

Genauigkeit tomographischer Invertierungsverfahren

Astrid Ziemann

Zusammenfassung:

Die Methode der akustischen Laufzeit-tomographie basiert auf der Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit von den Umgebungsbedingungen, z.B. vom Temperaturfeld, entlang des Schallausbreitungspfad. Die Temperaturverteilung wird mit Hilfe einer tomographischen Invertierung aller Laufzeitdaten akustischer Signale zwischen Sendern und Empfängern rekonstruiert. Dabei wird ein algebraischer Rekonstruktionsalgorithmus (Simultane Iterative Rekonstruktionstechnik) angewendet.

Um die Unbestimmtheit der rekonstruierten Daten abzuschätzen, wurden verschiedene Algorithmen mit einer synthetisch erzeugten Datenreihe turbulenter Temperaturschwankungen getestet. Die geometrischen Randbedingungen sowie verschiedene Parameter des Rekonstruktionsalgorithmus (Anzahl an Iterationen, Glättung von Daten) beeinflussen die erzielten Ergebnisse. Die Auswertung der Resultate weist nach, dass die Unbestimmtheit, die durch den tomographischen Rekonstruktionsalgorithmus verursacht wird, kleiner als der Messfehler der Laufzeitmessungen ist.

Summary:

The acoustic travel-time tomography is based on the dependency of the sound speed on environmental conditions, e.g. air temperature fields, along the propagation path of the sound signal. The distribution of temperature values is reconstructed by a tomographic inversion of all travel time information of acoustic signals between transmitters and receivers using an algebraic reconstruction technique (Simultaneous Iterative Reconstruction Techniques).

To evaluate the uncertainty of reconstructed data, different inverting algorithms were tested for a synthetic data series representing a spectrum of turbulent temperature fluctuations. Among others, geometric boundary conditions and different parameters of the algorithm (number of iterations, data smoothing) influence the results. The analysis of the results proved that the uncertainty caused by the tomographic reconstruction algorithm is smaller than the measurement errors of the incoming data.

1 Einleitung

Akustische Fernmessverfahren wenden aktiv ausgesendete Schallwellen und ihre Wechselwirkung mit der Atmosphäre zur Sondierung der Atmosphärenstruktur an. Hierbei wird die bekannte Tatsache genutzt, dass sich die raum-zeitlich variablen meteorologischen Größen auf verschiedene Schallausbreitungsparameter auswirken. Für die Bereitstellung von Flächen- bzw. Volumenmittelwerten von Temperatur oder Windvektor kann das Verfahren der akustischen Laufzeit-tomographie genutzt werden, welches durch die Kombination einer tomographischen Aufzeichnung von Schalllaufzeiten mit einem speziellen inversen Auswertungsalgorithmus charakterisiert ist (Ziemann et al., 1999).

Das Messsystem sowie der Auswertungsalgorithmus wurden in den vergangenen Jahren bei mehreren Feldexperimenten eingesetzt (z.B. Arnold et al., 2004, Raabe et al., 2002, Tetzlaff et al., 2001, Ziemann et al., 2002). Diese Sensitivitätsstudien haben gezeigt, dass mit dem Verfahren der akustischen Laufzeit-tomographie Absolutwerte meteorologischer Größen mit einer Genauigkeit bestimmt werden können, die mindestens der anderer Punktmessungen und Fernmessverfahren entspricht.

Die Unbestimmtheit der tomographisch rekonstruierten Temperaturfelder (und auch Windfelder) hängt zunächst von der Messgenauigkeit ab, welche durch die Genauigkeit der Entfernungsbestimmung zwischen Sendern und Empfängern, den Eigenschaften des empfangenen akustischen Signals und der Genauigkeit der Laufzeitbestimmung beeinflusst wird. Für einen Fehler bei der Laufzeitbestimmung von 0,3 ms und bei der Schallstreckenbestimmung von 5 cm kann entsprechend des Fehlerfortpflanzungsgesetzes die Temperatur mit einer Genauigkeit von 0,5 K für eine einzelne Messung entlang eines Schallstrahls bestimmt werden. Eine Verringerung dieses Fehlerwertes ist nach einer zeitlichen bzw. räumlichen Mittelung möglich.

Ein weiterer Einflussfaktor auf die Unbestimmtheit der räumlich aufgelösten Temperaturfelder ist die Rekonstruktionsgenauigkeit des Invertierungsalgorithmus. Eine Gruppe solcher Algorithmen bilden die sogenannten algebraischen iterativen Rekonstruktionsalgorithmen, die sich durch einfache Handhabbarkeit, Rechenzeitökonomie und eine stabile Lösungssuche auszeichnen. Nach einer großen Anzahl an Iterationen konvergiert das Ergebnis eines algebraischen Rekonstruktionsalgorithmus gegen die Lösung der verallgemeinerten Matrixinversion. So ist es möglich, zunächst die Eigenschaften der verallgemeinerten Inversen der Matrixinversion zu untersuchen, um die Genauigkeit des Rekonstruktionsalgorithmus abzuschätzen (Ziemann et al., 2001). Gegenüber der verallgemeinerten Matrixinversion können bei den verschiedenen Verfahren der algebraischen Rekonstruktionstechnik die Matrizen zur Berechnung der Rekonstruktionsgenauigkeit nicht direkt bestimmt. Eine Lösung dieses Problems ist durch Sensitivitätsstudien mit vorgegebenen Temperaturverteilungen gegeben, um die Genauigkeit der Rekonstruktion auch für algebraische Rekonstruktionstechniken zu studieren.

2 Tomographischer Invertierungsalgorithmus

Die Messgröße der akustischen Laufzeittomographie, die Signallaufzeit τ_i , kann als Linienintegral über die gesuchte inverse Schallgeschwindigkeit (Langsamkeit s in Abhängigkeit von der Lufttemperatur) entlang eines Schallausbreitungspfades i dargestellt werden. Aufgrund einer begrenzten Anzahl an Sendern und Empfängern kann ein Luftvolumen nur mit einer endlichen Auflösung untersucht werden. Nach einer Diskretisierung ergibt sich das invers zu lösende Gleichungssystem für i Schallstrahlen und j Gitterzellen folgendermaßen:

$$\tau_i = \sum_{j=1}^J l_{ij} s_j \quad (1)$$

mit der Länge l_{ij} des i -ten Schallpfades in der j -ten Gitterzelle.

Ausgehend von den gemessenen Laufzeiten wird mit Hilfe eines inversen Rekonstruktionsalgorithmus ein räumlich aufgelöstes Temperaturfeld erzeugt (z.B. Ziemann et al., 2001). Für die Invertierung wird dabei ein Verfahren aus der Gruppe der algebraischen iterativen Rekonstruktionsalgorithmen verwendet, die Simultane Iterative Rekonstruktionstechnik (SIRT).

Kernpunkt des SIRT Algorithmus ist die iterative Verbesserung der Differenz zwischen gegebenen (gemessenen) und simulierten Laufzeiten. Dafür werden ausgehend von einer ersten Schätzung die modellierten Langsamkeitsverteilungen immer weiter korrigiert, bis ein Minimum für die Summe der Laufzeitdifferenzen erreicht wird. Diese Korrekturen, welche den Einfluss der Pfadlängen l_{ij} des Schallstrahls i in der Gitterzelle j auf die Korrekturwerte bestimmen, können unterschiedlich gewählt werden:

$$\Delta_i s_j^n = l_{ij}^x \frac{\tau_i^{mess} - \tau_i^n}{\left(\sum_{j=1}^J l_{ij}^{2 \cdot y} \right)^z} \quad (2)$$

mit den Parameterwerten $x=1, y=1, z=1$ (Algorithmus 1), $x=0, y=1/2, z=1$ (Algorithmus 2), $x=1, y=1/2, z=2$ (Algorithmus 3). Die Besonderheit des SIRT-Verfahrens gegenüber anderen

iterativen Rekonstruktionsalgorithmen besteht darin, dass eine mittlere Korrektur für die betreffende Zelle j erst nach Durchlaufen aller möglichen Strahlen durch dieses Gitterelement angebracht wird (z.B. Ziemann, 2000).

Nach dem Erzeugen eines neuen Langsamkeitenfeldes im aktuellen Iterationsschritt kann noch ein Glättungsalgorithmus angewendet werden. Damit werden in die Berechnung des aktuellen Gitterzellenwertes noch die Werte der benachbarten Gitterzellen einbezogen. Eine solche Glättung dämpft extreme Temperaturwerte im Messfeld und führt zu einer höheren Stabilität des Invertierungsalgorithmus insbesondere unter dem Einfluss von Messfehlern (siehe Ziemann, 2000). Dementsprechend resultieren 6 iterative Rekonstruktionsalgorithmen (Algorithmus 1-3 jeweils mit bzw. ohne Glättung), die im folgenden getestet werden.

3 Genauigkeit tomographisch rekonstruierter Temperaturverteilungen

3.1 Maßzahlen der Rekonstruktionsgenauigkeit

Es gibt eine Reihe von Kriterien, um die Qualität der Rekonstruktionsergebnisse zu quantifizieren (z.B. Laepple et al., 2004).

Ein erfolgreicher Invertierungsprozess lässt sich zunächst durch die Übereinstimmung zwischen einem vorgegebenen Modell (Temperaturverteilung) und dem rekonstruierten Bild feststellen. Ein quantitatives Kriterium für die Ähnlichkeit von Modellvorgabe und Tomogramm ist der sogenannte Euklidische Abstand

$$ED = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J (c_j - c_j^n)^2, \quad (3)$$

d.h., die über alle Zellen J summierte quadratische Differenz aus der vorgegebenen und der simulierten temperaturabhängigen Schallgeschwindigkeit im n -ten Iterationsschritt. Je kleiner der Wert für ED , desto besser ist auch das Ergebnis der Invertierung. Die Größe ED ist außerdem ein Messwert für die Konsistenz des Gleichungssystems.

Ein Abbruchkriterium für den Iterationsalgorithmus und einen Test für die Stabilität der Lösungsprozedur stellt die Summe der quadrierten Residuen (SQR) der gemessenen und simulierten Laufzeiten im n -ten Iterationsschritt dar:

$$SQR = \sum_{i=1}^I (\tau_i^{mess} - \tau_i^n)^2. \quad (4)$$

Im Idealfall nimmt dieser Wert SQR während des Iterationsprozesses immer weiter ab. Einem Minimum dieser Größe entspricht ein maximaler Entropiewert der Lösung. Eine Abnahme der bzw. sehr geringe SQR -Werte sind dementsprechend notwendige, aber keine hinreichenden Bedingungen für eine Konvergenz gegen das richtige Modell. Fehlerhafte Messungen der Laufzeit oder der Sender- und Empfängerposition sowie eine begrenzte Überdeckung mit Strahlen bzw. eine ungenügende Winkelüberdeckung des Messfeldes können zu einer Verschmierung von Temperaturinhomogenitäten in die restliche Messfläche hinein führen (z.B. McMechan, 1983). Um das Auftreten von Artefakten (z.B. Schachbrettmuster) im rekonstruierten Bild zu vermeiden, sollte der Iterationsprozeß bereits beim Erreichen eines optimalen Ergebnisses, d.h. nach einem ersten Minimum der SQR -Werte, abgebrochen werden (z.B. Krajewski et al., 1989).

3.2 Ausgangs- und Vergleichsdaten

Um die Rekonstruktionsgenauigkeit des tomographischen Invertierungsalgorithmus SIRT für gegebene Sender-Empfänger-Geometrien und räumliche Auflösungen zu untersuchen, wurden verschiedene Sensitivitätsstudien mit synthetisch erzeugten Temperaturverteilungen durchgeführt (siehe Barth und Raabe, 2003). Diese Temperaturdaten entsprechen den turbu-

lenten Schwankungen im Trägheitsbereich eines Kolmogorov-Spektrums. Dazu wurde zunächst eine Zufallszahlenreihe mit einem äquidistanten Zeitschritt von 0,5 s erzeugt. Ausgehend von dieser Reihe wurden die Real- und Imaginärteile des Fourier-transformierten weißen Rauschens oberhalb einer Grenzfrequenz mit der Frequenz $f^{-5/6}$ multipliziert, um turbulente Schwankungen gemäß dem Kolmogorov-Spektrum zu erzeugen. Die so veränderten Werte wurden mittels einer inversen Fouriertransformation in den Zeitbereich zurücktransformiert und bilden nun eine Zeitreihe turbulenter Temperaturschwankungen. Um den Messprozess der akustischen Tomographie nachzuempfinden, wurden der ursprünglichen Zeitreihe nur Temperaturwerte aller 30 s entnommen. Diese reduzierte Zeitreihe, die einen Wertebereich von ca. $-1,3$ bis $+1,3$ Grad C aufweist, wurde unter der Annahme einer konstanten Advektionsgeschwindigkeit über das tomographische Messfeld mit den verschiedenen Gitterzellen verteilt, wobei sich die Temperaturwerte T_j bzw. Schallgeschwindigkeitswerte c_j in den j Gitterzellen nur in einer horizontalen Richtung voneinander unterscheiden (siehe auch Abb. 1). Die so bereitgestellten 516 Temperaturverteilungen wurden entsprechend der Messgeometrien von zwei Messkampagnen mit bekannten Schallpfaden in den Gitterzellen l_{ij} in i akustische Laufzeiten τ_i entsprechend Gleichung (1) umgerechnet.

Die so vorgegebenen Laufzeitdatensätze wurden mit drei verschiedenen Formen des SIRT Algorithmus (siehe Gleichung 2) sowie mit bzw. ohne eine Glättung invertiert, um die Rekonstruktionsgenauigkeit abzuschätzen.

3.3 Tomographisch rekonstruierte Daten

3.3.1 Lindenberg 1

Die Rekonstruktionsgenauigkeit wurde zunächst für die Messgeometrie eines Naturexperiments untersucht, das 1999 am Meteorologischen Observatorium Lindenberg durchgeführt wurde (siehe z.B. Tetzlaff et al., 2002, Ziemann et. al, 2001).

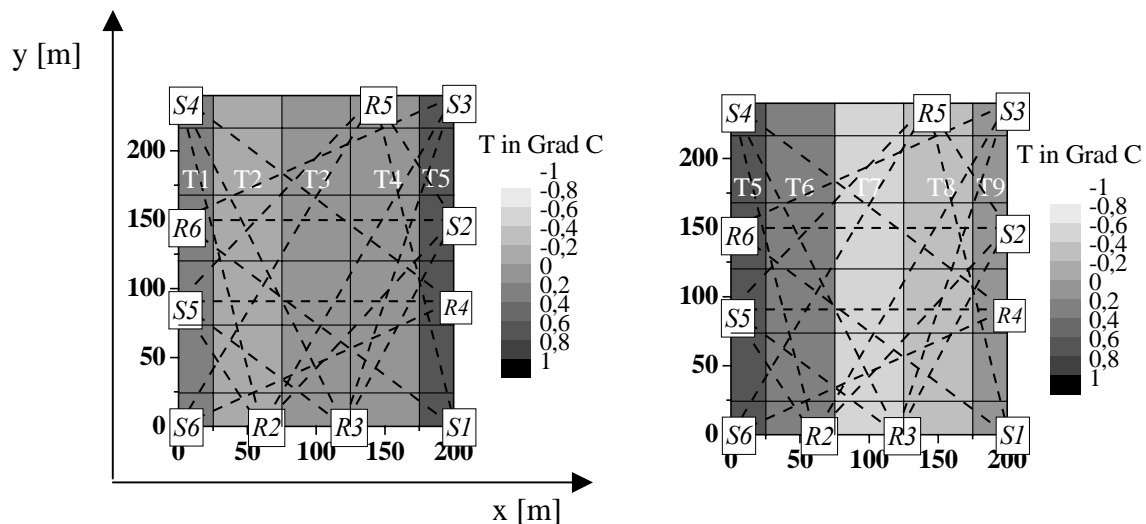


Abb. 1: Vorgegebene Temperaturverteilungen (mit den Temperaturwerten T1 bis T5 bzw. T5 bis T9 aus der Temperaturzeitreihe) zu einem Startzeitpunkt t1 (links) und nach 4 Zeitschritten zu einem Zeitpunkt t5 (rechts) mit einer Gitterzelleneinteilung von $50 \times 50 \text{ m}^2$ sowie den 6 Sender (S)- und 5 Empfängerpositionen (R) sowie den Schallstrahlen (gestrichelt).

Die Abbildung 1 zeigt das Messgebiet mit den Sender- und Empfängerpositionen sowie den Schallausbreitungstrecken. Für die tomographische Invertierung der Messergebnisse (pro simulierter Messung: 30 Laufzeitwerte) wurde eine Gitterzellengröße von $50 \times 50 \text{ m}^2$ verwendet.

Mit Hilfe des in Abschnitt 3.2 beschriebenen Algorithmus wurden synthetische Temperaturwerte erzeugt. Jeweils 5 Werte dieser Datenreihe werden in das tomographische Gitter (siehe Abb. 1) übertragen, somit wird ein in x-Richtung inhomogenes Temperaturfeld erzeugt. Für das Tomogramm des nächsten Zeitschritts werden die Temperaturwerte um eine Zelle in x-Richtung verschoben, am linken Modellrand entfällt ein alter Wert, am rechten Rand kommt ein neuer Wert aus der Temperaturzeitreihe hinzu usw. Anhand dieser Temperaturverteilungen wurden für jedes Tomogramm 30 Laufzeitwerte für die Schallstrecken zwischen 6 Sendern und 5 Empfängern berechnet. Aus diesen akustischen Laufzeiten wurden dann wiederum mit dem Tomographiealgorithmus Temperaturwerte rekonstruiert.

Die Datenanalyse für die Maßzahlen der Rekonstruktionsgenauigkeit SQR und ED (siehe Abschnitt 3.1) wurde nach 1, 5, 10, 15, 100, 500, 1000, 10000, 100000, 500000, and 2000000 Iterationsschritten durchgeführt. Die Ergebnisse für SQR und ED wurden über die 516 einzelnen Datensätze (Tomogramme) gemittelt, um mittlere Angaben zur Rekonstruktionsgenauigkeit von Temperaturwerten aus einem Spektrum möglicher Temperaturschwankungen zu erhalten (siehe Abb. 2).

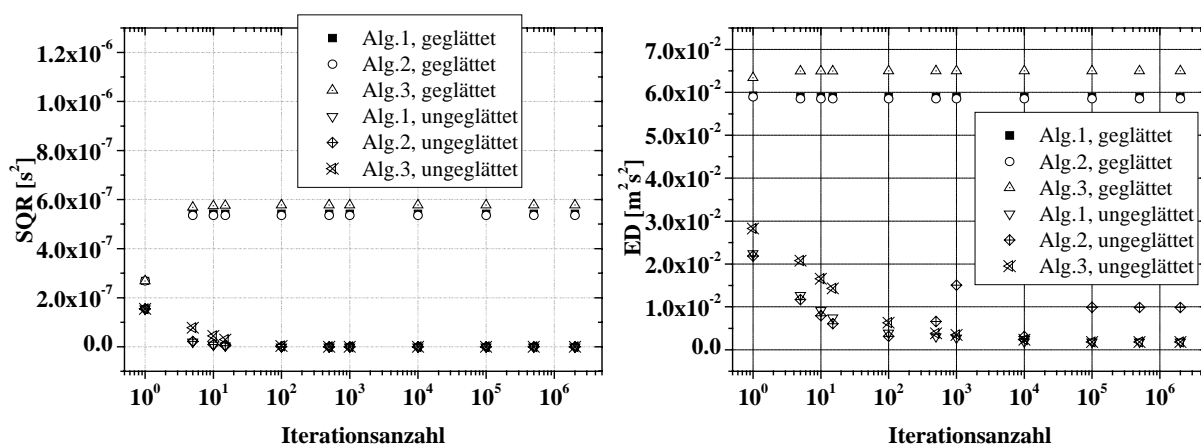


Abb. 2: Mittlere Werte der quadrierten Laufzeitresiduen (links) und der Euklidischen Distanz (rechts) für verschiedene Tomographiealgorithmen (Alg. 1-3 mit oder ohne Glättung) und in Abhängigkeit von der Anzahl der Iterationen für eine Gitterzellengröße von $50 \times 50 \text{ m}^2$.

Einerseits nehmen die Werte für SQR für alle Algorithmen ohne Glättung mit zunehmender Iterationsanzahl ab. Nach ca. 15 Iterationen sind Unterschiede in den Algorithmen (1-3) nur noch sehr gering ausgeprägt. Andererseits nehmen die Laufzeitresiduen für die Algorithmen mit Glättung nach dem ersten Iterationsschritt zu und bleiben dann mit wachsender Anzahl an Iterationsschritten nahezu konstant. Der Algorithmus 3 (geglättet) führt dabei zu etwas größeren Residuen. Der eingesetzte Glättungsmechanismus bezieht die jeweils benachbarten Temperaturgitterzellen in die Betrachtung ein, ohne auf eine Minimierung der Differenz zwischen vorgegebener und simulierter Laufzeit Rücksicht zu nehmen. Dementsprechend sind die höheren Werte für SQR im Fall mit Glättung zu erklären.

Ein vergleichbares Ergebnis erhält man bei Betrachtung der ED -Werte. Auch diese Werte nehmen für alle Algorithmen ohne Glättung zunächst ab, nach 100 bis 500 Iterationsschritten ist jedoch eine Vergrößerung der ED -Werte festzustellen. Das kann als Hinweis auf die Ausbildung von Artefakten im Tomogramm gewertet werden. Die Iterationen sollten dementsprechend insbesondere bei Algorithmus 2 (ungeglättet) bereits nach einer geringeren Anzahl (ca. 15) abgebrochen werden. Die ED -Werte für alle Algorithmen mit Glättung sind relativ konstant und damit unabhängig von der Anzahl der Iterationen. Wie bereits bei den SQR -Werten führt auch hier der Algorithmus 3 zu etwas größeren Differenzen zwischen der vorgegebenen und der rekonstruierten Temperaturverteilung.

Die Entwicklung der Laufzeitresiduen wurde außerdem für verschiedene Gitterauflösungen berechnet. Es wurden wiederum Mittelwerte über 516 Tomogramme gebildet und in Abbildung 3 dargestellt. Zwischen diesen Darstellungen sind nur geringe Unterschiede und damit eine geringe Abhängigkeit von der Gitterzellengröße festzustellen. Für eine höhere Auflösung resultieren etwas geringere Laufzeitunterschiede während der ersten Iterationsschritte sowohl für die Algorithmen mit Glättung als auch ohne Glättung. Den bestimmenden Einfluss auf die Laufzeitresiduen hat jedoch der Glättungsalgorithmus.

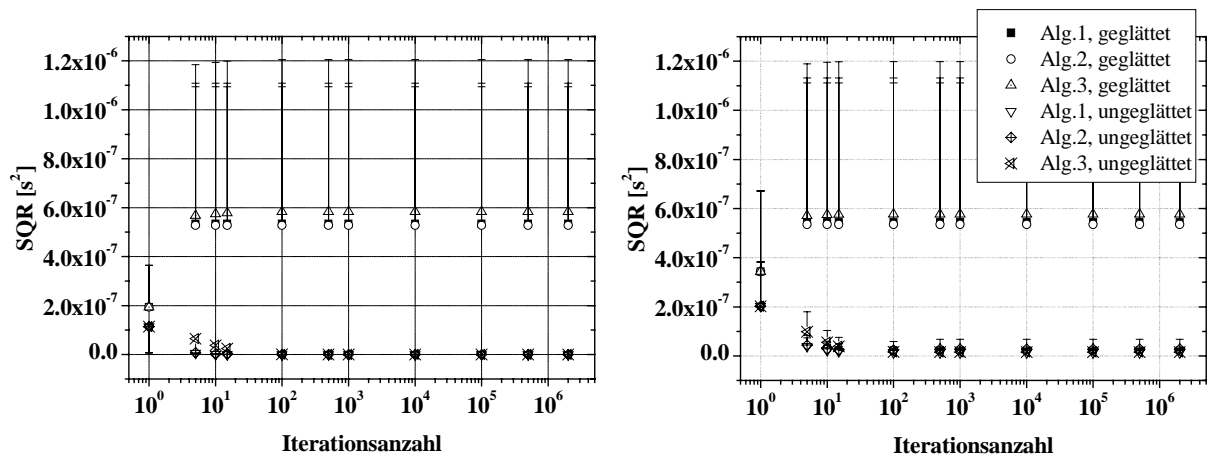


Abb. 3: Mittlere Werte und Standardabweichungen (nur in einer Richtung dargestellt) der quadrierten Laufzeitresiduen für verschiedene Tomographiealgorithmen (Alg. 1-3 mit oder ohne Glättung) und in Abhängigkeit von der Anzahl der Iterationen für eine Gitterzellengröße von $30 \times 30 \text{ m}^2$ (links) und $70 \times 70 \text{ m}^2$ (rechts).

Um den so bestimmten Wert für SQR einzuordnen, kann eine grobe Abschätzung herangezogen werden. Dem maximalen Wert für SQR von ca. $6 \cdot 10^{-7} \text{ s}^2$ entspricht eine Laufzeitabweichung für eine einzelne Strecke von ca. 0,025 ms. Im Vergleich dazu ist die Unsicherheit bei einer akustischen Laufzeitmessung um mindestens 1 Größenordnung größer (ca. 0,3 ms). Die Unsicherheiten durch den Rekonstruktionsalgorithmus sind damit deutlich kleiner als die Unsicherheiten der Messergebnisse selbst.

3.3.2 Lindenberg 2

Um den Einfluss einer größeren Anzahl an Schallausbreitungstrecken auf die Rekonstruktionsgenauigkeit zu testen, wurden die Maßzahlen SQR und ED für die Messgeometrie einer weiteren Messkampagne untersucht. Das Feldexperiment STINHO-2 (STruktur des turbulenten Transports über INHOMogener Unterlage) fand im Sommer 2002 erneut auf dem Gelände des Grenzschichtmessfeldes des Meteorologischen Observatoriums Lindenberg statt.

Das tomographische Messgebiet, welches mit 8 Schallsendern und 12 Empfängern untersucht wurde, hatte eine Ausdehnung von $300 \text{ m} \times 440 \text{ m}$ (siehe Abb. 4). Somit ergaben sich 96 Schallstrahlen, die das Gebiet gleichmäßig durchqueren. Aufgrund der Ausdehnung des Untersuchungsgebietes wurden jedoch nicht alle theoretisch möglichen Sender-Empfängerkombinationen für eine Auswertung genutzt. Um die Anwendbarkeit einer geradlinigen Schallausbreitung zu gewährleisten, wurde die maximale Streckenlänge auf 450 m begrenzt. Unter dieser Voraussetzung wurden für die Auswertung 79 Schallstrahlen herangezogen.

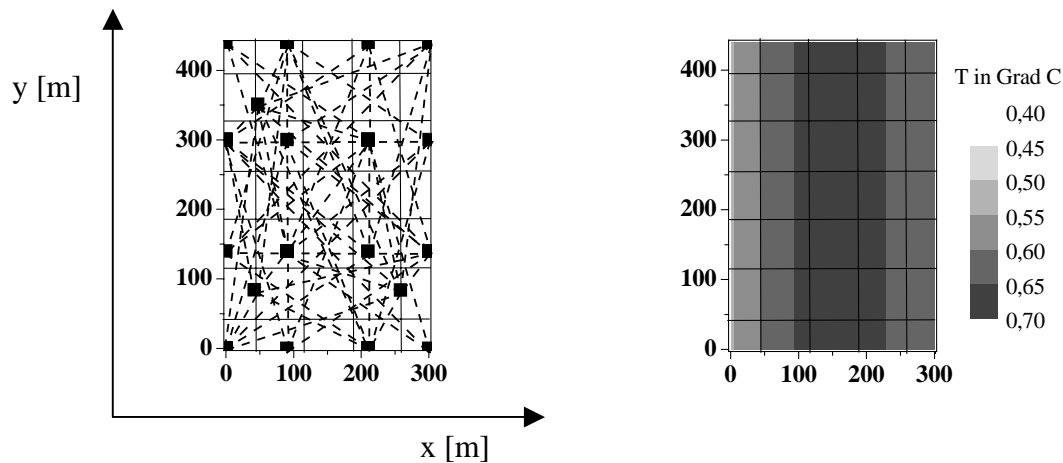


Abb. 4: Schematische Darstellung der Messfläche (links) mit Gitterzelleneinteilung $70 \times 70 \text{ m}^2$ und mit den 8 Sender- und 12 Empfängerpositionen (mit einem Quadrat gekennzeichnet) sowie 79 Schallstrahlen (gestrichelt) und eine vorgegebene Temperaturverteilung zum Zeitschritt 318 (rechts).

Die synthetisch erzeugten Schalllaufzeiten wurden wieder mit den verschiedenen Tomographiealgorithmen in Temperaturverteilungen invertiert. Ein exemplarisches Ergebnis, das mit dem Algorithmus 2 ohne bzw. mit Glättung bestimmt wurde, ist in der Abbildung 5 dargestellt. Ausgehend von einer nahezu homogenen Temperaturverteilung (siehe Abb. 4, Wertebereich: 0,54-0,67 Grad C) resultieren vergleichsweise sehr geringe ED -Werte für die rekonstruierten Verteilungen. Solche kontrastarmen Temperaturverteilungen werden also am besten von allen Algorithmen rekonstruiert. Dabei führt der Algorithmus ohne Glättung zu einem stärker strukturierten Ergebnis, das dem Original sehr nahe kommt. Bei Anwendung einer Glättung wird über die sehr geringen Temperaturunterschiede zwischen den Gitterzellen gemittelt, so dass ein nahezu homogenes Temperatur-Tomogramm resultiert.

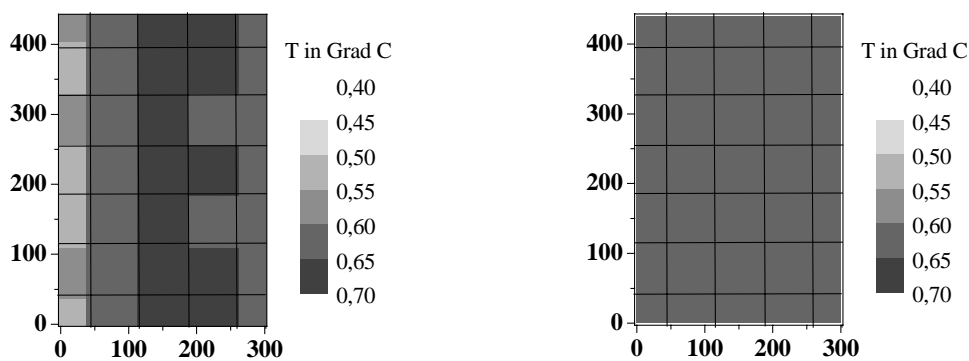


Abb. 5: Rekonstruierte Temperaturverteilungen (Zeitschritt 318, siehe Abb. 4) nach 15 Iterationsschritten ohne Glättung (links) und mit Glättung (rechts).

Die Datenanalyse für die Maßzahlen der Rekonstruktionsgenauigkeit SQR und ED (siehe Abschnitt 3.1) wurde wieder nach verschiedenen Iterationsschritten vorgenommen. Die Ergebnisse wurden entsprechend der vorangegangenen Auswertungen (Kapitel 3.3.1) über 516 einzelne Datensätze gemittelt.

Abbildung 6 demonstriert die Entwicklung der SQR - und ED -Werte für unterschiedliche Algorithmen (siehe Gleichung 3) jeweils mit oder ohne Glättungsalgorithmus. Der Vergleich mit den Ergebnissen, die mit einer anderen Messgeometrie erzielt wurden, zeigt eine qualitative Übereinstimmung. Die Werte für SQR nehmen für alle Algorithmen ohne Glättung mit zunehmender Iterationsanzahl ab bzw. sind für die Algorithmen mit Glättung ungefähr konstant. Die absoluten Werte für SQR sind dabei höher als im Vergleich zu den Abbildungen 2

oder 3. Dieses Ergebnis kann mit der größeren Anzahl an Schallstrecken (79 zu 30 Schallpfade) bei der Messgeometrie des Experiments Lindenberg-2 erklärt werden, die nach Gleichung 4 auch zu größeren SQR -Werten führt bzw. führen kann.

Die mittleren ED -Werte stimmen auch quantitativ relativ gut mit den Werten der Messgeometrie Lindenberg-1 (Kapitel 3.3.1) überein. Für alle Algorithmen ohne Glättung nehmen die Unterschiede zwischen Vorgabe und Rekonstruktion mit zunehmender Anzahl an Iterationen ab und sind von Beginn an etwas geringer als für die Lindenberg-1-Messungen. Nach Erreichen des ersten Minimums für die ED -Werte sollte der Iterationszyklus beendet werden, um die Bildung von Artefakten im rekonstruierten Abbild der Schallgeschwindigkeits- bzw. Temperaturverteilung zu vermeiden.

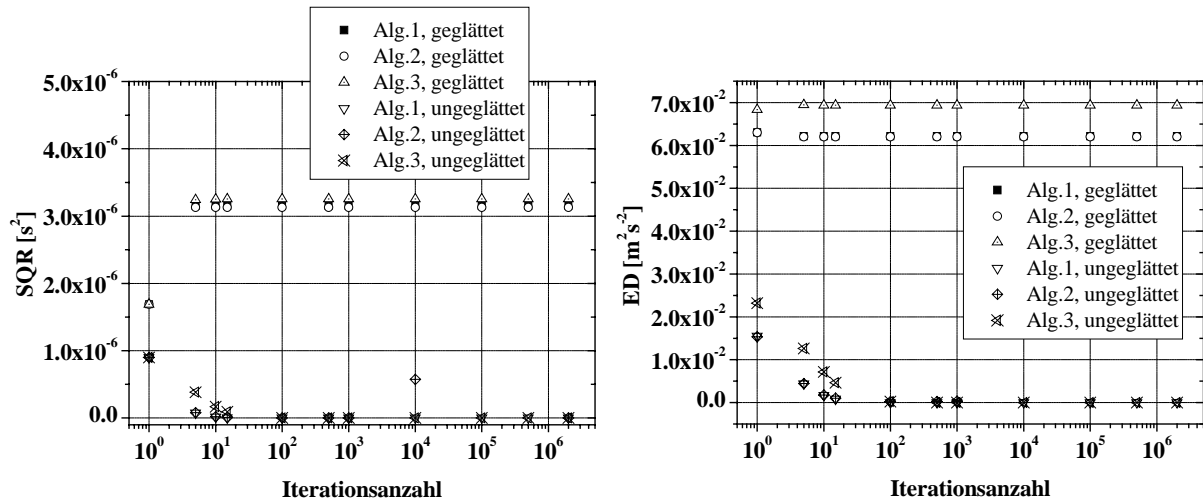


Abb. 6: Mittlere Werte der quadrierten Laufzeitresiduen (links) und der Euklidischen Distanz (rechts) für verschiedene Tomographiealgorithmen (Alg. 1-3 mit oder ohne Glättung) und in Abhängigkeit von der Anzahl der Iterationen für eine Gitterzellengröße von $70 \times 70 \text{ m}^2$.

Für die Algorithmen mit Glättung sind die ED -Werte für alle Iterationsschritte nahezu konstant und liegen auf einem etwas höheren Niveau als für die Berechnungen ohne Glättung. Dieses Ergebnis wird durch die Dämpfung der maximalen und minimalen Temperaturwerte der rekonstruierten Verteilung verursacht. Nach einer Umrechnung mit der Laplaceschen Schallgeschwindigkeit c , der Gaskonstante R und dem Verhältnis γ zwischen den spezifischen Wärmekapazitäten bei konstantem Druck und konstantem Volumen

$$c = \sqrt{\gamma RT} \text{ bzw. } \Delta T = 2\Delta c \sqrt{\frac{T}{\gamma R}} \quad (5)$$

folgt für die Algorithmen mit Glättung ein Unbestimmtheitswert für die Temperatur T von ca. 0,4 K und für die Algorithmen ohne Glättung ein Wert von weniger als 0,2 K.

4 Diskussion der Ergebnisse

Um die Unbestimmtheit tomographisch rekonstruierter Daten zu evaluieren, wurden verschiedene Rekonstruktionsalgorithmen für eine Temperaturreihe getestet, die mit Hilfe des Kolmogorovschen Turbulenzspektrums simuliert wurde. Die Ergebnisse weisen den stabilen Lösungsprozess und die bewährten Rekonstruktionseigenschaften der Simultanen Iterativen Rekonstruktionstechnik nach.

Die Analysen quantitativer Maßzahlen für die Rekonstruktionsqualität zeigen, dass es möglich (konstantes Minimum von SQR) und notwendig (erstes Minimum von ED) ist, den Iterationsprozess nach spätestens 100 Iterationsschritten zu stoppen. Die resultierenden geringen SQR -Werte sind zwar ein notwendiges, aber kein hinreichendes Kriterium für die Konvergenz

der rekonstruierten Temperaturverteilung gegen das vorgegebene Modell. Die *ED*-Werte geben hier eher einen Hinweis auf die Güte des Rekonstruktionsalgorithmus. Zu beachten ist jedoch, dass diese Maßzahl nur einen Mittelwert über alle Gitterzellen darstellt. Einzelne Artefakte können sich innerhalb eines Tomogramms wieder ausgleichen und keinen großen Einfluss auf den resultierenden *ED*-Wert ausüben (siehe z.B. Ziemann, 2000). Direkte Vergleiche einzelner Gitterzellenwerte der rekonstruierten und vorgegebenen Tomogramme belegen für die gezeigten Beispiele jedoch die guten Rekonstruktionseigenschaften aller SIRT-Algorithmus. Bei entsprechend an die Datenmenge angepasster räumlicher Auflösung (Anzahl der Gitterelemente entspricht der Anzahl der Schallstrahlen oder ist kleiner) sind im Mittel keine großen Unterschiede zwischen den einzelnen Algorithmen 1, 2 oder 3 festzustellen. Eine Detailanalyse favorisiert Algorithmus 2 mit den geringsten *SQR*- und *ED*-Werten.

Für die dargestellten Auswertungen zeigten sich die etwas besseren Rekonstruktionseigenschaften der Algorithmen ohne eine Glättung der Tomogramme. Untersuchungen mit Messdaten (Ziemann et al., 2004) weisen gegenüber diesen Tests mit synthetischen Daten auf die positiven Eigenschaften einer Datenglättung hin. Die Auswirkungen von Messfehlern bzw. Unbestimmtheiten bei der Laufzeit- und Laufwegmessung werden durch einen Glättungsalgorithmus gedämpft. Darüber hinaus wirkt sich eine Glättung positiv auf die Stabilität des Lösungsalgorithmus aus (z.B. Ziemann, 2000). Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass es notwendig ist, die Eigenschaften des Rekonstruktionsalgorithmus für die spezielle Sender-Empfänger Geometrie und die zu erwartenden Unsicherheiten in den Messungen der akustischen Laufzeit und der Schallpfade zu untersuchen, um den geeigneten tomographischen Rekonstruktionsalgorithmus zu bestimmen.

Weitergehende Untersuchungen sollten mit stärkeren Kontrasten, d.h. einem größeren Wertebereich für das Temperaturfeld durchgeführt werden, um die Rekonstruktionsgenauigkeit z.B. für Landschaften mit signifikanten Inhomogenitäten der Oberflächeneigenschaften zu testen.

Danksagung

Hiermit danke ich Juliane Stanislawsky für die Unterstützung bei der Datenbereitstellung und -bearbeitung sowie Manuela Barth für die Bereitstellung der synthetischen Temperaturdatensreihen. Für die kritische Durchsicht des Manuskripts danke ich Kristina Fröhlich.

Literatur

- Arnold, K., Ziemann, A., Raabe, A. und Spindler, G., 2004: Acoustic tomography and conventional meteorological measurements over heterogeneous surfaces, *Meteorol. Atmosph. Phys.*, **85**, 175-186.
- Barth, M. u. Raabe, A., 2003: Auflösbarkeit turbulenter Strukturen im Bereich der atmosphärischen Grenzschicht mittels akustischer Tomographie, *Wiss. Mitt. Inst. für Meteorol. Univ. Leipzig* **30**, 44-60.
- Krajewski, C., Dresen, L., Gelbke, C. und Rüter, H., 1989: Iterative tomographic methods to locate seismic low-velocity anomalies: A model study, *Geophys. Prosp.* **37**, 717-751.
- Laepfle, T., Knab, V., Mettendorf, K.-U. u. Pundt, I., 2004: Longpath DOAS tomography on a motorway exhaust gas plume: numerical studies and application to data from the BAB II campaign, *Atmos. Chem. Phys. Discuss.*, **4**, 2435-2484.
- McMechan, G.A., 1983: Seismic tomography in boreholes, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.* **74**, 601-612.
- Raabe, A. and Arnold, K. and Ziemann, A., 2002: Horizontal turbulent fluxes of sensible heat and horizontal homogeneity in micrometeorological experiments, *J. Atm. Ocean. Technol.*, **19**, 1225-1230.

- Tetzlaff, G., Arnold, K., Raabe, A. and Ziemann, A., 2002: Contributions of the method of acoustic travel time tomography to area covering measurements in real terrain, *Meteorol. Z.*, 11, No. 4, 273-283.
- Ziemann, A., Arnold, K. und Raabe, A., 1999: Acoustic travel time tomography. A method for remote sensing of the atmospheric surface layer, *Meteorol. Atmosph. Phys.*, 71, 43-51.
- Ziemann, A., 2000: Eine theoretische Studie zur akustischen Tomographie in der atmosphärischen Grenzschicht, *Wiss. Mitt. Inst. für Meteorol. Univ. Leipzig und Inst. für Troposphärenforsch. Leipzig* **19**, 141 S..
- Ziemann, A., Arnold, K. und Raabe, A.: 2001, Acoustic tomography as a method to identify small-scale land surface characteristics, *Acustica*, **87**, 731-737.
- Ziemann, A., Arnold, K. and Raabe, A., 2002: Acoustic tomography as a method to describe measuring sites, *J. Atmos. Ocean. Technol.*, **19**, 1208-1215.
- Ziemann, A., Barth, M., Arnold, K., and Raabe, A., 2004: Influence of the inverse algorithm on the reconstructed temperature field remotely sensed by acoustic travel time tomography, *Proceedings of the 12th International Symposium on Acoustic Remote Sensing and Associated Techniques of the Atmosphere and Oceans*, Cambridge, 77-80.

Adresse:

Astrid Ziemann (ziemann@uni-leipzig.de)
Universität Leipzig
Institut für Meteorologie
Stephanstr. 3
04103 Leipzig