationenpaares $g(x)$ und $h(y)$, die die folgende Funktion minimieren:

$$C_5(g, h) = C(I_1(x), I_2(g(x))) + C(I_2(y), I_1(h(y))) + \int_{x \in S} \|g(x) - h^{-1}(x)\|^2 dx + \int_{y \in T} \|h(y) - g^{-1}(y)\|^2 dy. \quad (3.14)$$

Die Wahl der Zielfunktion legt fest, ob ein lokales Extremum immer der richtigen räumlichen Transformation für die gegebene Klasse der Bilder entspricht, das heißt, es legt die Korrektheit der Registrierungsmethode fest. Die Komplexität der Zielfunktion hat einen unmittelbaren Einfluss auf die Geschwindigkeit des Registrierungsalgorithmus. Von der Wahl der Zielfunktion (des Qualitätskriteriums) hängt auch die Zahl der lokalen Extrema ab, die falschen Lösungen entsprechen, was die Komplexität des Optimierungsalgorithmus und die Wahrscheinlichkeit für die Wahl einer falschen Lösung bestimmt.

Optimierungsalgorithmus. Da die Qualitätsfunktion der räumlichen Transformation viele lokale Extrema haben kann, ist ein Optimierungsalgorithmus für die Suche nach einem globalen Extremum dieser Funktion notwendig. Nur in dem Fall, dass die Zuordnung zwischen den Stützpunkten von einem menschlichen Operateur vorgenommen wurde, besteht die Möglichkeit, die räumliche Transformation ohne Suche im Parameterraum zu bestimmen. Dazu differenziert man die Gleichung (3.5) nach Transformationsparametern, setzt die Terme gleich 0 und löst das entstandene Gleichungssystem:

$$\frac{\partial C(\vec{a})}{\partial a_i} = 2 \sum_{k=1}^N \left\langle g(x_k, \vec{a}) - x'_k, \frac{\partial g(x_k, \vec{a})}{\partial a_i} \right\rangle = 0. \quad (3.15)$$

Hier ist \vec{a} der Vektor der Transformationsparameter, bestehend aus M Komponenten, $i = 1, \dots, M$. Falls die Transformation linear ist, ist auch das Gleichungssystem linear und kann zum Beispiel mit der Gauß-Methode in der Zeit $O(M^2)$ gelöst werden.

Wenn die Qualitätsfunktion der Korrelations-Natur ist, können die Methoden des Gradientenanstiegs und -abstiegs als Optimierungsalgorithmus verwendet werden. Die Funktionsweise dieser Methoden besteht in der Ausrechnung der partiellen Ableitungen der Qualitätsfunktion im entsprechenden Punkt, in der Bestimmung der Richtung mit dem größten Wachstum der Funktion und im anschließenden Übergang zum nächsten Punkt, der in der ermittelten Richtung in bestimmter Entfernung liegt. Dieser Ansatz ermöglicht es, nur eine geringe Anzahl der Punkte im gesamten Suchraum zu betrachten, jedoch müssen für seine Anwendung zwei Voraussetzungen erfüllt werden: die Qualitätsfunktion muss differenzierbar sein bzw. ihr Gradient muss berechenbar sein, außerdem muss ein Anfangspunkt gegeben sein, der hinreichend nahe am globalen Extremum liegt. Die letztere Bedingung ist nötig, um genau zum globalen Extremum zu gelangen, denn sonst kann auch ein lokales Extremum gefunden werden.

Beim Bestimmen des Verschiebungsfeldes für regulär im Raum angeordnete Punkte können Ansätze verfolgt werden, bei denen nacheinander immer höhere Harmoniken der Fourier-Transformation für das Verschiebungsfeld $u(x)$ bestimmt werden (siehe Gleichung (3.9)). Mit diesem Verfahren wird der Suchraum in Unterräume aufgeteilt und die Aufgabe wird einzeln für jedes Unterraum gelöst, was es ermöglicht, eine mehrdimensionale Aufgabe auf mehrere Aufgaben niedrigerer Dimension zu reduzieren. Beim Übergang zu höheren Harmoniken werden Koeffizienten bei niedrigeren Harmoniken nur ein wenig präzisiert.

Falls zur Bewertung der Abbildungsqualität nach Gleichung (3.5) verschiedenartige Strukturelemente herangezogen werden, ist es notwendig, diese Elemente im Bilderpaar einander zuzuordnen. Hier sind zwei Ansätze möglich. Der erste besteht in Betrachtung der Punkte im Raum der Transformationsparameter. Für jede zu betrachtende Transformation wird die Identifikation der Strukturelemente durchgeführt und die Qualitätsfunktion bewertet. Vorzuziehen ist jedoch der zweite Ansatz, bei dem die zu betrachtende Hypothese die Zuordnung von Strukturelementen ist. Für jeden Satz solcher Zuordnungen lässt sich über das Gleichungssystem (3.15) eine räumliche Transformation finden, deren Qualität nach (3.5) bewertet wird.

Die Menge aller möglichen Kombinationen verschiedener Zuordnungen, die einen Suchbaum bilden, hängt exponentiell von der Zahl der Strukturelemente ab, deshalb ist das vollständige Durchsuchen nur in einer begrenzten Anzahl der Fälle zulässig. Breitere Anwendung finden stochastische Methoden oder solche Methoden wie dynamisches Programmieren, Verfahren der simulierten Abkühlung oder genetische Algorithmen. All diese Methoden haben gemein, dass aussichtslose Zweige im Suchbaum auf die eine oder andere Weise abgeschnitten werden, wodurch die Operationsgeschwindigkeit gesteigert, aber eventuell eine nichtoptimale Transformation ausgewählt wird. Eine Reduzierung der Suche wird auch durch Heranziehen von weiteren Merkmalen der Strukturelemente (neben den räumlichen Koordinaten) erreicht, zum Beispiel können für Geradenabschnitte solche Merkmale der Orientierungswinkel und die Länge sein. Das erlegt zusätzliche Einschränkungen auf

mögliche Zuordnungen auf.

Das Ziel bei der Wahl des Optimierungsalgorithmus ist ein Kompromiss zwischen der Laufzeit der Registrierungsmethode und der Wahrscheinlichkeit für das Finden des globalen Extremums. Eine Art, wie beide Parameter verbessert werden können, ist die Anwendung der Techniken mit variablem Auflösungsvermögen. Die Funktionsweise solcher Methoden besteht in sukzessiver Anwendung der Registrierungsmethode, wobei die Auflösung der Bilder stufenweise verändert wird, von grob zu fein. Bei jeder Iteration werden Ergebnisse genutzt, die bei vorheriger Iteration erhalten wurden. Weil bei einer groben Auflösung die Zahl der Punkte in einem Bild stark reduziert ist, kann der Suchraum bei der Suche nach dem globalen Extremum detaillierter eingesehen werden, was viel weniger Zeit in Anspruch nimmt als beim Durchsehen der ursprünglichen Bilder. Bei feineren Auflösungsstufen wird der Suchraum nur in der Nähe des Punktes abgesucht, der bei dem Schritt vorher gefunden wurde. Außerdem, da das Rauschen hauptsächlich hochfrequentes Spektrum hat, wird es bei Verringerung der Auflösung stark unterdrückt. Auch feine Details, die erheblich von Bild zu Bild variieren, verschwinden. Das führt zur Verringerung der Zahl und der Tiefe von lokalen Maxima der Qualitätsfunktion. Das wiederum vergrößert die Verlässlichkeit der Registrierungsmethode, wenn diese Technik angewandt wird.

Eine der Hauptanforderungen an Registrierungsmethoden ist die Registrierungsgenauigkeit, das heißt der mittlere (oder maximale) Abstand zwischen einander entsprechenden Punkten. Häufig muss die Registrierung mit Subpixelgenauigkeit durchgeführt werden. Diese Anforderung ist für viele Anwendungen aktuell: Feststellen von Änderungen, Vereinigung von Daten, Berechnung der Entfernungen und so weiter.

In verschiedenen Methoden werden unterschiedliche Ansätze zur Steigerung der Genauigkeit verfolgt, aber sie beruhen alle auf Interpolation. Die Interpolation erweitert auf natürliche Weise Techniken mit variablem Auflösungsvermögen. Sie kann auch dazu verwendet werden, eine genauere Lage der Maxima auf dem Gradientenfeld zu bestimmen, das heißt, Umrisspunkte mit reellen Koordinaten zu erhalten und auf deren Basis geometrische Elemente zu konstruieren, die präzisere Parameter besitzen.

Klassische Methoden der Interpolation sind bilineare und bikubische Interpolation, Interpolation mit harmonischen Funktionen und bikubische Splines. Bikubische Interpolation wird bevorzugt, weil sie einen Kompromiss zwischen der Qualität und der Rechengeschwindigkeit darstellt.

Bei Registrierung von Bildern aus der Industrie wird die Präzision oft durch Benutzung spezieller Marker als Bilddetails gesteigert, deren Koordinaten dank ihrer regelmäßigen Form sich mit großer Genauigkeit messen lassen.

3.1.2.4. Klassifizierung nach Aufgabetyt

Eine Alternative für die Klassifizierung der Registrierungsmethoden ist die Betrachtung des Problems, in dessen Rahmen die Registrierungsaufgabe gelöst wird. Oft werden 3 Aufgabenarten hervorgehoben: *Datenvereinigung*, *Bewegungseinschätzung* und *Feststellen erheblicher Änderungen*.

Beim ersten Aufgabentyp ist das Hauptziel die Unterdrückung vom Rauschen durch Mittelung (oder einen raffinierteren Prozess) einer Serie von registrierten Bildern. Falls die Bilder alle von demselben Sensortyp stammen, wird bei Entwicklung der Registrierungsmethoden von der Datenidentität ausgegangen, was die Registrierungsprozedur erheblich vereinfacht. Die Datenvereinigung tritt auch auf, wenn zwei Bilder miteinander registriert werden, die mit Hilfe unterschiedlicher Sensoren entstanden sind. Das ist typisch für die Fernerhebung von Daten und biomedizinische Anwendungen.

Im Falle der Fernerhebung von Daten müssen oft optische und infrarote Bilder registriert werden und in biomedizinischen Anwendungen MRT- und CT-Bilder. Bei Datenvereinigung kann als Bild nicht nur visuelle Information (Grauwerte) verwendet werden, sondern zum Beispiel auch Vektoren-Information. Somit entstehen bei Registrierung verschiedenartiger Bilder erhebliche Schwierigkeiten, die in jedem konkreten Fall auf eigene Art gelöst werden.

Die Hauptschwierigkeit für flächenorientierte Methoden ist die Tatsache, dass verschiedene Oberflächentypen beim Wechsel des Sensortyps unterschiedlich die Helligkeiten verändern. Somit lässt sich die Veränderung der Pixelintensitäten nicht durch eine einheitliche Helligkeitstransformation beschreiben. Noch stärker kann sich die Textur ändern. Außerdem können Bilder unterschiedliche Mikrostruktur besitzen. So sind zum Beispiel SAR-Bilder⁴ anfällig gegenüber dem so genannten Speckle-Rauschen, wodurch selbst Pixel konstanter Helligkeit Intensitätswerte in einem sehr breiten Bereich annehmen [9]. Derartige Besonderheiten müssen entweder bei der Registrierung berücksichtigt werden oder erfordern eine Vorbearbeitung.

Auch bei Entwicklung elementorientierter Methoden treten bestimmte Probleme auf. Sie hängen mit der Notwendigkeit zusammen, unterschiedliche Methoden für Detektion derselben Details auf Bildern unterschiedlicher Art zu entwickeln. Die Details selbst, die durch verschiedene Methoden detektiert wurden, können starke Unterschiede aufweisen, was zur Verringerung der Registrierungsgenauigkeit führt. Die unterschiedliche Art der Bilder führt dazu, dass Details, die auf einem Bild vorhanden sind, das mit einem Sensor zustande gekommen ist, auf einem anderen Bild, das mit Hilfe eines anderen Sensors entstanden ist, fehlen können. Das hat als Folge die Schrumpfung der Zahl der Typen charakteristischer Bildmerkmale, die zur Registrierung verwendet werden können.

Beim Problem der Bewegungsdetektion (2. Kategorie) ist es das Ziel, die Verschiebung von Festkörpern vor einem Hintergrund einzuschätzen. Je nach Aufgabe können die Körper selbst starr sein (zum Beispiel im Stereosehen) oder ihre Position von Bild zu Bild ändern. Im letzteren Fall sind typische Anwendungen für solche Registrierungsmethoden die Kodierung von Videoinformation, Zielverfolgung und Herstellung autonomer Fahrzeuge. Daraus ist ersichtlich, dass ein wichtiger Aspekt der Registrierungsmethoden die Recheneffizienz ist. In diesem Zusammenhang gibt es erhebliche Einschränkungen für die Ausgangsdaten: gleiche Kameras für Bilderzeugung, vergleichsweise geringe Verschiebung der Kameras und kleines Intervall zwischen den Zeitpunkten der Bildaufnahmen. Hinsichtlich des Registrierungsproblems drückt sich das darin aus, dass die Helligkeitstransformation nahezu

⁴SAR = *synthetic aperture radar*, liefert eine zweidimensionale Darstellung eines Geländeauschnitts durch Abtastung der Erdoberfläche mit elektromagnetischen Wellen

identisch ist, Bilder die gleiche Auflösung haben, die globale Transformation sich auf geringfügige Verschiebungen und Rotationen beschränkt und es keine gravierenden Veränderungen gibt.

Die 3. Kategorie beinhaltet die Feststellung großer Unterschiede, wo die größte Schwierigkeit dadurch entsteht, dass Bildobjekte selbst sich stark verändern können zusammen mit Veränderungen der Aufnahme- und Beleuchtungsrichtung. Da die festzustellenden Unterschiede oft Strukturcharakter haben und zu deren Detektion die Konstruktion und anschließender Vergleich von geometrischen Objekten nötig sind, werden hier meistens elementorientierte Methoden angewandt. Die Wahl von konkreten Bildelementen hängt vom Kontext der zu registrierenden Bilder ab. So sind in der Industrie runde Marken beliebt, bei der Untersuchung von Bildern aus der Luft- und Raumfahrt sind es Fragmente von Geraden, Ecken, Kreuzungen und Polygone.

Bei einigen Anwendungen jedoch ist eine Angabe von Bildbereichen, wo Änderungen stattgefunden haben, hinreichend. In diesen Fällen wird die Entscheidung darüber, ob Änderungen vorhanden sind oder nicht, aufgrund von statistischen Kriterien im lokalen Gebiet getroffen (zum Beispiel Korrelationskoeffizient oder Anzahl der wechselseitigen Information). Die Registrierung wird dabei mit flächenorientierten Methoden durchgeführt unter Anwendung eines Qualitätskriteriums, das zu dem analog ist, mit welchem über das Vorhandensein von Änderungen entschieden wurde.

3.1.3. Nichtlineare Registrierung

Im Abschnitt 3.1.2 wurden unter anderem affine Transformationen kurz besprochen. Charakteristisch für diese Art von Transformationen ist ihre Linearität, weil die Abhängigkeit der Koordinaten eines Punktes vor und nach der Transformation linear ist. Wie dort auch erwähnt wurde, können mit Hilfe solcher Transformationen Translationen, Rotationen, Skalierungen und Scherungen beschrieben werden.

Oft ist aber die Verformung viel komplizierter und kann nicht durch eine lineare Transformation ausgedrückt werden. Dann kommen andere Ansätze zum Einsatz, also die nichtlinearen. Anstatt eine globale oder auch lokale Transformationen explizit anzugeben, werden hier vielmehr Verschiebungsfelder genutzt.

Im Weiteren werden zwei Methoden der nichtlinearen Registrierung vorgestellt, die oft zitiert wurden und in verschiedenen Software-Produkten umgesetzt worden sind.

3.1.3.1. Algorithmus von Thirion

Der erstere Algorithmus stammt von J.-P. Thirion und wurde in [10] beschrieben. In diesem Paper merkt er an, dass viele Konzepte aus der Thermodynamik erfolgreich in der Informationstheorie und der Bildverarbeitung angewandt werden konnten und zur Konstruktion neuer Registrierungsmethoden bzw. zur neuen Sichtweise auf bereits bekannte Methoden geführt haben. Zum Beispiel ist die Glättung mit einem Gauß-Filter mit Parameter σ äquivalent zur Ausbreitung der Hitze in einem homogenen Stoff für eine Zeitdauer, die von σ abhängig ist. Der Autor schlägt nun einen neuen, originellen Ansatz vor, der auch aus der Analogie mit thermodynamischen

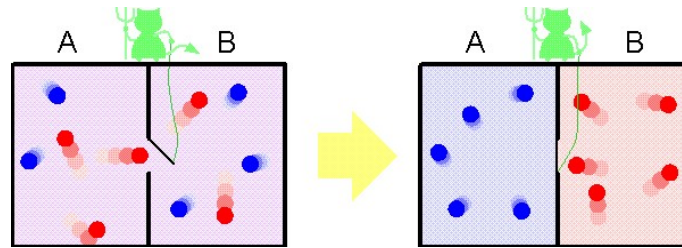


Abbildung 3.1.: Illustrierung der Arbeitsweise des maxwellschen Dämons

Konzepten heraus entstanden ist.

Die Grundidee ist es, die Grenzen der Objekte in einem Bild als halbdurchlässige Membranen aufzufassen und das andere Bild, betrachtet als ein verformbares Gittermodell, durch diese Schnittstellen diffundieren zu lassen (mit Hilfe von Effektoren⁵, die in den Membranen platziert sind).

Zusätzlich wird das Konzept des so genannten *maxwellschen Dämons* ins Spiel gebracht, wodurch sich dieser Ansatz von ähnlichen verformbaren Modellen, die auf Anziehungskraft basieren, unterscheidet.

Maxwellscher Dämon. Das Konzept des Dämons wurde im 19. Jahrhundert von J.C. Maxwell eingeführt, um ein Paradoxon der Thermodynamik zu demonstrieren (siehe dazu Abbildung 3.1). Angenommen, wir haben einen Behälter mit einem Gasgemisch in seinem Inneren. Das Gas besteht aus zwei Typen von Partikeln: a und b (zum Beispiel kalt und heiß, im Bild blau und rot). Der Behälter sei durch eine halbdurchlässige Membran in zwei Hälften unterteilt. In dieser Membran sitzt ein ‘Dämon’, der zwischen den beiden Partikeltypen unterscheiden kann. Er lässt Partikel des Typs a nur auf die Seite A der Membran durch und entsprechend die Teilchen des Typs b nur auf die Seite B . Irgendwann sammeln sich alle ‘kalten’ Teilchen auf der Seite A und alle ‘heißen’ in der anderen Hälfte. Das bedeutet aber, dass die linke Hälfte abgekühlt bzw. die rechte Hälfte erwärmt wurde, ohne dass dem System zusätzliche Energie zugeführt worden wäre. Anders gesagt, die Entropie im System verringert sich, was dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik widerspricht⁶.

Die Lösung des Paradoxons besteht darin, dass der Dämon zum Unterscheiden der Teilchen Energie von außen braucht. Erst dadurch ist die Trennung von kalten und heißen Partikeln und die damit verbundene Verminderung der Entropie möglich.

Anwendung auf Bildregistrierung. Seien zwei Bilder gegeben: ein Modellbild M und ein Referenzbild S , das heißt, M soll so verformt werden, dass es S am ähnlichsten sieht. M soll ein verformbares Gitter sein, dessen Ecken mit ‘innen’ und ‘außen’ markiert werden können. Wir nehmen auch an, dass die Konturen eines Objekts O in S eine Membran sind und verteilen Dämonen entlang dieser Konturen. Die Dämonen agieren lokal und schieben das Modell M in das Objekt O hinein, falls

⁵Elemente, die eine gewünschte Aktion oder einen Effekt hervorrufen und so ihre Umgebung manipulieren

⁶Der Satz besagt in einer Formulierungsvariante, dass die Entropie in abgeschlossenen Systemen nicht kleiner werden kann.

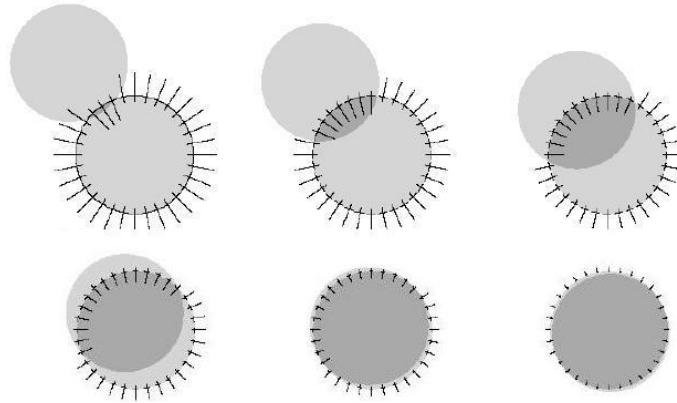


Abbildung 3.2.: Iterationen im Diffusionsmodell mit Dämonen in einem einfachen Fall

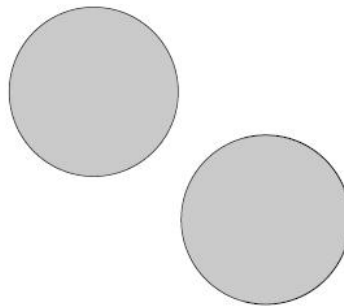


Abbildung 3.3.: Beispiel, bei dem die dämonenbasierte Technik nicht funktioniert

der entsprechende Punkt in M mit ‘innen’ markiert ist, und nach außen, falls er die Markierung ‘außen’ hat.

Die Abbildung 3.2 zeigt einige Iterationen bei Registrierung zweier gleicher Kreise. Die dämonenbasierte Methode kann jedoch nicht immer angewandt werden, zum Beispiel, wenn die Kreise sich anfangs nicht schneiden (Abbildung 3.3). Eine Methode, die auf Anziehungskräften basiert, würde aber funktionieren. Es gibt aber auch Fälle, wo die letztere Methode in ein lokales Minimum geraten kann, während die Dämonen-Technik in diesem Fall das korrekte Ergebnis liefern würde (siehe Abbildung 3.4).

Wie bereits angedeutet, bedarf das Diffusions-Modell eines iterativen Schemas. Das Ziel hier ist es, eine Familie von Transformationen $\{T_0, T_1, \dots, T_n\}$ zwischen dem Raum \mathcal{M} des Modellbildes M und dem Raum \mathcal{S} des Referenzbildes S zu finden. In jedem Schritt entsteht aus der verformten Version $T_i(M)$ des Modellbildes M $T_{i+1}(M)$, bewirkt durch ‘innere’ Kräfte f_{int} ⁷ und ‘äußere’ Kräfte f_{ext} ⁸. Das Schema ist in Abbildung 3.5 veranschaulicht.

⁷Erzeugt durch Beziehungen zwischen den Punkten des Modells.

⁸Erzeugt durch Wechselwirkung zwischen $T_i(M)$ und S .

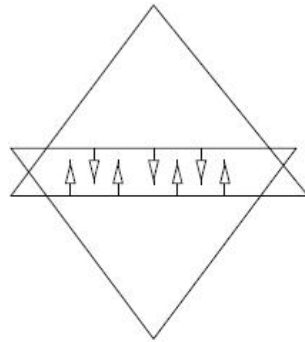


Abbildung 3.4.: Beispiel, bei dem die anziehungsbasierte Technik eventuell nicht funktioniert

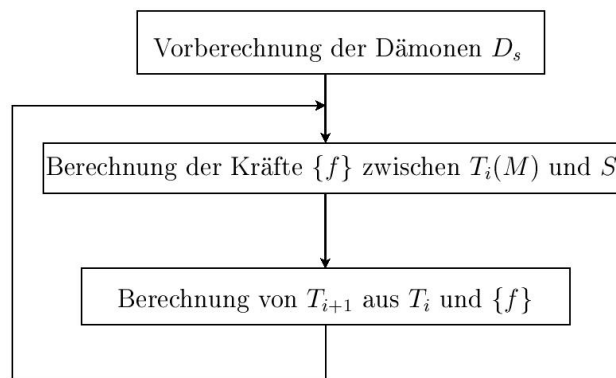


Abbildung 3.5.: Iteratives Schema im Falle eines Diffusions-Modells

Extraktion der Dämonen aus S . Das Schema beginnt mit der Extraktion vom Dämonensatz D_s aus dem Referenzbild S . D_s kann das ganze Bildgitter sein (das heißt ein Dämon pro Pixel/Voxel); es kann sich auch nur auf Umrisspunkte in S oder auf bei der Kantendetektion bestimmte Punkte beschränken. Jeder Dämon besitzt bestimmte Informationen, wie:

- räumliche Lage P in S ;
- Richtung \vec{d} von innen nach außen (normalerweise basiert auf dem Gradient $\vec{\nabla}_s(P)$);
- aktuelle Verschiebung zwischen S und M in diesem Punkt: $\vec{d} = P\vec{P}'$, wobei $P' = T_i^{-1}(P)$;
- Information über die Schnittstelle, wie die Intensität $s(P)$.

Iterativer Teil. Begonnen wird mit einer Anfangsverformung T_0 (Identität). Bei jeder Iteration i werden zwei Schritte durchgeführt:

- für jeden Dämon $P \in D_s$ bestimme elementare Kraft $\vec{f}_i(P)$, die von der Dämon-Richtung \vec{d}_s im Punkt P und der Polarität⁹ von M im Punkt $T_i^{-1}(P)$ abhängt;
- berechne T_{i+1} aus T_i und allen elementaren Dämonenkräften $\{\vec{f}_i(P) \mid P \in D_s\}$.

Man kann eine gewisse Variabilität in die Methode einfügen, indem man die angewandten Methoden variiert. Dazu zählen:

- Wahl der Positionen D_s der Dämonen (ganzes Bild, Umrisspunkte, ...);
- Art der Transformationen (rigid, affin, Splines, Verschiebungsfeld, ...);
- Interpolationsmethode, um Werte von M für reellwertige Positionen $T_i^{-1}(P)$ zu ermitteln (linear, Splines, sinc-Funktion, ...);
- Formel für Berechnung der Kraft \vec{f} eines Dämons (konstante Größe, gradientenbasiert, optischer Fluss, ...).

Implementierung des Algorithmus. Der Algorithmus von Thirion wurde im Programm *vdemon* implementiert, welches zu einem Software-Paket für medizinische Bildverarbeitung gehört, das im Hause benutzt wird. Es wurde dabei das Schema gewählt, das bei Thirion "Demons 1" heißt und folgendermaßen die Parameter festlegt:

- alle Voxel von S mit $\vec{\nabla}s \neq 0$ sind als Dämonen ausgezeichnet (also $D_s = S$);
- zur Beschreibung der Transformation werden Verschiebungsfelder genommen, das heißt, für jeden Dämon P wird die aktuelle elementare Verschiebung $\vec{d}(P)$ abgespeichert;
- $m(P')$, wobei $P' = P + \vec{d}(P)$, wird über eine trilineare Interpolation berechnet;
- Dämonenkraft ist durch den optischen Fluss gegeben, unter Benutzung der Information in jedem Bildpunkt: $m(P')$, $s(P)$ und $\vec{\nabla}s(P)$:

$$\vec{v} = \frac{(m - s)\vec{\nabla}s}{(\vec{\nabla}s)^2 + (m - s)^2}, \quad (3.16)$$

bzw. $\vec{v} = \vec{0}$, falls der Nenner $< \epsilon$ ist.

Zur Beschleunigung und größerer Robustheit des Algorithmus wird, wie bei Thirion vorgeschlagen, ein Mehrebenen-Schema verwendet, das mit einer großen Anzahl von Iterationen auf der größten Skala anfängt und mit wenigen Iterationen auf der feinsten Skala endet.

⁹Markierung 'innen'/'außen'

3.1.3.2. Algorithmus von Vercauteren

Der andere Algorithmus, der hier erwähnt wird, wurde von T. Vercauteren et al. in [11] vorgestellt. Er erweitert die oben beschriebene Methode von J.-P. Thirion um diffeomorphe¹⁰ Transformationen und ist nichtparametrisch.

Bildregistrierungs-Rahmenwerk. Nichtparametrische Bildregistrierung stellt ein Optimierungsproblem dar, das darauf gezielt ist, für jedes Voxel eine Verschiebung zu finden, um zwei Bilder in eine vernünftige Übereinstimmung zu bringen.

Sei F das fixierte (Referenz-)Bild, M das bewegliche (Modell-)Bild, $s: p \mapsto s(p)$ die Abbildung der Punkte aus dem Raum des fixierten Bildes in den Raum des beweglichen Bildes. Sim bezeichne den mittleren quadratischen Fehler, der sich für das Maß der Ähnlichkeit zweier Bilder ergibt:

$$\text{Sim}(F, M \circ s) = \frac{1}{2} \|F - M \circ s\|^2 = \frac{1}{2|\Omega_P|} \sum_{p \in \Omega_P} |F(p) - M(s(p))|^2, \quad (3.17)$$

wobei Ω_P die Region der Überlappung zwischen F und $M \circ s$ ist.

Eine simple Optimierung von (3.17) über den Raum der Deformationsfelder führt zu einem schlecht gestellten Problem mit instabilen und nichtglatten Lösungen. Um das zu vermeiden, wird ein Regularisierungsterm $\text{Reg}(s)$ hinzugefügt und als Gesamtergebnis ergibt sich die globale Energie:

$$E(s) = \sigma_i^{-2} \text{Sim}(F, M \circ s) + \sigma_T^{-2} \text{Reg}(s), \quad (3.18)$$

wobei σ_i das Rauschen bei Bildintensitäten berücksichtigt und σ_T die Menge der Regularisierung kontrolliert.

Die Energieausrechnung ist damit gut gestellt, allerdings im Allgemeinen rechenintensiv. Deswegen wurde zur Minimierung von (3.18) der effektive Dämonen-Algorithmus von J.-P. Thirion herangezogen. Dafür wurde die Idee aus [12] angewandt: Anstatt zu fordern, dass das Vektorfeld c (die Punktentsprechungen zwischen den Bildern) eine exakte Realisierung der Transformation sein soll, wird ein geringer Fehler in jedem Voxel zugelassen. Damit sieht der Ausdruck für die globale Energie nun folgendermaßen aus:

$$E(c, s) = \frac{1}{\sigma_i^2} \text{Sim}(F, M \circ c) + \frac{1}{\sigma_x^2} \text{dist}(s, c)^2 + \frac{1}{\sigma_T^2} \text{Reg}(s), \quad (3.19)$$

wobei σ_x für die räumliche Unsicherheit der Punktentsprechung steht, $\text{dist}(s, c) = \|c - s\|$ und $\text{Reg}(s) = \|\nabla s\|^2$ (hierbei können die beiden letzteren Ausdrücke auch modifiziert werden).

Abwechselnde Optimierung mit Dämonen-Algorithmus. In dem ursprünglichen Algorithmus von Thirion wird die Optimierung der räumlichen Transformationen über den ganzen Raum der Verschiebungsfelder durchgeführt. Die Transformationen bilden einen Vektorraum und lassen sich addieren. Das heißt, es können

¹⁰Ein *Diffeomorphismus* ist eine bijektive stetig differenzierbare Abbildung, deren Umkehrabbildung auch stetig differenzierbar ist.

klassische Abstiegsmethoden verwendet werden, die auf additiven Iterationen der Form $s \leftarrow s + u$ basieren. Der Sinn für die Einführung der Hilfsvariable c ist der, dass eine alternierende Optimierung über c und s die komplexe Minimierung in einfache und sehr effiziente Schritte aufteilt. Siehe dazu Abschnitt B.1. Unter Hinzunahme weiterer Techniken, insbesondere der so genannten Lie-Gruppen, entsteht der endgültige Algorithmus (für Ablauf einer Iteration siehe B.2).

Implementierung des Algorithmus. Der dargestellte Algorithmus wurde unter anderem in einer Zusatz-Erweiterung zum *Insight Segmentation and Registration Toolkit (ITK)*¹¹ realisiert und zum anderen als eine mögliche Registrierungsmethode in *MedINRIA*¹².

3.2. Registrierung von Diffusionsbildern

Nachdem die Diffusions-Bildgebung entstanden ist, ist auch hier bald die Frage nach einer guten Registrierungsmethode aufgetreten. Eine Möglichkeit dabei ist es, skalare Bilder, die mit DT-Bildern assoziiert sind (FA¹³, T1-/T2-gewichtete Bilder), zu registrieren und das resultierende Vektorfeld auf das Tensor-Bild anzuwenden. Diese Variante wurde auch während der Entstehung vorliegender Arbeit vorwiegend angewandt.

Die andere Möglichkeit ist die direkte Registrierung von Tensor-Bildern, die besondere Techniken verlangt.

3.2.1. Existierende Lösungen

In den letzten Jahren sind mehrere Versuche unternommen worden, die zusätzliche Information, die in den DT-Bildern steckt, bei der Registrierung mit auszunutzen, in der Hoffnung, damit bessere Ergebnisse erzielen zu können. In folgenden Unterabschnitten werden einige dieser Arbeiten zusammenfassend präsentiert.

3.2.1.1. Elastisches Matching

Die Beschreibung stammt aus [13]. Der ursprüngliche Algorithmus wurde für die Anwendung für skalare Bilder konzipiert und kann im Detail in [14] angesehen werden. Im Wesentlichen berechnet der Algorithmus ein Verschiebungsfeld, das die Deformation beschreibt. Die Deformation wird iterativ ausgerechnet durch Minimierung einer Energie-Funktion. Diese besteht aus zwei Termen: Der eine wird aus der Ähnlichkeit der Bilddaten an gegebenen Punkten abgeleitet, der andere drückt die Menge der Deformation aus.

¹¹Eine Open-Source-C++-Klassenbibliothek für Segmentierung und Registrierung von Bildern, besonders aus dem medizinischen Bereich. [Link zur Homepage.](#)

¹²Ein frei verfügbares Software-Paket zur medizinischen Bildbearbeitung und -visualisierung. [Link zur Homepage.](#)

¹³Fraktionelle Anisotropie; ein Maß für die lokale Anisotropie (Richtungsabhängigkeit einer Eigenschaft, in dem Falle des Diffusionsvermögens): je größer FA, desto stärker ist Bevorzugung einer Richtung

Als Startpunkt, der nah an der endgültigen Lösung liegt, wird zunächst eine globale affine Transformation auf das Originalbild angewandt. Danach wird an jeder Ebene einer Mehrskalen-Pyramide das elastische Matching angewandt, um eine Verformung zu finden, die eine Balance zwischen der punktweisen Ähnlichkeit der Bild-daten und der Deformation des Originalbildes darstellt.

Die Anwendung des Algorithmus auf Tensor-daten lässt zwei Fragen entstehen. Die eine ist, wie definiert man Ähnlichkeit zwischen Tensor-daten und die andere betrifft die Konsistenz der Tensor-Orientierungen (auf die letztere Frage wird ausführlich im Abschnitt 4 eingegangen).

Für Bilder mit Intensitäts-daten, wie T1-/T2-gewichtete Bilder, wird normalerweise das Quadrat der Intensitäts-differenz oder die Kreuzkorrelation zweier Bilder als Maß der lokalen Ähnlichkeit verwendet. Für den Vergleich von Tensoren eignet sich nach Ansicht der Autoren eine Größe S_T am besten, die wie folgt definiert ist:

$$S_T = -\frac{1}{\sigma} \sqrt{\text{trace}[(D_1 - D_2)^2]}. \quad (3.20)$$

Hier sind D_1, D_2 die zu vergleichenden Tensoren und σ ein Gewichtung-parameter, dessen optimaler Wert als ungefähr 200 befunden wurde.

3.2.1.2. Schablonen-Matching (*template matching*)

Diese Methode wurde von J. Ruiz-Alzola in [15] vorgeschlagen. Ausgegangen wird vom folgenden Modell:

$$S_d(x) = S_r(x + d(x)) + v(x), \quad (3.21)$$

wobei S_r für das Referenzbild steht, S_d für das verformte Bild und v das Rauschen modelliert, das zusätzlich für den Unterschied zwischen den beiden Bildern sorgt.

Jetzt wird aus der Umgebung eines jeden Punktes des zu verformenden Bildes eine Schablone definiert. Jede dieser Schablonen wird dann mit den Umgebungen von Punkten im Referenzbild verglichen (“gematcht”) und ein Ähnlichkeitsmaß wird für jeden solchen Vergleich errechnet. Der Punkt, dessen Nachbarschaft die größte Ähnlichkeit aufweist, wird ausgewählt als der dem aktuellen Punkt im Modell-Datensatz korrespondierende Punkt; danach wird die Verschiebung zwischen den beiden Punkten ausgerechnet.

Die Wahl der Umgebung bedarf eines Kompromisses. Einerseits muss sie nichtlokal, also genügend groß, sein, um die Schlechtgestellttheit des Optimierungsproblems zu vermeiden, andererseits muss sie lokal und daher genügend klein sein, um die Validität des lokalen Deformationsmodells zu gewährleisten. Um mit diesem Problem zurechtzukommen, können sich anpassende Schablonen mit unterschiedlichen Größen und Gewichten verwendet werden.

Sei $T(x - x_0)$ eine Fensterfunktion mit Zentrum im Punkt x_0 des verformten Bildes. Dann wird durch die Annahme des Schablonen-Matchings aus der Gleichung (3.21) die Gleichung (3.22), die für jeden Punkt x_0 des verformten Bildes gültig ist:

$$T(x - x_0)S_d(x) = T(x - x_0)S_r(x + d(x)) + v(x). \quad (3.22)$$

Die Gleichung (3.22) lässt sich intuitiv interpretieren: Jede Umgebung des Punktes x_0 im verformten Datensatz, die durch $T(x - x_0)$ definiert wurde, entspricht einer

Umgebung im Referenzdatensatz, definiert durch die Fensterfunktion $T(x - x_0 - d(x))$, die mit Hilfe des Deformationsfeldes verformt wurde.

Das Template-Matching spaltet ein komplexes globales Optimierungsproblem (gemeinsame Suche sämtlicher Verschiebungen) in viele einfache lokale Probleme (unabhängige Suche nach Verschiebung eines Punktes mit Hilfe von Template-Matching in jedem Fall) auf. Eine der Hauptcharakteristiken des Schablonen-Matchings ist das Fehlen jeglicher globalen Regularisierung, die die lokale Variabilität der geschätzten Verformung einschränken würde. Dadurch wird verhindert, dass die Lösung in ein falsches Optimum gerät, allerdings kann das Rauschen hochfrequente Artefakte erzeugen. Deswegen empfiehlt sich eine weitere Verfeinerung der Lösung, entweder eine Nachfilterung der geschätzten Verformung oder als Anfangslösung für ein globales Optimierungsschema.

Anwendung auf Tensoren. Durch einige Überlegungen kommen die Autoren zur Erkenntnis, dass sich die Transformation folgendermaßen auf Tensoren auswirkt:

$$P' = J^T(x)PJ(x). \quad (3.23)$$

Hier bezeichnen P und P' einen Tensor vor und nach der Verformung, J ist der Deformationsgradient bzw. die Jacobi-Matrix der Transformation. Die Transformation erhält die Symmetrie und positive Definitheit des Tensors. Allerdings wird dabei meistens die Form und die Größe des Tensors verändert. Da beide jedoch grundlegende Eigenschaften des Gewebes repräsentieren, die von der Verformung unberührt bleiben sollen, entsteht hier wieder die Idee der Reorientierung von Tensoren (siehe 4).

3.2.1.3. Registrierung, basiert auf transformationsinvarianten Tensor-Charakteristiken

Die dritte Methode ist in [16] dargestellt. Sie ist vor allem durch den Dämonen-Algorithmus [10] inspiriert und verallgemeinert die Einkanal-Registrierungsmethode von Guimond et al. [17]. Die Idee ist es, Tensorreorientierungen (Kapitel 4) zu vermeiden, indem bei der Registrierung nicht die Tensoren selbst benutzt werden, sondern ihre Eigenschaften, die bezüglich rigider Transformationen invariant sind. Als solche können zum Beispiel die Eigenwerte der Tensoren dienen.

Bei dieser Methode wird eine Verschiebung $v(x)$ gesucht, die jedes Voxel x des Zielbildes T auf die entsprechende anatomische Position im Referenzbild S abbildet. Die Lösung wird über ein iteratives Schema gefunden:

$$v_{n+1}(x) = G_\sigma * \left(v_n + \frac{1}{C} \sum_{c=1}^C \frac{\tilde{S}_{cn} - T_c(x)}{\|\nabla \tilde{S}_{cn}(x)\|^2 + [\tilde{S}_{cn} - T_c(x)]^2} \nabla \tilde{S}_{cn}(x) \right), \quad (3.24)$$

wobei $\tilde{S}_{cn} = S_c \circ h_n(x)$, $h_n(x) = x + v_n(x)$, C ist die Zahl der Kanäle in den Bildern, G_σ ist ein Gauß-Filter mit Varianz σ^2 , $*$ bezeichnet die Faltungsoperation.

Kurz gesagt, es wird eine Verschiebung in mittlerer Gradientenrichtung ermittelt, wobei jeder Gradient $\nabla \tilde{S}_{cn}(x)$ mit der Differenz zwischen $\tilde{S}_{cn}(x)$ und $T_c(x)$ gewichtet

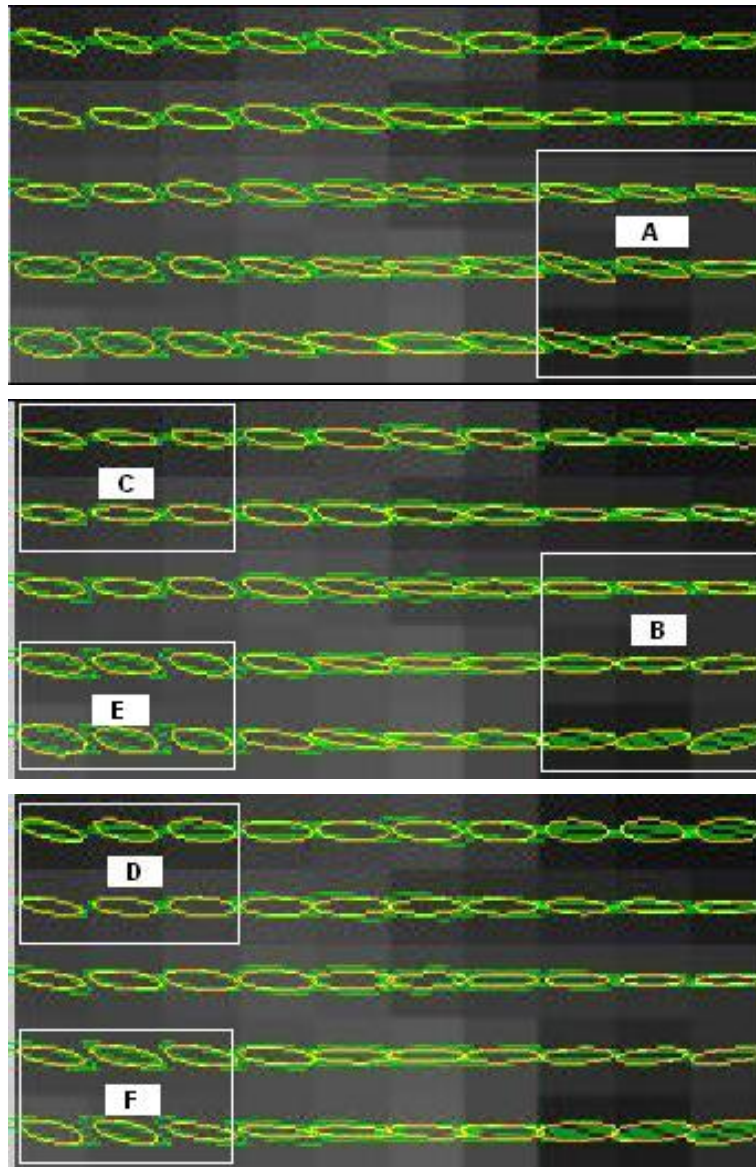


Abbildung 3.6.: Registrierungsergebnisse bei Guimond-Methode

wird und normalisiert zwecks numerischer Stabilität. Faltung mit dem Gauß-Kern G_σ dient zur Modellierung eines glatten Verschiebungsfeldes.

Es wurden mehrere Varianten der Methode ausprobiert mit jeweils unterschiedlicher Kanalzahl, und zwar einmal mit skalaren Daten aus dem T2-Kanal, dann mit 4 Kanälen (T2 + 3 Eigenwerte) und zuletzt mit 7 Kanälen (T2 + 6 Tensorkomponenten). Die Veranschaulichung der Ergebnisse kann der Abbildung 3.6 entnommen werden. Sie zeigt einen Ausschnitt einer koronalen Schicht im *Corpus callosum*.

Das obere Bild zeigt das Ergebnis der Registrierung mit einem Kanal, das mittlere mit 4 Kanälen und das untere mit 7 Kanälen. Einige Regionen sind markiert, in denen Unterschiede zwischen den Resultaten zu beobachten sind. So sieht man beim Vergleich der Regionen A und B, dass mit 4 Kanälen wesentlich bessere Ergebnisse erzielt wurden. Das zweite und dritte Bild sehen sich im Wesentlichen ähnlich; beim

Vergleich von C und D schneidet die zweite Methode besser ab und bei E und F ist die dritte etwas besser.

Die Registrierung mit 4 Kanälen (T2 + 3 Eigenwerte) wurde als optimal befunden, da sie bessere Ergebnisse bringt als die Einkanalmethode und vergleichbar ist mit der 7-Kanal-Methode, benötigt ihr gegenüber jedoch um einiges weniger Rechenzeit, da bei der letzteren Methode Tensoren bei jeder Iteration neu orientiert werden müssen.

3.2.1.4. Viskoses-Fluid-Registrierung

Dieses Verfahren ist in [18] beschrieben. Hier wird auf ein physisches Modell zurückgegriffen, nämlich auf das Viskoses-Fluid-Modell. In diesem Framework werden Bilder als viskose Fluide betrachtet, also als zähflüssige Substanzen. Diese Annahme schreibt bestimmte Einschränkungen für das Deformationsfeld während der Registrierung vor. Diese können durch eine der Navier-Stokes-Gleichungen beschrieben werden:

$$\mu \nabla^2 \vec{v} + (\mu + \lambda) \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) + \vec{F}(\vec{x}, \vec{u}) = \vec{0}. \quad (3.25)$$

Hier steht \vec{v} für die Geschwindigkeit der Deformation, \vec{F} für das Kräftefeld, welches von der lokalen Deformation \vec{u} und der Position \vec{x} abhängt. μ und λ sind Materialparameter und sind auf 1 bzw. 0 gesetzt worden.

Bei jeder Iteration k des Registrierungsalgorithmus berechnet sich die neue Verschiebung $\vec{u}^{(k+1)}$ durch die Verschiebung $\vec{u}^{(k)}$ beim vorangegangenen Schritt unter Berücksichtigung von Störungen $\vec{R}^{(k)}$ des Deformationsfeldes und vom Zeitschritt $\Delta t^{(k)}$:

$$\vec{u}^{(k+1)} = \vec{u}^{(k)} + \vec{R}^{(k)} \Delta t^{(k)}, \quad (3.26)$$

$$\vec{R}^{(k)} = \vec{v}^{(k)} - \sum_{i=1}^3 v_i^{(k)} \left(\frac{\delta \vec{u}^{(k)}}{\delta x_i} \right), \quad (3.27)$$

$$\vec{v}^{(k)} = \Psi_s * \vec{F}^{(k)}. \quad (3.28)$$

In der Gleichung (3.28) ist mit Ψ_s ein Gauß-Glättungskern mit Breite s bezeichnet. Das Kräftefeld \vec{F} wird so definiert, dass die Deformation eine Maximierung der wechselseitigen Information zwischen dem verformten Modell- und dem Referenzbild anstrebt.

Im Gegensatz zum elastischen Modell (Kapitel 3.2.1.1) beschränkt sich der Viskoses-Fluid-Ansatz nicht auf kleine Verschiebungen und kleine Drehwinkel des Deformationsfeldes und eignet sich daher gut für Registrierungen zwischen Probanden. Vorhandene DTI-Komponenten, wie Tensor-Elemente oder DW-Bilder, sind in den Registrierungs-Mechanismus integriert. Bei Iterationen des Algorithmus findet keine Reorientierung von Tensoren statt, in der Annahme, dass die wechselseitige Information ein robustes Maß für die Ähnlichkeit der Bilder ist, selbst wenn die Tensoren nicht neu orientiert werden. Das führt zu einer drastischen Verkürzung der Laufzeit. Deshalb werden Tensoren erst nach Anwendung des endgültigen Deformationsfeldes reorientiert.

Bei der Auswertung ihrer Methode haben die Autoren gute Ergebnisse erzielen können, die besser waren im Vergleich zu einer affinen Registrierung. Die besten Resultate ergaben sich bei Berücksichtigung von Tensor-Komponenten im Vergleich zu

vollen DW-Daten. Auch das Weglassen von Tensor-Reorientierungen in jedem Iterationsschritt hat nach Meinung der Autoren für weniger Fehler bei der Registrierung gesorgt.

3.2.1.5. Fluide Registrierung

Eine weitere Technik findet sich in [19]. Sie basiert auf der so genannten *symmetrischen Kullback-Leibler-Divergenz* (sKL-Divergenz)¹⁴ [20],[21].

Gegeben zwei kontinuierliche PDFs $p(\vec{x})$ und $q(\vec{x})$, wird die KL-Divergenz wie folgt definiert:

$$\text{KL}(p, q) = \int p(\vec{x}) \log \frac{p(\vec{x})}{q(\vec{x})} d\vec{x}. \quad (3.29)$$

Da dieses Maß nicht symmetrisch ist, wird in [21] die symmetrische KL-Divergenz (auch J-Divergenz genannt) vorgeschlagen:

$$\text{sKL}(p, q) = \frac{1}{2} [\text{KL}(p, q) + \text{KL}(q, p)] = \frac{1}{2} \left[\int p(\vec{x}) \log \frac{p(\vec{x})}{q(\vec{x})} + \int q(\vec{x}) \log \frac{q(\vec{x})}{p(\vec{x})} \right] \quad (3.30)$$

Seien jetzt S und T zwei Tensor-Bilder mit Diffusions-Tensoren $S(\vec{x})$ bzw. $T(\vec{x})$ in jedem Voxel. Dann lässt sich aus der letzten Gleichung unter Benutzung des in [22] vorgeschlagenen Frameworks die symmetrische KL-Divergenz zweier Bilder ableiten, die minimiert werden soll:

$$E(u, S, T) = \frac{1}{4} \int_{\Omega} [\text{trace}(T(\vec{x})S^{-1}(\vec{x} - \vec{u})) + \text{trace}(S(\vec{x} - \vec{u})T^{-1}(\vec{x})) - 6] d\vec{x}, \quad (3.31)$$

wobei Ω der Definitionsbereich beider Bilder ist und u das Deformationsfeld. Auf ähnliche Weise kann man die Divergenz auch für HARDI¹⁵-Daten definieren.

Schließlich wird das Schema aus [23] angewandt, das angepasst und vom elastischen zum fluiden Modell erweitert wurde, um mit großen lokalen Deformationen umgehen zu können:

$$E_{\text{total}}(S, T) = E(u_1, S, T) + \int_0^1 \int_{\Omega} \|L\vec{v}_1(\vec{x})\|^2 d\vec{x} dt + E(u_2, T, S) + \int_0^1 \int_{\Omega} \|L\vec{v}_2(\vec{x})\|^2 d\vec{x} dt, \quad (3.32)$$

\vec{v}_1, \vec{v}_2 bezeichnen die Geschwindigkeit der Vorwärts- bzw. Rückwärtsregularisierung, $L = a\nabla^2 + b\nabla \cdot \nabla + cI$ für bestimmte a, b, c .

Wie bei den vorherigen Methoden ist nach der Registrierung eine Neuorientierung der Tensoren erforderlich. Speziell für HARDI-Daten wird eine angepasste PPD-Methode vorgeschlagen, die in 4.5 dargestellt ist.

¹⁴Abstand zwischen zwei Gauß'schen Wahrscheinlichkeitsdichte-Funktionen (engl.: *probability density function, PDF*)

¹⁵engl.: *high angular resolution diffusion imaging*, Diffusions-Bildgebung mit hoher Winkelauflösung; Verfahren mit diffusionsgewichteten Aufnahmen in sehr vielen Richtungen (bis 60 oder auch mehr), um komplexes Diffusionsverhalten besser erfassen zu können

3.2.2. Alternativer Ansatz

Eine weitere Idee für die Ausnutzung der in den Tensor­daten vorhandenen Infor­mation bei der Bildregistrierung entstand während der Arbeit an diesem Diplom­projekt. Der Grundgedanke ist folgender: Bei der Methode von J.-P. Thirion (Kapitel 3.1.3.1) kann man bei der Berechnung des optischen Flusses neben der Differenz der Voxelin­ten­si­täten einen zusätzlichen Term einfügen, der die Ähnlichkeit der Eigenvektoren in entsprechenden Punkten beschreibt. Durch eine lineare Kombination erhält man den Gesamtausdruck für den optischen Fluss im gegebenen Voxel.

Zur Beschreibung der Ähnlichkeit der Vektoren eignet sich unter anderem das Skalarprodukt bzw. eine daraus abgeleitete Metrik. Zusätzlich kann man diese Größe noch mit einer Kombination aus FA-Werten in aktuellen Voxeln vormultiplizieren (zum Beispiel mit deren geometrischem Mittel: $\sqrt{fa_1 \cdot fa_2}$). Dadurch werden “Rauschvektoren” im Hintergrund ignoriert (da FA in solchen Voxeln 0 ist), was eventuell die Registrierung verbessern kann.

Details zur Implementierung und Auswertung der vorgeschlagenen Methode finden sich im Kapitel 5.2.

4. Reorientierung von Tensoren

Nachdem man zwei skalare Bilder miteinander registriert hat, wendet man die errechnete Transformationsmatrix oder das Verschiebungsfeld auf das originale Modellbild an und erhält ein verformtes Bild, das je nach verwendeter Methode dem Ziel-/Referenzbild mehr oder weniger ähnlich sieht. Wie oben erwähnt, ist im Falle von DT-Bildern damit aber meistens noch nicht alles getan. Denn danach befinden sich die Tensoren zwar an neuen Koordinaten, behalten jedoch ihre ursprüngliche Ausrichtung und stimmen im Allgemeinen nicht mehr mit dem Verlauf der Fasern überein. Sie müssen dann neu orientiert werden. Die Abbildung 4.1 verdeutlicht das.

Das Bild (a) zeigt eine axiale Schicht in einer anisotropen Region eines DT-Bildes. Das zweite Bild (b) zeigt, was passiert, nachdem die Schicht um 30° um die z -Achse gedreht wurde. Hier sieht man, dass die Tensoren jetzt in die falsche Richtung schauen und nun reorientiert (gedreht) werden müssen. Das Ergebnis zeigt das Bild (c).

In diesem einfachen Fall reicht es, die Tensoren um denselben Winkel zu drehen, welcher zur Drehung des Bildes verwendet wurde. Aber im Falle komplexerer Deformationen ist die Bestimmung dieser Rotation gar nicht trivial. Etliche Autoren haben sich über das Problem Gedanken gemacht. Einige Ideen werden nun besprochen.

Zwei der oft verwendeten Algorithmen stammen von D.C. Alexander et al., beschrieben unter anderem in [13], [24] sowie [25]. Sie sind unter den Namen *finite strain* (FS) und *preservation of principal direction* (PPD) bekannt.

4.1. Finite strain strategy (FS)

Jede nichtsinguläre Transformationsmatrix F kann in eine Deformations- und eine Rotations-Komponente zerlegt werden [26]:

$$F = UR. \quad (4.1)$$

Uns interessiert hier die Rotationsmatrix R . Eine Herleitung dafür ist in [26] gegeben. Hier soll nur der endgültige Ausdruck aufgeführt werden:

$$R = F(F^T F)^{-\frac{1}{2}}. \quad (4.2)$$

Finite strain (“endliche Streckung”) heißt die Methode deshalb, weil die Zerlegung (4.1) für jede affine Transformation gilt, einschließlich beliebiger, aber endlicher Streckungen. Die Matrix R muss bei einer globalen Transformation nur einmal ausgerechnet werden und bleibt konstant. Allerdings erfordert deren Berechnung viel Rechenaufwand, weil für die Berechnung der Matrixpotenz in (4.2) eine Eigenwertzerlegung nötig ist.

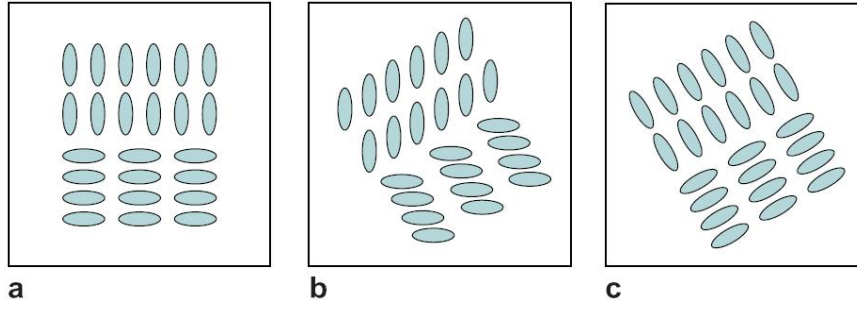


Abbildung 4.1.: Veranschaulichung der Notwendigkeit der Tensoren-Reorientierung

4.2. Small strain strategy

In [13] erwähnt Alexander eine weitere Variante, *small strain strategy*, die auch in [26] beschrieben ist. Diese Methode kann bei geringen Deformationen und sich daraus ergebenden kleinen Drehwinkeln verwendet werden und gibt eine lineare Approximation zur FS-Zerlegung einer affinen Transformation.

Seien zwei Bilder gegeben, I_1 und I_2 , und ein Verschiebungsfeld $\vec{u}(\vec{X}) = (u_x(\vec{X}), u_y(\vec{X}), u_z(\vec{X}))^T$, das die Deformation zwischen den beiden Bildern beschreibt, so dass aus $\vec{x} = \vec{X} + \vec{u}$ folgt $I_2(\vec{x}) = I_2(\vec{X} + \vec{u}) = I_1(\vec{X})$ (dabei $\vec{X} = (X, Y, Z)^T$). Der Verschiebungsgradient in einem Punkt,

$$J_u = \frac{d\vec{u}}{d\vec{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial X} & \frac{\partial u_x}{\partial Y} & \frac{\partial u_x}{\partial Z} \\ \frac{\partial u_y}{\partial X} & \frac{\partial u_y}{\partial Y} & \frac{\partial u_y}{\partial Z} \\ \frac{\partial u_z}{\partial X} & \frac{\partial u_z}{\partial Y} & \frac{\partial u_z}{\partial Z} \end{bmatrix}, \quad (4.3)$$

beschreibt die relative Verschiebung in einer lokalen Umgebung und kann in eine Komponente der rigiden Rotation und eine der reinen Deformation aufgespalten werden. Bei Anwendung des Algorithmus des elastischen Matchings (Kapitel 3.2.1.1) und der Annahme geringer Deformationen kann eine simple additive Näherung für diese Zerlegung genutzt werden: $J_u = E + \Omega$, wobei E eine symmetrische Matrix für die reine Deformation ist und Ω eine schiefsymmetrische Matrix, definiert durch

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial Y} - \frac{\partial u_y}{\partial X} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial Z} - \frac{\partial u_z}{\partial X} \right) \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial Y} - \frac{\partial u_y}{\partial X} \right) & 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial Z} - \frac{\partial u_z}{\partial Y} \right) \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial Z} - \frac{\partial u_z}{\partial X} \right) & -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial Z} - \frac{\partial u_z}{\partial Y} \right) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Ω ist in dem Sinne keine Rotationsmatrix, aber sie beschreibt eine Rotation um Winkel $|\vec{\omega}|$ um die Achse $\vec{\omega}$, wobei

$$\vec{\omega} = -\Omega_{yz}\vec{i} - \Omega_{zx}\vec{j} - \Omega_{xy}\vec{k}. \quad (4.5)$$

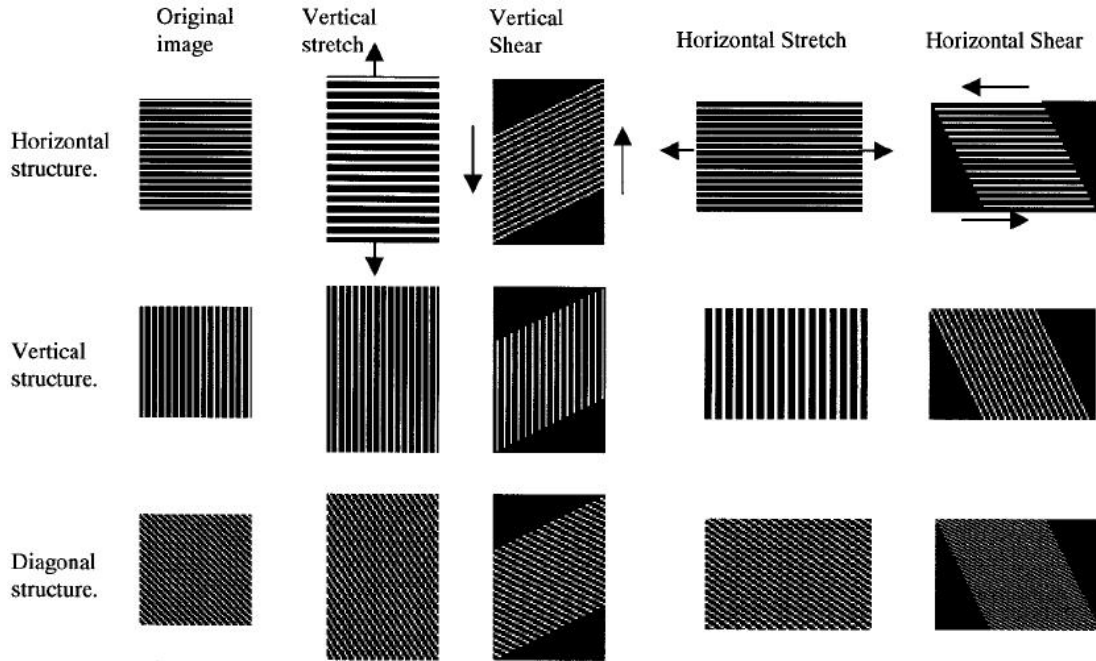


Abbildung 4.2.: Abhängigkeit der Reorientierung von der ursprünglichen Richtung der Struktur

\vec{i} , \vec{j} , \vec{k} sind hier Einheitsvektoren des Koordinatensystems. Die endgültige Rotationsmatrix kann man dann nach der bekannten Formel für Rotation um den Winkel θ und die Achse $r = (r_x, r_y, r_z)^T$ ausrechnen:

$$R = \begin{bmatrix} r_x^2(1 - \cos \theta) + \cos \theta & r_x r_y(1 - \cos \theta) - r_z \sin \theta & r_x r_z(1 - \cos \theta) + r_y \sin \theta \\ r_x r_y(1 - \cos \theta) + r_z \sin \theta & r_y^2(1 - \cos \theta) + \cos \theta & r_y r_z(1 - \cos \theta) - r_x \sin \theta \\ r_x r_z(1 - \cos \theta) - r_y \sin \theta & r_y r_z(1 - \cos \theta) + r_x \sin \theta & r_z^2(1 - \cos \theta) + \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

4.3. Preservation of principal direction (PPD)

Die dritte Methode von Alexander entstand aus dem Anlass, dass bei der FS-Methode die Deformationskomponente einer affinen Transformation verworfen wird und nicht zur geschätzten Reorientierung beiträgt. Jedoch kann die Deformation außer rigiden Verformungen (Translation, Rotation) auch andere Formen beinhalten: Scherung und ungleichförmige Skalierung (Streckung). Derartige Verformungen beeinflussen auch die Orientierung des zugrunde liegenden Gewebes, aber in einer komplexeren Art und Weise als zum Beispiel die Rotation.

Im Allgemeinen hängt die Reorientierung, die als Folge solcher Transformationen entsteht, von der ursprünglichen Richtung in diesen Strukturen ab. Das veranschaulicht die Abbildung 4.2. Hier sieht man, dass ein und dieselbe Transformation (in dem Falle Scherung) sich unterschiedlich auf verschiedenartig verlaufende Linien auswirkt. So ändert zum Beispiel eine vertikale Streckung die Richtung der horizontalen Geraden erheblich, bei diagonalen Linien ist der Einfluss nicht so stark und

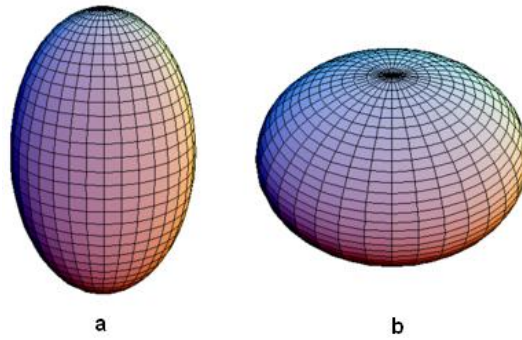


Abbildung 4.3.: Prolate (a) und oblate (b) Form

bei vertikalen Linien ist er gar nicht vorhanden. Bei einer horizontalen Streckung ist es dementsprechend genau umgekehrt.

Um die ganze Information über die Transformation für die Aufstellung einer Drehmatrix nutzen zu können, wird der Einfluss der Verformung auf die Eigenvektoren der Diffusions-Tensoren in jedem Punkt untersucht. Dabei wird angenommen, dass die Ausrichtung der Gewebestruktur mit der Richtung der Eigenvektoren des DT übereinstimmt. Allerdings würde die direkte Anwendung der Transformation auf die drei Eigenvektoren diese im Allgemeinen so verzerren, dass die durch sie beschriebene Kontur kein Ellipsoid mehr wäre. Also muss die Form und das Volumen des Ellipsoids und eventuell einige weitere Eigenschaften erhalten bleiben. Eine dieser Eigenschaften ist die Hauptrichtung des Tensors.

In den so genannten prolates (längliche Form) Regionen (Abbildung 4.3) ist die Richtung der Fasern im Gewebe hauptsächlich durch den Eigenvektor \vec{e}_1 ¹⁶ charakterisiert. Die Faserrichtung nach der Transformation kann ermittelt werden, indem die Transformation direkt auf \vec{e}_1 angewandt wird und der resultierende Vektor normализiert wird:

$$\vec{n}_1 = \frac{F\vec{e}_1}{|F\vec{e}_1|}, \quad (4.7)$$

\vec{n}_1 ist der neue Einheitsvektor. Somit ist eine Rotation notwendig, die \vec{e}_1 auf \vec{n}_1 abbildet.

In oblates (abgeflachten) Regionen (Abbildung 4.3) ist die Strukturausrichtung vor allem durch \vec{e}_1 und \vec{e}_2 bestimmt. Über eine Transformation wird die Ebene, in der \vec{e}_1 und \vec{e}_2 liegen, auf eine neue Ebene, die $F\vec{e}_1$ und $F\vec{e}_2$ enthält, abgebildet. Deswegen ist eine Rotation nötig, die sicherstellt, dass die neuen \vec{e}_1 , \vec{e}_2 dieselbe Ebene aufspannen, wie $F\vec{e}_1$, $F\vec{e}_2$.

Beide Anforderungen können in einer Methode, dem PPD-Algorithmus, kombiniert werden. Eine ausführliche Beschreibung des Algorithmus findet sich in C. Wichtig ist, dass der Algorithmus nach der Transformation die Hauptrichtung des DT (daher *preservation of principal direction*) sowie die Ebene der beiden ersten Eigenvektoren beibehält und somit effektiv ist für sowohl prolates als auch oblates Tensoren

¹⁶Es wird angenommen, dass die Eigenvektoren nach entsprechenden Eigenwerten absteigend sortiert sind, so dass der Vektor mit dem betragsmäßig größten Eigenwert mit \vec{e}_1 bezeichnet wird und mit dem kleinsten entsprechend mit \vec{e}_3 .

sowie für dazwischen liegende Formen mit $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ ¹⁷. Für prolate Tensoren ist die Abbildung von \vec{e}_2 unwichtig, da er unzureichend definiert ist. Analog, für oblate DTs ist es nicht notwendig, dass der neue \vec{e}_1 exakt entlang \vec{n}_1 liegt, solange \vec{e}_1 in der Ebene liegt, die von \vec{n}_1 und \vec{n}_2 aufgespannt wurde. Für dazwischen liegende Formen von Tensoren sind jedoch beide Teile der Transformation von Bedeutung.

Ein wichtiger Punkt bei diesem Schema ist die Tatsache, dass hier im Gegensatz zu beiden vorangegangenen Methoden eine separate Rotationsmatrix R in jedem Voxel ausgerechnet werden muss, denn sie hängt mit der Richtung von \vec{e}_1 und \vec{e}_2 zusammen.

4.4. Alternative FS-Methode

Die im Kapitel 4.1 aufgeführte Formel (4.2) zur Berechnung der Rotationsmatrix R aus der Gesamttransformations-Matrix F rührt von der *Polarzerlegung*

$$F = RU, \quad (4.8)$$

wobei R orthonormal und U positiv definit ist. Allerdings ist die Berechnung der Rotationsmatrix R nach (4.2) ziemlich rechenintensiv wegen der Notwendigkeit der Ausrechnung der Matrixwurzel. In [16] gehen die Autoren von einer anderen Seite an das Problem heran.

Jede Matrix F lässt sich über die *Singulärwertzerlegung* in drei Matrizen L , M , N zerlegen, wobei L , N orthonormal sind, M diagonal und positiv semidefinit:

$$F = LMN^T = (LN^T)NMN^T. \quad (4.9)$$

Es kann gezeigt werden, dass LN^T orthonormal ist und NMN^T positiv definit [27]. Beim Vergleich der Gleichungen (4.8) und (4.9) stellt sich heraus, dass der Drehkomponente R der Ausdruck LN^T entspricht. Diese Vorgehensweise ermöglicht einen Geschwindigkeitszuwachs gegenüber dem Vorschlag von Alexander.

4.5. PPD-Methode für HARDI-Daten

Die im Abschnitt 4.3 beschriebene PPD-Methode arbeitet mit den Haupt-Eigenvektoren der Tensoren, die den Hauptrichtungen der Diffusion entsprechen. Bei HARDI-Daten jedoch kann eine einzelne Diffusivitätsfunktion mehrere lokale Maxima der Diffusionsfähigkeit in Bezug auf den sphärischen Winkel haben, die rechnerisch schwer zu bestimmen sind. In [19] schlagen die Autoren einen schnellen Algorithmus zur Bestimmung der Hauptrichtung der Diffusivitätsfunktion, der auf der Hauptkomponentenanalyse beruht.

In jeder Richtung, die durch einen Diffusionsgradienten $\vec{g}(\theta_i, \phi_i)$, $0 \leq i \leq n$ bestimmt ist, wird ein Punkt definiert mit dem Abstand zum Ursprung proportional zum Wert der Diffusivitätsfunktion $D(\theta_i, \phi_i)$:

$$\vec{d}_i = D(\theta_i, \phi_i) \cdot \vec{g}(\theta_i, \phi_i) = (d_{i0}, d_{i1}, d_{i2})^T. \quad (4.10)$$

¹⁷Mit λ_i werden hier die den Eigenvektoren entsprechenden Eigenwerte bezeichnet.

Wenn die Diffusivitätsfunktion in radial symmetrischen Winkeln abgetastet wurde, heben sich \vec{d}_i an entgegengesetzten Positionen auf, so dass der Durchschnittsvektor $\vec{\mu}$ der Menge $\{\vec{d}_i\}$ ein Nullvektor ist. Somit ist die Kovarianzmatrix Σ durch die Gleichung gegeben:

$$\Sigma = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \vec{d}_i \vec{d}_i^T. \quad (4.11)$$

Die Hauptrichtung der Diffusivitätsfunktion wird durch den ersten Eigenvektor von Σ bestimmt. Die Drehmatrix R wird dann über die PPD-Methode ermittelt und Diffusionsfähigkeit wird diskret abgetastet in neuen Gradientenrichtungen $\vec{g}(\theta'_i, \phi'_i) = R \cdot \vec{g}(\theta_i, \phi_i)$.

4.6. Transformationen höherer Ordnung

Bisher wurde implizit eine affine, also lineare, Transformation angenommen. Jedoch werden, wie bereits erwähnt, oft nichtlineare Methoden zur Registrierung angewandt, weil sie besser Verformungen beschreiben können, die notwendig sind, um ein Bild in ein anderes zu überführen.

Man kann sich in diesem Fall eines Tricks bedienen und Transformationen höherer Ordnung auf affine reduzieren. In einer genügend kleinen lokalen Umgebung eines Punktes kann man nämlich eine komplexe Verformung durch eine affine approximieren. Die Formel für diese Näherung kann wie folgt hergeleitet werden:

Einerseits kann die komplexe Transformation T über ein Verschiebungsfeld $\vec{u}(\vec{x})$ ausgedrückt werden, so dass für jede Position \vec{x} im Originalbild $T(\vec{x}) = \vec{x} + \vec{u}(\vec{x})$.

Andererseits, wenn T lokal eine affine Transformation darstellt, haben wir auch $T(\vec{x}) = F(\vec{x}) + \vec{t}$, wobei F die Transformationsmatrix ist und \vec{t} der Translationsvektor.

Differenziert man die beiden Gleichungen nach \vec{x} und setzt sie gleich, kommt als Ergebnis $F = I + J_u$. Also setzt man für jeden Punkt \vec{x} die Ableitungsmatrix $F_{\vec{x}}$ auf den Wert $I + J_u$; daraus lässt sich dann mit Hilfe einer der oben beschriebenen Methoden eine passende Rotationsmatrix ausrechnen. Den neuen Tensor D' aus dem alten D erhält man bei allen Methoden durch die Vorschrift

$$D' = RDR^T. \quad (4.12)$$

5. Implementierung und Auswertung

5.1. Methoden der Tensor-Reorientierung

Die im vorangegangenen Kapitel aufgeführten Tensor-Reorientierungsmethoden wurden implementiert und näher untersucht. Als Programmiersprache und -umgebung wurde MATLAB benutzt.

Bei der Untersuchung erwies sich vor allem die Glattheit des Verschiebungsfeldes, mit dem ein Bild verformt wurde, als wichtiger Faktor, der auf die Qualität der Reorientierung einen wesentlichen Einfluss hat. Die Verschiebungsfelder kamen aus zwei oben erwähnten Programmen: *vdemon* und *MedINRIA*. Verschiedene Glättungsstufen bei *MedINRIA* wurden ausprobiert; die entsprechende Option bei *vdemon* ist deaktiviert, also wurde dort mit ein und derselben Glättungsstufe gearbeitet. Aus den resultierenden Verformungsfeldern wurden mit Hilfe von der Small-Strain- (SS-), FS- sowie der PPD-Methode Drehmatrizen ausgerechnet und damit die Tensoren bzw. die Eigenvektoren neu orientiert. Außerdem wurden mit der jeweiligen Methode die (maximalen) Winkel bei der Drehung von Tensoren ermittelt, die durch die entsprechende Verformung verursacht werden. Die Ergebnisse sind auf den folgenden Seiten aufgeführt.

Die erste Tendenz ist, nicht weiter verwunderlich, dass größere Glättung den maximalen Drehwinkel minimiert. Das ist auch plausibel, denn je glatter das Feld ist, desto geringer sind die Verformungen und dementsprechend kleiner die notwendigen Rotationen.

5.1.1. Beispiel-Verformung

Zunächst wurden die Methoden an einem einfach konstruierten Beispiel erprobt. Das entstand, indem eine horizontale Scherung auf ein Bild angewandt wurde. Die Scherung ist gleich in allen axialen Schichten, und innerhalb einer Schicht verändert sich ihre Größe linear von vorne nach hinten von +50 mm bis -50 mm (Abbildung 5.1). Auf das konstruierte Feld wurden nacheinander die besprochenen Methoden angewandt. Infolge des speziellen Charakters des Verformungsfeldes sind sich die daraus ergebenden Winkel für die SS- und FS-Methode alle gleich (eventuelle Abweichungen nur am Rande des Bildes möglich).

Die SS-Methode ergab in diesem Fall den Winkel $\approx 14,4^\circ$. Bei der FS-Methode ergab sich für den größten Drehwinkel der Wert $14,1^\circ$. Und für die PPD-Methode schließlich ergibt sich ein Spektrum von Winkeln: von 0° bis fast 90° an den Rändern, je nachdem, wie die ursprüngliche Richtung der Vektoren war (Abbildung 5.2). Das ist angesichts der sehr starken Verformung aber nicht weiter verwunderlich.

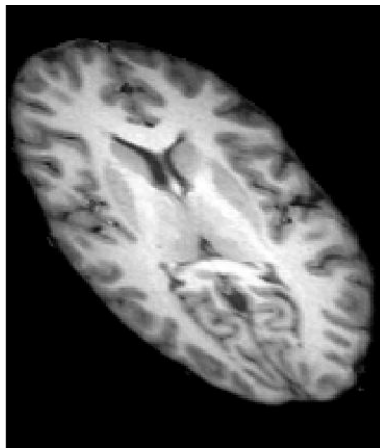


Abbildung 5.1.: Bild nach Anwendung einer gleichmäßigen horizontalen Scherung

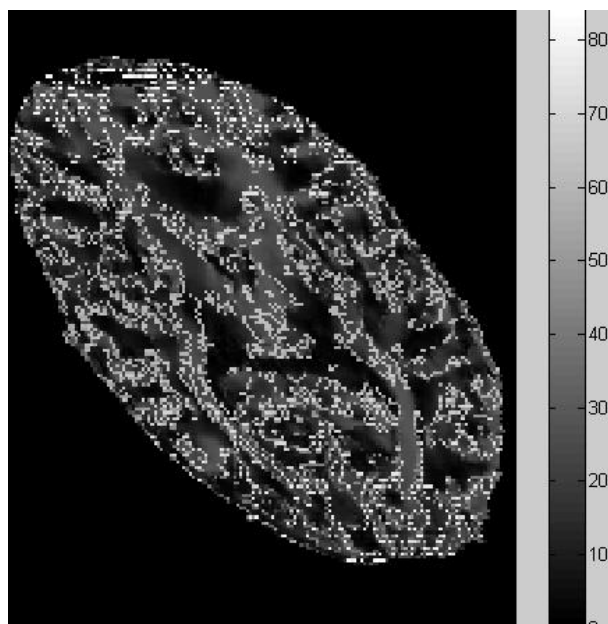


Abbildung 5.2.: Verteilung der Rotationswinkel ermittelt über die PPD-Methode [Scherung]

Die Orientierung der Tensoren vor der Rotation ist den Abbildungen 5.3, 5.4 zu entnehmen. Hier ist zu sehen, dass die Vektoren in diagonalen Streifen alle vertikal stehen, wie sie es im normalen (nicht verzerrten) Bild getan haben. Die Abbildung 5.4 zeigt auch, wie es nach der Reorientierung über die SS-Methode aussieht. In der nächsten Abbildung 5.5 sieht man die rotierten Vektoren nach Anwendung der FS- bzw. der PPD-Methode. Durch die SS- und FS-Methoden sind viele der Vektoren gedreht worden, aber einige haben ihre Richtung behalten und bei den gedrehten stimmt die Richtung noch nicht ganz. Erst nach der PPD-Methode folgen die Vektoren dem Verlauf des Gewebes.

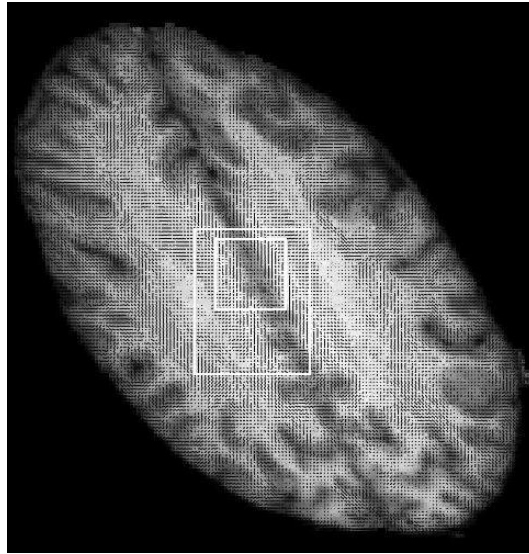


Abbildung 5.3.: Richtungen der Vektoren ohne Reorientierung (Gesamtbild) [Scherung]

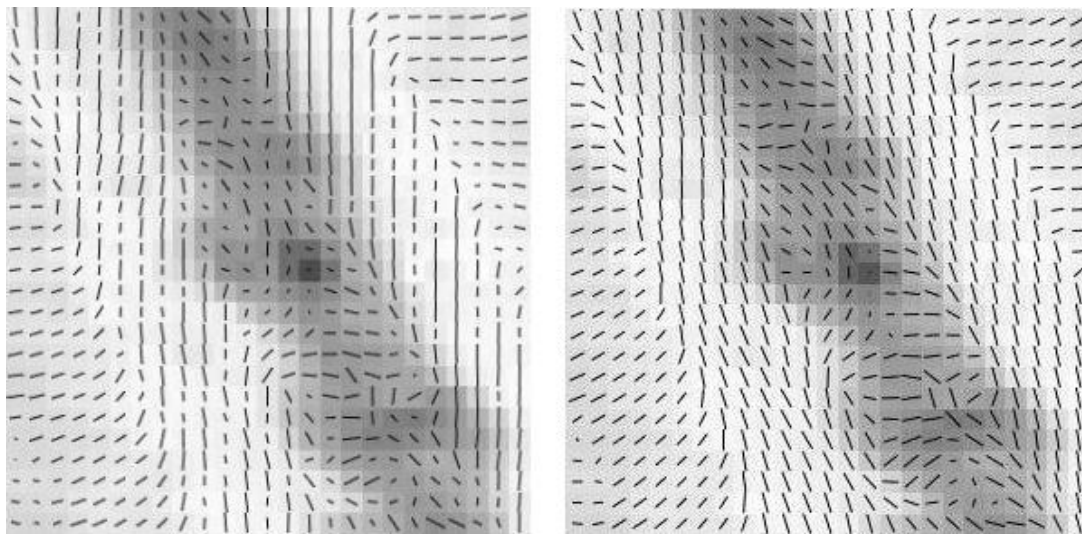


Abbildung 5.4.: Richtungen der Vektoren ohne Reorientierung sowie nach Anwendung der SS-Methode (kleiner Quadrat-Ausschnitt vergrößert) [Scherung]

5.1.2. Verformung durch *vdemon*

Danach wurden reale Bilder von zwei Probanden miteinander registriert (mittels *vdemon*) und das Ergebnis analysiert. Die ersten Bilder (Abbildung 5.6) zeigen mittelgroße Drehwinkel bis etwa 30° , denn das Verformungsfeld ist nicht besonders glatt. Bei der PPD-Methode in der Abbildung 5.7 sind die Winkel erheblich größer.

Die Resultate vor und nach Registrierungen mit zwei der drei Methoden sind

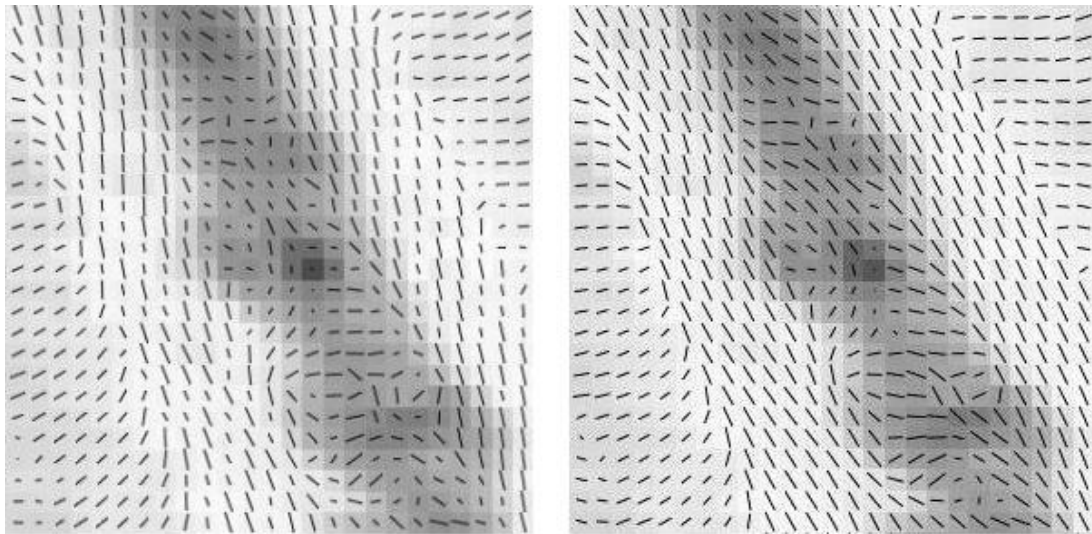


Abbildung 5.5.: Richtungen der Vektoren nach Anwendung von FS- und PPD-Methode [Scherung]

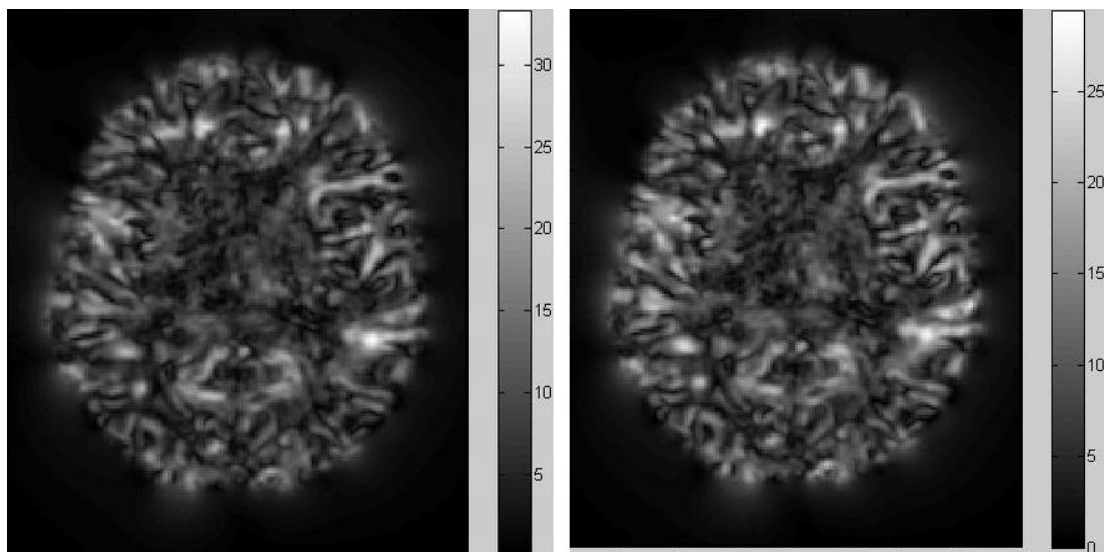


Abbildung 5.6.: Rotationswinkel ermittelt über die SS- und FS-Methode [vdemon]

in den Abbildungen 5.8 und 5.9 festgehalten. Die SS-Methode bringt hier fast gar nichts, dafür ordnet die PPD-Methode viele Vektoren richtig an.

5.1.3. Verformung durch *MedINRIA*

Als Letztes wurde die Registrierung mit *MedINRIA* mit 3 unterschiedlichen Glättungsstufen untersucht. Da die SS- und die FS-Methode bei der Winkelberechnung häufig ziemlich ähnliche Resultate liefern, werden im Weiteren nur Bilder für die SS- sowie die PPD-Methode ausgegeben (Die Bilder für die PPD-Methode wurden mit

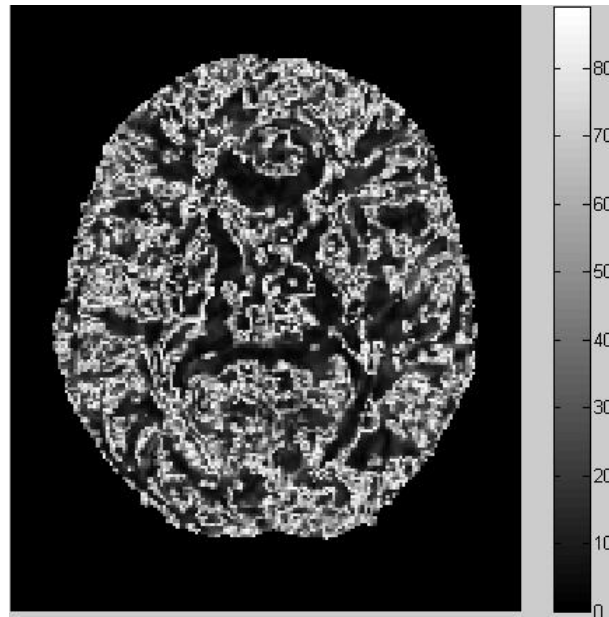


Abbildung 5.7.: Rotationswinkel ermittelt über die PPD-Methode [vdemon]

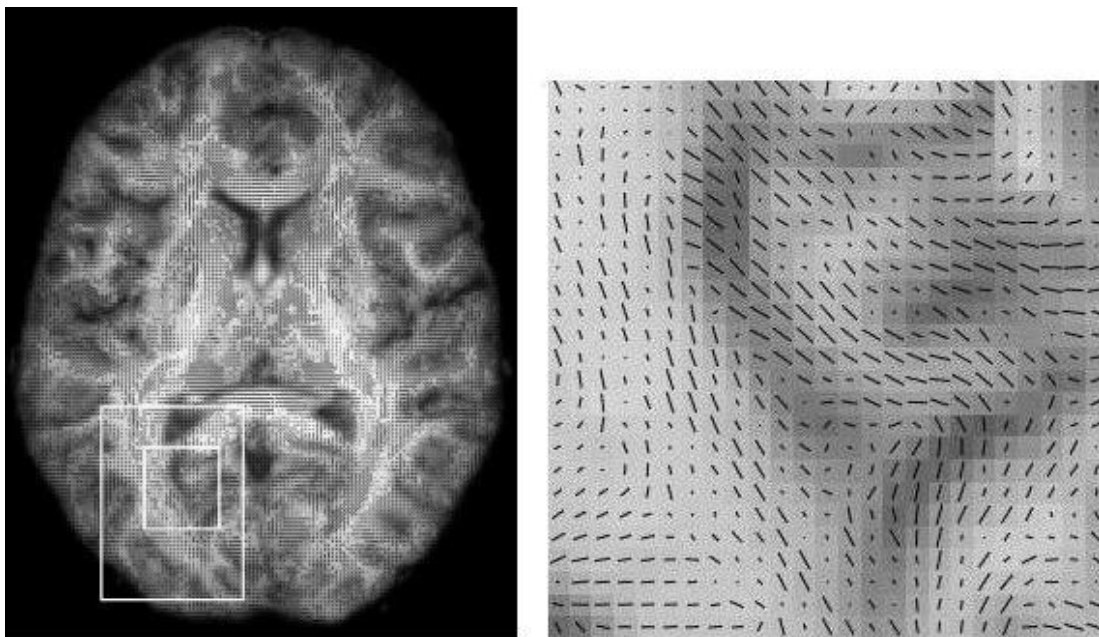


Abbildung 5.8.: Eigenvektoren ohne Rotation (Gesamtbild und vergrößerter Ausschnitt) [vdemon]

dem verformten Originalbild maskiert).

Für die erste Glättungsstufe 1 siehe die Abbildung 5.10. Hier zeigt sich, dass das Verschiebungsfeld bei dieser Stufe unregelmäßig ist, was in einigen Peaks weit über 90° resultiert. Nimmt man eine höhere Stufe, so werden wesentlich bessere Ergebnisse erzielt (Abbildung 5.11). Ein noch glatteres Feld und dadurch noch kleinere Dreh-

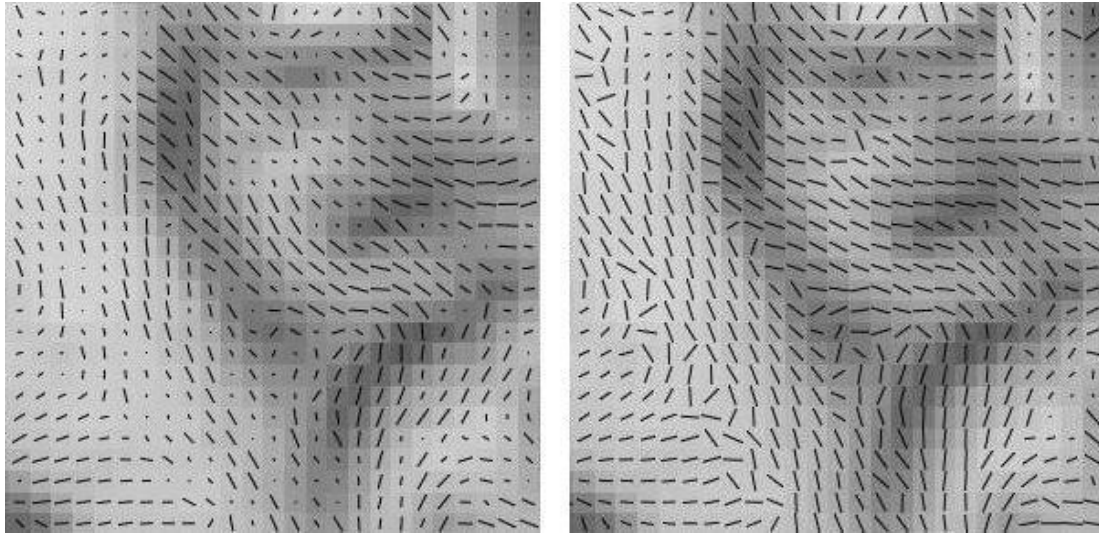


Abbildung 5.9.: Eigenvektoren rotiert mit SS- und PPD-Methode [vdemon]

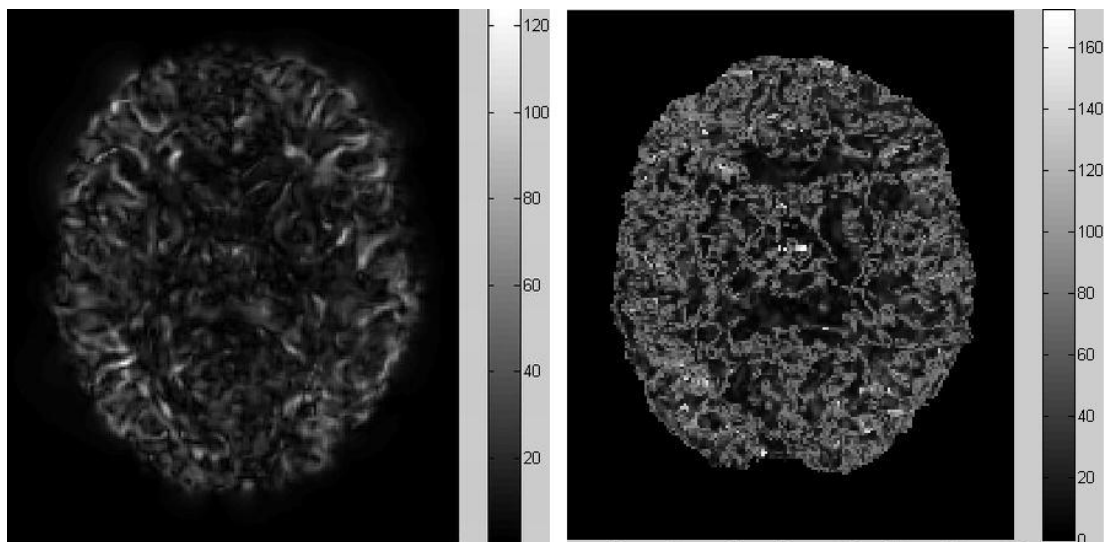


Abbildung 5.10.: Rotationswinkel ermittelt über die SS- und PPD-Methode [MedINRIA Stufe 1]

winkel bei der SS-/FS-Methode erhält man, wenn man noch höhere Stufen nimmt, zum Beispiel die Stufe 5 (Abbildung 5.12). Allerdings darf man hierbei nicht übertreiben, denn stärkere Glättung bedeutet weniger Verformung und dadurch immer schlechtere Übereinstimmung zwischen dem verformten und dem Zielbild.

Für die Stufe 5 wurden auch Vektoren neu orientiert. Ein Ausschnitt der ursprünglichen Daten und das Resultat nach Neuorientierung mit der SS-Methode zeigt die Abbildung 5.13. Wieder schneidet die SS-Methode schlecht ab, da sie die Vektoren kaum dreht. Die PPD-Methode ist hierbei um einiges besser (Abbildung 5.14): viele Vektoren, die im Originalausschnitt als Punkte oder kurze Striche dargestellt sind

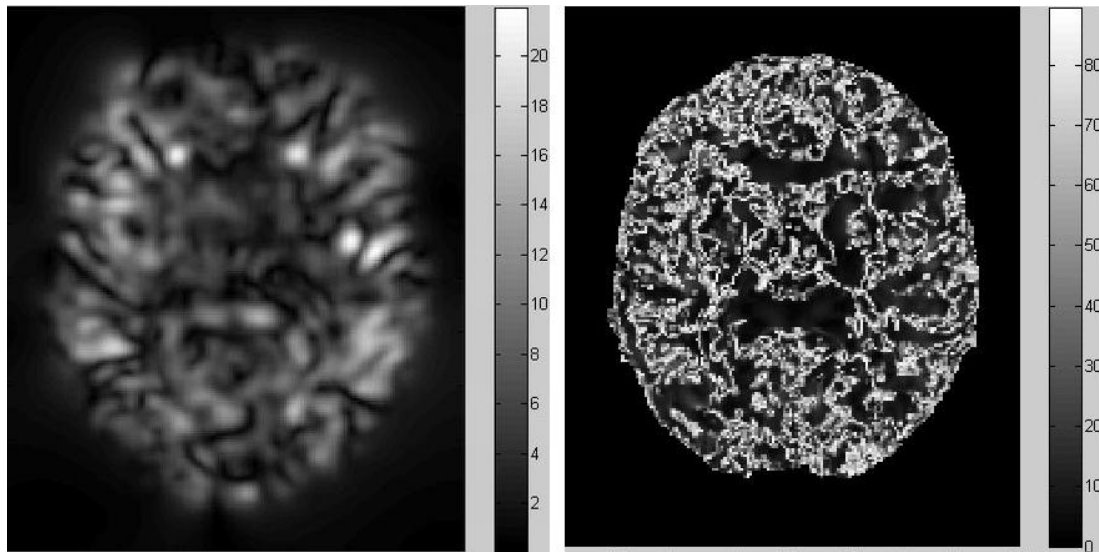


Abbildung 5.11.: Rotationswinkel ermittelt über die SS- und PPD-Methode [MedINRIA Stufe 3]

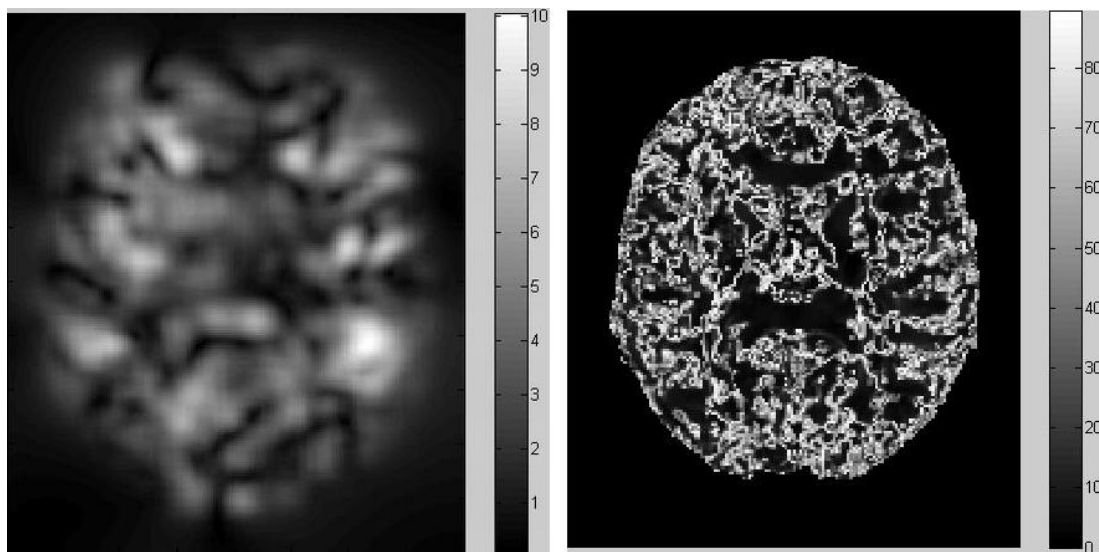


Abbildung 5.12.: Rotationswinkel ermittelt über die SS- und PPD-Methode [MedINRIA Stufe 5]

(das heißt, die Vektoren sind vor allem in die z -Richtung ausgerichtet), werden mehr in die Richtung der x - y -Ebene gekippt.

Fazit. Zusammenfassend wurden nach der Realisierung und Analyse der vorgestellten Methoden zur Tensor-/Eigenvektor-Reorientierung zwei Haupt-Erkenntnisse gewonnen: der Zusammenhang der notwendigen Rotation mit der Glattheit des Verformungsfeldes und die direkte Abhängigkeit von der Wahl der Methode. Die besten

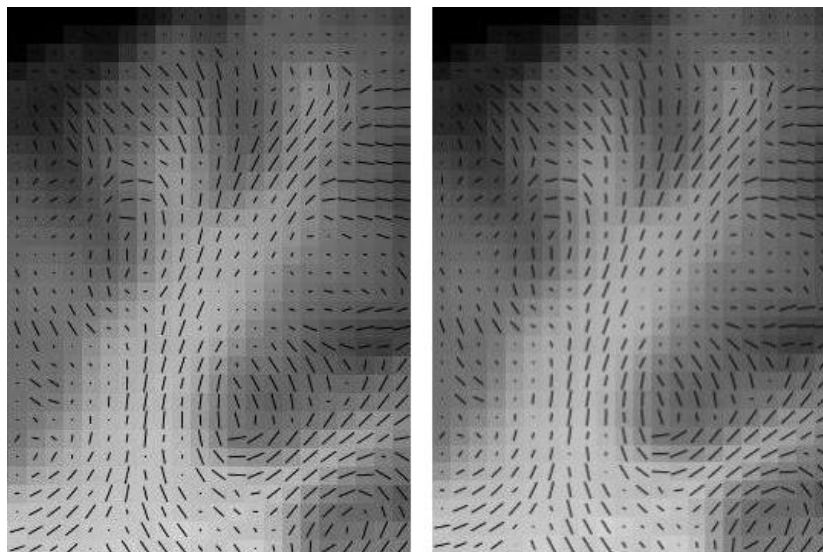


Abbildung 5.13.: Eigenvektoren vor und nach Rotation mit SS-Methode (Ausschnitt) [MedINRIA Stufe 5]

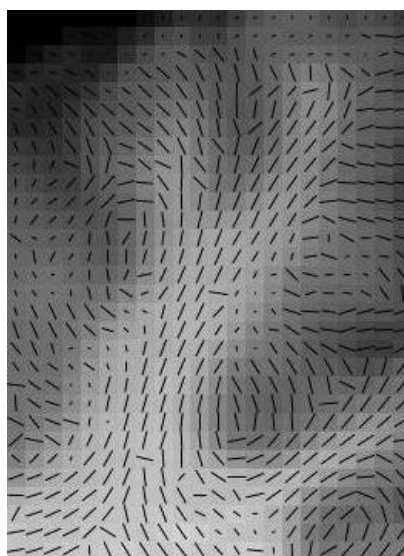


Abbildung 5.14.: Eigenvektoren rotiert mit PPD-Methode [MedINRIA Stufe 5]

Ergebnisse lieferte die PPD-Methode, wie auch aus der Literatur bekannt ist. Auch die Art und Weise, wie das Verschiebungsfeld entstanden ist bzw. der Algorithmus, der dieses Feld erzeugt hat, spielen eine Rolle, wenn man zum Beispiel die Analyse für *vdemon* und *MedINRIA* vergleicht.

Man sieht allerdings, dass selbst bei größerer Glättung einige Ausreißer-Vektoren vorhanden sind, die mitunter quer zum Verlauf der Faser stehen. Eine erhöhte Glättigkeit der Verformungsfelder vermindert zwar die Wirkung großer Richtungsgradienten im Feld, löst aber dieses Problem nicht endgültig.

Die großen Gradienten entstehen dadurch, dass das Originalbild zusammengedrückt oder gestreckt werden kann; dadurch werden aus den regelmäßigen Voxeln unregelmäßig große Voxel im Zielbild. Das Verformungsfeld wird jedoch in Bezug auf das Zielbild berechnet, so dass zwischen Nachbarn im Zielbild Sprünge im Originalbild entstehen können, welche dann in sehr großen Drehwinkeln resultieren.

Diesem Problem könnte man begegnen, indem das Originalbild in seiner Gesamtheit auf ein unregelmäßiges Gitter verformt wird. Dabei werden auch die Richtungen mit verändert. In einem zweiten Schritt müssen dann daraus die Voxel des Zielbildes gemittelt werden. Voxel, die stark zusammengedrückt werden und damit auch große Drehungen erfahren, würden dadurch weniger ins Gewicht fallen.

Solch ein Verfahren könnte in einer zukünftigen Arbeit untersucht werden, soll hier aber nicht weiter verfolgt werden.

5.2. Erweiterung der Registrierungsmethode nach Thirion

Im Kapitel 3.2.2 wurde die Idee geschildert, wie man die existierende und erprobte Dämonen-Methode von J.-P. Thirion erweitern kann, so dass die Richtungen der Haupt-Eigenvektoren in der Kostenfunktion mit berücksichtigt werden. Für eine ausführlichere Beschreibung beider Varianten des Algorithmus siehe Abschnitte A.1 und A.2.

Als Grundlage diene das Programm *vdemon*, das zum im Hause entwickelten Programm-Paket *Lipsia*¹⁸ gehört, welches das Datei-Format aus einem anderen Software-Paket *vista*¹⁹ nutzt und erweitert.

Der C/C++-Code wurde um die nötige Funktionalität erweitert. Es wurde eine zusätzliche Variable eingeführt, die den Einfluss der Eigenvektoren auf die zu minimierende Kostenfunktion reguliert. Die Variable α fungiert als Gewichtungparameter in der Linearkombination, der den zusätzlich eingeführten Term stärker oder schwächer gewichtet, relativ zu dem anderen Term:

$$\text{opt}_{\text{gesamt}} = (1 - \alpha)\text{opt}_{\text{grauwert}} + \alpha \cdot \text{opt}_{\text{vektor}}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1. \quad (5.1)$$

Der Vektor-Term basiert auf dem Skalarprodukt: $S(v_1, v_2) = 1 - |\langle v_1, v_2 \rangle|$ (da gemäß der Methode von Thirion bei identischen Intensitäten der optische Fluss gleich 0 herauskommt, das Skalarprodukt des Vektors mit sich selbst jedoch 1 ergibt, wird der Ausdruck entsprechend mit ‘1-’ korrigiert). Wie im Kapitel 3.2.2 beschrieben, können hier noch die FA-Werte berücksichtigt werden, so dass der Gesamtausdruck die folgende Gestalt annimmt:

$$S(v_1, v_2) = \sqrt{fa_1 \cdot fa_2} \cdot (1 - |\langle v_1, v_2 \rangle|). \quad (5.2)$$

Im Algorithmus von Thirion errechnet sich der optische Fluss in einem Voxel aus dem Ähnlichkeitsmaß der Intensitäten multipliziert mit dem Gradienten des Refe-

¹⁸Leipzig Image Processing and Statistical Inference Algorithms; ein Toolkit für die Verarbeitung von fMRT-Daten. [Link zur Homepage](#).

¹⁹Ein Software-Paket für Erforschungen im Bereich des maschinellen Sehens. [Link zur Homepage](#).

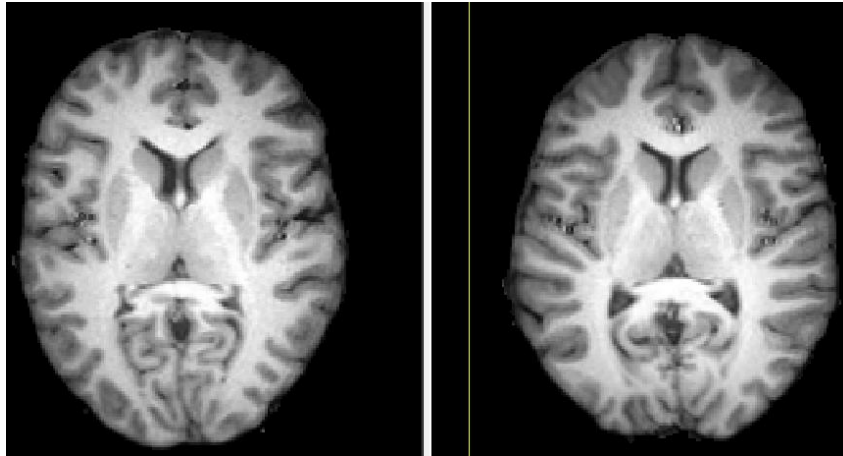


Abbildung 5.15.: Untersuchte T1-gewichtete Bilder zweier Probanden A und B ; ein axialer Schnitt durch die Mitte

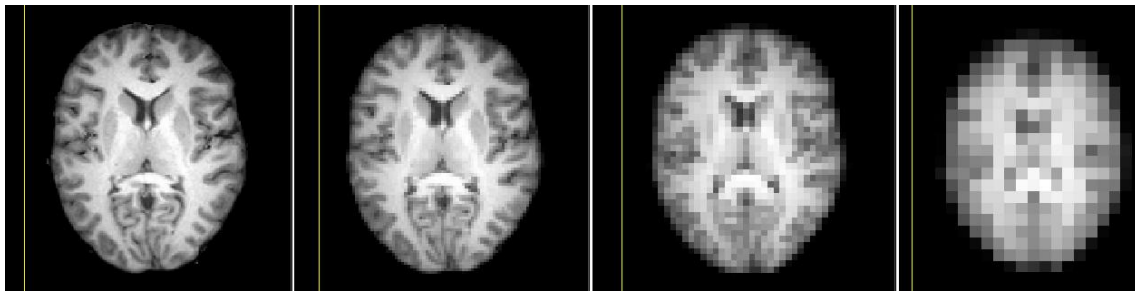


Abbildung 5.16.: Pyramide der T1-Bilder des Probanden A ; derselbe Schnitt

renzbildes in diesem Voxel und normiert. Das analoge Vorgehen bei dem vektorbasierten Term erfordert die Einführung des Gradienten für Skalarprodukt-Metrik. Dieser wurde auf ähnliche Weise wie bei Grauwerten definiert:

$$G(v_1, v_2) = \frac{S((v_1)_{+1}, v_2) - S((v_1)_{-1}, v_2)}{2}. \quad (5.3)$$

Hier stehen $(v_1)_{+1}$ und $(v_1)_{-1}$ für den Vektor im Voxel gleich rechts bzw. links von dem aktuellen im Referenzbild. Der Gradient wird jeweils in x -, y - und z -Richtung ausgerechnet.

So ein Gradient ist notwendig, weil die Größe S an sich keine negativen Werte annehmen kann und die Verschiebungen bei der Registrierung ansonsten systematisch nur in eine Richtung gehen würden und das entstehende Bild dadurch verzerrt würde. Durch den Gradienten wird aber gewährleistet, dass bei jeder Iteration des Algorithmus die Richtung (links/rechts) bevorzugt wird, wo die Größe S am kleinsten ist (bzw. das Skalarprodukt am größten).

Zur Auswertung der neuen Methode wurden aus der Datenbank des MPI Gehirnbilder von zwei Probanden ausgewählt und zwar jeweils ein skalares (T1-gewichtet bzw. FA) und ein Eigenvektor- bzw. Tensorbild. Skalare Bilder sind in der Abbil-

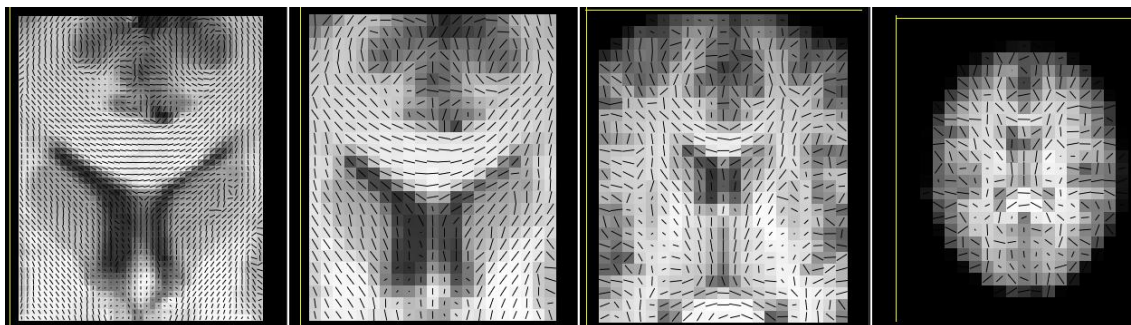


Abbildung 5.17.: Dieselbe Bildpyramide mit zusätzlich angezeigten Eigenvektoren; Fragmente einer axialen Schicht in der Nähe des *Corpus callosum* mit jeweils unterschiedlicher Zoom-Stufe

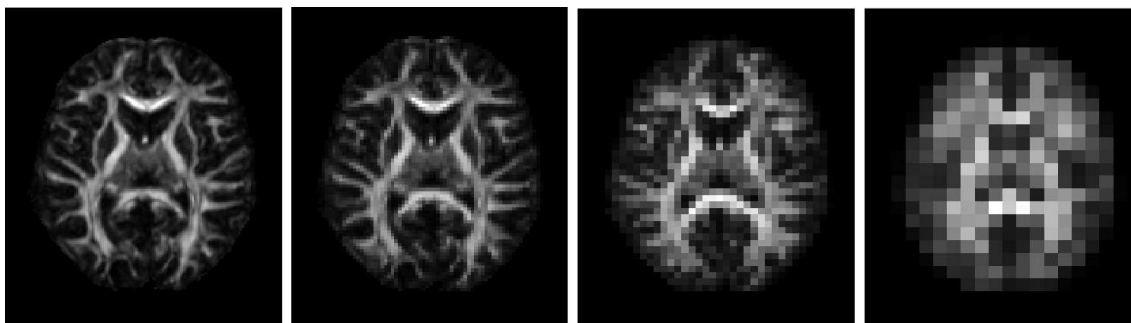


Abbildung 5.18.: Pyramide der skalierten FA-Bilder des Probanden B

dung 5.15 dargestellt. Um sicher zu gehen, dass die Skalierung der Vektoren beim Erzeugen von Bildpyramiden (siehe Algorithmus) korrekt funktioniert, wurde der Algorithmus einmal mit skalaren Bildern + Tensorbildern ausgeführt²⁰ und dann mit skalaren Bildern + Eigenvektorbildern²¹. Wie erwartet, waren die Resultate identisch und, was sehr wichtig ist, die errechneten Eigenvektoren passen recht gut zum Gewebeverlauf. Die Ergebnisse der Bildskalierung für die Probanden A und B sind in den Abbildungen 5.16 und 5.17 zu sehen.

Außerdem wurde im Rahmen der Algorithmusanalyse untersucht, inwieweit der Algorithmus, der eigentlich für die Registrierung von T1-Bildern gedacht war, auch mit FA-Bildern zurechtkommt. Es wurde also analog zum Registrieren von T1-Bildern eine Pyramide der FA-Bilder mit verschiedenen Auflösungsstufen erstellt und darauf der Algorithmus gestartet. Die Ergebnisse der Bildskalierung für den Probanden B sind in der Abbildung 5.18 zu sehen. Da dabei gute Ergebnisse herauskamen und eigentlich Eigenvektoren zu FA-Bildern (theoretisch) besser passen als zu T1-Bildern, wurde seitdem vorrangig mit FA-Bildern registriert.

²⁰Dabei wurden Tensoren, also Matrizen, geglättet und herunterskaliert und danach die Eigenvektoren daraus berechnet.

²¹Hierbei wurden zunächst in einem Zwischenschritt aus den Vektoren Matrizen erzeugt, danach wie oben verfahren.

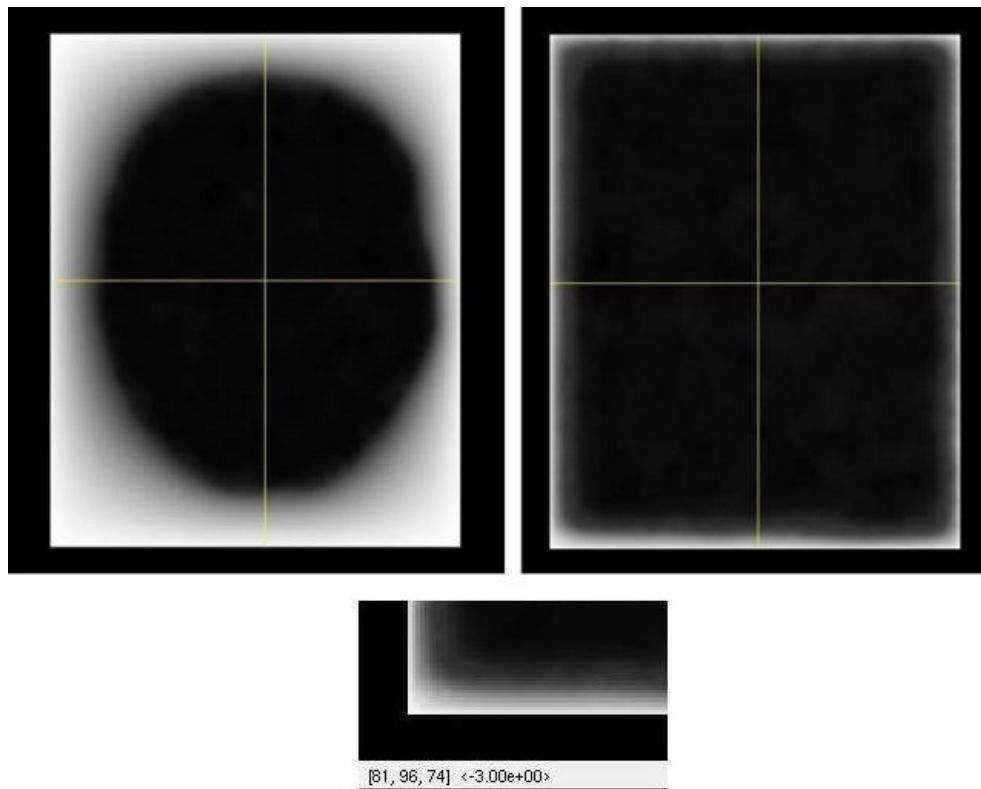


Abbildung 5.19.: x -Komponente des Verschiebungsfeldes bei der Beispiel-Registrierung mit der erweiterten Methode ((a) mit FA-Gewichtung, (b) ohne FA-Gewichtung, (c) Werte liegen ziemlich genau bei -3)

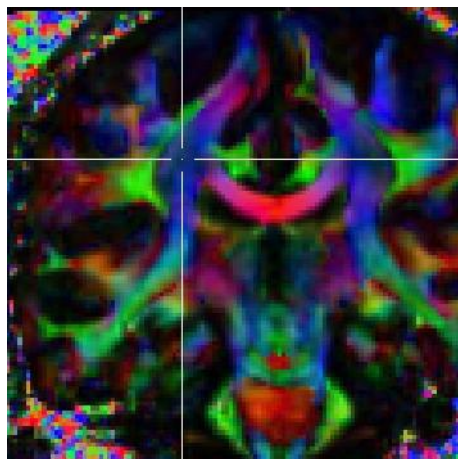


Abbildung 5.20.: FA-Farbdarstellung des verformten Bildes bei der Beispiel-Registrierung mit der erweiterten Methode

Zuerst wurde die Methode an einem Beispiel erprobt. Dazu diente ein Bild als Modell, als Referenz wurde dasselbe Bild um 3 Pixel nach rechts verschoben abge-

speichert. Der Algorithmus wurde mit $\alpha = 1$ gestartet, um zu sehen, ob er in der Lage ist, nur anhand von Vektor-Information die richtige Verformung (in diesem Fall Verschiebung nach rechts) zu finden. Tatsächlich war dies der Fall, wie die Abbildung 5.19 zeigt. Hier sieht man die x -Komponente des Verschiebungsfeldes nach der Registrierung einmal mit Berücksichtigung der FA-Werte und einmal ohne. Das Feld ist im schwarz dargestellten Bereich durchgängig homogen mit Werten, die wie erwartet um -3 herum streuen²². Die y - und z -Komponente wiesen dagegen Werte mit signifikanten Ziffern im Hundertstel- bis Tausendstel-Bereich (also $\approx 10^{-2} - 10^{-3}$), was der tatsächlichen Verschiebung ($= 0$) in diese Richtungen entspricht.

Außerdem wurde das errechnete Verschiebungsfeld auf die Original-Diffusionsbilder des Probanden angewandt und daraus ein FA-Farbbild errechnet (Abbildung 5.20). Hier wird jeder Faser je nach Verlaufsrichtung eine Farbe zugeordnet. Damit will man untersuchen, wie gut die Fasern im Gewebe aufeinander abgebildet werden, besonders in Bereichen, wo mehrere Fasern aus verschiedenen Richtungen aufeinander treffen. Wie im Bildabschnitt nahe dem Haarkreuz zu sehen ist, ist die Abbildung sehr gut: alle rot, grün und blau gezeichneten Fasern sind gut voneinander abgegrenzt und entsprechen dem Original.

Danach wurden Bilder von zwei Probanden genommen und der oben beschriebene Parameter α manipuliert, um zu sehen, welchen Einfluss er auf das Ergebnis der Bildregistrierung hat. Das errechnete Verschiebungsfeld wurde auf das Originalbild angewandt und das Resultat mit dem Zielbild verglichen und analysiert. Die Ergebnisse sind auf den folgenden Seiten zusammengefasst (siehe den nächsten Abschnitt [Auswertung der erweiterten Registrierungsmethode](#)).

Des Weiteren wurde versucht, die Güte der Registrierung der T1-Bilder mit der von FA-Bildern zu vergleichen. Dazu wurden 6 Probanden ausgewählt, deren Bilder als Modelle fungierten, und ein weiterer Proband als Referenz. Die T1-Bilder der Modelle wurden mit der Standard-Methode ($\alpha = 0$) auf die Referenz registriert. Die daraus resultierenden Verschiebungsfelder wurden auf die Diffusionsbilder der 6 Probanden (je 60 Bilder pro jeden Probanden) angewandt. Die so verformten Bilder wurden zusammengenommen und daraus ein gemittelttes FA-Bild ausgerechnet (FA_{T1}). Dieselbe Prozedur wurde dann auch für die FA-Bilder derselben Probanden ausgeführt (FA_{FA}) sowie für die Registrierung der FA-Bilder mit Parameter $\alpha = 0,5$ ($FA_{FA\ 0,5}$).

Die FA-Farbbilder für FA_{FA} und $FA_{FA\ 0,5}$ zeigt die Abbildung 5.21. Die gemittelten FA-Bilder sehen einander optisch ähnlich, deshalb hat man hierfür Differenzbilder $FA_{FA} - FA_{T1}$ und $FA_{FA\ 0,5} - FA_{FA}$ ausgerechnet. Eine Schicht davon zeigt die Abbildung 5.22. Diese Schicht zeigt bereits, dass Strukturen der weißen Substanz beim FA_{FA} -Bild besser abgegrenzt und schärfer geworden sind (positive Werte im Differenzbild), was eindeutig auf bessere Registrierung mit FA-Bildern gegenüber T1-Bildern hindeutet. Das zweite Bild weist viele Werte nahe 0 auf, also ähnlich gut wie bei FA-Bildern ohne Vektor-Information, zeigt aber zusätzlich weitere Verbesserungen (weiße Bereiche).

Die Abbildung 5.23 zeigt vergrößert eine Stelle im Differenzbild $FA_{FA\ 0,5} - FA_{FA}$,

²²Es wird bei *vdemon* nach der Registrierung immer das inverse Verschiebungsfeld ausgegeben, das angibt, wie das Zielbild verformt werden müsste, um zum Modellbild zu gelangen

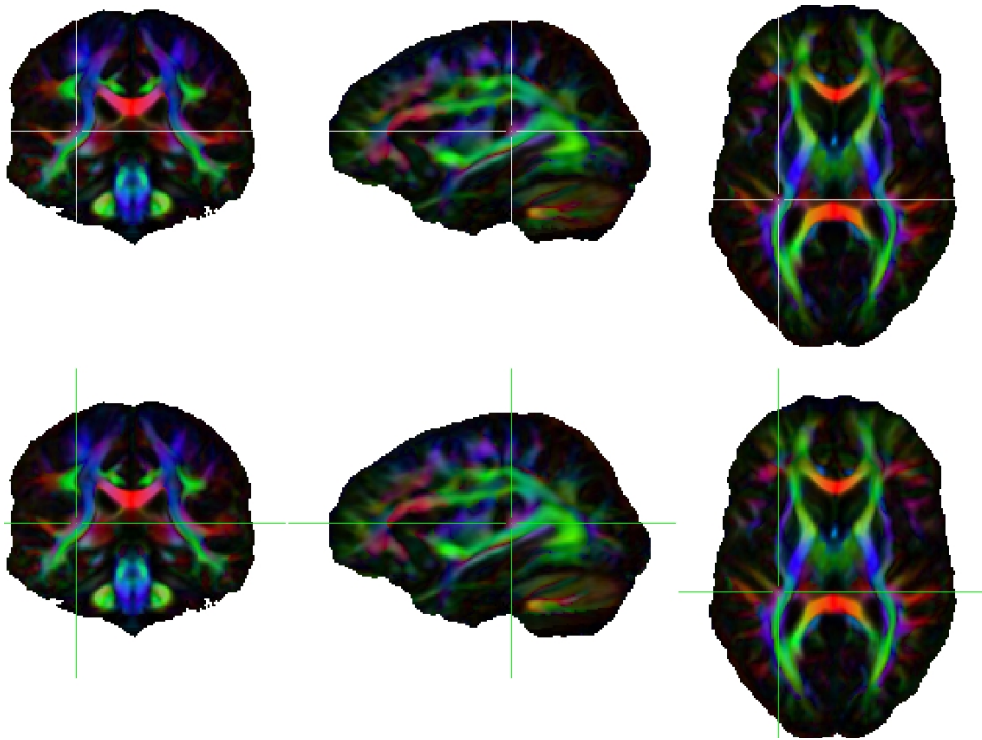


Abbildung 5.21.: Gemittelten FA-Farbbilder; oben: FA_{FA} , unten: $FA_{FA\ 0,5}$

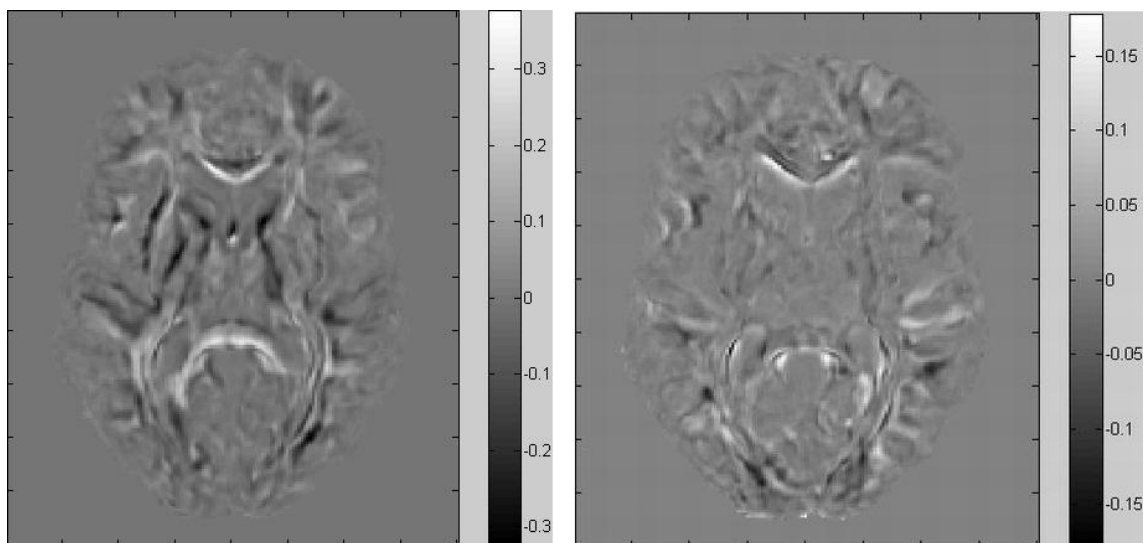


Abbildung 5.22.: (a) Differenz zwischen FA_{FA} und FA_{T1} , (b) Differenz zwischen $FA_{FA\ 0,5}$ und FA_{FA}

wo sich die beiden gemittelten Bilder unterscheiden (Pfeil). Dieselbe Stelle in entsprechenden FA-Farbbildern ist in der Abbildung 5.24 auch mit einem Pfeil markiert. Das obere Bild gehört zum FA_{FA} -Bild, das untere zum $FA_{FA\ 0,5}$.

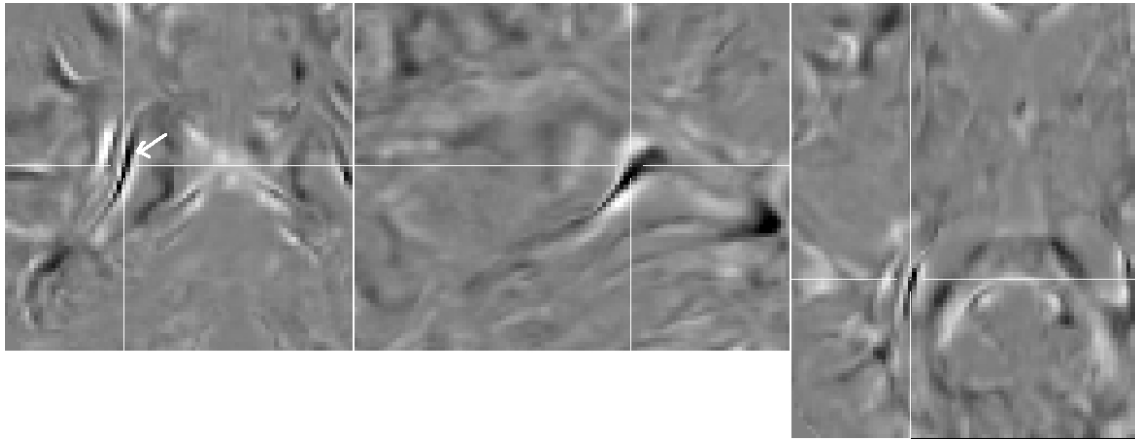


Abbildung 5.23.: Fragment des Differenzbildes $FA_{FA 0,5} - FA_{FA}$

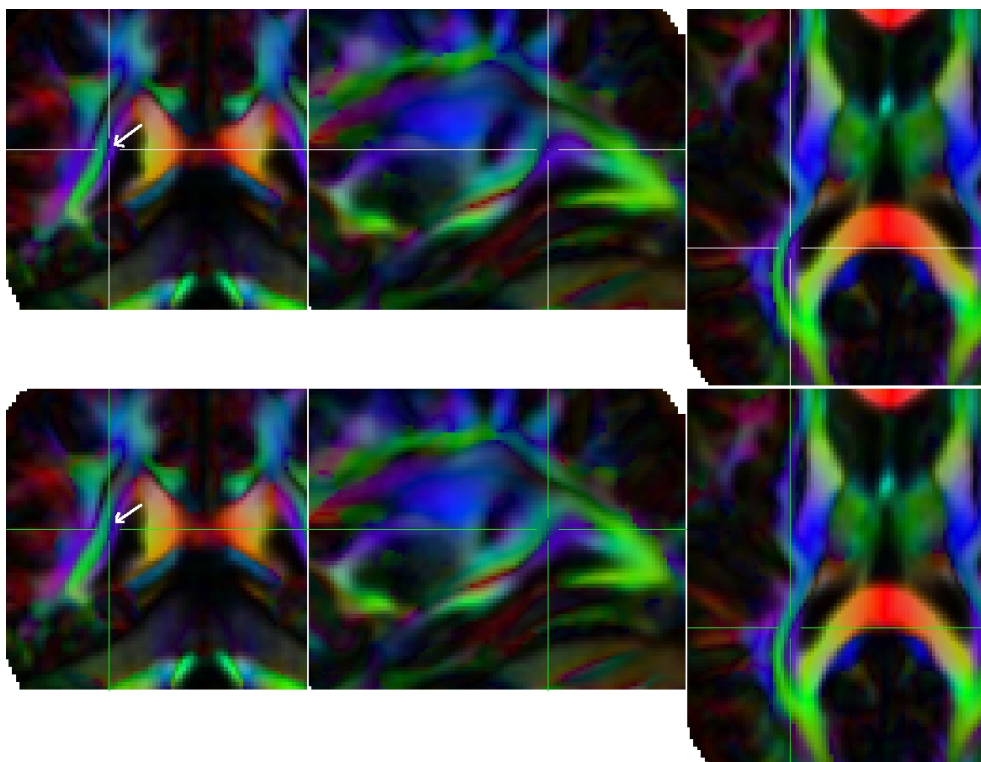


Abbildung 5.24.: Unterschiede der gemittelten FA-Bilder; oben: FA_{FA} , unten: $FA_{FA 0,5}$

Fazit. Die vorgeschlagene Erweiterung der Methode von Thirion und ihre Anwendung für die Registrierung von Diffusionsbildern zeigt gute Ergebnisse bei Verformung von FA-Bildern unter Berücksichtigung der Richtungsinformation der Eigenvektoren. Man kann davon ausgehen, dass durch Hinzunahme zusätzlicher Information die Resultate nicht schlechter, sondern eigentlich nur besser werden können, da diese Information wie auch die FA-Grauwerte aus denselben Tensoren errechnet

wird und deswegen mit den skalaren Grauwert-Daten konsistent ist.

Bei kleinen Verformungen (im Beispiel Verschiebung um 3 Pixel) reicht allein die Kenntnis der Vektorrichtungen zur Findung eines korrekten Verformungsfeldes. Bei größeren Unterschieden zwischen den zu untersuchenden Bildern ist das wahrscheinlich nicht mehr der Fall. Hier kann man durch die Variierung des Parameters, der den Einfluss des skalarprodukt-basierten Terms einschränkt, zu einer optimalen Registrierung gelangen.

Gleichzeitig ist gezeigt worden, dass die Registrierung mit FA-Bildern bessere Ergebnisse bringt im Vergleich zur Registrierung von T1-Bildern. Und durch Hinzunahme der Vektor-Information lässt sich die Güte der Methode weiter steigern.

Auswertung der erweiterten Registrierungsmethode

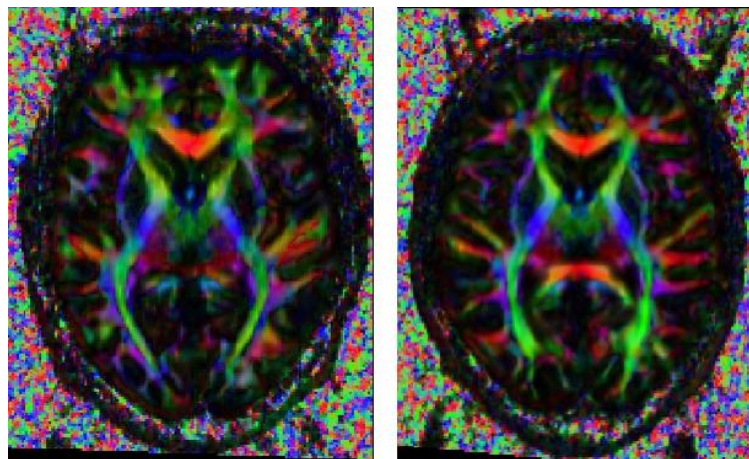
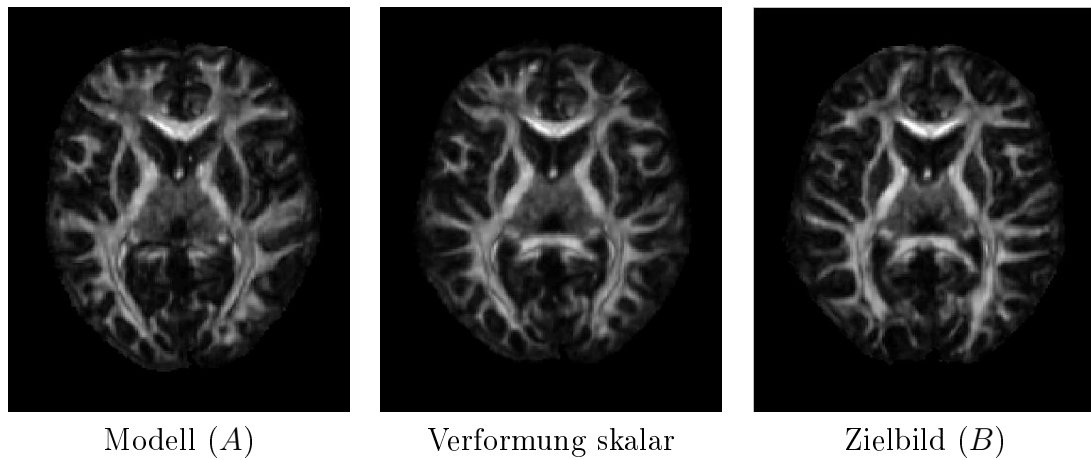
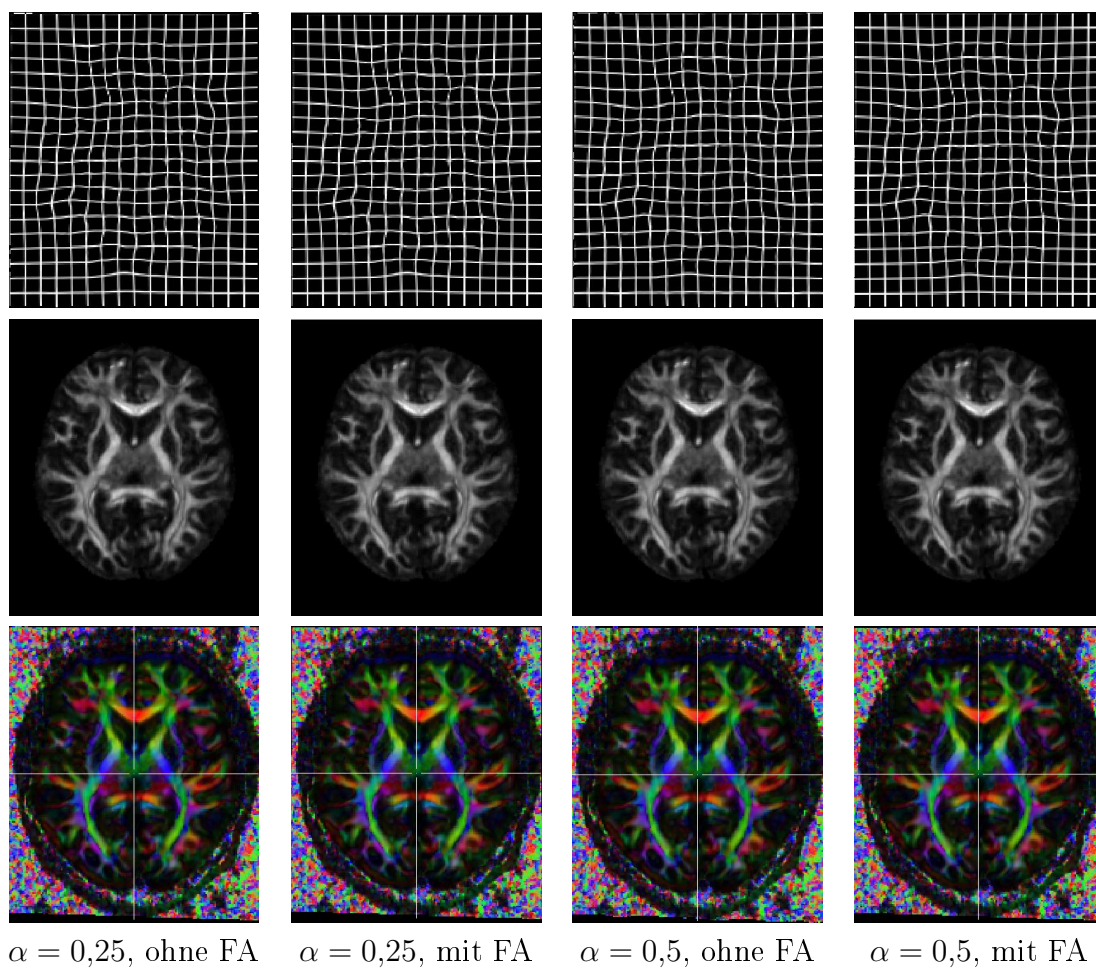
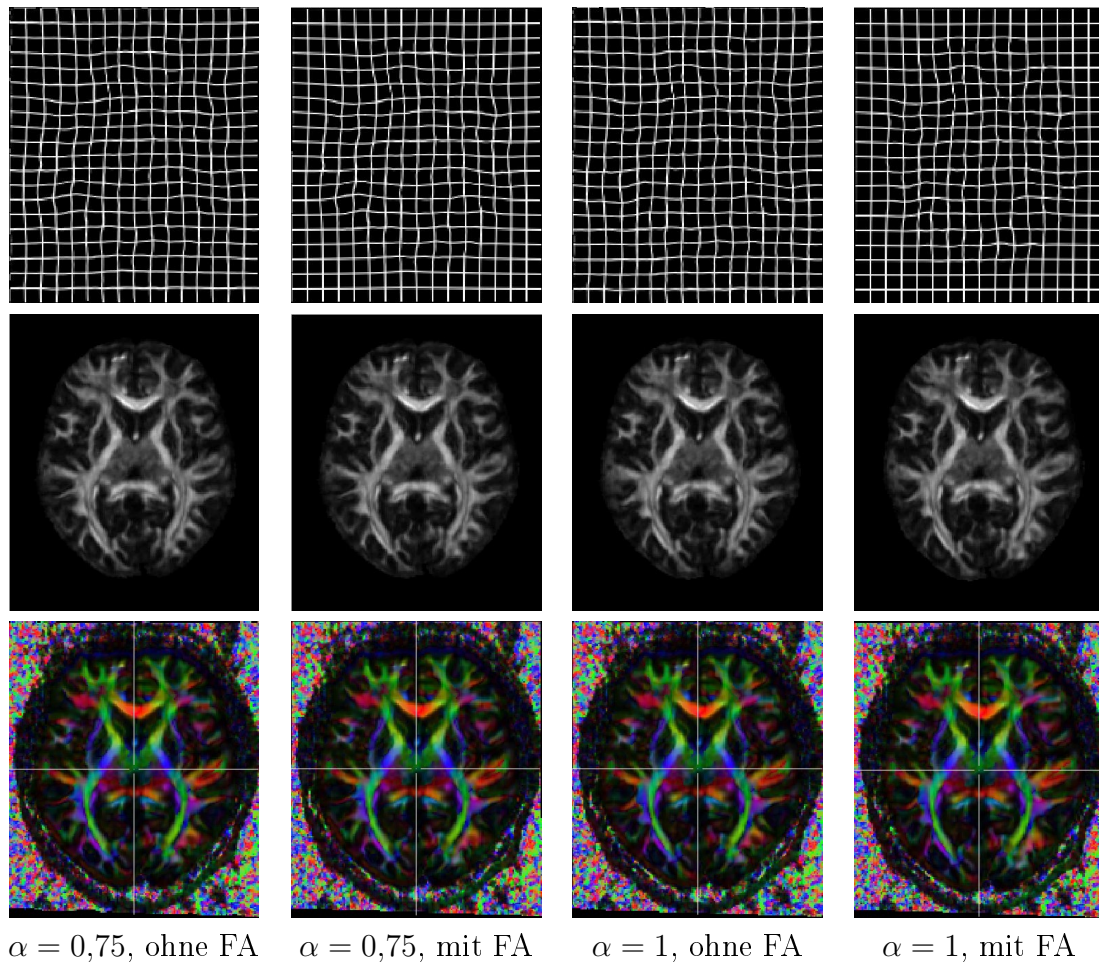


Abbildung 5.25.: Modell- und Zielbild als FA-Farbbilder

Die obere Abbildung zeigt eine Schicht des Originalbildes, des verformten Originalbildes (Verformung nur über Grauwerte) sowie des Zielbildes. In der nächsten Abbildung 5.25 ist nochmals dieselbe Schicht des Original- und des Zielbildes in FA-Farbkodierung dargestellt. Auf den zwei folgenden Seiten sind die Ergebnisse der Verformung mit unterschiedlichem Parameter α aufgeführt: Anwendung auf ein regelmäßiges Gitter, auf ein FA-Bild; außerdem ist immer auch ein FA-Farbbild dargestellt, das aus den verformten Original-Diffusionsbildern errechnet wurde. Die Verformung wurde für $\alpha = 0,25, 0,5, 0,75, 1$ durchgeführt, jeweils ohne und mit Berücksichtigung der FA-Werte als Wichtungsfaktor.





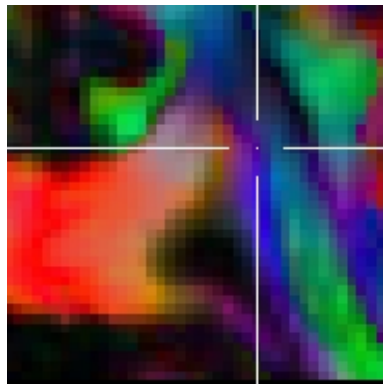
Da bei diesem Überblick Änderungen bei den Bildern schwer zu sehen sind, werden im Weiteren einige Ergebnisse detaillierter dargestellt. Abbildung 5.26 zeigt einen vergrößerten Ausschnitt in der Nähe von *Tapetum* des *Corpus callosum* in drei Ebenen. Die obere Reihe stammt aus dem Originalbild, die nächste aus dem Zielbild. Die dritte Ausschnitts-Reihe gehört dem mit $\alpha = 0$ verformten Bild und die letzte schließlich dem Originalbild, das mit $\alpha = 0,5$ verformt wurde. (0,5 wurde hier als Beispielwert genommen, um zu sehen, was bei gleich starker Gewichtung des Grauwert- und des Eigenvektor-Terms bei Berechnung der Verformung passiert.)

Wie man hier sieht, sollte das breite grüne Faserbündel des Originalbildes auf sein schmales Gegenstück im Zielbild abgebildet werden. Bei der Verformung ohne die Richtungsinformation aus den Eigenvektoren war dies nicht ganz gelungen, während

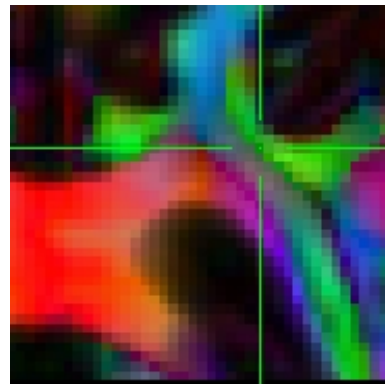
es mit dieser Information zu einer besseren Registrierung kam.

Die Abbildung 5.27 zeigt eine weitere Region, wo man auch einen Unterschied sieht. Hier befindet sich das Haarkreuz im Originalbild in einem blauen Bündel, während es im Zielbild ein grüner Bündel ist. Das heißt, nach Registrierung und Ausrechnung der FA sollten sich die Werte geringer Größe ergeben, idealerweise nahe Null (die beiden Bündel verlaufen ja senkrecht zueinander), wie es in den unteren Ausschnitten zu sehen ist. Bei dem Bild, das ohne Berücksichtigung der Eigenvektoren verformt wurde (3. Reihe), ist der schwarze Streifen mit $FA=0$ weiter entfernt.

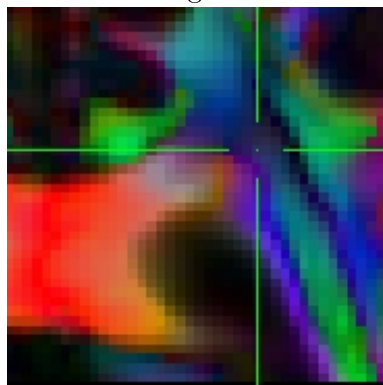
Um jetzt die Wirkung des Parameters α besser nachzuvollziehen, wurde aus den oben aufgeführten FA-Farbbildern, die der Verformung mit $\alpha = 0,25, 0,5, 0,75, 1$ entsprechen, ein Ausschnitt der koronaren Schicht vergrößert und zwar der gleiche, wie in der Abbildung 5.27. Die Resultate sind unten zu sehen.



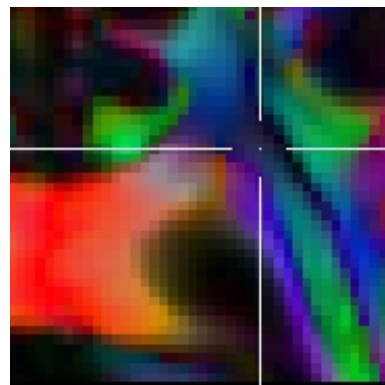
Original



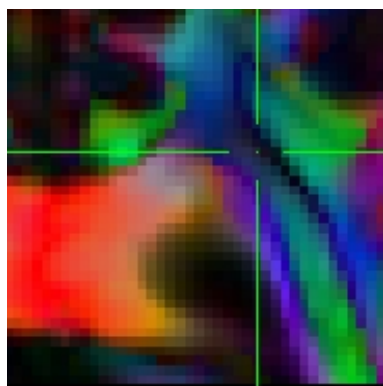
Ziel



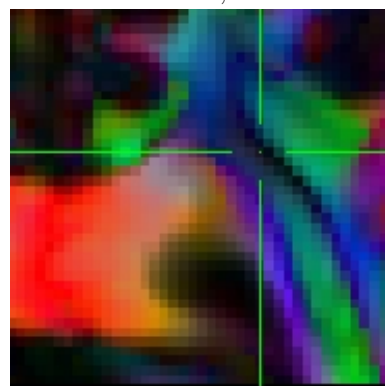
$\alpha = 0$



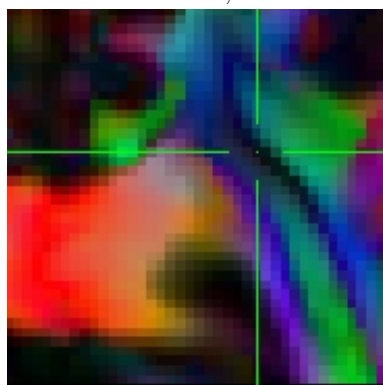
$\alpha = 0,25$



$\alpha = 0,5$



$\alpha = 0,75$



$\alpha = 1$

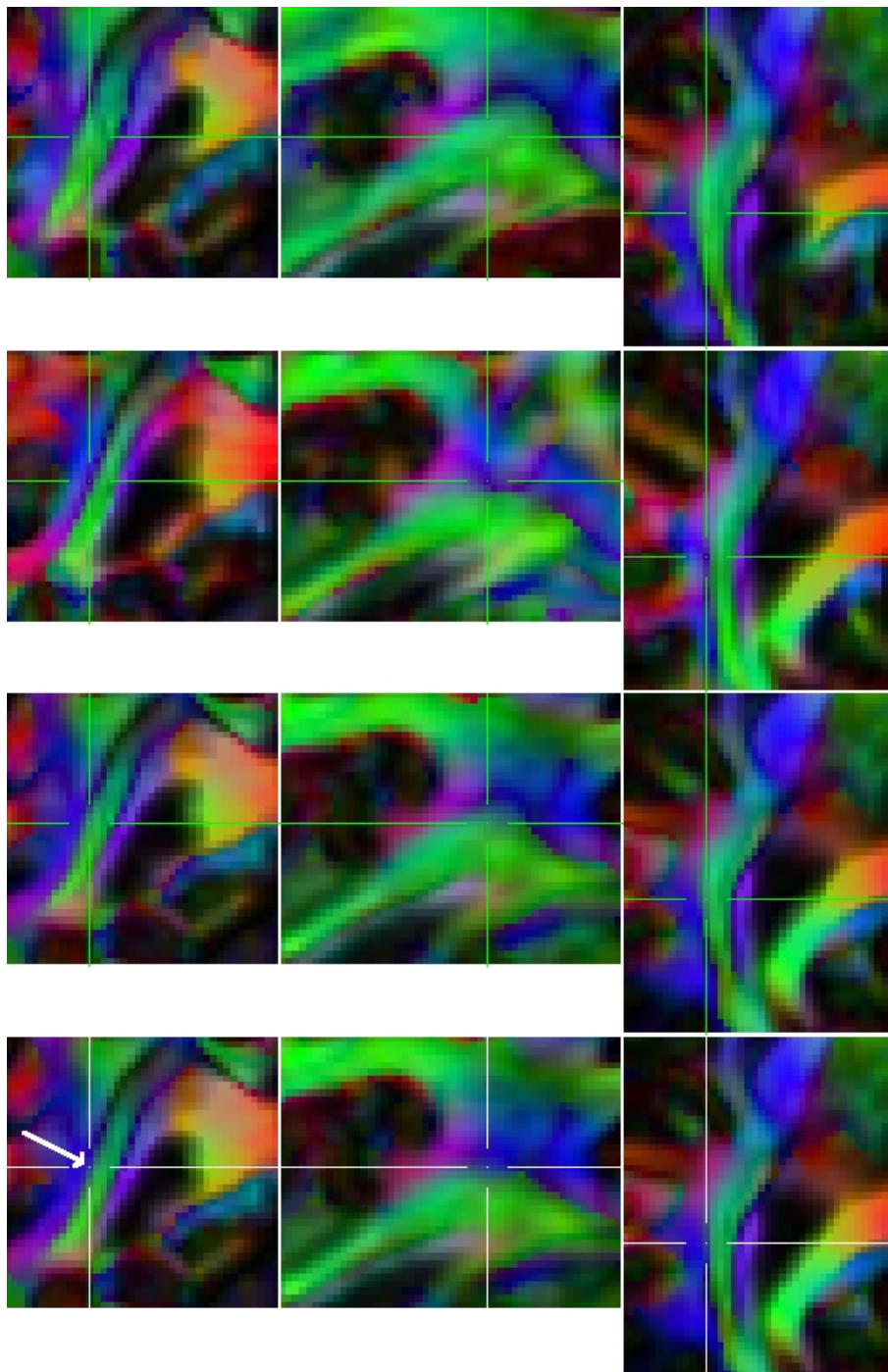


Abbildung 5.26.: Ausschnitt der FA-Farbbilder in der Nähe von *Tapetum*: Original / Ziel / Verformung $\alpha = 0$ / Verformung $\alpha = 0,5$

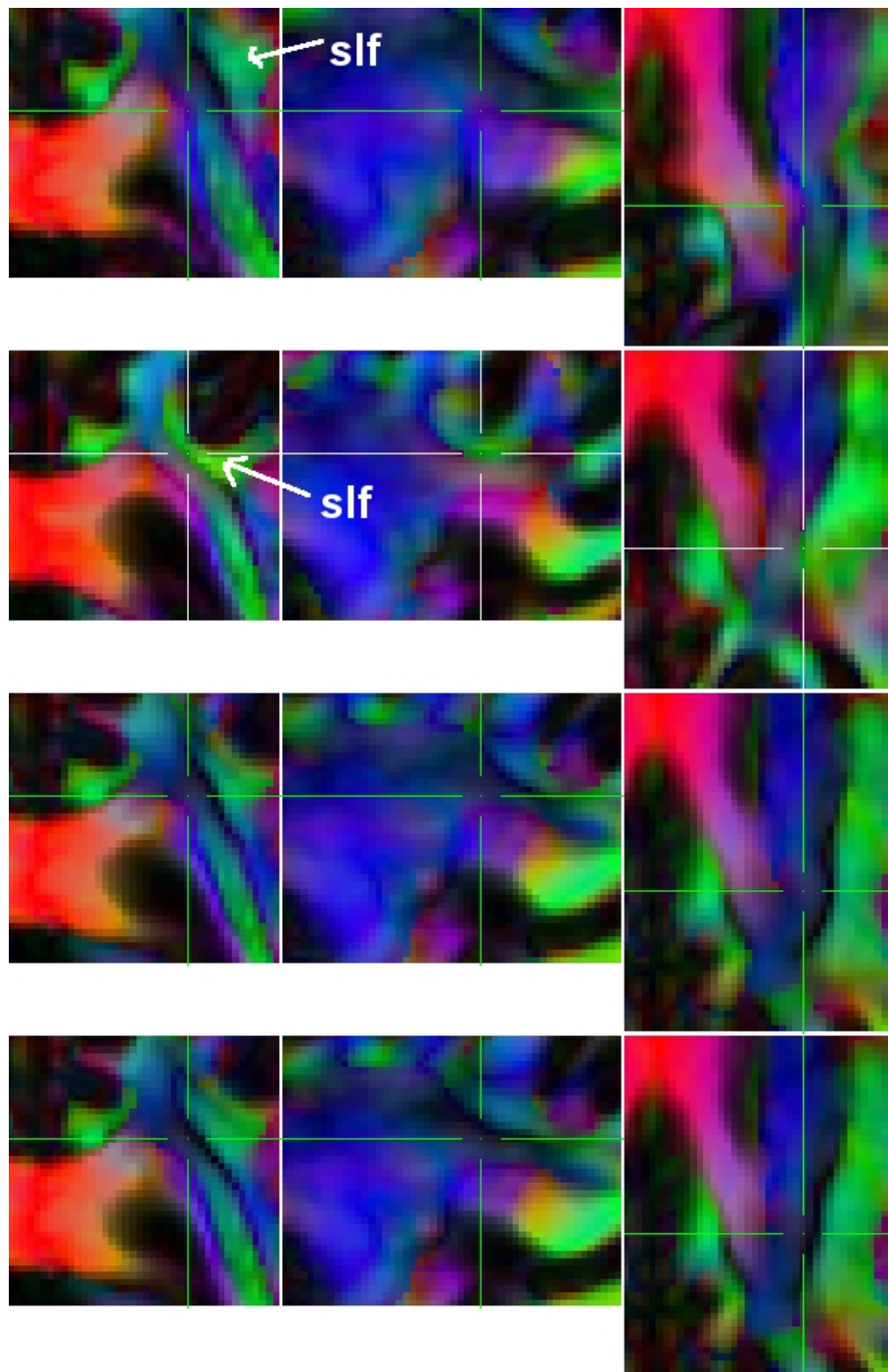


Abbildung 5.27.: Ausschnitt der FA-Farbbilder in der Nähe von *SLF*: Original / Ziel
/ Verformung $\alpha = 0$ / Verformung $\alpha = 0,5$

6. Zusammenfassung

Die Diffusions-Tensor-Magnet-Resonanz-Tomographie (DT-MRT; engl. DTI) bietet die Möglichkeit der Abbildung der Nervenfaseroorientierung im menschlichen Gehirn. Zum Vergleich dieser Daten zwischen Probanden oder zwischen der linken und rechten Hirnhälfte eines Probanden ist eine nichtlineare Registrierung dieser Bilddaten erforderlich. Dazu wird aus skalaren Kontrastbildern (zum Beispiel T1-/T2-gewichtete Bilder, fraktionale Anisotropie) ein Verformungsfeld berechnet und dann auf die gemessenen Bilddaten angewendet. Wird dieses Vektorfeld nicht nur auf skalare Werte, sondern auf Tensoren angewendet, muss auch die Rotationskomponente des Vektorfeldes berücksichtigt werden, was in einer Drehung der Eigenvektoren resultiert. Die Analyse und Implementierung der aus der Literatur bekannten Methoden bildet einen wichtigen Aspekt der vorliegenden Arbeit.

Um die Registrierung weiter zu verbessern, kann zur Berechnung des Verformungsfeldes neben dem skalaren Bild auch die aus Tensoren abgeleitete Information berücksichtigt werden, was zu einer besseren Übereinstimmung der Faserbündel führen kann. Neben einer kurzen Darstellung existierender Techniken wird ein alternativer Ansatz vorgeschlagen, bei dem die Richtung der Eigenvektoren bzw. deren Skalarprodukt in die zu minimierende Kostenfunktion hineinfließt, und gezeigt, dass dabei bessere Ergebnisse bei Registrierung zwischen mehreren Probanden erzielt werden können. Der Grad der Güte kann durch eine Veränderung des Parameterwertes reguliert werden.

Anhang A.

Algorithmus von J.-P. Thirion und seine Erweiterung

A.1. Ursprünglicher Algorithmus

- erzeuge Pyramiden für Modell- und Referenzbild, das heißt, wiederhole mehrmals folgende Schritte für jedes Bild:
 - glätte das Bild mit Gauß-Filter, um Bildartefakte zu vermeiden;
 - skaliere das Bild herunter mit Faktor 0,5;
- setze Verschiebungsfelder für Modell- und Referenzbild auf 0;
- beginne mit der größten Skala und wiederhole:
 - Vorwärts-Transformation:
 - * verforme das Referenzbild mit aktuellem Verschiebungsfeld für Modellbild;
 - * berechne optischen Fluss zwischen Ergebnis und Modellbild (basiert auf Unterschied zwischen Voxelintensitäten);
 - * korrigiere Verschiebungsfelder mit dem Resultat;
 - Rückwärts-Transformation:
 - * verforme das Modellbild mit aktuellem Verschiebungsfeld für Referenzbild;
 - * berechne optischen Fluss zwischen Ergebnis und Referenzbild (basiert auf Unterschied zwischen Voxelintensitäten);
 - * korrigiere Verschiebungsfelder mit dem Resultat;
 - weitere Korrekturen der Verschiebungsfelder;
 - nach Durchlauf einer bestimmten Zahl von Iterationen Übergang zur nächstfeineren Skala und erneute Schleife mit einer geringeren Iterationszahl.

A.2. Erweiterung

- erzeuge zusätzlich Pyramiden für Eigenvektoren-Bilder:

- Erzeugung von Matrizen/Tensoren aus Eigenvektoren²³: $M = vv^T$;
- Glättung der Matrizen komponentenweise;
- Herunterskalierung der Matrizen komponentenweise;
- Ermittlung der Eigenvektoren aus Matrizen für jede Skala;
- Ablauf des Registrierungsprozesses erfolgt analog zum ursprünglichen Algorithmus; zusätzlich:
 - bei Vorwärts- und Rückwärts-Transformation auch Verformung der Vektoren:
 - * die 1., 2. bzw. 3. Komponenten der Vektoren werden jeweils zusammengefasst als Bild betrachtet transformiert;
 - * aus aktuellen Verschiebungsfeldern wird die Rotationskomponente ausgerechnet und Richtungen der Vektoren korrigiert (PPD-Methode);
 - beim optischen Fluss zusätzliche Berücksichtigung der Ähnlichkeit der Eigenvektoren (basiert auf Skalarprodukt).

²³Eine intuitive Idee mit dem Glätten und Herunterskalieren der Eigenvektoren-Komponenten lässt sich leider nicht realisieren, was mit dem Prozess der Bestimmung der Eigenvektoren zu tun hat: Es kann nämlich sein, dass sich für zwei identische Richtungen zwei antiparallele Vektoren ergeben, die also in genau entgegengesetzte Richtungen zeigen. Würde man über solche Vektoren mitteln, hätte man einen Nullvektor als Ergebnis, was natürlich falsch wäre. Mit aus den Vektoren abgeleiteten Matrizen hat man dieses Problem nicht.

Anhang B.

Algorithmus von T. Vercauteren

B.1. Dämonen-Algorithmus

- wähle eine Anfangstransformation (Vektorfeld) s ;
- wiederhole bis Auftritt von Konvergenz:
 - bei gegebenem s berechne entsprechendes Aktualisierungsfeld u aus Minimierung von $E_s^{corr}(u) = \|F - M \circ (s + u)\|^2 + \frac{\sigma_i^2}{\sigma_x^2} \|u\|^2$ bezüglich u

$$\Rightarrow u(p) = -\frac{F(p) - M \circ s(p)}{\|J^p\|^2 + \frac{\sigma_i^2(p)}{\sigma_x^2}} J^{pT}; \quad (\text{B.1})$$

- aktualisiere $c \leftarrow s + u$;
- aktualisiere $s \leftarrow K_{diff} * c$ (meistens Gauß-Faltung).

B.2. Iteration mit diffeomorphen Dämonen

- berechne Aktualisierungsfeld u der Punktentsprechungen mittels [B.1](#);
- aktualisiere $c \leftarrow s \circ \exp(u)$, $\exp(u)$ berechnet sich hierbei wie folgt:
 - wähle ein N so, dass $2^{-N}u$ nahe 0 ist, zum Beispiel $\max \|2^{-N}u(p)\| \leq 0.5$,
 - führe explizite Integration erster Ordnung durch: $v(p) \leftarrow 2^{-N}u(p)$ für alle Voxel,
 - vollziehe N rekursive Quadrierungen von v : $v \leftarrow v \circ v$;
- aktualisiere $s \leftarrow K_{diff} * c$.

Anhang C.

PPD-Algorithmus

Gegeben seien Transformationsmatrix F und Diffusions-Tensor D .

- berechne Einheits-Eigenvektoren $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ von D ;
- berechne Einheitsvektoren \vec{n}_1, \vec{n}_2 in Richtungen von $F\vec{e}_1$ und $F\vec{e}_2$;
- berechne Drehmatrix R_1 , die \vec{e}_1 auf \vec{n}_1 abbildet (Drehachse r und -winkel θ erhält man aus dem Vektor- und dem Skalarprodukt von \vec{e}_1 und \vec{n}_1).

Jetzt ist eine zweite Rotation gesucht, die \vec{e}_2 von seiner Position nach der ersten Drehung ($R_1\vec{e}_2$) in die \vec{n}_1 - \vec{n}_2 -Ebene abbildet.

- finde die Projektion $P(\vec{n}_2)$ von \vec{n}_2 in die Ebene, die senkrecht auf $R_1\vec{e}_1$ steht;
- sei \vec{n}'_2 ein Einheitsvektor in Richtung dieser Projektion;
- berechne die zweite Drehmatrix R_2 , die $R_1\vec{e}_2$ in \vec{n}'_2 überführt (Drehachse ist \vec{n}_1 , Winkel errechnet sich aus dem Skalarprodukt von $R_1\vec{e}_2$ und \vec{n}'_2);
- endgültige Rotationsmatrix: $R = R_2R_1$;
- Reorientierung des Tensors: $D' = RDR^T$.

Literaturverzeichnis

- [1] Deutschsprachige Wikipedia, die freie Enzyklopädie
(<http://de.wikipedia.org>)
- [2] C. Palm, A. Vieten, D. Bauer, U. Pietrzyk, *Evaluierung von Registrierungsstrategien zur multimodalen 3D-Rekonstruktion von Rattenhirnschnitten*, Bildverarbeitung für die Medizin 2006, 2006
(<http://www.springerlink.com/content/1115u30lv0u53703/>)
- [3] C. Beaulieu, *The basis of anisotropic water diffusion in the nervous system – a technical review*, NMR in Biomedicine 2002, 15:435–455
- [4] P.J. Basser, J. Mattiello, D. LeBihan, *Estimation of the effective self-diffusion tensor from the NMR spin echo*, Journal of Magnetic Resonance, Series B, San Diego Cal 103.1994, 247–254, ISSN 1064-1866
- [5] P. J. Basser, S. Pajevic, C. Pierpaoli, J. Duda, A. Aldroubi, *In vivo fiber tractography using DT-MRI data*, Magnetic Resonance in Medicine, New York 44, 2000,625–632, ISSN 0740-3194
- [6] T.E.J. Behrens, H. Johansen-Berg u. a., *Non-invasive mapping of connections between human thalamus and cortex using diffusion imaging*, Nature Neuroscience, New York 6, 2003, 750-757, ISSN 1097-6256
- [7] A.A. Mustafa, *Optimum template selection for image registration using ICMM*, 9th British Machine Vision Conference, 1998
- [8] R.P. Woods et al., *Automated Image Registration: II. Intersubject Validation of Linear and Nonlinear Models*, Journal of Computer Assisted Tomography 22, 1998, 153-165
- [9] I.J. Dowman, *Automating image registration and absolute orientation: solutions and problems*, Photogrammetric Record, 16(91), 1998, 5-18
- [10] J.-P. Thirion, *Image matching as a diffusion process: an analogy with Maxwell's demons*, Medical Image Analysis 2(3), 1998, 243-260
- [11] T. Vercauteren et al., *Non-parametric Diffeomorphic Image Registration with the Demons Algorithm*, Proceedings of the 10th International Conference on Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention (MICCAI'07), 2007, 319–326
- [12] P. Cachier, E. Bardinet, D. Dormont, X. Pennec, N. Ayache, *Iconic feature based nonrigid registration: The PASHA algorithm*, CVIU - Special Issue on Nonrigid Registration 89(2-3), 2003, 272-298

- [13] D.C. Alexander, J.C. Gee, R. Bajcsy, *Strategies for Data Reorientation during Non-Rigid Warps of Diffusion Tensor Images*, MICCAI, 1999, 463-472
- [14] J.C. Gee, R.K. Bajcsy, *Elastic Matching: Continuum Mechanical and Probabilistic Analysis*, chapter in "Brain Warping", ed. A.W. Toga, Academic Press, 1998
- [15] J. Ruiz-Alzola et al., *Nonrigid registration of 3D tensor medical data*, Medical Image Analysis 6, 2002, 143-161
- [16] A. Guimond, C.R.G. Guttman, S.K. Warfield, C.-F. Westin, *Deformable registration of DT-MRI data based on transformation invariant tensor characteristics*, Proc. Intl. Symp. on Biomed. Imaging, 2002, 761-764
- [17] A. Guimond et al., *Three-dimensional multimodal brain warping using the demons algorithm and adaptive intensity corrections*, IEEE Trans. on Medical Imaging, 20(1), 2001, 58-69
- [18] W. Van Hecke et al., *Nonrigid Coregistration of Diffusion Tensor Images Using a Viscous Fluid Model and Mutual Information*, IEEE Trans. on Medical Imaging, 26(11), 2007, 1598-1612
- [19] M.-C. Chiang et al., *Fluid Registration of Diffusion Tensor Images Using Information Theory*, IEEE Trans. on Medical Imaging, 27(4), 2008, 442-456
- [20] K. Tsuda, S. Akaho, K. Asai, *The EM algorithm for kernel matrix completion with auxiliary data*, J. Mach. Learn. Res. 4, 2003, 67-81
- [21] Z. Wang, B.C. Vemuri, *DTI segmentation using an information theoretic tensor dissimilarity measure*, IEEE Trans. on Medical Imaging, 24(10), 2005, 1267-1277
- [22] G. Hermosillo, *Variational methods for multimodal image matching*, Ph.D. dissertation, Univ. Nice, France, 2002
- [23] A. Leow et al., *Inverse consistent mapping in 3-D deformable image registration: Its construction and statistical properties*, Inf. Proces. Med. Imag., Glenwood Springs, CO, 2005
- [24] D.C. Alexander, C. Pierpaoli, P.J. Basser, J.C. Gee, *Spatial transformations of diffusion tensor magnetic resonance images*, IEEE Trans. Med. Imaging 20, 2001, 1131-1139
- [25] D. Alexander, C. Pierpaoli, P. Basser, J.C. Gee, *An Algorithm for Preservation of Orientation during Non-Rigid Warps of Diffusion Tensor Magnetic Resonance (DT-MR) Images*, Proc. Intl. Soc. Mag. Reson. Med 9, 2001, 791
- [26] L.E. Malvern, *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, NJ, 1969
- [27] T.W. Anderson, *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, John Wiley & Sons, 2nd edition, 1984

Abbildungsverzeichnis

2.1	Schema der Stejskal-Tanner-Sequenz für die DW-MRI	4
2.2	Darstellung von Schnittbildern mit Farbkodierung	7
2.3	Traktografische Darstellung	7
2.4	Darstellung mit Diffusions-Ellipsoiden	8
3.1	Illustrierung der Arbeitsweise des maxwellschen Dämons	23
3.2	Iterationen im Diffusionsmodell mit Dämonen in einem einfachen Fall	24
3.3	Beispiel, bei dem die dämonenbasierte Technik nicht funktioniert . . .	24
3.4	Beispiel, bei dem die anziehungs-basierte Technik eventuell nicht funk- tioniert	25
3.5	Iteratives Schema im Falle eines Diffusions-Modells	25
3.6	Registrierungsergebnisse bei Guimond-Methode	31
4.1	Veranschaulichung der Notwendigkeit der Tensoren-Reorientierung . .	36
4.2	Abhängigkeit der Reorientierung von der ursprünglichen Richtung der Struktur	37
4.3	Prolate (a) und oblate (b) Form	38
5.1	Bild nach Anwendung einer gleichmäßigen horizontalen Scherung . . .	42
5.2	Verteilung der Rotationswinkel ermittelt über die PPD-Methode [Sche- rung]	42
5.3	Richtungen der Vektoren ohne Reorientierung (Gesamtbild) [Scherung]	43
5.4	Richtungen der Vektoren ohne Reorientierung sowie nach Anwendung der SS-Methode (kleiner Quadrat-Ausschnitt vergrößert) [Scherung] .	43
5.5	Richtungen der Vektoren nach Anwendung von FS- und PPD-Methode [Scherung]	44
5.6	Rotationswinkel ermittelt über die SS- und FS-Methode [vdemon] . .	44
5.7	Rotationswinkel ermittelt über die PPD-Methode [vdemon]	45
5.8	Eigenvektoren ohne Rotation (Gesamtbild und vergrößerter Ausschnitt) [vdemon]	45
5.9	Eigenvektoren rotiert mit SS- und PPD-Methode [vdemon]	46
5.10	Rotationswinkel ermittelt über die SS- und PPD-Methode [MedIN- RIA Stufe 1]	46
5.11	Rotationswinkel ermittelt über die SS- und PPD-Methode [MedIN- RIA Stufe 3]	47
5.12	Rotationswinkel ermittelt über die SS- und PPD-Methode [MedIN- RIA Stufe 5]	47
5.13	Eigenvektoren vor und nach Rotation mit SS-Methode (Ausschnitt) [MedINRIA Stufe 5]	48

5.14	Eigenvektoren rotiert mit PPD-Methode [MedINRIA Stufe 5]	48
5.15	Untersuchte T1-gewichtete Bilder zweier Probanden A und B ; ein axialer Schnitt durch die Mitte	50
5.16	Pyramide der T1-Bilder des Probanden A ; derselbe Schnitt	50
5.17	Dieselbe Bildpyramide mit zusätzlich angezeigten Eigenvektoren; Fragmente einer axialen Schicht in der Nähe des <i>Corpus callosum</i> mit jeweils unterschiedlicher Zoom-Stufe	51
5.18	Pyramide der skalierten FA-Bilder des Probanden B	51
5.19	x -Komponente des Verschiebungsfeldes bei der Beispiel-Registrierung mit der erweiterten Methode ((a) mit FA-Gewichtung, (b) ohne FA-Gewichtung, (c) Werte liegen ziemlich genau bei -3)	52
5.20	FA-Farbdarstellung des verformten Bildes bei der Beispiel-Registrierung mit der erweiterten Methode	52
5.21	Gemittelten FA-Farbbilder; oben: FA_{FA} , unten: $FA_{FA\ 0,5}$	54
5.22	(a) Differenz zwischen FA_{FA} und FA_{T1} , (b) Differenz zwischen $FA_{FA\ 0,5}$ und FA_{FA}	54
5.23	Fragment des Differenzbildes $FA_{FA\ 0,5} - FA_{FA}$	55
5.24	Unterschiede der gemittelten FA-Bilder; oben: FA_{FA} , unten: $FA_{FA\ 0,5}$	55
5.25	Modell- und Zielbild als FA-Farbbilder	57
5.26	Ausschnitt der FA-Farbbilder in der Nähe von <i>Tapetum</i> : Original / Ziel / Verformung $\alpha = 0$ / Verformung $\alpha = 0,5$	62
5.27	Ausschnitt der FA-Farbbilder in der Nähe von <i>SLF</i> : Original / Ziel / Verformung $\alpha = 0$ / Verformung $\alpha = 0,5$	63

Erklärung

Ich versichere, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt habe.

Leipzig, den 30. September 2008